

INFERENCIA INFORMAL: DEL ANÁLISIS DE LOS DATOS A LA INFERENCIA ESTADÍSTICA

María Inés Rodríguez

Universidad Nacional de Río Cuarto

Río Cuarto, Córdoba.

mrodriguez@exa.unrc.edu.ar

Categoría: Reflexiones

Nivel Educativo: niveles, medio y terciario

Palabras claves: Aleatorización; Variación muestral; Inferencia informal; Inferencia estadística.

Resumen

Todo curso introductorio de estadística a nivel universitario tiene como propósito llegar a desarrollar los métodos de inferencia estadística. Siendo éste uno de los temas más enseñados es, a la vez, el peor comprendido y utilizado. Esto ha preocupado a la comunidad internacional de expertos dedicados al estudio e investigación en Educación Estadística nucleados en la IASE (International Association for Statistics Education) quienes, reconociendo el papel del conocimiento estadístico en la formación elemental, desde 1999 vienen realizando cada dos años Foros de estudio sobre “Razonamiento, Pensamiento y Alfabetización Estadística” (SRTL)¹. Estos foros, inicialmente abordaron los diferentes tipos de razonamiento estadístico, llegando en 2005, al consenso de que los estudiantes deben aprender a realizar inferencias, inicialmente de manera informal. Esto significa, que la inferencia estadística debe ser desarrollada en etapas, a lo largo de varios años, recomendando comenzar entre los 14-17 años. En este trabajo se presentan algunas reflexiones surgidas a partir de la bibliografía revisada, definiciones y aspectos fundamentales a considerar, finalizando con la descripción de una actividad áulica que puede

¹ <http://srtl.stat.auckland.ac.nz>

contribuir al desarrollo del razonamiento inferencial informal, preparando así al estudiante para una mejor comprensión y aplicación de la inferencia en niveles superiores y trabajo futuro.

Introducción.

Es indiscutible en nuestros días el posicionamiento de la Estadística como disciplina soporte para la investigación y desarrollo en casi todas las áreas de las ciencias naturales y sociales. Según Hacking (1990), uno de los descubrimientos decisivos del siglo XX fue la constatación de que el mundo no es determinista. Esto ha motivado que en la actualidad la estadística cumpla un rol importante en la formación cultural del ciudadano. En consecuencia, la currícula educativa de la mayoría de los países ha incrementado la cantidad de contenido estadístico incluido en los programas de matemática de primaria y secundaria y también hay cada vez mayor cantidad de cursos introductorios de la disciplina que se enseñan a nivel universitario, (Ben-Zvi y Garfield, 2004). Sin embargo y a pesar de que en nuestro país hace más de veinte años que está presente su enseñanza en los contenidos curriculares de todas las provincias, encontramos que en la práctica son todavía pocos los profesores que la enseñan y en otros casos se trata muy brevemente, o de manera excesivamente formal. Esta problemática, cuya existencia comprobamos en talleres para docentes y cursos de capacitación de la disciplina que hemos impartido, también ha sido evidenciada en congresos y eventos sobre enseñanza de la estadística, tanto de nivel nacional como internacional.

Al formar parte, la estadística, del contenido curricular de matemática de los niveles de enseñanza obligatoria, este reclamo por su enseñanza ha originado una gran preocupación en los profesores, argumentando muchos de ellos, que el predominio del pensamiento determinístico en su formación, les hace más dificultosa la tarea. Por otra parte, manifiestan la necesidad de estar actualizados no sólo de los contenidos a enseñar sino también de las dificultades y errores comunes en su enseñanza. Esta inquietud, ha sido abordada por la comunidad internacional de expertos en educación estadística a través de los Foros bienales denominados “Statistical Reasoning, Thinking and Literacy”. Así en Agosto del 2007, el tema convocante del 5° SRTL, tuvo como tema central de debate, “Razonamiento acerca de la Inferencia Estadística: Maneras innovativas de conectar la probabilidad y los datos”. Mientras que en el siguiente realizado en Australia en 2009 se analizó “El rol del contexto y de la evidencia informal en el razonamiento inferencial”. En julio de 2011, se realizó el 7° SRTL en el Instituto Freudenthal de Holanda,

convocado para exponer ideas acerca de: “Nuevos enfoques para el desarrollo del razonamiento acerca de las muestras y el muestreo en la inferencia estadística informal”. La insistencia de estos foros en estudiar temas vinculados a la enseñanza de la inferencia estadística, es una muestra más de la necesidad de dedicar atención a la temática que abordamos en este trabajo. A continuación se presentan algunas reflexiones surgidas a partir de la bibliografía revisada, sobre definiciones y aspectos fundamentales a considerar, finalizando con la descripción de una actividad áulica de simulación, que puede ser ejemplificadora de cómo trabajar la aleatoriedad en el muestreo y estimular el razonamiento inferencial informal.

Conocimiento informal

Hay mucha investigación en educación matemática acerca de la naturaleza del conocimiento informal. Generalmente éste se entiende como el conocimiento con que llegan al aula los alumnos, es decir el adquirido fuera de la escuela, o sea en la vida cotidiana, o quizás por una instrucción previa menos formal. Según el punto de vista planteado en los foros-SRTL, en concordancia con un principio ampliamente asumido en psicología educativa y con las visiones constructivistas del aprendizaje, es importante considerar el conocimiento informal como punto de partida para el desarrollo y comprensión formal de un tema. Al respecto cabe mencionar la recomendación dada por Ausubel (1983, citado en Vallecillos, 1996): *el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia.*

Cuando el conocimiento informal es incorrecto es considerado como un error conceptual o “misconception” (Confrey, 1999). Al respecto algunos expertos consideran que desde el punto de vista del estudiante no se debe considerar un error ese conocimiento informal sino por el contrario es un conocimiento que ha sido usado incorrectamente y el cual debe ser tenido en consideración. Surge entonces el interrogante: ¿Cómo puede el conocimiento informal de los estudiantes ser utilizado para mejorar la instrucción formal? Algunos investigadores apuntan a la función de las actividades interactivas y colaborativas donde los estudiantes trabajan y discuten juntos lo que están aprendiendo. Así, varias experiencias con resultados positivos en sus intentos de utilizar el conocimiento previo de los estudiantes para enseñar las ideas formales de conceptos de estadísticas como ser la variabilidad muestral, se encuentran reportadas por Garfield, del Mas y Chance (2007).

Por su parte, Zieffler et al (2008), acerca de la naturaleza del conocimiento informal sugieren:

1. El Conocimiento informal puede estar compuesto de diferentes tipos de comprensión que los estudiantes traen cuando se inicia el aprendizaje de un nuevo tema, y puede combinarse con el conocimiento producto de su experiencia en la vida diaria con los conocimientos adquiridos en la instrucción anterior.

2. El conocimiento informal puede ser un importante punto de partida sobre el cual construir conocimientos formales y debe ser considerados en el diseño de planes de estudio.

3. La enseñanza puede ser diseñada para ayudar a los estudiantes en la construcción de determinados tipos de conocimiento informal que es necesario para la instrucción posterior de un eventual conocimiento formal.

4. Actividades basadas en el aprendizaje colaborativo y la construcción social del significado de un objeto matemático, puede facilitar el desarrollo del conocimiento informal.

Esta revisión permite insinuar que el desarrollo del conocimiento informal del estudiante, relativo a la inferencia, puede facilitar su transición a la comprensión de las ideas formales. Para ello se recomienda trabajar a partir de los niveles inicial y medio, con el análisis y descripción de datos contextualizados que estimulen al alumno a realizar razonamientos deductivos.

Inferencia

Según el diccionario de la Real Academia Española(12^a ed) inferir, significa sacar una consecuencia o deducir algo de otra cosa. Desde un punto de vista filosófico el término inferir hace referencia al proceso de paso de unas afirmaciones dadas a nuevos enunciados (Rivadulla, 1991). En este proceso intervienen fundamentalmente dos tipos de razonamiento: deductivo e inductivo. El razonamiento lógico por excelencia es el deductivo, o sea, aquél que a partir de premisas verdaderas obtiene una conclusión verdadera. Por el contrario, en el razonamiento inductivo, la conclusión es una afirmación más general que las premisas, siendo por tanto posible su falsedad aunque las premisas sean ciertas, cuando la inducción es incompleta. También se puede plantear el problema de la inducción como el que se plantea al establecer leyes generales (teorías), sobre la base de un número finito de instancias de esa misma ley. (Vallecillos, 1996)

Acerca de la Inferencia informal

Es este un concepto relativamente reciente en la literatura de investigación sobre el cual encontramos diversas definiciones. Así encontramos que Rubin, Hammerman y Konold (2006) lo definen como el razonamiento que consiste en las ideas relacionadas con las propiedades de las muestras, el tamaño de muestra y el control del sesgo. Por su parte, Pfannkuch,(2006) lo define

como la capacidad de interconectar las ideas de: muestreo, forma y centro de una distribución, ubicándolo dentro del ciclo de razonamiento empírico presentado por Wild & Pfannkuch, (1999). Mientras que, Bakker, Derry, y Konold, (2006) sugieren un marco teórico que amplía el significado de inferencia estadística para permitir maneras más informales de razonamiento que permiten incluir juicios basados en el conocimiento contextual. También se ha descrito la inferencia informal como: ir más allá de los datos con los que se dispone, intentando explicar o justificar esos datos observados a través de un razonamiento que no emplea ningún método formal, técnica o cálculo (Rossman, 2007). Por su parte, Ben-Zvi (2006) compara el razonamiento inferencial con la argumentación y hace hincapié en la necesidad para este tipo de razonamiento, de basarse en la evidencia que revelan los datos.

Estas definiciones tienen muchas cosas en común que Zieffler et al (2008) las sintetizan, presentando al razonamiento inferencial informal como: la forma en que los estudiantes utilizan su conocimiento informal de estadística para dar argumentos en apoyo a las inferencias sobre poblaciones desconocidas, a partir de muestras observadas.

Como se puede observar es fundamental en el razonamiento inferencial el análisis y estudio de la información muestral, ya que todo surge a partir de lo que revelan los datos muestrales. Este tema del muestreo (probabilístico y no probabilístico) requiere gran atención en el desarrollo de la problemática inferencial y es más complejo de comprender de lo que generalmente se supone.

Como síntesis del estudio de la literatura revisada y de la experiencia personal en la enseñanza de los conceptos y métodos de la inferencia estadística formal a estudiantes universitarios, se puede resumir que el razonamiento inferencial informal es un proceso que incluye:

- Razonar sobre las posibles características de una población (por ejemplo, la forma y centro) basado en una muestra de los datos.
- Razonar sobre las posibles diferencias entre dos poblaciones sobre la base de diferencias observadas entre sus respectivas muestras de datos (es decir, ¿son las diferencias debidas a un efecto en vez de ocurrir sólo por el azar?)
- Razonar acerca de si una determinada muestra de datos (y su resumen estadístico) es probable (o sorprendente) que se presente, de acuerdo con alguna suposición o expectativa particular.

Esto está en contraste con el razonamiento estadístico inferencial formal, que puede incluir deducir algo acerca de la población mediante la aplicación de procedimientos y métodos (pruebas

de significación y/o intervalos de confianza) específicos. Además no es necesario utilizar lenguaje y conceptos estadísticos formales sino sólo los usados en la vida diaria y en los medios de comunicación.

Inferencia estadística

Esta parte de la estadística comprende la estimación (puntual y por intervalos) y las pruebas o tests de hipótesis. Se sabe que la lógica de inferencia estadística, en particular la de las pruebas de hipótesis (PH), presenta dificultades conceptuales vinculadas a la filosofía y a la psicología que las hacen susceptibles de interpretaciones incorrectas. La problemática filosófica de la inferencia estadística proviene de la posibilidad de obtener conocimiento general (teorías científicas) a partir de casos particulares (inducción empírica), causando así la dificultad de justificar el razonamiento inductivo y sus conclusiones. Este problema ha ocupado a filósofos y estadísticos por largo tiempo, sin que hasta la fecha se haya obtenido una solución aceptada por consenso. (Rivadulla, 1991).

Si bien en los cursos de estadística básica se pretende abarcar los contenidos suficientes para poder introducir las nociones elementales de inferencia estadística con las PH más comunes, (pruebas de significación para el enfoque fisheriano), la inferencia utiliza el lenguaje de la probabilidad, en particular las PH utilizan la probabilidad condicional, cuya comprensión y razonamiento no son simples. Esto contribuye a que la utilización e interpretación de dichas pruebas, frecuentemente, no sean adecuadas. Estamos convencidos que las dificultades de la inferencia estadística y en particular las que originan el uso de las PH no se superan fácilmente con un curso elemental de estadística como existe en la currícula de casi todas las carreras profesionales. Al respecto cabe señalar la opinión de Falk y Greenbaum (1995): “Para ser justos, el hecho de que la gente malinterprete los test o pruebas de significación no es una falta de los test, y no hay razón para descartarlos en conjunto. Las malas interpretaciones pueden, después de todo ser clarificadas y restablecido el significado correcto.[...] Sugerimos que, a menos que sean tomadas fuertes medidas en la enseñanza estadística, las probabilidades de que se remuevan estas concepciones erróneas son bajas en el presente.[...] Se requiere un esfuerzo educacional masivo para erradicar esta concepción errónea”, (p. 98).

Actividad para la construcción de la inferencia informal

Por lo planteado anteriormente, se considera beneficioso desarrollar el razonamiento inferencial en etapas, a lo largo de varios años, comenzando a trabajar con las intuiciones que tienen los

estudiantes, como modalidades precursoras de la inferencia estadística. Se recomienda trabajar nuevas formas de observar la variación del muestreo, destacar el valor de la observación visual del comportamiento de los datos mediante gráficos, el rol de la probabilidad para medir la incertidumbre, de manera de acostumbrar a los estudiantes a basar sus críticas en el análisis de los datos. Esto permite acortar la distancia entre las preguntas planteadas, los datos obtenidos y las conclusiones. A modo de ejemplo se presenta una actividad basada en la aleatoriedad de las muestras, utilizando simulaciones, como una herramienta que contribuye al desarrollo del razonamiento informal de la inferencia.

Pruebas de aleatorización - Comparación entre tratamientos

Utilizando tablas de doble entrada, podemos ver cómo extraer conclusiones sobre la relación entre dos variables donde se puede suponer que una de ellas es la causante de un determinado efecto sobre la otra (relación causa-efecto), comparando los resultados reales con un modelo de probabilidad. Esta actividad contribuye al desarrollo intuitivo del valor p de un test o PH.

Ejemplo: Terapia de Natación con Delfines. La natación con delfines sin duda puede ser divertido, pero se pensó también que puede ser terapéutica para los pacientes que sufren de depresión clínica. Se planteó entonces la pregunta: ¿Hay diferencia entre los resultados de la terapia de natación con delfines y sin delfines?

Para dar respuesta a esta pregunta los investigadores Antonioli y Reveley (2005), reclutaron a 30 sujetos de 18-65 años con un diagnóstico clínico de depresión. Los sujetos fueron obligados a suspender el uso de alguna droga antidepresiva o psicoterapia, cuatro semanas antes del experimento y durante todo el experimento y fueron trasladados a una isla frente a la costa de Honduras, donde aleatoriamente se los asignó a uno de dos grupos de tratamiento.

Ambos grupos participaron de la misma práctica de natación cada día, pero un grupo lo hizo con la presencia de delfines y el otro grupo no. Al final de dos semanas, el nivel de depresión de cada uno de los sujetos se evaluó del mismo modo como lo había sido al comienzo del estudio. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla y gráfico siguiente:

Mostraron mejoría sustancial	Terapia con delfines	Grupo Control	Total
Sí	10	3	13
No	5	12	17
Total	15	15	30

Tabla 1. Resultados del experimento

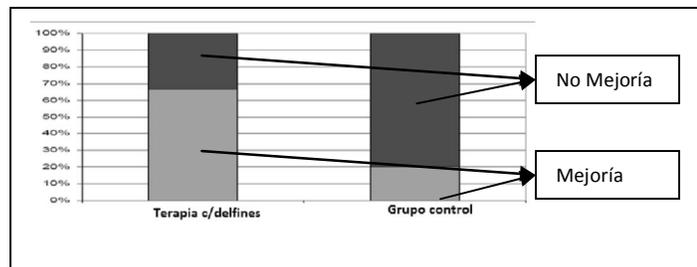


Gráfico 1: Nº de sujetos mejorados y no mejorados por tratamiento

- ¿Qué revelan estos datos y su representación gráfica?

Es evidente que el grupo de terapia con delfines tuvo una tasa de éxito mayor que el grupo control (66,7% vs 20,0%).

- ¿Podemos razonablemente inferir que la terapia con delfines es realmente más eficaz que el control?

Para abordar esta cuestión es clave considerar el papel de la variabilidad debida al azar. La aleatoriedad en este estudio surge cuando los investigadores asignan al azar los 30 sujetos a cada uno de los grupos de tratamiento. Surge entonces la pregunta siguiente:

- ¿Es posible que sólo por este proceso de aleatorización, incluso si la terapia con delfines no fuera más eficaz que el control, se hayan producido resultados tan extremos como los que encontraron los investigadores?

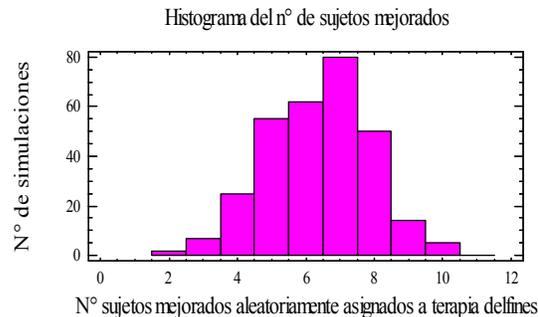
Claro que es posible. Pero es tan poco probable esa posibilidad que desacredita esa explicación. Podríamos ir directamente a un cálculo de probabilidades para evaluar esta baja probabilidad. Pero con los estudiantes de nivel medio también podemos aproximarnos a la idea de probabilidad mediante la simulación.

Propuesta: Los estudiantes pueden simular este proceso de asignación al azar utilizando 30 cartas de naipes, para representar a los sujetos del estudio. Esta simulación se realiza para comprobar si sería posible obtener resultados parecidos a los de la tabla si el tratamiento con delfines no produce los resultados esperados. Por lo tanto, en este proceso de simulación se asume que no hay realmente ningún beneficio de la terapia con delfines, porque se supone que los 13 sujetos que mejoraron se mejorarían sin importar el grupo al que fuera asignado.

Pasos de la simulación:

- 1) Se marcan 13 cartas para representar los sujetos que mostraron una mejora sustancial y otras 17 para representar a los que no mejoraron sustancialmente.
- 2) Se mezclan las cartas y al azar se asignan 15 para estar en el grupo de terapia de delfines y las otras 15 para el grupo control. Tener en cuenta que este proceso de mezcla y asignación de las 15 cartas a cada tratamiento simula el proceso de asignación al azar realmente utilizado por los investigadores para poner los sujetos en los grupos de tratamiento.
- 3) Se observan los resultados simulados con la asignación al azar, ya sea por el cálculo de la diferencia en las proporciones de éxito entre los dos grupos, o simplemente anotando el número de "éxitos" en el grupo de terapia con delfines. (Esto se debería repetir varias veces)

El siguiente histograma muestra los resultados que hemos obtenido al realizar en un curso 300 asignaciones al azar simuladas.



Se observa que sólo en 3 de las 300 simulaciones resultaron 10 casos de mejoría como fue el resultado del experimento realizado por los investigadores, esto indica que hay una posibilidad muy chica de obtener este resultado (aproximadamente 3/300)

Referencias bibliográficas

- Bakker, A., Derry, J., & Konold, C. (2006). Technology to support diagrammatic reasoning about center and variation. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working cooperatively in statistics education: Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, Salvador, Brazil. [CDROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. [Online: http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/2D4_BAKK.pdf]
- Ben-Zvi, D. y Garfield, J. (2004). Statistical Literacy, Reasoning and Thinking: goals, definitions and challenges. En: D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, (pp. 3-15). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ben-Zvi, D. (2006). Scaffolding students' informal inference and argumentation. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working cooperatively in statistics education: Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, Salvador, Brazil. [CDROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. [Online: http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/2D1_BENZ.pdf]
- Confrey, J. (1999). A review of the research on students' conceptions in mathematics, science, and programming. *Review of Research in Education*, 16, 3-56.
- Falk, R., & Greenbaum, C. W. (1995). Significance tests die hard: The amazing persistence of a probabilistic misconception. *Theory and Psychology*, 5, 75-98.
- Garfield, del Mas y Chance (2007)
- Hacking, I. (1990). *The taming of chance*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Pfannkuch, M. (2006). Informal inferential reasoning. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working cooperatively in statistics education: Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, Salvador, Brazil. [CDROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. [Online: http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/6A2_PFAN.pdf]
- Rivadulla, A. (1991). *Probabilidad e Inferencia científica*. Barcelona. Anthropos.
- Rossman, A. (2007). A statistician's view on the concept of inferential reasoning. Paper presented at the Fifth International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking and Literacy (SRTL-5), University of Warwick, UK.

- Rubin, A., Hammerman, J., & Konold, C. (2006). Exploring informal inference with interactive visualization software. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working cooperatively in statistics education: Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, Salvador, Brazil. [CDROM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Schwarz, D.L., Sears, D. & Chang, J. (2007) Reconsidering prior knowledge. In M. Lovett and P. Shah (Eds.), *Proceedings of the 33rd Carnegie Symposium on Cognition: Thinking with Data*, Mahweh, NJ:Erlbaum.
- Vallecillos, A. (1996). *Inferencia estadística y enseñanza: un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas*. Ed. COMARES. Granada. España.
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Zieffler, A., Garfield, J., del Mas, R. & Reading, C. (2008). A Framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 7(2),40-58,
[Online: <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>]