-MATERATURA-

Autor y expositor: Adrián Omar Alvarez

Instituto Libre de Segunda Enseñanza UBA

aalvarez@ungs.edu.ar

Categoría: Relatos de experiencias
Para Nivel Medio
Palabras Clave: Borges y la Matemática.

Resumen:
La matemática es ante todo un lenguaje, áspero extenso riguroso, quien podría encontrar belleza allí, claro quien mas que Jorge Luis Borges, que en su cuento La Biblioteca de Babel desarrolla un despliegue único de rigurosidad lógica, una sucesión de afirmaciones estrechamente ligadas en sentido tal sentido, nada allí está librado al azar, recorre diversos aspectos matemáticos en forma sutil llevando de modo irreversible al lector por el universo de razonamientos que el cuento propone.
La tarea propuesta a los jóvenes se trató de: juntarse en pequeños grupos de trabajo encontrar afirmaciones planteadas en el cuento y analizar su validez.
Existe actualmente un interesante debate entre la antigua Educación Algorítmica y las modernas teorías de la Didáctica, como la Teoría de Situaciones. Es fuerte la resistencia de la comunidad educativa a la resolución de situaciones problemáticas, como motor de conocimiento, se acepta en lo discursivo pero no tanto en la praxis. Tal vez el desconcierto inicial ante la situación problemática desconocida, la necesidad de una reflexión y posterior puesta en común con su correspondiente debate, generen momentos incómodos pero necesarios para lograr alguna adquisición del conocimiento que se pretende desarrollar en la situación inicialmente planteada. No se valora que luego, viene la belleza, el hermoso placer de haber logrado la comprensión del problema y poder comunicar como se obtuvo la solución del mismo.

Introducción

La realidad es que la discusión que planteo en el resumen, alcanza a los jóvenes estudiantes de escuelas medias y con este trabajo se pretendió estimular la resolución de una situación problemática, distinta a lo usual, mas precisamente en la literatura, con el objetivo de mostrar la inmensa ventaja de dominar el arte de razonar, y ampliar el horizonte de la imaginación al límite de nuestras capacidades y mas allá.
La matemática es una actividad humana tradicionalmente ligada a las ciencias naturales, según muchos epistemólogos es una ciencia formal, aunque es considerada por algunos matemáticos un arte ciencia. De todos modos, podemos estar de acuerdo en que, su característica clara es la exhaustividad y el uso exclusivo de la lógica para razonar, también, tal vez sin buscarlo, resulta la mas popular de sus utilidades la elaboración de algoritmos sistemáticos que modelen situaciones, aunque la mas importante de las razones de la existencia de este Arte-Ciencia es en realidad la búsqueda de problemas y estrategias para la resolución de los mismos. Este aspecto es el menos presente en la sociedad, particularmente en la comunidad educativa incluidos docentes padres y alumnos. Estas razones motivaron esta experiencia, romper con estos arraigados esquemas de preconceptos, observar como responden los alumnos a un planteo nada usual, y por último documentar estas observaciones, que en el presente trabajo comparto.

La actividad

Consistió en leer el cuento *La Biblioteca de Babel* del libro *Ficciones* de *Jorge Luis Borges,* buscar

alguna de las afirmaciones ligadas a algún aspecto que necesite una explicación lógica, usando los contenidos matemáticos vistos en la materia, que corresponde al segundo año. Mostrar como en forma sutil Borges va invitando al lector a una serie de razonamientos, que resultan válidos.
Los jóvenes se han juntado en pequeños grupos de trabajo, que se desarrollo a lo largo del primer semestre con nota, lo primero fué encontrar afirmaciones planteadas en el cuento que tengan sentido, luego elegir la que este a alcance de poderse explicar y una vez hecha esta elección, analizar su validez.
Es importante tener presente que el ILSE es una escuela universitaria, con alumnos motivados, y que a esta altura dominan ecuaciones, desigualdades, las relaciones geométricas de los triángulos rectángulos, áreas, longitudes y construcciones con regla y compás
En este artículo he seleccionado algunos trabajos, cabe aclarar que todos los chicos han hecho la tarea, el capricho de que sean los trabajos en grupos se debió a la búsqueda de discusión entre pares, por otro lado se ha dado un período de tiempo importante y apoyo docente restringido a dudas de comprensión. La problemática que el cuento aborda es extensa y en algunos casos supera los contenidos de la materia, pero los chicos naturalmente eligieron las afirmaciones que estaban a su alcance. En general se han concentrado en dos aspectos: *La forma geométrica de la biblioteca* y *La cantidad de libros que contiene*.
Invito al lector de esta nota que de no haber leído previamente el cuento, que se tome un tiempo para hacerlo, para comprender las respuestas de los chicos.

Trabajos

De la afirmación: *La cantidad de libros que contiene* Delfina Montilla Luciana Rosaz Camila Hanine de 2º1ª

La Biblioteca de Babel- Jorge Luis Borges

"Acabo de escribir *infinita*. No he interpolado ese adjetivo por una costumbre retórica; digo que no es ilógico pensar que el mundo es infinito. Quienes lo juzgan limitado, postulan que en lugares remotos los corredores y escaleras y hexágonos pueden inconcebiblemente cesar – lo cual es absurdo. Quienes lo imaginan sin límites, olvidan que los tiene el número posible de libros."

Borges en esta cita expone que la Biblioteca podría ser finita y nosotros vamos a justificar esta afirmación usando información que fue dejando en distintos párrafos.

En primer lugar, hay que tener en cuenta que en total hay veinticinco símbolos; esto está expresado por el autor en este fragmento: "El segundo: El número de símbolos ortográficos es veinticinco."

En segundo lugar, todos los libros son iguales; tienen la misma cantidad de páginas, renglones y letras. Borges lo evidencia simplemente: "[...] cada libro es de cuatrocientas diez páginas; cada página, de cuarenta renglones; cada renglón, de unas ochenta letras de color negro".

En tercer lugar, Borges dice que: "No hay en la vasta Biblioteca, dos libros idénticos". Tomando esta cita, podemos decir que al no haber dos libros iguales, la cantidad de combinaciones posibles de libros sería el total de libros de la Biblioteca.

Para calcular la cantidad de combinaciones de libros, hay que saber cuantos espacios hay en un libro. En la siguiente cuenta se desarrolla esto.

$$410 \times 40 \times 80 = 1312000$$

Cuatrocientos diez se refiere a la cantidad de páginas en cada libro; cuarenta, a la cantidad de renglones por página; ochenta, a la cantidad de caracteres por renglón.

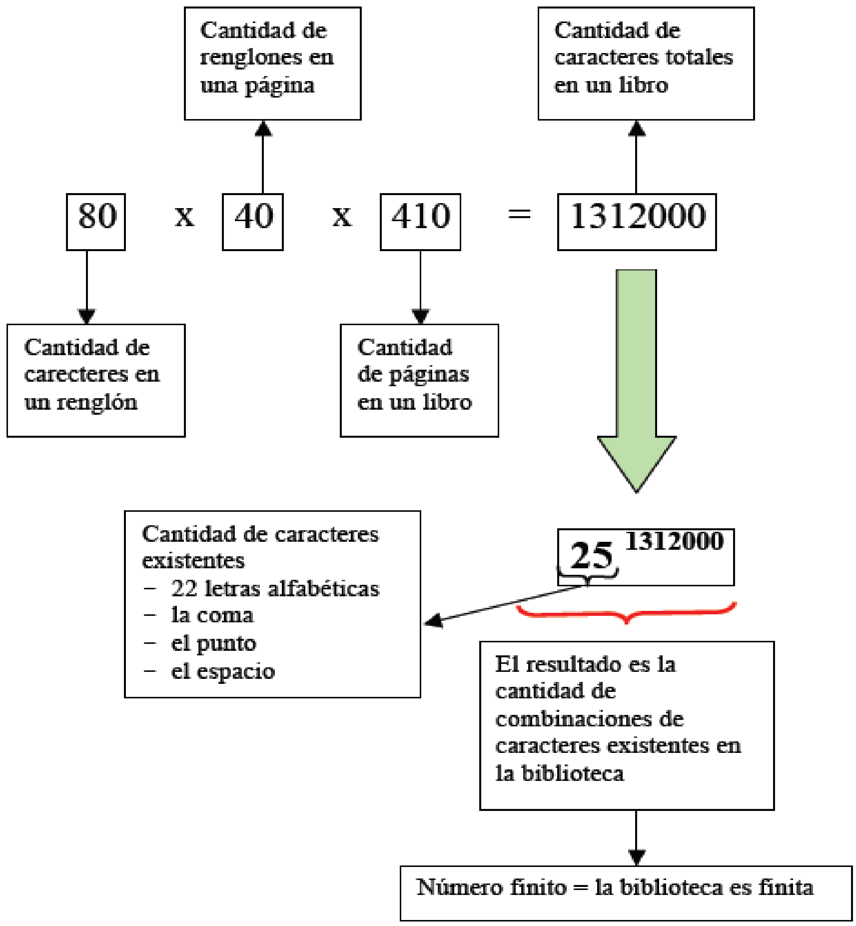
El resultado es la cantidad total de caracteres en un libro.

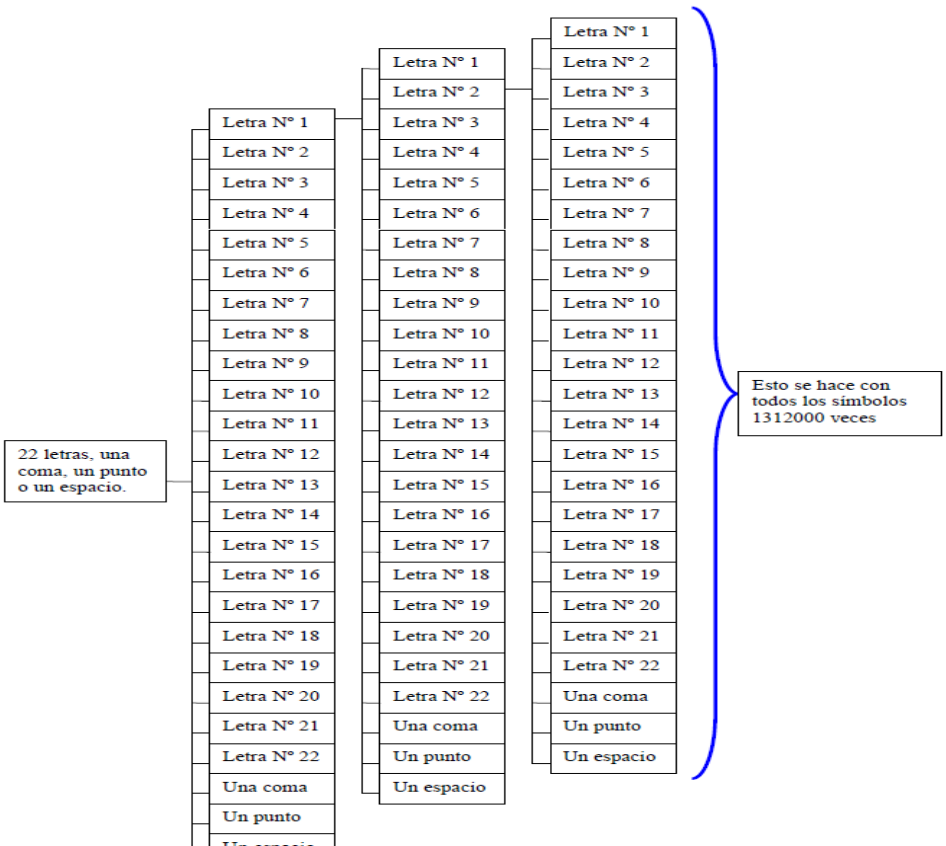
En un problema de combinación como este, se multiplica la cantidad de símbolos a si misma la cantidad de espacios disponibles para colocar un símbolo ortográfico. Esto sale de que en cada espacio se puede colocar cualquiera de los símbolos, entonces tenemos veinticinco opciones en cada espacio. La cuenta es la siguiente:

$$25^{1312000}$$

CONCLUSION: Estas cuentas y los gráficos siguientes nos demuestran que la Biblioteca tiene muchísimos libros, pero no infinitos.

Gráficos explicativos





Vemos otro trabajo que aborda la misma afirmación de otro modo igualmente correcto, muy interesante: Diego Kafer, Agustín Salas, Nicolás Sicolo, Leandro Sosa de 2º 2º

Borges, en este cuento lleno de descripciones de la Biblioteca que se basan en la Matemática, nos habla de la forma de los hexágonos, que es la única que, en este caso, puede ser usada. También se refiere a si la cantidad de libros es infinita o bien finita, una de las preguntas que nosotros responderemos en este trabajo basándonos en la lectura del relato. Y como nosotros, entonces, afirmamos que estamos hablando de una cantidad finita, nos detendremos a buscar ese número utilizando los datos que nos da Borges, y a justificar cada uno de nuestros pasos a seguir. Este número lo vamos a calcular con un método que dos de nosotros vimos en primaria, usando la cantidad de símbolos ortográficos que existen, jugando con la cantidad de renglones y páginas posibles, hasta llegar a calcular la cantidad de libros.

El método

Primero vamos a ver cuál es este método que pretendemos utilizar, cómo funciona y cómo nos va a ayudar a descifrar la cantidad de libros. Mostremos primero un ejemplo fácil: con las cifras 1, 2, 3 y 4, tenemos que formar cuantos números podamos, pudiendo repetir también las cifras. Entonces, tenemos cuatro espacios que llenar:

_______ _______ _______ _______

¿Qué puede haber en cada uno de esos espacios? Cualquiera de las cifras puede estar en cualquier espacio sin importar el orden. Entonces, para saber la cantidad de números posibles, anotamos ese 4 que indica que cualquier cifra puede estar en cada espacio, y los multiplicamos.

$$4\ 4\ 4\ 4 = 4^4 = 256$$

¿La cantidad de libros es finita?

"Hace quinientos años, el jefe de un hexágono superior dio con un libro tan confuso como los otros, pero que tenía casi dos hojas de líneas homogéneas. Mostró su hallazgo a un descifrador ambulante, que le dijo que estaban redactadas en portugués; otros le dijeron que en yiddish. Antes de un siglo pudo establecerse el idioma: un dialecto samoyedo-lituano del guaraní, con inflexiones de árabe clásico. También se descifró el contenido: nociones de análisis combinatorio, ilustradas por ejemplos de variaciones con repetición ilimitada. Esos ejemplos permitieron que un bibliotecario de genio descubriera la ley fundamental de la Biblioteca. Este pensador observó que todos los libros, por diversos que sean, constan de elementos iguales: el espacio, el punto, la coma, las veintidós letras del alfabeto. También alegó un hecho que todos los viajeros han confirmado: No hay en la vasta Biblioteca, dos libros idénticos. De esas premisas incontrovertibles dedujo que la Biblioteca es total y que sus anaqueles registran todas las posibles combinaciones de los veintitantos símbolos ortográficos (número, aunque vastísimo, no infinito) o sea todo lo que es dable expresar: en todos los idiomas."

Con esta cita nos damos cuenta de tres cosas fundamentales para nuestro cálculo:

1. Todo libro consta de elementos iguales: el espacio, el punto, la coma, las veintidós letras del alfabeto. Esos constituyen los veinticinco símbolos ortográficos de los cuales se compone cada libro.
2. No hay en toda la Biblioteca dos libros totalmente iguales. Aunque alguno pueda diferir de otro por solo una coma o un punto, no existen dos libros idénticos.
2. La Biblioteca es total, y registra todas las posibles combinaciones de los veinticinco símbolos ortográficos, todo lo que se puede expresar, en todos los idiomas. **Este número, aunque tremendamente enorme, no es infinito.** **….***De este modo después realizarón el mismo cálculo que las chicas del otro curso*

De la afirmación: *La forma geométrica de la biblioteca, un trabajo:* Sebastián Sudera Iñaki Herranz Pedro Miguens Juan Ignacio Chudnovsky 2º1º

¿Por qué hexágonos?

La Biblioteca se compone de un número indefinido, y tal vez infinito, de galerías hexagonales. Es aceptada la teoría de que estos hexágonos son regulares, es decir, tienen todos sus lados y sus ángulos iguales. Existen ciertos polígonos regulares que cubren, geométricamente hablando, todo el plano; esto significa que puede rellenarse una superficie con ellos sin que queden huecos. Sólo tres figuras lo logran: los triángulos equiláteros, los cuadrados y los hexágonos regulares.

"Los idealistas arguyen que las salas hexagonales son una forma necesaria del espacio absoluto o, por lo menos, de nuestra intuición del espacio. Razonan que es inconcebible una sala triangular o pentagonal.", nos cuenta el narrador de la historia.

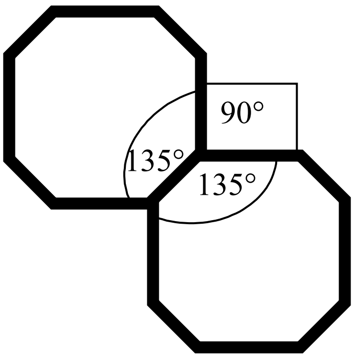
A continuación razonaremos y demostraremos por qué Borges eligió hexágonos y no otra figura, a través de una fórmula matemática que nos brinda, dado el número de lados de un polígono regular (que llamaremos n), la suma de todos sus ángulos interiores:

$$S=180º(n-2).$$

Polígonos regulares de más de seis lados

Resultaría imposible usar figuras con más de seis lados ya que, al encontrarse en un vértice común, cada ángulo medirá más de 120°. Debido a esto, en un vértice en el que confluyan dos polígonos con más de seis lados se encontrarán únicamente dos ángulos, mayores que 120° y menores que 180° (120° < X° > 180°), dejando así huecos entre una figura y otra.

Por ejemplo, tomaremos al *octógono:*



S=180°(8-2)=180°(6)=1080°

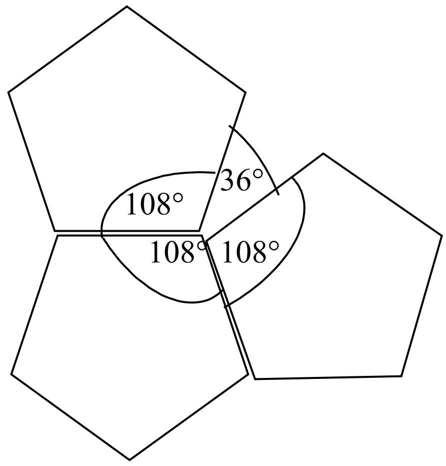
En este caso, cada ángulo mide 135° (1080°:8=135°). Cuando se encuentran dos de esos ángulos, suman 270°, dejando 90° libres, que no pueden ser rellenados con otro octógono.

Ahora menores, empecemos con Pentágonos

S=180°(5-2)=180°(3)=540°

Para el pentágono, la suma de los ángulos interiores es de 540°, por lo cual cada ángulo mide 108°.

En este caso, cuando se encuentren tres pentágonos en algún vértice común, siempre quedará un hueco de 36° entre ellos; ***no se podrían utilizar pentágonos.***

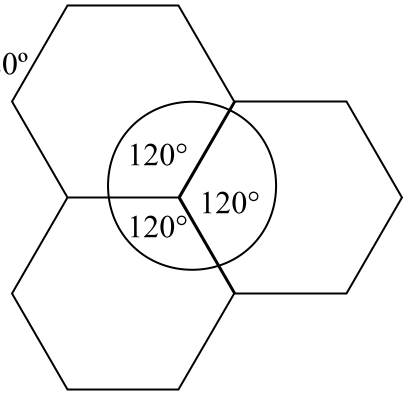


Hexágonos

$$S=180°(6-2)=180°(4)=720°$$

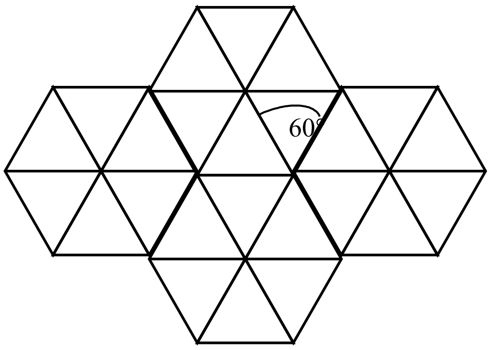
Para el hexágono (n=6) la suma de los ángulos interiores es 720º. Dado que hay seis ángulos iguales, cada uno medirá 120º.

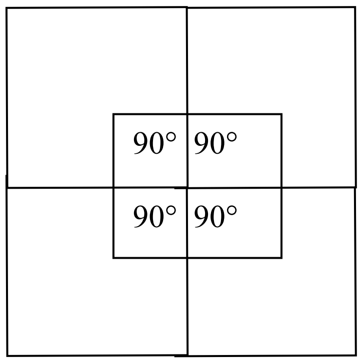
En cada vértice de los hexágonos confluyen tres ángulos de 120º cada uno, que suman en total 360º; no hay lugar para los huecos. Entonces, si se sigue la teoría de que "… las salas hexagonales son una forma del espacio absoluto…", sin huecos, ***la figura más adecuada para cumplir con esta tarea será el hexágono regular.***



Cuadrados y triángulos

Se podrían utilizar triángulos equiláteros o cuadrados, pero se usa el hexágono regular por una cuestión óptima; es la figura que ocupa la mayor superficie (si se tiene el mismo perímetro) dentro de los polígonos que tienen la capacidad de cubrir todo el espacio.





Puede demostrarse que dado un mismo perímetro, de los polígonos regulares que cubren el plano, el hexágono es el de mayor superficie.

Triángulo equilátero

Perímetro = 12 cm.
Lado = 4 cm.
Altura: 3,464 cm.
Área = 6,928 cm ^{2}

$$Sup.Tr. = \frac{B \cdot H}{2} = \frac{4cm \cdot 3{,}464cm}{2} = 6{,}928cm^2$$

Cuadrado

Perímetro = 12 cm.
Lado = 3 cm.
Área = 9 cm ^{2}

$$Sup.Cuadrado = Lado^2 = (3cm)^2 = 9cm^2$$

Hexágono

Perímetro = 12 cm.
Apotema = $\sqrt{3}cm$
Área = 10,392 cm ^{2}

$$Sup.Hex. = \frac{Perímetro \cdot Apotema}{2} = \frac{12cm.\sqrt{3}cm}{2} = 10{,}392cm^2$$

Concluciones
Vemos como los chicos asombrosamente van generando sus argumentaciones constructivamente, usando nociones vistas previamente, usando una suerte de inducción como en el segundo trabajo, armando un caso inicial manejable y luego generalizando.

Como vemos los chicos de los hexágonos, plantearon como verdadera la tesis que Borges plantea partiendo de los axiomas que establece en el cuento, analizan cada caso encontrando que el único caso que no genera contradicción es el de los hexágonos.

Esta experiencia fué publicada en la revista escolar anual del 2011, y generó en los chicos enormes inquietudes acerca de la matemática y sus aplicaciones en otro campos. Pero creo que lo que les dejo esta experiencia, se va a ver en unos años.

Dentro de lo que me dejó a mi, es la enorme capacidad que a esa edad se manifiesta en los chicos de investigar y cuestionar, dada la característica de libertad que les daba la tarea, y como este modo de aprendizaje desarrollado, se naturalizo a lo largo del año en otros temas, pues la actividad fue en el primer semestre.

Considero que habría que explorar este tipo de actividades un poco mas en la curricula, pues no creo que solo se pueda llevar adelante con el perfil de las escuelas universitarias, tal vez en otros casos con algunos ajustes.

Bibliografía

[1] *Ficciones*, J. L. Borges

[2] *Borges y la Matemática* Guillermo Martinez

[3] *¿Como se llama este libro?* Raymond Smullyan

[4] *Matemática 7 y 8* Julia Seveso de. Kapeluz

[5] *Enseñanza de la matemática en la escuela media*. Santaló,L.A. Ed. Docencia