¿CÓMO VIVE EL INFINITO EN LOS LIBROS DE TEXTO DE FORMACIÓN DOCENTE?

Verónica Molfino – Florencia Rivero
veromolfino@gmail.com – florenciaprs@gmail.com
Departamento de Matemática del Consejo de Formación en Educación - Uruguay

Tema: Investigación didáctica
Modalidad: CB
Nivel educativo: Terciario-Universitario
Palabras clave: Tipos y usos de infinito, Libros de texto, Discurso matemático escolar, Formación Docente.

Resumen

Se busca mostrar los avances de un diseño de investigación el cual forma parte de la evaluación final del Diploma de Matemática. En este trabajo reflexionamos acerca de los distintos tipos de infinito que se pueden distinguir en los libros de texto de la carrera de profesorado de Matemática del Consejo de Formación en Educación. El concepto de infinito es abordado explícitamente recién en cursos avanzados de nivel terciario, pero está presente en el discurso escolar y extra escolar desde tempranas edades y relacionado con muchos de los temas de los distintos cursos de Matemática de educación media y superior. A partir del análisis del desarrollo de esos temas en los textos, buscamos identificar qué tipos de infinito asumen implícitamente los autores, así como los usos que le dan. A juzgar por investigaciones previas sobre las concepciones de infinito de estudiantes de profesorado (Acosta, Figares, López, Mesa, Molfino y Rivero, 2014) no nos sorprendería encontrar ideas contrapuestas asumidas implícitamente en un mismo texto. Se quiere reflexionar sobre nuestro discurso matemático escolar, en particular en lo que hace a la idea de infinito que transmitimos tanto los docentes como los libros de texto y de esta manera rediseñar nuestra propuesta didáctica.

Introducción

El interés por realizar el siguiente trabajo surge en 2012, en el curso de Análisis del discurso matemático escolar del profesorado de Matemática, en el IPA. En dicho curso se realizó un proyecto de investigación sobre las diferentes concepciones de infinito que conviven en los estudiantes de formación docente, el cual fue profundizado luego de terminar la carrera. (Acosta, Figares, López, Mesa, Molfino y Rivero, 2012 y Acosta et al., 2014).

El presente trabajo busca ampliar lo realizado en trabajos anteriores, identificando la convivencia de diferentes tipos de infinitos en algunos aspectos del discurso matemático escolar, específicamente a través del análisis de cómo es usado en libros de texto de la carrera de profesorado de Matemática del Consejo de Formación en Educación.

Consideramos que este trabajo permitirá dejar en evidencia cómo conviven diferentes infinitos, incluso a la interna de un libro de texto “formal”. Es por esto que buscamos con este trabajo reflexionar sobre nuestro discurso matemático escolar, en particular en lo que hace a la idea de infinito que transmitimos tanto los docentes como los libros de texto y de esta manera repensar nuestra propuesta didáctica.

Contexto y fundamentación

En el Uruguay los docentes de educación media se forman en el Instituto de Profesores "Artigas" (IPA) o en los diferentes Centros Regionales de Profesores (CeRP) e Institutos de Formación Docentes (IFD), que desde el año 2008 tienen unificado el plan de estudios. Este trabajo intenta realizar aportes para la formación de profesores de matemática en el Uruguay con el fin de que los resultados encontrados y las conclusiones a las que se llegue puedan ser útiles para mejorar la formación de los futuros docentes. Lestón (2011) plantea que existen diferencias entre el concepto de infinito trabajado en la escuela y el que se aborda en los cursos de formación docente en Argentina. Esto también sucede en el Uruguay, según lo reportado por Acosta et al. (2014), quienes plantean que en los estudiantes de profesorado de matemática de formación docente del Uruguay, conviven diferentes concepciones de infinito.

Objetivo general

Realizar aportes que contribuyan a la reflexión en torno a los distintos tipos de infinito en la formación de profesores de matemática en el Uruguay.

Objetivo específico

Identificar los diversos tipos de infinito presentes implícita o explícitamente en libros de texto de Análisis I, Análisis II y Topología, de los cursos de formación docente en Uruguay.

Marco teórico

Sustentamos la investigación en tres constructos teóricos concebidos dentro de la teoría socioepistemológica: la socioepistemología de prácticas (Montiel, 2011), los "tipos" de infinito (Lestón, 2011. y Acosta, Figares, López, Mesa, Molfino y Rivero, 2014) y la noción de usos del saber escolar (Cordero y Flores, 2007; Buendía, 2012; Fregueiro, 2014).

 ISSN 1688-9886

El rol de las prácticas y el contexto de significación

El modelo de prácticas que propone Montiel (2011) articula prácticas sociales, prácticas de referencia y actividades para explicar la construcción del conocimiento matemático (figura 1).

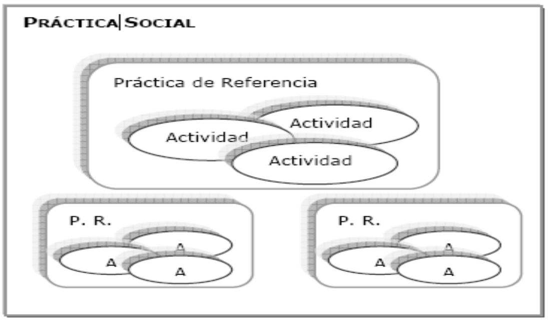

Figura 1. Un modelo epistemológico de prácticas

Se denomina *actividad* (explícita) la que se observa en los individuos y grupos humanos. La *práctica de referencia* es el conjunto articulado de actividades intencionales que siguen un propósito específico enmarcadas en un paradigma específico. Por último, se entiende a las *prácticas sociales* como aquellas normativas de la actividad humana, aquello que hace que los individuos o grupos hagan lo que hacen. (Covián, 2005). Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J. y Martínez-Sierra, G. (2006) sostienen que las prácticas sociales tienen, además de la función normativa, la de generadora de conocimiento.

Para la descripción de los "tipos" de infinito nos es útil considerar también otro constructo propio de la socioepistemología, el *contexto de significación de cierto conocimiento,* concebido por Espinoza (2009): "es el ámbito en el cual cierta persona o colectivo sitúa la significación de cierto conocimiento en cierto escenario sociocultural." (p. 150)

Sobre los "tipos" de infinito

En la comunidad matemática y la de la matemática educativa es ampliamente aceptada la existencia de dos tipos o concepciones de infinito, el infinito actual y el potencial (Waldegg, 1996; Garbin y Azcárate, 2002; Hitt, 2003; Franco y Ochoviet, 2006, Mamolo, 2009; Pehkonen y Hamula, 2006). Generalmente estos dos infinitos son descriptos en términos intrínsecos a la matemática, según el tipo de proceso u objeto al que hacen referencia.

A los efectos de la presente investigación, esa descripción nos es insuficiente ya que no da cuenta de los móviles que conducen a la consideración, en uno u otro contexto, de uno u otro tipo de infinito, ni a lo que norma la construcción de dicho saber en los estudiantes. Es por eso que recurrimos a los constructos previamente presentados, el esquema de prácticas y la noción de contexto de significación, para describir lo que hemos identificado, siguiendo a Lestón (2011), como dos tipos de infinito que conviven tanto dentro como fuera de la escuela.

La descripción de Waldegg (1996) de ambos tipos de infinito nos brinda herramientas para identificar las actividades y prácticas asociadas a ellos:

Según él, el infinito potencial es el que:

> *No tiene fin*, lo que **siempre** (infinito temporal) se puede continuar. A este tipo de infinito lo llamamos *infinito potencial*, es el único infinito aceptado por Aristóteles y es el único infinito admitido en la ciencia hasta el siglo XIX. Un ejemplo claro de infinito potencial es la **serie** de los números naturales (los números "para contar"), en donde siempre es posible hallar el sucesor de un número dado, no importa qué tan grande sea este número, aunque siempre el número y el sucesor son **finitos.** (Waldegg, 1996, p 110)

Mientras que el infinito actual,

> Está asociado a la idea de totalidad, de completez y de unidad. Un proceso (potencialmente infinito en sus orígenes) se considera ahora *acabado* y los límites, *alcanzados*. Esta es la forma en la que el matemático piensa hoy en el *conjunto de **todos** los números*, sin que tenga la necesidad de nombrar o pensar cada uno de ellos, individualmente.(Waldegg, 1996, p 110)

A partir de una investigación de corte socioepistemológico, Lestón (2011) amplía estas descripciones de lo que llamaremos "tipos" de infinito haciendo uso del esquema de prácticas propuesto por Montiel (2011). Así, logra identificar que la *práctica social* asociada al infinito potencial es la geometrización del espacio, la *práctica de referencia* es la matematización del mismo (concebir el movimiento, medirlo) y el *contexto de significación* es el estudio de curvas (lo que hoy llamamos *análisis*).

La *práctica social* que según Lestón (2011) norma al infinito actual es la aritmetización de las cantidades infinitas, la matematización de las cantidades es la *práctica de referencia* y el *álgebra* aparece como el *contexto de significación*.

<u>Usos del conocimiento matemático escolar</u>

Buendía (2012) plantea que "en el seno de una epistemología de prácticas -en este caso la del infinito- se manifiesta, necesariamente, el uso del conocimiento" (p. 14). Esto se contrapone con los fines de los sistemas educativos, ya que estos “se han preocupado por lo que sabe un estudiante o un docente, pero no por cómo se *usa* ese saber” (p.14).

Fregueiro (2014) sostiene que los usos buscan “dar explicaciones acerca del rol que tiene determinado saber en la construcción del conocimiento matemático” (p. 9), Los usos son los que nos permiten identificar “cómo es percibido un saber, cómo el sujeto actúa sobre este saber y que función cumple este saber en un conjunto de tareas específicas que se organizan para resolver una situación determinada”.(p 9) Hacen referencia a cómo funciona el conocimiento matemático utilizado por un grupo humano para resolver una situación específica.

Cordero y Flores, (2007) plantean que los usos tienen *funcionamientos* específicos que dependen de la situación y que conllevan *formas* específicas.

Basándonos en Buendía (2012) y en Cordero y Flores (2007), entendemos por *funcionamiento del conocimiento matemático* al conjunto de acciones, ejecuciones u operaciones que desempeña el conocimiento en una situación específica. Mientras que la *forma del conocimiento matemático* es su apariencia perceptible, como la manera en la que el sujeto actúa con ella y sobre ella en una cierta tarea. Se trata de un actuar en un sentido amplio, pues se consideran aspectos sobre cómo el sujeto calcula, cómo argumenta, cómo resuelve o incluso cómo representa, dependiendo de la tarea particular. Son las maneras en las que es percibido el conocimiento, cómo actúa el sujeto, cómo argumenta con el conocimiento matemático que se pone en juego para resolver una situación.

Nuestro objetivo consiste en identificar las diversas nociones de infinito presentes en libros de texto utilizados en el Profesorado de Matemática en Uruguay. Por un lado, esas nociones, presentes ya sea implícita o explícitamente, serán descriptas en términos de los “tipos” de infinito que caracterizamos en la sección denominada *Sobre los “tipos” de infinito*. Por otro lado, entendemos que el análisis necesario para tal identificación nos conducirá a identificar los usos del infinito en esos textos, en el sentido de lo desarrollado en la sección sobre los usos del conocimiento.

Para lograr nuestro objetivo, nos proponemos analizar en concreto las *actividades* inherentes al diseño de los textos (introducción a los temas, definiciones adoptadas, enunciados de axiomas y propiedades, presentación o no de demostraciones, ejemplos y no ejemplos propuestos, actividades para el lector, entre otras). Tal análisis nos dará pautas para, por un lado, inferir qué práctica sociales y de referencia norman la aparición del infinito en los textos, y por otro, identificar los usos que en ese contexto se le da a uno y otro tipo de infinito.

Metodología

La investigación proyectada consiste en el análisis de libros de texto que se utilizan en el profesorado de Matemática de Uruguay, seleccionados en base a recomendaciones de algunos docentes a cargo de los cursos de Análisis I, Análisis II y Topología del IPA. Para el curso de Análisis I se analizará: "Cálculo infinitesimal en una variable", De Burgos (2007), para el curso de Análisis II se analizará "Problemas y Teoremas de Análisis Matemático. Integrales Impropias y Series", Borghi, (2005). Y para el curso de Topología: "Topología General" Munkres (2002).

En ellos analizaremos las *actividades*, inherentes al diseño de los textos, única dimensión explícitamente observable del esquema de prácticas. Se mirará la introducción a los temas, definiciones adoptadas, enunciados de axiomas y propiedades, presentación o no de demostraciones, ejemplos y no ejemplos propuestos, actividades para el lector, entre otras, esto nos dará pautas para inferir qué práctica sociales y de referencia norman la aparición del infinito en los textos, además miraremos los usos que en ese contexto se le da a uno y otro tipo de infinito.

Con el objetivo de mostrar la viabilidad del proyecto, en esta primera instancia seleccionaremos uno de los libros y aplicaremos la metodología descripta para, a partir de los constructos teóricos considerados, identificar el tipo de infinito y los usos presentes en el texto.

Conclusiones esperadas

Consideramos que los libros de textos reflejarán en cierta medida una de las conclusiones mencionadas en Acosta, et al. (2014) respecto a que ambos infinitos conviven en los estudiantes, solo que en este caso la convivencia se da en los libros de texto. Por otro lado no consideramos que surja la concepción finitista del infinito en los libros de textos.

Creemos coherente visualizar, en los libros de textos utilizados en los cursos de Análisis I y II, mayoritariamente el infinito potencial debido a que el contexto de significación de este es el análisis, así como evidenciar mayoritariamente el infinito actual en el libro de texto utilizado en Topología.

Como ya sabemos el concepto de infinito vive de forma implícita en nuestras aulas pero es raramente explicitado en alguna de las manifestaciones del discurso matemático escolar.

Entendemos que con este proyecto brindaremos herramientas para seguir explicitando parte de lo que se pone en juego cuando el infinito aparece, solapado, en el aula. Y así reflexionar sobre cómo las diferentes concepciones conviven en el discurso matemático escolar.

Referencias bibliográficas

Acosta, S., Figares, G., López, V., Mesa, V., Molfino, V. y Rivero, F. (2014) Infinito, Límite de lo ilimitado. En G, Buendía, V, Molfino y C. Ochoviet, (Eds). *Estrechando lazos entre investigación y formación en Matemática Educativa*. (pp. 11-30), Uruguay: CFE, Departamento de Matemática.

Buendía, G (2012) El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio con profesores. *Educación Matemática, vol. 24, núm. 2*, pp. 9-35. Santillana. México.

Borghi, J (2005) *Problemas y Teoremas de Análisis Matemático. Integrales Impropias y Series*. Tradinco. Uruguay.

Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J. y Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, *Número especial*, 83-102.

Covián, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya*. Tesis de maestría no publicada. México: Cinvestav-IPN.

Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemologico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*., *10*, 7-38.

De Burgos, J. (2007). *Cálculo infinitesimal de una variable*. Madrid: Mcgraw-Hill / Interamericana de España.

Espinoza Ramírez, L. (2009). *Una evolución de la analiticidad de las funciones en el siglo XIX. Un estudio socioepistemológico*. Tesis de maestría no publicada. CINVESTAV del IPN, México

Franco, G. y Ochoviet, C. (2006). Dos concepciones acerca del infinito. El infinito actual y el infinito potencial. En G. Martínez Sierra (Ed.), *Acta Latinoamericana de*

Matemática Educativa 19, 509-513. México Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.

Fregueiro, M. (2014). *Usos y resignificación del número real en la obra matemática de René Descartes*. Tesis de maestria no publicada. CINVESTAV del IPN, México

Garbin y Azcárate (2002). Infinito actual e inconsistencias: acerca de las incoherencias en los esquemas conceptuales de alumnos de 16-17 años. *Enseñanza de las ciencias*, *20 (1),* 87-113.

Hitt, F. (2003). El concepto de infinito: obstáculo en el aprendizaje de límite y continuidad de funciones. En Filloy, E. (Ed), *Matemática Educativa. Aspectos de la investigación actual,* (pp 91 - 111). México DF, México: Fondo de Cultura Económica.

Lestón, P. (2011a). Concepciones del espacio geométrico y su relación con el infinito. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 24,* 853-861. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Lestón, P. (2011b). *El infinito en el aula de matemática. Un estudio de sus representaciones sociales desde la socioepistemología*. Tesis de Doctorado no publicada. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. México.

Mamolo, A. (2009) Intuitions of “infinite numbers”: Infinite magnitude vs. infinite representation. *The Montana Mathematics Enthusiast*.Vol.6, Nº 3.305-330.

Montiel, G. (2011). *Construcción de conocimiento trigonométrico. Un estudio socioepistemológico*. México: Ediciones Díaz de Santos.

Molfino, V (2010) *Procesos de institucionalización del concepto de límite: un análisis socioepistemológico*. Tesis de Doctorado no publicada. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. México.

Munkres, J.R (2002) Topología. Pearson Educación, S.A. Madrid.

Pehkonen, E y Hamula, M (2006) Infinity of numbers: a complex concept to be learnt? *Proceddings PME-NA Vol 2. 152-155*

Waldegg, G (1996) Identificación de obstáculos didácticos en el estudio del infinito actual. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. Vol. 1, núm. 1. 107-122. Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A.C. México