



## EMERGENCIA DE UN MARCO CONCEPTUAL PARA LA INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LÍNEA

César Augusto Pérez-Gamboa  
caperez.cideccyt@gmail.com

Cideccyt. Centro de Investigación y Desarrollo del Pensamiento  
*International Center For Integral Formation*  
México/Colombia

Tema: 4. Uso de tecnologías

Modalidad: Comunicación breve

Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)

Palabras clave: “Interconexión de teorías”, “e-sistema didáctico”, “semiótica digital”, “representaciones ejecutables”.

### Resumen

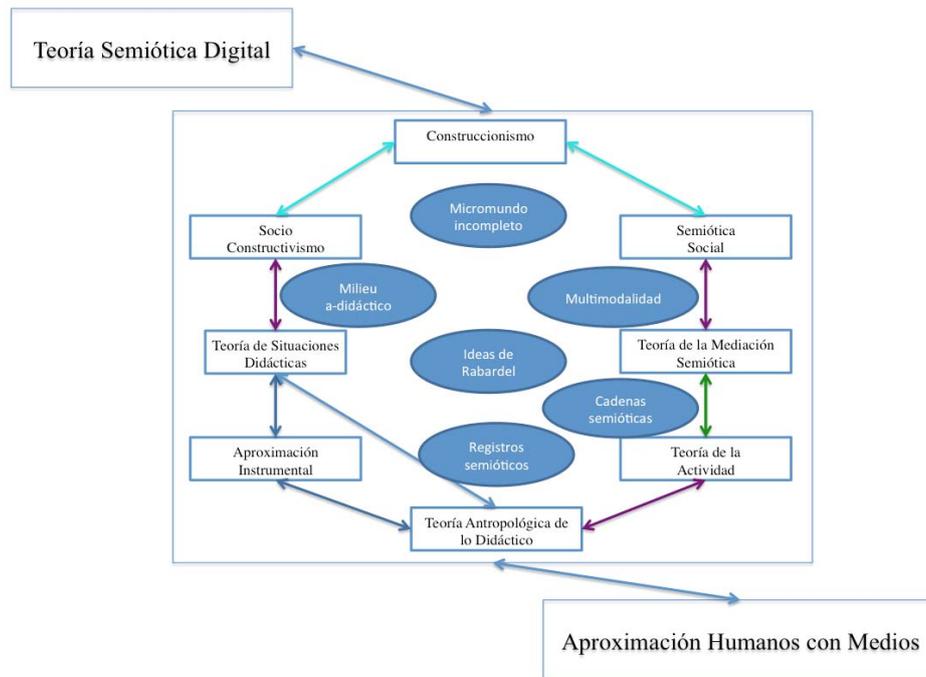
*Al considerar a la educación matemática en línea como un nuevo escenario de aprendizaje, esta investigación aborda el interrogante sobre cuáles deberían ser los marcos teóricos y las metodologías que den cuenta de los fenómenos didácticos que aquí se desarrollan (Borba y Llinares, 2008) como parte de una nueva agenda de investigación. El propósito, es elaborar un marco conceptual desde una interconexión entre el marco teórico integrado de Remath (Alexopouluo et al, 2009), la teoría semiótica digital (Hegedus y Moreno-Armella, 2011) y la aproximación humanos con medios (Borba y Villareal, 2005) y fortalecerlo desde una perspectiva interdisciplinaria (educación matemática, e-learning, ciencias de la computación y neurobiología) que incida benéficamente en la investigación, innovación y formación en educación matemática en línea. Como una ampliación de la problemática didáctica, se considera la existencia de una inflexión epistemológica que genera la relación de intersubjetividad sujeto-sujeto, donde el e-Sistema Didáctico (Pérez, 2011) es el sujeto dinámico a investigar.*

### Introducción

La empresa central de este trabajo es constituir un *marco conceptual* para la educación matemática en línea —como nueva agenda de investigación—, que contribuya al debate que existe en la comunidad académica de la disciplina sobre cuáles deberían ser los marcos teóricos y las metodologías de investigación que den cuenta de los fenómenos didácticos que aquí se desarrollan (Borba y Llinares, 2008). Muestra de la relevancia de este debate es la publicación especial en The “*Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*”. Marcelo C. Borba y Salvador Llinares [Eds.] (2012). *Online Mathematics Education*. Vol. 44, No 7. Springer; Además, existe en el (PME) un espacio de discusión sobre el tema.

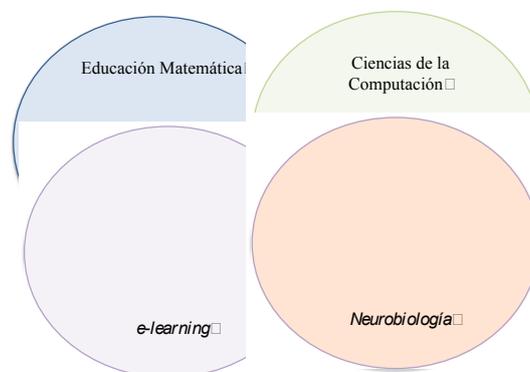
Se busca que este marco conceptual sea lo suficientemente abierto y flexible para favorecer su evolución, a través de la repetición cíclica. A su vez, que se constituya en una herramienta eficaz para una amplia comunidad de investigadores, diseñadores y

profesores, que les permita observar y explicar los fenómenos didácticos del *e-learning de las matemáticas*. Para lograr esta conceptualización, se plantea la interconexión (Fig.1) entre el marco teórico integrado de Remath (Alexopoulou et al, 2009), la teoría semiótica digital (Hegedus y Moreno-Armella, 2011) y la aproximación humanos con medios (Borba y Villareal, 2005).



**Fig. 1.** Interconexión teórica para la conceptualización de la educación matemática en línea.

Posteriormente potenciar esta interconexión, con un proceso interdisciplinario entre los marcos teóricos pertenecientes a la educación matemática, las ciencias de la computación, el *e-learning* y la neurobiología (Donald, 2010, 1991) que aborden problemas didácticos sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemática en entornos interactivos de aprendizaje en línea (Fig. 2).



**Fig. 2.** Interdisciplinariedad para constituir un marco conceptual de la educación matemática en línea.



El propósito es establecer elementos conceptuales a las dos cuestiones fundamentales planteadas por Artigue (2007, p. 9): *¿qué esperamos de la educación matemática?* y *¿qué consideramos como un progreso, una regresión o un fracaso?* Para dar respuestas a estas incógnitas se apela al uso e impacto de los medios digitales en la educación matemática.

En la disciplina, el énfasis inicial a las respuestas de estos interrogantes, se dio en las tecnologías clásicas (*Computer Algebra System*, hoja de cálculo, programas computacionales de geometría dinámica, calculadoras gráficas y simbólicas), ahora las impugnaciones las buscamos desde las tecnologías digitales en línea. Con la intención de construir una prospectiva de los retos que fija el futuro inmediato de la educación matemática en este entorno y contraponer respuestas apropiadas desde una perspectiva multiteórica e interdisciplinaria.

Partimos del indicio que la didáctica de las matemáticas de lo presencial es una disciplina en relación a un objeto de investigación, este corresponde al “sistema didáctico” (Chevallard, 1992). Para el caso de los entornos en línea, es una disciplina que presenta una inflexión epistemológica que genera una intersubjetividad, al generar una relación dinámica entre *sujeto-sujeto*, en donde el sujeto a investigar es el *e-sistema didáctico* (Pérez, 2011), que se considera una relación ternaria (e-profesor, e-estudiante, e-contenido), complementada con un e-contrato didáctico (Richard et al, 2011) y un sistema estudiante-*milieu* (Pierce, R. Stacey, S. y Wander, R; 2010) [ Ver Fig. 3 en el anexo] .

### **Escenario de la educación en línea**

Montiel, G, Castañeda, A, y Lezama, J. (2007) plantean que la modalidad en línea de la educación a distancia esboza un *escenario* diferente de cualquier otro que le preceda, en consecuencia lo que se ha venido desarrollando esencialmente es una práctica sin fundamentos de investigación (Hopper, 2001). Ahora bien, realizar investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el *escenario en línea*, debe considerar el *escenario* mismo, el efecto de su organización y su constitución, los contenidos y su transposición al escenario, la actividad de los actores educativos y las relaciones que establecen con el propósito de generar aprendizaje (Montiel y Pérez, 2009).



Se supone que en la educación matemática las peculiaridades tecnológicas y de comunicación se consideran variables didácticas, ya que son elementos propios del escenario que evidentemente condicionan la actividad didáctica. En consecuencia, en esta investigación se parte de la hipótesis que *el aprendizaje y lo aprendido quedarán matizado por el escenario*. En este caso, el escenario presenta fenómenos como la coacción entre el sujeto cognitivo y la tecnología (Moreno, Hegedus y Kaput, 2008), el dominio de la expresión escrita, el uso de interfaces —visuales, de texto, de audio y/o video—, la comunicación multidireccional —sincrónica y/o asincrónica— la interactividad, la autonomía y los recursos accesibles en Internet que demanda la modalidad. Por ejemplo, en el escenario virtual se pueden presentar fenómenos como la multimodalidad semiótica la cual se consigue rastrear por medio de cadenas semióticas. En relación al escenario, la Internet, Borba (2009, p. 4) explica puede incorporar el discurso multimodal en las matemática, ya que se tienen imágenes, películas y música de una manera que no era posible antes. Este nuevo fenómeno, que es analizado por autores como Hughes (2007), ofrece nuevas posibilidades para la educación matemática. Es por eso, que en la investigación de educación matemática en línea es necesario que hoy seamos visionarios.

Respecto a los fenómenos de multimodalidad semiótica, se considera que el comprender cómo los estudiantes entienden los objetos y procesos matemáticos a través de su actividad con Artefactos Digitales Dinámicos (ADDs) requiere la consideración de esta diversidad que va más allá de la variedad de los registros semióticos de las representaciones implementadas con la tecnología. Es de notar que el trabajo sobre la multimodalidad se encuentra aún en un estado emergente y ha sido principalmente impulsado por la investigación sobre el aprendizaje matemático en entornos de aprendizaje interactivos tales como aquellos adheridos a los ADDs de ReMath (Eduard, Radford & Arzarello, 2009). Como indica Sfard (2009), se deben desarrollar una base conceptual más sólidas, una mayor comprensión sobre los papeles positivos y negativos posibles de gesticulación al tiempo que el aprendizaje de las matemáticas tiene que ser desarrollado junto con una comprensión más profunda de las potencialidades respectivas de expresiones y gestos de sus relaciones (Alexopoulou et al, 2009, p. 61).

En el caso particular del trabajo de Remath, se plantea que una conjetura compartida corresponde al hecho de que la construcción de significado de los objetos matemáticos y los procesos a través de las representaciones es en esencia una actividad social. En consecuencia, reconocen que la necesidad de ampliar la unidad de análisis, en su diseño



e implementación de cualquier experimento de enseñanza, para incluir el discurso generado por estudiantes y maestros al manejar tareas relacionadas al uso de la tecnología. Tomando una perspectiva semiótica, algunos de los equipos de ReMath asumen enfoques teóricos específicos que identifican el papel central de las representaciones, ya sea como un producto o como un medio, en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En particular, cuando éstos procesos son interpretados como el desarrollo del discurso del aula en el cual los estudiantes y los profesores están comprometidos activamente. A partir de ésta perspectiva, cada ADD ofrece un potencial basado en sus características y distintos modos de uso. La noción de cadena semiótica es una de las construcciones teóricas que han sido usadas fructíferamente en la experimentación transversal y considera una herramienta útil para describir procesos de construcción de significados en actividades de clase (Alexopoulou et al, 2009, p. 62) y puede ser extensiva a los fenómenos didácticos en entornos en línea.

Por otra parte, es necesario para comprender la educación matemática en línea: explicitar una conceptualización respecto a la cognición, la didáctica, la epistemología y las prácticas sociales que sobrevienen en los escenarios virtuales; determinar ¿qué se entiende por educación matemática en línea?; ¿qué aspectos la caracterizan? y construir ideas para modelizarla.

### **Resultados**

Entre los resultado que se esperan son: un estudio multidimensional de la evolución de la investigación e innovación del uso e impacto de las tecnologías digitales, como referente para la disciplina y de las nociones teóricas que incidan en el estudio de fenómenos didácticos en el escenario virtual. Un consenso científico sobre la definición de educación matemática en línea a través de un cuestionario y una entrevista semi-estructura a grupos de enfoque (profesores, diseñadores, gestores).

Se obtendrá una interconexión teórica en donde se considera la dimensión operativa del marco teórico integrado de Remath, la teoría semiótica digital y la aproximación humanos con medios, para que contribuya a entender los fenómenos didácticos de la educación matemática en línea, interconexión realizada a través de la experimentación con los artefactos digitales dinámicos y la observación con teorías diferentes a su creación.



## Bibliografía

- Artigue, M. (2009). Didactical design in mathematics education. In, C. Winslow (Ed.), *Nordic Research in Mathematics Education. Proceedings from NORMA08 in Copenhagen*, pp. 7-16. Rotterdam: Sense Publishers.
- \_\_\_\_\_. (2008) Digital technologies: a window on theoretical issues in Mathematics education, in Pitta- Pantazi, D. and Philippou, G. (eds.) *Proceedings of CERME 5*, Larnaca, Chyprus, <http://ermeweb.free.fr/CERME5b>, 68-82.
- \_\_\_\_\_. (2007). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. En: Mancera, E. y Pérez, C. (2007). *Historia y Perspectiva de la Educación Matemática. Memorias de la XII CIAEM*, pp. 9-21. Edebé Ediciones Internacionales S.A. de C.V. México.
- \_\_\_\_\_. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. Vol 7 (3), 245-274.
- \_\_\_\_\_. (1989). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 9.3., 281-308.
- Alexopoulou et al. (2009). *Integrated Theoretical Framework Version On: Alexopoulou et al. (2009) Representing Mathematics with Digital Media*. Project Number: IST4-26751 ReMath.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- Borba, M. (2007). Humans with Media: a performance collective in the classroom? Keynote address at the fields symposium on digital mathematical performance, June 2006.
- \_\_\_\_\_. (2009). Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education: Transforming Mathematics Education through the Use of Dynamic Mathematics Technologies*, 41(4):453-465
- Borba, M., & Confrey, J. (1996). A student's construction of transformations of functions in a multiple representational environment. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, 31, 319-337. doi:10.1007/BF00376325.
- Borba, M., & Villarreal, M. (2005). *Humans-with-Media and reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. USA: Springer (Mathematics Education Library).
- Borba, M., & Scheffer, N. (2004). Coordination of multiple representations and body awareness [videopaper]. *Educational Studies in Mathematics*, 57(3) [on CD-ROM].
- Callejo, M., Llinares, S., & Valls., J. (2008). Using video-case and on-line discussion to learn to "notice" mathematics teaching. In Figueras, O. & Sepúlveda, A. (Eds.) (2008). *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the XX North American Chapter Vol. 2*, pp. 233-240. Morelia, Michoacán, México: PME.
- Chevallard, Y. (1992), *Concepts fondamentaux de la didactique. Perspectives apportées par une approche anthropologique*. *Recherche en didactique des Mathématiques* 12(1), 73-112.



- Donald, M., (2010). The Exographic Revolution: Neuropsychological Sequelae. In Malafouris L. & Renfrew C. (eds) *The Cognitive Life of Things: Recasting the boundaries of the mind*. Cambridge, UK: McDonald Institute Monographs, pp.71-79.
- Donald, M., (1991). *Origins of the Modern Mind: Three Stages in the Evolution of Culture and Cognition*. Cambridge (MA): Harvard University Press.
- Ferrara, F., Pratt, D., & Robutti, O. (2006). The role and uses of technologies for the teaching of algebra and calculus: ideas discussed at PME over the last 30 years. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 237–273). Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers.
- Friedman, A y Heafner, T. (2010). Web 2.0 Tools in Social studies methods. Pp 314-332. En Yamoto, Lombard y Hertzog (Eds.) *Technology Implementation and Teachers Education: Reflective Models*. Information Science Reference. USA.
- Gadanidis, G. y Borba, M. (2008). Our lives as performance mathematicians. For the learning of mathematics (Vol. 28, pp. 44–51), Series 1, ISSN/ISBN: 02280671.
- Guin, D., Ruthven, K., & Trouche, L. (2005). The didactical challenge of symbolic calculators. Turning a computational device into a mathematical instrument (Vol. 36), Hardcover, Ships.
- Hopper, K. (2001). Is the Internet a classroom? *TechTrends* 45(5), 35-43
- Hotte, R y Contamines, J (2007). Communautés de pratique : auteurs et utilisatrices des banques de ressources éducatives. Pp. 289-314.
- Johnson, K. (2010). Peer to peer: Using the electronic discussion board during student teaching. Pp.- 60-74. En Yamoto, Lombard y Hertzog (Eds.) *Technology Implementation and Teachers Education: Reflective Models*. Information Science Reference. USA.
- Kaput, J. J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra*. Hillsdale, NJ: LEA.
- Kieran, C., & Yerushalmy, M. (2004). Working group on technological environments. In K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Kress, G. (2003). *Literacy in the new media age*. London: Routledge.
- Kynigos, Ch, Dimaraki, E, Trouki, E. (2007) pupil communication during electronic collaborative projects: integrating communication tools with communication scenarios. Pp 155-172. En Hoppe, H, Ogata, H y Solle, A. (2007) *The Role of Technology in CSCL. Studies in Technology Enhanced Collaborative Learning*. Springer.
- Llinares, S y Valls, J. (2009a). The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: interaction and online video case. studies. *Instr Sci* (37): 247–271.
- \_\_\_\_\_. (2009b). Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussions in a virtual video-based environment en *J Math Teacher Educ*.
- Niss, M. (2007). Reflections on the State and Trends in Research on Mathematics Teaching and Learning: From Here to Utopia. In, F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on*



- Mathematics Teaching and Learning, 1293-1311. Information Age Publishing, Inc., Greenwich, Connecticut.
- Margolinas, C. (2009). Points de vue de l'élève et du professeur: Essai de développement de la théorie des situations didactiques. Habilitation à diriger les recherches en sciences de l'éducation, Université de Provence. Version électronique déposée le 26 juillet 2010 à: [http://tel.archivesouvertes.fr/docs/00/42/96/95/PDF/HDR\\_Margolinas.pdf](http://tel.archivesouvertes.fr/docs/00/42/96/95/PDF/HDR_Margolinas.pdf).
- Montiel, G y Pérez, C. (2009). Marcos teóricos para la innovación e investigación en educación a distancia en línea. El caso de la aproximación instrumental. VI CIBEM. Chile
- Montiel, G y Castañeda, A y Lezama, J, (2007). Investigación e innovación en educación a distancia en línea para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En Montiel, G y Buendía, G, (2007). Memoria de la XI escuela de invierno en matemática educativa. Pp. 581-602.
- Moreno-Armella, L., & Hegedus, S. (2009). Co-action with digital technologies. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education: Transforming Mathematics Education through the Use of Dynamic Mathematics Technologies*, 41(4), 505–519.
- \_\_\_\_\_. (2011). The emergence of mathematical structures. *Educational Studies in Mathematics*. 70(1).
- Moreno-Armella, L., Hegedus, S., & Kaput, J. (2008). From static to dynamic mathematics: Historical and representational perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 68(2), 99–111.
- Pérez, C. (2011). Aproximaciones conceptuales para la investigación, innovación y formación en educación matemática en línea. En: García, M, Núñez, K, Godoy, M y Garrido, C. (2011). *Actas del II Congreso Iberoamericano sobre Calidad de la Formación Virtual (CAFVIR)*. Chile.
- Pfeil, U. y Zaphiris, P, (2010). Applying qualitative content analysis to study online support communities. *Universal Access Information*. Pp. 9:1–16. Springer.
- Prediger, S., Arzarello, F., Bosch, M., L'Enfant, A. (Eds.) (2008). Comparing, combining, coordinating-networking strategies for connecting theoretical approaches. *ZDM* 40(2).
- Prediger, S., Bikner-Ahsbahr, A., Arzarello, F. (2008). Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches: first steps towards a conceptual framework. *ZDM* 40(2), 165-178.
- Sriraman, B., y English, L., (2010). *Advances in Mathematics Education. Theories of Mathematics Education. Seeking New Frontier*. Springer

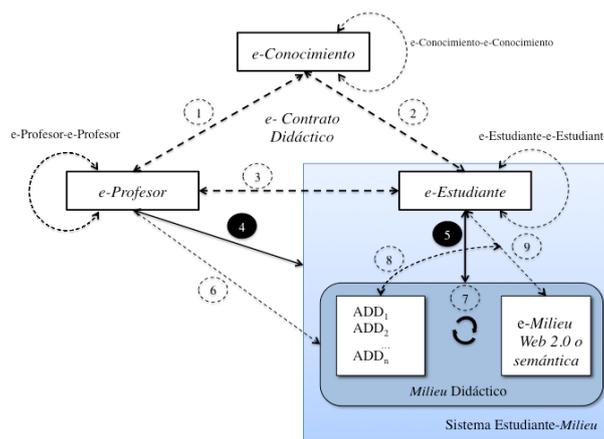
Anexos

**Sujeto de investigación en la educación matemática en línea**

Se tiene que las transformaciones del sistema didáctico es un tema de interés en la disciplina como lo refleja el número especial de The “*Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*”. Goodchild, S y Sriraman, B. [Eds.] (2012). *New Perspectives on the Didactic Triangle: Teacher-Student-Content*. Vol. 44, No 4. Springer.

En la figura 3 se parte de la idea de Anderson (2004) quien plantea que el triángulo didáctico en la educación en línea al menos tiene seis interacciones:

- 1.- e-contenido—e-contenido,
- 2.- e-Profesor—e-Profesor,
- 3.- e-Estudiante—e-Estudiante,
- 4.- e-contenido—e-Profesor (relación 1),
- 5.- e-Contenido—e-Estudiante (relación 2),
- 6.- e-Profesor—e-Estudiante (relación 3).



**Fig. 3.** e-sistema didáctico en escenarios de educación a distancia de matemáticas en línea.

En particular, en el modelo del e-sistema didáctico, se encuentra la interacción entre el estudiante y el *milieu*. Esta noción formalmente aparece como un concepto básico en la Teoría de Situaciones Didácticas en matemáticas planteada por Brousseau (1998) y que de acuerdo con Margolinas (2009):

Brousseau tendrá en cuenta la interacción estudiante-*milieu* como la unidad de interacción cognitiva más pequeña. Un estado de equilibrio de esta interacción significa un estado de conocimiento, el desequilibrio estudiante-*milieu* permite la generación de nuevo conocimiento (la búsqueda de un nuevo estado de equilibrio) (págs. 13-14).



Se considera que esta noción en la educación en línea se amplía y admite la descripción, de una manera profunda, de los conocimientos en juego en una situación didáctica. El edificio del *milieu* caracteriza a cada fragmento del conocimiento de las situaciones específicas relacionadas. Las cuales consisten, en permitir que las estrategias de los e-estudiantes puedan estar motivadas por las necesidades de sus relaciones con el *milieu* y en colaboración con artefactos digitales dinámicos y aplicaciones de la web social; la cual permite al e-estudiante, fortalecer su relación con su *milieu* constituyéndose un *milieu* a-didáctico (Richard et al, 2011), en donde se relacionan artefactos digitales dinámicos con lo que denominamos *e-milieu* (relación 7, 8 y 9) la cual permite procesos de aprendizaje basado en problemas, trabajo colaborativo, representación visual y creación de comunidades virtuales.

Para conocer las producciones de los e-estudiantes y generar gestión de construcción del conocimiento y de comunicación, el e-profesor debe establecer una interacción con el sistema estudiante-*milieu* (relación 4 y 5 en la fig. 3). Incluso si el e-profesor no enseña, apoya al estudiante en su devolución de los e-problemas, y de forma indirecta puede institucionalizar fragmentos de conocimiento.

El papel del profesor, desde el punto de vista de la Teoría de Situaciones Didácticas, se incorpora en el sistema estudiante-*milieu* (relación 4 y 5). Ahora el e-profesor, realiza su principal intervención sobre este sistema (relación 5).

En cuanto el papel de un artefacto digital dinámico es el de intervenir en la interacción con un *milieu* más específico (relación 9). En los entornos en línea la noción de *milieu* didáctico, se conjetura que este se convierte en antagónica al de sistema de enseñanza planteada por Brousseau, entonces la tecnología digital (artefactos digitales dinámicos, aplicaciones web) se transforman en un sub-sistema que intercambia con el estudiante y el *e-milieu* (relación 8 en 9) [Pierce, R. Stacey, S y Wander, R, 210].

En cuanto al contrato didáctico Borba (2009) considera que el enfoque pedagógico que permite un escenario en línea, en donde se enfatiza la elección del tema a estudiar por parte de los estudiantes rompe con los contratos didácticos tradicionales que se dan en el aula de matemáticas (p, 459).

### **Metodología**

Se plantea una ingeniería didáctica (Artigue, 1989, 2009) donde se busca previsiones en la fase de análisis *a priori* sobre el diseño y el diseño del uso de un entorno de



aprendizaje interactivo en línea orientado al segundo año de telesecundaria en México; en donde se propicia y optimiza las características de la co-acción entre los e-estudiantes y el entorno a través del diseño de variables didácticas como e-actividades, e-tareas y e-problemas, apuntado a que las interacciones en el escenario virtual, sean razonablemente productivas y se puedan observar desde una trayectoria hipotética de aprendizaje, coherente con la visión epistemológica de los diseñadores del entorno.

Se tiene diversos métodos de trabajo, en donde se realizan tres estudios de profundización:

- 1) estudio multidimensional de la evolución en investigación e innovación respecto al uso e impacto de las tecnologías digitales entre 2008-2012, con el propósito de tomar elementos teóricos y procedimentales que contribuyan a la delimitación del marco conceptual y el entorno de aprendizaje interactivo,
- 2) búsqueda de un consenso científico sobre la definición de educación matemática en línea; se realiza: a) una revisión bibliográfica con relación al aprendizaje en línea de las matemáticas desde 2008 en la literatura de la disciplina, de ciencias de la computación y de e-learning, b) elaboración y aplicación de un cuestionario dirigido a expertos reconocidos en el ámbito de la tecnología digital en educación matemática, con el propósito de recoger sus consideraciones para lograr un consenso sólido al respecto y c) consulta a grupos de enfoque (profesores, diseñadores, gestores) que usan escenarios de matemáticas en línea,
- 3) una interconexión de marcos teóricos, teniendo en consideración la dimensión operativa de las teorías, para que contribuya a entender los fenómenos didácticos de la educación matemática en línea, a partir de la metodología usada en Remath, que corresponde a un contraste experimental con el uso de artefactos digitales dinámicos.

Con base en los resultados de estos tres estudios se diseña la ingeniería didáctica. Es importante hacer relevante que esta metodología es singular no por los objetivos de las investigaciones que entran en sus límites, sino por las características de su funcionamiento metodológico. Mirada desde su distinción temporal del proceso experimental tiene cuatro fases: análisis preliminar, concepción y análisis *a priori*, experimentación y análisis *a posteriori* y evaluación.



### Objetivos generales

- 1.- Elaborar *un marco conceptual* a través de una interconexión teórica en educación matemática y desde una perspectiva interdisciplinaria que incida benéficamente en la investigación, innovación y formación en educación matemática en línea.
- 2.- Utilizar y comprobar *metodologías y técnicas de investigación* que permitan analizar fenómenos didácticos de la educación matemática en línea.

### Preguntas de investigación

- 1.- ¿Qué elementos conceptuales tienen la dimensión cognitiva, epistemológica, didáctica y social de los escenarios virtuales de matemáticas?
- 2.- ¿Qué se entiende por educación matemática en línea en la comunidad académica y en los grupos de innovación?
- 3.- ¿Qué aspectos caracteriza y cómo modelizar la educación matemática en línea?
- 4.- ¿Cómo llevar a cabo una interconexión teórica que establezca una dialéctica entre la reflexión teórica y el trabajo experimental?
- 5.- ¿Cuáles son las características y usos de las metodologías y técnicas de investigación para conocer los fenómenos de enseñanza y aprendizaje en entornos virtuales de la matemáticas?
- 6.- ¿Qué transformaciones y nuevas perspectivas ofrece el e-sistema didáctico (e-Profesor, e-Estudiante, e-Contenido) a la disciplina y cómo contribuye en la investigación e innovación de la educación matemática en línea?
- 7.- ¿Cuáles son los diferentes modelos de organización de entornos en línea y cuáles son las consecuencias para el *e-learning* de las matemáticas y la constitución de comunidades *e-learning*?
- 8.- ¿Cómo se fortalecen la representación, la comunicación y la visualización matemática en entornos virtuales?
- 9.- ¿Qué papel desempeña las interacciones y la co-acción en el *e-learning* de las matemáticas?
- 10.- ¿Cómo son las comunidades de *e-learning* de las matemáticas que se constituyen en la interacción en línea?