

## MEDIDAS DE COMPRIMENTO E ÁREA COMO ORGANIZADORES PRÉVIOS PARA A COMPREENSÃO DE CONJUNTOS NUMÉRICOS

José Roberto da Silva – Maria Aparecida da Silva Rufino -Laercio Henrique da Silva -  
Everaldo Antonio da Silva - Maria Lucilene do Nascimento - Verina Ana de Souza  
jrobertosilva@bol.com.br – aparecidarufino@hotmail.com -  
aerciohenrique@gmail.com – everaldodebui@ [hotmail.com](mailto:hotmail.com) -  
maria\_lucilene\_1@hotmail.com – verina.souza@ hotmail.com  
Universidade de Pernambuco (UPE) - Brasil

Tema: V – Utilización de herramientas y Recursos adecuados en Educación Matemática  
Modalidad: Mini Curso (MC)

Nivel educativo: Formación y actualización de docentes (5)

Palabras clave: Recurso didático, organizador prévio, comprimento e área, conjuntos numéricos.

### Resumen

*O minicurso investe em comparar materiais manipulativos, visando com o processo de medição de segmentos e/ou áreas favorecer a aquisição dos conceitos de congruência, equivalência, comensurabilidade e incomensurabilidade, bem como pontuar situações que aludam à evolução dos conjuntos numéricos. O embasamento matemático para viabilizar o desenvolvimento das atividades levará em conta alguns aspectos elencados por Lima (1991) e Barbosa (2001), mas os propósitos didático-epistemológicos vão ser organizados a partir de Boyer (1996), Bicudo (2006) e Euclides (2006). O propósito de modificar as posturas pedagógicas de professores e alunos colocando-os em situação de explorador a fim de compreender suas ações como colocam Kemmis (1988) e Elliott (1990) remete o estudo a investigação qualitativa do tipo investigação-ação. A intenção do uso da ideia de superposição trazida dos Elementos de Euclides para ancorar o conceito de medida de segmento e de área com a caracterização de figuras iguais (equivalentes) por decomposição de figuras será empregada para servir de organizador prévio conforme Ausubel (2002). Em síntese, almeja-se que as atividades desenvolvidas conforme já apresentadas para obtenção de comprimentos e áreas de figuras planas favoreçam uma maior compreensão dos alunos do Ensino Fundamental sobre os conjuntos numéricos.*

### Introdução

Na atualidade, o uso de recursos didáticos por parte dos professores de matemática não deixa a desejar se comparado aos de outras áreas como a física, a química, etc. No entanto, há professores alheios acerca do que não se deve atribuir versus o que almeja com tal uso, isso se encontra de forma clara na seguinte definição de Barderas (2000, p. 32): “o recurso não é o conhecimento em si, e sim aquele que como auxílio promove a sua legibilidade porque permite sua intuição, aceitação evidente e/ou compreensão”.

Na literatura, não faltam exemplos, mas se pretende aqui levantar algo que seja convincente sem a necessidade de recorrer a uma citação. Portanto, cabe o seguinte

questionamento: ao longo de sua escolarização ou prática docente, quem não se encantou muito mais com o uso de um software ou material concreto, do que com o conhecimento que se almejava alcançar com tal recurso?

Este minicurso propõe o uso de recursos didáticos, do tipo materiais manipulativos e também textos de apoio adotados na intenção de viabilizarem articulações entre os campos da aritmética e da geometria euclidiana, visando, a partir do processo de obtenção tanto de comprimentos quanto de áreas de figuras planas, favorecer a compreensão dos alunos sobre os conjuntos numéricos no Ensino Fundamental.

### **Embasamento teórico**

A História da Matemática, enquanto linha de pesquisa em educação matemática, serviu de base epistemológica para subsidiar as atividades de âmbito didático-pedagógicas. Em síntese, apoiados na noção de medir a partir da comparação de materiais manipulativos, empregando as noções de justaposição e/ou sobreposição se investe intuitivamente no processo de medição, fazendo coincidir objetos de formas lineares ou de superfícies planas.

A medida de segmentos e áreas, respectivamente, por comparação de objetos lineares e planos, observando a coincidência ou não no processo de medições para obtenção da medida recorrerá, intuitivamente, às ideias de equivalência e congruências como postas na clássica obra *os elementos* de Euclides, que viveu na Grécia (330 a 275 a.C).

Os pressupostos anteriores que vão integrar os textos de apoio mencionados no último parágrafo da introdução, enquanto elaboração dos organizadores deste estudo, foram epistemologicamente embasados em recortes de Bellemain e Lima (2002), Bicudo (2006), Euclides (2006), Barbosa (2001), Boyer (1996), Lima (1991).

Por sua vez, pedagogicamente, cabe destacar que as concepções prévias dos ouvintes que vão participar deste minicurso têm por princípio básico promover a obtenção de êxito diante dos propósitos educativos planejados. As concepções prévias juntas às organizações inerentes ao material de ensino (textos selecionados) tem como intenção de seus elaboradores que sirva de organizadores prévios para favorecer a aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2002) dos minicursistas sobre os conjuntos  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{I}$ , inclusive, ampliando sua compreensão com os números reais ( $\mathbb{R}$ ).

Em acréscimo, diante dessas concepções levantadas sobre conjuntos os IN, Z, IQ, e I, pode-se ajustar o discurso histórico-epistemológico previamente elaborado. A superação de impossibilidades na obtenção de medidas, enfocando-se dificuldades que carecem ser vencidas remete a déficits por se conhecer apenas esses quatro conjuntos.

Daí, apresentados para se conseguir êxito na obtenção de certas medidas de comprimento e área de figuras planas, visando superar tais déficits emerge o conjunto dos números reais (IR). No momento, deve-se registrar que, para contemplar os propósitos deste estudo, o marco teórico ausubeliano precisa ser ampliado com Novak (1981) e Moreira (2005), respectivamente, com suas contribuições humanísticas e crítica a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (1963).

### **Metodologia**

Na atualidade, as metodologias de Investigação em Educação tem se centrado em dois enfoques: o quantitativo e o qualitativo, o que pode ser encontrado em trabalhos como André (2003), Alves-Mazzotti (2002), Moreira (2011), dentre outros.

Neste estudo, há intenção em modificar as posturas pedagógicas de professores e de alunos e aliando a isto aspectos investigativos como colocam Kemmis (1988) e Elliott (1990), e, situando os envolvidos na postura de investigador, buscando explorar para compreender e explicar remete à investigação qualitativa do tipo ‘investigação-ação’.

### **Procedimentos Metodológicos a serem Adotados**

A opção adotada acerca dos recursos didáticos sobre a necessidade da elaboração de materiais didáticos por parte do professor pode ser justificada conforme Silva (2011):

... Esta necesidad de mejora de la calidad de la enseñanza, en cierto modo, desde distintas perspectivas, se origina a partir de diversos problemas que ocasionan muchas dificultades a los profesores en el acto de enseñanza, [...]. En este estudio, por contra, nos proponemos minimizar las dificultades en el acto de enseñanza, partiendo de la utilización de propuestas elaboradas por los propios profesores que buscan, entre otros factores, reducir al máximo la fragmentación, los errores y/o equivocaciones conceptuales, así como la deficiente exposición de los contenidos. (p. 91).

Além disso, ratificando o que foi anunciado e recomendando cuidados a serem tomados pelo docente quando adotar a postura de professor investigador ao pontuar:

Por eso, parece fundamental la participación de dicho sujeto que enseña en la elaboración del material que será utilizado por él en una tarea pedagógica. Y, por último, la calidad educativa de un determinado proceso pedagógico, en cuanto que investigación didáctica, debe evaluar la triangulación entre los resultados obtenidos en términos de *enseñanza* (conceptual y/o conceptualización), *procesos de enseñanza-aprendizaje* (el tipo de recursos adoptados) y *aprendizaje* (el tipo adquisición). (p. 78)

Dessa forma, a planificação de atividades pedagógicas emerge como necessidade inerente à promoção de ações formativas nos cursos de graduação, que auxiliem os graduandos a elaborarem materiais didáticos, no caso deste estudo, articulando as componentes curriculares específicas e pedagógicas.

No caso, das específicas: Geometria Euclidiana e Matemática Básica I e II de forma mais próximas ao interesse do conteúdo matemático tratado, e as pedagógicas: Prática de Ensino II e Estágio Supervisionado II. O propósito foi organizar uma proposta pedagógica para servir de apoio à intervenção pedagógica realizada na disciplina de Estágio Supervisionado II.

O estudo foi elaborado em três etapas. Na primeira e na última, são feitas aplicações de questionário, mas, na primeira, o caráter é diagnóstico e, na última, avaliativo. Por sua vez, os procedimentos da segunda etapa consistem no estudo propriamente dito e foi estruturado em dois momentos.

- No primeiro, trabalham-se as medidas de segmentos, com foco nas noções de *congruência* e *equivalência* a partir da coincidência de objetos de mesma forma. Além disso, explora-se a questão de que a obtenção do comprimento de um segmento decorre das noções de *comensurabilidade* e *incomensurabilidade*, portanto, da possibilidade ou não decorrente do conjunto numérico adotado para medir.
- O segundo, também investe na *congruência* e *equivalência* a partir da coincidência de objetos de mesma forma bem como na *comensurabilidade*, *incomensurabilidade* e possibilidade ou não de realizar a medida decorrente do conjunto numérico, adotado. Só que agora, ao invés da obtenção de comprimento, o foco passa a ser o processo de obtenção da área de figuras planas.

### **Apresentação dos Sujeitos**

O minicurso foi desenvolvido no âmbito do Plano Nacional de Formação de Professores da Rede Básica (PARFOR) na modalidade presencial no curso denominado de Primeira

Licenciatura em Matemática, realizado na Universidade de Pernambuco no Campus mata Norte sob a coordenação do professor José Roberto da Silva.

A organização do estudo teve a orientação do já mencionado coordenador, contando com a colaboração dos professores(as) Maria Aparecida da Silva Rufino que no âmbito dessa organização ministrou a disciplina de Prática de Ensino II e Laercio Henrique da Silva que de modo análogo, ministrou a disciplina de Estágio Supervisionado II.

Os alunos Everaldo Antonio da Silva, Maria Lucilene do Nascimento e Verina Ana de Souza foram os orientandos que planejaram a proposta didática desse estudo e sob a supervisão do professor Laercio Henrique da Silva junto ao professor regente da escola, onde se realizou a intervenção pedagógica. Esta atividade consta como obrigatória no Estágio Supervisionado II, enquanto componente curricular da sexta etapa desse curso.

Por fim, a proposta foi vivenciada no segundo semestre, do ano de dois mil e doze, ocorrendo em uma turma de trinta e cinco alunos do nono ano do ensino fundamental na escola Laurindo Gomes. A escola se situa na cidade de Buenos Aires na região da Mata Norte do estado de Pernambuco.

### **Materiais Utilizados**

- Bastões de tamanhos distintos, onde há um maior que todos e, dentre os demais, apenas dois deles têm o mesmo tamanho, mas em cada um dos menores, cabe um número inteiro de vez no maior.
- Tangran de madeira e de papel construídos na sala.

### **Apresentação das atividades**

#### **Atividade 1**

1ª Ação: A medição dos bastões de mesmo tamanho, um com o outro, visa explorar com a noção de justaposição/sobreposição remete à *congruência* e *equivalência* a partir da coincidência de objetos de mesma forma, culminando com o conceito de comprimento.

2ª Ação: Questiona-se a possibilidade ou não de obter a medida do maior usando os menores. Em caso favorável, solicita-se que apresentem os comprimentos (resultados obtidos), diante das obtenções, procura-se trazer a idealização de *comensurabilidade*.

3ª Ação: Questiona-se a possibilidade de medir os menores, usando como instrumento para medir o maior. Destaca-se que, em IN e Z, isto não é possível, mas em IQ sim, solicitam-se os resultados obtidos e apresenta-se a ideia de *incomensurabilidade*.

## **Atividade 2**

1ª Ação: Solicita-se medir o triângulo grande do tangran com seu correspondente, um com o outro, na intenção de resgatar, com a sobreposição, as ideias de *congruência* e de *equivalência*, fazendo uso da coincidência de objetos de mesma forma para conceituar área de figuras planas.

2ª Ação: Questiona-se a possibilidade ou não de obter a medida de um dos triângulos grande, usando tanto o triângulo quanto o quadrado pequeno. Em caso favorável, solicita-se que apresentem a área obtida, retomando a ideia de *comensurabilidade*.

3ª Ação: Questiona-se a possibilidade de medir o triângulo e o quadrado pequeno, usando o triângulo grande como instrumento para medir. Destaca-se que em IN e Z, isto não é possível, mas em IQ sim, solicitam-se os resultados obtidos e apresenta-se a ideia de *incomensurabilidade*.

## **Considerações educacionais**

O uso da ideia de superposição, trazida dos Elementos de Euclides para ancorar o conceito de área com a caracterização de figuras iguais (equivalentes) por decomposição de figuras foi contextualizada para servir de organizador prévio. Além disso, tem-se também o intuito de explorar a possibilidade, de êxito ou não, no processo de medição de uma dada figura plana diante da opção por certo conjunto numérico aludir a um tipo de justificativa para evolução desses conjuntos.

### Referências bibliográficas

- Ausubel, D. P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: Una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Padiós.
- Ausubel, D. P. (1963). *The Psychology of meaningful verbal learning*. New York: Grune and Stratton.
- Alves-Mazzotti, A. J. & Gewandsznajder, F. (2002). *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. São Paulo: Pioneira
- André, M. E. D. A. (2003). *Etnografia da prática escolar*. Campinas, SP: Papirus.
- Barbosa, J. L. M. B. (2001). *Geometria Euclidiana Plana*. Rio de Janeiro: SBM.
- Barderas, S. V. (2000). *Didáctica de la Matemática: El libro de los recursos*. Madrid: La Muralla.
- Bellemain, P. M. B.; Lima, P. F. (2002). *Um estudo da noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental e Médio*. Natal SBHMata.
- Bicudo, M. A. V.; Garnica, A. V. M. (2006). *Filosofia da educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Boyer, C. B. (1996). *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher Ltda.
- Elliot, J. (1990). *La investigación-acción en educación*. Madrid: Morata.
- Euclides. *Os elementos*. tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2006.
- Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar investigación-acción*. Barcelona: Laertes.
- Lima, E. L. (1991). *Medida e Forma em Geometria: comprimento, área, volume e semelhança*. Coleção do Professor de Matemática. SBM. Rio de Janeiro.
- Moreira, M. A. (2011). *Metodologias de Pesquisa em Ensino*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Moreira, M. A. (2005). *Aprendizagem significativa crítica*. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS.
- Novak, J. (1981). *Uma teoria de educação*. São Paulo: Pioneira.
- Silva, J. R. (Org.). (2011). *Uso de Textos de apoyo como Organizador Previo: Matemáticas para la Enseñanza Fundamental y Media*. Universidad de Burgos, Burgos.