



VARIABLES RELEVANTES PARA ESTUDIAR EL GRADO DE DESARROLLO DE LAS HABILIDADES MATEMATICAS

Villalonga de García, P.; González de Galindo, S.; Marcilla, M. y Mercau de Sancho, S.
Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia – Universidad Nacional de Tucumán – Argentina

Email: pvillalonga@fbqf.unt.edu.ar; sgalindo@fbqf.unt.edu.ar

Nivel Educativo: Universitario

PALABRAS CLAVE: evaluación, habilidades matemáticas, prueba de papel y lápiz, objeto modelo.

Resumen

Este trabajo es un avance del Proyecto “Metodologías de enseñanza y evaluación que favorecen aprendizajes significativos para cursos masivos de primer año de una facultad de Ciencias” del Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Tucumán. Este Proyecto tuvo como objetivo diseñar e implementar una estrategia didáctica superadora de las clases vigentes de tipo magistral, desarrolladas en las clases de Matemática 1 (asignatura de primer año). La estrategia se diseñó a partir de criterios para la enseñanza y la evaluación de los aprendizajes, derivados de teorías cognitivas. Se la implementó en el año 2006, habiéndose elaborado un material instruccional en el que se desarrollaron tópicos relativos al tema *Continuidad de una función*.

El objetivo de este artículo fue construir el objeto modelo, para estudiar el grado de desarrollo de ciertas habilidades generales del quehacer matemático, alcanzado por los alumnos al realizar actividades evaluativas sobre los contenidos seleccionados. El marco teórico de referencia fue elaborado a partir de principios de Brousseau y de seguidores de la Escuela Histórico Cultural: Hernández, Rodríguez, Valverde y Delgado Rubí. Se caracterizan cada uno de los procedimientos generales matemáticos, interpretándose que el conjunto de los mismos constituye un sistema de naturaleza jerárquica con estructura funcional. Se define conceptual y operacionalmente una variable y las dimensiones: *Identificar*, *Recodificar*, *Calcular*, *Graficar* y *Controlar* consideradas relevantes para estudiar el desarrollo alcanzado por los estudiantes en las habilidades matemáticas.

Introducción

Matemática I es una de las asignaturas del primer cuatrimestre de primer año de las carreras que se cursan en la Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia de la Universidad Nacional de Tucumán, Argentina. En ella se desarrollan los conceptos básicos del Cálculo Diferencial e Integral en una variable.

Algunas de las características de los procesos de enseñanza y aprendizaje de Matemática I, correspondientes a períodos lectivos anteriores al 2005 son: a) *las clases teóricas eran del tipo magistral dialogada*; b) *el currículo era de tipo técnico*; c) *la evaluación de los aprendizajes se realizaba por exigencias de la gestión académica y no por una necesidad pedagógica*; d) *la comunicación entre los distintos agentes del proceso educativo evidenciaba falencias*; e) *los alumnos evidenciaban fallas en la solidez de los conocimientos adquiridos en Matemática 1* (durante el cursado de la asignatura Matemática 2).

Para superar la problemática detectada, se comenzó por elaborar un marco teórico a partir del cual se derivaron Criterios para la enseñanza y evaluación de los aprendizajes de las Ciencias. Estos criterios, en una primera instancia, sirvieron de referentes al diseñar las encuestas destinadas a recabar información de docentes y alumnos sobre las metodologías de enseñanza y evaluación vigentes en Matemática 1 en el año 2005 (Marcilla, Mercau, González y Villalonga, 2005; Villalonga de García, Mercau de Sancho y González de Galindo, 2006). A partir de los resultados obtenidos en estas encuestas y de los criterios derivados del marco teórico, se diseñó e implementó en el año 2006 una estrategia didáctica. La misma puso énfasis en la actividad del alumno, recurriendo a un



material instruccional elaborado sobre contenidos relativos al t3pico *Continuidad de una funci3n* (Villalonga de Garc3a y Gonz3lez de Galindo, 2005, 2006; Gonz3lez, Villalonga, Marcilla y Mercau, 2006).

Al evaluar la estrategia se decidi3, entre otras acciones, estudiar el grado de desarrollo de ciertas habilidades matem3ticas evidenciadas por los alumnos al resolver actividades sobre el tema seleccionado, incluidas en un examen parcial de la asignatura. El objetivo de este trabajo es presentar el objeto modelo, que obrar3 como instrumento de an3lisis, de las habilidades matem3ticas manifiestas en los protocolos de los estudiantes. Se escogi3 como unidad de an3lisis a la respuesta al item de la prueba de l3piz y papel. Se defini3 conceptual y operacionalmente la variable y las dimensiones consideradas relevantes para este estudio.

Marco te3rico

El proceso de ense1anza y aprendizaje

La estrategia did3ctica dise1ada tuvo en cuenta los lineamientos te3ricos de Brousseau, quien considera que en el proceso de ense1anza pueden diferenciarse tres situaciones (Bessot, 1994): - **Situaci3n did3ctica**: es la dise1ada expl3citamente por el docente para favorecer el aprendizaje de un cierto conocimiento; - **Situaci3n no did3ctica**: corresponde a aquellas situaciones que no fueron organizadas intencionalmente para posibilitar el aprendizaje de un determinado conocimiento, - **Situaci3n adid3ctica**: es aquella que posee las condiciones adecuadas para que el estudiante establezca una interacci3n fruct3fera con el conocimiento que se pretende que adquiera, con independencia del docente.

Con respecto a los conocimientos y habilidades matem3ticas se reconoci3 que tradicionalmente se ha enfatizado la ense1anza de sistemas conceptuales, descuidando su relaci3n indisoluble con los modos de actuaci3n generales, los que en 3ltima instancia permiten activar tales conocimientos, convirtiendo el aprendizaje en desarrollo del individuo. Por ello, el acento debe estar puesto en la formaci3n de los procedimientos generales del quehacer matem3tico¹.

Los Procedimientos generales matem3ticos

Seg3n Tal3zina (1984) no se puede separar el saber del saber hacer, porque siempre saber, es saber hacer algo, no puede haber un conocimiento sin una habilidad, sin un saber hacer. Atendiendo a esta premisa, Hern3ndez (1989) defini3 el **Sistema B3sico de Habilidades Matem3ticas**, a trav3s de las cuales es posible resolver problemas matem3ticos en su acepci3n amplia. Este sistema est3 conformado por las siguientes habilidades: Definir, Demostrar, Identificar, Interpretar, Recodificar, Graficar, Algoritmizar y Calcular. Este Sistema B3sico fue ampliado posteriormente con los procedimientos: Modelar (Rodr3guez, 1991), y, m3s recientemente ampliado por los procedimientos Comparar, Resolver, Aproximar, Optimizar y Controlar (Delgado, 1995). El conjunto de los procedimientos generales matem3ticos se presenta como una totalidad imprescindible para el trabajo con la Matem3tica y sus modelos, constituyendo un sistema de naturaleza jer3rquica. As3, cada procedimiento o combinaci3n de ellos, puede ser considerado como un sistema. Estos procedimientos tienen presencia

¹ En este trabajo las expresiones: *procedimiento matem3tico* y *habilidad matem3tica* se consideran sin3nimos.



irreemplazable en el quehacer matemático ya que cada uno de ellos se convierte en una regularidad, por la sistematicidad de su aplicación y por su carácter universal y movable (Hernández, 1990).

El sistema de procedimientos posee una estructura funcional que se evidencia en la ejecución de tareas y, en general, en la resolución de problemas matemáticos. Si se desea obtener una adecuada formación matemática, que no conduzca a un conocimiento fraccionado y de escasa solidez, el docente debe desarrollar acciones para formar los diversos procedimientos que constituyen este sistema y los alumnos deben canalizar sus esfuerzos en esta dirección.

Caracterización de los procedimientos generales matemáticos

Delgado Rubí (2001) los caracterizó de la siguiente manera:

Interpretar: “*es atribuir significado a las expresiones matemáticas de modo que éstas adquieran sentido en función del propio objeto matemático o del fenómeno real de que se trate*” (Delgado Rubí, 2001:73). *Ejemplo:* Se interpreta cuando se asume que el signo menos que puede aparecer al derivar dos veces la función que da la posición de un vehículo en un cierto tiempo, indica que éste se está frenando (si la velocidad, es decir la primera derivada, tiene signo positivo).

Identificar: “*es distinguir el objeto de estudio matemático, sobre la base de sus rasgos esenciales*” (Delgado Rubí, 2001:73). *Ejemplo:* Se identifica cuando se afirma que una función es discontinua en un punto al no verificarse al menos una de las condiciones impuestas en la definición pertinente.

Recodificar: “*es transferir la denominación de un mismo objeto de un lenguaje matemático a otro*” (Delgado Rubí, 2001:74). *Ejemplo:* Se recodifica cuando se representa gráficamente en un sistema de ejes coordenados cartesianos una función definida analíticamente a través de una ecuación matemática.

Calcular: “*es una forma existencial de un algoritmo que puede llevarse a cabo de forma manual, verbal (oral o escrita), mental y mediante el uso de tablas, calculadoras u ordenadores*” (Delgado Rubí, 2001:75). *Ejemplo:* Se calcula cuando se resuelve un límite aplicando la Regla de L'Hopital, previa transformación, si fuera necesario, a las formas indeterminadas que lo permiten.

Algoritmizar: “*es plantear una sucesión estricta de operaciones matemáticas que describan un procedimiento conducente a la solución de un problema*” (Delgado Rubí, 2001:75). *Ejemplo:* Se algoritmiza cuando se establece la sucesión de pasos que deben realizarse para determinar los extremos relativos de una función de acuerdo al Criterio de la Primera Derivada.

Graficar: “*es representar relaciones entre objetos matemáticos tanto desde el punto de vista geométrico como de diagramas o tablas y recíprocamente, colegir las relaciones existentes a partir de su representación gráfica*” (Delgado Rubí, 2001:76). *Ejemplo:* Se grafica cuando se representa a través de diagramas o tablas la clasificación de los polígonos según sus lados.

Definir: “*es establecer mediante una proposición las características necesarias y suficientes del objeto de estudio*” (Delgado Rubí, 2001:77). *Ejemplo:* se define cuando se establece que la derivada de una función es el límite del cociente incremental cuando el incremento de la variable independiente tiende a cero.



Demostrar: “es establecer una sucesión finita de pasos para fundamentar la veracidad de una proposición o su refutación” (Delgado Rubí, 2001:77). *Ejemplo:* Se demuestra que la derivada nula de una función en un punto es una condición necesaria pero no suficiente para la existencia de extremo, estudiando el comportamiento de la función $f: f(x) = x^3$ en el origen de coordenadas.

Modelar: “es asociar a un objeto no matemático un objeto matemático que represente determinados comportamientos, relaciones o características” (Delgado Rubí, 2001:78). *Ejemplo:* Se modela al asociar al crecimiento de las bacterias en un cultivo una función exponencial.

Comparar: “es establecer una relación entre lo cuantitativo o cualitativo que hay entre dos entes matemáticos de un mismo conjunto o clase” (Delgado Rubí, 2001:78). *Ejemplo:* Se compara cuando se determina la posición relativa de dos rectas analizando si son coincidentes, paralelas, perpendiculares o si se intersecan según un ángulo cualquiera.

Resolver: “es encontrar un método o vía que lleve a la solución de un problema matemático” (Delgado Rubí, 2001:80). *Ejemplo:* Se resuelve cuando el alumno logra encontrar la solución del problema de representar gráficamente una función que verifique simultáneamente diversas condiciones impuestas a la misma y a sus derivadas.

Optimizar: “es encontrar el objeto (valor numérico, función, conjunto, etc.) que maximiza o minimiza la clase de objetos a la que pertenece ó el método óptimo para resolver un determinado problema” (Delgado Rubí, 2001:81). *Ejemplo:* Se optimiza el cálculo del rango de una matriz si previamente se analizan las combinaciones lineales entre filas o columnas que pudieran existir.

Aproximar: “es sustituir un objeto por otro, al que se lo considera un modelo suyo” (Delgado Rubí, 2001:81). *Ejemplo:* Se aproxima cuando se reemplaza en una práctica de laboratorio, una función no polinómica por un Polinomio de Taylor de un cierto grado n .

Controlar: “es monitorear y regular, es evaluar un conjunto de informaciones con relación a objetivos prefijados, a los efectos de tomar decisiones en el abordaje y resolución de un problema” (Hernández Fernández, Delgado Rubí, Valverde Ramírez y Rodríguez Hung, 2001: 113). A su vez, esta habilidad está conformada por tres acciones que se definen así:

Monitorear: “registrar las ocurrencias, los pasos que se van dando y las soluciones que se van obteniendo”

Evaluar: emitir un juicio de valor sobre el grado de correspondencia entre el objetivo que se persigue (patrón aceptador de la acción) y las informaciones y criterios que se tienen, a los efectos de tomar decisiones

Regular: intervenir, ajustar y aplicar correctivos para modificar el proceso.

Ejemplo: cuando al intentar resolver la integral $\int x \cos x \, dx$, el alumno elige erróneamente las partes de la siguiente manera: $u = \cos x$, $dv = x \, dx$, la integral que obtiene resulta ser más complicada que la de partida. De esta forma el alumno se autocontrola ya que esto le genera preguntas tales como: ¿me conviene esta elección? ¿me facilita la resolución de la integral de partida? Este *monitoreo* lo lleva a *evaluar* los pasos seguidos y a tomar decisiones sobre continuar en ese camino, considerando las complicaciones mayores que se producirían o a



cambiar la selección de las partes; es decir el alumno *regula* al efectuar correcciones y ajustes sobre el procedimiento empleado. De esta manera, el autocontrol potencia la actuación del estudiante en la resolución de problemas.

El grado de complejidad de las habilidades matemáticas realizadas por un individuo al intentar resolver una situación, tiene carácter relativo y subjetivo. Dependerá no solamente de las características de la situación planteada sino también de particularidades del sujeto que realiza la tarea. En relación al primer aspecto, conforme al carácter sistémico de las habilidades matemáticas, el grado de complejidad desplegado al realizar un procedimiento en el contexto de una tarea dependerá del momento en que el estudiante se enfrente con la tarea. Por ejemplo, la habilidad de *Graficar*, deberá estar más desarrollada para bosquejar por primera vez el gráfico de una función que satisfaga varias condiciones simultáneamente, que para graficar una función expresada por una fórmula realizando una tabla de valores.

Con respecto al segundo aspecto, o sea las particularidades del sujeto, una tarea resulta ser un problema cuando el alumno se enfrenta a ella y la resuelve por primera vez. Desde ese momento, para ese estudiante, ese tipo de tarea se convertirá tan sólo en un ejercicio, dado que su solución requerirá una actividad cognitiva de nivel más bajo.

La evaluación

Siendo consecuentes con los referentes teóricos enunciados, la evaluación del aprendizaje debiera ser una estrategia constitutiva del proceso de enseñanza y aprendizaje, capaz de generar y favorecer aprendizajes significativos. Además, debiera ser continua y cumplir una función integradora de todos los elementos que interactúan en el proceso. Para llevar a la práctica estas propuestas programáticas generales, la evaluación del aprendizaje debiera satisfacer los siguientes criterios (NCTM: National Council of Teachers of Mathematics, 1989, 1995, 2000; Jorba y Casellas, 1997; Villalonga de García, 2003):

- a) Retroalimentar el proceso de enseñanza aprendizaje, informando al estudiante de los progresos logrados en el aprendizaje.
- b) Optimizar la comunicación entre los participantes.
- c) Desempeñar una función motivadora y educativa.
- d) Formar a los alumnos como aprendices independientes mediante el empleo de técnicas autoevaluativas.
- e) Enfatizar objetivos y contenidos destacados por el currículo y por los estándares de evaluación del N.C.T.M, que sean motivantes y coherentes con el nivel de desarrollo del estudiante.
- f) Promover la igualdad de oportunidades, brindando un trato diferenciado a cada estudiante según sus características, potencialidades y limitaciones, ofreciéndole oportunidades para evaluar e incrementar su potencia matemática² (N.C.T.M., 1995).
- g) Ser un proceso en el que todos los implicados tengan información sobre él, conozcan los criterios de evaluación e interpreten los resultados de la misma.
- h) Promover inferencias válidas acerca de aprendizajes

² La potencia matemática incluye la habilidad para explorar, efectuar conjeturas, y razonar lógicamente; para resolver problemas no rutinarios; para comunicar ideas matemáticas, y comunicarse usando la matemática como herramienta; y conectar ideas dentro de la matemática y, entre matemática y otra actividad intelectual. La potencia matemática también involucra el desarrollo personal de la auto confianza y la disposición de buscar, evaluar y emplear información cuantitativa en la resolución de problemas y en la toma de decisiones. La flexibilidad del estudiante, perseverancia, intereses, curiosidad e inventiva también contribuyen a alcanzar la potencia matemática" (N.C.T.M., 1995).

Corresponde a una traducción efectuada por las autoras, extraída del glosario de la versión electrónica de los estándares del N.C.T.M. del año 1995.



significativos de la Matemática. i) Ser un proceso coherente con lo enseñado. j) Ser una herramienta valiosa para la toma de decisiones para la enseñanza y el aprendizaje. k) Tender a la formación integral del estudiante.

Metodología

El instrumento

Para evaluar el grado de desarrollo de las habilidades matemáticas evidenciadas por los alumnos al resolver actividades relativas al contenido *Continuidad* se diseñó, siguiendo los lineamientos de Galli y Castro (1992), un instrumento que contenía, entre otros, dos ítems (ítems a y b) relativos a este tema (Ver Apéndice 1). Los **objetivos** que se pretendían evaluar en estos dos ítems en cuanto a conceptos y habilidades fueron:

Que el alumno sea capaz de: - Evaluar el valor de una función en un punto; - Calcular el dominio de una función; - Graficar funciones seccionalmente continuas; - Calcular el límite de una función en un punto; - Analizar la continuidad de una función en un punto; - Clasificar el tipo de discontinuidad que presenta una función; - Sintetizar en un gráfico una función, expresada en lenguaje simbólico, que satisfaga simultáneamente varias condiciones; - Utilizar distintos registros para representar una función continua en un punto y una función discontinua en un punto; - Controlar la continuidad de una función en un punto.

Se garantizó la *validez de contenido del instrumento* sometiéndolo al juicio de diez docentes que participaban en el dictado de la asignatura, quienes constataron que las actividades seleccionadas resultaban adecuadas para evaluar el nivel de desarrollo de los procedimientos matemáticos trabajados en el curso.

Las habilidades involucradas en cada uno de los ítems propuestos fueron:

En el **Ítem a**: *Calcular, Graficar, Controlar, Recodificar e Identificar* y

En el **Ítem b**: *Identificar, Recodificar y Graficar*.

Cabe aclarar que el nivel de dificultad de las tareas evaluadas fue similar al de las desarrolladas en el curso, es decir ninguna de las tareas evaluadas constituyó realmente un problema para el alumno. Por eso, en este artículo, no se estudia el desarrollo de la habilidad *Resolver*.

Las habilidades estudiadas pueden esquematizarse, en orden decreciente, de acuerdo a su grado de dificultad de la siguiente manera:

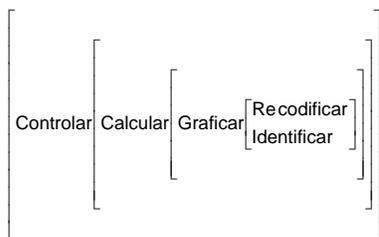


Gráfico 1: Representación del Sistema de Habilidades requeridas para resolver el “Ítem a”

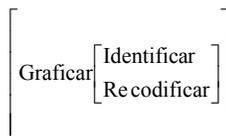


Gráfico 2: Representación del Sistema de Habilidades requeridas para resolver el “Ítem b”



Es necesario aclarar que en el Ítem b al desarrollar la habilidad *Recodificar* el estudiante simultáneamente está desarrollando la habilidad de *Interpretar*. Es decir, en este contexto, *Recodificar e Interpretar* son equivalentes, por eso no se incluyó *Interpretar* en el esquema.

Además, la habilidad *Graficar* del Ítem b que requería graficar una función que satisfacía varias condiciones simultáneamente, al ser realizada por primera vez, tendría mayor grado de complejidad que la habilidad *Graficar* del Ítem a (graficar una función expresada mediante una fórmula realizando una tabla de valores). Este hecho llevó a estudiar, en este artículo, de manera separada las habilidades *Graficar* del Ítem a y *Graficar* del Ítem b.

Marco teórico metodológico

Para sistematizar el análisis de los protocolos de los estudiantes se procedió orientándose por los principios teóricos metodológicos que se presentan brevemente a continuación (Samaja, 2003).

Dado que todo objeto real de investigación en ciencias sociales posee un gran número de atributos, relaciones y contextos, es necesario que el indagador, en base a modelos preexistentes al acto investigativo -consecuencias de la historia personal, intuiciones, experiencia y circunstancias (*preconcepción modelizante* (Ladrière, 1978))- efectúe una reducción de su complejidad explicitando qué aspectos relevantes tendrá en cuenta de sus componentes y qué *procedimientos* concretos usará para llevar a cabo su descripción. Es decir, debe construir un *objeto modelo*. El denominado *objeto modelo*, queda delimitado por los distintos tipos de unidades de análisis escogidas para la investigación, mediante la aplicación del conjunto de *variables*, propio de cada tipo de unidad de análisis, que se seleccionen para describir el objeto real de la indagación. (Samaja, 2003).

Metodología para analizar los protocolos de los estudiantes

Para sistematizar el análisis de los protocolos de los estudiantes, se escogió como *unidad de análisis* a la respuesta dada por el alumno a cada uno de los dos ítems de la prueba. La *variable* considerada relevante se denominó: *Desarrollo de habilidades*. Las *dimensiones* de estudio consideradas para esta variable fueron:

1. *Identificar*, 2. *Recodificar*, 3. *Calcular*, 4. *Graficar*, 5. *Controlar*.

Tabla 1: El objeto modelo para el análisis de los protocolos

Unidad de análisis	Variable	Indicador			
		Dimensión	Procedimiento	Valor	
RESPUESTA	Desarrollo de habilidades	Recodificar	Reconoce una función lineal en $(-\infty, 1]$ en ítem a.	1: en caso afirmativo 0: en caso negativo	
			Reconoce una función logaritmo en $(1, \infty)$ en ítem a.	1: en caso afirmativo 0: en caso negativo	
			Grafica correctamente la función f pero no su dominio en el ítem a.	1: en caso afirmativo 0: en caso negativo	
		AL	Identificar	Conoce las condiciones teóricas que debe considerar para analizar la continuidad de una función en un punto en ítem a.	1: en caso afirmativo 0: en caso negativo
				Clasifica correctamente la discontinuidad en ítem a.	1: en caso afirmativo 0: en caso negativo
				ÍTEM	Calcular
Calcula correctamente $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ en ítem a	1: en caso afirmativo 0: en caso negativo				



			Calcula correctamente $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ en ítem a	1: en caso afirmat.
			0: en caso negativo	
			Verifica si $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(a)$ en ítem a	1: en caso afirmativo
			0: en caso negativo	
		Controlar	Hay coherencia entre el desarrollo analítico y el gráfico en ítem a	1: en caso afirmativo
		Graficar	Grafica correctamente la función lineal en ítem a	1: en caso afirmativo
			0: en caso negativo	
			Grafica correctamente la función logarítmica en ítem a	1: en caso afirmativo
			0: en caso negativo	
			Grafica correctamente el dominio de f en el ítem b	1: en caso afirmativo
			0: en caso negativo	
			Grafica el punto (0,-1) en el ítem b	1: en caso afirmativo
			0: en caso negativo	
		Grafica una discontinuidad evitable en $x = 2$ en el ítem b	1: en caso afirmativo	
0: en caso negativo				
Grafica una función que cumpla las tres condiciones simultáneamente en el ítem b	1: en caso afirmativo			
0: en caso negativo				

Definición conceptual de la variable *Desarrollo de habilidades* y de sus dimensiones

1. **Desarrollo de habilidades:** capacidad del alumno para ejecutar procedimientos matemáticos, necesarios para resolver problemas disciplinares en su acepción amplia.

Las *dimensiones* para esta variable fueron:

- 1.1. **Identificar:** determinar si el objeto de estudio matemático pertenece a una determinada clase de objetos, los que presentan ciertas características distintivas.
- 1.2. **Recodificar:** transferir la denominación de un objeto de un lenguaje matemático a otro.
- 1.3. **Calcular:** aplicar un algoritmo que puede llevarse a cabo de forma manual, verbal (oral o escrita), mental, o recurriendo al uso de tablas, calculadoras o computadoras.
- 1.4. **Graficar:** representar relaciones entre objetos matemáticos a través de diagramas, tablas o geoméricamente, y recíprocamente, deducir de ellas las relaciones existentes.
- 1.5. **Controlar:** evaluar un conjunto de información en base a objetivos prefijados, con el fin de efectuar una toma de decisiones para abordar y resolver un problema.

El objeto modelo propio de esta investigación que se empleará como instrumento para analizar los protocolos de los estudiantes es el presentado en la Tabla I.



Apéndice 1

Ítem a) Grafica y analiza si f es continua en $c = 1$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x \leq 1 \\ \log x & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad \text{Si fuera discontinua clasifica el tipo de discontinuidad que presenta.}$$

Ítem b) Bosqueja la gráfica de una función que cumpla simultáneamente con las tres condiciones dadas:

- $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{2\}$
- $f(0) = -1$
- en $x = 2$ presenta una discontinuidad evitable

Referencias Bibliográficas

- Bessot, A. (1994). Panorama del quadro teorico della matematica. *L'Éducazione Matematica*, 15 (4), vol. 1, pp. 37-47.
- Delgado, J. R. (1995). Citado por Delgado Rubí, J. R. (2001). Los procedimientos generales matemáticos. En *Cuestiones de Didáctica de la Matemática. Conceptos y procedimientos en la educación Polimodal y Superior*, pp. 69-87. Homo Sapiens Ediciones. Argentina.
- Delgado Rubí, J. R. (2001). Los procedimientos generales matemáticos, en *Cuestiones de Didáctica de la Matemática. Conceptos y procedimientos en el educación Polimodal y Superior*, pp. 69-87. Homo Sapiens Ediciones. Argentina.
- Galli, A. y Castro C. (1992). *Exámenes orales y escritos. Módulo 6*. Programa de formación docente pedagógica. Publicación de la Organización panamericana de la salud y Organización mundial de la salud. Ed. Paltex. Washintong-E.U.A.
- Hernández Fernández, H.; Delgado Rubí, J.; Valverde Ramírez, L. y Rodríguez Hung, T. (2001). Un recurso metacognitivo para resolución de problemas en Matemática: El autocontrol en *Cuestiones de Didáctica de la Matemática. Conceptos y procedimientos en la educación Polimodal y Superior*, pp. 107-119. Homo Sapiens Ediciones. Argentina.
- Hernández, H. (1990). Saltar a la vista lo evidente. *Revista cubana de Educación Superior*. Vol. X, Nº 1.
- Hernández (1989). Citado por Delgado Rubí, J. R. (2001). Los procedimientos generales matemáticos. En *Cuestiones de Didáctica de la Matemática. Conceptos y procedimientos en la educación Polimodal y Superior*, pp. 69-87. Homo Sapiens Ediciones. Argentina.
- Jorba, J. y Casellas, E. (1997). *Estrategias y técnicas para la gestión social del aula. Volumen 1. La regulación y autorregulación de los aprendizajes*. Editorial Síntesis.
- Ladrière, J. (1978). Citado por Samaja *Epistemología y metodología. Elementos para una teoría de la investigación científica*. Buenos Aires: Eudeba. (2003). (415 p.). 3º edición. 3º reimpresión.
- Marcilla, M., Mercau, S., González, S. y Villalonga, P. (2005). *Opiniones de alumnos universitarios de primer año sobre las clases masivas de matemática*. Comunicación presentada en la I Jornadas de Ciencia y Tecnología de las Facultades de Ingeniería del NOA. San Salvador de Jujuy. Argentina.
- N.C.T.M. (1989) Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática. España: Sociedad Thales.
- N.C.T.M. (1995) "Assessment Standards for School Mathematics". <http://standards.nctm.org/Previous/AssStds/index.htm> (11/4/2003).
- N.C.T.M. (2000). "Principles for School Mathematics", en N.C.T.M. (2000). *Principles and Standards for School Mathematic*. <http://standards.nctm.org/document/chapter2/index.htm> (11/4/2003).
- Rodríguez, T. (1991). Citado por Delgado, J. R. (2001). Los procedimientos generales matemáticos en *Cuestiones de Didáctica de la Matemática. Conceptos y procedimientos en la educación Polimodal y Superior*, pp. 69-87. Homo Sapiens Ediciones. Argentina.



- Samaja J. (2003). *Epistemología y metodología. Elementos para una teoría de la investigación científica*. Eudeba. Buenos Aires.
- Talízina, N. F. (1984). *Conferencias sobre los Fundamentos de la Enseñanza en la Educación Superior*. CEPES. Universidad de la Habana. Cuba. Citado por Delgado, J. R. 2001. Los procedimientos generales matemáticos en *Cuestiones de Didáctica de la Matemática. Conceptos y procedimientos en el educación Polimodal y Superior*, pp. 69-87. Homo Sapiens Ediciones. Argentina.
- Villalonga de García, Mercau de Sancho y González de Galindo. (2006). “Espacio de Atributos para analizar una encuesta a docentes con el fin de diagnosticar la evaluación del aprendizaje de Matemática”. *Resúmenes de la VI Conferencia Argentina de Educación Matemática – SOAREM – pp 10 -11*.
- Villalonga de García, P. (2003). *Un enfoque alternativo para la evaluación del Cálculo en una Facultad de Ciencias*. Tesis de Magíster no publicada. Universidad Nacional de Tucumán. Tucumán-Argentina.
- Villalonga de García, P. y González de Galindo, S. (2005). *Criterios derivados de teorías cognitivas empleados como referentes al diseñar y validar una experiencia didáctica*. Comunicación presentada en la V Conferencia de Educación Matemática. Buenos Aires.
- Villalonga de García, P.; González de Galindo, S. (2006). “Opiniones de alumnos universitarios de primer año sobre las clases masivas de matemática”. *Memorias del 8vo. Simposio de Educación Matemática*. (pág. 1508-1526).