VOZES DE ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE POTENCIAÇÃO COM EXPOENTE NEGATIVO

Walter aparecido Borges[1] – Maria Helena Palma de Oliveira[2]
w.borges.ltda@terra.com.br – mhelenapalma@gmail.com
UNIBAN [1,2]- BRASIL

Tema: Os procesos de Comunicação na Sala de Aula de Matemática e Seu Impacto na Aprendizagem dos Alunos
Modalidad: CB
Nivel educativo: Médio 11 a 17 anos
Palabras clave: linguagem, vozes, potenciação, expoente negativo.

Resumo

Este trabalho é parte de um trabalho mais amplo, uma pesquisa sobre processos de linguagem presentes na aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas. Atividades específicas de potenciação com base racional e expoente negativo foram preparadas na expectativa de que os alunos interagissem entre si e com o professor-pesquisador, com o referencial teórico de Bakhtin (2006) principalmente tema, enunciação, significação e réplica. Os discursos esperado de alunos que estão envolvidos com a aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas apoiam-se em grande parte nas técnicas de resolução de operações com potências de mesma base e de divisão de frações. A todo instante é exigido de um aluno que esteja familiarizado com esse tipo de atividade, que tenha conhecimento e domínio sobre operações tais como multiplicação e divisão com potências de mesma base, multiplicação e divisão de frações. Outros autores estudaram erros na aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas como Feltes (2007), Karrer (1999)Kaststberg (2002). Dos discursos dos alunos, gravados em vídeo, resultaram vozes não estanques como a da técnica e do tecnicismo. Nossas análises permitiram interpretar sinais de evolução da voz do tecnicismo mecanicista, limitado a uma situação concreta, para a voz da técnica, fundamentada na generalização.

Introdução

Os discursos esperados de alunos que estão envolvidos com a aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas apoiam-se, em grande parte, nas técnicas de resolução de operações com potências de mesma base e de divisão de frações, conhecimentos retrospectivos, supostamente disponíveis, pois são introduzidos no Ensino Fundamental. A todo instante é exigido de um aluno, na aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas, conhecimentos sobre operações tais como multiplicação e divisão com potências de mesma base, multiplicação e divisão de frações.

Expressões como “mantém a base e somam-se (ou subtraem-se) os expoentes”, ou, “mantém a fração de cima e inverte a de baixo”, com referência ao denominador e ao numerador, são parte desses conhecimentos.

Entretanto, os discursos podem apresentar-se fragmentados, incertos, por exemplo, diante de uma divisão de potências de mesma base é comum o aluno ficar na dúvida quanto ao que fazer com os expoentes. Ele pode não saber se subtrai ou se divide os expoentes, ocorrendo o mesmo nos casos de multiplicação de potências de mesma base, o aluno não está certo quanto à multiplicação ou à soma dos expoentes.

Essa incerteza, de modo geral, é evidenciada em discursos entrecortados como *"... mantém a base e soma... não... multiplica..."* ou *" mantém a base e subtrai ... não... divide...*", nas operações com potências ou " *mantém a fração de cima e multiplica pela de baixo... não...inverte...,* multiplica em x", nas operações com frações. Feltes (2007), em um estudo que fez sobre os erros em potenciação e radiciação com alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio, detectou 47 erros dos alunos nessas operações, dos quais destacamos os seguintes exemplos: erro 1: multiplica a base da potência pelo expoente, exemplo, $2^3=6$; erro 4: efetua corretamente a operação de potenciação, mas não calcula o resultado final; erro 13: considera que $(-a)^2 = - a^2$; erro 22: considera que elevar a^{-1} é multiplicar por –1 (Feltes, 2007, pp. 43-45).

Atividade

Para este trabalho, entre todos os alunos convidados propuseram-se a participar 10 deles, da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública do Estado de São Paulo, em horário diferente do horário da aula. A atividade proposta, com duração estimada para uma aula de 50 minutos, foi aplicada pelo pesquisador consistiu na resolução de potências com base e expoentes naturais, base natural e expoente negativo, base fracionária e expoente natural e base fracionária e expoente negativo, como aparece na figura 1:

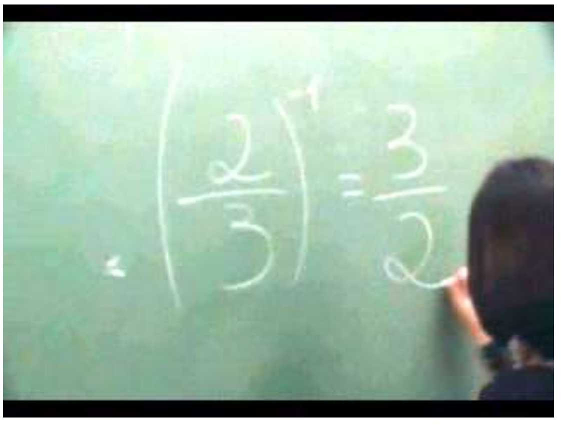

Figura 1- potência com base fracionária e expoente negativo.
Fonte: arquivo pessoal

Inicialmente, os participantes deveriam realizar atividades como as que estão na figura 2 a seguir.

Atividade: Calcule e escreve nos espaços correspondentes os valores da figura 2:

x	2^x	$\left(\frac{2}{3}\right)^x$	2^{-x}	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$
0				
1				
2				
-1				
-2				

Figura 2 - Alguns valores da função exponencial
Fonte: arquivo pessoal

O que se espera de um aluno que acompanhou o desenvolvimento da atividade em sala de aula, que participou dessas atividades é que não tenha dificuldade para resolver potências com bases e expoentes inteiros positivos.

No trabalho de Feltes (2007), encontramos resultados que podem esclarecer as possíveis dificuldades de alunos na resolução da atividade 1. A autora definiu e classificou 47 erros que, entre outros, envolvem o uso incorreto da base e do expoente, multiplicando a base pelo expoente como "3^2=6", ou "2^{-1} =-2". Considerando que o trabalho de Feltes (2007) foi feito com alunos que estudavam de 5ª série (6º ano) a 8ª série (9º ano) na faixa etária dos 11 aos 14 anos e que os alunos que participaram desta pesquisa ora apresentada são alunos do 1º ano do Ensino Médio (15 ou 16 anos de idade), série imediatamente posterior, entendemos que o trabalho de Feltes (2007) pode contribuir para o entendimento das dificuldades apresentadas pelos sujeitos desta pesquisa.

Na atividade proposta, deste estudo especificamente, o aluno deveria substituir o valor do expoente x pelos valores da coluna x e calcular o valor das potências de base 2 e base $\frac{2}{3}$. Dessa forma, deveria resolver e preencher o quadro com os resultados:

Da mesma maneira que está proposto na figura 2, o aluno deveria calcular na primeira linha a potência $2^0 = 1$. Feltes (2007) mostrou que os alunos têm dificuldades nessas operações. Em geral, o que se percebe em sala de aula, é que essa resolução é feita de forma mecânica, com o aluno recitando a fala “todo número elevado a zero é igual a um”, como se fosse um eco, o que o deixa inseguro quanto a esse resultado, estranho para ele. O aluno não tem a resposta ao porquê desse resultado. Nessas condições, a solução surge como um mistério da matemática, algo que é assim e assim deve ser aprendido.

Em decorrência de sua experiência e da observação das dificuldades na aprendizagem em matemática entre alunos dessa série, e tentando evitar que os participantes escrevessem de forma mecânica, por imitação, o resultado de uma operação como $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$, sem a ter compreendido corretamente, pesquisador (P) indagou a aluna participante K se saberia justificar o que acabara de escrever. Além disso, o grupo ao qual K pertencia discutiu com ela essa resolução momentos antes de ir ao quadro. Esse tipo de resolução pode apresentar dificuldades, porque uma potência com o expoente negativo é uma possível representação da divisão entre potências de mesma base; se esse conhecimento não estiver suficientemente claro para o aluno, ele provavelmente realizará a operação sem a sua compreensão, utilizando técnicas de memorização mecânica, vazias de significado.

Na pergunta de P: “*Você escreveu que* $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$. *Como você chegou nesse resultado, K?”,* P não está interessado em saber como K chegou ao resultado, P não tem dúvidas de como a resolução foi feita; sua pergunta não foi motivada por uma dúvida sobre a operação, mas sim por sua intenção em avaliar se K compreendera a sua própria resolução.

Na réplica de K: “*Porque é negativo, então a gente tem que inverter”* outros elementos entraram na composição. De acordo com Bakhtin (2006), a compreensão é um diálogo e a enunciação é apenas parte importante da interação verbal, na qual o diálogo exerce papel essencial. Para que K compreendesse a enunciação de P, foi necessário que ela estabelecesse uma relação com as suas próprias palavras, um diálogo interior. Essa compreensão está relacionada com a profundidade e substancialidade de suas próprias palavras (Bakhtin, 2006). A réplica incompleta de K parece evidenciar pouca correlação das suas próprias palavras com a resolução de $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$.

O tema em debate possibilita a significação dessa fala de K e essa fala pode configurar a construção do conceito ainda em formação, uma compreensão em processo, pois parecem lhe faltar elementos para o seu diálogo interior. Aparentemente, não está claro para K e para os participantes do grupo que a expressão $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ pode ser uma representação de uma possível divisão entre potências de mesma base. A forma mecânica de resolver $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}=\frac{3}{2}$, isto é, simplesmente inverter a fração por imitação, sem a compreensão do que permite essa inversão, parece não permitir um avanço de K e dos demais participantes do grupo na construção desse conceito.

Em uma arguição de P: "*E como seria essa divisão, você consegue fazer aí?*", foi possível verificar que tom de voz, a expressão facial de K, bem como outros aspectos envolvidos na construção do sentido interferiram na significação. Essa réplica de P traz em seu bojo a cobrança de uma justificativa de K sobre a explicação que acabara de proferir sobre o motivo da inversão da fração: "*Porque é uma divisão de mesma base*". De qualquer forma, esse discurso é cabível nesse contexto escolar. Além disso, esse diálogo do pesquisador com a participante e com a turma revela a tentativa de levar K a explicar matematicamente o que significava a expressão "divisão de mesma base". Com isso, o pesquisador chama para si a responsabilidade do saber escolar ainda não evidenciado por K.

No entendimento inicial de P, a resposta da aluna poderia refletir apenas a supressão da palavra "potência". A intenção de esclarecer essa dúvida o levou à enunciação representada pela pergunta, pois, para P, ainda não estava suficientemente claro se K compreendera a resolução de $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$, ou se a inexistência da palavra "potência" na expressão de K possa ter ocorrido por exclusão de uma palavra facilmente dedutível, porém o mais provável é que tenha sido pela dificuldade de expressão em termos científicos das palavras apropriadas.

Vozes produzidas pelos alunos

Em nossa proposta metodológica, pretendíamos caracterizar os processos de linguagem que se produzem e se reproduzem continuamente em um ambiente amigável, na resolução de atividades que compõem os conteúdos das funções exponenciais e logarítmicas. O que estávamos buscando eram os discursos dos alunos que se articulam para resolver essas atividades. As vozes que surgiram podem ser reveladoras de como os conceitos matemáticos em formação ainda são nebulosos e, ao mesmo tempo, de como os diálogos que expressam procedimentos marcados pelo uso da técnica e fundamentados na teoria são essenciais na orientação da formação e da generalização dos conceitos matemáticos trabalhados na atividade.

Com base nos pressupostos teóricos de Bakhtin (2006), a fala é um exercício de busca de compreensão e a interação com outros membros do grupo pode auxiliar na interpretação e apropriação dos significados dos conceitos matemáticos.

Foi possível observar também uma correlação entre a fala predominante decorrente das atividades e os trabalhos de outros autores sobre essas dificuldades como de Kastberg (2002), que estudou os erros cometidos pelos alunos que demonstraram dificuldades no entendimento de resolução de funções exponenciais, Karrer(1999), que detectou dificuldades algébricas básicas, Feltes(2007), que registrou os equívocos de alunos que multiplicavam base pelo expoente. Esses autores estudaram as dificuldades e os erros cometidos pelos alunos nas atividades de potenciação. Nas análises vimos que um aluno pode apresentar um resultado correto do ponto de vista matemático para alguma operação como $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$, mas isso pode não refletir o seu entendimento sobre o significado dessa operação. Tal fato ficou constatado nas diversas tentativas de explicação e de justificativa da resolução feitas pelos participantes envolvidos. As tentativas explicitadas nas falas dos alunos mostraram pouca coerência entre as suas próprias palavras e o significado das atividades.

Essa forma de resolução pode representar a aplicação de alguma estratégia de memorização de forma mecânica, vazia de sentido, própria da prática tecnicista que consiste em desenvolver uma aprendizagem mecânica e repetitiva de exercícios, sem a compreensão do significado.

Uma possibilidade para a reorientação dos diálogos poderia ter sido atuação de P, o pesquisador que às vezes se colocava no papel de professor. Essa atuação deveria estar atentamente sintonizada com as dúvidas dos participantes, de maneira a corrigir o curso dos diálogos. Neste caso, se P não o fez é porque esperava uma evolução dos próprios participantes, mas essa evolução poderia ser acelerada com a participação mais ativa do professor.

Considerações finais

A voz predominante nos discursos dos alunos foi a voz do tecnicismo, presente em quase todas as falas a respeito da resolução da atividade, potência com base fracionária e expoente negativo.

A voz tecnicista esteve presente nas falas de K: "*Porque é negativo, então a gente tem que inverter*", "*Porque é uma divisão de mesma base".*

No entanto, além do aspecto tecnicista que caracterizou essas vozes, pudemos observar uma evolução originando-se na voz tecnicista e evoluindo para a voz da técnica que, ao contrário daquela voz tecnicista, baseia-se na compreensão do significado dos conceitos matemáticos envolvidos na resolução das atividades, como vimos em particular nas falas de K, que não são vozes puramente tecnicistas, mecanicistas e vazias de conteúdo, com estratégias que são aplicadas em um tipo específico de resolução. A evolução mostrada na fala de K foi marcada pela sua determinação de escrever além do que lhe fora sugerido por outro participante, isto é, escrever a igualdade $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{2^{-1}}{3^{-1}}$, que ela completou escrevendo $\frac{2^{-1}}{3^{-1}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}$, fazendo algo mais do que lhe fora sugerido. Essa evolução é possível segundo o conceito do desenvolvimento de um estado atual de conhecimento para um novo estado, que foi propiciado pela interação entre os participantes. Além disso, a determinação de K permite a interpretação de que seu diálogo interior lhe possibilitou um melhor entendimento sobre o significado da operação, revelando o processo de apropriação do conhecimento. Há nessas falas uma incipiente justificativa, ainda que incompleta sobre as técnicas utilizadas nas resoluções.

Nesta atividade, pudemos verificar que a voz predominante do tecnicismo busca truques, dicas, formas mecanicistas de resolução com base em orientações espaciais como fora, dentro, para o caso dos parênteses e em cima, em baixo, para o caso das frações, sem a interpretação do significado matemático da potenciação, do numerador e do denominador.

Referencias bibliográficas

Bakhtin, M. *Marxismo e filosofia da linguagem*. 12. ed. Trad. Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira, São Paulo: Hucitec, 2006.

Feltes, R. Z. *Análise de Erros em Potenciação e Radiciação: um Estudo com Alunos de Ensino Fundamental e Médio*. Dissertação de Mestrado. PUC RS. Porto Alegre: 2007.

Karrer, M. *Logaritmos. Proposta de Uma Sequência de Ensino Utilizando Calculadora*. Dissertação de Mestrado. PUC SP. São Paulo: 1999.

Kastberg, S. E. *Understanding Mathematical Concepts: The Case of the Logarithmic Function*. Degree: Doctor of Philosophy. Graduate Faculty of the University of Georgia. Athens, Georgia: 2002.