

¿QUÉ PODEMOS APRENDER HOY DE EXPERIMENTAR CON EL DIÁLOGO SOCRÁTICO INTENTANDO DUPLICAR EL ÁREA DE UN CUADRADO?

Pezzatti, Laura- Battro, Antonio - Goldin, Andrea - Sigman, Mariano
laurapezzatti@gmail.com - abattro@ross.org - apgoldin@gmail.com -
mariuchu@gmail.com

Universidad de Buenos Aires, Argentina- Academia Nacional de Educación, Argentina-
Universidad Torcuato Di Tella, Argentina
CONICET, Argentina

Tema: I.3 - Pensamiento geométrico

Modalidad:CB

Nivel educativo: No específico

Palabras clave: Neuroeducación, Indagación, Generalización, Aprendizaje

Resumen

Hace dos mil cuatrocientos años Sócrates dió una extraordinaria clase de geometría, tal vez la primera con un registro detallado de un método pedagógico en vivo. Sócrates le hizo al esclavo de Menon 50 preguntas que requerían solamente sumas y multiplicaciones. Al final de la lección el estudiante descubrió por si solo cómo hacer para duplicar el área de un cuadrado.

Nosotros estudiamos empíricamente la reproducibilidad de este diálogo en adultos y adolescentes del siglo XXI. Nuestros resultados muestran una notable coincidencia entre el diálogo Socrático y el empírico, inclusive en aquellas preguntas donde el esclavo responde incorrectamente. Muchos de estos errores se relacionan con la 'linealidad' del pensamiento. (Por ejemplo: si quiero duplicar el área, duplico el lado)

Además nuestros resultados muestran que el diálogo socrático es construido sobre una fuerte intuición del conocimiento humano y el razonamiento que persiste más de 24 siglos después de su concepción. Al mismo tiempo, también enfatiza su fracaso escolar. Después de seguir todas las preguntas casi el 50% de los participantes no pudo obtener la generalización más simple cuando se le preguntó por duplicar el área de un cuadrado de tamaño diferente, lo que nos lleva a repensar ¿qué es aprender algo?

El diálogo entre Sócrates y el esclavo de Menón (Platón, 2008) se ha considerado, sin haber sido sometido a una prueba explícita, uno de los mayores hitos en la historia de la educación. El maestro es Sócrates, el mayor pedagogo de la antigüedad, el alumno un joven esclavo. Paradójicamente, Sócrates sostiene que no se enseña en absoluto cuando le está pidiendo a su joven alumno sobre la duplicación del área de un cuadrado dado. Cuando terminó el diálogo, y el esclavo había descubierto la solución a la cuestión geométrica, Sócrates le preguntó a Meno: "¿Qué piensa usted, Meno? ¿Hubo alguna opinión de que no se dio como una respuesta de su propio pensamiento?" No, respondió Meno, todos eran propios" (Menón, 85c).

El diálogo socrático también constituye un magnífico recurso experimental para investigar la cognición en una instalación educativa controlada. Está estructurado de

acuerdo a la escritura precisa en la que el maestro (Sócrates) pide sólo los conceptos elementales de matemáticas y el alumno (el esclavo) responde a la mayoría de preguntas con un “sí” o “no”. En el comienzo del diálogo el profesor muestra al alumno un cuadrado y el objetivo es hacer que el alumno descubra cómo generar un nuevo cuadrado con el doble de área. Durante el diálogo el alumno comete errores, por ejemplo, pensar que la longitud del lado tiene que ser el doble para doblar el área. Preguntas siguientes están destinadas a hacer que el alumno descubra el error. Un momento crucial del diálogo se conoce como el “argumento diagonal” cuando el profesor apunta a que el estudiante de la diagonal para hacerle reflexionar cómo esto puede ser útil en la construcción del nuevo cuadrado. Después de 50 preguntas, el alumno ha descubierto, sobre todo, respondiendo sí o no a hechos que ya conocía, la forma de duplicar el área del cuadrado original. Aquí se investiga la universalidad del diálogo socrático, la presentación de una adaptación casi literal (con modificaciones gramaticales menores para que sea más fluida) para 58 participantes, todos ellos argentinos nativos. El diálogo se llevó a cabo verbalmente. Para el análisis, los participantes se agruparon en adolescentes (edad ≤ 18 años, actualmente en la escuela secundaria) y adultos (edad > 18 años, educación secundaria completa)

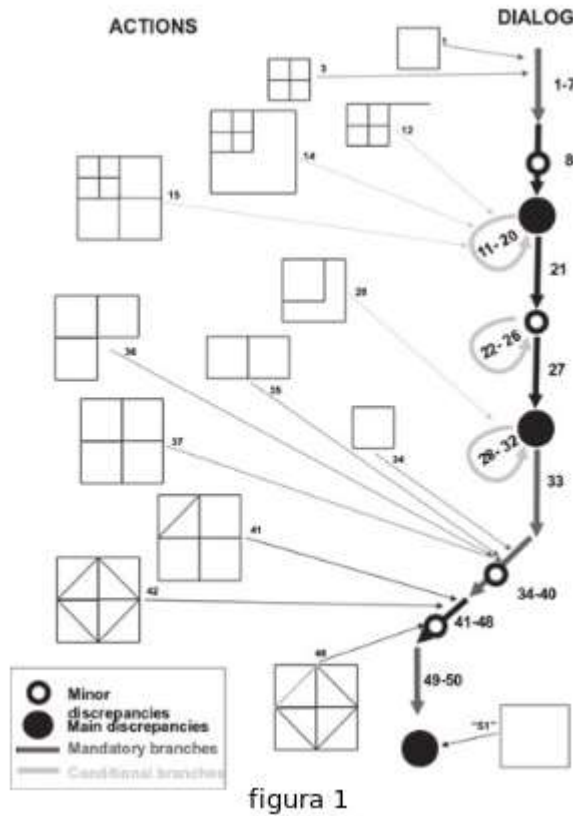
Discusión y resultados

Hemos analizado el diálogo en ramas lineales y condicionales (Figura 1). Las ramas condicionales (gris claro) son las preguntas en las cuáles el esclavo comete un error, como por ejemplo en la pregunta 10:

Sócrates: Este lado es 2 pies de largo. ¿Cuál será el largo de lado del otro (cuadrado) que tiene el doble de tamaño?

Meno: Claramente, Sócrates, será el doble.

Las siguientes preguntas (11-20) trabajan sobre este error y en el experimento el sujeto pasará por responderlas sólo en el caso que cometa el mismo error que el esclavo. Las ramas lineales se siguen secuencialmente al menos que el participante haga algún descubrimiento que haga que las preguntas siguientes sean ilógicas



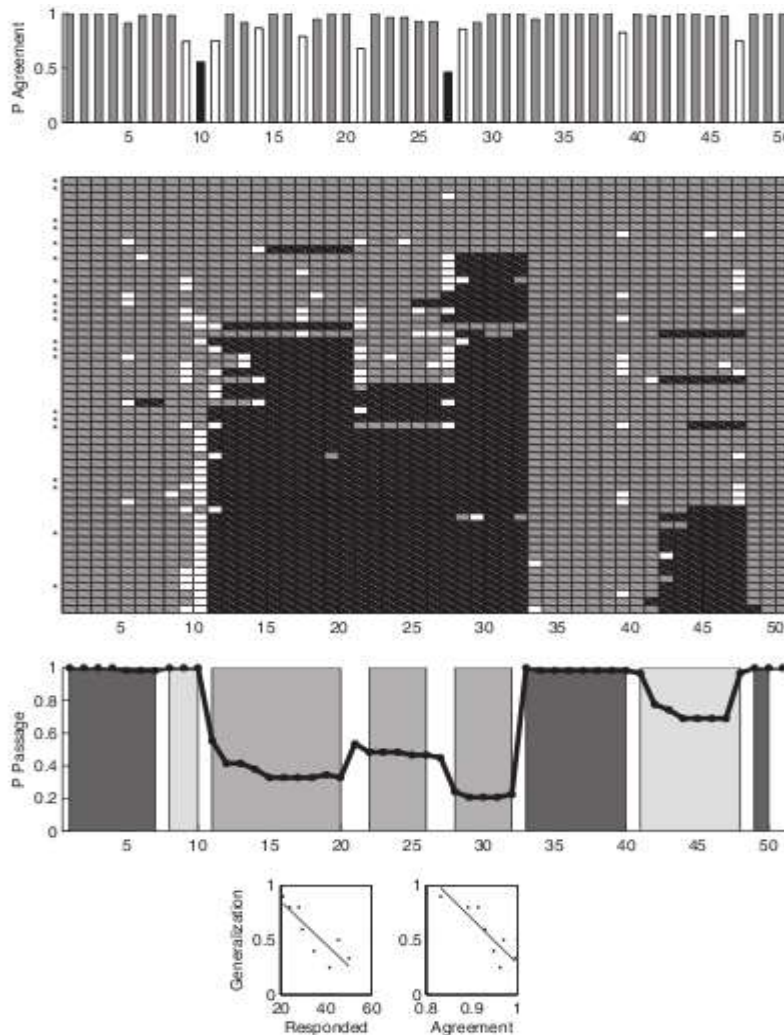
. Por ejemplo, en las preguntas 41-48 se habla del “argumento diagonal”. Si en algún momento durante esas preguntas el sujeto entiende el argumento y verbaliza la solución entonces pasará directamente en ese momento a la pregunta 49. Sólo algunas preguntas 1-7, 33-40, 49-50 son estrictamente obligatorias y se harán independientemente de las respuestas de los participantes. El promedio de preguntas respondidas es significativamente mayor en el grupo de adolescentes (adolescentes, $76.6 \pm 4.1\%$ y adultos, $63.9 \pm 3.1\%$;

t-test $t = 19$, $p < .0001$, $df = 36$). Luego medimos el porcentaje de acuerdo entre lo empírico y el diálogo socrático.

$P(\text{Acuerdo}) = P(\text{Respuesta idéntica} \mid \text{respondido})$. El acuerdo entre el diálogo socrático y el experimento fue notable (Figura 2). En 28 de las 50 preguntas de todos los participantes, sin excepción, respondieron exactamente como el esclavo de Meno. En promedio, el grado de acuerdo fue del 93,7% y sólo en dos de las 50 preguntas (preguntas 10 y 27) es un poco menos del 60%.

Las preguntas en el diálogo socrático pertenecen a dos clases: (1)Meno-correcta, en el que la respuesta del esclavo es correcta y (2)Meno incorrecta, en la que el esclavo hace un error (ver pregunta 10 como referencia arriba). El estrecho acuerdo entre el diálogo socrático y el experimento es particularmente notable en las preguntas Meno-incorrecta en las que el espacio de las respuestas es prácticamente infinita. De hecho, la gran mayoría de las discrepancias son debidas a respuestas matemáticamente correctas.

Es de destacar que los errores cometidos por el esclavo de Meno en el diálogo fueron en gran parte omnipresente en jóvenes pensadores del siglo 21. Esto es impresionante, incluso en el análisis de la pregunta 10 en la cual surge el mayor desacuerdo. Cuando se



le hizo esta pregunta, el 55,2% de los participantes es respondieron, como el esclavo de Menón, que el lado tenía que ser duplicado para duplicar el área, el 41,4%

respondió correctamente y sólo el 3,4% respondió algo diferente, pero también incorrecto.

El acuerdo con el diálogo en la pregunta 10 fue significativamente mayor para los adolescentes, de los cuales el 61,9% respondió que la línea tenía que ser duplicada. Cabe destacar que el 51,4% de los adultos, todos los cuales tenían educación secundaria y la mayoría de los cuales tenían educación universitaria, respondió que el lado tenía que ser duplicado para duplicar el área. La diferencia en el acuerdo fue significativa entre los adolescentes y adultos ($p < 0,05$). La segunda mayor discrepancia entre lo empírico y el diálogo Socrático se produjo en la pregunta 27 del diálogo. Preguntas anteriores conducían al esclavo de Menón (y nuestros participantes) a acordar en que el tamaño de la longitud de la línea que duplica el área del cuadrado tenía que estar en alguna parte entre 2 y 4 pies (el lado original tenía longitud de 2 pies). Cuando se le preguntó acerca de cuál de todos los valores debe ser la longitud que duplica el área, la respuesta del esclavo es: Tres. Trece de 21 adolescentes y 13 de 37 adultos pasaron por esta pregunta. De estos, el 53.9% de los

adultos y el 38.5% de los adolescentes cometieron el mismo error que el esclavo respondiendo que la medida entre 2 y 4 que duplicaría el área era tres. Este resultado está en línea de estudios de desarrollo y etnografía que han demostrado la influencia de una bisección lineal y simbólica de la recta numérica (Dehaene, Izard, Spelke, & Pica, 2008; Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004; Lemer, Dehaene, Spelke, & Cohen, 2003). Más aún, la mayoría de los participantes que no respondió tres es porque hizo la cuenta “ $3 \times 3 = 9$ ” y sabían que el área tenía que ser de ocho pies, entonces concluyó que tendría que ser un número entre 2 y 3 y por lo tanto debía ser “2.5”, mostrando nuevamente la linealidad en este razonamiento. Después de completar las 50 preguntas originales del diálogo socrático, les mostramos a nuestros participantes un nuevo cuadrado, con otro tamaño y les hicimos nuevamente la misma pregunta que al principio: duplicar el área del cuadrado. Para nuestra sorpresa, un poco más de la mitad de los adolescentes (57.1%) y casi un tercio de los adultos (32.4%), después de seguir el diálogo por alrededor de 15 minutos, fallaron al dar una respuesta. La probabilidad de generalizar el conocimiento se vió disminuida en el caso de que los participantes habían seguido el diálogo socrático más fielmente, como atestigua la significativa correlación negativa entre el número total de preguntas respondidas y la probabilidad de generalizar los conocimientos aprendidos a una plaza nueva ($R^2 = 0,74$, $F = 17,06$; $p < 0,01$; Figura 2, panel inferior). Hay que tener en cuenta que los participantes que siguieron el diálogo más cercano al diálogo original son los que comenten los mismos errores que el esclavo y por lo tanto pasar por las ramas condicionales. Por lo tanto este resultado también implica (como se puede observar en la figura) que los participantes que respondieron a las preguntas de ramificación como el esclavo de Menón muestran una menor generalización a un nuevo problema del mismo tipo. El grado de acuerdo también se correlacionó negativamente con la probabilidad de generalización ($R^2 = 0,77$, $F = 20.32$, $p < 0,01$).

Hemos demostrado que una réplica contemporánea del Diálogo Socrático con un analfabeto joven griego esclavo de la época de Platón muestra resultados muy similares a los de un grupo de estudiantes de secundaria y universitarios, lo que refleja que los universales cognitivos humanos atraviesan el tiempo y las culturas. El diálogo socrático es probablemente uno de los ejemplos más emblemáticos de la educación en un entorno mínimamente guiado, en la que los alumnos deben descubrir o construir información. Sócrates actúa como una partera, divide el problema en componentes y va provocando respuestas a cada parte por separado (mayéutica), una estrategia de enseñanza que se

refiere contemporáneamente como pilotaje (Marton, 1997). Nuestra observación de una falta de generalización en el diálogo socrático se extiende a una amplia literatura que se ha cuestionado la eficacia de unguided education, a pesar de su gran popularidad y atractivo intuitivo (Chen y Klahr, 1999; Kirschner, 2006; Klahr, 2009; Kuhn, 2005; Tikva, 2010). Nuestros resultados también ponen en duda la eficacia del sistema educativo moderno. ¿Qué pasa con la educación moderna que aún conduce a muchas de las mismas deficiencias que en el tiempo de Sócrates? Una primera respuesta a esta pregunta puede venir de proyectos a gran escala que podrían proporcionar una comprensión más fina del efecto de los distintos factores educativos. Nuestros datos actuales eran insuficientes para llevar a cabo una regresión de todos los posibles factores (nivel de educación, tipo de educación, los resultados educativos, etc) o más generales (edad, sexo, índice de inteligencia, etc) que pueden predecir la performance. Es por eso que en líneas generales se agruparon los datos en dos categorías: adultos que habían completado la escuela secundaria y los adolescentes. Nuestros resultados muestran que la educación tiene un impacto modesto, pero significativo en el razonamiento, que se refleja por el diálogo: adolescentes tenían más acuerdo con el diálogo, especialmente en la pregunta 10 (62% en los adolescentes frente a 50% en adultos) en la que que erróneamente responden que el lado tenía que ser duplicado para duplicar el área. A pesar de esta ligera mejoría, debe hacerse hincapié en que el conocimiento de que la duplicación de la longitud realmente cuadruplica el área es un aspecto básico de las matemáticas que todos los participantes deberían saber. Así que la pregunta sigue siendo. ¿Por qué una fracción significativa todavía no? ¿Existe un sistema educativo que conduzca a menos fracasos o reflejan los aspectos básicos de la cognición humana? Una segunda estrategia para responder a estas preguntas es haciendo estudios transculturales. En esta etapa, nuestro estudio sólo examina el sistema educativo argentino. El diálogo socrático podría llegar a ser un vehículo interesante para probar la eficacia de ciertos aspectos de distintos planes de estudio. De hecho, es posible que la clave de la formación no sea necesariamente los aspectos matemáticos del problema, sino la concentración durante el razonamiento, el foco de atención, y, más concretamente, en la presencia y los límites de la heurística en la solución de problemas (Kahneman y Tversky, 1973; Tversky y Kahneman, 1974). El detalle notable del diálogo socrático hizo posible seguir todos los pasos del razonamiento geométrico y lugares del diálogo socrático, 23 siglos después de su

concepción, como un vehículo experimental ideal para explorar la fisiológica correlatos de la enseñanza y desenredar una de las más distintivas elementos de la cultura humana (Battro, 2007, 2010, Strauss, 2005).

A la luz de estos descubrimientos y de muchas de las preguntas que han quedado abiertas en este trabajo han surgido nuevas investigaciones. Holper et al (2013) estudiaron el diálogo socrático monitoreando la actividad del lóbulo frontal izquierdo del cerebro tanto del maestro como del alumno. En esta investigación se observó que aquellos alumnos capaces de generalizar la solución mostraron una activación de la corteza cerebral fuertemente correlacionada con la del maestro, cosa que no se observó en los que fracasaron. Con estos estudios se abre un nuevo campo de estudio (Holper et al, in press) en donde resultados de investigaciones neurocientíficas podrían ser aprovechados por la pedagogía.

Material y Método

Cincuenta y ocho sujetos (edad $26,3 \pm 1,7$ años de edad media) participaron en el estudio. Los participantes fueron agrupados como adultos ($N = 37$, edades 21 a 64 años, secundaria completa) y adolescentes ($N = 21$, edades de 12 a 18 años, actualmente en la escuela secundaria). Como todos los participantes en este estudio eran argentinos nativos, el diálogo se convierte en el español coloquial argentino, utilizando la conjugación “vos” en lugar de “tu”. Después de cada pregunta, si la respuesta de los participantes coincidió con el diálogo socrático del experimentador simplemente avanzó a la siguiente pregunta. Si el participante respondió correctamente donde el esclavo de Menón comete un error, el investigado salta a la pregunta obligatoria siguiente de acuerdo al esquema. Todos los diálogos fueron grabadas. Los análisis se realizaron offline. Las cintas de audio fueron transcritas y cada respuesta fue codificados de forma binaria, como 1 si coincide con el socrático diálogo y 0 si difiere.

Referencias bibliográficas

- Battro, A. (2010) The Teaching Brain. *Mind, Brain, and Education* 4(1), 28–33.
- Chen, Z., & Klahr, D. (1999). All other things being equal: Acquisition and transfer of the control of variables strategy. *ChildDevelopment*, 70(5), 1098–1120.
- Dehaene, S., Izard, V., Spelke, E., & Pica, P. (2008). Log or linear? Distinct intuitions of the number scale in Western and Amazonian indigene cultures. *Science*, 320(5880), 1217–1220.
- Dijksterhuis, A., Bos, M. W., Nordgren, L. F., & van Baaren, R. B. (2006). On making the right choice: The deliberation-without-attention effect. *Science*, 311(5763),

- 1005–1007.
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8(7), 307–314.
- Gentner, D. (1983). Structure-mapping: A theoretical framework for analogy. *Cognitive Science*, 7, 155–170.
- Gigerenzer, G., & Reinhard S. (Eds.). (2002). *Bounded rationality: The adaptive toolbox*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Goldin, A., Pezzatti, L., Battro, A. & Sigman, S. (2011) From Ancient Greece to Modern Education: Universality and Lack of Generalization of the Socratic Dialogue. *Mind, Brain, and Education* 5(4), 180–185.
- Holper, L., Goldin, A., Shalom, D., Battro, A., Pezzatti, L., Calero, C. & Sigman, M. (in press) The cognitive neuroscience of the teacher-student interaction. *Mind, Brain and Education*.
- Plato. (2008) *Apología de Sócrates. Menón. Crátilo*. Madrid: Alianza Editorial.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1973). On the psychology of prediction. *Psychological Review*, 80(4), 237–251.
- Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41(2), 75–86.
- Klahr, D. (2009). To every thing there is a season, and a time to every purpose under the heavens. What about direct instruction? In T. M. D. E. Sigmund Tobias (Ed.), *Constructivist instruction: success or failure?* (pp. 291–310). New York: Taylor & Francis.
- Kuhn, D. D. Jr. (2005). Is developing scientific thinking all about learning to control variables? *Psychological Science*, 16(11), 866–870.
- Lemer, C., Dehaene, S., Spelke, E., & Cohen, L. (2003). Approximate quantities and exact number words: dissociable systems. *Neuropsychologia*, 41(14), 1942–1958.
- Marton, F. B. S. (1997). *Learning and awareness*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Plato. (2008). *Apología de Sócrates. Menón. Crtilo*. Madrid: Alianza Editorial.
- Strauss, S. (2005). Teaching as natural cognitive ability: Implications for classroom practice and teacher education. In B. P. David & S. H. White (Eds.), *Developmental psychology and social change: Research, history and policy* (pp. 368–388). New York: Cambridge University Press.
- Tikva, J. B. (2010). Socratic teaching is not teaching, but direct transmission is: Notes from 13 to 15-year olds' conceptions of teaching. *Teaching and Teacher Education*, 26, 656–664.