USO DE LA TRIGONOMETRÍA EN LA ARQUITECTURA

Jaime Fernando Cruz Bermúdez; Pedro T. Ortiz y Ojeda; Mauricio Gutiérrez Espinosa
jaifer@prodigy.net.mx; ptoyomx@yahoo.com.mx; spacioe@hotmail.com
Facultad de Arquitectura de la Universidad Autónoma de Chiapas; México

Tema I.3 - Pensamiento Geométrico.
Modalidad: Comunicación breve
Nivel Terciario - Universitario
Palabras Claves: Trigonometría, Geometría, Arquitectura, Topografía.

Resumen:

Desde los orígenes de la construcción el pueblo egipcio requirió dimensionar las superficies en las que posteriormente emplazarían sus parcelas y construcciones, Herodoto los llamo tensadores de cuerda o agrimensores que dieron pie a la profesión de los topógrafos. Actualmente el mismo sentido original guía a los estudiantes de arquitectura para dimensionar el espacio en que desarrollaran sus proyectos. Se presentará un ejercicio en el que se utilizan únicamente cintas métricas y triangulaciones de puntos que, al calcular sus áreas y sumarlas, permite realizar un levantamiento topográfico y dar cuenta de las implicaciones que tiene el uso de la geometría euclidiana.

Introduccion

De acuerdo con Gorodokin, I. (2007) el proceso de comprender las matemáticas, es un proceso complejo que involucra tres elementos: el sujeto que aprende, el objeto de conocimiento y el espacio cultural que rodea y permea al proceso. Si se pretende comprender de qué manera un grupo social, o los individuos que le componen, llegan a formular una explicación matemática de una realidad específica, es necesario desarrollar una visión sistémica que integre este proceso. Comprender por una parte el componente práctico, definido por el ambiente en el que está situados los sujetos que experimentan la necesidad de explicar su realidad, y por otra, el componente formal, la representación matemática que utilizan para fundamentar la lógica que certifica la veracidad de la explicación que se da a la realidad.

En el caso de la arquitectura se espera que los alumnos que inician la carrera, después de varios cursos de geometría y calculo, tengan la capacidad de pensar en términos de lo que se conoce con ingenio y creatividad para resolver problemas de su práctica profesional, es decir establecer modelos de la realidad para poder desarrollar criterios de solución de problemas o tomar decisiones. Sin embargo, al de pasar de una formula a la experiencia viva enfrentan diversos problemas que superan la formación teórica.

Esta problemática lleva a analizar en el presente trabajo ¿de qué manera estos alumnos logran la construcción de su conocimiento y formulan su representación matemática?, al hacerlo se observará que enfrentan obstáculos epistemológico similares a los que transito la concepción de la geometría en la historia de las matemáticas, como se explicará a continuación.

Planteamiento del problema:

A alumnos que inician la Carrera de Arquitectura de la Universidad Autónoma de Chiapas, se les presentó en la materia de Análisis del Medio físico Natural el problema de tomar medidas y determinaran la superficie de un terreno en el que se procederá a elaborar un proyecto arquitectónico.

El terreno se encuentra en el lugar llamado "Cerro Hueco" en los límites de la Ciudad de Tuxtla Gutiérrez del Estado de Chiapas, México. Y se propone el ejercicio debido a que este lugar posee un alto atractivo turístico y requiere de mejoras para su mejor aprovechamiento. El sitio cuenta con dos albercas, estacionamiento, vestidores, caseta de vigilancia, baños y un local de comida.

El terreno es irregular en su topografía, se encuentra en el "El Zapotal". Una microcuenca en la que se genera un rio que abastece a parte de la Ciudad de Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.

Marco teorico:

Para dar explicación a la experiencia vivida con los alumnos de arquitectura es conveniente hacer un recorrido histórico de las concepciones matemáticas desarrolladas con respecto a la medición de superficies que identifican a la geometría en general.

Se retoma la idea de Piaget y García (1982) quienes plantean que en sus distintas representaciones espaciales todo individuo debe realizar primero una representación topológica del espacio y posteriormente construir un sistema de referencia que le permita desarrollar nociones proyectivas.

Históricamente este proceso puede ser reconstruido a partir de distintas fuentes:

En particular dentro del campo de la arquitectura encontramos que Jacopo Vignola (1523) quien en su texto denominado "Reglas de los cinco órdenes de Arquitectura" en su capítulo primero titulado *De la Geometría, su origen, y definiciones de las principales figuras geométricas relativas a la Arquitectura*; señala:
"La geometría tuvo su origen en el Egipto; los Egipcios la inventaron, según dicen, para remediar la confusión que las inundaciones del Nilo causaban comúnmente en sus tierras, borrando los límites que separaban las heredades. Este ejercicio, que en aquel tiempo solo servía para medir la tierra y dar a cada uno lo que le pertenecía, fue llamado por los Griegos *Medida de la tierra ó Geometría*; pero después los Egipcios se aplicaron a hacer observaciones más profundas, y de una práctica puramente mecánica resultó una ciencia tan útil a todas las artes".

Piaget y García (1982) indican que en la historia de la geometría se observan distintas etapas, la primera que se gesta desde Egipto y China formalizándose en el pensamiento griego y adquiere vigencia hasta el siglo XVIII. Posteriormente la geometría descriptiva de Descartes y Fermat, así como el cálculo diferencial e integral que proveen los instrumentos que permiten el desarrollo de la geometría proyectiva de Poncelet en 1865. A lo que siguió la teoría de los grupos que fundamenta la concepción global de la geometría introducida por Felix Klein en 1872.

Para entender esta transformación es útil la descripción que da Paulos (2007) quien aborda la explicación de las diferencias entre una geometría plana, que caracteriza al pensamiento griego y una geometría proyectiva propia del renacimiento. De inicio este autor parte de muchas de las características descubiertas por los egipcios a partir de sus rutinas prácticas de agrimensura, el comercio y la arquitectura. El punto, la línea, los ángulos, las superficies, los polígonos son representaciones geométricas que responden a una lógica común o axioma que les explica.

Euclides, retomando estos hallazgos escogió cinco axiomas para la formulación de su geometría:

1. Dados dos puntos se puede trazar una y solo una recta que los une.
2. Cualquier segmento puede prolongarse de manera continua en cualquier sentido.
3. Se puede trazar una circunferencia con centro en cualquier punto y de cualquier radio.

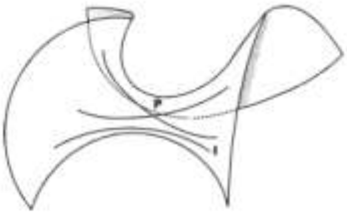
4. Todos los ángulos rectos son congruentes.
5. Por un punto exterior a una recta, se puede trazar una única paralela a la recta dada.

Paulos (2007) señala que estos principios a lo largo de un par de milenios reinaron como un monumento al sentido común y la verdad eterna. Immanuel Kant llegó a decir incluso que la gente sólo podía pensar el espacio en términos euclídeos. Por fin, en el siglo XIX los matemáticos János Bolyai, Nicolai Lobachevski y Karl Friedrich Gauss se dieron cuenta de que el quinto postulado de Euclides es independiente de los otros cuatro y no se puede deducir de ellos.

Los "segmentos de recta" que unen Kenia, Ecuador y el Polo Norte forman un "triángulo" cuyos ángulos suman más de 180°

Para entender la diferencia entre una y otra geometría es conveniente diferenciar el plano en que se realiza el cálculo ya que para la geometría euclidiana se parte de una figura ideal en que todos los trazos se encuentran en una misma superficie, para la geometría no euclidiana los cálculos parten de superficies irregulares y para su comprensión se supone una esfera como elemento de apoyo para los trazos. Desde esta perspectiva los axiomas de euclidianos adquieren otras implicaciones, por ejemplo: Bajo los principios euclidianos se establece que la suma de los ángulos de un triangulo siempre sumarán 180 grados y que no puede existir un triángulo que tenga dos lados de 90^0 ya que esto formaría un cuadrado. Sin embargo en una superficie esférica si es posible generar un triangulo con dos lados de 90^0 que obviamente contradice el postulado.

Hay otras superficies no estandarizadas en los que los términos "punto", "recta" y "distancia" en los que son válidos los cuatro primeros axiomas de la geometría euclídea y el postulado de las paralelas es falso, aunque por otro motivo: por un punto exterior a una recta dada hay más de una paralela. En estos modelos (que podrían consistir, por ejemplo, en superficies en forma de silla de montar) la suma de los ángulos de un triángulo es menor que 180°. Si nos enfrentamos a representar superficies reales encontraremos que el concepto de distancia varía de un punto a otro de un modo parecido a como le ocurre a un viajero que se mueve por un terreno muy irregular y accidentado.



Si en esta superficie en forma de silla de montar interpretamos "línea recta" como la distancia más corta entre dos puntos, son válidos todos los axiomas de la geometría euclídea excepto el postulado de las paralelas. Por P pasa más de una paralela a 1

Los ángulos de un triángulo sobre esta superficie suman menos de 180º

Cualquier modelo que, por la razón que sea, no cumpla el postulado de las paralelas se dice que es un modelo de geometría no euclídea. Cada una de las geometrías presentadas es un conjunto consistente de proposiciones. Cuál de ellas es la verdadera en el mundo real es una cuestión que depende de qué significado físico se dé a los términos "punto" y "recta", y se trata de una cuestión empírica que se ha de dilucidar mediante la observación y no por proclamas de salón. Localmente al menos, el espacio parece tan euclídeo como un campo de maíz, pero como ya han descubierto los partidarios de la tierra plana de cualquier parte del mundo, es peligroso extrapolar demasiado lejos la propia estrechez de miras. Si tomamos la trayectoria de un rayo de luz como interpretación de línea recta, obtenemos una geometría no euclidia.

Dada la explicación anterior se comprende entonces que los datos registrados en campo por los alumnos de arquitectura de la Universidad Autónoma de Chiapas no pueden converger en una medida precisa debido a que no están hechas en un plano cartesiano de carácter homogéneo. Por el contrario al estar presente diversas curvaturas en su topografía estas requieren de un sistema de medición y de cálculo específicos si se pretende este objetivo.

Estrategia

Con la finalidad de realizar el levantamiento del lugar de interés para desarrollar un proyecto se formaron 5 equipos, asignándoles zonas específicas.

Las instrucciones a 4 equipos fueron que: a partir de las construcciones existentes realizaran mínimo tres triangulaciones con las construcciones cercanas o con puntos específicos.

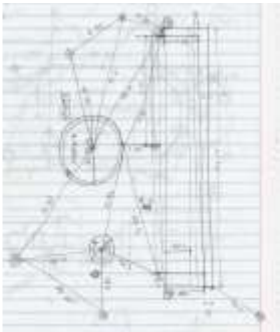
Se insistió en la importancia de tomar medida de las hipotenusas y, en caso de que las mediciones enfrentaran obstáculos procedieran a trazar triangulaciones cortas de 1 a

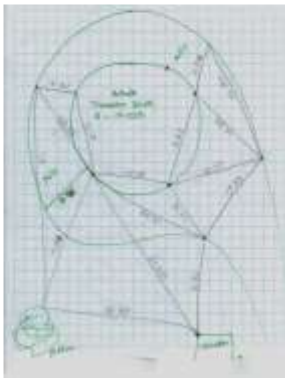
1.50 metros con la finalidad de obtener claramente sus hipotenusas y así conseguir los ángulos de las rectas a medir.

Al quinto equipo se le solicitó que con una manguera de 10 metros y un escantillón encontraran los niveles de las edificaciones circundantes.

Resultados

Al realizar los primeros trazos del levantamiento fueron los siguientes:

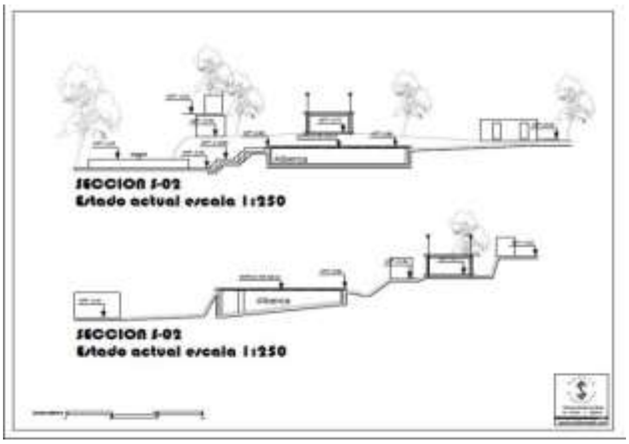





En cuanto a las curvaturas del suelo se observa una diferencia de hasta seis metros del punto más alto al más bajo en una distancia de 50 metros como se observa en los cortes dibujados.

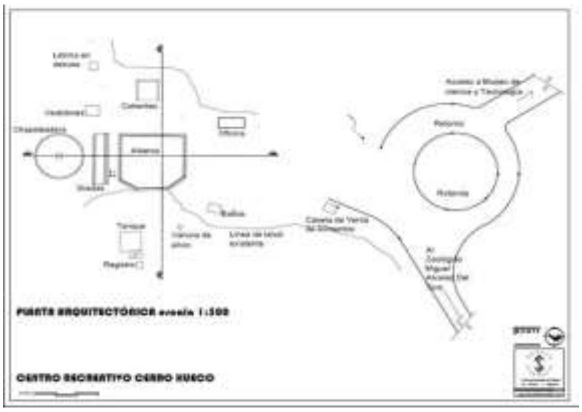
Al proceder a capturar en el programa de cómputo de autocad los levantamientos hechos fue necesario realizar operaciones para establecer los vértices comunes que permitieran integrar los trazos a partir de un plano cartesiano. Al hacerlo se observó que los dibujos de cada equipo poseían diversas circunstancias que hacían dudar de su veracidad. No había una clara definición del punto de medición. En caso de trocos de árbol o piedras o columnas era indistinto tomar una de sus caras o estimar la medida del centro. En varias ocasiones desarrollaron una medida por estimación, sin que realmente fuera hecha la medición, sobre todo en las formas circulares de la alberca o la rotonda que da acceso al lugar. Esto obligó a verificar las mediciones de cada equipo, sin embargo en el momento de integrar los datos nuevamente surgieron disparidades que fueron ajustadas en el trazo debidas a las explicaciones hechas anteriormente.

Analisis:



En el fenómeno del conocer se observan dos elementos fundamentales: el sujeto y el objeto, cada elemento tiene características propias sin embargo ambos componentes están cubiertos por la cultura de un grupo social. Según García (2006) el aprendizaje se desarrolla en la construcción de significados dentro del grupo social que se forma parte y va aprendiendo las convenciones del grupo a través de la imitación, con propuestas iníciales que se forman en términos del ensayo y el error, sin embargo el sujeto va adquiriendo experiencia y conciencia de su propia práctica a la que le va dando significado de acuerdo a su propia personalidad.

En el tema tratado, la costumbre de Notarios y topógrafos tienden a representar los terrenos como planos rectos y se limitan a indicar las medidas de las colindancias. Esto provoca que los arquitectos partan de estas indicaciones para realizar sus proyectos. No obstante al llegar al terreno real las propuestas realizadas idealmente enfrentan variaciones que las circunstancias les exigen y que no pueden ser previstas con las anotaciones que comúnmente se conocen.



En este caso al buscar realizar un levantamiento topográfico utilizando triangulaciones propias de la geometría plana se intentó realizar un cálculo fidedigno de la superficie sin que esto fuera posible y cabe entonces indagar y tomar conciencia de cuáles son las circunstancias que provocan discrepancias entre la realidad y la medida realizada. Para lograr identificar estas discrepancias fue muy importante el haber verificado los trazos de campo y en el programa de autocad y establecer un diálogo con especialistas para llegar a la interpretación de los resultados obtenidos.

Al desarrollar esta experiencia hay que señalar que las matemáticas apelan a conceptos que están aparentemente en franca contradicción, la medición de la realidad contra la integración de resultados en una representación cartesiana, de manera que se producen lo que es conocido como una variable compleja. Es indudable que al analizar lo real se recurre a disecciones y filtros cada vez más complejos. Para comprender los conceptos matemáticos se requiere, en el sujeto una capacidad lógico-matemático que está en relación con las habilidades de deducir, comparar, medir, sacar conclusiones, verificar, enumerar y otras habilidades cognitivas, de igual manera la capacidad lingüística esta en relación directa con las habilidades de sacar conclusiones, comparar, valorar, resumir, describir, observar, narrar, etc., así como la capacidad espacial con sus habilidades de comparar, combinar, localizar, observar, deducir, trasferir.

Conclusiones

A pesar del cúmulo de información recibida los estudiantes de arquitectura no se apropian del conocimiento implícito en la geometría. No basta con que documentalmente exista una descripción de la evolución del pensamiento geométrico, es necesario vivir la experiencia para entender el significado de la misma.

Las consecuencias al respecto son relevantes ya que en la práctica profesional, al trabajar con medidas desacertadas se elaboran proyectos inexactos que afectan la calidad, no solo de la presentación, también del valor del trabajo y obliga a realizar ajustes poco profesionales. En este sentido el ejercicio adquiere relevancia como un medio para internalizar la diferencia entre una geometría plana y una euclidiana.

Bibliografía

García, R. (2006) Sistemas complejos. Gedisa. España

Gorodokin, I. (2007) La formación docente y su relación con la epistemología. Revista Iberoamericana de Educación. Argentina.

Vignola J. (1523) Reglas de los cinco órdenes de Arquitectura. Madrid

Villagrán G. J. (1980) Teoría de la Arquitectura; "Teoría de la arquitectura, su objeto y extensión en la Historia"; México UNAM.

Paulos J, (2007) "*Geometría no euclídea"* en Material para el Programa "Apoyo al último año de la secundaria para la articulación con el Nivel Superior" MECyT - SE – SPU; Editorial Universitaria Buenos Aires.

Piaget J. y García R. (1982) Psicogénesis e Historia de la Ciencia; Siglo XXI editores México