

## Una forma alternativas de hacer cuentas: Algoritmos Abiertos Basados en Números

**Veronica Albanese**  
Universidad de Granada  
vealbanese@ugr.es

**Natividad Adamuz-Povedano**  
Universidad de Córdoba  
nadamuz@uco.es

**Rafael Bracho-López**  
Universidad de Córdoba  
rbracho@uco.es

**Resumen:** Presentamos los algoritmos alternativos ABN (Abiertos Basados en Números) dentro de una tipología de algoritmos llamados transparentes, porque en ellos se deja ver qué está pasando. Estos son flexibles y se adaptan a las capacidades y nivel de desarrollo del aprendiz. Permiten realizar las cuentas *con sentido* basándose, y a la vez desarrollando, el cálculo mental. En el taller trabajaremos los contextos de los problemas aditivos, los algoritmos para la suma y resta y la invención de problemas.

**Palabras clave:** Cálculo mental, algoritmos ABN, sentido numérico.

### Introducción

En este documento describimos el taller de iniciación al método ABN (Martínez, 2008) para la formación de maestros de educación primaria.

El método ABN se basa en un enfoque educativo por competencias que insiste en el saber-hacer de modo que considera la resolución de problemas como el foco central del proceso de aprendizaje de la matemática.

Ser competente en matemática en una sociedad donde la tecnología prima en todos los sectores de la vida requiere un cambio de perspectiva respecto al aprendizaje memorístico y procedimental que permitía resolver operaciones complejas con lápiz y papel pero no fomentaba la agilidad mental en el cálculo. Hoy en día estas operaciones complejas se realizan con calculadoras u otras herramientas tecnológicas mientras el aprendizaje tiene que mirar al desarrollo de técnicas y estrategias para el cálculo mental en operaciones relativamente no tan complejas y la estimación de resultados cuya precisión se alcanza después recurriendo a los medios tecnológicos.

La clave del método ABN es el desarrollo de algoritmos alternativos Abiertos Basados en Números (de aquí la sigla ABN). Estos algoritmos pretenden sustituir las operaciones tradicionales por otros formatos más asequibles y que producen un mayor grado de competencia matemática.

A diferencia de los algoritmos tradicionales, estos están *basados en números* porque no trabajan con las cifras, desligándolas de su valor posicional, como sucede en los algoritmos tradicionales, sino que en

todo momento se concibe el número en relación con su significado cuantitativo. Esto permite a los discentes incorporar facetas del sentido numéricos como la percepción de la magnitud de los números y la adquisición de destrezas para estimar.

Los algoritmos se denominan *abiertos* porque no hay una forma única y unívoca de realizar los pasos. Dado que los algoritmos se basan en la descomposición y composición de los números, cada estudiante puede elegir trabajar con los números de la forma que se sienta más cómodo (por ejemplo, más o menos pequeños). Esta característica hace que los algoritmos se adapten fácilmente al nivel de desarrollo del estudiante, respetando la diversidad del alumnado y de alguna forma facilitando la inclusión (Adamuz-Povedano y Bracho-López, 2014) ya que se rompe con la idea de ser válido o no para las matemáticas.

### **Relevancia**

El aprendizaje de estos algoritmos alternativos se basa en el conocimiento profundo del sistema de numeración decimal y sobre la utilización constante de la composición y descomposición de los números combinada con las propiedades de las operaciones (Martínez, 2010). Estas características permiten el desarrollo de estrategias de cálculo que resultan muy provechosa también en el cálculo mental y la estimación.

Debido a todas estas ventajas en numerosos colegios españoles, sobre todo de Andalucía y Cataluña, pero también de otras comunidades autónomas y en otros países, se ha adoptado o se está dando el paso hacia este método. En algunas regiones, como la de Córdoba, ya se está trabajando desde las administraciones públicas a través del Centro de Formación del profesorado (son los centros en los que los profesores pertenecientes a la escuela pública realizan su la formación continua) y de la Universidad (Lucena-Rubio, Adamuz-Povedano, Bracho-López, y Albanese, 2015). La decisión sobre el cambio metodológico debe ser tomada por el conjunto de docentes del centro ya que implica a todos los cursos. Se empieza en preescolar y primeros cursos de educación primaria con una metodología sistemática basada en el uso de recursos manipulativos didácticos, que permita al alumnado desarrollar un conocimiento profundo y flexible sobre la numeración, continuando con la introducción paulatina del algoritmo escrito en todos los cursos de educación primaria.

En investigaciones realizadas en centros donde los niños y niñas trabajan con los algoritmos ABN se ha observado que la competencia matemática desarrollada por este alumnado es mayor que la desarrollada por niños y niñas que trabajan con algoritmos tradicionales (Bracho-López, Gallego-Espejo, Adamuz-Povedano, & Jiménez-Fanjul, 2014). Al mismo tiempo se ha observado que estos niños y niñas desarrollan grandes habilidades en el cálculo mental y mejoran sus habilidades de estimación.

Por otro lado, cabe destacar otro hallazgo importante y es que en los centros donde se trabaja con algoritmos ABN se ha mostrado un crecimiento efectivo de la motivación y un cambio favorable de actitud hacia la matemática, tanto por parte del alumnado como por parte del profesorado.

### **Resolución de problemas y Algoritmos ABN**

Los problemas aritméticos son aquellos que presentan en su enunciado datos en forma de cantidades y establecen entre ellos relaciones de tipo cuantitativo y para resolverse es necesaria la realización de operaciones aritméticas. Son a los que más tiempo se les dedica en la etapa de educación primaria.

Siguiendo a Echenique (2006) se clasifican en problemas aritméticos de primer, segundo, o tercer nivel teniendo en cuenta el número de operaciones que es necesario utilizar para su resolución. Dentro de los problemas de primer nivel encontramos los problemas de estructura aditiva (suma y resta) se presentan

en diferentes contextos donde las tres cantidades juegan roles diferentes, independientemente del lugar donde se encuentra la incógnita. Así, podemos encontrar:

- **Problemas de cambio:** Se identifican porque en el texto del enunciado incluyen una secuencia temporal. Parten de una cantidad inicial, la cual se ve modificada en el tiempo, para dar lugar a otra cantidad final. También se conocen como problemas ETE (Estado-Transformación-Estado).
- **Problemas de combinación:** En su enunciado se describe una relación entre dos conjuntos P1 y P2, que unidos forman el todo. La pregunta del problema hace referencia a la determinación de una de las partes o del todo.
- **Problemas de comparación:** Son aquellos en los que en su enunciado se está estableciendo alguna comparación (con más que o menos que). Tenemos una cantidad de referencia, una diferencia y una cantidad comparada.

A continuación presentamos algunos ejemplos de problemas aditivos-sustractivos que resolveremos usando algoritmos ABN.

### Problema 1)

Para llegar desde Limón a San José hay que recorrer 159 km y desde San José a Puntarenas hay 95 km. Si estoy en el congreso de Limón para volver a mi casa en Puntarenas, ¿cuántos kilómetros tendré que recorrer?

Se trata de un problema de combinación, en el que nos dan dos partes de un conjunto y nos piden el total, se resuelve con una suma:  $159+95$ .

<b>MUEVO</b>	<b>159</b>	<b>95</b>
<b>100</b>	59	195
<b>5</b>	54	200
<b>54</b>	0	254

  

<b>MUEVO</b>	<b>159</b>	<b>95</b>
<b>1</b>	160	94
<b>40</b>	200	54
<b>54</b>	254	0

Figura 1. Algoritmo ABN para la suma: dos formas de realizar  $159+95$ .

Matemáticamente el algoritmo se basa en la propiedad asociativa de la suma. En la práctica lo que hacemos es ir *moviendo* cantidades diversas de un lado para otro (en el primer ejemplo de izquierda a derecha, en el segundo de derecha a izquierda, según la dirección de la flecha), la cantidad que se mueve se pone en la primera columna, y se va sustrayendo de lado donde se quita y sumando al lado donde se añade. Vemos así como obtenemos resultados parciales hasta conseguir 0 por un lado, es decir, hemos

“juntado” todo en uno de los sumandos. La elección de la cantidad a mover depende completamente de quien realiza el algoritmo. Por ejemplo, se puede elegir ir completando a la decena o centena más cercana (lo que denotaría que el estudiante tendría adquiridas ya ciertas estrategias convenientes al cálculo) o ir moviendo la unidad de más alto grado. También se podría haber elegido mover cantidades más pequeñas y entonces realizar más pasos. En resumen, hay muchas formas de hacerlo, pero todas válidas para llegar al resultado. Este hecho es muy importante porque refuerza la autoestima del alumnado.

Sin lugar a dudas, la puesta en común con el grupo clase de las diferentes formas de hacerlo, da opción al docente una oportunidad magnífica de enriquecimiento ya que puede ir destacando aquellos pasos más convenientes o los que nos “reducen” el camino.

En el caso de la resta existen distintas interpretaciones o modelos que nos llevan a implementar diferentes algoritmos en ABN. Así podemos encontrar:

- Resta como diferencia
- Resta como comparación
- Resta como cuánto me falta para llegar a.

### Problema 2)

El X Censo Nacional de Población de Costa Rica del 2011 se reportan los siguientes datos sobre las poblaciones de los territorios indígenas: Los Bribris son 12 785, los Cabécares son 12 707. ¿Cuántos Bribris más hay que Cabécares?

Es un problema de comparación, que se resuelve con una operación de resta:  $12785 - 12707$ .

Como hemos mencionado antes, el algoritmo ABN nos da opción de realizar cuatro tipos de resta: detracción, comparación, escalera ascendente y escalera descendente. La elección de cada uno de estos tipos va a venir determinada por el contexto del problema. En este caso lo realizaremos por detracción.

QUITO	QUEDA	QUEDA
	12 785	12 707
<b>10000</b>	2 785	2 707
<b>2000</b>	785	707
<b>700</b>	85	7
<b>5</b>	80	2
<b>2</b>	78	0

Figura 2. Algoritmo ABN para la resta.

Matemáticamente lo que se aplica es una propiedad de la resta, que nos dice que si quitamos la misma cantidad a dos cantidades que están restando, la diferencia entre ellas es la misma.

La idea del algoritmo es ir *quitando* una misma cantidad a los dos términos de la resta hasta que uno de ellos se quede a cero. Aquí también la elección de la cantidad a quitar está en la persona que realiza el algoritmo. Así una adecuada elección permite simplificar mucho el cambio de decenas o centenas (véanse los últimos dos pasos de la Figura 2), lo que en el algoritmo tradicional corresponde el “tomar prestado”.

Proporcionamos un ejemplo más para el significado de la resta de escalera ascendente (cuanto me falta para llegar).

### Problema 3)

Un montañero ha montado su campamento base en la Reserva de Talamanca a 2 345 m de altura. El pico del Cerro de la muerte está a 3 491 m de altura, ¿cuántos metros les faltan para llegar?

De nuevo se trata de un problema de combinación que se resuelva con la resta:  $3491-2345$ .

SUBO	LLEGO A
1000	3 345
100	3 445
5	3 450
40	3 490
1	3 491
1146	

La idea del algoritmo es ir añadiendo al segundo término distintas cantidades (que voy registrando en la columna de la izquierda) hasta llegar al número pedido (en la columna de la derecha). Una vez conseguido esto, se suman las cantidades añadidas de la primera columna para obtener el resultado.

### Objetivo

El objetivo que perseguimos en el taller del X Festival Internacional de Matemática de Limón es iniciar a los maestros de educación primaria en el cálculo con algoritmos ABN.

En particular nos centramos en los algoritmos de las operaciones de la estructura aditiva (suma y resta) presentándolas en el contexto de problemas.

### El taller

El taller se compone de dos partes. En una primera parte realizaremos una presentación, con el apoyo de diapositivas, presentando los algoritmos ABN.

En una segunda parte proponemos la resolución individual de operaciones de suma y resta con los algoritmos ABN en el contexto de problemas.

## Conclusiones

Consideramos que los algoritmos ABN proporcionan una forma de trabajar la aritmética escolar que encaja muy bien en el enfoque por competencia. La competencia matemática reside en la capacidad de resolver problemas en contextos reales de una manera eficaz y eficiente. Cuando se trata de las operaciones, ser competente abarca el empleo de estrategias de cálculo mental y estimación cuyo desarrollo constituye uno de los puntos de fuerza de un aprendizaje basado en los algoritmos ABN.

La formación de los maestros es un paso previo indispensable para dar el cambio en los centros escolares hacia la utilización de metodologías alternativas que fomenten un aprendizaje por competencia.

Con el taller que llevaremos a cabo esperamos contribuir en este sentido a la incorporación de la competencia matemática en el currículo de primaria en Costa Rica.

## Referencias Bibliográficas

- Adamuz-Povedano, N., y Bracho-López, R. (2014). Algoritmos flexibles para las operaciones básicas como modo de favorecer la inclusión social. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social (RIEJS)*, 3(1), 37-53.
- Bracho-López, R., Gallego-Espejo, M., Adamuz-Povedano, N., y Jiménez-Fanjul, N. (2014). Impacto Escolar de la Metodología Basada en Algoritmos ABN en Niños y Niñas de Primer Ciclo de Educación Primaria. *Unión. Revista iberoamericana de educación matemática*, 29, 97-109.
- Echenique, I. (2006). Matemáticas resolución de problemas. Gobierno de Navarra.
- Lucena-Rubio, M., Adamuz-Povedano, N., Bracho-López, R., y Albanese, V. (2015). Formación continua del profesorado para una transformación metodológica en lo relativo a la aritmética escolar. En C. A. Huertas, R. Serrano, & M. E. Gómez (Eds.), *Educación y Cooperación al Desarrollo 2015. Año Europeo del Desarrollo*, 63-64. Córdoba: ArCiBel Editores S.L.
- Martínez, J. (2008). Competencias básicas en matemáticas: una nueva práctica. Madrid: Wolters Kluwer.
- Martínez, J. (2010). Algoritmos abn. el cálculo del futuro. *Clave XXI. Reflexiones y Experiencias en Educación*, 2, 4-11.