

ERRORES DE ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO MEDIO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN ECUACIONES DE PRIMER GRADO

González, V.^a, Rey, S.^a, Olivares, P.^{ab}, Parra, Y.^{ab}

^aUniversidad San Sebastián;

vgonzalezgaretto@gmail.com^a, priscilla.olivares@uss.cl^b

Resumen.

Este documento aborda las principales dificultades de los alumnos de Primer Año de Enseñanza Media cuando se ven enfrentados a la necesidad de resolver ecuaciones de primer grado. Para este propósito se aplicó un cuestionario que requería una definición del concepto de ecuación, y que pretendía que los alumnos descubrieran errores simples o encontraran un dato faltante, el que debía ser incluido y modelado mediante una ecuación. Las respuestas obtenidas en dicho cuestionario fueron analizadas detenidamente y se pudo observar algunos errores relacionados con la rigurosidad de la argumentación y la base matemática de las respuestas.

Palabras clave: *ecuación, errores frecuentes, análisis de error.*

INTRODUCCIÓN

Las ecuaciones de primer grado son un concepto matemático fundamental en los procesos de enseñanza-aprendizaje ya que permiten desarrollar la capacidad creativa del intelecto, potenciando la habilidad de resolver problemas cotidianos con mayor rapidez, siendo esto desconocido para la gran mayoría de las personas (Egoavil, 2014, p.150). De la misma forma, Egoavil (2014) enfatiza que muchos de los estudiantes que tienen problemas de aprendizaje -en especial en las matemáticas- se vuelven hábiles una vez que aprenden las simples y básicas ecuaciones de primer grado, puesto que éstas contribuyen al desarrollo de razonamiento lógico o causal, siendo esto sumamente importante para el desarrollo del ser humano. Por lo tanto lograr un aprendizaje significativo de las ecuaciones de primer grado, permite que los estudiantes sean capaces de identificar la utilidad que tiene este objeto matemático. En este documento se describe la realización de una indagación en proceso, que examina las dificultades sobre el concepto de ecuación de primer grado presentes en estudiantes de primer año medio de un Colegio Científico-Humanista de la ciudad de Santiago, Región Metropolitana, Chile. Para ello, se aplicó a tres estudiantes, un cuestionario que tiene como objetivo evidenciar, identificar y analizar los errores asociados a las ecuaciones de primer grado.

ANTECEDENTES

En el estudio de la matemática, se manifiestan dificultades que están asociadas a la resolución de problemas que involucran ecuaciones de primer grado. Es importante identificar los errores más comunes y reflexionar sobre ellos, para así conseguir que los estudiantes logren una apropiación significativa del objeto matemático.

Según Rico (1995), la mayoría de los especialistas e investigadores coinciden en que los errores

surgen frecuentemente de manera sorpresiva, pues no se ha efectuado con antelación un análisis respecto de las dificultades y de los eventuales errores que pudiesen cometer los estudiantes cuando se enfrentan a la resolución de problemas.

Los errores más recurrentes en las ecuaciones son los descritos por Abrate, R., Pochulu M. y Vargas, J. (2006), quienes mencionan el uso de reglas por parte de los estudiantes, a partir de alguna regla conocida: “Si está multiplicando, pasa dividiendo”. El problema se suscita cuando se realiza un proceso algorítmico desprovisto de significado con un lenguaje poco riguroso e incorrecto y que sin embargo conduce a una respuesta correcta. Este tipo de situaciones generan la falta de comprensión y apropiación del objeto matemático. Es aquí donde los estudiantes transponen indiscriminadamente los términos bajo estas reglas, sin notar qué es lo que debe realizar primero en una operación. En este caso el estudiante sólo realiza un proceso mecánico, sin hacer un análisis de los procesos previos que lo llevan a utilizar esta operación matemática. Como consecuencia se evidencia que el estudiante muestra una falencia de comprensión de conceptos matemáticos en la ecuación de primer grado.

Por otro lado Hurtado (2013), plantea que existen múltiples dificultades en la comprensión de las ecuaciones por parte de los estudiantes, en su estudio explicita que la dificultad principal radica en la falta de comprensión para abordar métodos y símbolos que dan cuenta de procesos de generalización y, con ello, mayores niveles de abstracción. En este mismo sentido, Booth (1984) señala que uno de los errores frecuentes en la resolución de problemas que involucran ecuaciones de primer grado, es la mala interpretación del concepto de variable, esto quiere decir, que los estudiantes no interpretan la variable como un número, sino que siempre lo ven como un objeto y cuando logran interpretar la variable como un número, el estudiante comete un nuevo error que es darle a esta variable un valor fijo.

Otra de las dificultades matemáticas que poseen los estudiantes cuando trabajan con ecuaciones de primer grado es la comprensión y posterior traducción y/o conversión de un problema expresado en lenguaje natural a su representación en lenguaje algebraico, según lo señalado por Booth (1984), los estudiantes no logran visualizar una relación entre estos lenguajes y por lo tanto no logran unir ambas representaciones.

Finalmente se puede señalar que el error está presente en todo proceso de aprendizaje de la matemática. La importancia del error, según Oteiza (2006), hace referencia a que el aprendizaje puede verse fuertemente beneficiado. “Los errores permiten aprender... (El error) sugiere soluciones, permite aprender a no tropezar dos veces con la misma piedra. El error es una joya que hay que aprender a usar”.

METODOLOGÍA

Se trata de un estudio exploratorio que indaga la actividad matemática de estudiantes de primer año medio cuando se enfrentan a la resolución de problemas relacionados con ecuaciones de primer grado. En un primer momento se confeccionaron tres preguntas que involucran en su diseño, la articulación de procedimientos de tipo algebraico, de argumentación teórica y de la aplicación de dicho objeto matemático. Las tres preguntas aplicadas son las siguientes: 1.- ¿Qué entiendes por

ecuación?, 2.- Se proponen tres ecuaciones con su resolución. El propósito es que los estudiantes identifiquen el error, posteriormente el profesor solicita la argumentación teórica de aquello que ha sido identificado. 3.- Se propone un problema con ausencia de información. En este caso el estudiante no sabe que el problema no tiene solución única.

En un segundo momento se levantaron conjeturas respecto del tipo de respuestas que podrían emerger, y en un tercer momento se realiza un contraste de las producciones estudiantiles que se obtuvieron en la fase de aplicación del instrumento matemático con las conjeturas previamente establecidas.

Levantamiento de conjeturas.

En la primera pregunta se espera que los estudiantes proporcionen definiciones incompletas, pero que exista un grado de conocimiento correcto. Se esperan respuestas como “*Son ejercicios donde hay que encontrar el valor de X*” o “*Son problemas matemáticos donde se debe encontrar un valor desconocido*”.

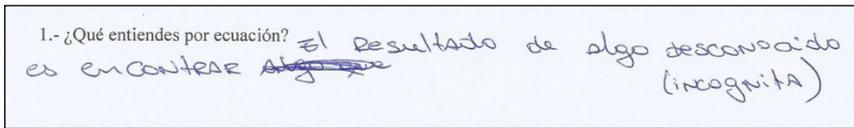
Para el caso de la segunda pregunta se estima que los estudiantes no tendrán mayores dificultades para descubrir los errores en las ecuaciones planteadas, pero sí se cree que habrá problemas en la argumentación de las mismas, probablemente estas carecerán de rigurosidad matemática conceptual.

En el tercer problema se conjetura que la mayoría de los estudiantes intentarán solucionar el problema sin advertir que falta un dato. Se estima que por la dificultad del problema los estudiantes no podrán responder a cabalidad la pregunta, no obstante es posible que alguno advierta que puede haber dos o más soluciones, para este caso el profesor revelará el dato faltante.

RESULTADOS

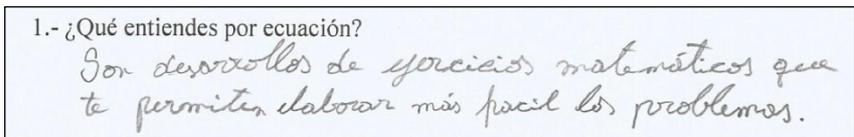
A continuación se presentan las respuestas obtenidas con posterioridad a la aplicación de los reactivos. Estas respuestas no necesariamente se conciben con las conjeturas anteriormente planteadas.

Para el caso de la pregunta 1 podemos notar que todos los estudiantes reconocen alguna característica propia de la ecuación, sin embargo solo el estudiante 3 se acerca a una definición más rigurosa.



1.- ¿Qué entiendes por ecuación? El resultado de algo desconocido es encontrar ~~algo que~~ (incógnita)

Figura 1. Respuesta estudiante 1



1.- ¿Qué entiendes por ecuación? Son desarrollos de ejercicios matemáticos que te permiten elaborar más fácil los problemas.

Figura 2. Respuesta estudiante 2

1.- ¿Qué entiendes por ecuación?
Para mí ecuación es la igualdad entre dos expresiones que contiene una o mas variables.

Figura 3. Respuesta estudiante 3

En el caso de la segunda pregunta se evidencia que no todos los estudiantes logran identificar los errores en la resolución de las ecuaciones planteadas, además en su argumentación para justificar el error existente se apoyan de los procesos algoritmos que permiten la resolución y utilizan un lenguaje poco adecuado y/o riguroso y en algunos casos incorrectos.

2.- ¿Encuentras algún error? Si es así, escribe cuál.		2.- ¿Encuentras algún error? Si es así, escribe cuál.			
	¿Hay un Error?	¿Cuál?			
a) $6x + 3 = 21$ $x + 3 = \frac{21}{6}$	Si	6x + 3 = 21 x + 3 = 21/6 $6x + 3 = 21$ $x = \frac{18}{6}$ $6x = 21 - 3$ $6x = 18$ $x = 3$	a) $6x + 3 = 21$ $x + 3 = \frac{21}{6}$	Si	No hay que mover el 3 (6) sino el 3. $6x + 3 = 21$ $6x = 21 - 3$ $x = 18/6 = 3$
b) $\frac{2x + 5}{3} = 5$ $\frac{2x}{3} = 5 - 5$	NO		b) $\frac{2x + 5}{3} = 5$ $\frac{2x}{3} = 5 - 5$	Si	Solo le falta pasar la division a multiplicacion.
c) $\frac{x}{2} + 3 = 5$ $x + 3 = 5 \cdot 2$	NO		c) $\frac{x}{2} + 3 = 5$ $x + 3 = 5 \cdot 2$	Si	Se divide de pasar el 3 como resta.

Figura 4. Respuesta estudiantes 1 y 2 respectivamente

	¿Hay un Error?	¿Cuál?
a) $6x + 3 = 21$ $x + 3 = \frac{21}{6}$	Si	no se tiene que mover la x (siqu) el 3 $6x + 3 = 21$ $6x = 21 - 3$ $x = 18/6 = 3$
b) $\frac{2x + 5}{3} = 5$ $\frac{2x}{3} = 5 - 5$	NO	
c) $\frac{x}{2} + 3 = 5$ $x + 3 = 5 \cdot 2$	Si	el 3 pasa a lado de 5 y pasar Restando toda operación para pasar por el 3 como resta . sigue

Figura 5. Respuesta estudiante 3

Para la tercera pregunta solo un estudiante presenta una respuesta que se evidencia a continuación:

3.- Resuelve, por medio de una ecuación, el siguiente problema.
 Aposté con un amigo por el clásico del domingo. Yo gané así que me tendrá que pagar \$400 por cada gol de los equipos de visita, y \$200 por cada gol de los equipos de local. Por todos los partidos del campeonato nacional. Si mi amigo me tiene que pagar \$7.400 ¿Cuántos goles hicieron los equipos de visita?

~~400 \cdot 17 = 7.400~~ $x + 400 + 200 = 7.400$
~~19x = 7.400 - 400 - 200~~
 $x = 6.800 \neq 17$
 $x = 400$

Los equipos visita logran hacer 17 goles durante todo el campeonato

Figura 6. Respuesta estudiante 3

CONCLUSIONES

Se evidencia que en las respuestas obtenidas en la pregunta 1, el primer estudiante presenta una noción de incógnita al comentar que una ecuación significa “algo desconocido”, mientras que en el segundo estudiante predomina la utilidad de la ecuación para resolver problemas y finalmente el tercer estudiante presenta una definición más desarrollada del concepto de ecuación al plantear que la ecuación se asocia a la noción de igualdad, la respuesta dada por el estudiante no fue considerada en las conjeturas planteadas, ya que se estimaba respuestas asociadas a representaciones del objeto matemático ecuación y que en gran medida estuviesen relacionadas a aspectos algebraicos. En la segunda pregunta se requiere de la identificación de errores que en todos los casos no son reconocidos por los estudiantes. En el caso del primer estudiante quien visualiza el error existente en la resolución de la ecuación a), no percibe que en la ecuación c) existe un error con similares características. Posterior a la argumentación que da el estudiante 1 respecto del error identificado, se estima que el estudiante carece de herramientas teóricas que le permitan argumentar y señalar el porqué del error aun cuando este ha sido identificado. Por otro lado, en el caso del estudiante 2 al señalar en el ejercicio b) “Sólo le faltó pasar a división a multiplicación” se evidencia que él no ha identificado el error existente, más bien hace alusión a un procedimiento ausente para completar la resolución del ejercicio planteado. Se puede evidenciar que el estudiante intenta realizar y replicar

un procedimiento asociado a ecuaciones lineales en una ecuación de tipo fraccionaria. En la tercera pregunta, solo un estudiante logra responder el problema, si bien no obtiene el resultado correcto o no percibe datos faltantes, intenta modelar la situación usando las relaciones de adición con las incógnitas y números planteados por el problema. Se observa además que el estudiante encuentra el valor de una incógnita. Se estima que el estudiante intenta responder la situación problemática planteada a través de la noción y/o comprensión que éste tiene respecto del objeto matemático, ecuación. Sin embargo, no realiza una reflexión profunda que le permita señalar la ausencia de datos. Artigue (1995), señala que las dificultades cognitivas presentes en los estudiantes son producto de los hábitos de enseñanza tradicional, pues el gran predominio que en ella se otorga al registro algebraico (simbólico-formal), impiden al estudiante lograr flexibilidad en el pasaje de un registro a otro. En este sentido los docentes deben ser capaces de proponer otras metodologías de enseñanza, que permitan transitar por los diferentes registros de representación definidos por Duval (1995). Esto con la finalidad de propiciar la aprehensión de la noción de ecuación de primer grado.

Referencias

- Abrate, R., Pochulu, M. & Vargas, J. (2006). *Errores y Dificultades en Matemática, Análisis de causas y Sugerencias de Trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.
- Artigue, M. (1995). *La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos*. In M. Artigue, R. Douady & P. Gómez (Eds), *Ingeniería didáctica en educación matemática*. (p. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Booth, L. (1984). *Álgebra: Children 's Strategies and Errors. A Report of Strategies and Errors in Secondary Mathematics Projects*. New Windsor, Berkshire, England: NFER-Nelson Publishing Co.
- Duval, R. (1993). *Registres de representation sémiotiques et fonctionnement cognitive de la pensée*. *Annales de Didactique et de Science Cognitives*, 5, 37-65

- Egoavil, J. (2014). *Fundamentos de la Matemática, Introducción al Nivel Universitario*. Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas S.A.C. Lima, Perú
- Hurtado C. (2013). *Análisis didáctico de las ecuaciones de primer grado con una incógnita y su impacto en la educación básica*. Visto el 14- 09- 2015 en:
<http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/227.pdf>
- Oteiza, F. (2006). *Ellos no saben, yo debo saber, ... ¿qué es lo que no saben?, ¿qué es lo que yo debo saber?* Recuperado de:
http://ticeiii.bligoo.cl/media/users/8/407280/files/33463/Ellos_no_saben.doc
- Rico, L. (1995). *Errores y Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas*. Recuperado de:
<http://cumbia.ath.cx:591/pna/archivos/ricol95-100.pdf>