

# DESARTICULACIÓN DE LAS PRAXEOLOGÍAS QUE SE PONEN EN JUEGO EN LOS TEXTOS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL.

Rojas Salinas, Patricia

Universidad del Bío-Bío  
; [paesrojas@gmail.com](mailto:paesrojas@gmail.com)

## Resumen

*Los textos han sido un referente a lo largo de la historia de la Educación Matemática, desde el punto de vista del profesor: para preparar las clases, citar los teoremas, buscar ejercicios o problemas y desde la visión de alumno: para estudiar los teoremas, revisar los ejercicios desarrollados para ver los mecanismos y seleccionar del listado de ejercicios propuestos los que les parezcan más pertinentes para resolver; no obstante en muchas oportunidades las Praxeologías presentadas en los textos son incompletas, lo que torna esta revisión, sea cual sea su uso, un simple repetir técnicas de resolución, provocando una desarticulación entre las tareas, los problemas, las técnicas que se construyen y utilizan con los aspectos descriptivos que las organizan.*

**Palabras clave:** *Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), Praxeología, Organización Matemática (OM).*

## INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo es exhibir el análisis del Fenómeno de la Desarticulación del Cálculo Diferencial del Integral desde el punto de vista de la institución, se enmarca dentro de un trabajo doctoral, pero para efecto de este escrito se exhibirá el análisis de texto del concepto de derivada y se mostrarán las conclusiones generales. El diseño metodológico fue flexible puesto que la TAD tiene su propia metodología de investigación, para lo relacionado con los instrumentos de toma de datos se utilizó un paradigma cuantitativo. Se analizan las Praxeologías que se ponen en juego en una Universidad, para lograrlo se desarrollaron varias actividades: Se parte por la confección de un instrumento, el cual se validó usando juicio de expertos, éste permitió descifrar cuales son los textos de mayor uso por los profesores de Cálculo Diferencial e Integral para la planificación de sus clases y cuáles son los textos que mayormente recomiendan a sus estudiantes.

La razón: “Al momento de planificar una asignatura, los libros de texto tienen gran influencia, pues cada uno tiene una perspectiva de los conceptos que se ve reflejado tanto en el orden que se da a estos, como en los ejercicios o ejemplos que se muestran en ellos”.

En muchas oportunidades se trabaja en base sólo a las acciones de repetir desde un modelo prescrito por el profesor o en este caso dado por los textos de mayor uso. Se recurre a “La Teoría Antropológica de lo Didáctico” (TAD), y tomamos de ella el constructo de Praxeología.

Para esto diremos que, la Praxeología Matemática u Organización Matemática es la herramienta que permite modelizar en detalle las actividades matemáticas, posee componentes fundamentales, como lo son según Chevallard, Bosch y Gascón (1997), las Tareas, que son las cuestiones problemáticas presentadas y Las Técnicas que son una manera de realizar dichas tareas, ambas conforman el bloque de la “Praxis”. Por otro lado la Tecnología, que es el discurso racional sobre la técnica y la Teoría que es el argumento formal que justifica a la tecnología, estos conforman el bloque del “Logos”.

Se espera describir la actividad matemática, como actividad humana, observando cómo son dispuestas, es decir cuál es la estructura, funciones de estas en los libros de textos, analizando como han sido diseñados y gestionados los procesos didácticos. Es decir las Organizaciones Matemáticas (OM) que se analizarán son las correspondientes a las siguientes cuestiones:

Q<sub>0</sub>: ¿Cómo es presentado para su estudio el concepto de Derivada e Integral?

Q<sub>1</sub>: ¿Cómo son las tareas planteadas, las técnicas y tecnologías usadas en la resolución de problemas? Y

Q<sub>2</sub>: ¿Qué relación existe en ellas?

El objetivo es identificar cuáles son las praxeologías usadas en la construcción de los libros de textos, tomando en cuenta que el profesor al usarlos tomará de estos elementos que influirán de cierta manera en su quehacer, es más, en oportunidades, son esas mismas reconstrucciones de saberes matemáticos las que se enseñan, siendo los libros de texto reales intermediarios entre los diseños curriculares y la práctica docente en aula.

## **Desarrollo**

Para hacerlo se observó que tipo de problemas se plantean, las técnicas de resolución, los discursos, como son planteadas las teorías, como se interpretan las soluciones, que tipos de relaciones se formulan, ¿Son realmente problemas o sólo ejercicios? Además se analizarán los teoremas más importantes, observando el lenguaje utilizado además de la articulación entre derivadas e Integrales.

Caracterizamos los problemas planteados en los textos según: Tarea, Técnica Matemática, Tecnología y Teoría; separando así los bloques Práctico-Técnico del Tecnológico-Teórico, además del análisis de la cantidad de ejercicios resueltos en cada caso y los propuestos en cada uno de ellos.

Para lograrlo se partió entrevistando a 20 profesores que imparten la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral y se les solicitó responder entre otros a las siguientes cuestiones: ¿Cuáles son los tres textos que usa preferentemente para la planificación de un curso de Cálculo Diferencial e Integral? Y ¿Cuáles son los tres textos que mayormente recomienda a sus estudiantes de Cálculo Diferencial e Integral?

No podemos olvidar que el objetivo no es generar un ranking entre los textos, ni una comparación entre ellos, sino muy por el contrario se desea analizar las Praxeologías existentes en los textos de mayor uso.

La Hipótesis planteada es que las Praxeologías presentadas y trabajadas en los libros de textos, usados tanto por estudiantes, como profesores son incompletas. El siguiente gráfico muestra el resultado de la pregunta realizada a los 20 profesores respecto de: ¿Cuáles son los tres textos que usa preferentemente para la planificación de un curso de Cálculo Diferencial e Integral?

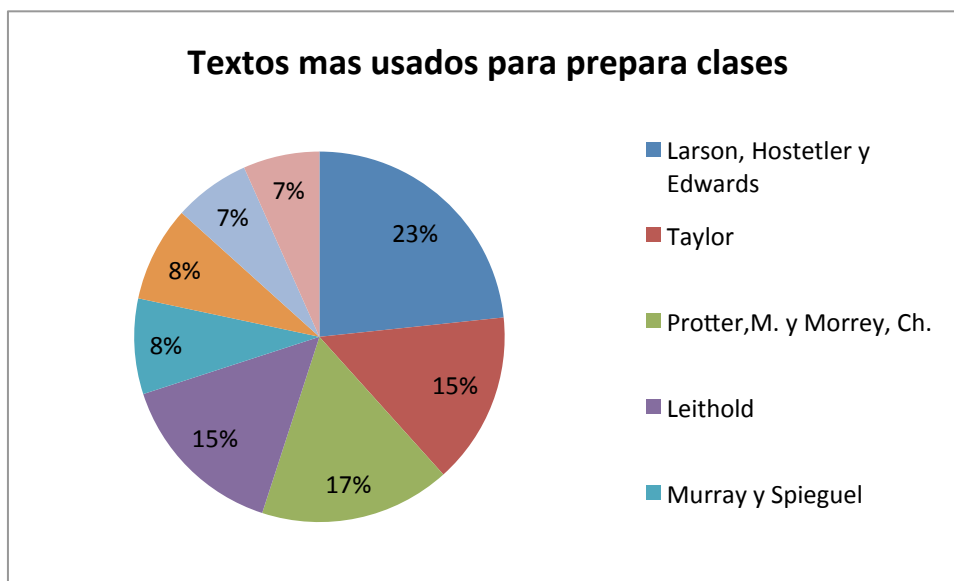


Figura N°1: Resultado de encuesta a profesores, respecto de la pregunta  
¿Cuáles son los 3 textos que más usa para preparar las clases?

Esto se confirma con conversaciones informales con encargados de bibliotecas en las universidades, respecto de los textos más solicitados, mas adelante tratamos de respondernos a cuestiones como el ¿cuál es la razón del uso de un u otro texto? Siendo así, se comenzó con la revisión de los textos siguiendo el orden de preferencia entregado por los profesores.

A modo de ejemplo presentaremos el análisis del que denominaremos Texto I que corresponde a Larson, Hostetler y Edwards, Partiremos diciendo que esta edición más actualizada y posee una capitularización que va desde: Los Números Reales, Funciones, Límites y Continuidad, Derivadas, aplicaciones de la Derivada hasta sucesiones y Series. Caracterizan esta edición los problemas de exploración; no debemos dejar de lado que el propósito de esta fase es que los alumnos identifiquen un problema o pregunta que genere una discusión en la cual pueden explicitar sus conocimientos y preconcepciones sobre el fenómeno. Además se abre el capítulo con una aplicación para la vida con el objetivo de motivar al estudiante, el texto sugiere el uso de calculadora para elaborar gráficas.

No podemos olvidar que la forma en la cual se realizó el análisis sostuvo que en el conjunto A: (técnica / tecnología) se afirma en un bloque teórico- práctico que puede desarrollar ampliamente un sujeto. Las Técnicas por su parte poseen carácter más empírico, procedimental más que racional. Por ejemplo: diremos que La Regla de los Cuatro Pasos para derivar una función es una Técnica.

Tecnología es la Teoría de las técnicas; son conocimientos de contenido racional que son transmisibles con cierto grado de precisión (por lo general a través de textos científicos, gráficos, tablas y representaciones funcionales variadas). Instrumento cuyo manejo implica ciertas destrezas que se conciben como técnicas; es decir es una herramienta conformada por los objetos matemáticos ordenados bajo una axiomatización, integra las argumentaciones prácticas con las puramente teóricas.

Ejemplo de tecnología es el concepto  $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ . La Teoría por su parte correspondería al Análisis Matemático.

Volviendo al Texto I, a modo de ejemplo se muestra en la figura N°2 el desarrollo del análisis que se realizó en la primerasección del libro.

Se construyó una tabla, para permitir un mejor análisis de manera tal de observar la separación de los bloques y la cantidad de ejercicios resueltos en cada caso, luego se indica los ejercicios propuestos correspondientes a cada secci

<i>Tareas</i>	<i>Ejerc.</i>	<i>Técnicas</i>	<i>Tecnologías</i>	<i>Teoría</i>
<i>Identificar una recta tangente.</i>	1	<i>Los cuatro pasos</i>	<i>Definición de la derivada de una función</i>	<i>“Si <math>f</math> está definida en un intervalo abierto que contiene a <math>c</math> y además existe el límite</i>
<i>Encontrar la pendiente de:</i>	1	a) <i>Dado <math>f(x)</math> se incrementa <math>x</math> a <math>f(x + \Delta x)</math>.</i>	$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$	$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
a) <i>la gráfica <math>f(x)</math> en un punto.</i>	1	b) <i>Se hace la diferencia <math>f(x + \Delta x)</math> con <math>f(x)</math>.</i>		$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(c + \Delta x) - f(c)}{\Delta x} = m$
b) <i>la gráfica paralela a la recta dada.</i>		c) <i>Se divide la diferencia entre <math>f(x + \Delta x)</math> y <math>f(x)</math> por <math>\Delta x</math>.</i>		<i>entonces, la recta que pasa por <math>(c, f(c))</math> y cuenta con una pendiente <math>m</math> es la recta tangente a la gráfica de <math>f</math> en el punto <math>(c, f(c))</math>”.</i>
c) <i>recta tangente a la gráfica de <math>f(x)</math>.</i>	1	d) <i>Se aplica <math>\lim_{\Delta x \rightarrow 0}</math> para definir la derivada en la forma <math>f'(x)</math></i>		<i>la derivada de <math>f</math> en <math>x</math> viene dada por</i>
<i>Calcular la derivada de <math>f(x)</math></i>	3	$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$		$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$
				<i>siempre que exista ese límite. para todos los <math>x</math> para los que exista este límite, <math>f'</math> es una función de <math>x</math>.</i>
				<i>derivable implica continua:</i>
				<i>si <math>f</math> es derivable en <math>x = c</math>, entonces <math>f</math> es continua en <math>x = c</math>.</i>

Figura N°2: Sección 1: La derivada y su interpretación geométrica

La revisión del texto I, nos entrega 8 ejercicios guía desarrollados paso a paso, claramente se muestran tres tipos de tareas para una misma técnica, se usa la noción de límite, como es común a encontrar en otros textos; además cuenta con 104 ejercicios propuestos, que se pretende realicen con el uso de la técnica descrita en la tabla.

El texto parte con el análisis de La derivada y su interpretación geométrica, presentando una noción histórica de trabajos matemáticos del siglo XVII, refiriéndose a la noción de límite dispuesta en problemas como: La recta tangente, La velocidad y Aceleración, Máximos – Mínimos y Área.

Es la noción de límite la que prevalece en la definición de recta tangente y derivada de una función, lo que se ve reflejado en los ejemplos que presentan la utilidad de la derivada para calcular ritmos de cambio, mencionando una función de velocidad y posición. Además, los Teoremas se demuestran usando límites, no obstante promueven el cálculo de las derivadas sin el uso directo de la definición de límites sino el mecanismo estos.

Del mismo modo se revisaron los demás capítulos, en general texto de uso bastante automático, con tendencia a la repetición de teoremas, observada en la forma de plantear los ejercicios, ya que estos solicitan el resolver, calcular, determinar sin permitir la deducción por parte del lector, en sus ejercicios se tiende a mecanizar las técnicas matemáticas. No se observa relación directa de la

Derivada con su función inversa lo que induce a pensar que trabaja los conceptos como totalmente aislados. Esto repercute en que el estudiante no genere un aprendizaje que le permita contextualizar luego en problemas que involucran ambas concepciones.

Es característica en el texto una cercanía entre la técnica y la tecnología, evidenciado en los ejemplos y su resolución. Si bien hay una concordancia en el orden del texto presenta la antiderivada, permitiendo al lector adentrarse en la búsqueda del conocimiento, los ejemplos y problemas planteados, no son más que ejercicios que carecen de Discusiones y la posibilidad para el lector avanzar en el conocimiento de forma que no sea solo funcional.

Se observa que es un texto que permite al estudiante, por su gran cantidad de ejercicios, impregnarse de los teoremas, pero al analizar los bloques técnicos nos damos cuenta que tienden a mecanizar las respuestas usando teoremas fijos sin permitir en el lector realice deducciones, responda usando otras nociones matemáticas. Por otro lado, al analizar el bloque de lo tecnológico observamos teoremas fijos, no un descubrir de concepciones, sino estándares de resolución.

### **Conclusiones en el análisis de los textos**

Se evidencia que no existe búsqueda de modelos sino modelos estructurados, incitando un aprendizaje memorístico más que significativo. Si bien los teoremas presentados en los textos son suficientes para la resolución de los ejercicios, estos no salen del Calcular, resolver, determinar, demostrar; carecen del Discutir, evaluar, comprender, analizar, crear. Se espera que en este momento seamos capaces de idear, diseñar o tal vez construir elementos gracias a los conceptos, por tanto la necesidad está en llevar el conocimiento al nivel más alto posible.

Se recomienda reorganizar las OM, de manera tal que las tareas sugeridas permitan resolver mediante la elaboración de nuevas técnicas. Las tecnologías van al encuentro con la técnica, es decir el nivel de la praxis no aparece muy alejado del nivel del logos, no obstante como son planteados los ejemplos en un nivel básico del pensamiento así serán reproducidos tanto por profesores como estudiantes para así fomentar la construcción de Praxeologías completas.

### **Referencias**

- Barquero, B. (2009). *Ecología de la Modelización Matemática en la Enseñanza Universitaria de las Matemáticas. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.*
- Chevallard, Y. (1985). *La Transposition Didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La Pensée Sauvage.*
- Chavallard, Y. Bosch, M. Gascón, J. (2000). *Estudiar Matemática, El Eslabón Perdido entre Enseñanza y Aprendizaje. Barcelona: Editorial Horsori.*
- Larson, R. Hostetler, R. Edwards, B. (2009). *Cálculo Integral. México: McGraw-Hill.*
- Larson, R. Hostetler, R. Edwards, B. (2009). *Cálculo Diferencial. México: McGraw-Hill.*
- Otero, M. (2013). *La Teoría Antropológica de lo Didáctico en el Aula de Matemática. Argentina. ISBN 978-987-02-7071-3.*
- Protter, M. Morrey, Ch. (1986). *Cálculo con Geometría Analítica. E.U.A.: Addison\_Wesley Iberoamericana, S.A.*
- Taylor, H. Wade, T. (2012). *Cálculo Diferencial e Integral. México: Limusa S.A.*