

VINCULACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS CON LA REALIDAD. IMPLICACIONES EN LA CONFORMACIÓN DEL PENSAMIENTO PROFESIONAL DEL DOCENTE

Hugo Parra-Sandoval

hugoparras@hdes.luz.edu.ve

Universidad del Zulia. Maracaibo, Venezuela

Jhony Alexander Villa-Ochoa

jhony.villa@udea.edu.co

Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia

Recibido: 18/09/2016 **Aceptado:** 24/01/2017

Resumen

Existe una fuerte demanda social, académica e institucional para que las matemáticas escolares se vinculen con la realidad. Al atender este tipo de demandas encontramos que existen otras maneras y conocimientos matemáticos diferentes a los que tienen presencia en la cultura escolar, y son utilizados en diferentes situaciones de vida. Nos referimos a las matemáticas no institucionalizadas de tipo cotidiano y funcional; ellas tienen lugar en diferentes realidades y la institución escolar las ignora. Nos preguntamos entonces si los modelos que describen el pensamiento del profesor de matemáticas consideran estos tipos de conocimientos matemáticos no institucionalizados y hallamos que no. Ante estas limitaciones proponemos replantear estos modelos, lo que llevaría a asumir una ruptura epistemológica en relación a lo que entendemos como matemática y a la manera como concebimos al estudiante y su manera de aprender.

Palabras claves: Matemática y realidad, Conocimiento del profesor, Tipos de conocimiento matemáticos

LINKING MATHEMATICS TO REALITY. IMPLICATIONS IN THE CONFORMATION OF THE TEACHER'S PROFESSIONAL THINKING

Abstract

There is a strong social, academic and institutional demand for school mathematics for linking with reality. In addressing these claims find that there are other ways and math skills different from those that have a presence in the school culture and are used in different situations of life. We refer to mathematics no- institutionalized (daily and functional type); they take place in different realities and the school system ignores them. We wondered then if the models describing the thought math teacher consider these types of non-institutionalized mathematical knowledge and found no. Given these limitations suggest rethink these models, leading to assume an epistemological break in relation to what we understand as mathematics and the way we think the student and their way of learning.

Keywords: Mathematics and reality, Knowledge teacher, Types of knowledge of mathematics

En las dos últimas décadas ha habido un creciente interés en desarrollar estrategias para que las matemáticas en las aulas escolares trasciendan los enfoques centrados en la transmisión de contenidos hacia enfoques que promuevan la producción de conocimientos por parte de los estudiantes y la integración de las disciplinas con las experiencias y conocimientos propios de la sociedad y la cultura. En coherencia con estas tendencias, los currículos de

matemáticas en varios países han venido incorporando procesos, contenidos, objetivos y/o competencias que exigen el desarrollo de capacidades para que los estudiantes vinculen sus conocimientos con la realidad. (National Council of Teachers of Mathematics, 2000; Colombia-Ministerio de Educación Nacional, 2006; Venezuela-Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2007; Ministerio de Educación de Chile S/F).

La vinculación de las matemáticas con la “realidad” presenta una alta exigencia social y académica para los profesores (Niss, 2001) y en ocasiones, algunos de ellos acuden al uso de tareas estereotipadas que poco aportan al establecimiento de esta vinculación (Villa-Ochoa, 2015). A partir del reconocimiento de esta complejidad presentamos una reflexión sobre lo que ello implica en la conformación del conocimiento del profesor, para ello formulamos un conjunto de preguntas a partir de las cuales se desarrolla este artículo; ellas son; ¿qué supondría la vinculación de las matemáticas con la realidad en la conformación del conocimiento profesional del docente? ¿Los modelos que intentan describir y aportar elementos teórico metodológicos para la formación docente responden a esta demanda de vincular las matemáticas con la realidad? Para responder a estas interrogantes partimos de justificar la necesidad que existe de vincular las matemáticas escolares con la realidad. Luego planteamos que en las diferentes situaciones reales es posible hallar otras maneras de hacer matemáticas distintas a las que tienen vida en la cultura escolar. Finalmente nos situamos en el conocimiento del docente y tomamos como referencia los modelos del conocimiento profesional del profesor de Matemáticas desarrollado por Ball, Thames & Phelps (2008), Rojas, Flores y Carrillo (2015) y Pino-Fan y Godino (2015). A partir de ellos, exponemos algunas limitaciones que estos refieren ante la exigencia de vincular las matemáticas con la realidad.

La realidad en el ámbito educativo matemático

En nuestra disciplina el tema de vincular las matemáticas escolares con la realidad ha cobrado relevancia en diferentes perspectivas epistemológicas, aunque no siempre con el mismo énfasis. Por ejemplo, en la educación matemática crítica reafirman la realidad como espacio propicio para que la matemática sea herramienta para su transformación (Valero, Andrade-Molina y Montecino, 2015; Araújo, 2009; Skovsmose & Valero, 2007; Mora, 2005). Por su parte, la educación matemática realista concibe las matemáticas como un organizador que permite comprenderla (Freudenthal, 1991; Puig, 1997). Finalmente, la socioepistemología

plantea la necesidad de abordar las matemáticas a partir del estudio de la realidad cuando trabaja lo relativo a las prácticas sociales que se configuran alrededor de la evolución del conocimiento matemático y su enseñanza (Cantoral, Gasperini y Montiel, 2015; Cantoral, Farfán, Lezama, Martínez-Sierra, 2006).

Vincular la matemática escolar con la realidad implica la revisión de un conjunto de condiciones, entre las que se encuentran: las creencias y concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza (Kaiser & Maaß, 2007), el desarrollo de una sensibilidad para el reconocimiento de fenómenos que puedan ser matematizados (Villa-Ochoa & Lopez, 2011), las visiones que tengan los profesores acerca de lo que es la “realidad” (Villa-Ochoa, 2015) y los factores asociados al contexto donde los profesores se desempeñan profesionalmente (Silveira e Caldeira, 2012). Frente a estos factores, Parra-Sandoval, Hurtado, Méndez, Noriega y Borjas (2014) han informado que en la cultura escolar se enfrentan visiones sobre las matemáticas que poco favorecen la vinculación de las matemáticas con la realidad, entre ellas, la certeza de que la matemática es una disciplina infalible y caracterizada únicamente por su carácter numérico y abstracto, ajena a la realidad.

Lo mencionado revela que este interés por estudiar la vinculación de las matemáticas con la realidad exige una serie de condiciones por parte de los profesores que parecen no ser fácil de lograr, ya que algunos estudios revelan que por parte de los estudiantes aún se perciben unas matemáticas abstractas, ajenas a la realidad. Esto nos lleva a indagar en aquellos factores que no facilitan el desarrollo de unas matemáticas escolares vinculadas con la realidad, en particular nos situamos en aquellos que podrían estar más allá de las fronteras establecidas por la institución.

Modos de proceder matemáticos presentes en situaciones fuera del contexto escolar

En el reto de vincular las matemáticas con la realidad de los estudiantes, el profesor se encontrará con procedimientos y conocimientos matemáticos distintos a los que tienen presencia en la cultura matemática escolar. Nos referimos a los conocimientos cotidianos y funcionales matemáticos, los cuales poseen epistemologías diferentes a las matemáticas institucionalizadas (Cordero, 2013).

Desde una perspectiva epistemológica, el conocimiento cotidiano es un tipo de conocimiento de carácter intuitivo que tiene su origen en la experiencia, resuelve situaciones que son del común de las grandes mayorías, es poco sistematizado y escasamente consciente

(Marín, 2003); si esta definición la contextualizamos al ámbito matemático podemos ubicar varios ejemplos de situaciones problemas que se le presentan a un individuo en el día a día; así, para saber si el ancho de la cintura de un pantalón es el adecuado, existe la costumbre de rodear el cuello de la persona que lo va a adquirir con la cintura del pantalón. Si el grosor del cuello coincide con la cintura del pantalón, popularmente se dice que “le queda bien de ancho”. Otro caso emblemático es al momento de pagar y dar el vuelto; si se cancela un producto de Bs. 89,00 con un billete de Bs. 100,00 se completa sumando cantidades hasta llegar a 100 ($1+10+10$ o $1+20$, por ejemplo). Estos ejemplos son muchas veces ignorados por la cultura escolar matemática ya que constituyen epistemologías diferentes.

De la misma manera, en muchas ocasiones podemos encontrarnos con otro tipo de conocimiento, denominado funcional. Este tipo de conocimiento responde a necesidades muy específicas de una comunidad de prácticos en particular (Sánchez y Cantoral, 2008) y sirve para ejercer un “control de su mundo” (Biggs y Tang, 2009). El conocimiento funcional matemático está estrechamente relacionado con experiencias de tipo laboral porque su finalidad es la de resolver problemas propios de un oficio o profesión, haciendo uso de procedimientos matemáticos. Se comunica por vía oral (es declarativo) y es flexible, adecuándose a las circunstancias. Un aspecto relevante es que el conocimiento funcional es reflexivo en el momento propio de la actividad (reflexión en la acción), pero por lo general, una vez culminada la tarea no se reflexiona sobre ella (reflexión sobre la acción). Por ejemplo, los albañiles hacen uso de una matemática que les ayuda a resolver problemas que surgen de su oficio, conformando un conocimiento que está impregnado de procesos y conceptos matemáticos (Rey Muñoz y Aroca Araújo, 2011). También, profesiones como las de los toxicólogos desarrollan sus propios modos de proceder matemáticamente en diferentes situaciones de vida que no siempre siguen las pautas señaladas por la matemática institucionalizada (Sánchez y Cantoral, 2008).

Ante la presencia de modos de proceder matemáticos diferentes a los desarrollados en la cultura escolar matemática, nos preguntamos si la incorporación de estos modos de proceder matemáticos no institucionalizados por la cultura escolar matemática podrían ser incorporados al currículo escolar y de ser así, cómo ha sido este proceso.

Integración de las matemáticas no institucionalizadas al currículo escolar

Los modos de proceder fuera del contexto escolar han tratado de ser integrados al ámbito del aula; sin embargo, sus resultados no han sido del todo satisfactorios. El proceso de vincular las matemáticas y la realidad en el currículo escolar no es automático; contrario a ello, existen brechas que no son fáciles de atender (Masingila, Davidenko, Prus-Wisniowska, 1996), además, con frecuencia se hacen simplificaciones e interpretaciones de la realidad que no siempre están acordes con las experiencias extraescolares de los estudiantes, y que son adaptaciones que dan cuenta de una realidad falseada o artificial (Villa-Ochoa, 2015; Alsina, 2007).

En las situaciones reales otros factores entran en juego. Ya Masingila et al. (1996) sacaron a relucir este tipo de problema cuando plantearon la realización de una receta de ensalada de frutas a un cocinero y a un grupo de dos estudiantes. La receta original era para seis personas. Al cocinero le pidieron que calculara en función de 20 personas y a los estudiantes para seis personas. Los procedimientos fueron totalmente diferentes. El cocinero llevó las proporciones a 24 (multiplicó por cuatro las cantidades), con esa decisión resolvía un posible problema de contingencia, si los comensales querían una mayor cantidad de postre, él podría satisfacer la demanda. En el caso de los estudiantes el procedimiento fue diferente; ellos procedieron a dividir 10 entre 6 lo que dio como resultado 1,7 ($10 \div 6 = 1,7$). Con este resultado fueron multiplicando cada ingrediente por el factor 1,7 y, de esta manera, les daba la porción “exacta”. El caso es que cuando presentaron la lista de ingredientes que comprarían, ellos plantearon cantidades algo fuera de la realidad, como $3 \frac{1}{3}$ de taza de manzana, obviando el hecho que tales cantidades no son ofertadas. No previeron factores extra matemáticos para tomar las decisiones, algo que sí consideró el cocinero debido a su experiencia. Otro caso reportado es el de Berrío (2011); él planteó un problema de cultivo de café a unos estudiantes de una escuela rural. La idea era sembrar plantas de café en un terreno. Desde un principio ellos manifestaron un solo criterio a considerar: a mayor área, mayor cantidad de matas de café para sembrar. Sin embargo, luego de las indagaciones sobre cuál sería el terreno más conveniente, concluyeron que había otros factores que considerar, entre ellos, la inclinación del terreno (Berrío, 2011; Villa-Ochoa y Berrío, 2015). De ambas experiencias salen a relucir dos aspectos: en el medio no escolar se consideran factores no matemáticos para la toma de decisiones que en el medio escolar son obviados y que repercuten

en los resultados matemáticos. El segundo aspecto es que al momento de tomar las decisiones los procedimientos de los estudiantes se orientaron a hacer cálculos directos muy ligados a los procesos algorítmicos que buscan resultados exactos, dejando de lado otros factores del contexto; en la receta dividieron entre 6 y en el cultivo de café se decidieron por establecer una proporción directa entre área y cantidad de matas de café. Estos estudios aquí indicados más otros, como los llevados con toxicólogos por parte de Sánchez y Cantoral (2008) y los de Agüero (2003) con pintores, reafirman que en el medio escolar las decisiones matemáticas obvian factores no matemáticos que impedirían resolver las situaciones problemáticas planteadas en las diferentes realidades y los procedimientos matemáticos difieren en parte a los promovidos en el ámbito escolar.

Estas diferencias en el modo de proceder entre los conocimientos matemáticos cotidianos, funcionales e institucionales, requieren una manera diferente de concebir el pensamiento del profesor y sus implicaciones en la formación docente. Un primer paso supone valorar el conocimiento y usos de las matemáticas fuera del ámbito institucional tanto como se valoran las matemáticas institucionalizadas. Lo anterior supone responder a las demandas que se le hacen al sistema educativo para que desarrollen las competencias matemáticas que permitan a los estudiantes hacer uso de ellas en su vida personal y profesional. Unido a esta condición valorativa, el profesor debe también poseer herramientas conceptuales y metodológicas que le permitan incorporar a las situaciones de aprendizaje los diferentes modos y conocimiento matemáticos que confluyen en cada situación real que se quiera matematizar.

Hemos visto que al intentar vincular las matemáticas con la realidad, emergerán de la actividad conocimientos matemáticos cotidianos y funcionales, así como elementos no matemáticos que determinan el modo de proceder matemático. La actitud que tome el profesor ante esta situación es clave, ya que de él depende la posibilidad de atender esta demanda en el ámbito escolar. Esto hace suponer el desarrollo de nuevas competencias que permitan identificar los diferentes tipos de conocimientos matemáticos que surjan de una situación real así como los elementos que deciden el uso o modo de interactuar con las matemáticas, y posteriormente incorporarlos a las diferentes situaciones de aprendizaje. En ese sentido, es válido remitirnos a lo que la literatura plantea en torno al conocimiento profesional del profesor de matemáticas y analizar hasta qué punto la necesidad de incluir modos de proceder

matemáticos no institucionalizados en el contexto escolar es asimilable a estos modelos o exige un reacomodo.

El conocimiento del profesor de matemática en su actuación profesional

Al hacer referencia al conocimiento del profesor y su actuación profesional consideramos necesario aclarar lo que entendemos por conocimiento profesional del profesor. Autores como Shulman (1986), Porlán y Rivero (1998), Zamudio (2003), Compagnucci y Cardos (2007) y Demuth (2011) entre otros muchos han abordado el tema y existen puntos comunes entre ellos; en todos ellos el conocimiento profesional constituye entramado complejo de conocimientos, creencias, habilidades y capacidades de orden teórico práctico que caracterizan las competencias necesarias de una persona para abordar toda la complejidad del acto de enseñanza y aprendizaje, en este caso de las matemáticas. Las fuentes de las cuales se nutre son variadas y no se limitan a las adquiridas durante su formación académica específica de la profesión, sino que se amplía con las experiencias de vida como estudiante y como ciudadano en general.

En relación al conocimiento profesional del profesor en el campo de la educación matemática hallamos que los trabajos aportados desde la pedagogía por Shulman (1986) han sido determinantes, ya que él es referido como el pionero en abrir un debate acerca del papel que juega el conocimiento disciplinar en el conjunto de conocimientos que debe poseer cualquier profesor. Shulman (1986) planteó inicialmente que el pensamiento profesional del profesor estaba constituido por tres tipos de conocimientos: conocimiento del contenido a enseñar, conocimiento didáctico del contenido y conocimiento curricular. El conocimiento del contenido a enseñar respondía a la pregunta qué enseñar, el conocimiento pedagógico del contenido se refería al cómo enseñar determinada disciplina y el conocimiento curricular constituía aquel conocimiento que todo profesor debería tener de los programas instruccionales o estándares, así como los diferentes recursos diseñados para que el profesor enseñe su disciplina escolar.

Posteriormente, en un segundo trabajo publicado por Shulman (1987), él amplía los tipos de conocimientos a siete categorías. Dos de los siete tipos de conocimientos ya habían sido planteados, estos son “conocimiento del contenido” y “conocimiento del currículo”. Un tercer tipo, denominado “conocimiento didáctico general”, toma en cuenta los principios y estrategias generales. Otro llamado “conocimiento didáctico del contenido” es semejante al

planteado inicialmente como “conocimiento pedagógico del contenido”. Luego un quinto tipo de conocimiento hace referencia al “conocimiento de los estudiantes y de sus características”. Un sexto tipo es el “conocimiento de los contextos educativos” que aborda todo lo que el profesor debe saber en cuanto al grupo de estudiantes de sus clases, la propia institución escolar, la comunidad educativa y todo el sistema educativo en general. Por último, indica que un profesor debe poseer conocimiento de los objetivos, las finalidades y los valores educativos, y de sus fundamentos filosóficos e históricos.

De los diferentes tipos de conocimiento planteados por Shulman (1986, 1987) los investigadores se han inclinado por ampliar, reformular y reorientar lo referido al “conocimiento pedagógico del contenido” y al “conocimiento del contenido”. Basta ver como ejemplo las referencias que hacen a ambas categorías trabajos como los liderizados por Ball y su equipo (Ball, Thames & Phelps, 2008; Hill, Ball & Schilling, 2008; Ball & Bass, 2009) o Carrillo y sus colaboradores (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013; Flores, Escudero y Carrillo, 2013; Montes, Aguilar, Carrillo y Muñoz-Catalán, 2013; Rojas y otros, 2015), además de los trabajos presentados por Godino, Pino-Fan, Assis y Castro quienes igual plantean un modelo del pensamiento del profesor de matemáticas (Godino, 2009; Pino-Fan y Godino, 2015; Pino-Fan, Assis y Castro, 2015).

Modelos del conocimiento profesional del profesor

Con la idea de responder a las interrogantes acerca de lo que la vinculación de las matemáticas con la realidad supone en la conformación del pensamiento profesional del profesor, nuestra intención es analizar si estos modelos contextualizados al ámbito de la matemática escolar consideran o no las matemáticas no institucionalizadas en el ámbito escolar, es decir, los conocimientos cotidianos y funcionales externos al contexto escolar y sus implicaciones en el aula y, en caso de no contemplarla, plantearnos si podrían ser incorporadas en dichos modelos. Para eso analizaremos los modelos presentados por cada uno de estos equipos. En primer lugar estudiaremos de manera conjunta los modelos denominados “Conocimiento Matemático para la Enseñanza”, planteado por Ball y colaboradores (Ball & al., 2008; Hill & al., 2008; Ball & Bass, 2009) y el modelo llamado “Conocimiento Especializado del Profesor” (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013; Flores, Escudero y Carrillo, 2013; Montes, Aguilar, Carrillo y Muñoz-Catalán, 2013; Rojas y otros,

2015). Estos dos modelos coinciden en describir el pensamiento profesional del profesor de matemáticas, mientras que un tercero modelo, cuyo nombre es Conocimiento Didáctico Matemático (CDM) (Pino-Fan y Godino, 2015; Pino-Fan, Assis & Castro, 2015) lo analizaremos aparte porque, además de plantearse la descripción del pensamiento profesional del profesor de matemáticas, busca “orientar el diseño de acciones formativas y la elaboración de instrumentos de evaluación de los conocimientos de los profesores” (Godino, 2009, p. 19).

Para el análisis se iniciará agrupando los componentes de cada modelo en dos grandes categorías propuestas por Shulman (1986, 1987): conocimiento pedagógico del contenido y conocimiento del contenido. Aquellos componentes que no puedan ser incorporados a estas dos categorías, serán analizados aparte.

Modelos del conocimiento profesional del profesor sustentados en Shulman

De los modelos mencionados, el denominado “Conocimiento Matemático para la Enseñanza” (MKT por sus iniciales en inglés) es una propuesta para contextualizar las ideas de Shulman a lo que debería ser el conocimiento profesional del profesor de matemáticas (Ball & al., 2008). Se define como “the mathematical knowledge needed to carry out the work of teaching mathematics” (p. 395). Los autores recalcan que la denominación del modelo no hace referencia directa al profesor sino al término “enseñanza” porque ésta, constituye el centro de su trabajo. El modelo MKT plantea dos grandes categorías del conocimiento del profesor: Conocimiento del Contenido y Conocimiento Pedagógico del Contenido, cada una de ellas con tres dominios que las caracterizan (Ver figura 1)



Figura 1. Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT)
(Ball, Thames & Phelps, 2008, p. 403. Traducción propia)

En el caso del modelo denominado Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus iniciales en inglés) (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013; Flores, Escudero y Carrillo, 2013; Montes, Aguilar, Carrillo y Muñoz-Catalán, 2013; Rojas y otros, 2015) también mantienen las dos grandes categorías: Conocimiento del contenido matemático (MK) y conocimiento pedagógico del contenido (PCK) e incorporan las creencias de los profesores acerca de las matemáticas y su enseñanza. Cada categoría contiene a su vez - al igual que el modelo MKT – tres dominios (ver figura 2). La diferencia más explícita de este último modelo, respecto al propuesto por Ball & al. (2008), se encuentra en que el MTSK no considera al “Conocimiento Especializado del Contenido (SCK)” como una parte del modelo sino que para ellos todo el conocimiento profesional del profesor es en sí mismo un conocimiento especializado (Rojas y otros, 2015). Otra diferencia es que el modelo MTSK incorpora las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza como un componente transversal a todos los dominios del conocimiento profesional del profesor (ver figura 2).

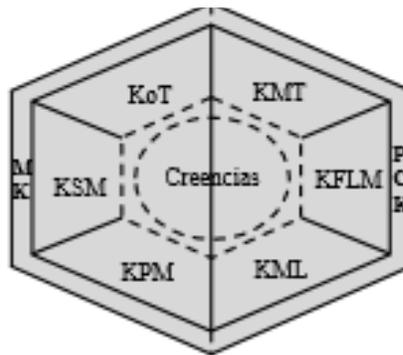


Fig. 2 Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)
Rojas, Flores y Carrillo (2015, p. 147)

Regresando al modelo MKT (Ball & al., 2008) hallamos en la categoría del conocimiento del contenido, el dominio “Conocimiento Común del Contenido”, el cual no es exclusivo del docente porque representa aquel conocimiento matemático que el común de las personas escolarizadas poseen y utilizan. Un segundo dominio llamado “Conocimiento en el Horizonte Matemático”, es propio del docente y está conformado por aquel conocimiento que permite establecer la relación de la matemática a enseñar con conocimientos previos y futuros, así como la relación de las matemáticas con otras disciplinas escolares. En la medida que este

conocimiento se amplía, el profesor puede comprender mejor los alcances de las matemáticas, sus usos en el marco del currículo escolar y la detección de errores cometidos a priori o a posteriori por sus estudiantes a lo largo de su escolaridad. El tercer dominio presentado por el modelo MKT relativo al conocimiento del contenido es propio del docente; es un conocimiento que aporta elementos para abordar un contenido matemático y hacerlo accesible al estudiante. No lo posee otra profesión, porque a través de este conocimiento el profesor selecciona, organiza, planifica, evalúa y reflexiona sobre la matemática que debe enseñar, haciendo uso de todos los recursos, físicos, y mentales, que él tiene a su disposición. Este conocimiento se denomina “Conocimiento Especializado del Contenido” y como se describe, se refiere fundamentalmente a situaciones propias de la institución escolar.

En el caso del modelo MTSK (Rojas y otros, 2015) tenemos un dominio denominado “Conocimiento de la Estructura Matemática”, el cual hace referencias a las conexiones interconceptuales y temporales; las interconceptuales son las existentes entre diferentes conceptos matemáticos y las temporales, consideran las relaciones que existen entre los conocimientos previos y posteriores que debe poseer el estudiante en relación al tema que se esté desarrollando en clase. Un segundo dominio llamado “Conocimiento de los Temas”, se refiere a los conocimientos matemáticos a enseñar, sus principios, sus conceptos y procedimientos; se trata de saber matemática, sus aspectos fenomenológicos y representaciones. Un tercer y último dominio nombrado como “Conocimiento de las Prácticas Matemáticas” tiene que ver más con los modos de proceder de las matemáticas formales, su manera de producir conocimiento, razonar, demostrar y comunicarlos.

Ya intentando ver coincidencias entre estos dos modelos en la categoría del conocimiento del contenido, vemos que tanto el Conocimiento en el Horizonte Matemático (Ball & al., 2008) como en el Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (Rojas y otros, 2015) hay semejanzas al considerar las conexiones intra matemáticas y extra matemáticas. En el caso de las conexiones extramatemáticas – las que se dan entre las matemáticas y otros conocimientos no matemáticos – se refieren a las mismas disciplinas escolares ya que los ejemplos a los que ambos modelos recurren son de este tipo.

Sin embargo, en un documento escrito un año después por Ball & Bass (2009) vuelven a abordar el “Conocimiento del Horizonte Matemático” y pareciera haber una puerta abierta a

otros modos de proceder matemáticos diferentes a los escolares, cuando caracterizan nuevamente el Conocimiento en el Horizonte Matemático señalando que:

an awareness – more as an experienced and appreciative tourist than as a tour guide – of the large mathematical landscape in which the present experience and instruction is situated. It engages those aspects of the mathematics that, while perhaps not contained in the curriculum, are nonetheless useful to pupils’ present learning, that illuminate and confer a comprehensible sense of the larger significance of what may be only partially revealed in the mathematics of the moment (Ball & Bass, 2009, p. 6)

Pero más adelante, en ese mismo documento, en un ejemplo de una observación de una clase de tercer grado de primaria, el análisis que hacen del conocimiento del profesor en relación al Conocimiento en el Horizonte, se vuelve a circunscribir al ámbito escolar, sin hacer referencia a otros modos de proceder y conocer ajenos a la matemática institucionalizada por la escuela. Si extendemos la revisión bibliográfica a otros trabajos en los que se hace referencia al Conocimiento en el Horizonte Matemático como los de Martínez, Giné, Fernández y Deulofeo (2015) y Gamboa, Badillo y Ribero (2015) tampoco se evidencia la consideración más allá de las matemáticas y las disciplinas escolares.

En el caso del dominio “Conocimiento de los Temas” perteneciente al modelo MTSK también pareciera haber una posibilidad de considerar las matemáticas no institucionalizadas al hacer referencia a la fenomenología. Sin embargo, al revisar sus trabajos este aspecto parece no ser considerado porque una vez más, los fenómenos que se abordan se circunscriben al ámbito escolar. Por ejemplo, en un estudio reciente que hace este equipo acerca del Conocimiento Especializado del profesor en el marco del desarrollo de unas clases donde se aborda el estudio de los números racionales, se recogen evidencias y observan que el profesor se aferra a fenomenologías propias de las matemáticas escolares; luego, en el análisis que realizan los autores no se evidencia ningún argumento que manifieste como insuficiente este acercamiento y exprese preocupación porque no se valoran procedimientos y conocimientos alternativos a las matemáticas escolares (Rojas y otros, 2015).

En cuanto a los otros dos componentes de cada modelo vemos que se mantiene la no presencia de procedimientos y conocimientos diferentes a los planteados en el ámbito escolar. En el caso del modelo MKT tampoco hallamos nada explícito que muestre la consideración de la existencia o no de procedimientos diferentes a los normalmente trabajados en el ámbito

escolar. Así, Hill, Ball & Schilling (2008) para destacar las diferencias entre el Conocimiento Común del Contenido y el Conocimiento Especializado del Contenido recurren a ejemplificar la representación tradicional en el ámbito escolar de la fracción de $\frac{5}{8}$ de 2 a través de gráficos circulares. No recurren estos autores a situaciones que pudieran estar presentes fuera de la realidad de la escuela.

En cuanto a la segunda categoría denominada “Conocimiento Pedagógico del Contenido”, ésta se refiere al conocimiento que todo profesor de matemáticas debe poseer para hacer enseñable las matemáticas. Tanto el modelo MKT (Ball & al., 2008) como el modelo MTSK (Flores y otros, 2015) exponen en esta categoría tres dominios cada uno, existiendo entre ellos mayor semejanza. Un primer grupo de estos dominios se refiere al que se refiere directamente al conocimiento que todo profesor debe tener en relación al estudiante. En este primer grupo el modelo MKT presenta un dominio llamado “Conocimiento del Contenido y de los Estudiantes”; se refiere al conocimiento que el profesor debe tener sobre el alumno en relación al contenido a desarrollar en sus clases, es decir es aquel conocimiento que relaciona la matemática a enseñar con la dimensión cognitiva del estudiante, previendo posibles acciones, actitudes, errores y obstáculos de sus estudiantes ante una situación de aprendizaje planteada. Parecido a este dominio el modelo MSKT (Flores y otros, 2015) indica un dominio llamado “Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM)”; éste está referido a los procesos de aprendizajes de los estudiantes, lo que implica de parte del profesor cuidar del buen uso del lenguaje asociado a cada concepto, así como el conocimiento de los posibles errores, dificultades y obstáculos asociados a éstos.

Un segundo grupo de estos dominios aborda más directamente el acto de enseñanza. Así, el modelo MKT (Ball & al., 2008) presenta un dominio llamado “Conocimiento del Contenido y su Enseñanza”; éste comprende las relación entre la didáctica de la disciplina con el contenido específico a enseñar, de manera que se haga accesible a los estudiantes los diferentes conocimientos conceptuales, procedimentales y actitudinales derivados de una actividad matemática particular. Muy parecido a este planteamiento es el que indica el modelo MSKT (Flores y otros, 2015) y que llaman “Conocimiento de la Enseñanza” (KMT); este dominio se refiere al conocimiento que debe tener el profesor sobre los modos de actuar en las situaciones de aprendizaje haciendo uso de los recursos, representaciones y ejemplos

respectivos, con el fin de que sus estudiantes desarrollen las competencias matemáticas necesarias.

Por último, encontramos un tercer grupo en el que ambos modelos presentan su visión acerca de lo que todo profesor de matemáticas debe conocer en relación al currículo. Ball & al. (2008) lo denominan “Conocimiento del Contenido y del Currículo” y trata del conocimiento acerca del currículo que norma la actuación del profesor. Implica de parte del profesor estar consciente de lo que institucionalmente se plantea como objeto de enseñanza, esto es, las competencias u objetivos programáticos, los contenidos programáticos, los recursos y demás medios con los que cuenta y propone el currículo al profesor. Por su parte el modelo MTSK (Flores, 2015) a este tipo de conocimiento lo llama “Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS)” y hace referencia a aquel conocimiento del currículo institucional y del currículo oculto proveniente de las experiencias propias o compartidas, así como el que proviene de las investigaciones

Como se evidencia, ambos modelos presentan más semejanzas que diferencias en lo que se refiere al “Conocimiento Pedagógico del Contenido”. Respecto al conocimiento del estudiante, los dos modelos abordan particularmente la dimensión cognitiva de éste cuando hacen referencia a los posibles errores y obstáculos que pudieran tener los estudiantes, lo que es válido, pero a la vez insuficiente porque deja de lado la dimensión socio afectiva muy relacionada con las experiencias de vida y por tanto, con la realidad en la que se desenvuelven nuestros estudiantes. De igual manera, en los dominios relacionados con la enseñanza no se plantea un acercamiento a la realidad de los estudiantes a través de las situaciones de aprendizaje; hacen énfasis en el conocimiento institucionalizado del ámbito escolar, lo que a su vez se reafirma cuando se abordan los conocimientos que debería poseer el profesor en relación al currículo. Ambos – y fundamentalmente el modelo MKT propuesto por Ball & al. (2008) – hacen gala de la ausencia de considerar en el currículo la incorporación de esos conocimientos ajenos al contexto de la cultura escolar.

Por último, el modelo MTSK plantea una diferencia cuando incorpora a su modelo las creencias acerca de las matemáticas y su enseñanza. Esta incorporación sin embargo no cambia para nada la ausencia de planteamientos por considerar las matemáticas no institucionalizadas en la escuela.

Hasta aquí mostramos dos modelos que aun cuando difieren en algunos aspectos, coinciden en su visión de un pensamiento profesional centrado en las matemáticas institucionalizadas por la escuela y en una visión predominantemente cognitivista del estudiante. De igual manera, hay una visión del conocimiento profesional del profesor parcelada al establecer dominios que parecieran ser percibidos sin relación entre ellos, en particular el modelo MKT (Ball & al., 2008, 2009). En el Modelo MSTK la consideración de las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza introducen un elemento transversal a los diferentes dominios (Carrillo y otros, 2013), pero luego en los posteriores trabajos hay una ausencia casi total de referencias a este aspecto (Flores, Escudero y Carrillo, 2013; Montes, Aguilar, Carrillo y Muñoz-Catalán, 2013; Rojas y otros, 2015), por lo que observamos una caracterización del conocimiento profesional muy parcelada.

Modelos del conocimiento profesional del profesor sustentados en el enfoque ontosemiótico

A estas debilidades Godino (2009) señala que los modelos del conocimiento profesional del profesor se caracterizan por ser muy generales, lo que demanda la creación “...de modelos que permitan un análisis más detallado de cada uno de los tipos de conocimientos que se ponen en juego en una enseñanza efectiva (proficiente, eficaz, idónea) de las matemática” (p. 19) intentando explicar el conocimiento del profesor, más no aportan elementos para una implementación práctica de ellos en los proceso de formación de profesores.

En respuesta a estas limitaciones Godino y su equipo plantean un modelo alternativo denominado “Modelo de Conocimiento Didáctico - Matemático” (CDM) (Pino-Fan & Godino, 2015; Pino-Fan, Assis & Castro, 2015). Este modelo va de la mano con la propuesta de Análisis Didáctico que el Enfoque Ontosemiótico presenta (Godino. 2009). Ellos, además de explicar el conocimiento del profesor, buscan proveer de herramientas que permitan el diseño de acciones formativas en los profesores (Pino – Fan & Godino, 2015; Pino-Fan, Assis & Castro, 2015).

El CDM caracteriza el conocimiento del profesor de matemática a partir de tres dimensiones: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática (ver figura 3)

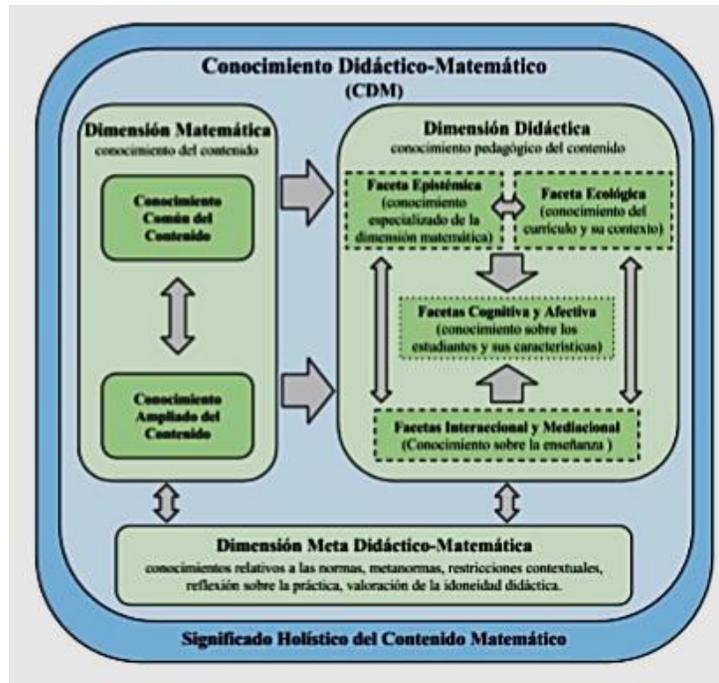


Figura 3. Dimensiones y componentes del Modelo Didáctico Matemático y sus relaciones con otros modelos (Pino-Fan & Godino, 2015: 98)

En la Dimensión Matemática se contemplan dos tipos de conocimiento: Conocimiento Común del Contenido y Conocimiento Ampliado del Contenido. El Conocimiento Común del Contenido se entiende como aquel conocimiento que se tiene sobre un objeto matemático y que permite resolver un conjunto de problemas o tareas contempladas por el currículo. A diferencia de lo planteado por Ball et al. (2008), en este modelo el conocimiento común matemático es únicamente compartido entre el profesor y sus estudiantes en el momento que se está desarrollando un tópico determinado en una clase de matemáticas. El segundo componente de esta dimensión es el “Conocimiento Ampliado del Contenido”; semejantes al “Conocimiento en el Horizonte Matemático” (Ball et al. 2008) y al “Conocimiento de las Estructuras Matemáticas” (Flores y otros, 2015). Este conocimiento le ofrece al profesor los conocimientos matemáticos necesarios para vincular el objeto matemático que se está trabajando en clase con otros conocimientos matemáticos y plantearse nuevos retos. Se visualiza más en términos holísticos que lineales (Pino – Fan & Godino, 2015)

La segunda dimensión denominada Didáctica, aborda el conocimiento pedagógico del contenido. Contempla cuatro facetas que contienen el mismo número de tipos de

conocimientos. La primera de estas facetas es la denominada “epistémica”, aborda especialmente el conocimiento profundo de las matemáticas escolares que le permita plantearse diferentes representaciones del objeto matemático en situaciones de aprendizaje, identificar los diferentes conocimientos matemáticos que se dinamizan al momento de la realización de una tarea matemática o vincular el objeto matemático escolar con otros objetos matemáticos previos, posteriores o del mismo nivel escolar en el que se enseña; esta faceta se asemeja al dominio denominado “Conocimiento de los Temas” propuesto por el MSTK . El segundo componente aborda el conocimiento que un profesor debe tener sobre los aspectos cognitivos y afectivos que caracterizan a sus estudiantes en el contexto de la clase de matemática y a propósito de un problema matemático (Pino- Fan & Godino, 2015). Coincide esta faceta con los dominios “Conocimiento del Estudiante y su Contenido” y el “Conocimiento de las características del Aprendizaje” propuestos por el MKT y el MSTK respectivamente, aunque explícitamente amplían la visión incorporando lo socio - afectivo.

El siguiente componente aborda lo que es el conocimiento sobre la enseñanza, esto es, el de gestionar los procesos de enseñanza y aprendizaje, contemplando en este componente las facetas interaccional y mediacional. La faceta interaccional provee al profesor de conocimientos para gestionar las diferentes interacciones que se desarrollan en clase; interacciones que se producen entre el profesor y sus estudiantes, entre los mismos estudiantes y entre los diferentes actores con los objetos matemáticos a enseñar. Por su parte, la faceta mediacional del CDM contempla los conocimientos que debería tener un profesor para plantearse el buen uso de los recursos y materiales educativos, de manera que resulten lo más eficiente y eficaz posible y así promover los aprendizajes entre sus estudiantes.

Por último se plantea la faceta ecológica, que abordaría los conocimientos del profesor acerca del currículo y su relación con otros currículos escolares además de los aspectos económicos, sociales y políticos que lo soportan y posibilitan o condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta mirada del currículo es más amplia que la mostrada en el modelo MKT y el modelo MTSK ya que trasciende la mirada restringida del currículo hacia el propio entorno escolar.

Junto a estas dos dimensiones hallamos una tercera denominada “Meta-Didáctico-Matemática”. En ella se reconoce y valora la capacidad de los docentes de reflexionar en y sobre su práctica; de alguna manera se reivindica en el modelo la figura del profesional

reflexivo en la tradición propuesta por Shön (1987). Esta reflexión como cualquier otra, debe sustentarse en indicadores que le permitan evaluar sus acciones, ya que siempre de manera consciente o inconsciente, cuando se reflexiona en y sobre la práctica se hace en función de ellos, en este caso en particular se apoyan en los indicadores de idoneidad didáctica planteados por el EOS (Godino, 2011; Godino, Batanero, Rivas y Arteaga, 2013).

Con la descripción de estas tres dimensiones, Matemática, Didáctica y Meta-didáctico-Matemático, junto a sus componentes, se muestra un esfuerzo por superar las limitaciones de los otros modelos mencionados. Se esfuerza el modelo del CDM en superar las categorías que por globales y disjuntas impedirían realizar un análisis detallado de los tipos de conocimientos que son efectivamente puestos en práctica al momento del acto de enseñanza (Godino, 2009; Pino-Fan & Godino, 2015; Pino-Fan, Asiss & Castro, 2015) Ellos a través de este modelo que forma parte del EOS que incluye los indicadores de idoneidad didáctica (Godino, 2011; Godino, Batanero, Rivas y Arteaga, 2013) buscan crear un cuerpo sistémico que no solo describa los componentes del pensamiento del profesor de matemáticas, sino también que permita la implementación de programas de formación y evaluación de la acción didáctico matemática de los profesores.

A pesar de estas ventajas, no existen en el modelo CDM evidencias claras de una consideración de modos de proceder matemáticos distintos a los que tradicionalmente se desarrollan en el ámbito escolar (Pino-Fan, 2015; Pino-Fan & al., 2015). Su centro de atención continúa siendo las matemáticas escolares.

A modo de conclusión

Al hacer una revisión de tres de los modelos del conocimiento profesional del profesor de Matemáticas que son referencia en nuestra disciplina, observamos que todos ellos se circunscriben al ámbito de las matemáticas escolares, en muy pocos casos los modelos estudiados plantean dominios del conocimiento o competencias profesionales que permitan al profesor conectar las matemáticas escolares con la realidad y mucho menos, se reconoce en ellos una consideración explícita hacia aquellas prácticas sociales o procedimientos matemáticos ajenos a la institución escolar que deberían formar parte del conocimiento profesional del profesor.

Ante la evidencia que las matemáticas no institucionalizadas por la cultura escolar están ausentes en los modelos estudiados, nos planteamos si la respuesta a tal situación pasa

por incorporar a los modelos existentes nuevos componentes que las consideren o, al contrario, pasa por replantearse la manera como entendemos la producción del conocimiento matemático.

Si optamos por la incorporación en los modelos de uno o más componentes que aborden el conocimiento que debería tener el profesor sobre las matemáticas no institucionalizadas (cotidianas o funcionales), supondría asumir que el conocimiento del profesor es de carácter acumulativo y por tanto, la solución estaría en adicionar nuevos conocimientos. Esta situación contradiría el esfuerzo que se evidencia en el transcurrir de los años por parte de todas las ciencias por ver el proceso de construcción de conocimientos como la constitución de un entramado en el que todos sus componentes están interactuando entre sí. Contradiría también el esfuerzo que desde Shulman se ha venido haciendo por lograr un conocimiento profesional del profesor donde se integren los aspectos pedagógicos con los de los contenidos disciplinarios.

Contrario a esta idea de adicionar componentes disjuntos entre sí, que sólo mantendría las matemáticas institucionalizadas desconectadas de las no institucionalizadas, apostamos por entender el conocimiento del profesor como un entramado de saberes, conocimientos, procedimientos y valores que finalmente se expresan en su hacer profesional diario. Esto implica replantearse una ruptura epistemológica que lleva a un reconocimiento de las matemáticas no institucionalizadas y a un replanteo de la visión del estudiante más allá de los aspectos cognitivos. Esta ruptura no consiste en descartar toda herencia que por siglos ha generado la cultura occidental, tanto en lo que se refiere al conocimiento matemático como a los avances en los aspectos psicológicos de los procesos de aprendizaje, donde el aspecto cognitivo predomina por sobre las demás dimensiones del ser humano, como son los procedimientos, valores, actitudes y emociones. Se trata de reconocer también los aportes ya realizados por otras epistemes diferentes a la cultura occidental. Un diálogo entre diferentes epistemes nos llevaría a lo que Santos (2010) denomina una “ecología de saberes”, la cual es caracterizada por reconocer “la existencia de una pluralidad de conocimientos más allá del conocimiento científico” (p. 50)

Desde esta perspectiva planteamos que más allá de discutir los modelos que buscan describir e incluso, aportar elementos para los procesos de formación de profesores de

matemática, es necesario discutir lo que entendemos por matemáticas y su aprendizaje y desde ahí, revisar cualquier modelo del conocimiento profesional del profesor.

La visión de unas matemáticas heredadas de la cultura greco occidental como expresión hegemónica del conocimiento matemático es lo que ha fomentado la institución escolar; sin embargo otros modos de conocimientos con sus derivaciones procedimentales y valorativas han surgido siempre y hoy más que nunca son necesarios reconocerlos si queremos educar a los estudiantes con las competencias matemáticas necesarias para su vida. Si seguimos asumiendo como únicas matemáticas las desarrolladas desde la institución escolar en cualquiera de sus niveles, los procesos formativos de los profesores de matemática nunca podrán desarrollar las competencias necesarias en ellas como para identificar, valorar y desarrollar situaciones de aprendizaje donde los conocimientos matemáticos institucionalizados o no por la cultura escolar interactúen.

De igual manera debemos ver lo relativo a los procesos de aprendizaje. El docente debe poseer una visión del estudiante como sujeto de aprendizaje que trascienda la visión predominantemente cognitiva. Como sujeto, el estudiante es un individuo que tiene una historia de vida que lo define, una vida con experiencias vividas en comunidad. El profesor deberá entonces identificar ese mundo de experiencias compartidas que es al fin y al cabo la realidad que él vive junto a los otros. En esa realidad deberá identificar su acercamiento a las matemáticas – cotidianas, funcionales o institucionalizadas – y valorarlas. Desde ahí identificar aquellos obstáculos y errores así como las actitudes que se generan en ellas, todo esto con el fin de planificar y desarrollar situaciones de aprendizaje adecuadas que permitan ver las matemáticas escolares como un conjunto de conocimientos, procedimientos y actitudes donde confluyen conocimientos matemáticos cotidianos, funcionales e institucionales. Tales conocimientos matemáticos le servirían para comprender su realidad y transformarla.

De esta manera podremos ir perfilando un pensamiento profesional que desarrolle en el profesor las competencias profesionales necesarias para poder desarrollar en la institución escolar unas matemáticas en y para la vida.

Referencias

Agüero, Mercedes de; (2003). Reseña de "El pensamiento práctico de una cuadrilla de pintores. Estrategias para la solución de problemas en situaciones matematizables de la vida cotidiana". *Educación Matemática*, 15(2), 179-184.

- Alsina, Claudi (2007) Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en Educación Matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de Educación*. 43 (Monográfico), 85-101
- Araújo Jussara De Loiola (2009) Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*. 2(2), 55-68
- Ball, D. L., & Bass, H. (2009). With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. Paper presented at the 43Rd Jahrestagung Für Didaktik Der Mathematik Held in Oldenburg, Germany.
- Ball, Deborah Loewenberg; Thames, Mark Hoover and Phelps, Geoffrey (2008) Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407
- Berríos Arboleda, Mario de Jesús (2011) *Elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos. El caso del cultivo de café*. Tesis de Maestría. Medellín, Colombia. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Colombia.
- Biggs, J. y Tang, C. (2009). *Applying Constructive Alignment to Outcomes-Based Teaching and Learning*. Hobart University. Maidenhead: McGraw Hill.
- Cantoral, R; Reyes-Gasperini, D. y Montiel, G; (2015). El programa socioepistemológico de investigación en matemática educativa: el caso de latinoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 5-17. Disponible en <http://google.redalyc.org/articulo.oa?id=33535428001> DOI: 10.12802/relime.13.1810
- Cantoral, Ricardo; Farfán, Rosa María; Lezama, Javier; Martínez-Sierra, Gustavo (2006) Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Número especial, 83-102
- Carrillo, José; Climent, Eric; Contreras, Luis y Muñoz – Catalán, María del Carmen (2013) Determining Specialized Knowledge for Mathematics teaching. In B. Ubuz, Ç. Haser & M. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2985 – 2994). Antalya, Turkey: CERME
- Compagnucci, Elsa, & Cardós, Paula. (2007). El desarrollo del conocimiento profesional del profesor en psicología. *Orientación y sociedad*, 7, 103-114. Disponible en http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1851-88932007000100005&lng=es&tlng=es
- Cordero Osorio, Francisco (2013) *Matemática y el cotidiano en Construcción social del conocimiento matemático*. Módulo III. Departamento de Matemática Educativa. CINVESTAV. México. Instituto Politécnico Nacional. México. Disponible en <http://goo.gl/V4b3J7>
- Demuth Mercado, Patricia Belén (2011) Conocimiento profesional docente: conocimiento académico, saber experiencial, rutinas y saber tácito. *Revista del Instituto de Investigaciones en Educación*. 2 (2), 29-46. Disponible en <http://hum.unne.edu.ar/revistas/educa/archivos/cont2/demuth.pdf>

- Flores, Eric; Escudero, Dinazar I. & Carrillo, José (2013) A Theoretical Review of Specialised Content Knowledge. In B. Ubuz, Ç. Haser & M. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp 3055 – 3064) Antalya, Turkey: CERME
- Freudenthal, Hans (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Netherlands. Kluwer Academia Publishers
- Gamboa, G., Badillo, E. y Ribeiro, M. (2015). El horizonte matemático en el conocimiento para la enseñanza del profesor: geometría y medida en educación primaria. *PNA*, 10(1), 1-24.
- Godino, J. D., Batanero, C., Rivas, H., & Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *REVEMAT*, 8(1), 46-74.
- Godino, J.D. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Conferencia presentada en la XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil. Disponible en http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf
- Godino, Juan D. (2009) Categorías de análisis del conocimiento del profesor de matemáticas. *Unión*, 20, 13-31
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400
- Kaiser, G. & Maaß, K. (2007). Modelling in Lower Secondary Classrooms — Problems and Chances. En Werner Blum, Peter L. Galbraith, HansWolfgang Henn & Mogens Niss (eds.). *Modelling and Application in Mathematics Educations. The 14th ICMI Study [International Commission in Mathematical Instruction]*, 99-108. New York: Springer
- Marín Martínez, Nicolas (2003) Conocimientos que interaccionan en la enseñanza de las ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(1), 65 – 78.
- Martínez, Mario; Giné, Climent; Fernández, S.; Figueiras, Lourdes; Deulofeu, Jordi (2011). *El conocimiento del horizonte matemático: más allá de conectar el presente con el pasado y el futuro*. En Margarita Marín; Gabriel Fernández; Lorenzo J. Blanco; María Mercedes Palarea (Eds.) *Investigación en Educación Matemática*. (pp. 429-438). XV SEIEM. Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática
- Masingila, Joanna O.; Davidenko, Susana; Prus-Wisniowska, Ewa (1996) Mathematics Learning and Practice in and out of School: A Framework for Connecting These Experiences. *Educational Studies in Mathematics*. 31 (1/2), 175-200
- Ministerio de Educación (2006) *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Colombia. Disponible en <http://goo.gl/Mi7t4p>
- Ministerio de Educación de Chile (S/F) *Currículo en línea. Recursos para el aprendizaje*. Chile. MINEDUC. Educación Básica. Disponible en <http://goo.gl/6w5wQx>
- Ministerio del Poder Popular para la Educación (2007) *Currículo Nacional Bolivariano. Diseño Curricular del Sistema Educativo Bolivariano*. Caracas. Disponible en <http://goo.gl/8wuNUZ>

- Montes, Miguel; Aguilar, Álvaro; Carrillo, José & Muñoz-Catalán, M. Cinta (2013) MTSK: From Common and Horizon Knowledge to Knowledge of Topics and Structures Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 3185–3194). Antalya, Turkey: CERME.. Antalya, Turquía.
- Mora, David (2005) Didáctica crítica y educación crítica de las matemáticas. En D. Mora (Coordinador) *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectiva para la transformación de la educación matemática en América Latina*. (pp. 17 – 164). Bolivia. Editorial Campo Iris.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. USA. National Council of Teachers of Mathematics
- Niss, M. (2001). Issues and Problems of Research on the Teaching and Learning of Applications and Modelling. En J. F. Matos, W. Blum, K. Houston & S. Carreira (eds.). *Modelling and Mathematics Education. International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, ICTMA 9: Applications in Science and Technology* (72-89). Chichester: Horwood Publishing
- Parra-Sandoval, Hurtado, Méndez, Noriega y Borjas (2014) *Percepción del estudiantado de educación media en relación a las ciencias naturales y la matemática. Informe no publicado presentado en el estudio sobre la calidad educativa*. Caracas. Ministerio del Poder Popular para la Educación (Material no publicado)
- Pino-Fan, L. R., Assis, A. & Castro, W. F. (2015). Towards a Methodology for the Characterization of Teachers' Didactic-Mathematical Knowledge. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(6), 1429-1456. DOI: 10.12973/eurasia.2015.1403a
- Pino-Fan, Luis R.; Godino, Juan D. (2015) Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1): 87 – 109
- Porlán, R. y Rivero, A. (1998) *El conocimiento de los profesores*. España: DÍADA Editores.
- Puig, Luis (1997) Análisis fenomenológico. En L. Rico (Dir), E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. M. Socas (Eds.). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, (pp. 61-94). Barcelona: ice - Horsori.
- Rojas, Nielka; Carrillo, José, Flores, Pablo; (2015). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. *Boletim de Educação Matemática*, 29 (51), 143-166. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a08> Disponible en http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2015000100009&lng=es&nrm=iso&tlng=en
- Sánchez, Isabel Tuyub, & Cantoral, Ricardo. (2012). Construcción social del conocimiento matemático durante la obtención de genes en una práctica toxicológica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(42a), 311-328. <https://dx.doi.org/10.1590/S0103-636X2012000100014>
- Santos, Boaventura De Sousa (2010) *Descolonizar el saber, reinventar el poder*. Montevideo, Uruguay. Ediciones TRILCE – Extensión Universitaria. Universidad de la República. (Traducción: José Luis Exeni, José Guadalupe Gandarilla Salgado, Carlos Morales de Setien y Carlos Lema

- Shön, Donald (1987) *La formación de profesionales reflexivos: hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. México. PAIDOS
- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Silveira, Everaldo e Caldeira, Ademir Donizeti (2012) Modelagem na Sala de Aula: resistências e obstáculos. *Bolema* [online]. 26 (43), 1021-1047. <http://dx.doi.org/10.1590/S0103-636X2012000300012>. Disponible en http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2012000300012&script=sci_abstract&tlng=pt
- Skovsmose, Ole & Valero Paola. (2007) Educación Matemática y justicia social: hacerle frente a las paradojas de la sociedad de la información. En J. Jiménez; J. Díaz – Palomar y M. Civil, M (Coords.) *Educación Matemática y exclusión*. España. Graó
- Valero, Paola; Andrade-Molina, Melissa y Montecino, Alex (2015) Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa. RELIME* 18(3), 287-300. DOI: 1012802/relime.13.1830
- Villa-Ochoa, J. A. & Berrío, M. J. (2015). Mathematical Modelling and Culture: An Empirical Study. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. Salett Biembengut (Eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 241-250). Switzerland: Springer International Publishing
- Villa-Ochoa, J. A. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 8(16), 133-148. Disponible en <http://goo.gl/mleL6j>
- Villa-Ochoa, Jhony Alexander. & Jaramillo-López, Carlos Mario (2011). Sense of Reality through Mathematical Modeling. Gabriele Kaiser, Werner Blum, Rita BorromeoFerri & Gloria Stillman (eds.). *Trends in the Teaching and Learning of Mathematical Modelling, International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, ICTMA 14*, (701-711). New York: Springer.
- Zamudio F., José I. (2003) El Conocimiento Profesional del Profesor de Ciencias Sociales. *Revista de Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales*. 8, 87-104. Disponible en http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/23984/1/jose_zamudio.pdf

Autores:

Hugo Parra-Sandoval

Universidad del Zulia. Maracaibo, Venezuela.

Área de investigación: Formación de profesores, matemática en contexto y modelación matemática.

Correo-e: hugoparras@hdes.luz.edu.ve . Teléfono: (58) 416 665 4257

Jhony Alexander Villa-Ochoa

Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.

Área de investigación: Modelación en Educación matemática. Formación de profesores.

Correo electrónico: jhony.villa@udea.edu.co Teléfono: (57) 312 256 9421