

# APROXIMACIÓN A LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE MULTIPLICACIÓN EN EL MARCO DEL ESTUDIO DE CLASES

## Approach to the construction of the multiplication concept under lesson study

Avilés, P.<sup>a</sup>, Cisternas, A.<sup>b</sup>, Millie, M.<sup>c</sup>, Olfos, R.<sup>d</sup>, Rojas, G.<sup>e</sup>, Romero, C.<sup>f</sup>, Tapia, M.<sup>g</sup>

<sup>a</sup>Escuela Palestina; <sup>b</sup>Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.  
[escuelapalestina@gmail.com](mailto:escuelapalestina@gmail.com)<sup>a</sup>; [raimundo.olfos@pucv.cl](mailto:raimundo.olfos@pucv.cl)<sup>b</sup>

### Resumen

*Este artículo da cuenta de una investigación que se centró en dos aspectos confluyentes: el mejoramiento de la enseñanza del concepto de multiplicación, que los alumnos evidencian haber aprendido de modo inadecuado e incompleto, y el desarrollo profesional de profesores de educación básica de establecimientos de dependencia municipal. La investigación acción buscaba favorecer el desarrollo de las capacidades de los profesores para elaborar e implementar una propuesta de enseñanza efectiva del concepto de multiplicación en el marco de Estudio de Clases. El estudio se sustentó en los fundamentos teóricos de la Teoría de la Transposición Didáctica y el Estudio de Clases. Los resultados reportados muestran progresos de los profesores en la profundización en el concepto de multiplicación y en el mejoramiento de las capacidades de enseñanza para la construcción del concepto de multiplicación en los alumnos.*

**Palabras clave:** *concepto de multiplicación, Estudio de Clases, desarrollo profesional colaborativo.*

### Abstract

*This article reports on an investigation that focuses on two converging aspects: improving teaching the concept of multiplication, evidence that students have learned so inadequate and incomplete, and the professional development of teachers basic education establishments dependence municipal. The action research sought to promote the capacity building of teachers to develop and implement an effective teaching proposal multiplication concept under Lesson Study. The study was based on the theoretical foundations of the theory of didactic transposition and Lesson Study. The reported results show progress of teachers in deepening the concept of multiplication and improvement of teaching skills to build the concept of multiplication in students.*

**Keywords:** *concept of multiplication, lesson study, self-improvement*

### INTRODUCCIÓN

El presente trabajo nace como respuesta a la necesidad identificada por profesores, que se desempeñan en escuelas municipalizadas, que atienden a niños y niñas en situación de vulnerabilidad. Reconociendo desde la práctica en las aulas como problemática de investigación el escaso o incompleto aprendizaje del concepto de multiplicación observado en los alumnos. En esta investigación se articulan dos procesos: la elaboración de una tesis de Magíster en Didáctica de las Matemáticas y la implementación de un plan de perfeccionamiento docente, inserto en el Proyecto de Mejoramiento Educativo de una escuela municipalizada, como una acción para mejorar la

efectividad de la enseñanza de los conocimientos matemáticos y así elevar los niveles de aprendizaje de los estudiantes.

En este contexto se constituyó un equipo conformado por seis profesoras, con el objetivo llevar adelante una investigación acción basada en el Estudio de Clases. Los profesores participantes realizaron una revisión de la información sobre el tema constatando que los resultados en el aprendizaje de la multiplicación muestran deficiencia en estudiantes de distintos países (Castro, 1995; Fernández, 2007; Chamorro, 2011; Redondo, 2011), la enseñanza se encuentra centrada en la repetición y memorización del algoritmo estándar (Block, Moscoso, Ramírez y Solares, 2007; Lotero et al, 2011). Además, informes internacionales señalan que los profesores trabajan aisladamente y sin vinculación con sus pares, evidenciando una ausencia de reflexión y crítica colaborativa que enriquezca la práctica docente (Barber y Mourshed, 2007; UNESCO, 2013).

Una de las preguntas de investigación fue ¿cómo podemos facilitar el proceso de construcción del concepto de multiplicación en los alumnos? El objetivo general de la investigación fue: “favorecer el desarrollo de las capacidades de los profesores para elaborar e implementar una propuesta de enseñanza efectiva de la multiplicación en el marco del Estudio de Clases”. También, a partir del marco teórico, establecimos los siguientes objetivos específicos: 1) Favorecer en los profesores del equipo de Estudio de Clases una comprensión más profunda del concepto de multiplicación; 2) Promover en los profesores del equipo Estudio de Clases mejoramiento de las capacidades de enseñanza; y 3) Elaborar e implementar una propuesta de enseñanza efectiva para la construcción del concepto de multiplicación en los alumnos. En este artículo nos referiremos a los objetivos específicos 1 y 2.

### ***Marco teórico y metodológico***

Los fundamentos teóricos utilizados para sustentar nuestro proceso de investigación y generar una propuesta de enseñanza efectiva de dicho conocimiento matemático, fueron la Teoría de la Transposición Didáctica y el Estudio de Clases japonés.

La teoría de la Transposición Didáctica facilitó a los investigadores una manera nueva de ver la problemática a estudiar: el reconocimiento del fenómeno didáctico de la “irresponsabilidad matemática de los alumnos”. El contrato didáctico utilizado en las aulas a investigar entregaba toda la responsabilidad al profesor. Al compartir la investigadora principal la teoría de Transposición Didáctica con las profesoras participantes, éstas profundizaron en el conocimiento matemático desde una perspectiva epistemológica y didáctica para generar una propuesta de enseñanza que favoreciera una aproximación que responsabiliza a los alumnos en la construcción del concepto de multiplicación. Las profesoras fueron cuestionadas en relación a su comprensión acerca del concepto de multiplicación (suma iterada, cantidades de grupos, noción de unidad, repetición o amplificación de la unidad), diferenciándolo del algoritmo para multiplicar, constatándose un cuestionamiento epistemológico.

El Estudio de Clases Japonés, como marco teórico que explica el cambio en la comprensión del profesor a partir de la reflexión colectiva en el “estudio” de una clase, ha evidenciado ser efectivo como instancia de perfeccionamiento continuo entre los profesores, permitiendo llevar a la práctica una enseñanza de calidad para todos los estudiantes. La efectividad se puede inferir de los excelentes resultados obtenidos por los alumnos japoneses en las mediciones internacionales sobre conocimientos matemáticos (Isoda, Arcavi & Mena, 2008).

El equipo de Estudio de Clases estaba conformado por tres de profesoras de educación básica y tres profesoras de educación diferencial que se desempeñan en Programa de Integración Escolar (P.I.E.). Los alumnos que participaron en las implementaciones de las clases fueron de cuatro

escuelas básicas que aceptaron nuestra invitación, permitiendo al equipo de profesores ingresar a la sala de clases.

Los instrumentos que se utilizaron para recoger la información en el proceso de la investigación para su posterior análisis fueron: pre y postest para profesores en base a un cuestionario (anexo 1), grabaciones de las clases implementadas y sus respectivos planes, pre y postest para alumnos, registros escritos de los alumnos durante la clase. En este artículo abordaremos los resultados de pre y postest para profesores.

a) Pre y postest para profesores para determinar variaciones en las concepciones respecto al objeto matemático: multiplicación constituido por cuatro ítems, se establecieron cuatro categorías de análisis en directa relación con los objetivos y preguntas del instrumento. Las categorías son: 1) Ideas sobre la multiplicación; 2) Análisis los procedimientos de los alumnos; 3) Ideas sobre la enseñanza de los conocimientos relacionados con la multiplicación (tablas de multiplicar, algoritmo, propiedades, uso y/o funcionalidad); y 4) Representaciones de los profesores relacionadas a la palabra veces. De ellas, 1 y 4 tienen su foco en el concepto de multiplicación, permitiendo dar respuesta al objetivo específico “favorecer la comprensión más profunda del concepto de multiplicación en los profesores del equipo de Estudio de Clases”; 2 y 3 permitirán establecer si se cumple el objetivo específico “promover el mejoramiento de las capacidades de enseñanza en los profesores del equipo Estudio de Clases”. Para la revisión se realizó análisis de contenido de las respuestas de cada profesor en cada pregunta. Se diseñó una rúbrica de avances o progresos a partir de las categorías de análisis (ver anexo 2), las respuestas en relación a los progresos o cambios fueron valorados de la siguiente manera: Mantiene= 0; Progreso poco significativo= 1; y Progreso significativo= 2. De acuerdo estos puntajes también, se pueden identificar los progresos respecto a los objetivos específicos sumando las puntuaciones en las categorías: 1 y 4 para el primer objetivo; 2 y 3 para el segundo objetivo, los resultados son valorados: Mantiene= 0; Progreso poco significativo= 1; Progreso Significativo= entre 2 y 3; Progreso muy significativos= 4.

b) Grabaciones de las clases implementadas y sus respectivos planes. Usando los vídeos los profesores revisan y analizan las clases e introducen las modificaciones en el plan. Se espera que en la comparación de los planes preparados reconocer la evolución de la clase hasta estabilizarse, consiguiendo que las actividades y preguntas que la estructuran se mantengan porque ser coherentes y precisas en la consecución del objetivo como una propuesta de enseñanza que favorece la construcción del concepto de multiplicación.

Cabe señalar que los datos cualitativos que emergieron para el análisis fueron de naturaleza predominantemente verbal y de carácter local, pues las experiencias implementadas se realizaron para responder a la problemática reconocida desde nuestras propias prácticas en las salas de clases a partir de la estructura recursiva del Estudio de Clases como un tipo de investigación acción, esto es, preparación de la clase, implementación y revisión para introducir modificaciones en el plan de clase, y volver a repetir el ciclo sucesivamente hasta estabilizar el plan.

La investigación acción se inicia en octubre de 2014 con una charla realizada por el profesor guía de tesis sobre el Estudio de Clases. Durante la preparación del plan el equipo realiza 11 sesiones. En esta etapa lo más difícil fue dar continuidad a las sesiones y conseguir que un profesor asumiera la responsabilidad de hacer la primera clase. En la etapa de implementaciones de la clase, lo que presento mayor dificultad fue encontrar la escuela en que el profesor a cargo de la clase se sintiera con un cierto nivel de agrado y confianza; también, conseguir que la Dirección del establecimiento elegido por el profesor abriera las puertas de su escuela para que el equipo de profesores ingresáramos a observar y grabar la clase. La primera clase se realizó en el mes de abril de 2015, el equipo de profesores contó con el apoyo del profesor guía de tesis en la discusión de la clase, constituyéndose en el momento más significativo del proceso que estábamos viviendo. Incluso los

profesores relacionaron esta experiencia con la evaluación docente y la forma de observar una clase para introducir mejoras y enriquecer la enseñanza. Se realizaron 4 implementaciones de la clase con sus respectivos planes. Desde la tercera clase el Plan se estabiliza.

## Resultados

Para determinar el impacto de la experiencia vivida mediante el proceso de Estudio de Clases en los profesores, se procedió a comparar sus respuestas en pre y postest para identificar si se mantenían o modificaban sus ideas, respecto al concepto de multiplicación y su enseñanza, entendidas como progresos o avances cualitativos.

En la comparación de las respuestas del Profesor 1 en pre y postest, se observa: Progresos poco significativos con ideas sobre la multiplicación centradas en la relación con la suma y como una operación que aumenta, asimismo, incorpora la idea de repetición. Progresos significativos para el análisis de procedimientos usados por los alumnos, al principio no veía o no entendía las maneras de resolución usada por los estudiantes, en el postest cambia pasando a valorar las distintas formas de procedimiento. Progresos significativos en la enseñanza de conocimientos relacionados con la multiplicación, para las tablas de multiplicar agrega la repetición, para el algoritmo en ambas oportunidades señala estrategias genéricas y agrega las partes, mantienen las ideas para la enseñanza de las propiedades, transita de lo lúdico a la problematización para uso y/o funcionalidad. Mantiene las representaciones relacionadas a la palabra veces.

Al comparar las respuestas del Profesor 2 en pre y postest, se observa: Progresos poco significativos las ideas sobre la multiplicación inicialmente están centradas en la suma y en la estructura, después pasa a incorporar la idea de unidad y la representación geométrica. Progresos poco significativos en el análisis de procedimientos usados por los alumnos mantiene sus ideas respecto a la posibilidad de resolver una multiplicación de formas distintas. Progresos poco significativos para la enseñanza de conocimientos relacionados con la multiplicación, para las tablas de multiplicar incorpora la idea de grupos; para el algoritmo agrega consensuar otorgando un rol más activo y más responsabilidad a los alumnos; para las propiedades, uso y funcionalidad mantiene las mismas ideas. Progresos significativos agrega dos nuevas representaciones asociada a palabra veces.

En las respuestas del Profesor 3 en pre y postest, se observa: Progresos significativos en las ideas sobre la multiplicación al inicio estaban centradas en la técnica, en el postest han pasado a centrarse en el concepto, también, mantiene la idea de la economía de la suma y como un trabajo más simple. Progresos significativos para el análisis de procedimientos usados por los alumnos, transita de no reconocer pasando a valorar los distintos procedimientos empleados. Progresos significativos en la enseñanza de conocimientos relacionados con la multiplicación, para las tablas de multiplicar identifica la regularidad; para el algoritmo mantiene el foco en la técnica; para las propiedades cambia de lo general a lo particular; y transita del uso a funcionalidad. Mantiene sin asociar la palabra veces con multiplicación.

La siguiente tabla muestra los progresos desde los objetivos específicos de la investigación.

Tabla 1. Respuestas de los profesores a partir de los objetivos

OBJETIVOS ESPECÍFICOS					
1.- Favorecer la comprensión más profunda del concepto de multiplicación en los profesores del equipo de Estudio de Clases			2.- Promover el mejoramiento de las capacidades de enseñanza en los profesores del equipo Estudio de Clases		
Ítem 1	Ítem 4	Progresos	Ítem 2	Ítem 3	Progresos

P1	1	0	Poco significativo	2	2	Muy Significativo
P2	1	2	Muy Significativo	1	1	Significativo
P3	2	0	Significativo	2	2	Muy Significativo

## CONCLUSIONES

Al finalizar este artículo basado en una investigación acción en el marco del Estudio de Clases, retomamos la pregunta ¿cómo podemos facilitar el proceso de construcción del concepto de multiplicación en los alumnos? y el objetivo general “favorecer el desarrollo de las capacidades de los profesores para elaborar e implementar una propuesta de enseñanza efectiva de la multiplicación en el marco del Estudio de Clases”, sustentada en la consecución de objetivos específicos, siendo posible a la luz de los resultados obtenidos en el transcurso de la investigación concluir que:

Para el primer objetivo específico, “favorecer la comprensión más profunda del concepto de multiplicación en los profesores del equipo de Estudio de Clases”, considerando las respuestas en pre y postest a las preguntas 1 y 4, que indagaban en el concepto de multiplicación, específicamente, en las ideas relacionadas a la multiplicación y las representaciones asociadas a la palabra veces, los resultados indican que los tres profesores tienen progresos, que nos llevan a señalar que el proceso de trabajo colaborativo y reflexivo entre los profesores ha permitido enriquecer o modificar sus ideas respecto a este conocimiento matemático. Los profesores han ganado en su conocimiento disciplinario que podrán poner en juego en la preparación de la enseñanza.

Para el segundo objetivo específico, que buscaba “promover el mejoramiento de las capacidades de enseñanza en los profesores del equipo Estudio de Clases”, tomando en cuenta las respuestas de los profesores a las preguntas 3 y 4, que apuntaban a reconocer ideas en torno a la enseñanza, es posible señalar que los profesores presentaron avances significativos y muy significativos para este objetivo. Esto nos permite afirmar que han incorporado o modificado sus ideas acerca de la enseñanza de los conocimientos asociados a la multiplicación lo que debería influir positivamente en el proceso de aprendizaje de los alumnos. Los profesores han ganado en su conocimiento pedagógico didáctico.

Dados los resultados es posible sostener que se ha cumplido con los objetivos específicos, lo que conlleva el logro del objetivo general de la investigación. También debemos señalar que Estudio de clases es una poderosa herramienta para mejorar la calidad de la enseñanza de matemáticas como proceso de autoperfeccionamiento entre profesores en ejercicio en escuelas de dependencia municipal.

## Referencias

- Barber, M. y Mourshed, M. (2008). *¿Cómo hicieron los sistemas educativos con mejor desempeño del mundo para alcanzar sus objetivos? Recuperado de [http://www.oei.es/pdfs/documento\\_preal41](http://www.oei.es/pdfs/documento_preal41)*
- Bosch, M.; Castro, E.; Segovia, I. (2007). *El pensamiento multiplicativo en los primeros niveles. PNA, 1(4), 179-190.*
- Boggino, N. y Rosekrans, K. (2004). *“Investigación-acción: reflexión crítica sobre la práctica educativa. Orientaciones prácticas y experiencias”. Homosapiens Ediciones.*
- Castro, E.; Rico, L.; Castro, E. (1995). *“Estructuras aritméticas elementales y su modelización”. Grupo editorial Iberoamérica. México.*
- Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Barcelona, Spain: ICE/Horsori.*

Isoda, M (2011) *El estudio de clases: enfoques sobre la resolución de problemas en la enseñanza de matemáticas en la experiencia japonesa. “Mejoramiento escolar en acción”*. Centro de Investigación Avanzada en Educación. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Salesianos impresiones S.A. Chile.

Isoda, M, Arcavi, A. & Mena, A. (2008) “*El Estudio de Clases Japonés en Matemáticas. Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global*”. Ediciones Universitarias de Valparaíso. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile.

Lara, B.; Mizala, A.; Repetto, A. (2010). *Una Mirada a la Efectividad de los Profesores en Chile*. Revista Estudios Públicos, vol. 120, 147-182. Recuperado de <http://www.cepchile.cl/dms/archivo>

Lotero, L.; Andrade, E.; Andrade, L. (2011). *La crisis de la multiplicación: Una propuesta para la estructuración conceptual*. Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación, Vol. 2, N° especial, 38-64. Recuperado de <http://www.dialnet.unirioja.es/descarga/articulo>

UNESCO. (2013). *Antecedentes y Criterios para la Elaboración de Políticas Docentes en América Latina y el Caribe*. Recuperado de <http://www.unesdoc.unesco.org>

### Anexo 1

### CUESTIONARIO PARA PROFESORES

Nombre:.....

Curso en que trabaja:..... Años experiencia docente:.....

1.- Escriba en 6 líneas, lo más que pueda, acerca de la MULTIPLICACIÓN.

2.- ¿Qué opina de los siguientes procedimientos usados por los estudiantes?

Estudiante A      37 x 41  $\begin{array}{r} 37 \\ \times 41 \\ \hline 148 \\ 1517 \end{array}$
---

Estudiante B      37 x 41  $\begin{array}{r} 123 \\ \times 287 \\ \hline 1517 \end{array}$
--

3.- Complete la siguiente tabla.

APRENDIZAJE DE:	¿CÓMO ENSEÑA O ENSEÑARÍA A ?
Tablas de multiplicar	
Algoritmo de la Multiplicación	
Propiedades de la multiplicación	
Funcionalidad o uso de la multiplicación	

4.- Muestra tres maneras de representar “3, cuatro veces”.

## Anexo 2

### Rúbrica para Cuestionario de Profesores

Rúbrica con indicadores de avances o progresos a partir de las categorías de análisis, las respuestas en relación a los cambios son valorados: Mantiene=0; Progreso poco significativo=1; y Progreso significativo=2.

<b>Pregunta 1</b>		
<b>Categoría: Ideas sobre la multiplicación</b>		
<b>MANTIENE</b>	<b>PROGRESO POCO SIGNIFICATIVO</b>	<b>PROGRESO SIGNIFICATIVO</b>
Mantiene ideas iniciales acerca de la multiplicación.	Incorpora ideas no centradas en el concepto de multiplicación.	Incorpora ideas centradas en el concepto de multiplicación.

<b>Pregunta 2</b>		
<b>CATEGORÍA: Análisis de los procedimientos de los alumnos</b>		
<b>MANTIENE</b>	<b>PROGRESO POCO SIGNIFICATIVO</b>	<b>PROGRESO SIGNIFICATIVO</b>
En pre y postest reconoce los procedimientos usados por los alumnos.	Pasa de no reconocer a identificar uno de los procedimientos.	Pasa de no reconocer a identificar los dos procedimientos.

**Pregunta 3****CATEGORÍA: Ideas sobre la enseñanza de los conocimientos relacionados con la multiplicación**

<b>MANTIENE</b>	<b>PROGRESO POCO SIGNIFICATIVO</b>	<b>PROGRESO SIGNIFICATIVO</b>
Mantiene las ideas de enseñanza en todos los conocimientos relacionados con la multiplicación.	Incorpora ideas de enseñanza en uno o dos conocimientos relacionados con la multiplicación.	Incorpora ideas de enseñanza en tres o más conocimientos relacionados con la multiplicación.

**Pregunta 4****CATEGORÍA: Representaciones de los profesores relacionadas a la palabra veces.**

<b>MANTIENE</b>	<b>PROGRESO POCO SIGNIFICATIVO</b>	<b>PROGRESO SIGNIFICATIVO</b>
Mantiene las representaciones para la palabra veces.	Incorpora una nueva representación para la palabra veces.	Incorpora dos o más representaciones para la palabra veces.