

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE ESTUDIOS DE CASOS QUE PROMUEVEN ARGUMENTACIÓN EN EL AULA MATEMÁTICA

Design and implementation of studies argument that promote in the classroom mathematics

Victoria Arriagada Jofré^a, Horacio Solar Bezmanilovic^b, Andrés Ortiz Jiménez^c.

Universidad Católica de la Santísima Concepción^a, Pontificia Universidad Católica de Chile^b,
Universidad Católica de la Santísima Concepción^c

varriagada@magisteredu.ucsc.cl^a; hsolar@uc.cl^b; aortiz@ucsc.cl^c

Resumen

Una de las competencias matemáticas corresponde a la argumentación matemática, que a través del modelo de Toulmin se promueve en estudiantes de la carrera Pedagogía Básica con Mención en Matemática y Ciencias de la Universidad Católica de la Santísima Concepción que cursan un optativo de profundización denominado "Gestión del Aula Matemática". Este artículo muestra la implementación de un proyecto de intervención pedagógica que evidencia cómo a través de los estudios de caso se puede identificar con mayor facilidad procesos argumentativos, procesos explicativos y elementos del Modelo de Toulmin.

Palabras clave: *Competencia matemática, argumentación matemática, modelo de Toulmin, estudio de casos, formación inicial de profesores de matemática en básica.*

Abstract: *One of the math skills corresponds to mathematical argumentation, that via Toulmin model is promoted in basic education students with a major in mathematics and Sciences Catholic University of the Holy Conception attending a deepening elective called "Mathematical classroom management". This article shows the implementation of a project of pedagogical intervention that shows how through the case studies can identify more easily argumentative processes, explaining processes and elements of the Toulmin model.*

Keywords: *Mathematical literacy, mathematical argumentation, Toulmin model, case studies, Initial teacher training in basic math.*

INTRODUCCIÓN

Definir argumentación matemática, no es tarea fácil, pues ha sido discutida por variados autores. Según el Ministerio de Educación (2012) en sus Bases Curriculares define argumentación matemática de la siguiente forma: "*habilidad de argumentar que se aplica al tratar de convencer a otros de la validez de los resultados obtenidos*".

Este documento, pretende mostrar los resultados de un proyecto de intervención pedagógica desarrollado en la Universidad Católica de la Santísima Concepción de acuerdo a los requisitos que establece el programa de Magíster en Educación Superior con Mención en Pedagogía Universitaria de dicha Institución. El proyecto se denomina "Diseño e implementación de estudios de casos en alumnos y alumnas de Pedagogía Básica con Mención en Matemática y Ciencias, enfocados en argumentación en el aula matemática a través de un electivo de profundización llamado Gestión del Aula matemática".

El trabajo se inicia al recopilar datos a partir de los alumnos y documentos oficiales, se presenta el diseño del proyecto que permite enriquecer a los alumnos de herramientas en argumentación

matemática dentro del aula y muestra cómo los estudiantes enriquecen su formación como docentes en argumentación en el aula matemática a través de los estudios de caso.

El proyecto consiste en diseñar tres casos directamente relacionados con argumentación en el aula matemática, que posteriormente se implementan en el electivo de profundización “Gestión del aula matemática” durante el segundo semestre del 2014. Este electivo de profundización se imparte por primera vez y se orienta a estudiantes de la carrera Pedagogía Básica con Mención en Matemática y Ciencias en su último año de formación, por lo que ya poseen una valiosa formación matemática y didáctica. Sin embargo, su formación profesional no incluye situaciones de aprendizaje de contexto profesional que promuevan el análisis de la argumentación en el aula matemática, es decir, faltan oportunidades para promover y estudiar la interacción argumentativa en las asignaturas primarias de la carrera. Por tal motivo, el principal objetivo del proyecto es elaborar herramientas para la gestión de las interacciones argumentativas en el aula de matemáticas por medio de estudios de casos en estudiantes de la pedagógica básica con mención en matemática y ciencias. Este objetivo se puede cubrir, mediante dos específicos. En primer lugar se diseñan estudios de casos para analizar la práctica de otros docentes, con el fin de mejorar y perfeccionar la propia práctica en gestión de interacciones argumentativas en el aula matemática. En segundo lugar, los casos se implementan con el fin de reconocer procesos argumentativos, procesos explicativos y diferenciarlos correctamente en el aula matemática.

Marco teórico

Argumentación en el aula de matemática

En la actualidad de nuestro país, en el marco curricular de Enseñanza Básica se desarrollan las competencias matemáticas, estando involucradas cuatro habilidades interrelacionadas: *resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar*. Todas ellas tienen un rol importante en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos para resolver los problemas propios de la matemática (rutinarios y no rutinarios) y de otros ámbitos (MINEDUC, 2012). Este trabajo está enfocado en la habilidad de argumentar.

Según el Ministerio de Educación (2012) en sus Bases Curriculares define argumentación matemática de la siguiente forma: *“habilidad de argumentar que se aplica al tratar de convencer a otros de la validez de los resultados obtenidos”*. La argumentación y la discusión colectiva sobre la solución de problemas, escuchar y corregirse mutuamente, la estimulación a utilizar un amplio abanico de formas de comunicación de ideas, metáforas y representaciones, favorece el aprendizaje matemático.

La argumentación *involucra procesos de pensamiento lógicamente arraigados que exploran y vinculan los elementos de un problema para hacer inferencias a partir de ellos, comprobar la justificación provista, o proporcionar una justificación de las declaraciones o de las soluciones a los problemas* (OECD, 2013, p.30).

Desde una perspectiva educacional, la argumentación matemática se está considerando un aspecto del diseño curricular. Es considerada tanto desde una perspectiva de las competencias como de los estándares de proceso. En la enseñanza básica, se apunta principalmente a que los alumnos establezcan progresivamente deducciones que les permitirán hacer predicciones eficaces en variadas situaciones concretas. Se espera, además, que desarrollen la capacidad de verbalizar sus intuiciones y concluir correctamente, y también de detectar afirmaciones erróneas (MINEDUC, 2012).

Modelo de toulmin

Principalmente el análisis de argumentación en el aula se sustenta en el modelo de argumentación propuesto por Toulmin (1958), que sigue un proceso lineal que comienza en los datos y llega a las conclusiones. Toulmin crea este modelo en el marco de los discursos sociales, para lo cual considera que un argumento es una estructura compleja de datos organizados en un proceso. Implica alguna combinación de las *conclusiones* (declaraciones cuya validez se está creando), *datos* (apoyo proporcionado por las conclusiones), *garantía* (declaraciones que conectan los datos con las conclusiones), las *refutaciones* (declaraciones que describen las circunstancias en que las conclusiones no serían válidas), los *calificadores* (declaraciones que describen la certeza con la que se hace posible la conclusión) y *fundamentación* (por lo general no declarada, que trata del ámbito en el que se produce el argumento) (Conner, Singletary, Smith & Francisco; 2014).

De acuerdo a lo que plantea Alvarado y González (2010), este modelo también ha sido utilizado para:

- Analizar y documentar los progresos del aprendizaje en el aula.
- Crear un contexto que permita utilizar la argumentación en el aula.
- Comparar y analizar desde un punto de vista cognitivo diferente estructura relativa a la argumentación y la demostración.
- Producir textos argumentativos y crear ensayos y artículos de investigación en educación.
- Para analizar los distintos tipos de persuasión en la evaluación de argumentos matemáticos por parte de estudiantes y matemáticos, destacando el papel del cualificador modal y las objeciones.

En este presente documento, se pretende trabajar la primera, segunda y cuarta utilización, es decir, para analizar el aprendizaje en el aula, utilizar la argumentación en la sala de clases y producir el presente artículo de investigación.

Metodología

El problema se enmarca en estudiantes de la Carrera de Pedagogía Básica con Mención Matemática y Ciencias pertenecientes a la Universidad Católica de la Santísima Concepción (UCSC) y que cursan su último año de formación (cuarto año). Por haber cursado asignaturas de la mención, tienen claridad del concepto de argumentación y explicación, no así de los elementos del modelo de Toulmin. Además, en los programas de actividades curriculares, si bien se menciona la habilidad de argumentar, no es suficiente la presencia de resultados de aprendizaje que involucren la argumentación como competencia, por lo que en consecuencia de estas acciones es que los egresados de la carrera no reconocen la importancia de las interacciones argumentativas en el aula matemática, no gestionan el desarrollo de esta habilidad y no la comprenden. Sin embargo, por primera vez, desde el año 2014 se imparte un optativo de profundización llamado “Gestión del aula matemática” donde se implementa el proyecto de intervención.

Diseño e implementación del proyecto

Las actividades se clasifican en tres grandes etapas: optimización y análisis de casos utilizados anteriormente en el mismo curso (etapa 1), diseño de tres casos clínicos (etapa 2) e implementación de los casos clínicos en el optativo de profundización “Gestión del Aula Matemática” (etapa 3).

En la primera etapa se analizan casos clínicos que ya están diseñados e implementados en el optativo de profundización previo al diseño de los casos de este proyecto.

En la segunda etapa se graban clases de docentes de Enseñanza Básica con conocimiento en argumentación matemática, debido a que participaron ese mismo año de un proyecto Fondecyt 11130675 denominado “*Tratamiento de la contingencia desde el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas*”. Estas clases intencionadamente se planifican para

promover la argumentación en el aula. Luego, se seleccionan las clases y episodios que promueven efectivamente argumentación matemática de acuerdo al modelo de Toulmin, se analizan estos episodios por medio de una pauta de observación que permite identificar el nivel de logro de los distintos indicadores de argumentación, para luego diseñar cada uno de los casos. Estos casos, incluyen preguntas donde los alumnos identifican, caracterizan y elaboran procesos argumentativos. Posterior al diseño de los casos, continúa el proceso de construcción de pautas de corrección para cada uno de ellos.

En la tercera etapa se implementan los casos clínicos como parte del optativo de profundización “Gestión del aula matemática”. Estos casos se implementan por el docente de dicho optativo en dos sesiones por caso, siendo los últimos del curso, ya que antes de la implementación de estos casos, se implementaron otros 5. En la primera sesión de cada caso, los estudiantes observan la grabación del episodio, se comentan de forma general cada una de las preguntas del caso con los estudiantes (quienes respondieron a las preguntas del caso en grupos de 4 a 5 personas) y finalmente se da espacio a la discusión del episodio en aproximadamente una hora. En esta discusión se analizan los videos y las posturas de los estudiantes del optativo, donde cada uno de ellos defiende con argumentos sólidos sus respuestas, generando finalmente unificación de ideas. La sesión siguiente, cuando ya ha pasado una semana desde la sesión anterior, cada grupo ha discutido lo suficiente como para tener una postura clara y bien definida, haciendo entrega de su caso para la posterior corrección. En esta tercera etapa, también se encuentra la última sesión del curso, donde se implementó el tercer caso a cargo del proyecto de intervención, que corresponde a un caso de cierre y que además de argumentación incluye comunicación matemática. Sin embargo, en este documento solo se hará referencia a la argumentación matemática. Esta última sesión también contiene la aplicación de una escala de apreciación descriptiva para medir el grado de satisfacción de los estudiantes con respecto al optativo de profundización y específicamente al aprendizaje proveniente de los tres casos diseñados e implementados por el proyecto de intervención incluido en este optativo.

Descripción de los casos

Cada uno de los tres casos se diseña con base en la grabación de una clase real de profesoras que pertenecen a establecimientos de la ciudad de Concepción y que imparten docencia en Enseñanza Básica. La característica de estas docentes, es que dominan la argumentación en el aula matemática por lo que su planificación de clase se diseña para generar situaciones argumentativas en sus alumnos.

Cada clase se analiza y se seleccionan episodios que promuevan con mayor riqueza argumentación en el aula. Luego se revisa el episodio una y otra vez para analizar las características de la clase, las preguntas de la profesora, las respuestas de los alumnos, etc. Una vez que se identifica el foco de la clase, se procede a diseñar el caso en escrito. En esta etapa se introduce el caso teóricamente. Se presenta el contexto de la clase, que es de vital importancia para los alumnos del optativo pues indica el curso, la unidad y otros aspectos relevantes de la clase. También se presenta la situación de clase que en algunos casos fue una pregunta, una imagen, un diálogo, etc. Finalmente continúan las preguntas del caso donde siempre la primera pregunta (o las primeras) están relacionadas con el contenido matemático en cuestión y las siguientes con argumentación matemática. Por ejemplo, el primer caso diseñado contiene la siguiente situación de clase: “Camila y Yenny, trasladan un triángulo a través de una cuadrícula y de acuerdo a instrucciones entregadas en la guía de trabajo, lo hacen partiendo por el vértice A del triángulo.

B1: Denisse: y si uno empezara desde un punto que no sea ese...¿igual va a llegar a la figura en el mismo lado?”

B2: Camila: sí, porque las medidas son las mismas y como no cambia nada siempre va a quedar en el mismo lado

A continuación de la situación de clase, las siguientes preguntas: a) Explique la pregunta que hace Denisse a sus compañeras. b) Describa la técnica utilizada por Camila y Yenny para trasladar un triángulo en una cuadrícula. ¿Está de acuerdo con esta técnica? c) ¿Cuál es el conocimiento matemático que sustenta la técnica de Camila-Yenny? ¿Qué restricciones tiene la técnica de Camila-Yenny? d) Identifique los elementos de la estructura de Toulmin para el diálogo entre Denisse y las dos alumnas que trasladan la figura en la pizarra. e) El diálogo entre Camila y Denisse es de carácter explicativo o argumentativo? Fundamente. f) Considerando el contexto del diálogo entre Camila y Denisse, invente una interacción comunicativa que permita evidenciar todos los elementos de la estructura de Toulmin.

Una vez que los casos ya están diseñados, se procede a confeccionar las pautas de corrección respectivas a cada caso.

Análisis y resultados

El estudio de la implementación del proyecto se realiza en dos grandes etapas: en primer lugar el análisis de los casos utilizando las pautas de corrección y en segundo lugar el impacto que la implementación causa en los estudiantes que cursaron este optativo de profundización.

Análisis de las respuestas de los estudiantes en formación inicial

Para analizar la información, se graban todas las clases del optativo desde que comienza hasta que termina (un semestre) y se analizan los casos resueltos con sus respectivas pautas de corrección. Las respuestas de los estudiantes a las preguntas de los casos se clasifican en: “*Se cumple de forma excelente (E)*”, “*se cumple de manera aceptable (A)*”, “*se cumple de manera deficiente (D)*” y “*no se cumple (N)*”. El análisis se realiza pregunta por pregunta, determinando en cada una de ellas en qué nivel se cumple la respuesta.

El primer caso, se focaliza en octavo básico que está comenzando la Unidad de transformaciones isométricas. El episodio corresponde a la segunda clase de la unidad, que retoma el trabajo realizado en la primera, en donde se realizaron traslaciones de figuras planas a través de una cuadrícula. El objetivo de la clase consiste en trasladar figuras a través de una cuadrícula. El episodio, es sólo una parte de la clase y ocurre cuando dos alumnas, Camila y Yenny, pasan a la pizarra a realizar una de las 3 traslaciones y una tercera alumna, Denisse, hace una pregunta: y si uno empezara desde un punto que no sea ese... ¿igual va a llegar a la figura en el mismo lado?”. Camila responde: sí, porque las medidas son las mismas y como no cambia nada siempre va a quedar en el mismo lado.

De manera genérica, se observa que en promedio el 67% los estudiantes en formación inicial responden manera excelente a las preguntas matemáticas del caso. Un 19% lo realiza de manera aceptable, un 4% de manera deficiente y un 10% no lo logra. Al momento de identificar elementos del modelo de Toulmin, se observa que el 100% de los estudiantes reconocen los elementos del modelo de Toulmin, con la excepción de la conclusión que sólo un 53% de ellos la identifican claramente. Cuando los estudiantes deben identificar episodios explicativos o argumentativos, en promedio el 82% lo hace de manera excelente y un 18% no lo hace. Esto para la mayoría resultó fácil de identificar, pues si hay refutación entonces hay argumentación. En caso contrario sólo es una situación explicativa. La última pregunta del caso requiere inventar una fundamentación y una refutación para una situación explicativa que no poseía esos elementos. El 36% de los estudiantes lo hace de manera excelente, el 12% lo hace de manera aceptable, el 12% de manera deficiente y el 41% no lo hace.

El segundo caso, está focalizado en un octavo básico que está comenzando con la unidad de números. La clase comienza con un problema presentado por la profesora y lo proyecta en la pizarra para trabajarlo con los alumnos: Un número entero y su inverso distan en la recta 12 unidades ¿Qué número es?

En promedio un 57% de los estudiantes del curso responde de manera excelente a las preguntas matemáticas del caso, un 31% de manera aceptable y un 12% no lo logra. Esto se puede relacionar con que el contenido matemático era desconocido para los estudiantes del optativo. Al momento de seleccionar un episodio explicativo, un 66% lo hace de manera excelente, un 2% lo hace de manera aceptable, un 13% de manera deficiente y un 19% no lo hace. Cuando los estudiantes deben identificar un proceso básico potencialmente argumentativo y determinar cómo se podría potenciar para que sea argumentativo, un 53% lo hace de manera excelente, un 29% de manera aceptable y un 18% no lo logra. Cuando los estudiantes deben identificar procesos argumentativos, un 77% lo hace de manera excelente y un 23% no lo hace.

El tercer caso se desarrolla en un cuarto básico, donde se observa una discusión respecto de si la figura cambia de nombre cuando cambia de posición. Los alumnos deben identificar un par de figuras que tengan la misma forma. Uno de los estudiantes defiende que una figura no cambia de nombre al cambiar la posición (un cuadrado al girarlo sigue siendo un cuadrado, no un “diamante”). El 100% de los estudiantes responde correctamente la pregunta matemática “si un cuadrado se gira en 45° ¿Se transforma en un rombo?” y el 100% de los estudiantes identifica correctamente los elementos del modelo de Toulmin. La excepción corresponde al 63% que identifica la conclusión de la situación argumentativa de manera excelente y el 37% que lo hace de manera aceptable.

Análisis del impacto en los estudiantes

Para poder registrar el impacto que este proyecto causó en los estudiantes del optativo de profundización, se construye una escala de apreciación descriptiva que fue respondida por 16 de los 17 alumnos del curso, presentes el día de la aplicación. Los resultados permiten apreciar la impresión o grado de satisfacción que existe en los alumnos en relación a los casos diseñados y posteriormente implementados en el curso.

El 94% de los estudiantes está “muy de acuerdo” en que los análisis de casos les servirán para mejorar su desempeño dentro del aula, sin embargo, el 31% de los estudiantes está “muy de acuerdo” en que se sienten más preparados para enfrentar la argumentación en el aula matemática, lo que genera una contradicción por parte de los estudiantes. El 81% de los estudiantes está “muy de acuerdo” con que los casos implementados han sido adecuados para ser analizados con respecto a la argumentación matemática, el 88% de los estudiantes con que los casos implementados han sido adecuados matemáticamente para ser analizados, el 63% de los estudiantes con que los casos implementados han sido adecuados para generar aprendizajes en los alumnos, el 88% de los estudiantes con que los casos implementados los han ayudado a comprender un proceso argumentativo, el 88% de los estudiantes con que los casos implementados les han servido para lograr identificar elementos de un proceso argumentativo y el 75% de los estudiantes con que los casos implementados les han servido para diferenciar argumentación de explicación.

Resultados

Uno de los resultados importantes es que los estudiantes del curso (optativo de profundización) demuestran gran facilidad para identificar los elementos del modelo de Toulmin, salvo la conclusión. De la misma forma, no les resulta complejo diferenciar procesos explicativos de los argumentativos. Esto ocurre porque los estudiantes tienen claro que si no existe refutación en un proceso que si presenta dato, garantía y conclusión, entonces el proceso es simplemente explicativo y en caso de existir refutación, entonces el proceso es argumentativo. Presentan mayor dificultad cuando al existir un proceso argumentativo incompleto, deben proponer una forma de gestionar la clase donde se busque completar dicho proceso.

Las preguntas que se relacionan con el contenido matemático en cuestión, son vitales para la discusión habitual de las sesiones, pues permiten generar discusión, confrontación de ideas y al mismo tiempo generar procesos argumentativos en el aula.

Los estudiantes demuestran gran conformidad con los resultados de la implementación. Gran parte de ellos está “muy de acuerdo” con que los casos implementados han sido adecuados para ser analizados matemática y argumentativamente, considerando que han generado nuevos aprendizajes. Los estudiantes defienden firmemente que los casos implementados han ayudado a comprender un proceso argumentativo, lograr identificar elementos de un proceso argumentativo y naturalmente también diferenciar argumentación de explicación.

Un porcentaje muy alto de estudiantes consideran que los estudios de caso les servirán para mejorar su desempeño dentro del aula, pero un porcentaje muy bajo se siente más preparado para enfrentar la argumentación en el aula matemática. Esto genera cierta confusión al interpretar los datos porque las respuestas son contradictorias. Sin duda, los estudios de caso son sólo un paso para poder generar situaciones argumentativas en el aula, lo que no significa que logren promoverla efectivamente de inmediato.

Es de gran relevancia, destacar que se evidencia un gran avance en los resultados del primer caso implementado por este proyecto y el último. A medida que los casos avanzan, los niveles de logro de las respuestas que se cumplen de manera deficiente y de los que no se cumplen disminuye, mientras que los niveles de logro de las respuestas que se cumplen de manera excelente y aceptable aumentan.

CONCLUSIONES

La implementación del proyecto y los resultados de él, llevan a concluir que existe evidencia para indicar que el diseño de estudios de casos ha mejorado el discurso y el conocimiento de interacciones argumentativas en el aula matemática. Esto es, porque los resultados de la revisión de los 3 casos diseñados y posteriormente implementados por el profesor que imparte, indican que los estudiantes son capaces de identificar elementos de un proceso argumentativo. El total de los estudiantes identifica la falta de refutador, la falta de fundamentación en un proceso argumentativo y la existencia del calificador de un proceso argumentativo. Los resultados indican que sólo entre un 43% y un 71% de los alumnos identifican correctamente la conclusión de una situación argumentativa.

Esto deja a los estudiantes muy conformes porque conocían sólo la explicación en el aula matemática y que el concepto de argumentación sólo lo conocían en la vida diaria o en otras asignaturas, pero no en matemática. Los resultados muestran que los alumnos son capaces de reconocer procesos argumentativos y procesos explicativos, ya que tienen claridad de que para que exista argumentación, debe existir refutación, siendo este un elemento esencial al momento de identificar si un proceso es argumentativo o no. De manera simultánea, los estudiantes tienen claridad de que “en la explicación los enunciados tienen una intención descriptiva de un fenómeno, resultado o comportamiento (Duval, 1992). Una explicación no contiene refutación, por lo que la totalidad de los estudiantes son capaces de identificar un proceso explicativo. También tienen claro que están en presencia de argumentación al “tratar de convencer a otros de la validez de los resultados obtenidos” (MINEDUC, 2012).

Los estudiantes expresan que los contenidos matemáticos se afianzan con los casos, que sirven para profundizar aún más los contenidos y para relacionar el lenguaje matemático con el lenguaje que utilizan los alumnos. Consideran que los casos son apropiados para ser analizados tanto argumentativa como matemáticamente. Esto se puede explicar, porque las clases grabadas fueron previamente planificadas para que hubiese argumentación dentro de ella y los contenidos y preguntas matemáticas fueron confeccionadas de acuerdo al conocimiento que el profesor del electivo tiene de los alumnos, tanto en su formación matemática como personal. Es decir, las preguntas tenían cierta intención y se podían predecir las respuestas de los alumnos para generar discusión en la clase.

Finalmente, mediante la escala de apreciación los estudiantes transmiten qué tan conformes quedaron con el proyecto. Ellos demuestran gran satisfacción con la implementación realizada

porque se sienten más cercanos a la realidad docente, se sienten más preparados, pueden identificar errores y saben dónde poner más atención.

Para que los resultados sean aún más exitosos, se podría realizar un convenio donde en la práctica progresiva del estudiante, se pueda implementar una determinada cantidad de clases que promuevan argumentación en el aula matemática. Esto podría satisfacer a las necesidades del 31% de los estudiantes que indican estar “muy de acuerdo” en que se sienten más preparados para enfrentar la argumentación en el aula matemática, lo que genera una contradicción por parte de los estudiantes.

En general, los buenos resultados de la implementación se deben a diversos factores. En primer lugar y como factor más importante, fue la gestión del profesor al implementar los casos y su experiencia. La metodología utilizada ya era conocida por los estudiantes, por lo que fue fácil generar discusión entre ellos, prever posibles respuestas y por sobre todas las cosas, no entregar respuestas a los estudiantes sino que ser un guía en la discusión de las preguntas. Por otra parte los alumnos son muy participativos, analíticos y responsables con las tareas asignadas. Son parte importante de esta implementación y sin ellos, tal vez los resultados no hubiesen sido los mismos. Otro factor importante fue la elección de los contenidos matemáticos, pues debido a las características de los estudiantes se generó discusión y controversia entre los estudiantes.

Referencias

Alvarado, A. & González, M. (2010). *La implicación lógica en el proceso de demostración matemática: estudio de un caso*. In *Enseñanza de las Ciencias* (Vol. 28, pp. 0073-84).

Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). *Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities*. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429.

Duval, R. (1992). *Argumenter, démontrer, expliquer: continuité ou rupture cognitive*. *Petit x*, 31, 37-61.

Mineduc (2012). *Bases curriculares 2012. Matemática Educación Básica*. Chile: autor.

Alvarado Monroy, A., & González Astudillo, M. (2010). *La implicación lógica en el proceso de demostración matemática: estudio de un caso*. *Enseñanza de las Ciencias* (Vol. 28, pp. 0073-84).

OCDE (2013). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I)*, PISA, OCDE.

Toulmin, S. (1958). *The Uses of Argument* Cambridge University Press. Cambridge, UK.