

Impacto Escolar de la Metodología Basada en Algoritmos ABN en Niños y Niñas de Primer Ciclo de Educación Primaria

Rafael Bracho-López, M^a del Carmen Gallego-Espejo,
Natividad Adamuz-Povedano, Noelia Jiménez-Fanjul

Fecha de recepción: 18/11/2013

Fecha de aceptación: 22/07/2014

Resumen	<p>El desarrollo del sentido numérico en general y particularmente el aprendizaje de las operaciones aritméticas básicas constituyen un pilar fundamental para el conocimiento matemático en los primeros años de aprendizaje. Por otro lado, la idoneidad de los algoritmos tradicionales para el desarrollo de la competencia matemática en la actualidad es algo que se viene cuestionando en las últimas décadas. En el presente trabajo nos centramos en analizar el desarrollo de las competencias numéricas en un grupo de alumnos al finalizar el primer ciclo de Educación Primaria, tras haber utilizado como alternativa metodológica para el aprendizaje del cálculo los denominados algoritmos abiertos basados en números (ABN).</p> <p>Palabras clave: Sentido Numérico. Algoritmos Tradicionales. Algoritmos ABN. Competencia Matemática. Matemática Formal e Informal..</p>
Abstract	<p>Certainly the development of number sense in general and particularly the learning of basic arithmetic operations are a fundamental pillar for the mathematical knowledge in early learning years. On the other hand, nowadays, the suitability of traditional algorithms for the development of mathematical competence is something very questioned in the last decades. In this paper we focus on analysing the development of numerical skills in a student's group after the first cycle of primary education, having used as a methodological alternative for calculation learning the algorithms called open algorithms based on numbers (ABN).</p> <p>Keywords: Number Sense. Traditional Algorithms. ABN Algorithm. Mathematical Literacy, Mathematics Formal and Informal.</p>
Resumo	<p>O desenvolvimento do sentido do número, em geral, e em particular a aprendizagem de operações aritméticas básicas são um conhecimento matemático fundamental no pilar aprendizagem precoce. Além disso, a adequação dos algoritmos tradicionais para o desenvolvimento de competência matemática, hoje, é algo que tem sido questionada nas últimas décadas. Neste artigo vamos nos concentrar na análise do desenvolvimento das habilidades numéricas em um grupo de alunos após o primeiro ciclo do ensino básico, tendo utilizado como metodologia alternativa para a aprendizagem chamados algoritmos de cálculo abertas com base em números (ABN).</p> <p>Palavras-chave: Senso numérico. Algoritmos tradicionais. Algoritmos ABN. Alfabetização matemática. Matemática formal e informal.</p>

1. Introducción

Corren tiempos de transformación y de cambio en el panorama educativo. Tiempos que se corresponden con los cambios frenéticos que nuestra sociedad está experimentando. Un chico o una chica de los que nos encontrábamos en las aulas hace unas décadas tenía unas necesidades de aprendizaje y educativas muy diferentes a las que tiene un estudiante de hoy día (Bracho, 2001).

En el caso de las matemáticas escolares y más concretamente en lo relativo al dominio del cálculo en los primeros años de aprendizaje matemático, son muchas las voces que se alzan pidiendo cambios metodológicos. Hace más de cuarenta años Ablewhite (1971) ya advertía de los problemas que se derivaban del aprendizaje de las operaciones básicas. Pocos años más tarde la aparición de las calculadoras hizo que comenzara a cuestionarse la enseñanza de los algoritmos tradicionales y su papel en la escuela (Barba y Calvo, 2011; Castro, Rico y Castro, 1987), y desde entonces han sido muy numerosos los autores que han escrito sobre el poco sentido pedagógico que los algoritmos tradicionales tienen en la actualidad (Martínez, 2011).

Ante esta realidad, tanto los referentes universales sobre educación matemática como los marcos normativos actuales de los países desarrollados, inciden en la importancia de fomentar en los escolares el desarrollo del denominado “sentido numérico”, entendido este como un concepto amplio que hace referencia al desarrollo de capacidades tan importantes como el cálculo mental flexible, la estimación numérica y el razonamiento cuantitativo, entre otras (Greeno, 1991), todo ello con un enfoque orientado hacia el desarrollo de la competencia matemática (García et al., 2011).

¿Pero cómo podría hoy día un maestro o maestra o, mejor un colegio, lanzarse a la aventura de afrontar metodológicamente el aprendizaje de las operaciones aritméticas básicas de una manera distinta a la tradicional y adecuada a los tiempos que corren? Sin duda lo ideal sería que las administraciones educativas fuesen las que marcaran los hitos a seguir ofreciendo las herramientas necesarias para el cambio metodológico. En algunos países de nuestro entorno ya se vienen dando pasos decisivos en este sentido desde hace años con muy buenos resultados y los modelos desarrollados podrían servirnos de referencia. Un buen ejemplo a seguir es el caso holandés, seguido en otros países del entorno europeo (Heuvel-Panhuizen, 2000). Sin embargo, en la mayoría de los casos resultaría utópico esperar que todo nos llegue argumentado y pautado desde el propio sistema educativo. Más bien, históricamente está demostrado que los cambios metodológicos parten de las prácticas innovadoras que se sustentan en las investigaciones educativas (García et al., 2011).

Buenos ejemplos a seguir tomados de nuestro entorno más cercano pueden ser las experiencias basadas en “aritmética mental” auspiciadas por David Barba y Cecilia Calvo en Cataluña (Barba y Calvo, 2011); el caso del CEIP Aguamansa de La Orotava en Tenerife, basado en el uso didáctico de la calculadora y el fomento del cálculo mental, exportado a otros centros canarios y peninsulares (Iglesias y Martín, 2011), o la metodología basada en algoritmos abiertos basados en números (en adelante ABN), ideada por Jaime Martínez Montero, puesta en marcha inicialmente en varios centros de la provincia de Cádiz y actualmente en

prometedora fase de expansión dentro y fuera de Andalucía e incluso en Sudamérica y Europa (Martínez, 2011). Todas estas experiencias comparten características comunes, como que se basan en un conocimiento profundo del sistema de numeración decimal (en adelante SND), se trabaja con números en todo su sentido y no con cifras aisladas, se utilizan constantemente las propiedades de las operaciones, los cálculos se realizan de forma personalizada y toman su sentido a partir de situaciones problemáticas contextualizadas. En el presente trabajo nos centraremos en analizar el impacto escolar de una de estas metodologías: los algoritmos ABN.

Martínez (2001) cree en la necesidad de la utilización de un nuevo método que desarrolle el sentido numérico en el alumnado mejorando el cálculo mental. Esta nueva metodología está basada en la utilización de los denominados Algoritmos ABN. Este nombre no se le ha puesto a estos algoritmos de forma caprichosa sino que las siglas corresponden a las características más significativas del método. La primera letra, la A, corresponde al término “abiertos”, ya que no hay una forma única de realizarlos y cada estudiante puede solucionarlos de manera flexible en función de su desarrollo y dominio del cálculo. La B y la N nos indican que son “basados en números”, al contrario de los algoritmos tradicionales que están basados en cifras, en el sentido de que desgajan todas las cifras que contiene el número y a todas se les da idéntico tratamiento (Martínez, 2010).

Estas características de los algoritmos ABN hacen que sea más fácil el enlace con los procesos intuitivos naturales de los estudiantes, desarrollando un enfoque dinámico del sentido del número. Además, son transparentes en el sentido de que no encierran ni ocultan cálculos ni procesos intermedios. Por ello Martínez (2013) afirma que estos algoritmos son una alternativa actual para un aprendizaje significativo de las operaciones aritméticas orientado hacia el desarrollo de la competencia matemática.

El conocimiento matemático puede dividirse en informal y formal. Las matemáticas informales se refieren a conceptos y procedimientos adquiridos fuera del contexto escolar, mientras que las formales se refieren a las habilidades y conceptos que el niño aprende en el aula. Las investigaciones apoyan que el conocimiento matemático de los niños se desarrolla como resultado de experiencias tanto informales como formales (Ginsburg, 1989).

Nuestro objetivo en este trabajo es analizar el desarrollo del sentido numérico en general y de manera más específica en los aspectos relacionados con la matemática formal e informal, tras la utilización de la metodología basada en los algoritmos ABN, contrastándolo con el que se consigue con la inspirada en el uso de los algoritmos tradicionales. A partir de dicho objetivo general, nuestra hipótesis de trabajo es que la metodología basada en la utilización de los algoritmos ABN mejora de forma significativa el desarrollo del sentido numérico y de la competencia matemática en los primeros años del aprendizaje matemático.

2. Metodología

Nuestra investigación se centra en situaciones concretas, particularizando los resultados y ofreciendo una perspectiva contextualizada a través de técnicas descriptivas e inductivas. Desde un enfoque empírico analítico se trata de una

investigación cuantitativa con un diseño cuasi-experimental donde se ha realizado un estudio descriptivo e inferencial con dos grupos no equivalentes.

La muestra está formada por sendos grupos de estudiantes de Educación Primaria de dos colegios de la provincia de Córdoba. Ambos centros tienen características parecidas y pertenecen a entornos socioeconómicos similares aunque difieren en que no están en el mismo ámbito urbano, uno pertenece a Córdoba capital y otro a un pueblo de esta misma provincia.

Esta muestra ha sido configurada de manera no probabilística y no aleatoria, es decir, hemos realizado la elección de estos grupos de estudiantes por el acceso que tenemos a ellos, ya que la participación es voluntaria y sujeta a la predisposición de estos.

El alumnado de uno de los centros siguió durante el primer ciclo de Educación Primaria la metodología basada en los algoritmos ABN, mientras que el alumnado del otro colegio utilizó los algoritmos de cálculo tradicionales, por lo que el primer grupo ha sido considerado grupo experimental y el segundo grupo de control. Hemos de comentar que cada grupo ha estado formado por 26 alumnos, pero en el grupo experimental se encontraron seis niños con necesidades educativas específicas, mientras que en el grupo de control no había ninguno, por lo que se optó por no incluir al alumnado de estas características en el estudio comparativo general, si bien sí se estudiaron esos casos por separado aunque su análisis no sea objeto de este trabajo.

La interpretación de los datos se ha basado en la realización del test de competencia matemática básica, desarrollado por Ginsburg y Baroody y adaptado al medio español por Núñez y Lozano (2007). Se trata de un test estandarizado específico de matemáticas y validado a nivel internacional, el cual se aplica de manera individualizada y cuyo objetivo es evaluar el desarrollo del pensamiento matemático temprano y detectar las dificultades de aprendizaje del alumnado, facilitando el diagnóstico y el tratamiento de las mismas.

La variable dependiente que se ha analizado ha sido el sentido numérico del alumnado, y para cuantificar esta variable nos hemos ayudado de una serie de variables específicas, como son el índice de competencia matemática (en adelante ICM), la puntuación directa (PD), el percentil, la edad y el curso equivalentes, variable ítem i ($i \in [1,72]$), además de los conocimientos matemáticos formales e informales de cada discente, que se desglosan en los aspectos que se describen más tarde en la tabla 4. Como variable independiente tenemos la variable grupo que clasifica al alumnado del estudio en grupo de control y grupo experimental.

3. Análisis de resultados

Al tratarse de una tarea de cierta complejidad, la aplicación de los tests ha sido realizada por evaluadores entrenados para tal fin, ya que entre otras cosas, para cada alumno había que contar con las condiciones adecuadas, seleccionar los ítems de partida en función de su edad exacta, así como los que constituyen los denominados “suelo” y “techo”, que determinan en cada caso el intervalo del que se extraerán las conclusiones acerca de la competencia matemática en general y de los aspectos concretos de la matemática formal e informal de cada niño en particular. Estos datos personales han sido de gran valía para las maestras de

Total	20	100,0	26	100,0
--------------	----	-------	----	-------

cada grupo; sin embargo, no serán tenidos en cuenta como tales en el presente estudio, sino que nos centraremos en los resultados grupales para extraer nuestras conclusiones.

3.1. Índice de competencia matemática

En la tabla 1 se ofrecen los rangos, las medias y las desviaciones típicas de las puntuaciones estándar, que denominamos “Índices de Competencia Matemática”, ya que dicho parámetro ofrece una información bastante fiel de la competencia matemática de cada estudiante dependiendo de su edad en comparación con su grupo de referencia (Ginsburg y Baroody, 2007):

Tabla 1. Estadísticos descriptivos del ICM en ambos centros

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desviación típica
Grupo Experimental Índice de competencia matemática(ICM)	20	75	137	111,25	17,559
Grupo de Control Índice de competencia matemática(ICM)	26	64	116	96,08	16,287

Como puede observarse a primera vista, la media del ICM del grupo experimental es bastante superior; no obstante, debemos comprobar si dicha diferencia es significativa. Por otro lado, se aprecia una dispersión considerable, lo que es indicativo de una gran diversidad entre el alumnado de ambos grupos a pesar de haber excluido a los chicos con necesidades educativas especiales.

Si nos centramos en la interpretación del ICM por niveles, obtenemos los siguientes resultados:

Tabla 2. Datos del ICM por niveles

	Índice de Competencia Matemática			
	Grupo Experimental		Grupo de Control	
	Frecuencia	Porcentaje (%)	Frecuencia	Porcentaje (%)
Muy superior > 130	2	10	0	0
Superior [121, 130]	7	35	0	0
Por encima [111, 120)	1	5	6	23,1
Medio [90, 110)	8	40	12	46,2
Por debajo [81, 90)	1	5	3	11,5
Pobre [70, 80)	1	5	2	7,7
Muy pobre < 70	0	0	3	11,5
Total	20	100,0	26	100,0

Observamos que los mayores porcentajes de alumnos en uno y otro caso (40% y 46,2% respectivamente) obtienen un ICM medio, que podemos considerar adecuado a su edad. Sin embargo, en el caso del grupo de control, el 30,7% tiene

valores inferiores y el 23,1% superiores, mientras que en el experimental, tan solo encontramos a 2 alumnos con niveles inferiores a los considerados medios y la mitad de los chicos del grupo obtienen niveles superiores a estos.

Pero veamos, si como decíamos antes, estas diferencias que apreciamos son significativas. Al aplicar la prueba de Kolmogorov-Smirnov para los ICM de los dos colegios se obtuvieron significaciones mayores que 0,05 en ambos casos, por lo que podemos afirmar que esta variable se ajusta a una distribución normal y por tanto tiene sentido aplicar la prueba paramétrica de T de Student. La hipótesis nula, H_0 , sería que no tenemos evidencias de que las diferencias entra las medias del ICM sean significativas, mientras que la H_1 sería que habría evidencias de que sí lo son.

Tabla 3. Prueba paramétrica T de Student para igualdad de medias

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias		
		F	Sig.	t	gl	Sig. bilateral
ICM	Se asumen varianzas iguales	,400	,530	3,028	44	,004
	No se asumen varianzas iguales			2,998	39,368	,005

Como la significación obtenida para la prueba de Levene para igualdad de varianzas es de 0,530 y resulta por tanto mayor que 0,05, podemos asumir que las varianzas son iguales. El resultado de la prueba T de Student (0,004) es menor que la significación que asumimos para el estudio (0,05), por lo que aceptamos la hipótesis alternativa (H_1), es decir, tenemos evidencias de que hay diferencias significativas entre las medias del ICM de ambos centros.

3.2. Matemática formal e informal

Más allá de los aspectos generales analizados hasta ahora, resultaría interesante ofrecer información acerca del nivel de desarrollo específico en lo referente a los aspectos fundamentales de la matemática formal e informal. En la tabla 4 se presentan los aspectos concretos que hemos estudiado dentro de estos dos grandes apartados, con indicación de los ítems dedicados a cada uno de ellos:

Tabla 4. Aspectos analizados en el estudio realizado

Matemática informal		Matemática formal	
Numeración	23 ítems	Convencionalismo	8 ítems
Comparación	6 ítems	Hechos numéricos	9 ítems
Cálculo informal	8 ítems	Cálculo formal	9 ítems
Conceptos informales	4 ítems	Conceptos formales	5 ítems
Total de ítems	72 ítems		

Estas habilidades se refieren (Ginsburg y Baroody, 2007):

- *Numeración*: Supone el dominio de la secuencia numérica verbal y su aplicación a la determinación de la cardinalidad de conjuntos.
- *Comparación de cantidades*: El conocimiento del “orden” va ligado a la comprensión intuitiva de hacia donde crecen los números o estos se hacen menores. Con un desarrollo adecuado los niños serán capaces de establecer distancias relativas entre cantidades.
- *Cálculo informal*: Se refiere al manejo de los números en situaciones sencillas que implican sumar y restar. Se parte del uso de estrategias de conteo básicas, para en la fase final afrontar la resolución de cálculos de forma mental, es decir, sin el uso de algoritmos.
- *Conceptos informales*: Se refieren a los conocimientos previos, naturales e intuitivos que los niños poseen sobre el conteo, la numeración, incluso ciertas estrategias de cálculo, etc.
- *Convencionalismos*: Básicamente se centran en la valoración de la capacidad de lecto-escritura de cantidades.
- *Hechos numéricos*: Implican el conocimiento del resultado de operaciones aritméticas sencillas (suma, resta y multiplicación) sin necesidad de realizar el cálculo, es decir, el resultado debe conocerse de manera inmediata.
- *Cálculo formal*: Supone la realización de cuentas de suma y resta de dificultad creciente, incluyendo la consideración de “llevadas” y los “ceros intermedios”.
- *Conceptos formales*: Se refieren a los conocimientos matemáticos introducidos en el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula. Las actividades que se plantean son del tipo: ¿Qué expresiones numéricas son correctas para un problema determinado? o ¿cuál es el menor número de una cifra o el mayor de dos cifras?, etc.

Pues bien, analizando los ítems correspondientes a cada uno de estos aspectos se observan diferencias considerables entre los dos grupos de escolares, pero también habría que analizar si pueden considerarse o no significativas estas diferencias.

Al aplicarle la prueba de Kolmogorov-Smirnov a las variables de matemática informal y a las de matemática formal obtuvimos que ninguna de las primeras se ajustaban a la distribución normal, mientras que entre las de matemática formal, si se ajustaban los hechos numéricos y el cálculo formal y no lo hacían los convencionalismos y los conceptos formales.

Por ello, se optó por aplicar la prueba paramétrica T de Student en los dos casos que había ajuste, y en el resto de variables se aplicó la no paramétrica U de Mann-Whitney. La Tabla 5 muestra el resumen de las puntuaciones obtenidas en cada grupo:

Tabla 5. Test de diferencias de los estadísticos descriptivos para las variables de matemática informal y formal

Componentes del TEMA-3	Grupo Experimental		Grupo Control		t	p
	X	s	X	s		
Numeración	22,45	0,759	21,88	0,766	U de M-W ⁵	0,008 d.s.⁶
Comparación	5,55	0,510	5,31	0,549	U de M-W	0,143 d.n.s ³
Cálculo Informal	6,70	1,261	5,62	0,941	U de M-W	0,004 d.s.²
Conceptos Informales	3,75	0,550	3,46	0,582	U de M-W	0,054 n.d.s. ⁷
Convencionalismos	7,9	0,308	7,5	0,762	U de M-W	0,028 d.s.²
Hechos Numéricos	6,3	2,577	4,42	1,793	2,780	0,09 d.n.s ³
Cálculo Formal	6,70	2,430	5,62	2,418	1,505	0,139 d.n.s ³
Conceptos Formales	3,05	1,099	1,81	0,939	U de M-W	0,000 d.s.²

Podemos observar que tenemos evidencias de que existen diferencias significativas entre las medias de las variables numeración, cálculo informal, convencionalismos y conceptos formales, pero no en las otras cuatro variables. Sin duda resultaría provechoso el análisis de los datos de todas las variables, ya que pensamos que de ellos se extraen conclusiones interesantes; sin embargo, nos centraremos en los resultados de estas cuatro variables en las que se han detectado diferencias significativas y, si acaso, también podríamos estudiar los datos sobre cálculo formal, dado su significado en el análisis comparativo entre las metodologías tradicional y ABN.

Como comentamos, los ítems sobre numeración se centran en el dominio del conteo y en el conocimiento informal del SND. Los resultados sobre esta variable se recogen en la Tabla 6. En ella puede observarse que el 60% del alumnado del grupo experimental responde correctamente a los 23 ítems mientras que solo el 11,5% del alumnado del grupo de control lo consigue. En este colegio el mayor porcentaje se encuentra en 73,1% correspondiente a responder correctamente 22 ítems. Las diferencias se dan concretamente en los ítems 37 y 45, que se refieren al dominio regresivo de la serie numérica en las primeras decenas y a las transiciones entre decenas a partir de la centena, respectivamente.

Tabla 6. Ítems respondidos correctamente sobre numeración

	Numeración (23 ítems)		
	Ítems respondidos correctamente	Número de alumnos	Porcentaje
Grupo experimental	21	3	15
	22	5	25
	23	12	60
	Total	20	100
Grupo de control	19	1	3.8
	21	3	11.5
	22	19	73.1
	23	3	11.5
	Total	26	100

Pensamos que el aprendizaje significativo del SND, al que se le da una particular importancia en el caso de la metodología ABN, abordándose sistemáticamente de la mano de unos materiales manipulativos concretos, junto con el fomento del cálculo mental, son elementos que refuerzan estos aspectos del conocimiento matemático provocando estas diferencias.

En cuanto al cálculo informal, el 40% del alumnado del grupo experimental responde correctamente a todos los ítems relacionados con el cálculo informal, mientras que tan solo un estudiante del grupo de control consigue hacerlo. En este colegio el mayor porcentaje (53,8%) corresponde al de los estudiantes que responden correctamente 5 ítems.

Tabla 7. Ítems respondidos correctamente sobre cálculo informal

	Cálculo informal (8 ítems)		
	Ítems respondidos correctamente	Número de alumnos	Porcentaje (%)
Grupo experimental	5	5	25
	6	4	20
	7	3	15
	8	8	40
	Total	20	100
Grupo de control	4	1	3.8
	5	14	53.8
	6	6	23.1
	7	4	15.4
	8	1	3.8
Total	26	100	

El buen conocimiento del SND y de las propiedades de los números y de las operaciones, también repercute sobre las habilidades formales a la hora de leer, escribir y representar los números, así como en la comprensión de los conceptos numéricos que se introducen en el aula en los primeros años de aprendizaje matemático. Así, en el caso de los 8 ítems dedicados a las habilidades en lectoescritura y representaciones numéricas, el 90 % del alumnado del grupo del grupo experimental responde correctamente, mientras que este porcentaje se reduce al 61,5 % en el caso del grupo de control.

Tabla 8. Ítems respondidos correctamente sobre convencionalismos

	Convencionalismos (8 ítems)		
	Ítems respondidos correctamente	Nº alumnos/as	Porcentaje (%)
Grupo Experimental	7	2	10
	8	18	90
	Total	20	100
Grupo de control	5	1	3,8
	6	1	3,8
	7	8	30,8
	8	16	61,5
Total	26	100	

Los ítems relacionados con conceptos formales se refieren a la representación escrita, los conceptos de decena, centena y millar y a la propiedad

de conmutatividad, cuestiones muy relacionadas también con el conocimiento profundo del SND y sus propiedades.

De las 5 preguntas que evalúan estos aspectos, el 45% del alumnado del grupo experimental responde correctamente a 4 o más en comparación con el 7,7% de estudiantes del grupo de control que lo consigue. Además, el 46,2% de este último colegio solo responde a una de estas preguntas, que son de las que más dificultad entrañan del test.

Tabla 9. Ítems respondidos correctamente sobre conceptos formales

	Conceptos formales (5 ítems)		
	Ítems respondidos correctamente	Nº alumnos/as	Porcentaje (%)
Grupo Experimental	1	1	5
	2	7	35
	3	3	15
	4	8	40
	5	1	5
	Total	20	100
Grupo de control	1	12	46,2
	2	9	34,6
	3	3	11,5
	4	2	7,7
	Total	26	100

Aunque en conjunto no se hayan observado diferencias significativas entre los grupos en las preguntas relacionadas con cálculo formal, analicemos los datos relativos a este aspecto, ya que pensamos que pueden revelar aspectos de interés (Tabla 10).

El 30% del alumnado del grupo experimental responde correctamente a todos los ítems que evalúan esta variable, mientras que este porcentaje se reduce a un 11,5% en el caso del alumnado del grupo de control. En este colegio el mayor porcentaje de alumnos (19,2%) tan solo responde correctamente a dos ítems de este apartado.

Por otro lado, en las preguntas que se corresponden con meros cálculos algorítmicos sencillos no se aprecian grandes diferencias, pero las diferencias de rendimiento son más evidentes en las sumas y restas con llevada y en los ítems relativos a situaciones problemáticas que conllevan cálculos mentales. Ante dichas situaciones se aprecia que los estudiantes que han trabajado el método tradicional se encuentran con dificultades al intentar representar mentalmente las operaciones como una cuenta de lápiz y papel y resolverlo de igual manera, por lo que los resultados que obtenían además de ser más lentos fueron, en la mayoría de los casos, erróneos. En cambio, el alumnado que ha trabajado el cálculo ABN opera directamente de izquierda a derecha haciendo valer su destreza obtenida con la

utilización de material manipulativo además de la realización de las operaciones con un sentido numérico adecuadamente desarrollado.

Tabla 10. Ítems respondidos correctamente sobre cálculo formal

	Cálculo formal (9 ítems)		
	Ítems respondidos correctamente	Nº alumnos/as	Porcentaje
Grupo Experimental	1	1	5
	2	1	5
	4	2	10
	5	1	5
	6	3	15
	7	2	10
	8	4	20
	9	6	30
	Total	20	100
	Grupo de control	2	5
3		1	3,8
4		3	11,5
5		2	7,7
6		4	15,4
7		4	15,4
8		4	15,4
9		3	11,5
Total		26	100

4. Conclusiones

En términos generales y a la vista de los resultados obtenidos se puede determinar que la competencia matemática desarrollada por el grupo de alumnos y alumnas del grupo experimental (grupo que han seguido la metodología basada en los algoritmos ABN) es superior a la desarrollada por el grupo de control (grupo que ha seguido la metodología basada en los algoritmos tradicionales). En este sentido creemos que nuestra hipótesis de trabajo, a saber: la metodología basada en la utilización de los algoritmos ABN mejora de forma significativa el desarrollo del sentido numérico y de la competencia matemática en los primeros años de aprendizaje matemático, se ha visto cumplida.

Estas diferencias se observan en todos los aspectos de la matemática formal e informal (numeración, comparación, convencionalismo, hechos numéricos y conceptualización y cálculo, tanto formal como informal), si bien solo se pueden considerar estadísticamente significativas en numeración y cálculo, en el caso de la matemática informal, y en convencionalismos y conceptualización, en el caso de la matemática formal. Ello demuestra que la metodología objeto de estudio, no solo mejora los aspectos formales del conocimiento matemático, sino que de manera colateral refuerza los no formales de forma considerable.

Centrándonos en el bloque de cálculo, tanto formal como informal, unos contenidos que se han trabajado de forma más mecánica en el caso del grupo de control, frente a la metodología basada en la comprensión del sistema de

numeración decimal y en las propiedades de los números y de las operaciones, propia de los algoritmos ABN, los resultados del grupo experimental han sido notablemente superiores en general, y de manera particular en lo que respecta al cálculo mental y a los cálculos asociados a situaciones problemáticas concretas, hecho que apoya los resultados obtenidos en su día por el propio Martínez (2011), creador de los algoritmos ABN, cuando concluía que ni siquiera el adiestramiento mecánico y repetitivo puede superar la velocidad y la efectividad que se alcanzan al realizar las operaciones con sentido y de manera reflexiva. Especial significado por su relevancia como eje vertebrador del conocimiento matemático, tienen los resultados relativos a las destrezas en la resolución de problemas, donde se pone de manifiesto la importancia de abordar los cálculos de manera comprensiva en el contexto de la situación problemática, ya que si se utilizan técnicas sistemáticas alejadas de la realidad del problema se corre el riesgo de perderse en el proceso.

En resumen, pensamos que de los resultados obtenidos en la investigación se desprende la importancia de encontrar hoy día alternativas metodológicas que aborden el aprendizaje del sistema de numeración decimal y de las operaciones aritméticas básicas de manera significativa y comprensible, frente a las metodologías basadas en los algoritmos tradicionales, cuyos mecanismos son sin duda incomprensibles para el alumnado en toda la enseñanza primaria y especialmente en los primeros años de aprendizaje, además de carecer de mucho sentido, puesto que su aplicación actual fuera del entorno escolar es muy escasa, por no decir prácticamente nula. Particularmente y con independencia de que puedan existir otras metodologías idóneas, la basada en la utilización de los denominados algoritmos ABN se muestra como una alternativa metodológica que responde a los objetivos actuales en lo relativo al desarrollo del sentido numérico y a la orientación de este hacia el desarrollo de la competencia matemática.

Se nos plantean las futuras líneas de trabajo siguientes:

- Estudiar los aspectos motivacionales del alumnado y del profesorado durante el proceso de implementación en el aula de la metodología ABN, algo que puede resultar determinante en los primeros años de aprendizaje matemático.
- Analizar el impacto de la utilización del método ABN en la formación del profesorado, tanto permanente como inicial.
- Analizar el impacto escolar de la metodología basada en los algoritmos ABN en niños y niñas con necesidades educativas especiales.
- Analizar otras metodologías que poseen características similares a la basada en los algoritmos ABN.

5. Bibliografía

- Ablewhite, R. C. (1971). *Las matemáticas y los menos dotados*. Madrid: Ediciones Morata.
- Barba, D. y Calvo, C. (2011). Sentido numérico, aritmética mental y algoritmos. En J. E. García y J.L. Álvarez (Eds.), *Elementos y razonamientos en la competencia matemática* (pp. 47- 78). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Bracho, R. (2001). *El Gancho Matemático*. Granada. Port Royal.
- Castro, E., Rico, L., y Castro, E. (1987). *Números y operaciones* (Vol. 2). Madrid: Síntesis.

- García, T.; Bracho, R.; Maz, A.; Lucena, M.; Hidalgo, M.D.; Adrián, C., y Jiménez, N. (2011). Una comunidad de investigación orientada al aprovechamiento de recursos didácticos para el desarrollo del sentido numérico en niños y niñas de primer ciclo de Educación Primaria. En J.L. Lupiáñez, M.C. Cañadas, M. Palarea y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de las Matemáticas y Educación Matemática* (pp. 113-121). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Ginsburg, H. (1989). *Children's arithmetic* (2 edition). Austin, TX: PRO-ED.
- Ginsburg, H., y Baroody, A. J. (2007). Tema-3: test de competencia matemática básica (M. C. Núñez del Río y I. Lozano Guerra, Trans.). Madrid: TEA Ediciones.
- Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for research in mathematics education*, 22(13), 170-218.
- Heuvel-Panhuizen, M. V. D. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour*. Instituto Freudenthal (CD-ROM). Utrecht: ICME9, Universidad de Utrecht.
- Iglesias, J. M. y Martín A.R. (2011). Algorismes personals per al desenvolupament del càlcul mental: una experiència real. *Perspectiva escolar*, 355, 46-53.
- Martínez, J. (2001). Los efectos no deseados (y devastadores) de los métodos tradicionales de aprendizaje de la numeración y de los algoritmos de las cuatro operaciones básicas. *Epsilon*, 49, 13-26.
- Martínez, J. (2010, 11 de Junio de 2013). ¿Que es eso de ABN? [<http://algoritmosabn.blogspot.com.es/2010/2004/que-es-eso-de-abn.html>].
- Martínez, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón. Revista de pedagogía*, 63(4), 95-110.
- Martínez, J. (2013). La atención a la diversidad en el área de matemáticas. Un enfoque metodológico y curricular. Valladolid: La Calesa.

Rafael Bracho López. Doctor en Educación Matemática. Profesor de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Córdoba. Líneas de investigación: Desarrollo del sentido numérico y Evaluación de la producción científica. rbracho@uco.es

M^a del Carmen Gallego Espejo. Profesora de Didáctica de las Matemáticas en la Escuela Universitaria "Sagrada Familia" de Úbeda (Jaén). Línea de investigación: Desarrollo del sentido. maycargallegoespejo@gmail.com

Natividad Adamuz Povedano. Profesora de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Córdoba. Líneas de investigación: Desarrollo del sentido numérico y Evaluación de la producción científica. nadamuz@uco.es

Noelia Jiménez Fanjul. Profesora de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Córdoba. Líneas de investigación: Desarrollo del sentido numérico y Evaluación de la producción científica. noelia.jimenez@uco.es

