

AVALIAÇÃO DE MODELOS DE TRANSFORMAÇÃO BIDIMENSIONAL PARA A COMPATIBILIZAÇÃO DE BASES CARTOGRÁFICAS ASSOCIADAS A DIVERSOS SISTEMAS GEODÉSICOS DE REFERÊNCIA

Evaluation of bidimension transformation models for converting cartographic bases between geodetic reference systems.

LEONARDO MOLINA PINO^{1,2}
HENRIQUE FIRKOWSKI¹

¹ Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, UFPR,
^{1,2} Departamento de Cartografia, UTEM, Chile
lmolina@utem.cl ; firk@ufpr.br

RESUMO

No Brasil, há diversos Sistemas Geodésicos de Referência (SGR) em uso no processo de geração de produtos cartográficos e, no Sistema Cartográfico Nacional Brasileiro, coexistem sistemas de referência distintos. Atualmente, a Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), com base na proposição do Projeto Mudança do Referencial Geodésico, promove a adoção do novo sistema geodésico de referência geocêntrico e compatível em acurácia e precisão com as modernas tecnologias de posicionamento. O novo sistema proposto é denominado SIRGAS2000 (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas, em sua realização do ano 2000). Com a adoção do SIRGAS2000 uma quantidade significativa de documentos cartográficos, em uso atualmente, terá que ser transformada ou adequada ao novo referencial. Para a transformação de valores de coordenadas associados a um SGR em valores de coordenadas associados a outro SGR, há diversos métodos e modelos de transformação propostos em Geodésia. O IBGE indica os modelos e os parâmetros de transformação oficiais para o Sistema Geodésico Brasileiro, embora ainda não estejam divulgados métodos e parâmetros oficiais para a transformação entre todos os referenciais geodésicos ainda em uso no Brasil. No presente trabalho apresenta-se a avaliação da aplicabilidade de cinco modelos de transformação bidimensional para compatibilizar bases de dados

cartográficos associadas a diferentes referenciais geodésicos, como possíveis alternativas ao procedimento clássico.

Palavras-chave: Sistema de referência; Transformação de coordenadas; SIRGAS.

ABSTRACT

Currently in Brazil there are diverse Geodesic Reference Systems (GRS) in the process of cartographic production. Furthermore, different reference systems coexist in the Brazilian National Cartographic System. Based on goals stated in the Geodetic Reference Change Project, the Brazilian National Mapping Agency, (IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), promotes the adoption of the new geodetic reference system denoted by SIRGAS2000 (Geocentric Reference System for the Americas, in its accomplishment of year 2000). SIRGAS 2000 is a geocentric system, and it has to be compatible to modern positioning technologies. Due to the implementation of SIRGAS2000, a great amount of cartographic documents, currently in use, will have to be converted to the new reference system. Geodetic literature offers methods for transforming among Geodetic Reference Systems. Although there are officially accepted models and transformation parameters, given by IBGE to be used in Brazilian Geodesic System, not all possible transformation needs are covered. This work presents the evaluation of five bidimensional transformation models to be applied to cartographic bases in such a way to produce the reference change, as an alternative method to the classic method.

Keywords: Reference system; Coordinates transformation; SIRGAS

1. INTRODUÇÃO

A existência de diferentes sistemas geodésicos em uso num país ou região implica necessariamente o conhecimento e o tratamento de transformações entre estes sistemas. Com a adoção do SIRGAS2000, Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas, em sua realização do ano 2000, época 2000,4, uma quantidade significativa de documentos cartográficos, em uso atualmente, terá que ser transformada para o novo referencial. Para a transformação de valores de coordenadas associados a um Sistema Geodésico de Referência (SGR) em valores de coordenadas associados a outro SGR, há diversos métodos e modelos de transformação na literatura de Geodésia. A Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) indica os modelos e os parâmetros de transformação oficiais para o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB).

Diversos SGR têm sido utilizados no Brasil. O SGR Córrego Alegre, oficialmente adotado no país da década de 50 até a década de 70, tem como superfície de referência o Elipsóide Internacional de Hayford de 1924 e como origem no vértice de Córrego Alegre. O sistema SAD69 foi adotado na década de 70 e tem como superfície de referência o Elipsóide Internacional de 1967, cujo valor de achatamento foi aproximado à segunda casa decimal. Para este sistema, o

vértice Chuá foi adotado como ponto origem. O primeiro ajustamento da rede de vértices que materializam o SAD69 foi realizado na década de 60 no *Defense Mapping Agency*, dos EUA. Dadas as limitações computacionais da época, a rede foi dividida em dez áreas de ajuste e processadas separadamente. Em 1996 foi feito um reajustamento simultâneo, em que foram utilizadas todas as observações que compõem a rede de controle horizontal, tanto aquelas obtidas por métodos clássicos quanto aquelas obtidas por métodos espaciais (IBGE, 1996, p.2). Este reajustamento resultou numa nova realização do SAD69, o SAD69 realização 1996. Apesar de não ser oficial, o termo SAD69/96 será adotado neste trabalho, uma vez que já foi utilizado pelo Grupo de Trabalho 3 do Projeto Mudança de Referencial Geodésico (PMRG) para diferenciar a segunda realização do SAD69 da primeira (OLIVEIRA, 2002, não paginado).

As diferenças entre as coordenadas referidas ao SAD69/96 e as coordenadas referidas ao SIRGAS, em sua realização 1998, não se apresentam homogêneas sobre o território brasileiro. Estas diferenças variam entre 58m e 73m, para as Regiões Nordeste e Sul do Brasil respectivamente (COSTA, S.M.A. 1999, p. 94). Estas diferenças, em média 65m, correspondem a 0,26mm na escala 1:250.000, e portanto são perceptíveis pelo olho humano nas escalas iguais o maiores do que esta (SWISS SOCIETY OF CARTOGRAPHY, 1987, p.13). Esta situação comparativa pode ser aplicada ao SIRGAS2000, uma vez que o SIRGAS é uma densificação do ITRF (*International Terrestrial Reference Frame*) em suas respectivas épocas, e dado que as velocidades dos pontos de controle são de poucos centímetros por ano (SEEMUELLER *et al.*, 2004), isto não acarreta diferenças significativas para fins cartográficos.

Na Resolução PR-1/2005 - IBGE, definem-se os parâmetros de transformação entre os sistemas de referência SAD69/96 e SIRGAS2000, e na Resolução PR22 – IBGE de 21 de julho de 1983 definem-se os parâmetros para a transformação entre os sistemas Córrego Alegre e SAD69. No entanto, não se definem os modelos para a transformação entre coordenadas SIRGAS2000 e coordenadas nos sistemas Córrego Alegre e SAD69 primeira realização.

Ainda não há uma definição oficial de modelo de transformação entre as duas realizações do SAD69. Não é possível aplicar um modelo de transformação clássica, fundamentado na modelagem das diferenças da definição dos sistemas, visto que os sistemas definidos, SAD69 e SAD69/96, são os mesmos. As pesquisas orientadas à questão de compatibilizar as realizações de um mesmo referencial geodésico tratam o problema como uma estimação de parâmetros de uma transformação geométrica. Numa proposição sugere-se uma transformação afim geral no espaço aplicada à rede por regiões (OLIVEIRA, 1998). Noutra abordagem, o problema é tratado como uma transformação de similaridade no espaço tridimensional, associada ao conceito de modelagem dos resíduos (COSTA M. F., 1999).

Mesmo com a definição de SGR oficiais, coexistem, no Brasil, outros sistemas de referência não oficiais, utilizados na geração de diversos documentos cartográficos produzidos por diferentes órgãos e empresas componentes do Sistema Cartográfico Nacional (GUIMARÃES *et al.*, 2003, não paginado). Este fato evidencia duas situações que merecem atenção:

- a) A inobservância da Norma Nacional, por organismos componentes do Sistema Cartográfico Nacional (SCN), ocasiona problemas diversos na articulação da cobertura cartográfica do território brasileiro, na integração de bancos de dados geográficos, no uso combinado de informações espaciais geradas por diferentes organismos, na atualização dos produtos cartográficos, entre outros. Em resumo, isso dificulta o uso integrado de dados espaciais na administração do território.
- b) A mudança de referencial promovida com o PMRG torna-se complexa para usuários de bases cartográficas associadas a alguns dos diversos SGR's não oficiais, porquanto não é seguro que modelos e parâmetros de transformação oficiais divulgados no PMRG e que atendem ao SGB, sejam aplicáveis a casos particulares. Portanto, deverão ser realizados esforços adicionais na procura de modelos e parâmetros de transformação para cada situação particular.

A coexistência de diversos SGR e a implementação do SIRGAS2000 como novo SGR, demanda por métodos e parâmetros de transformação para realizar a mudança de referencial geodésico, com a acurácia suficiente em decorrência das necessidades do uso particular dos produtos cartográficos. No presente trabalho apresentam-se os resultados da avaliação de 5 modelos de transformação bidimensional aplicáveis a bases cartográficas associadas a diferentes referenciais geodésicos, bem como os procedimentos adotados nos experimentos.

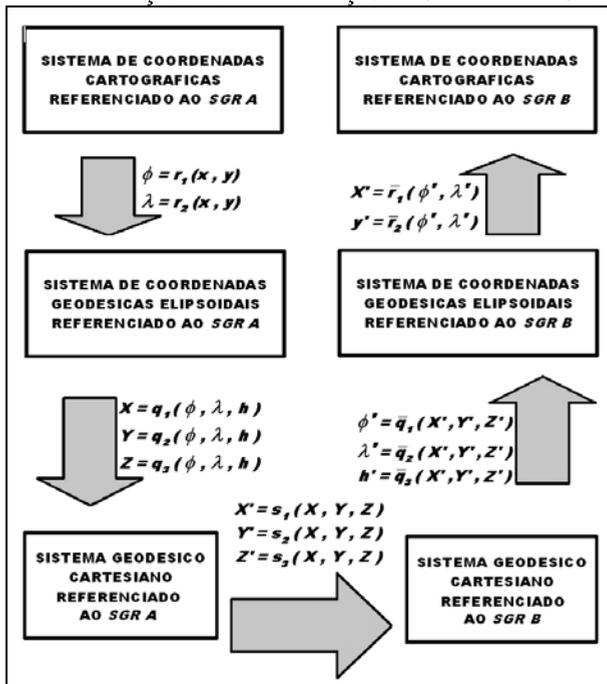
2. MODELO DE TRANSFORMAÇÃO DE SIMILARIDADE 3D VERSUS MODELOS DE TRANSFORMAÇÃO 2D

O modelo mais utilizado para realizar transformação de coordenadas entre sistemas geodésicos de referência é o modelo de Transformação de Similaridade 3D (ANCIÃES & OLIVEIRA, 2003, p. 91). Este modelo é também conhecido como Transformação Conforme, Isogonal ou de Helmert (LUGNANI, 1987, p.54) ou, ainda, como modelo de Transformação de Bursa/Wolf (RAPP, 1981, p.54).

O modelo de Transformação de Similaridade expressa a relação entre dois sistemas de coordenadas por meio de três translações (ΔX , ΔY , ΔZ), três rotações (ω_x , ω_y , ω_z) e um fator de escala ($1 + \delta m$). As três translações são justificadas pela não coincidência da origem dos dois sistemas; três rotações são necessárias para expressar o não paralelismo entre eixos e um fator de escala é requerido para uniformizar a métrica dos dois sistemas. A realização da transformação de referencial geodésico para um produto cartográfico, com utilização da Transformação de Similaridade 3D, requer coordenadas no Sistema Geodésico

Cartesiano (X, Y, Z) . Esta transformação não é direta, isto é, deve-se transformar as coordenadas de (x, y) das feições representadas no mapa, em coordenadas referidas ao elipsóide de referência do sistema original (ϕ, λ) , logo, com auxílio das altitudes geométricas (h) , transformar estas em coordenadas no Sistema Geodésico Cartesiano (X, Y, Z) . A partir dessas coordenadas cartesianas é possível, então, aplicar o modelo de Transformação de Similaridade 3D. A partir das coordenadas cartesianas tridimensionais no segundo Sistema Geodésico Cartesiano (X', Y', Z') , os valores de coordenadas têm que ser transformados em coordenadas elipsoidais (ϕ', λ', h') , e estas devem ser transformadas em coordenadas de projeção (x', y') como apresentação do resultado final. O esquema é apresentado na Figura 1. Nela pode-se observar que são necessárias 5 transformações para a mudança de referencial geodésico de um produto cartográfico, com a utilização do modelo de Transformação de Similaridade 3D.

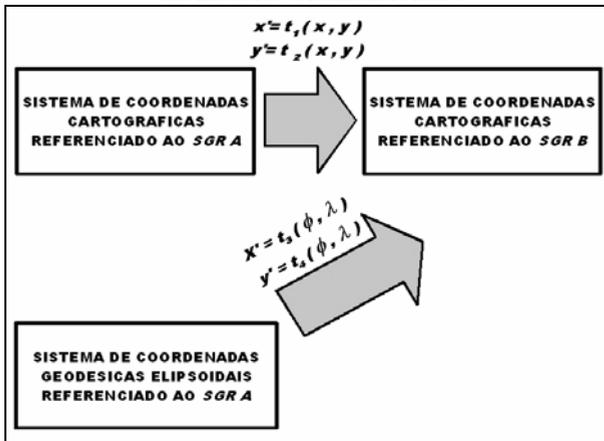
Figura 1 - Seqüência de transformações de coordenadas referidas a distintos SGR com utilização da Transformação de Similaridade 3D.



A proposta metodológica neste trabalho consiste na aplicação de modelos de transformação bidimensional, de modo que, os valores de coordenadas UTM das feições representadas no produto cartográfico são transformados diretamente por

meio de uma única função (aproximada) de transformação bidimensional em coordenadas de projeção associadas a outro referencial geodésico. A outra possibilidade é realizar a transformação direta de coordenadas elipsoidais bidimensionais (ϕ, λ), para coordenadas de projeção associadas a outro referencial geodésico. Ambas as situações são apresentadas na Figura 2. Desta forma, apresenta-se uma diminuição significativa do número de transformações, em comparação ao método tridimensional, e portanto, resulta em menor esforço computacional. A avaliação do erro associado a essa simplificação é o alvo da pesquisa.

Figura 2 - Transformações de coordenadas referidas a distintos SGR com utilização de modelos bidimensionais.



3. METODOLOGIA

São avaliados cinco modelos de transformação bidimensional. Quatro modelos estão de acordo com a classificação para transformações geométricas dada por Lugnani (1987): o modelo de Transformação Afim, o modelo de Transformação de Similaridade, o modelo de Transformação Projetiva, e o modelo de Transformação Polinomial. Todos estes modelos foram aplicados no espaço bidimensional dos planos de projeção. O quinto modelo escolhido é baseado na própria projeção Transversa de Mercator (TM), e foi apresentado por Featherstone *et al.*, (1999). Este modelo consiste em uma projeção Transversa de Mercator Modificada (TMM), em que: os valores de longitude do meridiano central (λ_0), distorção de escala da projeção (m_0), Falso Norte (FN) e Falso Este (FE) são escolhidos de modo que, as coordenadas das feições referenciadas num SGR sejam similares aos valores de coordenadas das mesmas feições quando referenciadas noutro SGR e projetadas no fuso UTM correspondente. No caso deste quinto modelo, a abordagem, segundo os autores, é baseada na premissa dada por Reit em 1997 (apud Featherstone *et al.*,

1999): “Dado um SGR *A* e um sistema retangular plano num outro SGR *B*, é possível obter um conjunto de parâmetros de projeção (com base na mesma projeção do sistema retangular plano no SGR *B*) para definir um sistema plano no SGR *A*, que seja próximo ao sistema retangular plano do SGR *B*”. Merece destaque e análise a ressalva “que seja próximo”, para isso deve-se garantir o atendimento das precisões.

Para avaliar a eficiência dos modelos de transformação bidimensional propostos foram realizados testes com dados simulados em dois diferentes referenciais geodésicos e com as respectivas coordenadas de projeção calculadas. Os testes consistem na estimação dos parâmetros de transformação para cada modelo bidimensional, por ajustamento de observações pelo método paramétrico. A avaliação da eficiência da transformação é feita por análise comparativa dos resíduos das coordenadas transformadas entre os modelos testados. Os resíduos são representados graficamente nas suas posições corretas num fuso UTM, de modo a proporcionar uma visão global do efeito da transformação.

Os dados usados nos testes foram simulados. Esta simulação consistiu na definição de um conjunto de coordenadas geodésicas (ϕ, λ) disperso homogeneamente numa zona de interesse, num Sistema Geodésico de Referência dado, nomeado SGR *A*. As coordenadas geodésicas dos pontos referidos ao SGR *A* sofreram uma transformação de similaridade no espaço e resultaram em coordenadas no segundo referencial geodésico SGR *B*. As coordenadas geodésicas dos pontos dos dois conjuntos foram transformadas para coordenadas na projeção UTM. Estes dois grupos de pontos projetados, são os dois espaços geométricos iniciais para avaliação dos modelos de transformação bidimensional, e consistem nos dados de referência para a comparação e avaliação de ordens de grandeza.

Os valores dos parâmetros para o modelo da Transformação de Similaridade 3D, assim como os elipsóides escolhidos na geração dos dados sintéticos, foram determinados de modo a retratar uma situação extrema de transformação no contexto nacional do Brasil. Diversos autores sugerem valores para os parâmetros para o modelo de Transformação de Similaridade 3D aplicados entre diversos SGR, dentre estes autores estão Castañeda (1986, p. 111), para a transformação entre SAD69 e NSWC9Z2; Costa, S. M. A. (1999, p. 106) e Castro *et al.* (2001, p. 75), para a transformação entre SAD69 e SIRGAS; e Dalazoana (2001, p. 76-79), para transformação entre Córrego Alegre e SAD69. Nos três primeiros artigos citados, os valores de parâmetros publicados apresentam magnitudes, em valores absolutos, inferiores aos impostos neste trabalho, portanto, o impacto nos valores de coordenadas transformadas é menor do que os valores retratados na simulação proposta. No último artigo citado, alguns dos valores de parâmetros publicados são maiores do que os aqui apresentados, mas como o efeito do sinal algébrico destes parâmetros é a conjugação destes no modelo, o efeito disso é uma mudança das grandezas dos valores de coordenadas transformadas menor do que a obtida com os parâmetros e elipsóides aqui propostos (Tabela 1). Pode-se observar, na Tabela 1,

que no caso das rotações são utilizados valores de $-1''$, $1''$ e $-1''$ para ω_x , ω_y e ω_z respectivamente. A conjugação do sinal algébrico é intencional para evitar a compensação com as componentes ΔX , ΔY , ΔZ no resultado da transformação.

Tabela 1 – Parâmetros e elipsóides usados na geração dos dados.

Parâmetros		
Translações	ΔX	200 m
	ΔY	200 m
	ΔZ	200 m
Rotações	ω_x	$-1''$
	ω_y	$1''$
	ω_z	$-1''$
Fator de escala	δm	1 ppm
Elipsóide A: Hayford	semi-eixo maior (a)	6.378.388 m
	achatamento (f)	1/297
Elipsóide B: GRS80	semi-eixo maior (a)	6.378.137 m
	achatamento (f)	1/298,257222101

Os dados gerados com o procedimento descrito apresentam as seguintes características: a diferença de valores de coordenadas de projeção, entre pontos associados ao *SGR A* e ao *SGR B*, atingem magnitudes mínimas de 207m e 231m, e magnitudes máximas de 244m e 557m para as componente x e y , respectivamente. A variação do deslocamento aparente dos pontos no plano de projeção (UTM) tem magnitude mínima de 312m e máxima de 605m, distribuídos homogeneamente de menor a maior, do Equador para o Sul, e com orientação Nordeste. A componente y , do deslocamento, aumenta significativamente em relação à componente x nas latitudes altas.

Para ser possível observar tendências espaciais dos resíduos, gerados nos processos de ajustamento, é necessário que os pontos observados sejam distribuídos homogeneamente no campo da projeção, e com a suficiente frequência para permitir a construção de mapas de análises. No caso do sistema UTM o campo da projeção é o fuso UTM e, mas por haver simetria no fuso, bastou analisar o quadrante Sudeste para poder inferir sobre todo o fuso. A frequência dos pontos é estimada em 0,1 grau, tanto em latitude quanto em longitude, em decorrência da escala de representação dos mapas de análise ser de 1:70.000.000. Em razão de haver uma diferença significativa em extensão nas direções Norte-Sul e Leste-Oeste de um fuso UTM, o que torna a sua representação em escala inapropriada para visualização, foi necessário aplicar um exagero de 10 vezes na direção Leste-Oeste.

Os resultados das análises dos testes serão verdadeiros somente para o fuso avaliado, pois a posição do fuso com relação aos eixos coordenados (X, Y, Z) do Sistema Geodésico Cartesiano (SGC) influi nas magnitudes das quantidades estudadas. No entanto, pelo fato dos planos de projeção de cada fuso UTM serem perpendiculares ao plano equatorial do elipsóide, com centro no SGC, e paralelos ao eixo Z do SGC, o estudo de um fuso com meridiano central contido no plano $X'Z'$ ou $Y'Z'$ do SGC será suficiente para inferir acerca dos efeitos das transformações em qualquer fuso, pois nestes casos as influências da transformação se manifestam de forma extrema (MOLINA PINO, 2007, p.40-44). Os fusos UTM têm 6° de amplitude em longitude e os meridianos centrais destes fusos são múltiplos de 3° , portanto, para avaliação da aplicabilidade dos modelos de transformação bidimensional será definido um fuso particular com meridiano central 0° e nomeado como Fuso-0.

No presente trabalho são utilizados dados sintéticos, no entanto, na prática, os valores utilizados nas transformações têm erros associados, exatamente como ocorre do Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC) (CONCAR, 2007). Esta situação deve ser atendida sempre que se realizar transformações com dados reais, e assim, poder estimar a precisão final da transformação. Por exemplo, na prática, têm-se pontos posicionados com alta precisão, como no SIRGAS2000, e realiza-se uma transformação de uma base cartográfica de escala 1:10.000, referenciada ao Córrego Alegre. Assim, deve-se considerar, por exemplo, no mínimo uma precisão relativa de 1:50.000, que para uma área de 75 km x 75 km implica 0,15 mm na escala da base cartográfica, adicionados dos efeitos da transformação.

4. PROCESSO DE AJUSTAMENTO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS (MMQ) NA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO

Na Tabela 2 apresentam-se os modelos matemáticos funcionais avaliados por meio do processo de ajustamento pelo método dos Mínimos Quadrados. Para todos os modelos de transformação bidimensional foi realizado o ajustamento pelo método dos parâmetros de acordo com Gemael (1994).

Nesta tabela, as coordenadas x_A, y_A e x_B, y_B são, respectivamente, as coordenadas dos pontos pertencentes aos espaços A e B , com origem do sistema no ponto central do fuso para a transformação Afim, Similaridade 2D, Projetiva 2D e Polinomial 2D. No caso da transformação Transversa de Mercator Modificada (TMM) x_B e y_B são as coordenadas dos pontos observadas no espaço B e corresponde às coordenadas Leste e Norte na projeção UTM no Sistema B . As coordenadas observadas no espaço A são λ e ϕ . O valor de ϕ está inserido nos coeficientes B, a_1, a_2, \dots, a_6 próprios da projeção Transversa de Mercator e estão de acordo com Blachut *et al.* (1979).

Todos os algoritmos, tanto para o processo de ajustamento previsto nos testes para modelos de transformação bidimensionais, quanto para transformar valores de

coordenadas no espaço A para valores de coordenadas no espaço B , foram implementados na linguagem *Octave* (GNU *Octave*, version 2.1.71). Para a análise visual dos resultados de todos os testes foram criadas figuras, que representam o quadrante do Fuso-0 e as magnitudes avaliadas, com utilização do software *ArcView 3.1*. Nos mapas de análise, os resíduos são considerados como a distâncias, no plano de projeção, entre os pontos cujas coordenadas foram calculadas e os pontos cujas coordenadas foram simuladas.

Tabela 2 - Modelos matemático funcionais utilizados nos testes.

Nome do modelo	Modelo matemático funcional	Parâmetros de transformação
Afim 2D	$x_B = a_1 x_A + b_1 y_A + c_1$ $y_B = a_2 x_A + b_2 y_A + c_2$	a_1, a_2, b_1, b_2, c_1 e c_2
Similaridade 2D	$x_B = ax_A + by_A + c$ $y_B = -bx_A + ay_A + d$	a, b, c e d
Projetiva 2D	$x_B = \frac{a_1 x_A + a_2 y_A + a_3}{a_4 x_A + a_5 y_A + 1}$ $y_B = \frac{a_6 x_A + a_7 y_A + a_8}{a_4 x_A + a_5 y_A + 1}$	$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5,$ a_6, a_7 e a_8
Polinomial 2D (segundo grau)	$x_B = a_0 + a_1 x_A + a_2 x_A^2 + a_3 y_A + \dots$ $\dots a_4 x_A y_A + a_5 x_A^2 y_A + a_6 y_A^2 + \dots$ $\dots a_7 x_A y_A^2 + a_8 x_A^2 y_A^2$ $y_B = b_0 + b_1 x_A + b_2 x_A^2 + b_3 y_A + \dots$ $\dots b_4 x_A y_A + b_5 x_A^2 y_A + b_6 y_A^2 + \dots$ $\dots b_7 x_A y_A^2 + b_8 x_A^2 y_A^2$	a_0, a_1, \dots, a_8 b_0, b_1, \dots, b_8
Transversa de Mercator Modificada (TMM)	$x_B = FE + m_0 [a_1 (\lambda - \lambda_0) + \dots$ $\dots a_3 (\lambda - \lambda_0)^3 + a_5 (\lambda - \lambda_0)^5$ $y_B = FN + m_0 [B + a_2 (\lambda - \lambda_0)^2 + \dots$ $\dots a_4 (\lambda - \lambda_0)^4 + a_6 (\lambda - \lambda_0)^6$	FE, FN, m_0 e λ_0

5. TESTES

Os valores de parâmetros e de seus desvios-padrão, obtidos no processo de ajustamento para cada modelo funcional, estão sistematizados nas tabelas 3 e 4.

Tabela 3 – Parâmetros e seus desvios-padrão para modelo de transformação Afim, Similaridade e Projetiva, aplicado ao quadrante SE do Fuso-0

Modelo	Parâmetro	Valor	Desvio-Padrão
Afim 2D	a_1	9,9996E-01	1,534E-06
	a_2	4,3654E-05	1,534E-06
	b_1	-1,3783E-06	5,122E-08
	b_2	9,9996E-01	5,122E-08
	c_1	2,3369E+02	3,701E-01
	c_2	2,7810E+02	3,701E-01
Similaridade 2D	a	9,9996E-01	4,525E-08
	b	-1,5122E-06	4,525E-08
	c	2,3238E+02	2,319E-01
	d	2,8604E+02	2,319E-01
Projetiva 2D	a_1	9,9994E-01	2,112E-07
	a_2	-9,9143E-07	6,958E-09
	a_3	2,3519E+02	5,027E-02
	a_4	-6,9093E-13	1,022E-13
	a_5	4,3606E-12	3,244E-15
	a_6	5,0091E-06	3,669E-07
	a_7	9,9992E-01	3,494E-08
	a_8	2,2841E+02	8,100E-02

Observa-se, nas tabelas 3 e 4, os desvios-padrão dos parâmetros para cada modelo. A avaliação dos valores de desvio-padrão dos parâmetros, por meio da lei de propagação de covariâncias, resulta em precisão melhor do que o metro para as coordenadas transformadas e conclui-se que os ajustamentos dos diferentes modelos são eficientes. Os parâmetros do modelo de Transformação Polinomial 2D, em geral, apresentam os menores desvios-padrão, e portanto, é o modelo que melhor se ajusta aos dados. Observa-se, ademais, que os desvios-padrão dos parâmetros isolados de cada modelo, apresentam valores sub-métricos: c_1 e c_2 no modelo de Transformação Afim 2D; c e d no modelo da Transformação de Similaridade 2D; a_3 e a_8 no modelo de Transformação Projetiva 2D; a_0 e b_0 no modelo de Transformação Polinomial 2D; e FE , FN no modelo TMM. Ao se

considerar que as magnitudes dos valores observados que participam no processo de ajustamento têm variações entre 0m e 333.992m para a componente x e entre 0m e 8.883.349m para a componente y , conclui-se que o efeito da translação em x e y das coordenadas de projeção foi modelado com eficiência em cada modelo.

Tabela 4 – Parâmetros e seus desvios-padrão para modelo de transformação Polinomial e TMM, aplicado ao quadrante SE do Fuso-0

Modelo	Parâmetro	Valor	Desvio-Padrão
Polinomial 2D	a_0	2,3060E+02	1,921E-02
	a_1	9,9993E-01	2,821E-07
	a_2	7,1592E-12	8,430E-13
	a_3	-5,1942E-06	9,349E-09
	a_4	-7,8201E-12	1,550E-13
	a_5	9,4558E-18	5,078E-19
	a_6	-5,2046E-13	9,604E-16
	a_7	-1,6461E-20	1,734E-20
	a_8	1,9340E-24	6,674E-26
	b_0	2,2836E+02	1,921E-02
	b_1	4,5504E-06	2,821E-07
	b_2	2,0200E-11	8,430E-13
	b_3	9,9992E-01	9,349E-09
	b_4	-9,5371E-13	1,550E-13
	b_5	2,6005E-17	5,078E-19
	b_6	-4,3518E-12	9,604E-16
b_7	-5,4529E-19	1,734E-20	
b_8	5,6916E-24	6,674E-26	
TMM	FE	500248,142m	3,459E-01
	FN	10000286,230m	2,326E-01
	l_0	0,000115363°	1,493E-02''
	m_0	0,999563	4,539E-08

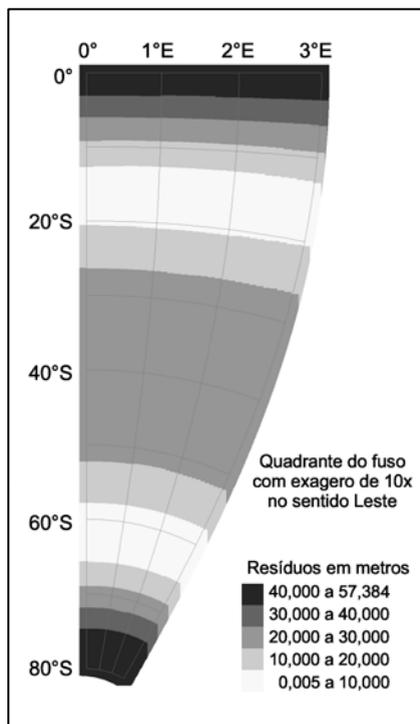
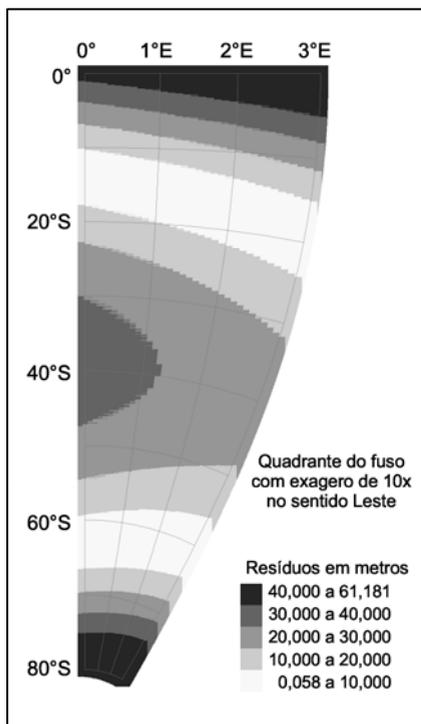
Por outro lado, no modelo de Transformação Polinomial 2D, 12 dos 18 parâmetros apresentam magnitudes, em valor absoluto, menores a $2,02 \cdot 10^{-11}$ que, em alguns casos, dependendo da precisão procurada no processo de transformação, bem podem ser considerados iguais a zero. Por exemplo, o parâmetro a_2 , quando aplicado na transformação de valores de coordenadas com magnitudes máximas ($x=333991,704$ m e $y=-8883348,129$ m) tem uma contribuição de apenas de 0,799m no valor da coordenada transformada x , e de 2,253m no valor da coordenada y transformada. Desse modo, o modelo, em uma abrangência territorial menor,

poderia ser aplicado com apenas alguns dos parâmetros, e desprezar ou igualar a zero os restantes, e obter os mesmos resultados que pela aplicação de todos os parâmetros.

Os resíduos obtidos no processo de ajustamento para cada modelo são apresentados nas figuras 3 a 7. A significância do valor do resíduo depende da escala ou precisão requerida para cada aplicação específica. Assim, por exemplo, no contexto das bases cartográficas de escala 1:10.000, o erro-padrão planimétrico do Padrão de Exatidão Cartográfico (PEC) para produtos cartográficos classe A é de 0,5 mm na escala nominal com erro-padrão correspondente a 0,3mm (CONCAR, 2007), portanto, resíduos iguais ou menores a 2 metros podem ser considerados como não significativos na escala 1:10.000, toda vez que estes resíduos são absorvidos pela escala de representação do produto cartográfico.

Figura 3 – Resíduos no quadrante sudeste do Fuso-0 para o modelo de Transformação Afim 2D

Figura 4 – Resíduos no quadrante sudeste do Fuso-0 para o modelo de Transformação de Similaridade 2D



Os resíduos para o modelo de Transformação TMM são apresentados na Figura 7. Observa-se na figura que os maiores valores de resíduos ocorrem nas proximidades do Equador e em latitudes próximas aos 80°S. Em latitudes médias, entre os 30°S e 50°S aproximadamente, observa-se uma grande zona com resíduos entre 20m e 30m. Além disso, observa-se uma variação regular do valor dos resíduos no sentido da variação da latitude. Os menores resíduos são observados nas proximidades das latitudes 15°S e 65°S. A variação das magnitudes dos resíduos no quadrante do fuso apresenta-se quase igual à observada no modelo de Transformação de Similaridade 2D

Figura 5 – Resíduos no quadrante sudeste do Fuso-0 para o modelo de Transformação Projetiva 2D

Figura 6 – Resíduos no quadrante sudeste do fuso-0 para o modelo de Transformação Polinomial 2D

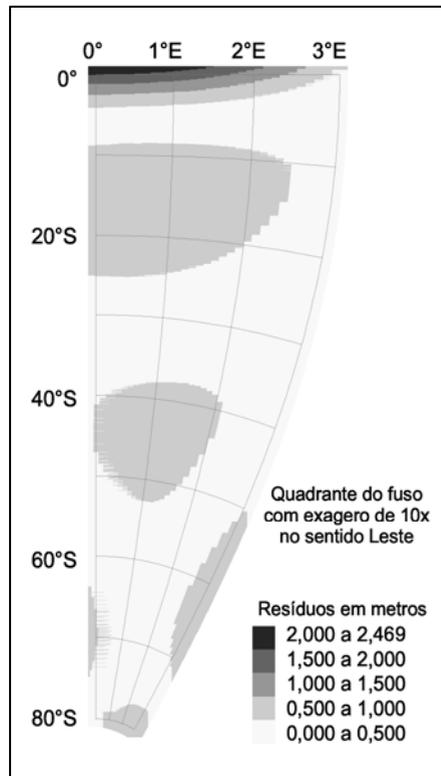
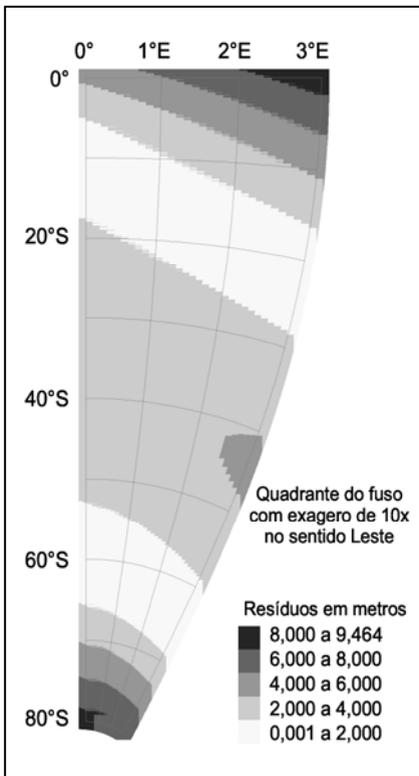
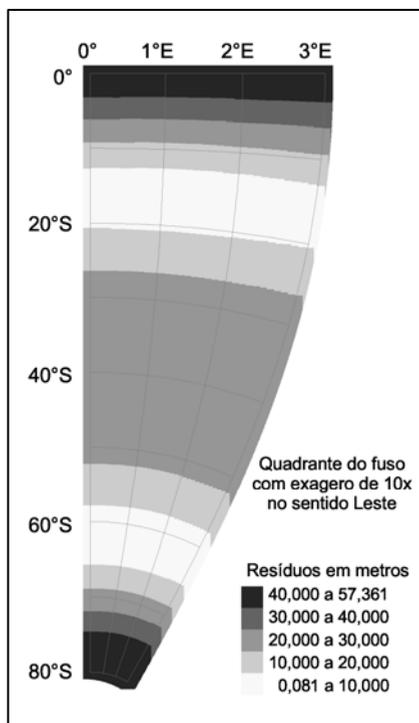


Figura 7 – Resíduos no quadrante sudeste do Fuso-0 para o modelo de Transformação TMM



6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram realizados experimentos para avaliar modelos de transformação bidimensional que possam ser usados para realizar a transformação de referencial geodésico de bases cartográficas. A metodologia consistiu na geração de dois grupos de dados sintéticos que representam coordenadas no sistema de projeção cartográfica UTM, associados a diferentes Sistemas Geodésicos de Referência (SGR). Realizou-se a avaliação das transformações bidimensionais por meio de ajustamentos pelo método paramétrico, entre as superfícies de projeção associadas a cada SGR. A análise de resultados foi realizada a partir de dados

numéricos resultantes das transformações e dos ajustamentos, bem como pela visualização destes dados e resultados.

Os resultados da avaliação dos modelos de transformação bidimensionais permitem concluir que o modelo com melhor desempenho é o modelo de Transformação Polinomial 2D, com resíduos menores de 2,5m e que produziu, praticamente na totalidade do quadrante do fuso, valores de resíduos menores que 2m. Desse modo, no contexto retratado, o modelo apresenta-se apropriado para a transformação de bases cartográficas cujas escalas sejam iguais ou menores do que 1:10.000, uma vez que o resíduo é inferior ao erro-padrão planimétrico do Padrão de Exatidão Cartográfico (PEC), para produtos cartográficos Classe A, e portanto, os resíduos são absorvidos pela escala de representação do produto cartográfico. O segundo modelo com melhor desempenho é o modelo de Transformação Projetiva 2D, com resíduos inferiores de 9,5m, e com uma grande superfície do quadrante do fuso com resíduos menores de 4m. O modelo de Transformação de Similaridade 2D e o modelo de Transformação TMM apresentam, entre si, pequenas diferenças de valores e distribuição espacial de resíduos, isto ocorreu, pelo fato que a Transformação de Similaridade e a Transformação TMM pertencem à família das transformações conformes, e portanto, o comportamento no processo de ajustamento é similar.

O modelo de Transformação Afim 2D, o modelo de Transformação de Similaridade 2D e o modelo de Transformação TMM, apresentam os maiores valores de resíduos, e portanto, são considerados como os modelos com menor eficiência para modelar as variações, no quadrante do fuso, dos deslocamentos dos pontos.

Por outro lado, os testes apresentados consideram, no processo de ajustamento, o quadrante completo do fuso UTM, assim, a variação das magnitudes de coordenadas introduzidas no processo de ajustamento, são significativamente grandes, a saber, têm valores entre 0m e 333.992m para a componente x , e uma amplitude de 8.883.349m em y . Por tanto, os valores de resíduos obtidos para cada modelo podem ser considerados pequenos. Desse modo, a aplicação do mesmo experimento, mas em zonas pequenas em relação ao fuso, por exemplo, para abrangência territorial de regiões urbanas, o ajustamento poderia apresentar valores de resíduos significativamente menores do que os simulados no presente experimento, por conta de que para uma abrangência territorial menor os deslocamentos aparentes dos pontos é mais homogênea.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq – Brasil, pela bolsa de estudos concedida ao autor Leonardo Molina Pino.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANCIÃES, C. L. C.; OLIVEIRA, L. C. de. *Transformação entre redes geodésicas: considerações sobre os espaços 3D e 2D*. Série em Ciências Geodésicas, v.3, pp. 85-104, 2003
- BLACHUT, T. J.; CHRZANOWSKI, A.; SAASTAMOINEN, J. H. *Cartografía y Levantamientos Urbanos*, New York: Springer-Verlag, 1979. 519 p.
- CASTAÑEDA F., R. M. *Ensaio para definição de parâmetros de transformação entre o SAD69 e o NSWC 9Z2*, Curitiba, 1986. 180 p.
- CASTRO, A. L. P. de; PEREZ, J. A. S.; MARINI, M. C.; MONICO, J. F. G.; CAMARGO, P. de O. *Estimativa de Parâmetros de Transformação entre Sistemas Geodésicos: estudo do caso SAD69 e SIRGAS*. Série em Ciências Geodésicas, v. 1, pp. 62-81. 2001.
- CONCAR - Comissão Nacional de Cartografia. *Normas Técnicas da Cartografia Nacional*, Decreto N°89.817, de 20 de junho de 1984. Disponível em: <<http://www.concar.ibge.gov.br/indexf7a0.html?q=node/41>> Acesso em 24/01/2007.
- COSTA M. F. *Uma Proposta para Compatibilização entre Referenciais Geodésicos*. Curitiba, 1999, 117 p. Dissertação (Mestrado em Geociências) Departamento de Geomática. Universidade Federal do Paraná.
- COSTA, S. M. A. *Integração da Rede Geodésica Brasileira aos Sistemas de Referência Terrestres*. Curitiba 1999. 157 p. Tese (Doutorado em Geociências). Departamento de Geomática. Universidade Federal do Paraná.
- DALAZOANA, R. *Implicações na cartografia com a evolução do Sistema Geodésico Brasileiro e futura adoção do SIRGAS*. Curitiba, 2001. 122 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas). Departamento de Geomática. Setor Ciências da Terra. Universidade Federal do Paraná.
- FEATHERSTONE, W. E.; GALLOWAY, D.; GOULDING, P.; REIT, B. G. *Transformation between Australian datums using a modified Transverse Mercator Projection*, Cartography, v. 28, n. 1, June 1999. pp. 19-31.
- GEMAEL, C. *Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas*. Curitiba: Editora UFPR, 1994. 319 p.
- GUIMARÃES, I.; PEREIRA, K. D.; FREITAS, L.; AUGUSTO M. J. C.; MARANHÃO M.; ARAÚJO, V. H.; AZEVEDO, J. B.; FREITAS, A. L. B. *O PMRG e a cartografia – uma visão crítica*, XXI Congresso Brasileiro de Cartografia, Belo Horizonte, 2003. Disponível em: <http://www.cartografia.org.br/xxi_cbc.htm> Acesso em: 01/08/2006
- IBGE – Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. *Ajustamento da rede planimétrica do sistema geodésico brasileiro*. Relatório. Julho 1996, 95 p.
- IBGE – Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. *Resolução do Presidente do IBGE N° 1/2005 – Altera a caracterização do Sistema Geodésico Brasileiro*. Disponível em:<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/default_normas.shtm> acesso em: 15/05/2006 (a)

- LUGNANI, J. B. *Introdução à Fototriangulação*. Curitiba: Impresso na Imprensa Universitária da UFPR, 1987, 134 p.
- MOLINA PINO, L. *Avaliação de modelos de transformação bidimensional para a compatibilização de bases cartográficas de escala 1:10.000 com SIRGAS2000*. Curitiba, 2007. 93 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas). Departamento de Geomática. Setor Ciências da Terra. Universidade Federal do Paraná.
- OLIVEIRA, L. *Pesquisa de Opinião sobre Transformação de Sistemas Geodésicos*. Projeto Mudança do Referencial Geodésico, Grupo de Trabalho 3. 2002. Disponível em : <http://www2.prudente.unesp.br/dcartog/gt3/Pesquisa_GT3.pdf> Acesso em 20/07/2006
- OLIVEIRA, L. C. de. *Realizações do Sistema Geodésico Brasileiro Associadas ao SAD 69 – Uma Proposta Metodológica de Transformação*. São Paulo, 1998, 197 p. Tese (Doutorado em Engenharia). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- RAPP, H. R. *Geodésica Geométrica*, v. 2, Técnicas Avanzadas, Departamento de Ciências Geodésicas, Universidad Estatal de Ohio, Columbus, 1981. 196 p.
- SEEMUELLER, W.; K. KANIUTH; H. DREWES. *Station positions and velocities of the IGS regional network for SIRGAS*, DGFI Report No. 76, 2004. 63 p. Disponível em: <<http://www.sirgas.org/index.php?id=98>> Acesso em 15/03/2008
- SWISS SOCIETY OF CARTOGRAPHY. *Cartographic Generalisation - Topographic Maps*, second edition, 1987. 62 p.

(Recebido em novembro / 2008. Aceito em maio / 2009).