

# REDUÇÃO DO EFEITO DO MULTICAMINHO DE FREQUÊNCIAS ALTA E BAIXA NO POSICIONAMENTO RELATIVO CINEMÁTICO UTILIZANDO *WAVELETS*: RESULTADOS PRELIMINARES<sup>1</sup>

*Multipath reduction effect of the high and low frequency in static relative positioning by using wavelets: preliminary results*

ENIUCE MENEZES DE SOUZA<sup>1</sup>  
JOÃO FRANCISCO GALERA MONICO<sup>1</sup>  
AYLTON PAGAMISSE<sup>2</sup>

Universidade Estadual Paulista - Unesp

<sup>1</sup>Departamento de Cartografia, <sup>2</sup>Departamento de Matemática.  
Faculdade de Ciências e Tecnologia – FCT, Presidente Prudente - SP  
[eniuce@yahoo.com.br](mailto:eniuce@yahoo.com.br), [galera@fct.unesp.br](mailto:galera@fct.unesp.br), [aylton@fct.unesp.br](mailto:aylton@fct.unesp.br)

## RESUMO–

A redução do efeito do multicaminho no sinal GPS tem se tornado essencial em qualquer aplicação de alta precisão. O multicaminho de frequência alta proveniente de superfícies distantes, o qual causa os menores erros, é mais fácil de ser atenuado. Mas, o efeito do multicaminho de frequência baixa proveniente de superfícies próximas, o qual causa os maiores erros, é mais difícil de ser reduzido ou modelado, principalmente em aplicações cinemáticas. Uma possibilidade de redução do multicaminho que se tem mostrado muito promissora no posicionamento relativo estático é a Análise de Multirresolução (AMR) utilizando *wavelets*. Desta forma, objetiva-se neste trabalho investigar a possibilidade de aplicação desse método para redução do efeito do multicaminho em aplicações cinemáticas. Um experimento foi realizado colocando objetos nas proximidades da antena de um receptor GPS para causar, principalmente, o efeito do multicaminho de frequência baixa. O processamento foi realizado simulando o modo cinemático, e verificou-se que o

---

<sup>1</sup> Uma versão prévia deste trabalho foi apresentada no II Simpósio e V Colóquio Brasileiro de C. Geodésicas.

multicaminho impediu a solução da ambigüidade durante o período de dados processado. Após a redução do efeito do multicaminho utilizando o método proposto baseado em *wavelets*, as ambigüidades puderam ser fixadas com confiabilidade no início do processamento e as coordenadas tornaram-se muito mais acuradas, atingindo até 1,29m de melhoria.

**Palavras-chave:** Multicaminho; Posicionamento Cinemático GPS; Wavelet; Ambigüidades.

### ABSTRACT

Multipath reduction from GPS signal has become essential for any highly precise applications. The high-frequency multipath from far surfaces, which causes the smaller errors, is easier to be mitigated. But the low-frequency multipath from near surfaces, which causes the major errors, is very difficult to be reduced or modeled, mainly in kinematic applications. A possible multipath reduction that has showed promising performance in static relative positioning is the Multiresolution Analysis (MRA) using wavelets. Thus, the aim of this paper is to investigate the possibility of extending this wavelet method to reduce multipath effects for kinematic applications. An experiment was carried out using objects placed close to the receiver antenna to cause, mainly, low-frequency multipath. The multipath effects impeded the reliable ambiguity resolution during the processed data period. With the multipath mitigation using the proposed method based on wavelets, ambiguities could be fixed with reliably in beginning of the processing and the coordinates became much more accurate. It was obtained up to 1.29 m of improvement on the resulting coordinates.

**Keywords:** Multipath; GPS Kinematic Positioning; Wavelet; Ambiguities.

## 1. INTRODUÇÃO

O multicaminho é o fenômeno pelo qual o sinal GPS reflete em objetos localizados no ambiente próximo do levantamento e chega ao receptor via múltiplos caminhos. Geralmente, o receptor GPS recebe também o sinal refletido, o qual é atrasado em relação ao sinal direto devido ao maior caminho percorrido. Conseqüentemente, as medidas de pseudodistância (código) e fase de batimento da onda portadora são rastreadas para um sinal composto, e não para o sinal direto, causando o efeito de multicaminho.

A frequência do multicaminho é obtida a partir da diferença de fase entre o sinal direto e o refletido. Esta frequência é proporcional à diferença de comprimento dos percursos dos sinais e inversamente proporcional ao comprimento de onda. Entretanto, o erro do multicaminho na fase é proporcional ao comprimento de onda da portadora e, conseqüentemente, inversamente proporcional à frequência desse sinal (SOUZA e MONICO, 2003; SOUZA, 2004). Assim, o multicaminho proveniente de superfícies próximas à antena referente a atrasos curtos do sinal GPS, é de frequência baixa e o maior causador de erros. O multicaminho

proveniente de superfícies distantes da antena, relacionado com os atrasos longos do sinal, é de frequência alta e causa erros menos significativos. As medidas de pseudodistância e fase da onda portadora podem estar contaminadas pelos efeitos de multicaminho de frequência baixa e alta, simultaneamente (SOUZA, 2004).

Para realizar o processamento das medidas de pseudodistância e fase da onda portadora GPS, usualmente se utiliza o ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) em sua forma recursiva (bastante similar ao filtro de Kalman), a qual pode ser utilizada no posicionamento relativo estático e cinemático. Para tanto, a formulação do modelo matemático, o qual consiste das partes funcional e estocástica, é essencial. Se o modelo funcional é adequado, os resíduos estimados devem ter comportamento randômico. Entretanto, as medidas GPS são contaminadas por diversos tipos de erros, nem todos modeláveis. Dessa forma, obtêm-se resíduos que contém, além da componente aleatória, as características dos erros sistemáticos não modelados. É de grande interesse extrair ou minimizar os erros sistemáticos contidos nas medidas GPS (SATIRAPOD et al., 2003).

Com esse intuito, no posicionamento relativo cinemático em linhas de base curtas, a técnica de dupla diferenciação (DD) é utilizada na construção do modelo funcional para atenuar os erros orbitais, atmosféricos e dos relógios do satélite e receptor. Entretanto, o mesmo não acontece com o multicaminho, pois esse efeito depende da geometria do ambiente de cada estação. Pelo contrário, ele pode até aumentar quando as DDs são formadas, tornando-se a fonte de erro mais significativa nos resíduos.

Outro fator a ser considerado, é que na maioria das aplicações do GPS utilizando as medidas da fase da onda portadora, principalmente nas cinemáticas, o primeiro interesse é solucionar as ambigüidades. Porém, freqüentemente o efeito de multicaminho nas medidas de fase da onda portadora torna a fixação correta das ambigüidades uma tarefa difícil. Até mesmo quando as ambigüidades são fixadas corretamente, ainda é interessante reduzir esse efeito das medidas para melhorar a qualidade dos resultados do posicionamento (KIM e LANGLEY, 2001).

Alguns pesquisadores têm investigado a mitigação do multicaminho no posicionamento relativo cinemático. Em um dos trabalhos, foi desenvolvido um sistema de múltiplas antenas para estimar esse efeito (KIM e LANGLEY, 2001). Para utilização desse método, dentre outras inconveniências, é necessário dispor de antenas e receptores de mesmo tipo, pois o método assume que cada sistema receptor-antena esteja sujeito aos mesmos sinais refletidos.

Em relação ao processamento em tempo real dentro do receptor, o estado da arte em tecnologias para mitigação do multicaminho em receptores é capaz de reduzir as componentes de médio e de grande atraso desse efeito (LENTMAIER e KRACH, 2006). Porém, a maioria destas técnicas é insuficiente contra o multicaminho de atraso curto, ou seja, de frequência baixa. Esta é uma séria limitação para as aplicações GNSS, principalmente em tempo real (SLEEWAEGEN e BOON, 2001).

A *Leica Geosystems* esteve desenvolvendo, por diversos anos, a técnica para mitigação de multicaminho no receptor para fase da onda portadora denominada *Phase Multipath Mitigation Window* (PMMW). Com essa técnica pode-se obter uma melhoria de mais de 30% para os erros causados pelo multicaminho. Em alguns testes realizados, apenas sinais refletidos com atrasos maiores que 7,5 m foram totalmente eliminados, enquanto os sinais com atrasos menores foram apenas atenuados (TAILLE et al., 2003).

Outro problema de difícil solução é a navegação de espaçonaves nas proximidades da estação espacial internacional (ISS - *International Space Station*) utilizando GPS. Muitos estudos foram realizados, entretanto, tais estudos não tiveram sucesso devido aos sinais refletirem e serem bloqueados na ISS (GAYLOR e LIGHTSEY, 2003).

Kubo e Yasuda (2003) comprovaram dificuldade na fixação correta das ambigüidades no posicionamento relativo em tempo real sob efeitos do multicaminho. Os melhores resultados que eles puderam obter ocorreram detectando os satélites mais afetados pelo efeito de multicaminho e retirando-os do processamento. Assim, percebe-se a grande importância e necessidade de pesquisas aprofundadas nessa área.

Nos últimos anos têm surgido algumas possibilidades muito promissoras de redução do efeito do multicaminho utilizando *wavelets* (XIA, 2001; SATIRAPOD, KHOONPHOOL e RIZOS, 2003; SOUZA e MONICO, 2004). Tais aplicações referem-se à redução do efeito do multicaminho apenas em aplicações estáticas, pois a atenuação desse efeito em aplicações cinemáticas é muito mais complicada. Nesse sentido, objetiva-se nesse artigo apresentar as investigações iniciais para a aplicação das *wavelets* no caso cinemático. Na seção 2 a AMR utilizando *wavelets* é apresentada e, na seção 3, a metodologia para estimativa e redução do efeito do multicaminho é descrita. Os experimentos e análises realizados com o intuito de verificar a possibilidade de aplicação das *wavelets* para redução do multicaminho em aplicações cinemáticas são descritos na seção 4. Finalmente, as considerações finais são feitas na seção 5.

## 2. WAVELETS E A ANÁLISE DE MULTIRRESOLUÇÃO

O fator mais importante sobre as *wavelets* é que elas são localizadas no tempo ou espaço e frequência simultaneamente. Esse comportamento as torna ideais para analisar sinais ou séries temporais não estacionárias (GPS), contendo transitoriedades como o efeito do multicaminho.

A partir de uma única função  $\psi$ , chamada de *wavelet* mãe, pode-se gerar um espaço de sinais de energia finita tal como o  $L^2(\mathfrak{R})$ . Isto é possível por dilatações (ou compressões) e translações de  $\psi$ , gerando uma família de funções  $\psi_{a,b}$  (VETTERLI e KOVAČEVIĆ, 1995)

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right); \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0. \quad (1)$$

Para trabalhar com sinais discretos, usualmente se utiliza valores especiais para  $a$  e  $b$ :  $a = 2^j$  e  $b = k2^j$ , com  $j, k \in \mathbb{Z}$ . Dessa forma, considerando um caso particular da equação 1 tem-se:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k), \quad j, k \in \mathbb{Z}, \quad (2)$$

ou seja,  $\psi_{j,k}(t)$  é obtida de  $\psi(t)$  por uma dilatação  $2^j$  e uma translação  $k$ . As funções  $\{\psi_{j,k}(t), j, k \in \mathbb{Z}\}$  formam uma base que não precisa ser necessariamente ortogonal. Contudo, ao se trabalhar com bases ortogonais é possível a reconstrução perfeita do sinal original a partir dos coeficientes da transformada. Daí o interesse em considerar bases de *wavelets* que sejam ortogonais, tais como as *wavelets* de Daubechies e Symmlets (MORETTIN, 1999).

Assim, pode-se considerar uma base ortonormal gerada por  $\psi$ , de forma que qualquer sinal  $f(t)$ , pode ser escrito por

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j,k} \psi_{j,k}(t). \quad (3)$$

Nesse caso, diz-se que  $f$  é uma série de *wavelets* e os coeficientes *wavelet* são dados por

$$c_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,k}(t) dt. \quad (4)$$

Uma maneira de gerar tais *wavelets* é pela função escala ou *wavelet* pai que é solução da equação

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_k h_k \phi(2t - k). \quad (5)$$

onde a seqüência de coeficientes  $\{h_k\}$  deve satisfazer a condição  $\sum_{j \in \mathbb{Z}} h_j h_{j+2k} = \delta_{0,k}$ ,

onde  $\delta$  é a função delta de Dirac.

A função escala dada pela equação 5 gera uma família ortonormal em  $L^2(\mathbb{R})$  (DAUBECHIES, 1992)

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}t - k), \quad j, k \in \mathbb{Z}. \quad (6)$$

Uma possível escolha para a função escala é  $\phi(x)=1$  se  $0 \leq x \leq 1$  e  $\phi(x)=0$ , caso contrário.

Nessas condições,  $\psi$  pode ser obtida por

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_k g_k \phi(2t - k), \tag{7}$$

onde  $g_k = (-1)^k h_{1-k}$  é a chamada *quadrature filter relation*. Na realidade,  $h_k$  e  $g_k$  são coeficientes de filtros passa-baixas e passa-altas, respectivamente, chamados *quadrature filters*, usados para calcular a transformada *wavelet* discreta (TWD). Os coeficientes  $h_k$  e  $g_k$  são chamados também de coeficientes de dilatação (DAUBECHIES, 1992; KELLER, 2004).

As funções escala  $\phi$  geram uma seqüência de subespaços fechados  $V_j$  onde  $V_j \subset L^2(\mathfrak{R})$  (cada  $V_j$  usando resoluções diferentes, de onde se origina naturalmente o nome análise de multirresolução), satisfazendo (DAUBECHIES, 1992):

**MR1)**  $\dots V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \subset \dots;$

**MR2)**  $\bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = \lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = L^2(\mathfrak{R});$

**MR3)**  $\bigcap_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = \lim_{j \rightarrow +\infty} V_j = \{0\};$

**MR4)** Invariância em escala:  $f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j-1}, k \in \mathbb{Z};$

**MR5)** Invariância em translações:  $f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(t - 2^j k) \in V_j, (j, k) \in \mathbb{Z}^2;$

**MR6)** Existência de uma função  $\phi \in V_j$  (função escala) tal que  $\{\phi_{j,k}; k \in \mathbb{Z}\}$  é uma base ortonormal em  $V_j$  onde  $\phi_{j,k}(t)$  é dada pela equação 6.

Para entender a idéia das relações anteriores, pode-se considerar um sinal  $f$  em  $L^2(\mathfrak{R})$ , do qual se quer obter aproximações em diversos níveis de resolução. Cada subespaço  $V_j$  será constituído por funções aproximantes, sendo que a melhor aproximação é obtida considerando-se a projeção ortogonal ( $P_j$ ) de  $f$  sobre cada  $V_j$ , então (MORETTIN, 1999),

$$\forall g(t) \in V_j, \|g(t) - f(t)\| \geq \|P_j(t) - f(t)\|. \tag{8}$$

Dizer que  $V_j \subset V_{j-1}$  significa que ao passar do nível de resolução  $j$  (ou escala  $2^j$ ) para o nível  $j-1$ , ganha-se informação ou adiciona-se detalhes. À medida que a resolução  $2^j$  aumenta ( $j \rightarrow -\infty$ ), a função aproximada converge para a função

original ( $Pf \rightarrow f$ ), ou seja, contém mais e mais informações sobre  $f$  e obtêm-se (MR2). Para evitar confusão, é importante enfatizar que o parâmetro escala  $2^j$  é o inverso da resolução  $2^{-j}$  (MALLAT, 1998). Por outro lado, quando a resolução  $2^{-j}$  decresce para zero, (MR3) implica que se perde todas as informações de  $f$ .

A propriedade (MR5) significa que  $V_j$  é invariante a qualquer translação proporcional à escala  $2^j$ .

A informação que é perdida quando se passa de  $V_{j-1}$  para  $V_j$  pode ser representada pelo subespaço  $W_j$ , complemento ortogonal de  $V_j$  em  $V_{j-1}$ , isto é,  $V_j \oplus W_j = V_{j-1}$ ,  $W_j \perp V_j$ , onde  $\oplus$  representa a soma direta. Segue que  $V_j = \bigoplus_{j+1}^{j+\infty} W_j$ .

A AMR conduz a um algoritmo recursivo de filtragem para executar a decomposição de um sinal em bases de *wavelets*, também conhecido como algoritmo de Mallat. Os  $h_n$  e os  $g_n$  são os coeficientes dos filtros (a escolha de uma transformada *wavelet* é essencialmente a escolha do filtro) (SOUZA, 2004). Para mais detalhes sobre os esquemas de filtragem pode-se consultar Vetterli e Kovačević (1995) e Souza (2004).

### 3. ESTIMATIVA E REDUÇÃO DO EFEITO DO MULTICAMINHO

Para realizar o posicionamento relativo cinemático GPS, usualmente utiliza-se o ajustamento pelo MMQ recursivo. Nesse procedimento, o modelo linearizado  $V=AX-L$  é utilizado, onde  $L$  é o vetor com  $n$  observações de DD,  $X$  é o vetor das  $u$  incógnitas (coordenadas do posicionamento e ambigüidades),  $A$  é a matriz *design* ( $n \times u$ , com  $n > u$ ) de escalares conhecidos e  $V$  é o vetor dos  $n$  resíduos das DD.

Devido ao fato das DD serem utilizadas na construção do modelo funcional, apenas o efeito do multicaminho não é reduzido. Logo, o multicaminho se torna a fonte de erro mais significativa nas DD e, conseqüentemente, nos resíduos  $V$  de tais DD.

Existem diferentes metodologias para aplicar *wavelets* e reduzir o efeito do multicaminho (SOUZA, 2004, SOUZA e MONICO, 2004; SOUZA et al., 2005). Na que se refere a reduzir o multicaminho diretamente nas DD, embora seja feita uma AMR, apenas o efeito do multicaminho de frequência alta é minimizado. Uma forma de reduzir efetivamente o efeito do multicaminho de frequência baixa e alta é aplicando a AMR nos resíduos das DD. Esse procedimento refere-se à metodologia que está sendo proposta, a qual consiste em aplicar a AMR utilizando *wavelets* nesses resíduos para a estimativa do efeito do multicaminho. Uma vez estimado, esse efeito é corrigido no sinal de DD GPS e o MMQ é aplicado novamente.

Considerando o modelo  $V_i = f(t_i) - \varepsilon_i$ , com  $i$  representando os resíduos do instante  $t_0$  até um instante  $n$ , onde  $f$  é a função desconhecida do efeito do multicaminho e  $\varepsilon_i \sim N(0,1)$  é uma variável aleatória gaussiana, representando o erro da medida, a metodologia proposta consiste em:

1) Aplicar TWD nos resíduos  $V_i$  das DD GPS para os coeficientes *wavelet* da TWD como apresentado na seção 2 (Souza, 2004). Nesse processo, uma *wavelet* mãe que

constitui uma base ortonormal é escolhida. Foi utilizada a *wavelet* Symmlets com 8 momentos nulos, pois Souza e Monico (2004) mostraram que esta *wavelet* proporciona melhores resultados em aplicações GPS que outras Symmlets e *wavelets* de Daubechies. Os coeficientes dos filtros passa-baixas  $h_n$  e passa-altas  $g_n$  implementados em relação a essa *wavelet* podem ser encontrados em (DAUBECHIES, 1992);

2) Modificar os coeficientes *wavelet* utilizando um esquema de limiarização. Nesse passo, o nível de ruído da série temporal dos resíduos das DD deve ser calculado para que os componentes relativos aos ruídos possam ser separados e os componentes relativos ao efeito do multicaminho possam ser detectados;

3) Reconstruir a função  $f$  desejada (efeito do multicaminho) utilizando a TWD inversa dos coeficientes do estágio (2).

A parte crucial desta metodologia é o passo 2. Praticamente todos os trabalhos relevantes em esquemas de limiarização e limiares ótimos estão contidos em Donoho e Johnstone (1994) e Donoho et al. (1995). Os esquemas de limiarização, tipos de limiares e níveis de ruído mais utilizados foram avaliados para o sinal GPS (SOUZA, 2004; SOUZA e MONICO, 2004; SOUZA et al., 2005; SATIRAPOD et al., 2003). Nos resultados obtidos, foi verificado que o esquema de limiarização rígido apresenta o melhor desempenho na redução dos ruídos e determinação do efeito do multicaminho.

Para definir esse esquema, pode-se considerar o vetor de componentes  $\{d_i\}_{i=0}^{n-1} \in \mathfrak{R}$  obtidos após aplicar a TWD e  $\lambda_T$  um limiar também real. Nessas condições, o limiar rígido é definido por

$$L_{\lambda}^R(d_i) = \begin{cases} 0, & |d_i| < \lambda_T \\ d_i, & |d_i| \geq \lambda_T \end{cases} \quad (9)$$

Para a escolha do parâmetro  $\lambda_T$ , que aparece na equação 9, pode-se utilizar um limiar global, aplicável a todos os níveis ou limiares que dependem do nível  $j$ , ou seja, para cada escala tem-se um limiar  $\lambda_{Tj}$ . Uma boa opção de escolha do parâmetro  $\lambda$  é o uso do limiar universal. Esse limiar provê uma maneira rápida e automática de limiarização,

$$\lambda_T = \hat{\sigma} \sqrt{2 \log n}, \quad (10)$$

onde  $\hat{\sigma}$  é a estimativa do nível de ruído, o qual deve ser estimado a partir dos resíduos das DD e  $n$  representa a quantidade de observações de DD. Donoho e Johnstone (1994) propuseram o seguinte estimador para  $\hat{\sigma}$ :



$$\hat{\sigma} = med\left\{d_{0,k} \mid : 0 \leq k < n/2\right\}/0,6745, \quad (11)$$

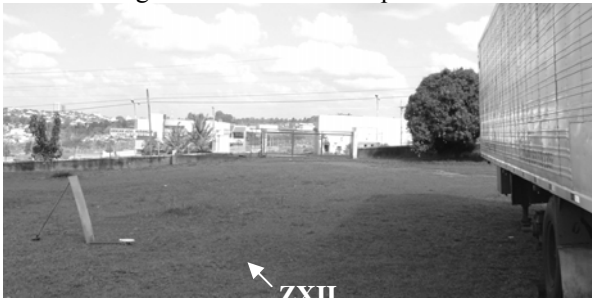
onde *med* indica a mediana, o índice *0* representa a escala mais fina ou de resolução mais alta e o fator 0,6745 é determinado estatisticamente em Donoho et al. (1995). Dessa forma, após aplicar a TWD, as equações 9, 10 e 11 permitem reduzir os ruídos da série temporal dos resíduos das DD e detectar os componentes relativos ao efeito do multicaminho.

Com a aplicação da metodologia proposta, baseada nos passos 1 a 3, o efeito do multicaminho é estimado e esses valores são corrigidos diretamente nas observações de DD, resultando em um vetor *L* corrigido desse efeito. Finalmente, o MMQ é aplicado novamente para que as coordenadas do posicionamento possam ser determinadas com melhor qualidade.

#### 4 EXPERIMENTOS, RESULTADOS E ANÁLISES

Nesta seção são apresentados os resultados e análises de um experimento realizado em Presidente Prudente durante os dias 17, 20 e 21/09/03. No dia 17/09/03, a antena de um receptor Astech ZXII foi colocada a 6m de uma carreta revestida de alumínio representando um objeto refletor de 2,5 × 13m e a 0,5m de uma placa de zinco medindo 0,30 × 1,10m (Figura 1).

Figura 1 – Cenário do experimento



Devido aos objetos refletores estarem próximos da antena, o principal efeito do multicaminho causado é de frequência baixa, permitindo que o desempenho da metodologia proposta seja avaliado em um caso de erros críticos provenientes do multicaminho. Nos dois últimos dias (20 e 21), os objetos foram removidos para que as coordenadas de referência pudessem ser estimadas.

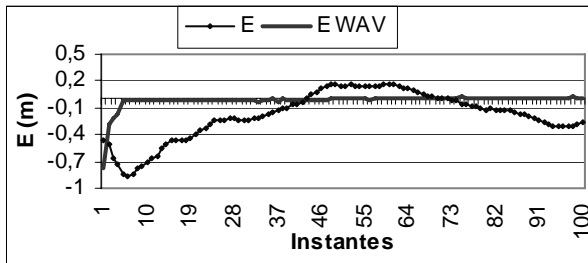
A estação UEPP pertencente à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) foi utilizada como estação base, formando uma linha de base de aproximadamente 1,9km.

O processamento das DDs da pseudodistância e fase foi realizado no *software* GPSeq, em desenvolvimento na FCT/UNESP. Embora o receptor tenha

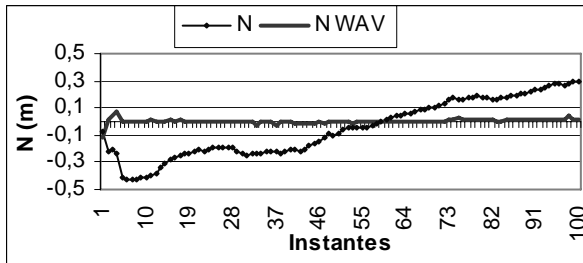
permanecido estático, o processamento foi feito no modo cinemático para analisar o desempenho da metodologia proposta. Nesse procedimento, as coordenadas são estimadas em cada época como se a estação estivesse em movimento. Como elas estão fixas, é possível analisar a qualidade do método, bastando para tanto calcular a acurácia do mesmo. É importante realizar essa análise para verificar se o erro proveniente do multicaminho não afeta as coordenadas.

O comportamento das coordenadas antes e após a redução do efeito do multicaminho utilizando a metodologia proposta foi analisado. Nas Figuras 2a, 2b e 2c são apresentadas as coordenadas E, N e h determinadas em cada instante do processamento.

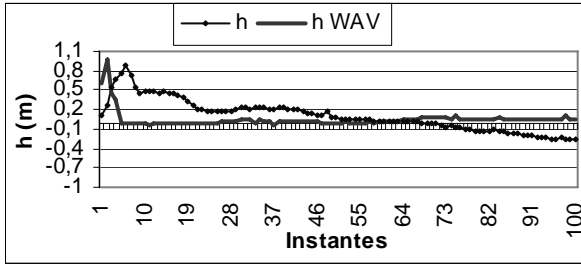
Figura 2 – Coordenadas cartesianas – Componentes E, N e h comparadas antes e após redução do efeito do multicaminho utilizando a metodologia proposta baseada em *wavelets* (EWav, NWav e hWav)



(a)



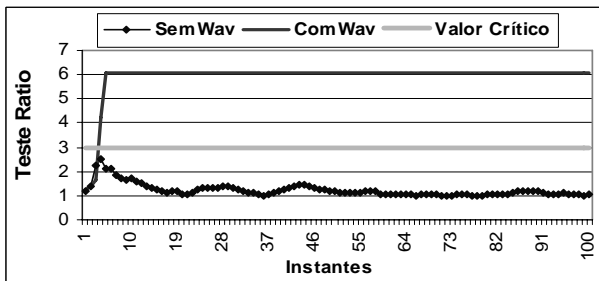
(b)



(c)

A partir das Figuras 2a, 2b e 2c verifica-se que antes de corrigir o efeito do multicaminho o comportamento das coordenadas variou bastante, o que não deveria ocorrer já que o receptor permaneceu estático. Entretanto, isso ocorreu porque o multicaminho prejudicou muito a fixação das ambigüidades de forma que estas não puderam ser fixadas com confiabilidade durante todo o processamento. Após aplicar *wavelets* o comportamento das coordenadas melhorou bastante logo no início do processamento. Isso se deve ao fato de que as ambigüidades foram fixadas no instante 5 do processamento. Após esse instante, as ambigüidades foram introduzidas como injunção na determinação das coordenadas posteriores no modo cinemático, ou seja, época por época. O teste Ratio (TEUNISSEN, 1998), ilustrado na Figura 3, foi utilizado nessa etapa.

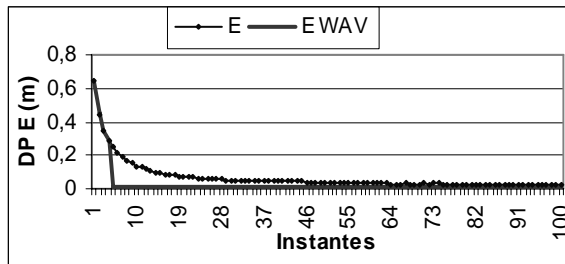
Figura 3 – Teste Ratio



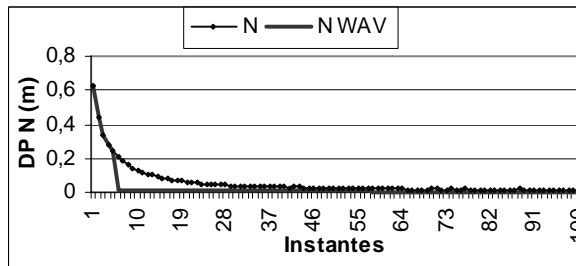
Conforme ilustrado na Figura 3, o valor crítico 3 foi utilizado para solucionar ou não as ambigüidades. Nota-se que apenas após a correção do efeito do multicaminho, o valor do teste Ratio ultrapassou o valor crítico e permitiu que as ambigüidades fossem solucionadas com confiabilidade.

Em relação ao desvio padrão das coordenadas, estes também melhoram após a correção do efeito do multicaminho (Figura 4).

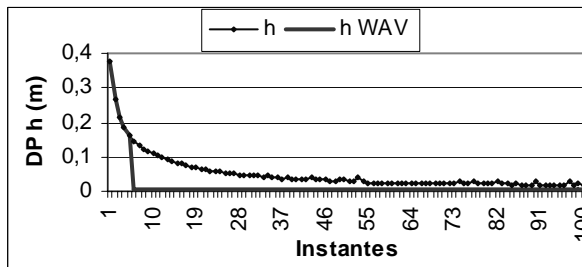
Figura 4 – Desvios padrão das coordenadas comparados antes e após redução do efeito do multicaminho.



(a)



(b)

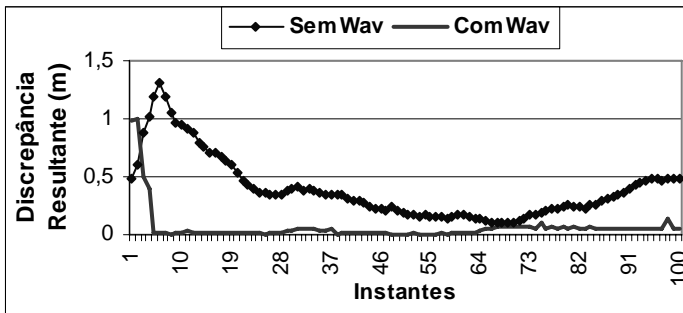


(c)

A partir da Figura 4, pode-se verificar que, quando o efeito do multicaminho foi reduzido, as ambigüidades foram solucionadas na época 5 e, após esse momento, o desvio padrão das coordenadas foi drasticamente reduzido.

Foram calculadas as discrepâncias entre as coordenadas conhecidas e as obtidas em cada instante do processamento. As resultantes das discrepâncias são ilustradas na Figura 5.

Figura 5 – Resultante das discrepâncias entre as coordenadas conhecidas e as obtidas em cada instante do processamento.



De acordo com a Figura 5, verifica-se que o efeito do multicaminho causou erros significativos nas coordenadas, atingindo até 1,31m. Entretanto, após a redução do efeito do multicaminho, verifica-se que as coordenadas estão bem mais acuradas. Obteve-se até 1,29m de melhoria nas discrepâncias das coordenadas. Erros de até 1,31m foram reduzidos para 0,02m. Na média obteve-se 0,45m de melhoria.

## 5 CONCLUSÕES

Neste artigo foi apresentado o problema do efeito do multicaminho e discutido sobre seu efeito nos resultados do posicionamento GPS. No caso do posicionamento cinemático, esse problema é mais agravante. No experimento realizado o receptor permaneceu estático e apenas o processamento foi realizado no modo cinemático, e mesmo assim foram obtidos até 1,31m de erro nas coordenadas. Se o receptor estivesse em movimento, os erros devido ao multicaminho poderiam ser ainda maiores, devido às mudanças bruscas no ambiente do levantamento. Trata-se de um erro bastante significativo, visto que foi realizado um posicionamento relativo envolvendo uma linha de base curta (1,9km). Mas, vale ressaltar que esse erro de 1,31m foi obtido com a ambigüidade *float*, porque o efeito do multicaminho impediu que as ambigüidades fossem solucionadas. Por outro lado, verificou-se que a metodologia proposta utilizando *wavelets* mostrou-se eficiente na redução do efeito do multicaminho. Os erros nas coordenadas foram reduzidos em até 1,29m, passando de 1,31m para 0,02m. Dessa forma, têm-se indicativos da eficiência de redução do efeito do multicaminho em aplicações cinemáticas utilizando *wavelets*.

O próximo passo dessa pesquisa será realizar experimentos no modo cinemático efetivamente, e de forma que o efeito do multicaminho possa ser controlado. Além disso, serão realizados aprimoramentos e adaptações na

implementação do método para que as aplicações cinemáticas possam ser realmente contempladas.

### **AGRADECIMENTOS**

Este trabalho está sendo desenvolvido com apoio da FAPESP (Processo 03/12770-3) mediante atribuição de bolsa de doutorado à primeira autora.

### **REFERÊNCIAS**

- DAUBECHIES, I. *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, Philadelphia, PA, 1992. 357p.
- DONOHO, D.L.; JOHNSTONE, I.M. Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage. *Biometrika*, V.81, p.425-455, 1994.
- DONOHO, D.L. et al. Wavelet Shrinkage: Asymptopia? *Journal Royal Statistical Society*, V.57, p.301-69, 1995.
- GAYLOR, D.E.; LIGHTSEY, E.G. Effects of Multipath and Signal Blockage on GPS Navigation in the Vicinity of the International Space Station. In: ION, 2003, Portland, ORE. *Proceedings...* Portland: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2003.
- KELLER, W. *Wavelets in Geodesy and Geodynamics*, Walter de Gruyter, 2004, 279p.
- KIM, D.; LANGLEY, R. B. Mitigation of GPS Carrier Phase Multipath Effects in Real-Time Kinematic Applications. In: ION, Salt Lake City, UT. *Proceedings...* Kansas City: The Institute of Navigation, 2001. p. 2144-52.
- KUBO, N.; YASUDA, A. How Multipath Error Influences on Ambiguity Resolution. In: ION, Portland, ORE. *Proceedings...* Portland: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2003.
- LENTMAIER, M.; KRACH, B. Maximum Likelihood Multipath Estimation in Comparison with Conventional Delay Lock Loops. In: ION, Portland, ORE. *Proceedings...* Portland: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2006.
- MALLAT, S. *A wavelet tour of signal processing*. USA: Academic Press, 1998. 577p.
- MORETTIN, P.A. *Ondas e Ondaletas: Da análise de Fourier à Análise de Ondaletas*. São Paulo: EDUSP, 1999. 272p.
- SATIRAPOD, C.; KHOONPHOOL, R.; RIZOS, C. Multipath Mitigation of Permanent GPS Stations using Wavelets. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GPS/GNSS*, Tokio, Japan, 2003.
- SLEEWAEAGEN, J.M.; BOON, F. Mitigation short-delay multipath: a promising new technique. In: *INTERNATIONAL TECHNICAL MEETING*, 14, 2001, Salt Lake City, UT. *Proceedings...* Salt Lake City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 204-213.
- SOUZA, E.M. *Efeito de Multicaminho de alta frequência no GPS: Detecção e Atenuação utilizando wavelets*. 2004. Dissertação (Mestrado em Ciências

- Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.
- SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G. Efeito do Multicaminho nas Medidas de Fase e Pseudodistância GPS: Detecção e atenuação utilizando Wavelets. In: III Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas, 2003, Curitiba. *Anais...*, 2003.
- SOUZA, E.M.; MONICO, J.F.G. Wavelet Shrinkage: High frequency multipath reduction from GPS relative positioning. *GPS Solutions*, Estados Unidos, V.8, n.3, p. 152-159, september, 2004.
- SOUZA, E.M.; PAGAMISSE, A.; MENEGUETTE, M.; MONICO, J.F.G. Processamento de sinais com Wavelets: Redução do efeito do Multicaminho do sinal GPS. *TEMA - Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, V. 6, n. 1, 2005, p. 177-186.
- TAILLE, D. B.; MAENPA, J.; EULER, H.J.; CROSS P. Overcoming the Limitations of the Phase Multipath Mitigation Window. In: ION, 16, 2003, Portland, ORE. *Proceedings...* Portland: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2003.
- TEUNISSEN, P. J. G. GPS Carrier Phase Ambiguity fixing concepts. In: TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBERG, A. *GPS for Geodesy*. 2 ed. Berlin: Springer Verlage, 1998, p. 319-388.
- VETTERLI, M.; KOVAČEVIĆ, J. *Wavelets and Subband Coding*, New Jersey: Prentice-Hall, 1995. 488p.
- XIA, L. Approach for Multipath Reduction Using Wavelet Algorithm. In: ION, 14, Salt Lake City, UT. *Proceedings...* Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 2134-43.

(Recebido em outubro / 2008. Aceito em Março / 2009.)