

MODELAGEM DE DISTORÇÕES ENTRE SAD 69 E SIRGAS 2000 PELO MÉTODO DE SHEPARD E GRADES REGULARES¹

*Distortion modeling between SAD 69 and SIRGAS 2000
based on Shepard method and regular grids*

JOÃO PAULO MAGNA JÚNIOR
PAULO DE OLIVEIRA CAMARGO
MAURÍCIO GALO

Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas – FCT/UNESP
Rua Roberto Simonsen, 305, CEP: 19060-900, Presidente Prudente-SP
{magnajr, paulo, galo}@fct.unesp.br

RESUMO

O Brasil acompanha as tendências de alguns países na atualização e/ou revisão da rede geodésica de referência. Um avanço nesse sentido tem sido a adoção de referenciais geocêntricos como o SIRGAS2000, o novo referencial oficial do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB). A mudança de referencial implica na alteração das coordenadas de estações que materializam a rede geodésica, bem como da sua própria geometria. Para o aproveitamento de produtos analógicos e digitais já existentes nos antigos referenciais são necessárias metodologias para conversão de coordenadas que minimizem as distorções entre as diferentes realizações. Nesse contexto, este trabalho apresenta uma metodologia de modelagem de distorções entre realizações de sistemas geodésicos, baseada na geração de grades de distorção com utilização do método de *Shepard*. Para analisar a metodologia foram realizados testes com uma grade regular de espaçamento de $1^\circ \times 1^\circ$ na modelagem das distorções entre o sistema SAD 69 (realização de 1996) e SIRGAS (realização de 2000). Os resultados obtidos nas estações de teste foram promissores, com uma redução média de 50% no EMQ das coordenadas após a modelagem das distorções.

Palavras-chave: Sistemas de referência; Modelagem de distorções; Interpolador de *Shepard*.

¹ Uma versão prévia deste trabalho foi apresentada no II Simpósio Brasileiro de Geomática e V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas.

ABSTRACT

Brazil follows the tendency of some countries to update and/or review their fundamental geodetic network. The adoption of geocentric referentials like SIRGAS 2000, the new official reference system of the Geodetic Brazilian System has been an advance. Changes in referential implies in coordinates changes on the network stations as well as the network geometry. To make use of analogical and digital products which are already known in the old referentials are necessary approaches to the coordinate conversion, which minimize the distortions between the used reference frames. This paper presents a distortion modeling approach between reference frames, based on distortion grid generation by using the *Shepard's* method. To analyze the approach some experiments were performed with the generation of a $1^\circ \times 1^\circ$ distortion grid to model the distortions between SAD 69 (1996) and SIRGAS (2000) frames. The results in the test stations were promising, with an average reduction of 50% in the RMS coordinates after the distortions modeling.

Keywords: Reference systems; Distortion modeling; *Shepard's* interpolator.

1. INTRODUÇÃO

Na busca por explorar toda a potencialidade das modernas técnicas de posicionamento, diversos países passaram a atualizar e revisar suas redes geodésicas fundamentais. A principal vertente nesse sentido tem sido a adoção de referenciais geocêntricos, como aconteceu em diversos países, tais como: no Canadá em 1990 (JUNKINS; ERICKSON, 1996) e nos Estados Unidos em 1986 (SCHWARZ, 1989), onde foi adotado o NAD (*North American Datum*) 83; na Austrália com a adoção do GDA 1994 (*Geocentric Datum of Australia*) no ano de 2000 (COLLIER, 2000); na Nova Zelândia com a adoção do NZGD2000 (*New Zealand Geodetic Datum* 2000) em 1998 (GRANT et al., 1999) e na Coreia com a adoção do KGD2000 (*Korean Geodetic Datum* 2000) no ano de 1998 (YUN, 2001), dentre outros países. O Brasil acompanha esta tendência mundial através da adoção do SIRGAS (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas) em 2005, como referencial geodésico oficial do Sistema Geodésico Brasileiro (IBGE, 2005).

A mudança de referencial, entretanto, causa impactos de diversas naturezas, como o operacional, o legislativo e até o matemático. Em termos operacionais pode-se mencionar a necessidade de proporcionar aos usuários suporte em termos de programas e procedimentos para a conversão de seus produtos entre os referenciais antigos e o novo. Com relação aos aspectos matemáticos, a alteração da geometria (forma) da rede em decorrência da inclusão de novas observações e novo ajustamento pode ser caracterizada como distorção da rede. A definição de procedimentos e estudos visando à modelagem das distorções associada ao processo de transformação de coordenadas é necessária para garantir o relacionamento das coordenadas entre as realizações dos referenciais envolvidos no processo de conversão. No que se refere aos impactos em termos operacional e legislativo, Pinto

(2006) salienta o exemplo do mapeamento municipal, onde em alguns casos a mudança de referencial também é impactada em função da legislação que descreve os limites dos municípios, que datam de mais de 60 anos. Isso faz com que seu conteúdo seja subjetivo, não havendo indicação exata do sistema de referência utilizado. Tais fatores reforçam a necessidade de um relacionamento consistente das coordenadas entre os sistemas de referência oficiais e uma possível revisão da legislação para alguns municípios.

Considerando os aspectos destacados anteriormente, verifica-se que o problema da conversão entre referenciais é atual, exigindo estudos constantes e adequações caso a caso, para ser solucionado da maneira mais adequada. A modelagem das distorções tem importância fundamental nesse processo, garantindo o relacionamento entre os referenciais envolvidos. O Grupo de Trabalho 3 (GT3) do Projeto Mudança de Referencial Geodésico (PMRG), coordenado pelo IBGE, é o grupo responsável pelo desenvolvimento e análise de metodologias de modelagem de distorções na rede geodésica brasileira. Diferentes metodologias foram propostas por instituições de ensino e pesquisa do Brasil e Canadá com o intuito de colaborar nesse processo de modelagem. Os métodos investigados se baseavam em (OLIVEIRA et al., 2009):

- Colocação pelo Método dos Mínimos Quadrados: baseado em um modelo de regressão e ajustamento simultâneo, desenvolvido pela Universidade de New Brunswick no Canadá;
- Triangulação de Delaunay: método proposto pelo Instituto Militar de Engenharia, o qual associa conceitos de geometria computacional, transformação geométrica e interpolação numérica, usando soluções de mínimos quadrados e também determinística;
- Grades regulares pelo NTV2: método proposto pelo IBGE, onde se utiliza o aplicativo NTV2, que se baseia na geração de grades de distorção considerando uma média ponderada as distorções em pontos vizinhos (JUNKINS; ERICKSON, 1996);
- Grades regulares pelo método de Shepard: proposto pela Universidade Estadual Paulista; e
- Redes neurais: proposto pela Universidade Federal do Ceará, baseado na modelagem utilizando redes neurais artificiais.

Neste trabalho, são apresentados os resultados obtidos na modelagem de distorções entre o SAD 69 (realização de 1996) e o SIRGAS (realização de 2000) com a aplicação de grades de distorção geradas através do conjunto de estações da rede geodésica brasileira e da utilização do método de interpolação de *Shepard*, que considera não apenas a ponderação em função da distância, mas também a direção. O método proposto e avaliado nesse trabalho, foi uma das alternativas propostas ao GT3 para modelagem das distorções na rede geodésica brasileira e que auxiliaram na seleção e avaliação inicial do ProGrid como o programa oficial para conversão de coordenadas e modelagem das distorções no Brasil (IBGE, 2008).

2. A TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS E O PROBLEMA DAS DISTORÇÕES

A conversão entre referenciais consiste essencialmente em encontrar a posição de estações conhecidas em certo sistema de referência num outro sistema de interesse. Analisando o problema no espaço abstrato, uma função matemática seria suficiente para esta transformação. Entretanto, a solução do problema se torna mais complexa devido à existência de erros, de distorções e de outras influências nas realizações dos sistemas, causados, principalmente, pela utilização de diferentes equipamentos de coleta de dados, pela integração não consistente dos dados, por estratégias de processamento adotadas, dentre outros fatores (OLIVEIRA, 1998).

Constam na bibliografia diversos modelos aplicados à transformação de coordenadas geodésicas. Oliveira (1998) classifica tais modelos em cinco categorias: 1) equações cartesianas; 2) equações diferenciais; 3) regressões; 4) modelagem analítica; e 5) mapas de interpolação.

As duas primeiras categorias envolvem modelos clássicos ainda adotados, embora limitados quanto à modelagem de alguns efeitos como o das distorções. As demais abordagens apresentam melhor capacidade de modelagem das distorções sendo, desta forma, alternativas interessantes no estudo da conversão entre referenciais. Experiências internacionais comprovam a maior eficácia destes modelos como será abordado mais adiante.

Para o caso do SGB, os modelos desenvolvidos baseiam-se em sua maioria nas equações cartesianas ou diferenciais (categorias 1 e 2). Oliveira (1998) salienta que as soluções para o problema de transformação entre sistemas geodésicos para o caso nacional têm sido realizadas considerando um modelo matemático ajustado para todo o SGB, sem a modelagem das distorções absorvidas nos modelos empregados. Nos últimos anos, modelos vêm sendo adequados e/ou propostos, no âmbito do GT3 ou não, com o intuito de melhor assimilar os impactos decorrentes da mudança de referenciais geodésicos, tais como o efeito das distorções. Diferentes metodologias foram avaliadas até a definição do ProGrid como programa oficial de transformação de coordenadas. Todos os modelos propostos possibilitavam uma solução que permitia a modelagem das distorções

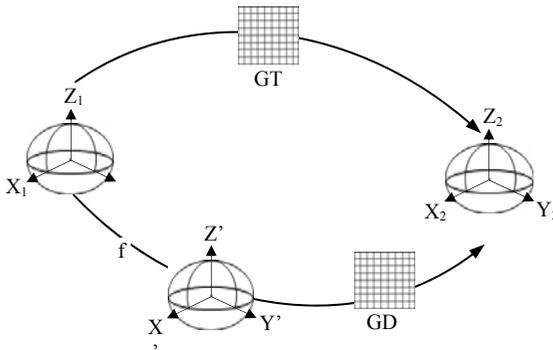
2.1 Grades de transformação e distorção

As grades (*grids*) regulares são amplamente aplicadas na conversão de coordenadas entre referenciais geodésicos. Trata-se de uma maneira padronizada de transformação, que possibilita a conversão das coordenadas sem a necessidade de aplicação direta de modelos complexos por parte dos usuários.

Duas alternativas são possíveis quando se utiliza uma grade regular. A primeira alternativa é modelar somente as distorções entre os sistemas. Neste caso, a grade é denominada de grade de distorção (GD) e é composta em seus nós por valores das componentes da distorção em latitude e longitude ($\delta\varphi$ e $\delta\lambda$). Neste caso a conversão das coordenadas se dá mediante a aplicação de parâmetros de

transformação e a posterior interpolação das correções na grade de distorção. A segunda alternativa é a geração de grades contendo transformação completa das diferenças (*shift*) entre as realizações. Neste caso, a grade é denominada de grade de transformação (GT) e os valores interpolados nesta grade proporcionam a transformação entre as realizações incorporada à modelagem das distorções. As alternativas possíveis da modelagem baseada em grades são ilustradas na Figura 1.

Figura 1 - Transformação baseada em grades.



Uma transformação rigorosa que relaciona diretamente as coordenadas entre duas realizações pode ser substituída por grades de transformação. A transformação f pode ser executada através de diferentes modelos, como os baseados em translações (3 parâmetros) ou modelos mais complexos com 7 ou 12 parâmetros, sobre as coordenadas na realização de origem, gerando coordenadas calculadas aproximadamente na realização de destino. Essas coordenadas são posteriormente corrigidas das distorções através de grades de distorção, onde a correção interpolada da grade pode adicionar ou subtrair as distorções, dependendo do sinal algébrico da distorção e sentido da transformação.

As informações contidas nos nós da grade (GT e GD) são geradas a partir das coordenadas das estações disponíveis em ambas as realizações. Mediante procedimentos computacionais apropriados, são usadas as estações mais próximas de cada nó ou mesmo todas as estações disponíveis, para o cálculo do atributo associado a cada nó da grade. Com a grade gerada, interpolações como a bilinear, por exemplo, são realizadas para se obter as distorções nos pontos de interesse.

3. O MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO DE SHEPARD

Existem diversas técnicas de interpolação citadas na literatura, dentre as quais estão: a interpolação bilinear, convolução cúbica, quártica, multiquádrica, Krigagem e utilizando o inverso da distância ponderada, dentre outras, como pode-se ver em El-Sheimy (1999). Em algumas abordagens tem-se um conjunto de

pontos regularmente espaçados, formando uma grade regular, e em outras um conjunto de pontos irregularmente espaçados, onde estruturas de dados do tipo TIN (*Triangular Irregular Network*) podem ser usadas.

Para a geração das grades de distorção entre SAD 69 e SIRGAS 2000 optou-se pela utilização do método de interpolação proposto por Shepard (1968), apropriado para a interpolação de dados irregularmente espaçados, objetivando a criação de grades de distorções regulares. As principais vantagens do método de *Shepard*, com relação a outros métodos comumente utilizados estão na seleção de pontos vizinhos através de um raio de busca variável e na ponderação dos valores a serem interpolados pela distância e pela posição relativa dos pontos vizinhos, usando a direção.

3.1 Seleção dos Pontos Vizinhos

Para selecionar os n pontos mais próximos do ponto de interpolação (P), dois critérios podem ser empregados:

1. Critério de distância arbitrário, como por exemplo, todos os n pontos contidos num raio r a partir de um ponto P ; e
2. Critério numérico arbitrário, como por exemplo, os n pontos mais próximos de P .

O primeiro critério, embora computacionalmente simples de implementar, pode acarretar problemas como a inexistência de pontos ou a existência de uma quantidade grande de pontos contido no raio r arbitrado. O segundo critério requer uma busca mais detalhada e a adoção de um procedimento de ordenação em função da distância entre os pontos, além do pressuposto de que um simples número de pontos de interpolação seja suficiente, não levando em consideração suas posições relativas e nem espaçamentos. Uma combinação dos dois critérios possibilita agregar as vantagens de ambos, sendo esta a estratégia usada no método de *Shepard*. Assim, a seleção dos vizinhos funciona da seguinte maneira (SHEPARD, 1968):

- Inicialmente, é selecionado um número mínimo (n_{min}) e um número máximo (n_{max}) de pontos que serão utilizados para a interpolação;
- Um raio de busca inicial (r) é selecionado, baseado na densidade dos pontos disponíveis;
- Um conjunto C' de pontos vizinhos de P e um raio de busca final (r') devem ser estabelecidos com base no conjunto ordenado de vizinhos de P contidos no raio de busca inicial r ;
- O novo raio de busca (r') é dado pela distância do vizinho mais próximo de P não contido no conjunto C_p^n e o conjunto final de vizinhos C'_p é definido pelos pontos contidos no raio r' .

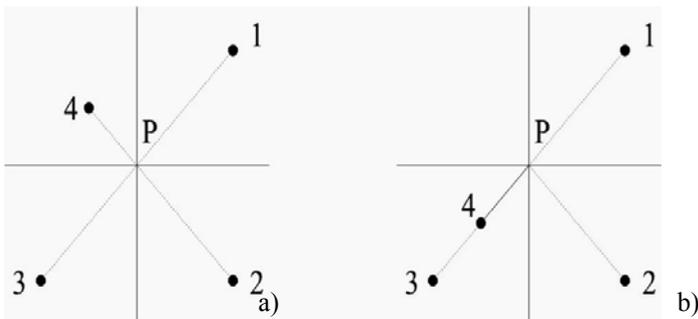
Um dos aspectos importantes da busca pelos vizinhos por este método é o raio de busca variável. No caso do raio de busca inicial (r) não englobar o mínimo

estabelecido de pontos para a interpolação, o raio de busca vai se ampliando para a dimensão da distância do ponto vizinho mais próximo externo ao conjunto de pontos já selecionado, até que se tenha contido no círculo de raio r' o número mínimo de pontos estabelecidos. Por outro lado, se o raio de busca inicial englobar mais pontos que o máximo estabelecido para a interpolação, o valor do raio é reduzido de forma que contenha o máximo estabelecido de pontos. Com essa flexibilidade do raio de busca, o método de *Shepard* consegue contornar os problemas dos critérios de busca convencionais.

3.2 Definição dos fatores de peso e função de interpolação

O método de *Shepard* utiliza dois critérios de peso para a interpolação: distância e direção. A ponderação pela distância leva em consideração a maior correlação entre pontos mais próximos ao ponto de interpolação. Os pesos são maiores nos pontos mais próximos e vão diminuindo na medida em que a distância ao ponto de interpolação aumenta. A ponderação pela direção tem a intenção de representar o sombreamento da influência de um vizinho de P por outro vizinho na mesma direção. Para verificar o efeito do sombreamento é mostrada a Figura 2. Na situação 1 (Figura 2a) o ponto P será interpolado utilizando 4 pontos vizinhos, localizados em direções opostas e separados por ângulos de 90° ao redor de P . Os pontos 1, 2 e 3 se encontram à mesma distância de P e o ponto 4 se localiza a metade da distância dos demais. Na situação 2 (Figura 2b) as distâncias são as mesmas que na situação 2a. Entretanto, o ponto 4 e o ponto 3 possuem a mesma direção e sentido, em relação a uma radial partindo de P e passante pelo ponto 3.

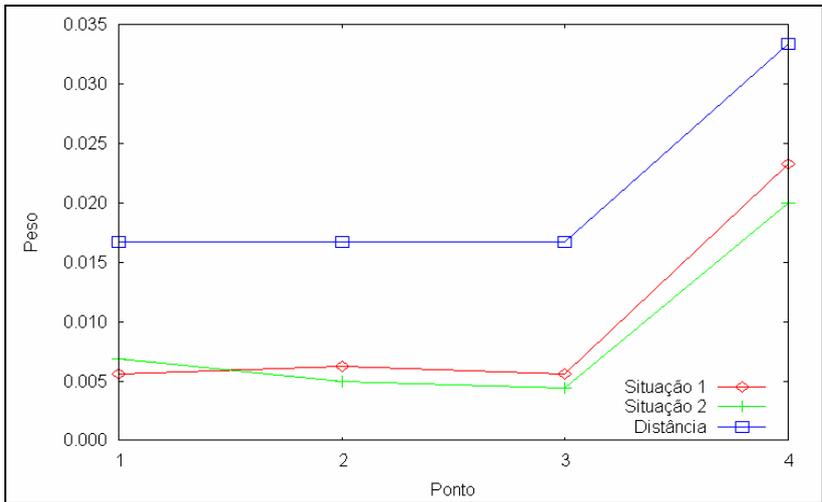
Figura 2 – Interpolação do ponto P em duas situações: 1 (a) e 2 (b).



Se for considerada apenas a ponderação em função da distância, os pesos nos pontos 1, 2 e 3 serão exatamente iguais em ambas as situações, enquanto o ponto 4 terá um peso maior por estar mais próximo de P , conforme mostrado do gráfico da Figura 3. Considerando a ponderação conjunta proposta por Shepard (1968), a qual

considera a distância e a posição relativa dos pontos vizinhos ao ponto de interpolação, os pesos em cada ponto passam a ser diferentes em cada situação. Na situação 1, a influência do ponto 4 faz com que os pontos 1 e 3 tenham um peso menor que o ponto 2, diametralmente oposto ao ponto 4. Na situação 2, a influência do ponto 4 faz com que o ponto 3, que está no mesmo alinhamento 3-4, tenha menor peso. Isso ocorre devido ao ponto 3 sofrer certo “sombreamento” provocado pelo ponto 4. O ponto 2 tem um peso menor que o ponto 1, uma vez que o ângulo entre os seguimentos 1P e 2P é menor do que entre 1P e 4P.

Figura 3 – Pesos em função da distância e da direção nas duas situações.



O critério de ponderação direcional contribui para reduzir tendências na interpolação, fazendo uma consideração mais realística sobre a distribuição dos pesos na interpolação, justamente por incorporar a direção. A formulação para o estabelecimento dos pesos em função da distância e direção é apresentada a seguir.

a) Definição do peso em função da distância

Com o conjunto de pontos vizinhos definidos, bem como as suas distâncias relativas ao ponto P, a seguinte função de ponderação $s_i = s(d_i)$ pode ser definida (SHEPARD, 1968):

$$s(d) = \begin{cases} \frac{1}{d} & \text{se } 0 < d \leq \frac{r'}{3} \\ \frac{27}{4r'} \left(\frac{d}{r'} - 1 \right)^2 & \text{se } \frac{r'}{3} < d \leq r' \\ 0 & \text{se } r' < d \end{cases} \quad (1)$$

Essa função de ponderação é definida como sendo continuamente diferenciável em todo $d > 0$ tal que $s(d) = 0$ para $d \geq r'$. Assim, C' é definido de forma que $d_i \leq r'$ para todo $D_i \in C'$. Os pontos externos a C' tem peso 0 e podem ser excluídos.

A função de interpolação para o ponto P fica definida como:

$$f(P) = \begin{cases} \frac{\sum_{D_i \in C'} (s_i)^2 z_i}{\sum_{D_i \in C'} (s_i)^2} & \text{se } d_i \neq 0 \text{ para todo } D_i \\ z_i & \text{se } d_i = 0 \text{ para algum } D_i \end{cases}, \quad (2)$$

onde z_i é o valor a ser interpolado que, para efeito dessa pesquisa, trata-se dos valores de distorção em latitude e longitude ($\delta\phi$, $\delta\lambda$).

b) Definição do peso em função da direção

O termo de ponderação direcional para cada ponto D_i próximo de P é definido como (SHEPARD, 1968):

$$t_i = \frac{\sum_{D_j \in C'} s_j [1 - \cos(D_i P D_j)]}{\sum_{D_j \in C'} s_j}. \quad (3)$$

O ângulo $D_i P D_j$ pode ser calculado através da diferença entre os azimutes de P a j ($Az_{(P,j)}$) e de P a i ($Az_{(P,i)}$). Para todo ângulo $D_i P D_j = \theta$, $-1 \leq \cos \theta \leq 1$, logo $0 \leq t_i < 2$. Se outro ponto D_j estiver aproximadamente na mesma direção de P que D_i , então o termo $(1 - \cos \theta)$ tende para 0 e, conseqüentemente, t_i tende também

a 0. Por outro lado, se o ponto D_j está na direção oposta a D_i , então $(1 - \cos \theta)$ e t_i tendem a 2.

c) Função peso combinada

O fator de ponderação pela distância s_j é incluído no numerador e denominador da equação da ponderação pela direção (Equação 3). Isso se deve aos pontos mais próximos de P serem mais importantes no sombreado do que os pontos mais distantes. Incluindo o fator direcional, uma nova função de ponderação pode ser definida:

$$w_i = (s_i)^2 \cdot (1 + t_i) \quad (4)$$

A função de interpolação final, incluindo a ponderação pela distância e direcional pode ser escrita por:

$$f(P) = \begin{cases} \frac{\sum_{D_i \in C''} w_i z_i}{\sum_{D_i \in C'} w_i} & \text{se } d_i \neq 0 \text{ para todo } D_i \\ z_i & \text{se } d_i = 0 \text{ para algum } D_i \end{cases} \quad (5)$$

4. MÉTODO PROPOSTO PARA MODELAGEM DAS DISTORÇÕES

O método proposto nesta pesquisa para a modelagem das distorções se fundamenta em 3 fases principais:

1. Cálculo das distorções entre as redes geodésicas através de estações com coordenadas conhecidas em ambas às realizações;
2. Geração de uma grade regular abrangendo todo o território nacional, contendo em seus nós os valores das distorções em latitude e longitude estimados pela interpolação de *Shepard*; e
3. Interpolação das distorções via grade de distorção em pontos de interesse, pela interpolação bilinear, através das coordenadas conhecidas na realização de origem, obtendo coordenadas modeladas na realização de destino.

4.1 Cálculo das distorções

As distorções podem ser definidas pelas diferenças entre as coordenadas conhecidas (determinadas no processo de ajustamento da rede) e as calculadas (através dos parâmetros de transformação oficiais) para um conjunto de estações.

A resolução do IBGE nº 01/2005 (IBGE, 2005), define os parâmetros para transformação de coordenadas entre os sistemas SAD 69 e o SIRGAS 2000, bem

como o achatamento (f) e semi-eixo maior (a) dos elipsóides, conforme apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros de transformação entre SAD 69 e SIRGAS 2000.

SAD 69 para SIRGAS 2000						
$a_1(m)$	f_1^{-1}	$a_2(m)$	f_2^{-1}	$\Delta X (m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta Z(m)$
6.378.160	298,25	6.378.137	298,257222101	-67,35	3,88	-38,22

onde:

a_1, f_1 - parâmetros geométricos do elipsóide do sistema de origem;

a_2, f_2 - parâmetros geométricos do elipsóide do sistema de destino; e

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ - parâmetros de transformação entre os sistemas (translações).

A transformação inversa, ou seja, de SIRGAS 2000 para SAD 69 é realizada considerando os mesmos parâmetros da Tabela 1, porém invertendo os sinais das translações.

As distorções para cada componente (latitude - φ e longitude - λ) são dadas por:

$$\delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_2' \quad (6)$$

$$\delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_2' \quad (7)$$

onde:

φ_2, λ_2 - latitude e longitude geodésicas conhecidas na realização de destino;

φ_2', λ_2' - latitude e longitude transformadas para a realização de destino; e

$\delta\varphi, \delta\lambda$ - distorções, respectivamente, em latitude e longitude.

4.2 Geração da grade de distorções

A geração da grade de distorção consiste em encontrar os valores de distorção nos nós da grade, através das distorções conhecidas nas estações de controle, ou seja, nas estações onde se conhece as coordenadas nas realizações de origem e de destino. Essa é a etapa mais complexa do processo de modelagem devido à dificuldade na busca e interpolação dos valores de distorção dos pontos vizinhos nos nós da grade. Para esta etapa foi utilizado o método de *Shepard*, descrito na Seção 3.

Além de proceder com a interpolação, é importante saber a qualidade da interpolação. O cálculo de um indicador de precisão nos nós da grade é realizado pela Equação 8, que foi baseada em Junkins e Erickson (1996):

$$P = \sqrt{\frac{\sum w_i^2}{(\sum w_i)^2} \cdot \frac{\sum (\delta_i - \bar{\delta})^2}{n-1}} \quad (8)$$

onde:

P - indicador de precisão associado à modelagem para cada nó da grade;

$\bar{\delta}$ - distorção calculada para o nó da grade em latitude e longitude;

δ_i - distorção de um ponto vizinho i para latitude e longitude;

w_i - peso atribuído ao ponto i ; e

n - número de pontos utilizados para a interpolação.

4.3 Interpolação das distorções em pontos de interesse via grade de distorção

Nesta fase as coordenadas de estações fornecidas na rede de origem são convertidas para a rede de destino mediante aplicação de parâmetros de transformação e incorporação da modelagem das distorções por meio da grade de distorção. Para cada ponto fornecido é identificada na grade a célula correspondente formada por quatro nós na qual este ponto está contido. A partir dessa célula é aplicada a interpolação bilinear para encontrar as distorções, bem como estimado o indicador de precisão da modelagem em cada ponto de interesse.

4.4 Aplicativos Desenvolvidos

Para aplicação do método de modelagem proposto foram implementados dois aplicativos utilizando a linguagem C/C++ no ambiente Builder. O primeiro deles denominado MDGRADE (**M**odelagem de **D**istorções Baseado em **G**rade), foi desenvolvido para o cálculo e geração de grades de distorções. O segundo aplicativo, denominado INTERPOLA, tem por objetivo a interpolação das distorções nos pontos de interesse via grade de distorções, usando a interpolação bilinear.

5. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

5.1 Considerações e pré-análise dos dados

O conjunto de dados utilizados na geração e análise da grade de distorções foi cedido pelo IBGE, sendo composto por arquivos contendo as coordenadas de 7.297 estações da rede geodésica brasileira em SAD 69 (realização de 1996) e SIRGAS (realização de 2000). Para depuração dos dados foi realizada uma pré-análise através do cálculo das distorções nas estações de controle. A partir destas distorções verificou-se que 30 estações apresentavam valores muito superiores à distorção média, sendo estas estações eliminadas do processo de modelagem. Após a eliminação das 30 estações do conjunto original, foram selecionadas 98 estações

($\approx 1,3\%$) como estações de teste para análise da metodologia desenvolvida, sendo que estas estações não participaram da geração da grade regular.

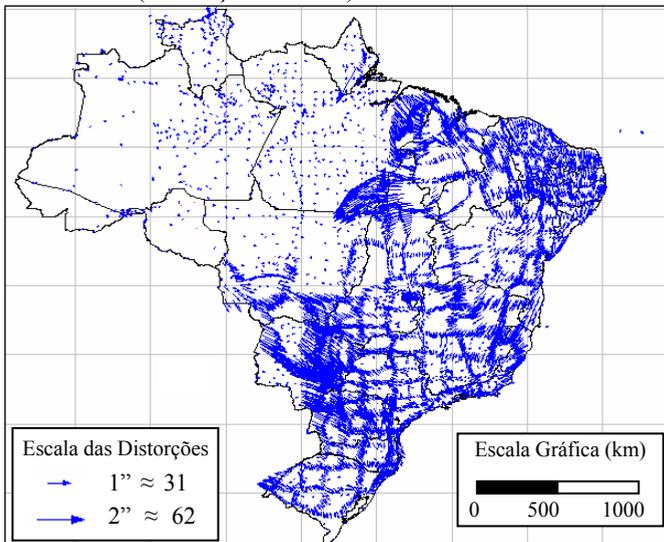
Para a escolha destas estações procurou-se uma distribuição homogênea para as cinco regiões do território brasileiro (Figura 4).

Figura 4 – Distribuição das estações de teste.



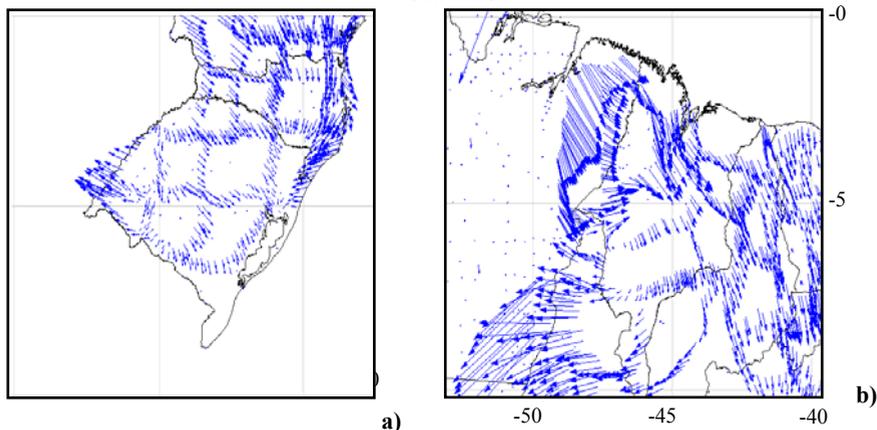
As distorções resultantes nas estações remanescentes são representadas por vetores na Figura 5.

Figura 5 – Representação vetorial das distorções entre SAD 69 (realização de 1996) e SIRGAS 2000.



Conforme se observa pela Figura 5, o comportamento das distorções não segue uma sistematicidade em todo o território brasileiro. Existem regiões com comportamento homogêneo, como em parte dos estados do Rio Grande do Sul (Figura 6a), do Paraná e de São Paulo. Em contraposição, existem regiões onde o comportamento das distorções é bastante heterogêneo, como no Estado do Tocantins (Figura 6b), em parte do Pará e no Mato Grosso do Sul.

Figura 6 - Comportamento das distorções a) no Rio Grande do Sul e b) no Tocantins.



O comportamento heterogêneo das distorções dificulta a modelagem, sendo importante identificar as regiões que sofreram tais efeitos para auxiliar em diagnósticos posteriores no processo de modelagem.

5.2 Geração e análise da grade de distorção

Para realizar a modelagem entre SAD 69 (realização de 1996) e SIRGAS 2000 foi gerada uma grade regular de distorção de espaçamento $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ compreendendo os limites territoriais brasileiros. Em Magna Júnior (2007) são realizados outros experimentos com grades de $5^{\circ} \times 5^{\circ}$ e uma vez que os resultados para a grade de $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ apresentaram-se melhores, são apresentados e discutidos no presente trabalho apenas as análises pertinentes à utilização dessa grade.

Com relação aos valores iniciais necessários para a interpolação usando o método de *Shepard*, foi estipulado um número mínimo de 4 e um máximo de 10 estações para a interpolação nos nós da grade. Experimentos foram realizados utilizando outras configurações de número mínimo e máximo. Entretanto, constatou-se que o aumento desses valores não proporciona melhores resultados na modelagem (MAGNA JÚNIOR, 2007). Além desses valores, foi determinado o raio de busca inicial de aproximadamente 60 km em função da extensão territorial

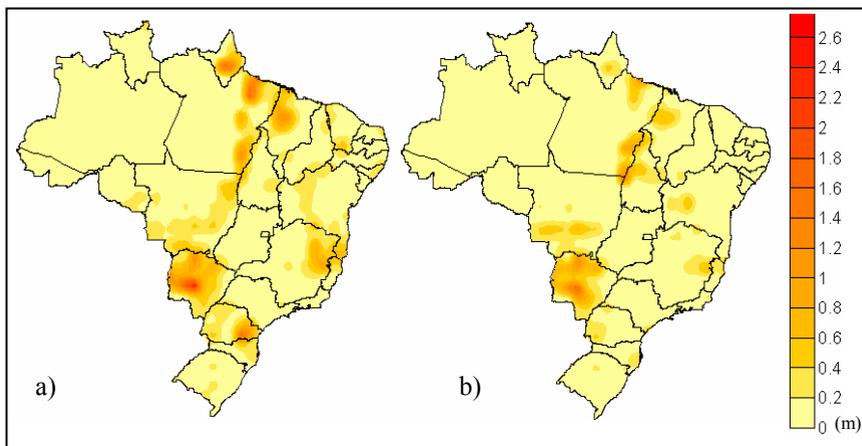
brasileira (8.514.876,599 km²) e do número de estações utilizadas (7.169). A Tabela 2 apresenta algumas estatísticas sobre a grade de distorções gerada.

Tabela 2 – Estatísticas da grade de distorção de 1°×1°.

		Latitude	Longitude
Distorção (m)	Mínima	-2,721	-2,696
	Máxima	2,258	2,622
	Média	-0,247	0,028
Indicador de precisão (m)	Mínima	0,000	0,000
	Máxima	2,409	1,678
	Média	0,158	0,099
N° de nós		2.024	

Com relação à qualidade das distorções na grade gerada, a Figura 7 apresenta a precisão associada às componentes latitude e longitude, para todo o país.

Figura 7 – Indicador de precisão associado à grade de distorções em a) latitude e b) longitude.



O indicador de precisão associado às distorções nos nós da grade está diretamente relacionado com o comportamento das distorções nas estações de controle utilizadas na interpolação. Assim, nas regiões onde o comportamento das distorções é não homogêneo, o valor de P é alto, como ocorre de modo mais

evidente, por exemplo, no Estado do Mato Grosso do Sul. Os valores do indicador de precisão são importantes para identificar a qualidade da modelagem de acordo com a região territorial.

5.3 Análise da modelagem nas estações de teste

Uma maneira de verificar o desempenho da modelagem é analisar as diferenças remanescentes entre as coordenadas conhecidas e as modeladas nas estações de teste. Os gráficos das Figuras 8 e 9 apresentam as diferenças de coordenadas em latitude e longitude, antes e após a aplicação da grade de distorção. Para uma análise regional do comportamento do modelo, as estações de teste foram agrupadas de acordo com as regiões brasileiras. As setas nestas figuras apontam estações que tiveram inversão no sentido das distorções, devido ao comportamento não homogêneo das distorções nas estações vizinhas.

Figura 8 – Diferenças das coordenadas em latitude antes e após a modelagem das distorções.

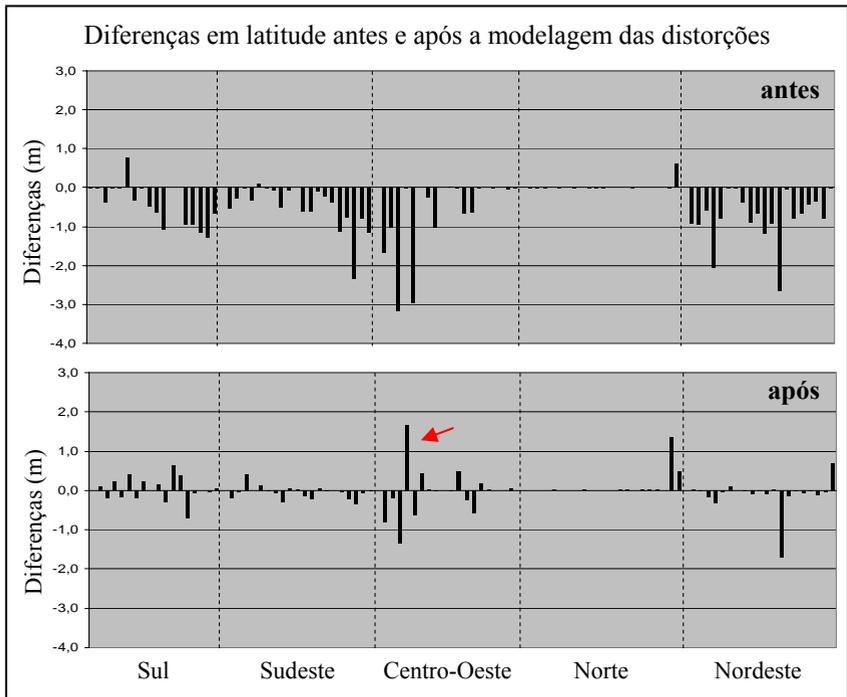
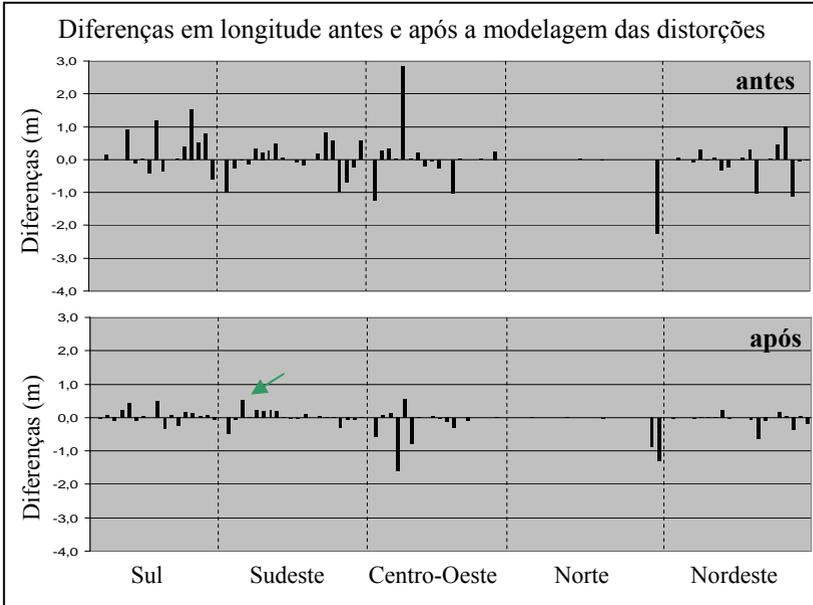


Figura 9 – Diferenças das coordenadas em longitude antes e após a modelagem das distorções.



A Tabela 3 apresenta para cada região o percentual de estações que tiveram redução das diferenças de coordenadas após a modelagem com a grade gerada. A segunda e a quarta coluna da Tabela 3 apresentam as estações onde houve redução das diferenças de coordenadas com relação ao conjunto de estações testadas em cada região, e a terceira e quinta coluna mostram esses valores em percentuais.

Tabela 3 – Percentual das estações por região do país com reduções das diferenças de coordenadas.

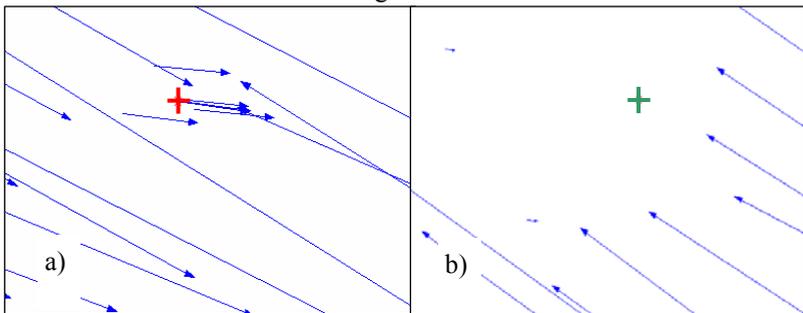
Região	Latitude		Longitude	
	Estações	Percentual	Estações	Percentual
Sul	12/18	67%	12/18	67%
Sudeste	15/20	75%	17/20	85%
Centro Oeste	13/19	68%	11/19	58%
Norte	10/21	48%	12/21	57%
Nordeste	18/20	90%	17/20	85%
Total	68/98	69%	69/98	70%

Analisando as Figuras 8 e 9 e a Tabela 3, verificam-se melhoras significativas na estimação das coordenadas SIRGAS após a modelagem com a grade de distorção. Com exceção da componente latitude para a Região Norte, nas demais regiões brasileiras a maior parte das estações de teste apresentou redução nas diferenças das coordenadas. As estações na região Norte são na grande maioria provenientes de técnicas de posicionamento por satélites, portanto, de melhor qualidade que as demais estações obtidas através de técnicas clássicas. Deste modo, estas estações não devem ser utilizadas na modelagem das distorções, para que não sejam aplicadas sobre elas as distorções da rede clássica. A mesma consideração sobre a utilização dos pontos provenientes de posicionamento por satélites é realizada no ProGrid e este experimento colaborou com esta decisão, no âmbito do GT3.

As Regiões Nordeste e Sudeste foram as que tiveram maior número de estações com redução das diferenças de coordenadas, pois são justamente as regiões que possuem uma alta densidade de estações aliada ao comportamento mais homogêneo das distorções.

Nas regiões Centro-Oeste e Sul algumas estações não melhoraram e em alguns casos até aumentaram as diferenças de coordenadas. Esse comportamento é esperado, pois são regiões que possuem estações de teste em áreas com comportamento heterogêneo das distorções, como no Estado do Mato Grosso do Sul e parte do Paraná. As Figuras 10a e 10b mostram as estações apontadas nas Figuras 8 e 9, respectivamente, que tiveram inversão no sentido das distorções, devido ao comportamento heterogêneo das distorções na vizinhança.

Figura 10 – Estações com inversão no sentido das distorções a) em latitude e b) em longitude.

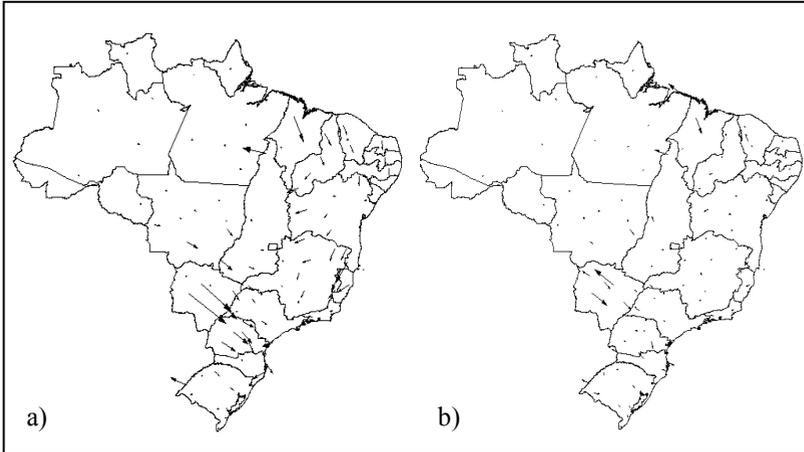


Como parâmetro de avaliação da modelagem, foi calculado o Erro Médio Quadrático (EMQ) das discrepâncias entre as coordenadas conhecidas e as obtidas após a modelagem nas estações de teste e comparado com o EMQ calculado em função das coordenadas não modeladas (apenas transformadas com os parâmetros

oficiais). Os valores do EMQ antes da modelagem das distorções eram de 0,809 m (latitude) e de 0,539 m (longitude) e após a modelagem passaram a ser de 0,383m e de 0,297m respectivamente, evidenciando a melhora na estimação das coordenadas após a modelagem em cerca de 50%.

Os vetores das diferenças resultantes das coordenadas nas estações de teste antes e após a modelagem das distorções são mostrados na Figura 11.

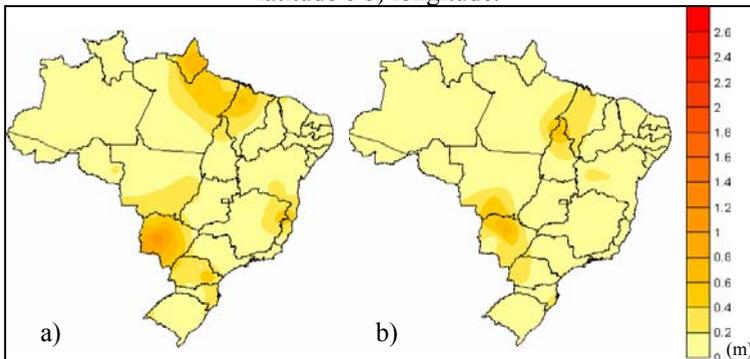
Figura 11 – Distorções nas estações de teste antes a) e após b) a modelagem.



Pode-se verificar através da Figuras 11 a redução dos vetores de distorção após a modelagem, indicando um melhor relacionamento das coordenadas entre as materializações.

A Figura 12 apresenta os valores do indicador de precisão para cada uma das componentes, após a modelagem.

Figura 12 – Indicador de precisão nos pontos de teste após a modelagem em a) latitude e b) longitude.



As regiões onde há pior precisão são justamente aquelas que contêm estações que não tiveram redução das distorções, conforme se verifica pela Figura 12.

6. CONSIDERAÇÕES E CONCLUSÕES

A questão da conversão entre referenciais é complexa, atual e demanda pesquisas, sobretudo na modelagem das distorções, para que se possa relacionar da melhor maneira possível as coordenadas associadas aos referenciais antigos para o novo referencial e vice-versa.

Neste trabalho foram realizados experimentos de modelagem das distorções entre o SAD 69 (realização de 1996) e SIRGAS 2000. Os valores médios de distorção na grade gerada foram de -0,247m em latitude e 0,028m em longitude, com um indicador médio de precisão de 0,158m e 0,099m, respectivamente, em latitude e longitude.

Através dos experimentos nas estações de teste, verificou-se uma melhora na estimação das coordenadas SIRGAS através da metodologia proposta em cerca de 70% das estações. Quanto ao EMQ houve uma redução em cerca de 50% para as coordenadas das estações de teste após a modelagem. A metodologia baseada em grades mostrou-se uma alternativa interessante para o SGB na conversão de coordenadas entre realizações de sistemas de referência. Embora os resultados deste trabalho se restrinjam à modelagem das distorções envolvendo os referenciais SAD 69 (realização de 1996) e SIRGAS (realização 2000), o mesmo procedimento pode ser usado para a modelagem de outros referenciais. Embora os usuários do SGB possuam, desde dezembro de 2008, o aplicativo ProGriD para a conversão das coordenadas, o método apresentado nesta pesquisa, bem como outros métodos propostos e avaliados pelo GT3 tiveram papel fundamental na definição do modelo oficial de modelagem de distorções, bem como dos aspectos relativos à implementação e disponibilização da solução. Apesar da disponibilização oficial do ProGriD, alguns aspectos relativos à modelagem das distorções entre redes geodésicas merecem investigação, como a incorporação de dados altimétricos. Outro aspecto a ser investigado é o comportamento irregular das distorções em determinadas regiões da rede geodésica brasileira, efeito este que pode comprometer os resultados da modelagem nestas regiões.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e ao GT3 pelos dados fornecidos e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa concedida durante o desenvolvimento da dissertação de mestrado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COLLIER, P. *Development of Australia's National GDA94 Transformation GRIDS: consultant's report to the Intergovernmental Committee on Surveying*

- and Mapping. Department of Geomatics, The University of Melbourne, Melbourne – Austrália, 2002.
- EL-SHEIMY, N. *Digital Terrain Modelling*. Lecture Notes, Geomatics Engineering Department, University of Calgary, Canadá, 1999.
- GRANT, D. B.; BLICK, G. H.; PEARSE, M. B.; BEAVAN, R. J.; MORGAN, P. J. The development and implementation of the New Zealand Geodetic Datum 2000. In: IUGG99 GENERAL ASSEMBLY, 1999, Inglaterra. Disponível em: <<http://www.linz.govt.nz/docs/miscellaneous/nzgeodeticdatum-devandimplement.pdf>>. Acesso em: 20 mai. 2009.
- IBGE. Resolução PR nº 1 de 25 de fevereiro de 2005. Altera a caracterização do sistema geodésico brasileiro, Rio de Janeiro. Disponível em: <www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/pmrg/legislacao/RPR_01_25fev2005.pdf>. Acesso em: 12 mar. 2006.
- IBGE. *ProGrid – guia do usuário*. Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pmrg/ProGrid_guia_do_usuario.pdf>. Acesso em: 05 dez. 2008.
- JUNKINS, D.; ERICKSON, C. *Version 2 of the National Transformation Between NAD27 and NAD83 and its Importance for GPS Positioning in Canada*. Draft Report, Geodetic Survey Division, Geomatics Canada, 1996.
- MAGNA JÚNIOR, J. P. *Modelagem de distorções entre realizações de referenciais geodésicos*. 2007. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.
- OLIVEIRA, L. C. *Realizações do Sistema Geodésico Brasileiro associadas ao SAD 69 – uma proposta metodológica de transformação*. 1998. 197 p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.
- OLIVEIRA, L.; SANTOS, M. C.; NIEVINSKI, F. G.; LEANDRO, R. F.; COSTA, S. M. A.; SANTOS, M. F.; MAGNA JÚNIOR, J. P.; GALO, M.; CAMARGO, P. O.; MONICO, J. F. G.; SILVA, C. U.; MAIA, T. B. Searching for the Optimal Relationships Between SIRGAS2000, South American Datum of 1969 and Córrego Alegre in Brazil. In: SIDERIS, M. G. *Observing our Changing Earth*. Itália: Springer Berlin Heidelberg, 2009. v. 133, 71-79.
- PINTO, F. S. *Impactos da mudança de referencial geodésico no mapeamento municipal*. 2006. 174 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Cartográfica) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro.
- SCHWARZ, C. R. *North American Datum of 1983*. National Oceanic and Atmospheric Administration Professional Paper, Rockville, EUA, 1989.
- SHEPARD, D. *A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data*. In: ACM National Conference, 23, 1968, Nova York, EUA. Proceedings... Association for Computing Machinery, 1968, p. 517-524.

YUN, H. On the new national geodetic datum 2000 in Korean. In: FIG WORKING WEEK, 2001, Coréia. Disponível em: <<http://www.fig.net/pub/proceedings/korea/full-papers/session8/yun.htm>>. Acesso em: 20 mai. 2009.

Recebido em novembro / 2008. Aceito em maio / 2009).