



Desenvolvimento de um programa de ajuste da curva de magnetização de ferrofluidos polidispersos

Development of a program to fit the magnetization curve of polydisperse ferrofluids

TIAGO DE SOUSA ARAÚJO CASSIANO*¹, SAMUEL GUEDES DOS SANTOS^{†1},
VANESSA PILATI¹, FÁBIO LUÍS DE OLIVEIRA PAULA¹,
LEONARDO LUIZ E CASTRO¹

¹Instituto de Física – Universidade de Brasília – UnB

Resumo

Um ferrofluido é uma dispersão coloidal de nanopartículas magnéticas. Sua curva de magnetização reflete uma competição entre a agitação térmica e a tendência de alinhamento com um campo magnético aplicado. A interação entre as partículas magnéticas torna-se menor à medida que o sistema é diluído. Portanto, a curva de magnetização de um ferrofluido com baixa concentração de partículas pode ser aproximada pela curva de Langevin, que descreve partículas isoladas que apenas interagem com um campo magnético aplicado. A curva de Langevin aplica-se a um sistema de partículas magnéticas de diâmetros iguais, ou seja, um ferrofluido monodisperso. Num ferrofluido real, porém, os diâmetros das partículas são diferentes, sendo melhor descritos por uma distribuição log-normal. Nesse sistema polidisperso, a curva de Langevin deve ser corrigida através de uma integral ponderada pela frequência relativa dos diâmetros na distribuição. Neste trabalho, apresentamos um programa desenvolvido em Java para ajuste da magnetização pela curva de Langevin generalizada, calculada por meio de integração numérica. O programa tem uma interface gráfica que permite fácil utilização por pesquisadores experimentais.

Palavras-chave: ferrofluido, magnetização, curva de Langevin, ajuste de curva, polidispersão.

*T. S. A. Cassiano participou deste trabalho na condição de bolsista da FAP-DF e estudante de iniciação científica do ProIC/DPG/UnB.

[†]S. G. dos Santos participou deste trabalho na condição de estudante de iniciação científica do ProIC/DPG/UnB.

Abstract

A ferrofluid is a colloidal dispersion of magnetic nanoparticles. Its magnetization curve reflects a competition between the thermal agitation and the tendency of alignment with an applied magnetic field. The interaction between the magnetic particles becomes smaller as the system is diluted. Therefore, the magnetization curve of a ferrofluid with low particle concentration can be approximated by the Langevin curve, which describes isolated particles that only interact with an applied magnetic field. The Langevin curve applies to a system of magnetic particles with equal diameters, that is, a monodisperse ferrofluid. In a real ferrofluid, however, the particle diameters are different, and are best described by a log-normal distribution. In this polydisperse system, the Langevin curve must be corrected by an integral weighted by the relative frequency of the diameters in the distribution. In this work, we present a computer program developed in Java to adjust the magnetization by the generalized Langevin curve, calculated by means of numerical integration. The program has a graphical interface that allows easy use by experimental researchers.

Keywords: *ferrofluid, magnetization, Langevin curve, curve fitting, polydispersity.*

I. INTRODUÇÃO

I. Ferrofluido

Ferrofluido (ou fluido magnético) é um tipo de coloide que reage a campos magnéticos externos (ROSENSWEIG, 1997). Este coloide consiste em uma dispersão de nanopartículas magnéticas com um meio contínuo. O estudo deste tipo de material é interessante pois permite investigarmos as suas propriedades magnéticas juntamente com as suas propriedades de fluidos, deste modo, o ferrofluido é um material único. Esta combinação, vem sendo investigada em diversas áreas. Tecnologias desenvolvidas utilizando ferrofluidos podem ser vistas nas mais diversas áreas, esta tendência, observada em toda parte do mundo, justificando a importância de estudos sobre este material.

A primeira patente relacionada ao chamado ferrofluido ultra-estável (aquele que se mantém estável durante um tempo considerável) foi desenvolvida por Papell (S.S, 1965) na NASA. A motivação desta patente estava no desenvolvimento de algum controle de combustível em microgravidade. Tópico altamente relevante no desenvolvimento de foguetes espaciais. Atualmente, aplicações em estágio final de desenvolvimento podem ser encontradas na biomedicina e mecânica. Entre algumas destas aplicações destacam-se a vetorização de fármacos (MAVER, 2009), na hipertermia (SATO, 2009), e selamento de motores (MAHONEY; HELGELAND, 2017).

Até o momento, ferrofluidos só podem ser produzidos artificialmente. A produção é feita juntando dois materiais distintos. Nanopartículas oriundas de algum material magnético são imersas em um solvente contínuo, material este que geralmente consistem em óxidos de ferro.

Uma das propriedades características do ferrofluido refere-se a sua propriedade magnética. A imersão de nanopartículas magnéticas em meios contínuos confere ao ferrofluido a propriedade de superparamagnetismo (GRIFFITHS, 1999). Objetos com este atributo, não possuem a chamada magnetização remanescente. Desta forma, a magnetização deste material não sofre um efeito de memória. De fato, poucos materiais apresentam o superparamagnetismo.

Talvez a medida mais canônica para materiais magnéticos, seja sua relativa curva de magnetização. Esta medida busca investigar a resposta de um material a presença de um campo magnético externo. Por conta do superparamagnetismo, ferrofluidos apresentam uma curva de magnetização bem característica. Esta curva, conhecida como **curva de Langevin**, é capaz de revelar muitas propriedades de uma amostra, sendo utilizada rotineiramente na caracterização magnética de deste tipo de amostras.

A literatura apresenta uma solução analítica da curva de magnetização apenas para um caso muito simplificado. As chamadas amostras monodispersas, ou seja, aquelas em que todas as nanopartículas apresentam o mesmo diâmetro, são o único caso com uma curva de Langevin analítica. Apesar de seu valor teórico, amostras monodispersas não tem relevância prática, uma vez que as amostras reais apresentam uma distribuição de diâmetros. Inicialmente esta realidade destoante poderia impossibilitar o uso do formalismo monodisperso. Entretanto, através de algumas adaptações torna-se possível a utilização do formalismo de Langevin para investigação de amostras reais, polidispersas.

Através do método de Monte Carlo, desenvolvemos um aplicativo em *java* capaz de automatizar o ajuste da curva de Langevin em amostras reais. O ajuste é realizado com a menor intervenção externa possível. Além disso, o *software* final apresenta deve seguir os princípios da usabilidade, podendo ser operado sem um conhecimento antecipado de programação. O *software* final foi apelidado de "Lajavan".

Neste trabalho, desenvolvemos uma ferramenta que pretende eliminar a participação subjetiva do cientista. A ferramenta, um software baseado no método de Monte Carlo, é capaz de ajustar a curva de Langevin para casos polidispersos de forma automatizada, por meio de critérios estatísticos, com o mínimo de interferência externa.

II. Dedução da curva de Langevin

Considere um sistema com N nanopartículas não interagentes. Se o sistema estiver em equilíbrio térmico, sem a presença de um campo magnético externo, espera-se que a distribuição destas N nanopartículas seja uniforme. Considerando cada nanopartícula como um pequeno "bastão"(devido a orientação), a distribuição angular ($n_{eq}(\theta)$) destas nanopartículas dentro de uma esfera de raio R na região entre θ e $\theta + d\theta$ é (ROSENSWEIG, 1997)

$$n_{eq}(\theta)d\theta = N \frac{2\pi \sin\theta R}{4\pi R^2} d\theta. \quad (1)$$

Em nome da simplicidade, façamos $R = 1$. Desta forma, a equação 1 é simplificada para

$$n_{eq}(\theta)d\theta = (N/2)\sin\theta d\theta. \quad (2)$$

Na presença de um campo magnético externo, a distribuição é modificada e cada nanopartícula passa a interagir com o campo. Esta interação altera o perfil da distribuição. Se o sistema estiver isolado, ao atingir o equilíbrio, a estatística de Maxwell – Boltzmann passa a ser válida (MANDL, 1980) e o sistema passa a ser canônico. Desta forma, a probabilidade associada ao sistema, com energia E , temperatura absoluta T deve ser proporcional ao fator de Boltzmann:

$$e^{-E/kT}. \quad (3)$$

A nova distribuição angular, $n(\theta)$, será proporcional ao produto das distribuição em equilíbrio, com o fator de Boltzmann

$$n(\theta)d\theta \propto e^{-E/kT} N/2 \sin \theta d\theta. \quad (4)$$

A constante de proporcionalidade é definida ao integrar a distribuição sob toda sua região:

$$\int_0^\pi n(\theta)d\theta = N \quad (5)$$

Nanopartículas magnéticas em um ferrofluido podem interagir entre si por diversos efeitos distintos (ISRAELACHVILI, 1992). Quando a densidade destas nanopartículas é pequena, pode-se negligenciar estas interações (ROSENSWEIG, 1997). Nestes casos, apenas a interação das nanopartículas com o campo se torna relevante. Nanopartículas magnéticas são modeladas como dipolos perfeitos, com \vec{m} bem definido. Desta forma, a presença de um campo de indução \vec{B} provoca um torque $\vec{\tau}$ nas nanopartículas (GRIFFITHS, 1999)

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}. \quad (6)$$

Seja \vec{M} a magnetização das nanopartículas, \vec{H} o campo magnético e μ_0 a permissibilidade magnética no vácuo, podemos reescrever o campo de indução como (ROSENSWEIG, 1997)

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}). \quad (7)$$

A magnetização é proporcional ao momento de dipolo magnético. Desta forma, ao combinar as equação 6 e 7, o produto vetorial com \vec{M} e \vec{m} será nulo. O torque resultante é então:

$$\vec{\tau} = \mu_0(\vec{m} \times \vec{H}). \quad (8)$$

O trabalho associado a orientação uma nanopartícula defasada em θ' em seu ângulo azimutal, em relação ao campo magnético é

$$\int_0^{\theta'} \tau d\theta = \int_0^{\theta'} \mu_0(mH \sin \theta) d\theta. \quad (9)$$

Se consideramos um campo uniforme, o trabalho (W) é simplesmente:

$$W = mH(1 - \cos \theta'). \quad (10)$$

Substituindo a energia da equação 4 pelo trabalho da equação 10, a distribuição angular das nanopartículas em uma amostra de ferrofluido monodisperso não interagente é:

$$n(\theta)d\theta \propto e^{-mH(1-\cos\theta)/kT} N/2 \sin \theta d\theta. \quad (11)$$

Sobre o banho térmico, em cada nanopartícula o vetor de momento de dipolo varia constantemente de direção. O torque descrito na equação 6 tenta constantemente orientar as nanopartículas. Em contrapartida, a energia térmica associada a temperatura do sistema, devido a seu caráter aleatório, tende a dificultar esta orientação. A projeção do dipolo magnético na direção do campo é $m\cos\theta$, seu valor médio (\bar{m}) é então (ROSENSWEIG, 1997)

$$\bar{m} = \langle m \cos \theta \rangle = \frac{\int_0^\theta (m \cos \theta) n(\theta) d\theta}{\int_0^\theta n(\theta) d\theta}, \quad (12)$$

Substituindo a distribuição angular pela equação 4, temos que

$$\bar{m} = \frac{\int_0^\pi (m \cos \theta) N \exp(-mH(1 - \cos \theta) / kT) \frac{\sin \theta d\theta}{2}}{\int_0^\pi N \exp(-mH(1 - \cos \theta) / kT) \frac{\sin \theta d\theta}{2}}. \quad (13)$$

Introduzindo a razão $\alpha = mH/kT$ entre a magnitude máxima da energia magnética e a magnitude da energia térmica, seja a quantidade $x = \alpha \cos \theta$. A equação 13 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\bar{m}/m = (1/\alpha) \frac{\int_{-\alpha}^{\alpha} x e^x dx}{\int_{-\alpha}^{\alpha} e^x dx}. \quad (14)$$

As integrais presentes na equação podem ser resolvidas analiticamente (ROSENSWEIG, 1997). A relação resultante é

$$\bar{m}/m = \coth \alpha - 1/\alpha. \quad (15)$$

A dependência com o momento de dipolo é, para fins práticos, não ideal. Geralmente reescreve-se a equação em função da magnetização. Sabe-se que a magnetização M do ferrofluido é, por definição (ROSENSWEIG, 1997)

$$\mu_0 M = n \bar{m}. \quad (16)$$

A magnetização de saturação M_s corresponde a magnetização na presença de alto campo. De maneira similar a equação 16, M_s é proporcional ao momento de dipolo correspondente. Ou seja,

$$\mu_0 M_s = n m. \quad (17)$$

Combinando as duas relações, temos que

$$M/M_s = \bar{m}/m. \quad (18)$$

A magnetização de saturação é proporcional a magnetização do sólido M_d . A constante

de proporção é simplesmente a fração volumétrica (ϕ). Em outras palavras, $M_s = \phi M_d$. Combinando os desenvolvimentos anteriores, podemos reescrever a fração \bar{m}/m em função da magnetização do sistema, ou seja (ROSENSWEIG, 1997)

$$\bar{m}/m = M/\phi M_d. \quad (19)$$

Ao inserir a mudança de variáveis, a equação 15 passa a ser conhecida como **equação de Langevin**. Sua forma é

$$M/\phi M_d = \coth \alpha - 1/\alpha. \quad (20)$$

III. Adaptação Para Caso Polidisperso

Apesar da equação 20 ser um resultado importante, ela mostra ser de difícil verificação/utilidade experimental, principalmente pela sua imposição na monodispersão. A equação de Langevin então precisa ser modificada para casos mais gerais e reais.

III.1 Distribuição Log-Normal

Sabe-se que, na verdade, (GRANQVIST; BUHRMAN, 1975) o diâmetro das nanopartículas apresenta-se frequentemente como uma distribuição do tipo Log-Normal. Esta distribuição determina qual a probabilidade de se encontrar uma nanopartícula com certo diâmetro e apresenta:

$$f_{\log}(D) = \frac{\exp(-2\sigma^2)}{D_f^{max} \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\ln(D/D_f^{max})}{2\sigma^2}\right). \quad (21)$$

Em que D é o diâmetro, σ um parâmetro que define o quão dispersa é a distribuição e D_f^{max} é o diâmetro mais provável da distribuição. Sendo assim, para obter a equação 20 no caso polidisperso, devemos integrar a função de Langevin, para cada diâmetro, utilizando a probabilidade de encontrarmos esta partícula (com este diâmetro) como peso. Em outras palavras:

$$m_z/m_s = \frac{\int m(D)\mathcal{L}(D)f_{\log}(D)dD}{\int m f_{\log}(D)dD}. \quad (22)$$

Esta equação é conhecida como curva de Langevin para o caso polidisperso.

IV. Monte Carlo

O método de Monte Carlo é uma técnica utilizada para obter valores médios de sistemas muito complexos. Inicialmente elaborado por John von Neumann e Stanislaw Ulam (CASTRO, 2009; METROPOLIS, 1953), o método foi desenvolvido durante a segunda guerra no estudo da difusão de nêutrons. Atualmente, seu uso pode ser visto nas mais diversas áreas da física. Talvez o caso mais bem sucedido esteja na física médica. A radioterapia, processo altamente difundido no combate ao câncer, utiliza o método de Monte Carlo ostensivamente no cálculo de transporte de radiação (ANDREO, 1991). Através deste cálculo, físicos médicos

são capazes de desenvolver protocolos de dosimetria(DASKALOV, 1998). Outras aplicações podem ser vistas na física estatística, mecânica quântica e até na economia.

A ideia essencial do método de Monte Carlo reside na forma como se calcula valores médios. Da física estatística, a média é uma integral normalizada sobre todo o espaço de fase. Seja x a grandeza qualquer do sistema, sua média é então

$$\langle x \rangle = \frac{\int x p(\vec{q}_1, \vec{q}_2, \vec{q}_3 \dots \vec{q}_{2N}) dV}{\int p(\vec{q}_1, \vec{q}_2, \vec{q}_3 \dots \vec{q}_{2N}) dV}. \quad (23)$$

Em que p é a probabilidade associada a configuração do sistema e q_n refere-se a n -ésima variável canônica (momento ou posição).

Sistemas minimamente realistas apresentam uma quantidade quase infinita de configurações possíveis. Por isso, o cálculo analítico da equação 23 é inviável na maioria dos casos relevantes. O método de Monte Carlo surge como uma alternativa para estes sistemas complexos. Através de técnicas de amostragem, o método consegue calcular, de forma aproximada, a média nestes sistemas. Estas técnicas tentam, através de algum critério específico, diminuir o espaço de fase, a fim de tornar o cálculo da equação 23 viável.

II. OBJETIVO

Através do método de Monte Carlo, desenvolvemos um aplicativo em *java* capaz de automatizar o ajuste da curva de Langevin em amostras reais. O ajuste é realizado com a menor intervenção externa possível. Além disso, o *software* final apresenta deve seguir os princípios da usabilidade, podendo ser operado sem um conhecimento antecipado de programação. O *software* final foi apelidado de "Lajavan".

III. O PROGRAMA

I. Funcionamento Geral do Programa

Dada uma curva de magnetização experimental, desenvolvemos um software de ajuste, feito em Java, que aplica o método estocástico de Monte Carlo, e o algoritmo de Metropolis (CASTRO, 2009). O programa testa, utilizando parâmetros dentro de um intervalo estabelecido, várias curvas de magnetização.

Aplicando o método dos mínimos quadrados, assim como o algoritmo de Metropolis, selecionamos de forma dinâmica, entre as várias curvas geradas, a que melhor se ajusta à curva experimental. Chamamos estas curvas de ajuste teste (ou curva teste).

A motivação encontrada para esta abordagem é a grande limitação enfrentada pelos clássicos ajustes da teoria do calculo numérico. Por serem determinísticos, o desempenho destes ajustes depende completamente do "chute" fornecido, tendo uma eficiência instável. Monte Carlo não necessita deste tipo de entrada para funcionar, por fazer uso de variáveis aleatórias. O método, sozinho, percorre várias possibilidades, até encontrar o melhor candidato.

II. *Design Pattern* do Programa

Tendo em mente a ideia de usabilidade de código, estruturamos o projeto com base nos chamados *desing patterns* (GAMMA, 1995). Escolhemos a estrutura MVC acrônimo para **M**odel, **V**iew, **C**ontroller; ela define uma abordagem, que prioriza separar o usuário da aplicação, possibilitando a utilização do código sem exigir qualquer conhecimento do programa em si. Esta relação é equivalente a de uma pessoa usando uma calculadora: ela sabe qual operação quer fazer, mas não precisa ter conhecimento de como a calculadora vai resolver a conta para ela.

Este tipo de paradigma é altamente desejável, principalmente na ciência, pois elimina a necessidade de que, cada pesquisador interessado no assunto, seja obrigado a fazer, sempre, o mesmo programa. Retomando a analogia da calculadora: é como se, cada pesquisador, fabricasse sua própria calculadora. Aqui, nos propomos a fazer uma calculadora para todos.

III. Aparência e interação com o usuário

Figura 1: *Painel de controle do programa Lajavan - Elaboração dos autores.*

The screenshot shows the 'Lajavan' control panel with the following sections:

- Control:**
 - PATH TO EXPERIMENTAL DATA:** A text box containing 'Dados.txt' and buttons for 'Start', 'Clear', 'Test Mode', and 'Path'.
 - METHOD OF INTEGRATION:** A dropdown menu set to 'Trapezium Method'.
 - PARAMETERS:**
 - Interpolation of points in high field H. Máx. Iterations: 1000
 - Activate this part with tolerance: 0.00025, 20 % Highest Fields
 - Interpolation of points on Langevin curve Máx. Iterations: 1000
 - Activate this part with tolerance: 0.0001, 100 % Lowest Fields
 - Fix M in this part
- Field Ranges:** A table defining ranges for simulation parameters.

	Minimum		Initial/Current		Maximum
Magnetization of solid (A/m):	10000	<	170000	<	200000
Constant $6kT/\mu < d >^3$ (A ² /m ²):	0.01	<	1000	<	100000
Modal diameter (nm) :	3	<	4.5	<	9
Diameters dispersion:	0.1	<	0.47	<	0.6

A arquitetura MVC permite o acesso indireto do usuário ao *software*. Este acesso é intermediado por um painel de controle. Este painel pode ser visto na figura 1. A primeira região no canto superior refere-se a aquisição do dados experimentais. A caixa de texto serve para inserir o nome do arquivo. Botões *Start*, *Clear* e *Path* realizam as respectivas operações: ler o arquivo experimental, limpar a caixa de texto, e inserir o caminho do arquivo

através de um "archive manager" do sistema operacional. Abaixo desta região, uma *list scroll* contém todos os métodos de integração suportados. Caixas de texto para inserir a incerteza e o número de interações máximo, para cada ajuste ficam logo abaixo. Na região inferior da janela, existem caixas de texto para definir as regiões de cada parâmetro.

O funcionamento padrão do software pode ser dividido nos dois tipos de ajuste possível, o ajuste de alto campo e o ajuste completo. O ajuste de alto campo preocupa-se em ajustar apenas a região de alto campo da curva. Já o ajuste completo, leva em conta todo o volume de dados. Recomenda-se executar um ajuste de alto campo inicialmente. Este ajuste inicial serve para melhorar o "chute" das regiões de cada parâmetro ajustado. Desta forma, o ajuste completo terá uma melhor chance de ser bem sucedido.

1. O usuário fornece o caminho do arquivo que contém os dados experimentais. O botão *path* pode ser utilizado para este fim;
2. Aperta-se o botão *Start* para o programa carregar os dados. Uma janela semelhante à figura 2;
3. O usuário escolhe um dos métodos de integração;
4. Estima-se um limite *range* para cada variável presente na curva de Langevin polidispersa. Os limites são adicionados nos campos "Magnetization of solid", "Constant", "Modal diameter" e "Diameters dispersion" de acordo com a intuição do usuário;
5. Determina-se a incerteza desejada no ajuste, assim como o número máximo de interações;
6. Finalmente, o ajuste é iniciado ao apertar o botão "Activate this part with tolerance".

A figura 2 mostra um exemplo de um carregamento bem sucedido de dados experimentais. O programa é capaz de apenas ajustar metade da histerese. Por isso, um tratamento inicial dos dados experimentais é geralmente requisitado.

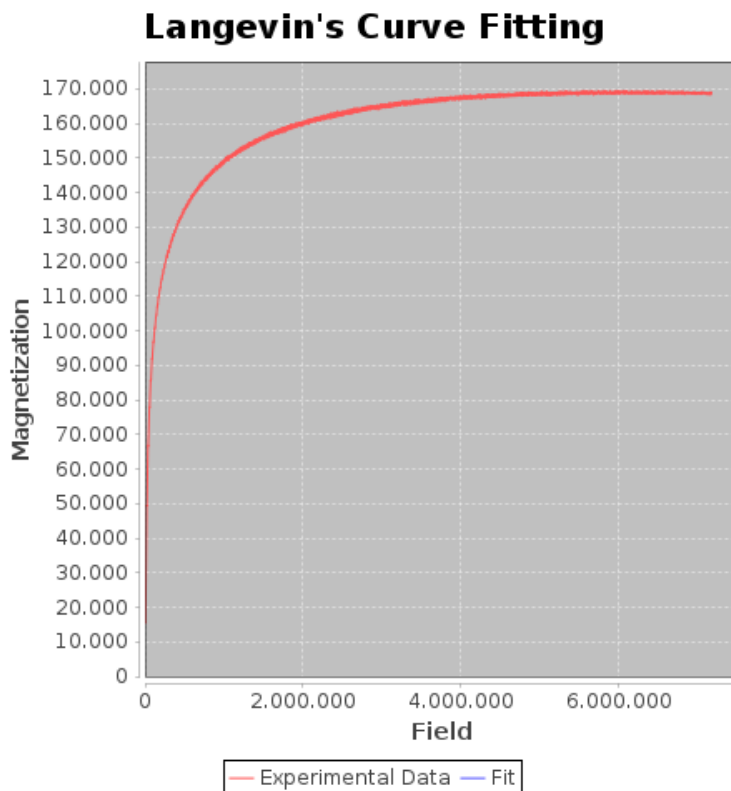
IV. CONCLUSÃO

Neste trabalho, fomos capazes de implementar com êxito o método de Monte Carlo no ajuste de curvas. O software resultante possui a robusta estrutura *MVC*, que dispensa do usuário qualquer conhecimento prévio de programação. O ajuste é não determinístico, sendo totalmente autônomo em sua execução.

A curva escolhida para o ajuste foi a de Langevin para amostras polidispersas de ferrofluido. Esta medida, extremamente relevante na área de ferrofluidos, era até então ajustada por métodos manuais. Estes métodos, geralmente dependentes de uma análise subjetiva, tinha uma eficácia limitada. Nosso software final não depende desta intervenção subjetiva para funcionar. Portanto, através deste trabalho, apresentamos uma alternativa robusta, acessível e controlável, de se ajustar curvas de Langevin reais.

O êxito na implementação do método de Monte Carlo no ajuste de curvas abre um precedente para a aplicação em outros problemas da física.

Figura 2: Exemplo de um carregamento bem sucedido de dados experimentais - elaboração dos autores.



V. AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Prof. Jérôme Depeyrot e à Profa. Renata Aquino da Silva de Souza, pelo apoio científico durante o desenvolvimento do programa. Ao Centro de Apoio ao Desenvolvimento Tecnológico (CDT/UnB), por meio do qual o programa descrito neste artigo foi registrado no Instituto Nacional da Propriedade Industrial (INPI) sob o número de registro BR512018000886-0. À Fundação de Apoio e Pesquisa (FAP-DF) e ao Programa de Iniciação Científica (ProIC) da Universidade de Brasília (UnB), pelo apoio dado aos estudantes que participaram deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ANDREO, P. Monte carlo techniques in medical radiation physics. *Physics in Medicine and Biology*, IOP Publishing, v. 36, n. 7, p. 861–920, jul 1991. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088%2F0031-9155%2F36%2F7%2F001>>. 19
- CASTRO, L. L. e. *Simulação Monte Carlo de fluidos magnéticos voltados a aplicações tecnológicas e biomédicas*. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, Brasília, 2009. 19, 20
- DASKALOV, G. M.; LÖFFLER, E.; WILLIAMSON, J. F. Monte carlo-aided dosimetry of a new high dose-rate brachytherapy source. *Medical Physics*, v. 25, n. 11, p. 2200–2208, 1998. Disponível em: <<https://aapm.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1118/1.598418>>. 20

GAMMA, E.; HELM, R.; JOHNSON, R. E.; VLISSIDES, J. *Design Patterns: Elements of Reusable Object-Oriented Software*. [S.l.]: Addison-Wesley, 1995. (Addison-Wesley Professional Computing Series). 21

GRANQVIST, C. G.; BUHRMAN, R. A. Ultrafine metal particles. *Journal of Applied Physics*, v. 47, p. 2200, 1975. 19

GRIFFITHS, D. J. *Introduction to Electrodynamics*. Nova Jersey: Prentice Hall - Upper Saddle River, 1999. 16, 17

ISRAELACHVILI, J. *Intermolecular e surface forces*. Londres: Academic Press, 1992. 17

MAHONEY, D. G.; HELGELAND, W. *Magnetic fluid seal with precise control of fluid volume at each seal stage*. [S.l.]: Google Patents, 2017. US Patent 9,816,617. 15

MANDL, F. *Statistical Physics*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 1980. 17

MAVER, U.; BELE, M.; MAKOVEC, D.; ČAMPELJ, S.; JAMNIK, J.; GABERŠČEK, M. Incorporation and release of drug into/from superparamagnetic iron oxide nanoparticles. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Elsevier, v. 321, n. 19, p. 3187–3192, 2009. 15

METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A.; ROSENBLUTH, M.; TELLER, A.; TELLER, E. Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, v. 21, p. 1087, 1953. 19

ROSENSWEIG, R. E. *Ferrohydrodynamics*. Mineola, Nova York: Dover, 1997. 15, 16, 17, 18, 19

SATO, M.; YAMASHITA, T.; OHKURA, M.; OSAI, Y.; SATO, A.; TAKADA, T.; MATSUSAKA, H.; ONO, I.; TAMURA, Y.; SATO, N.; SASAKI, Y.; ITO, A.; HONDA, H.; WAKAMATSU, K.; ITO, S.; JIMBOW, K. N-propionyl-cysteaminyphenol-magnetite conjugate (nprcap/m) is a nanoparticle for the targeted growth suppression of melanoma cells. *Journal of Investigative Dermatology*, v. 129, n. 9, p. 2233 – 2241, 2009. 15

S.S, P. Low viscosity magnetic fluid obtained by the colloidal suspension of magnetic particles. 10 1965. 15