サイエンスへの招待

選択行動の理論と都市・交通分野における応用

東京理科大学 理工学部 土木工学科 講師　柳沼（やぎぬま）　秀樹（ひでき）

人生は選択の連続？

いきなりではありますが，**図1**をご覧ください。読者のみなさんは，これから買い物に出かけようと考えており，鉄道を利用して最寄りのA駅からショッピングセンターがあるB駅まで移動します。さて，あなたは経路1と経路2のどちらを利用しますか？　経路1は所要時間が41分で運賃が915円です。一方，経路2は所要時間が62分で運賃は745円です。あまり考えずに普段の移動を思い出しながら，どちらかを選び，その結果を覚えておいてください。

我々は世の中を生きていく上で日々何らかを選択する状況に直面しています。どの移動経路を利用するか，どのレストランで昼食を食べるか，どの本を買うか，何時に寝るか，などの日常的な選択から，どの大学に進学するか，いまの彼女（彼氏）と結婚するか，どこに家を建てるか，などの人生を左右する大きな選択まで枚挙に暇がありません。このような選択行動（choice behavior）の積み重ねの結果として，人々の生活が成り立っています。まさに*Life is a series of choice*（人生は選択の連続である）*と言っても過言ではありません。

選択行動は人間活動の根幹をなすテーマであり，経済学や心理学などの社会科学分野から経営工学や情報工学などの工学分野に至る幅広い分野で理論と実用の両面から研究が行われています。筆者の専門である都市・交通計画の分野も例外ではありません。

本稿では，選択行動をテーマとして，特に数理的なアプローチの1つである**離散選択モデル**（discrete choice model）の理論と応用について紹介したいと思います。この方法を利用すると，図1の経路選択問題ならば，経路1を利用する確率は○○％と計算することができます。これにより，交通需要を知ることができるため，混雑緩和や料金改定などの政策立案に役立てることが可能となります。また，ある商品を購入する確率が□□％と分かれば，さまざまなマーケティング戦略を練る上で有益な情報となります。離散選択モデルを活用すれば，分析対象となる選択肢が選ばれる確率が簡単に計算できて

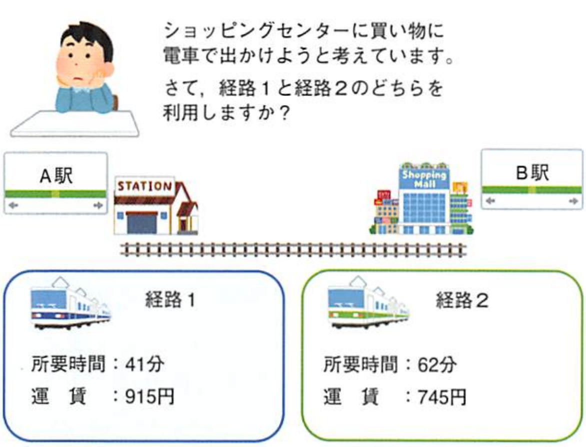

図1　買い物における移動経路の選択

＊注：シェイクスピアの「ハムレット」に登場する一節。

しまうのです！　とても面白そうな分野だと思いませんか？

選択行動を経済学的に考えてみよう

選択行動に関する理論は，各分野でさまざまな考え方が存在します。本稿が紹介する離散選択モデルは，経済学における消費者行動を下敷きとして理論が構築されています。それでは，どのように人々の選択行動が行われているのかを見ていきましょう。

選択行動は，大きく３つの要素から構成されていると考えることができます。

① 意思決定者および状況の設定
② 利用可能な選択肢の列挙
③ 規範（ルール）に基づく選択

これは，「誰」が「何」を選択する問題なのかを設定し（①），その上で選択肢を並べた「選択肢集合」を作り（②），その中からどのような「選び方」で１つの選択肢を選ぶか（③）という選択行動の流れに対応しています。普段の行動を思い返してみると，感覚的にさほど違和感のない設定だと思います。これらについて，もう少し詳しく見ていきましょう。

(1) 意思決定者と選択状況の設定

先述のとおり「誰」が「何」を選択する問題なのかを定義して，分析対象となる選択行動はどのようなものかを明確にします。前者の「誰」は，選択を行う主体である意思決定者（decision maker）を定めることです。後者の「何」は，意思決定者が直面している選択を行う状況を明らかにすることです。図１の例では，意思決定者は「読者であるあなた」であり，状況は「買い物時における鉄道での移動経路を選択する状況」となります。当たり前のように思われますが，しっかりとこれらが定義されないと問題の本質に迫ることができません。

(2) 利用可能な選択肢の列挙

分析対象となる問題が明確となったところで，利用可能な選択対象を列挙して選択肢集合（choice set）を作ります。離散選択モデルは名前のとおり，数えることができる離散的な選択肢を対象としています。図１の例では「経路１」と「経路２」が利用可能な選択肢となり，それらをまとめた集合｛経路１，経路２｝を選択肢集合と呼びます。なお，時間のように連続的な選択肢の場合には，１時間ごとに区切るなどの離散化を行うことで分析が可能となります。

ところで，選択肢集合を作ることは簡単な作業に思えますが，実は難しいケースが多く存在します。図１の例では経路は２つしかありませんが，例えば，本学野田キャンパスのある運河駅から東京駅までの鉄道ネットワーク上の利用可能な経路を列挙する場合，時間最小経路，費用最小経路，乗り換え最小経路など多くの経路が存在します。他方，道路ネットワークでは最短経路，第２最短経路，第３最短経路と最長経路に至るまでほぼ無限に経路が存在し，列挙することは困難です。

なお，実際の計算では，アンケート調査などから利用実績のある経路を抽出して選択肢集合を作成しています。

(3) 規範に基づく選択

選択肢集合から如何にして１つの選択肢が選ばれるのかを考えます。個人の選択はデタラメではなく，何かしらの規範（ルール）に基づいて行われていると思われます。さらに感覚的には，選ばれた選択肢は選ばれなかった他の選択肢よりも「何か」が優れているから選ばれたのだと考えられます。ここで言う「何か」は経済学における効用（utility）と呼ばれる概念であり，選択肢が持つ望ましさや満足度を表す指標のようなものです。

以上を踏まえると「効用が最大になるものを選択する」ことは，個人の合理的な選択規範の１つとして定義しても良さそうに思えます。例えば，効用がそれぞれ10，20，25である３つの選択肢がある場合，効用が最大とな

る選択肢３が選択されて，それ以外の選択肢は選択されません。なぜなら，選択肢１を選んだ場合，選択肢３よりも効用が15も低い（すなわち，損をする）ため最善な選択とは言えません。選択肢２についても同様です。このような考え方は，経済学では**効用最大化理論**（utility maximization theory）と呼ばれており，選択行動を記述する上で重要な概念となります。

それでは，効用最大化理論に基づく選択行動を数理的に記述していきましょう。議論を簡単にするために，選択肢が２つしかない２項選択を考えます。意思決定者である個人nが持つ選択肢１と２の効用をそれぞれU_{1n}およびU_{2n}とします。このとき，選択肢１が選択されるためには，効用最大化理論では，

$$U_{1n} \geq U_{2n}$$

を満たす必要があります。U_{1n}が最大ならば選択肢１が，U_{2n}が最大ならば不等号が逆となり選択肢２が選ばれます。なお，選択肢が複数ある多項選択についても本質的には同じ考え方が適用できます。これは選択行動を数理的に記述するための第一歩となります。

⑷ 効用最大化理論は人間らしくない？

効用最大化理論は，感覚的にもっともらしい考え方のように思えますが，実は「選択肢集合に含まれるすべての選択肢の効用を正しく認識できる」という強い仮定が暗黙的に存在します。図１の例にある経路１の効用はいくつですか？と問われると答えに窮すると思います。選択肢の効用を具体的な数値として答えることは難しいのです。なぜなら，人間には認識や処理能力に限界があり，さらに個人ごとにバラツキが存在します。つまり，効用は主観的かつ感覚的なものであるため，正確に解答することは困難です。このような強い仮定は意思決定者の「人間らしさ」を考えていないように思えます。

では，どのようにすれば良いのでしょうか。１つの答えとして，効用を「認識できる部分」と「認識できない部分」に分けて考えることです。それでは効用を再定義しましょう。個人nの選択肢１の効用U_{1n}は，

$$U_{1n} = V_{1n} + \varepsilon_{1n} \qquad (1)$$

として，２つの項に分解します。選択肢２についても同様に考えます。ここで，V_{1n}は確定項，ε_{1n}は誤差項もしくはランダム項と呼ばれます。確定項とは，詳細は後述しますが，料金や所要時間などの値を利用して効用を観測できるようにした部分です。

一方，誤差項とは，確定項では観測できない効用を表す部分であり，個人や選択肢ごとに確率的に変化すると仮定します。この誤差を含む効用が最大となる選択を行うと考えます。これは，効用最大化理論に確率的な変動を導入した概念であり，**ランダム効用最大化理論**（random utility maximization theory）と呼ばれています。つまり，人間の情報の不完全性や認知誤差，趣味嗜好などのよく分からないすべての要素をランダムな確率として扱ってしまうのです。これで少し人間味が出てきました。

離散選択モデルを導出してみよう

それでは，ランダム効用最大化理論に基づいて離散選択モデルを導いていきましょう。先述のとおり，確率を導入しているため，確率的な選択行動をモデリングすることになります。なお，数式の処理が少しテクニカルであるため，詳細は省いて重要な部分のみを示していきます。

⑴ 離散選択モデルの定式化

意思決定者の選択行動は，ある選択肢を選ぶ確率として表現します。具体的には，以下のような，個人nが選択肢１を選択する確率P_{1n}を考えます。

$$P_{1n} = \mathrm{Prob}(U_{1n} \geq U_{2n})$$

ここで，Prob(·) は確率を表しており，効用最大化理論として満たすべき条件$U_{1n} \geq U_{2n}$が確率変数で表現されることを示していま

す。さらに，各効用は式(1)のように確定項と誤差項に分解します。なお，誤差項は任意の確率分布に従うと仮定します。すると，上記の式は，以下のように整理できます。

$= \mathrm{Prob}(V_{1n} + \varepsilon_{1n} \geq V_{2n} + \varepsilon_{2n})$

$= \mathrm{Prob}(\varepsilon_{2n} - \varepsilon_{1n} \leq V_{1n} - V_{2n})$

誤差項を$\varepsilon_n = \varepsilon_{2n} - \varepsilon_{1n}$とまとめて式を処理していくと最終的には，

$$P_{1n} = F_\varepsilon(V_{1n} - V_{2n})$$

が得られます。ここで，F_εはε_nが従う任意の累積確率密度関数となります。この式のポイントは効用差$V_{1n} - V_{2n}$に依存して選択確率が定義されるところです。つまり，各選択肢の効用値は重要ではなく，相対的な違いによって選択確率が求められます。

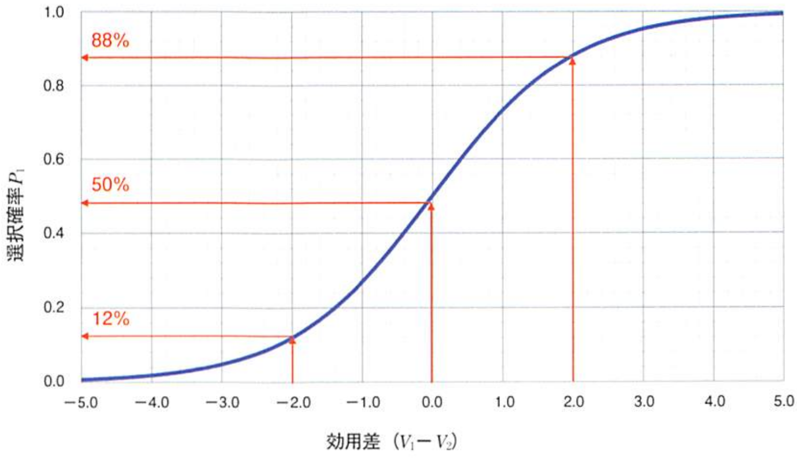

図２　効用差による選択確率の変化

図２を使って具体的に説明しましょう。

横軸は効用差$V_{1n} - V_{2n}$，縦軸は選択肢１の選択確率です。効用差が０，すなわちどちらの選択肢も同程度に望ましい場合には，選択確率が0.5（50%）となります。選択肢１の効用が選択肢２よりも大きく，効用差が正である場合には，選択確率は1.0（100%）に近づき選ばれやすくなります。図では効用差2.0のときに選択肢１が選ばれる確率が0.88（88%）となります。逆に選択肢１の効用が選択肢２よりも小さく効用差が負である場合には，選択確率は0.0（０%）に近づき選ばれにくくなります。図では効用差−2.0のときに選択肢１が選ばれる確率が0.12（12%）となります。このように，選択肢間の差に応じて選択される確率が求められます。

それでは，誤差項に具体的な確率分布を仮定してみましょう。誤差項に**ガンベル分布**（IID Gumbel）を仮定した場合には，以下に示す**ロジットモデル**（logit model）が導出できます。

$$P_{1n} = \frac{\exp(V_{1n})}{\exp(V_{1n}) + \exp(V_{2n})} \tag{2}$$

式を観察すると，各確定効用を指数関数（exp）で変換し，分母にはすべての変換した確定効用の和，分子には対象となる選択肢の変換した確定効用となっています。直感的にも分かりやすいシンプルな式ですが，この式でランダム効用最大化理論に基づく個人の選択行動が表現できてしまうのです。驚くべきことですね。なお，一般的な状況，すなわち，J個の選択肢がある多項選択の場合では，選択肢iが選ばれる確率は下記のようになります。

$$P_{in} = \frac{\exp(V_{in})}{\sum_{j=1}^{J} \exp(V_{jn})}$$

分母にすべての選択肢の確定効用を足し合わせた形となっており，式(2)の二項選択とほぼ同じ形になります。これは多項ロジットモデルと呼ばれており，離散選択分析において最もよく利用されるモデルです。

(2) 確定効用の関数化

選択確率（式(2)）には，確定効用が残ったままであり，この値が分からない限り確率が計算できません。確定項は，先述のとおり料金や所要時間などの選択肢が持つ観測可能な

特性を用いて表現します。具体的には，k個の特性を変数とする線形関数を仮定します。

$$V_i = \sum_{k=1}^{K} \theta_k x_k = \theta_1 x_{i1} + \theta_2 x_{i2} + \cdots + \theta_k x_{ik}$$

ここで，x_{ik}は選択肢iのk個目の特性値，θ_kはx_{ik}のパラメータ（係数）となります。このパラメータは，詳細は割愛しますが，実際の選択結果と変数をアンケート調査等から調べて，最尤推定法（さいゆうすいていほう）などを用いて推定します。

ところで，パラメータは分析上，重要な意味を持ちます。具体的には，パラメータの値は変数の値が1単位変化した場合の効用の変化量を意味しています。例えば，運賃（円）のパラメータが−0.1であったとき，運賃が1円値上げすると効用が−0.1低下することを意味します。逆に1円値下げすると効用が0.1増加します。このように，パラメータの値を比較すれば，どの変数が効用の増減に寄与して，どれくらい選択確率が変化するのかを評価することが可能となります。そのため，離散選択モデルを用いた分析では，関数を作る工程（特定化と呼ばれます）が最も重要となります。役立つ良いモデルを作るためには，現象を丁寧に観察して，変数を選ぶセンスが分析者に求められます。

(3) 実際に計算してみよう

図1の例題を用いて，実際に経路の選択確率を計算してみましょう。まず，経路1の効用V_1と経路2の効用V_2を求めます。経路1の所要時間$time_1$は41分，運賃$cost_1$は915円でした。各変数のパラメータは$\theta_{time} = -0.0494$および$\theta_{cost} = -0.00233$としましょう。すると，効用V_1は以下のように計算できます。

$$V_1 = \theta_{time} \times time_1 + \theta_{cost} \times cost_1$$
$$= -0.0494 \times 41 - 0.00233 \times 915 = -4.157$$

同じく，経路2の所要時間$time_2$は62分，運賃$cost_2$は745円なので，上記と同じように効用V_2を計算できます。

$$V_2 = \theta_{time} \times time_2 + \theta_{cost} \times cost_2$$
$$= -0.0494 \times 62 - 0.00233 \times 745 = -4.799$$

この結果から，経路1の効用が大きいため，経路2よりも望ましいことが分かります。

次に，上記で求めた各効用値を用いて，経路1の選択確率P_1を式(2)のロジットモデルで求めます。

$$P_1 = \frac{\exp V_1}{\exp V_1 + \exp V_2}$$
$$= \frac{\exp(-4.157)}{\exp(-4.157) + \exp(-4.799)} = 0.655$$

経路1を選択する確率は0.655（65.5%）となりました。同様に経路2の選択確率P_2を求めます。

$$P_2 = \frac{\exp V_2}{\exp V_1 + \exp V_2}$$
$$= \frac{\exp(-4.799)}{\exp(-4.157) + \exp(-4.799)} = 0.345$$

計算した結果，0.345(34.5%）となりました。なお，二項選択の場合は$P_2 = 1 - P_1$で求めることが可能です。このように，各選択肢が持つ特性変数を活用して，ロジットモデルを用いた選択確率を計算することができました。

以上の結果から，図1の問題では，読者の65.5%は経路1を選び，34.5%は経路2を選ぶと予想できます。つまり，経路1を選ぶ読者が多いと思われます。なお，パラメータの値を見ると，所要時間を短くするほうが運賃を安くするよりも効用の変化量が大きく，選択確率に与える影響が強いと考察できます。よって，所要時間を短縮するような政策が有効であると推察されます。くわえて，経路1と経路2の所要時間と運賃の大小関係から，経路1を選択した読者は時間重視型，経路2を選択した読者は料金重視型ではないかと推察できます。読者の皆さんが選択した結果はどうだったでしょうか？

都市・交通分野における応用

最後に都市・交通分野における応用を簡単に紹介したいと思います。

本稿の冒頭で述べたように，日々の生活は

選択の連続により構成されています。筆者の研究テーマは，都市における人々の生活活動と交通利用の関係を分析して，より良い都市構造や交通サービスを実現することです。

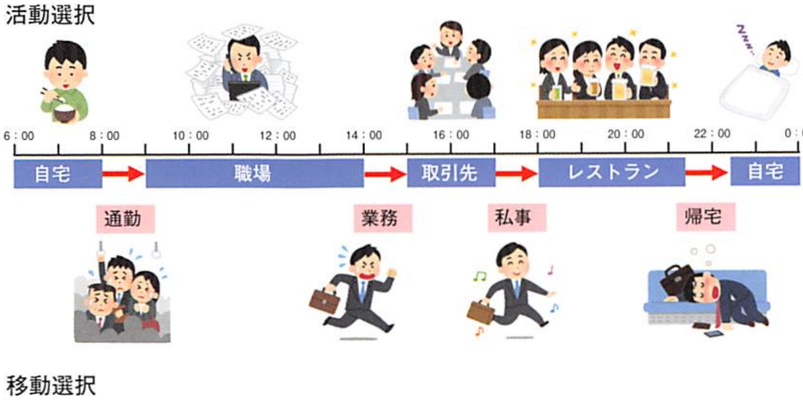

図３　ある１日の活動と移動

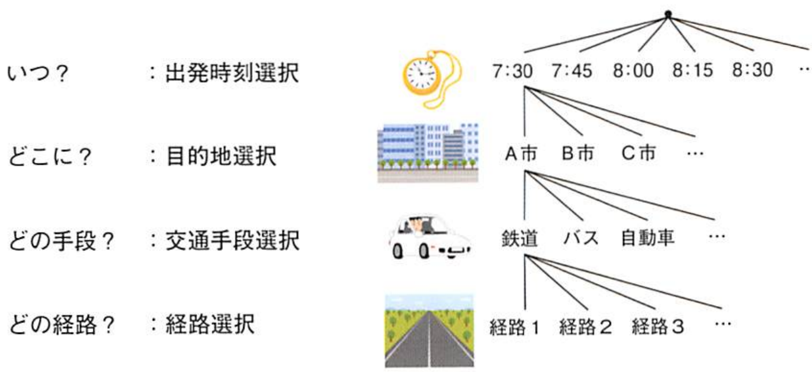

図４　移動における選択構造

図３は，ある人の１日の活動選択と移動選択を表しています。この例では，自宅を出発して職場と取引先での仕事をこなし，友人と夕食を共にして，自宅に帰宅するという活動で構成されています。これはアクティビティパターンと呼ばれ，個人の活動選択の結果と考えることができます。さらに，活動するためには移動，すなわち交通行動が発生します。また，**図４**に示すように，移動は出発時刻選択，目的地選択，交通機関選択，経路選択などの複合的な選択の結果として実行されています。これらの活動と移動の選択を離散選択モデルによって詳細にモデリングすることで，新たなオフィス街やショッピングモールの開発，自動運転の導入などが人々の活動と移動に与える影響を分析し，適切な政策の立案をサポートしています。このように，皆さんが暮らす都市や日々利用する交通は，選択行動を分析することで作られているのです。

おわりに

今回紹介した離散選択モデルはいかがでしたでしょうか。選択行動の奥深さ，面白さを感じて頂ければ幸いです。離散選択モデルの開発者である経済学者のDaniel McFadden教授は，この功績により2000年にノーベル経済学賞を受賞しています。あまり知られていませんが，受賞理由の１つに交通計画における応用が挙げられており，離散選択モデルの発展には多くの土木分野の研究者やエンジニアが貢献しています。

土木といえば３Kなどのネガティブなイメージを持っている読者も多いと思います。しかしながら，土木技術者は，工学のみならず，経済学や心理学などを応用しながら，産官学が一丸となって，人々の生活を支える社会基盤（インフラストラクチャー）を計画・建設・運用しています。本稿を通じて，土木分野が幅広い視点からさまざまな問題に取り組んでいることを知って頂ければ幸いです。