

УДК 621.315.592:001.891.57

## Осцилляции Ааронова—Бома и распределения равновесных токов в открытой квантовой точке и кольцевом интерферометре\*

© 2019 г. О. А. Ткаченко<sup>1</sup>, Д. Г. Бакшеев<sup>2</sup>, В. А. Ткаченко<sup>1,2,§</sup><sup>1</sup> *Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН,  
просп. Акад. Лаврентьева, д. 13, Новосибирск, 630090, Россия*<sup>2</sup> *Новосибирский государственный университет,  
ул. Пирогова, д. 1, Новосибирск, 630090, Россия*

**Аннотация.** Методом неравновесных функций Грина промоделирован магнитотранспорт в двух субмикронных устройствах, сформированных на основе структур GaAs/AlGaAs. В одночастичном приближении рассмотрено влияние перпендикулярного магнитного поля на квантовый транспорт в квазиодномерной квантовой точке и в интерферометре Ааронова—Бома. Численным расчетом найдены магнитополевые осцилляции двухтерминального контактанса устройств, распределения равновесных (персистентных) токов и магнитный момент, генерируемый в этих устройствах персистентными токами. Прослежены корреляции между магнитным моментом, магнитополевыми осцилляциями контактанса и резонансами по энергии в заданном магнитном поле. Для квазиодномерной квантовой точки в диапазоне низких магнитных полей (0,05—0,4 Тл) обнаружены более или менее регулярные осцилляции контактанса, подобные осцилляциям Ааронова—Бома. В случае кольцевого интерферометра вклад в полный равновесный ток и магнитный момент при заданной энергии может резко меняться как по величине, так и по знаку при изменении магнитного поля в пределах одной осцилляции Ааронова—Бома. Показано, что контактанс интерферометра определяется, скорее, не числом распространяющихся в кольце мод, а влиянием треугольных квантовых точек на входах в кольцо, вызывающих сильное отражение. Период вычисленных осцилляций Ааронова—Бома соответствует измеренным для этих устройств.

**Ключевые слова:** баллистическая квантовая точка, кольцевой электронный интерферометр, контактанс, равновесный ток, магнитный момент, осцилляции Ааронова—Бома

### Введение

Гибко управляемые субмикронные устройства, созданные на основе высокоподвижного двумерного электронного газа (ДЭГ) в гетероструктурах GaAs/AlGaAs, были и остаются основным объектом экспериментальной квантовой нанопластики. Например, эффекты одночастичной интерференции в контактансе  $G$  изучаются главным образом в малых открытых баллистических наносистемах, имеющих форму кольца либо квантовой точки [1—3] и связанных с двумерными резервуарами через два узких входа.

Контактанс нанорезервуара есть  $G = I/V$ , где  $I$  — неравновесный ток, вызванный малым напряжением  $V$  между электронными резервуарами.

Наблюдение осцилляций Ааронова—Бома (ОАБ) в контактансе  $G$  с изменением перпендикулярного магнитного поля  $B$  является средством измерения эффективной площади  $S$  устройств. Обычно для оценки  $S$  используется формула, которую подсказывают простые одномерные модели кольца и краевых токовых состояний:  $S = \Phi_0/\Delta B$ , где  $\Delta B$  — период ОАБ;  $\Phi_0 = h/e$  — квант магнитного потока. В случае колец размером  $\sim 1$  мкм в ДЭГ данная оценка хорошо согласуется с электронно-микроскопическим изображением внешнего вида областей травления или систем металлических затворов, формирующих электронную наносистему в реальном твердотельном устройстве [1]. В то же время для описания магнитополевых осцилляций контактанса квантовой точки при малых  $B$  применимость этой формулы никак не обоснована, поскольку краевые токовые состояния в виде тонких линий еще не сформированы, и в этом режиме магнитополевые осцилляции в точках являются менее регулярны-

**Ткаченко Ольга Александровна**<sup>1</sup> — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, e-mail: otkach@isp.nsc.ru; **Бакшеев Дмитрий Георгиевич**<sup>2</sup> — канд. физ.-мат. наук, ассистент, e-mail: bd@mail.ru; **Ткаченко Виталий Анатольевич**<sup>1,2,§</sup> — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, e-mail: vtkach@isp.nsc.ru

§ Автор для переписки

\* Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на I-й международной конференции «Математическое моделирование в материаловедении электронных компонентов», Москва, 21—23 октября 2019 г.

ми [2, 3], чем в кольцах. Тем не менее, благодаря высокому качеству субмикронных колец и квантовых точек в ДЭГ гетероструктур GaAs/AlGaAs, удается реалистичным моделированием связать данные о трехмерной конструкции устройств с наблюдаемым поведением кондактанса [4—6].

В этом отношении показательны два примера. Первый из них — это интерферометр Ааронова—Бома с эффективным диаметром кольца 0,7 мкм, сформированный в Институте физики полупроводников СО РАН электронной литографией и реактивно-ионным травлением [7—9]. Второй пример — это открытая квантовая точка размером около 0,7 мкм, созданная в Кавендишской лаборатории (Англия) с использованием трехслойной системы субмикронных и ультратонких (60 нм) металлических затворов [10—14]. Для создания этих устройств в ИФП СО РАН и в Кавендишской лаборатории были улучшены параметры технологии молекулярно-лучевой эпитаксии структур GaAs/AlGaAs и получены, соответственно, ДЭГ с подвижностью  $0,5 \cdot 10^6$  и  $2,5 \cdot 10^6$  см<sup>2</sup>/(В · с) при низких температурах. В этих случаях имелась надежная основа для реалистичского моделирования в виде детальной информации об основных особенностях изготовления твердотельных устройств (состав материалов, толщины слоев, трехмерная геометрия). Не самые малые размеры этих устройств, высокое качество ДЭГ и нанолитографии позволили в первом приближении не учитывать беспорядок. Самосогласованным решением задачи трехмерной электростатики были найдены близкие к реальным простые формы двумерного эффективного потенциала  $U(x,y)$ , используемые при расчетах кондактанса устройств в нулевом магнитном поле [7, 12—14]. Вычисленный потенциал  $U(x,y)$  для этих структур симметричен относительно линий  $x = 0$ ,  $y = 0$  (см. рис. 1 и 2 [7], рис. 1 [12], рис. 4—6 [13]). В выбранном кольцевом интерферометре диаметром 0,7 мкм имеется аксиальная симметрия за исключением небольших (0,2 мкм) областей соединения кольцевого канала шириной 100 нм с подводными квантовыми проволоками той же ширины. Потенциал выбранной квантовой точки отличается особенной простотой от потенциала других квантовых точек, поскольку допускает разделение переменных  $x,y$  при решении задачи квантового рассеяния в нулевом магнитном поле. Расчетами  $U(x,y)$  и моделированием измеренных затворных характеристик в [7] были открыты треугольные квантовые точки на входе и выходе из баллистического кольца, а в [12—14] обнаружено, что квантовая точка из работы [10, 11] является квазиодномерной, т.е. по сравнению с обычными баллистическими квантовыми точками межподзонное рассеяние в ней подавлено. Благодаря этим находкам удалось объяснить экспериментально обнаруженные необычные физические эффекты.

Тем не менее, для указанных двух устройств отсутствовали вычисления магнитотранспортных свойств. К этим свойствам относятся магнитопольные осцилляции двухтерминального кондактанса  $G$ , а также распределения равновесного (персистентного) тока, текущего без диссипации энергии при всех разрешенных энергиях ниже общего уровня Ферми. Такие замкнутые токи наводятся внешним магнитным полем в любых проводящих, в том числе, бесконтактных, системах произвольных размеров и размерностей и существуют в термодинамическом равновесии. Теоретическое рассмотрение равновесных токов в перпендикулярном магнитном поле ранее проводилось только для некоторых идеализированных форм латерального потенциала квантовой точки и кольца и в основном для замкнутых систем [15—22]. Для понимания результатов первых измерений персистентных токов этого было достаточно. В эксперименте об этих токах можно судить лишь по интегральной характеристике — намагниченности или магнитному моменту  $M$ . Вызванные персистентными токами магнитные поля являются лишь слабой добавкой к внешнему магнитному полю. Соответствующие измерения наведенного магнитного момента для субмикронных полупроводниковых колец и квантовых точек крайне редки [23—25], поскольку намагниченность даже для ДЭГ [26, 27] гораздо сложнее измерить, чем для 3D макроскопических однородных проводников. Для последних осцилляции магнитного момента хорошо известны как эффект де Гааза—ван Альфена.

Цель настоящей работы в том, чтобы на примере устройств с кольцом и с квантовой точкой дополнить реалистичское моделирование не только расчетом магнитопольных осцилляций кондактанса, но также вычислением персистентных токов и магнитного момента. Вычисленные осцилляции кондактанса можно сравнить с ранее измеренными, а расчет равновесных токов и соответствующего магнитного момента необходим для понимания квантовых явлений и для оценки перспектив будущих экспериментов.

### Метод моделирования

Полный равновесный ток для заданных значений энергии Ферми  $E_F$  и  $V$  определяется суммой вкладов  $d\mathbf{J}(x,y)/dE$  по состояниям с энергиями  $E \leq E_F$ . Для расчетов  $d\mathbf{J}(x,y)/dE$  и неравновесного тока  $\mathbf{I}(x,y)$  и кондактанса использован алгоритм из работы [28]. Полный магнитный момент вычисляется как векторное произведение радиус вектора  $\mathbf{r} = (x,y)$  на ток:  $\mathbf{M} = 0,5\mathbf{r} \times \mathbf{J}(x,y)$ . Обычно равновесный ток теоретически и численно изучают в закрытых системах с дискретным спектром  $E_i$  [15—22], но мы рассматриваем открытые субмикронные системы с непрерывным спектром, которые соединены

с электронными резервуарами через проницаемые плавные потенциальные барьеры [4—14]. Заметим, что метод неравновесных функций Грина, кратко описанный в [28], идеально подходит для моделирования открытых систем, поскольку в определении функции Грина есть малая мнимая добавка к энергии, и не только резонансы, но даже глубокие уровни энергии, проявляются в плотности состояний в виде пиков конечной ширины по  $E$ . Среди открытых систем мы выбрали для моделирования близкие к идеальным по геометрии кольцевой интерферометр и квантовую точку, изученные измерениями и расчетами в работах [7—14]. Сначала по структурным данным для этих устройств вычислялись трехмерный электростатический потенциал и эффективный удерживающий потенциал  $U(x,y)$  в ДЭГ. Затем по найденному  $U(x,y)$  и заданному  $B$  определялись полный неравновесный ток  $I$  через устройство при заданных  $E_F$  и тянущем напряжении  $V$  (кондактанс  $G = I/V$ ) [7, 12—14]. В настоящей работе для состояний с данной энергией  $E$  вычисляются зависимости  $G(B)$ , а также распределения  $d\mathbf{J}(x,y)/dE$  и вклады  $dM/dE$  в полный магнитный момент  $M$ .

### Квантовая точка: результаты и обсуждение

На рис. 1—4 в качестве примера мы показываем полученные результаты для квазиодномерной квантовой точки. Из графика  $G(B)$  (см. рис. 1), вычисленного для энергии на уровне Ферми  $E_F = 0,1$  мэВ видно, что более или менее регулярные осцилляции охватывают интервал от 0,05 до 0,4 Тл. Отметим, что в экспериментах с такой квантовой точкой регистрировались ОАБ с периодом  $\Delta B = 15$  мТл [10], что позволило оценить площадь электронной системы квантовой точки по простой формуле  $S = \Phi_0/\Delta B$ . Для сравнения с измеренными ОАБ полезно сгладить осцилляции на вычисленной зависимости  $G(B)$ . Осцилляции на сглаженной кривой  $\Delta G_{\text{smooth}}(B)$  имеют период 19 мТл. Отсутствие строгой периодичности пиков на исходной кривой  $G(B)$  объясняется влиянием магнитного поля на квазидискретные уровни энергии квазиодномерной квантовой точки.

Пикам на зависимости  $G(B)$  отвечают узкие положительные, либо отрицательные особенности  $dM/dE$ . Области подводящих каналов при вычислении  $dM/dE$  и  $M$  игнорировались.

Вычисленная картина равновесного тока в квазиодномерной квантовой

точке для резонансного пика при умеренном магнитном поле  $B = 0,3345$  Тл (см. рис. 2) дает представление о геометрии открытой точки, включая входные сужения между точкой и областями подводящих электронных резервуаров (см.  $U(x,y)$ , рис. 1 [12]). Заметим, что периоду магнитополевых осцилляций соответствует эффективная площадь  $S = \Phi_0/\Delta B$ , которая немного меньше площади квантовой точки. Это относится не только к расчетному  $\Delta B = 19$  мТл, что показано пунктирным овалом на рис. 2, но и к измеренному  $\Delta B = 15$  мТл. Основной ток течет в резервуарах и по широкому кольцу на периферии квантовой точки. Формальный путь электрона, охватывающий эффективную площадь  $S$ , одинаково отстоит от внешней и внутренней границы вычисленного кольца равновесного тока при  $B = 0,3345$  Тл.

Область размером  $\sim 200 \times 400$  нм<sup>2</sup> в центре точки почти свободна от токов. Напротив, для резонансно-

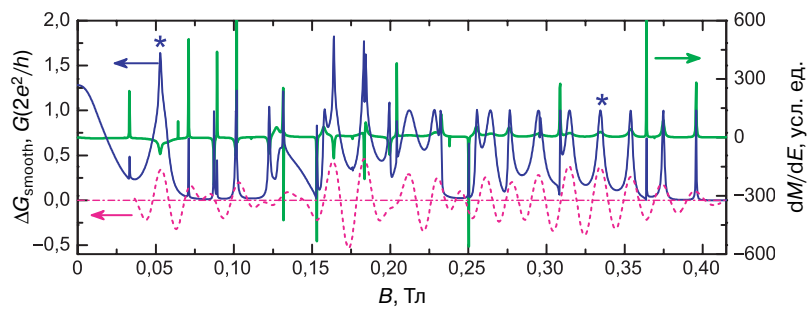


Рис. 1. Вычисленные магнитополевые характеристики квазиодномерной квантовой точки при  $E_F = 0,1$  мэВ: зависимости кондактанса и производной магнитного момента  $dM/dE$  от  $B$ . Звездочкой отмечены состояния, проявляемые на рис. 2—4. Нижняя кривая — результат полосовой фильтрации  $G(B)$

Fig. 1. The calculated magnetic field characteristics of the quasi-one-dimensional quantum dot at  $E_F = 0.1$  meV: the dependences of the conductance and the derivative of the magnetic moment  $dM/dE$  on  $B$ . The states clarified in Fig. 2—4 are marked with an asterisk. The lower curve is the result of band-pass filtering of  $G(B)$

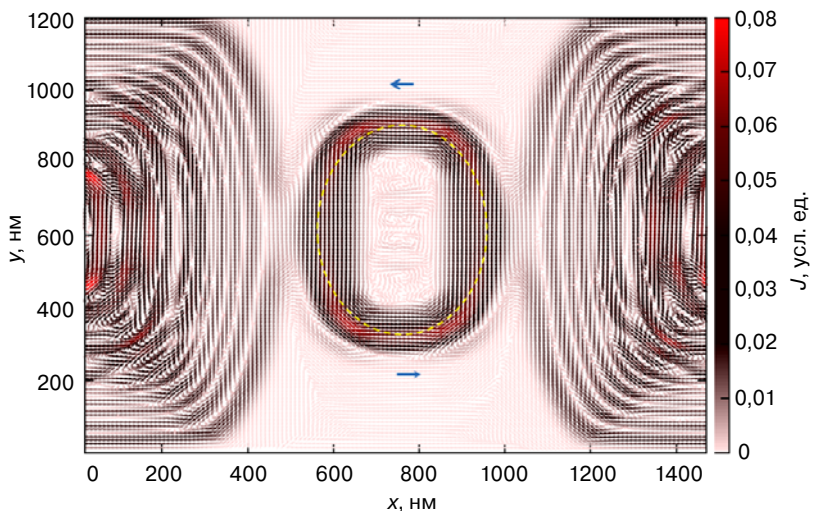


Рис. 2. Распределение полного равновесного тока  $\mathbf{J}$  в квантовой точке и подводящих каналах при  $B = 0,3345$  Тл. Стрелки указывают направление тока. Желтый пунктир охватывает эффективную площадь  $S$

Fig. 2. Distribution of total equilibrium current  $\mathbf{J}$  in the quantum dot and in the channels at  $B = 0.3345$  T. The arrows indicate the direction of the current. The yellow dotted line encircles the effective area  $S$

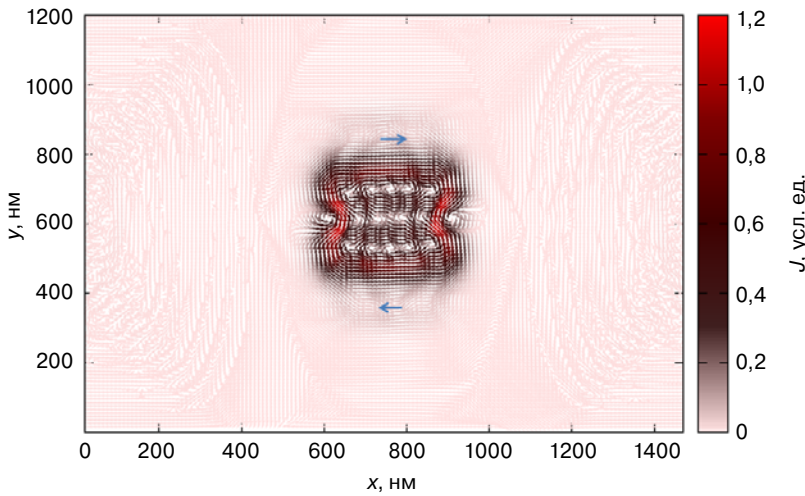


Рис. 3. Полный равновесный ток  $\mathbf{J}$  в квантовой точке при  $B = 53$  мТл. Стрелки указывают направление тока

Fig. 3. The total equilibrium current  $\mathbf{J}$  at the quantum dot at  $B = 53$  mT. The arrows indicate the direction of the current

го пика  $G(B)$  в слабом магнитном поле  $B = 0,053$  Тл равновесный ток  $J$  при той же самой  $E_F$  сосредоточен возле центра квантовой точки (см. рис. 3) и так велик, что на его фоне почти не заметен ток в электронных резервуарах.

Отметим, что равновесный ток в квантовой точке на рис. 3 и 2 идет по и против часовой стрелки соответственно. Эти качественно разные картины полного равновесного тока  $J$  и дополнительные расчеты распределений  $d\mathbf{J}(x,y)/dE$  показывают, что внутри квантовой точки при повышенных значениях  $B$  возникает область изоляции, связанная с формированием краевых токовых состояний, но такой области нет при малых  $B$ . С этим обстоятельством

мы связываем заметное различие регулярности осцилляций  $G(B)$  на рис. 1 на отрезках  $(0, 0,2$  Тл) и  $(0,2, 0,4$  Тл).

Расчеты равновесного тока  $\mathbf{J}(x,y)$  проводились на интервале от  $E = -3$  мэВ (потенциал в центре квантовой точки) до  $E_F = 0,1$  мэВ, но определяющий вклад в полный магнитный момент вносят некоторые резонансные состояния по  $E$ , находящиеся недалеко от уровня Ферми, которые отвечают пикам в  $G(E)$  на рис. 4.

В случае  $B = 0,3345$  Тл на рис. 4, а видны три таких состояния, и вместе они обеспечивают положительное значение полного магнитного момента  $M$  при  $E_F = 0,1$  мэВ, что соответствует направлению полного равновесного тока  $J$  в квантовой точке против часовой стрелки на рис. 2. Напротив, в случае

$B = 0,053$  Тл одно доминирующее состояние с  $E = -0,77$  мэВ обеспечивает большое по модулю отрицательное значение полного магнитного момента  $M$  при  $E_F = 0,1$  мэВ (см. рис. 4, б), что соответствует направлению тока  $J$  в квантовой точке по часовой стрелке на рис. 3.

Отметим регулярность в расположении основных и дополнительных (узких) пиков на зависимости коэффициента прохождения от полной энергии электрона  $G(E)$  (рис. 4). Почти повторяющееся чередование этих пиков с ростом  $E$  при фиксированном  $B$  объясняется квазиодномерностью квантовой точки, т.е. раздельным квантованием движения электрона вдоль осей  $x$  и  $y$  при  $B = 0$  (см. рис. 7—10 [13], рис. 1 и 2 [14]).

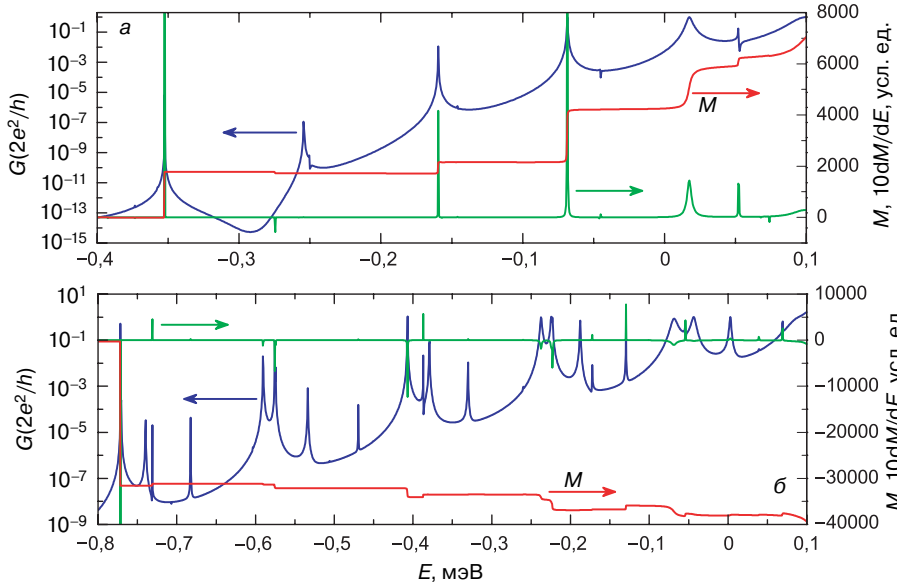


Рис. 4. Зависимости коэффициента прохождения электрона  $G(E)$ , магнитного момента  $M(E)$  и  $10dM(E)/dE$  для квазиодномерной квантовой точки в случаях  $B = 0,3345$  (а) и  $0,053$  (б) Тл

Fig. 4. Dependences of the electron transmission coefficient  $G(E)$ , magnetic moment  $M(E)$ , and  $10 \times dM(E)/dE$  for the quasi-one-dimensional quantum dot in the cases  $B = 0.3345$  T (а) and  $B = 0.053$  T (б)

### Кольцо: результаты и обсуждение

На рис. 5 для кольцевого интерферометра из работ [7—9] показаны результаты расчета магнитопольных осцилляций кондуктанса на уровне Ферми вместе с вычисленной зависимостью  $dM/dE$  от  $B$ . Видно, что в данном случае осцилляции Ааронова—Бома являются более однородными, чем в случае квантовой точки. На интервале от  $0,07$  до  $0,12$  Тл заметно удвоение частоты осцилляций при фиксированном  $E$ , т.е. более сильное расщепление между двоянными пиками кондуктанса по сравнению с отрезком от  $B = 0$  до  $0,06$  Тл. Заметим,

что эффект удвоения частоты наблюдался в эксперименте, но только при изменении энергии Ферми [8], а не магнитного поля. В измерениях осцилляции имеют меньшую амплитуду и являются более плавными, чем в расчетах. Они примерно такие, как на сглаженной кривой  $\Delta G_{\text{smooth}}(B)$ . Период вычисленных ОАБ хорошо согласуется с измерениями в работах [8, 9]. Расчет потенциала и уровней поперечного квантования в рукавах кольца и подводящих квантовых проволоках [7] показывает, что на уровне Ферми ( $E_F = 0$ ) в этих каналах могут распространяться по три моды электронных волн. Однако вычисленный кондактанс устройства, аналогично измеренному в [8, 9], почти не превышает единицы (рис. 5). Это подавление кондактанса объясняется существованием треугольных квантовых точек в местах соединения кольца с подводящими квантовыми проволоками и сильным обратным рассеянием электронных волн в этих точках [7].

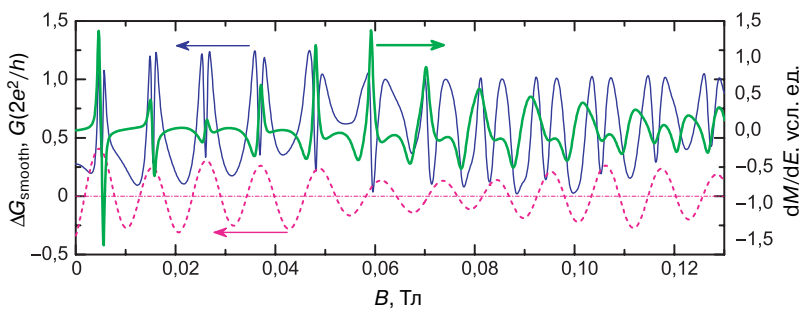


Рис. 5. Вычисленные магнитополевые характеристики кольцевого интерферометра на уровне Ферми ( $E = 0$ ): осцилляции кондактанса и производной магнитного момента  $dM/dE$ .

Нижняя кривая — результат полосовой фильтрации  $G(B)$  для имитации измерений

Fig. 5. The calculated magnetic field characteristics of the ring interferometer at the Fermi level ( $E = 0$ ): conductance oscillations and derivative of the magnetic moment  $dM/dE$ .

For comparison with the experiment, band-pass filtering of  $G(B)$  was performed (lower curve)

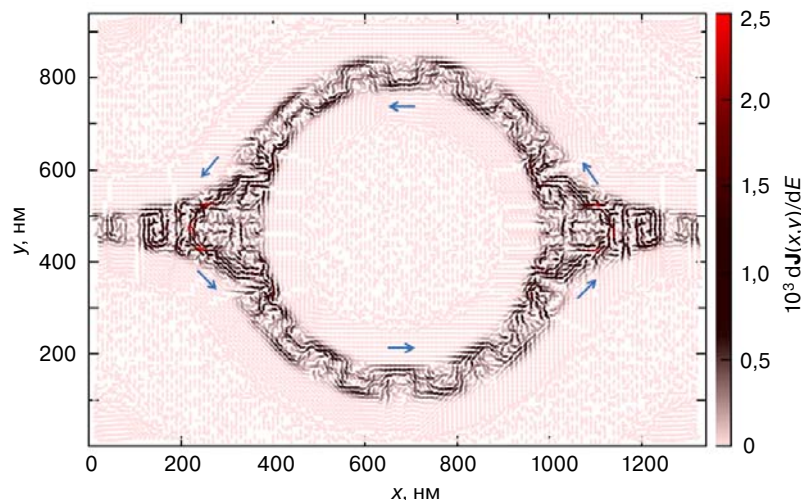


Рис. 6. Вклад  $d\mathbf{J}(x,y)/dE$  в равновесный ток для первого узкого пика  $dM/dE$  на рис. 5 при  $B = 0,0046$  Тл. Вихревому току против часовой стрелки в кольце отвечает положительный знак  $dM/dE$

Fig. 6. The contribution of  $d\mathbf{J}(x,y)/dE$  to the equilibrium current for the first narrow peak  $dM/dE$  in Fig. 5 at  $B = 0.0046$  T. The eddy current counterclockwise in the ring corresponds to the positive sign  $dM/dE$

Обратное рассеяние электронов, падающих из подводящих проволок, ведет к появлению на картинах тока  $d\mathbf{J}(x,y)/dE$  (рис. 6) сложных вихрей внутри треугольных квантовых точек. Трехмодовость каналов проявляется на этой картине регулярными смещениями основного тока  $d\mathbf{J}(x,y)/dE$  (прямоугольными зубцами) между краями каждого из рукавов кольца. Если просуммировать  $d\mathbf{J}(x,y)/dE$  по  $y$  в любом вертикальном сечении  $x$ , внутри кольца, то полученные персистентные токи  $J_{\text{up}}$ ,  $J_{\text{down}}$ , текущие по верхнему и нижнему рукаву кольца, зависят только от  $E$  и  $B$ , равны по величине и противоположны по знаку. В данном случае  $d\mathbf{J}(x,y)/dE$  показано для первого узкого резонанса в  $G(B)$ . Вихревой ток в кольце при данном значении  $B$  течет против часовой стрелки.

На рис. 5 рядом с этим квазидискретным уровнем еще один узкий пик в  $G(B)$ , т. е. узкий провал в  $dM/dE$  при  $B = 0,0053$  Тл. Для такого  $B$  ток на картине  $d\mathbf{J}(x,y)/dE$  идет по часовой стрелке, но распределение по абсолютной величине  $d\mathbf{J}(x,y)/dE$  мало меняется по сравнению с рис. 6 (не показано).

Отметим, что расчеты полного равновесного тока и магнитного момента осложняются присутствием узких по энергии квазиуровневых состояний, которые могут вносить большой вклад, поэтому вычисления выполняются с малым шагом и затратны по времени, но легко распараллеливаются [29].

### Заключение

По результатам расчета трехмерного электростатического потенциала в устройствах с баллистической квантовой точкой и кольцевым интерферометром вычислены магнитополевые осцилляции кондактанса наносистем, распределения равновесных (персистентных) токов и индуцированный этим током магнитный момент.

Прослежена корреляция между поведением кондактанса и магнитного момента. Показано сходство магнитополевых осцилляций кондактанса квантовой точки с осцилляциями Ааронова—Бома. Вычисленный период ОАБ соответствует измеренному для этих устройств. Поскольку представленные результаты получены на основе экспериментальных данных об изготовлении и функционировании мезоскопических наноструктур [7—14], они существенным образом дополняют прежнее реалистическое моделирование квантовых

явлений в твердотельных затворно–управляемых структурах.

#### Библиографический список

1. Bykov A. A., Kvon Z. D., Ol'shanetskii E. B., Litvin L. V., Nastaushev Yu. V., Mansurov V. G., Migal' V. P., Moshchenko S. P., Plyukhin V. G. Quasiballistic electronic interferometer // JETP Letters. 1993. V. 57, Iss. 9. P. 613—616.
2. Persson M., Pettersson J., von Sydow B., Lindelof P. E., Kristensen A., Berggren K. F. Conductance oscillations related to the eigenenergy spectrum of a quantum dot in weak magnetic fields // Phys. Rev. B. 1995. V. 52, Iss. 12. P. 8921—8933. DOI: 10.1103/PhysRevB.52.8921
3. Micolich A. P., See A. M., Scannell B. C., Marlow C. A., Martin T. P., Pilgrim I., Hamilton A. R., Linke H., Taylor R. P. Is it the boundaries or disorder that dominates electron transport in semiconductor 'billiards'? // Fortschr. Phys. 2013. V. 61, Iss. 2–3. P. 332—347. DOI: 10.1002/prop.201200081
4. Tkachenko O. A., Tkachenko V. A., Kvon Z. D., Latyshev A. V., Aseev A. L. Introspect of quantum nanoelectronic devices // Nanotechnologies in Russia. 2010. V. 5, N 9–10. P. 676—695. DOI: 10.1134/S1995078010090132
5. Tkachenko V. A., Tkachenko O. A., Kvon Z. D., Latyshev A. V., Aseev A. L. Introspect in nano- and mesoscopic physics: single electronics and quantum ballistics // Optoelectronics, instrumentation and data processing. 2016. V. 52, N 5. P. 518—528. DOI: 10.3103/S8756699016050149
6. Tkachenko O. A., Tkachenko V. A., Kvon Z. D., Sherglov D. V., Aseev A. L. Modeling of quantum transport and single-electron charging in GaAs/AlGaAs-nanostructures // In: Advances in Semiconductor Nanostructures. Growth, Characterization, Properties and Applications. Ed. by: A. V. Latyshev, A. V. Dvurechenskii, A. L. Aseev. Elsevier, 2017, Ch. 6. P. 131—155. DOI: 10.1016/B978-0-12-810512-2.00006-8
7. Tkachenko O. A., Tkachenko V. A., Baksheev D. G., Kvon Z. D., Portal J. C. Electrostatic potential, energy spectrum, and Fano resonances in a ballistic ring interferometer based on an AlGaAs/GaAs heterojunction // JETP Letters. 2000. V. 71, N 6. P. 255—258. DOI: 10.1134/1.568328
8. Olshanetsky E. B., Cassé M., Kvon Z. D., Gusev G. M., Litvin L. V., Plotnikov A. V., Maude D. K., Portal J. C. Symmetric, gated, ballistic rings as tunable electron interferometers // Physica E. 2000. V. 6, Iss. 1–4. P. 322—326. DOI: 10.1016/S1386-9477(99)00160-5
9. Cassé M., Kvon Z. D., Gusev G. M., Olshanetskii E. B., Litvin L. V., Plotnikov A. V., Maude D. K., Portal J. C. Temperature dependence of the Aharonov–Bohm oscillations and the energy spectrum in a single-mode ballistic ring // Phys. Rev. B. 2000. V. 62, Iss. 4. P. 2624—2629. DOI: 10.1103/PhysRevB.62.2624
10. Liang C.-T., Simmons M. Y., Smith C. G., Kim G. H., Ritchie D. A., Pepper M. Experimental evidence for Coulomb charging effects in an open quantum dot at zero magnetic field // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81, Iss. 16. P. 3507—3510. DOI: 10.1103/PhysRevLett.81.3507
11. Liang C.-T., Simmons M. Y., Smith C. G., Kim G. H., Ritchie D. A., Pepper M. Multilayered gated lateral quantum dot devices // Appl. Phys. Lett. 2000. V. 76, N 9. P. 1134—1136. DOI: 10.1063/1.125961
12. Baksheev D. G., Tkachenko O. A., Tkachenko V. A. The role of intersubband mixing in single-electron charging of open quantum dot // Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures. 2000. V. 6, Iss. 1–4. P. 414—417. DOI: 10.1016/S1386-9477(99)00204-0
13. Tkachenko O. A., Tkachenko V. A., Baksheev D. G., Liang C.-T., Simmons M. Y., Smith C. G., Ritchie D. A., Kim Gil-Ho, Pepper M. Coulomb charging effects in an open quantum dot device // J. Phys.: Condens. Matter. 2001. V. 13, N 42. P. 9515—9534. DOI: 10.1088/0953-8984/13/42/312
14. Tkachenko V. A., Tkachenko O. A., Baksheev D. G., Liang C.-T. Coulomb oscillations of the ballistic conductance in a quasi-one-dimensional quantum dot // JETP Letters. 2001. V. 74, N 4. P. 209—212. DOI: 10.1134/1.1413551
15. Büttiker M., Imry Y., Landauer R. Josephson behavior in small normal one-dimensional rings // Phys. Lett. A. 1983. V. 96, Iss. 7. P. 365—367. DOI: 10.1016/0375-9601(83)90011-7
16. Büttiker M. Small normal-metal loop coupled to an electron reservoir // Phys. Rev. B. 1985. V. 32, Iss. 3. P. 1846—1849. DOI: 10.1103/PhysRevB.32.1846
17. Sivan U., Imry Y. de Haas–van Alphen and Aharonov–Bohm-type persistent current oscillations in singly connected quantum dots // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61, Iss. 8. P. 1001—1004. DOI: 10.1103/PhysRevLett.61.1001
18. Jayannavar A. M., Deo P. S. Persistent currents and conductance of a metal loop connected to electron reservoirs // Phys. Rev. B. 1994. V. 49, Iss. 19. P. 13685—13690. DOI: 10.1103/PhysRevB.49.13685
19. Fogler M. M., Levin E. I., Shklovskii B. I. Chemical potential and magnetization of a Coulomb island // Phys. Rev. B. 1994. V. 49, Iss. 19. P. 13767—13775. DOI: 10.1103/PhysRevB.49.13767
20. Tan W.-C., Inkson J. C. Magnetization, persistent currents, and their relation in quantum rings and dots // Phys. Rev. B. 1999. V. 60, Iss. 8. P. 5625—5635. DOI: 10.1103/PhysRevB.60.5626
21. Bremme L., Ihn T., Ensslin K. Magnetization of a two-dimensional electron gas and the role of one-dimensional edge currents // Phys. Rev. B. 1999. V. 59, Iss. 11. P. 7305—7307. DOI: 10.1103/PhysRevB.59.7305
22. Aldea A., Moldoveanu V., Nita M., Manolescu A., Gudmundsson V., Tanatar B. Orbital magnetization of single and double quantum dots in a tight-binding model // Phys. Rev. B. 2003. V. 67, Iss. 3. P. 035324 (10pp). DOI: 10.1103/PhysRevB.67.035324
23. Mailly D., Chapelier C., Benoit A. Experimental observation of persistent currents in a GaAs–AlGaAs single loop // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70, Iss. 13. P. 2020—2023. DOI: 10.1103/PhysRevLett.70.2020
24. Rabaud W., Saminadayar L., Mailly D., Hasselbach K., Benoit A., Etienne B. Persistent Currents in mesoscopic connected rings // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86, Iss. 14. P. 3124—3127. DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.3124
25. Schwarz M. P., Grundler D., Wilde M. A., Heyn Ch., Heitmann D. Magnetization of semiconductor quantum dots // J. Appl. Phys. 2002. V. 91, Iss. 10. P. 6875—6877. DOI: 10.1063/1.1450762
26. Schwarz M. P., Wilde M. A., Groth S., Grundler D., Heyn Ch., Heitmann D. Sawtoothlike de Haas–van Alphen oscillations of a two-dimensional electron system // Phys. Rev. B. 2002. V. 65, Iss. 24. P. 245315 (9pp). DOI: 10.1103/PhysRevB.65.245315
27. Usher A., Elliott M. Magnetometry of low-dimensional electron and hole systems // J. Phys.: Condens. Matter. 2009. V. 21. P. 103202 (31pp). DOI: 10.1088/0953-8984/21/10/103202
28. Cresti A., Farchioni R., Grosso G., Parravicini G. P. Keldysh–Green function formalism for current profiles in mesoscopic systems // Phys. Rev. B. 2003. V. 68, Iss. 7. P. 075306 (8pp). DOI: 10.1103/PhysRevB.68.075306
29. Ткаченко О. А., Ткаченко В. А. Суперкомпьютерное моделирование полупроводниковых квантовых наносистем // Выч. методы и программирование. 2012. Т. 13, Вып. 1. С. 253—262.

*Работа поддержана грантом № 19–72–30023 Российского научного фонда. Расчеты с использованием вычислительных ресурсов МСЦ РАН выполнялись по Гос. заданию № 0306–2019–0011.*

*Статья поступила в редакцию 26 декабря 2019 г.*

*Izvestiya vuzov. Materialy elektronnoi tekhniki = Materials of Electronics Engineering*. 2019, vol. 22, no. 4, pp. 290—297.  
DOI: 10.17073/1609-3577-2019-4-290-297

## Aharonov—Bohm oscillations and distributions of equilibrium current in open quantum dot and ring interferometer

O. A. Tkachenko<sup>1</sup>, D. G. Baksheev<sup>2</sup>, V. A. Tkachenko<sup>1,2,§</sup>

<sup>1</sup> *Rzhanov Institute of Semiconductor Physics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,  
13 Akad. Lavrent'eva Ave., Novosibirsk 630090, Russia*

<sup>2</sup> *Novosibirsk State University,  
1 Pirogova Str., Novosibirsk 630090, Russia*

**Abstract.** Magnetotransport in submicron devices formed on the basis of GaAs/AlGaAs structures is simulated by the method of nonequilibrium Green functions. In the one-particle approximation, the influence of a perpendicular magnetic field on electron transmission through a quasi-one-dimensional quantum dot and the Aharonov—Bohm interferometer is considered. Two-terminal conductance and magnetic moment of the devices are calculated. Two-dimensional patterns of equilibrium (persistent) currents are obtained. The correlations between energy dependences of magnetic moment and conductance are considered. For the quasi-one-dimensional quantum dot, regular conductance oscillations similar to the ABOs were found at low magnetic fields (0.05—0.4 T). In the case of a ring interferometer, the contribution to the total equilibrium current and magnetic moment at a given energy can change sharply both in magnitude and in sign when the magnetic field changes within the same Aharonov—Bohm oscillation. The conductance through the interferometer is determined not by the number of propagating modes, but rather by the influence of triangular quantum dots at the entrances to the ring, causing back scattering. Period of calculated ABOs corresponds to that measured for these devices.

**Keywords:** ballistic quantum dot, electron ring interferometer, conductance, equilibrium current, magnetic moment, Aharonov—Bohm oscillations

### References

- Bykov A. A., Kvon Z. D., Ol'shanetskii E. B., Litvin L. V., Nastaushev Yu. V., Mansurov V. G., Migal' V. P., Moshchenko S. P., Plyukhin V. G. Quasiballistic electronic interferometer. *JETP Letters*, 1993, vol. 57, no. 9, pp. 613—616.
- Persson M., Pettersson J., von Sydow B., Lindelof P. E., Kristensen A., Berggren K. F. Conductance oscillations related to the eigenenergy spectrum of a quantum dot in weak magnetic fields. *Phys. Rev. B*, 1995, vol. 52, no. 12, pp. 8921—8933. DOI: 10.1103/PhysRevB.52.8921
- Micolich A. P., See A. M., Scannell B. C., Marlow C. A., Martin T. P., Pilgrim I., Hamilton A. R., Linke H., Taylor R. P. Is it the boundaries or disorder that dominates electron transport in semiconductor 'billiards'? *Fortschr. Phys.*, 2013, vol. 61, no. 2-3, pp. 332—347. DOI: 10.1002/prop.201200081
- Tkachenko O. A., Tkachenko V. A., Kvon Z. D., Latyshev A. V., Aseev A. L. Introspecty of quantum nanoelectronic devices. *Nanotechnologies in Russia*, 2010, vol. 5, no. 9-10, pp. 676—695. DOI: 10.1134/S1995078010090132
- Tkachenko V. A., Tkachenko O. A., Kvon Z. D., Latyshev A. V., Aseev A. L. Introspecty in nano- and mesoscopic physics: single electronics and quantum ballistics. *Optoelectronics, instrumentation and data processing*, 2016, vol. 52, no. 5, pp. 518—528. DOI: 10.3103/S8756699016050149
- Tkachenko O. A., Tkachenko V. A., Kvon Z. D., Sheglov D. V., Aseev A. L. Modeling of quantum transport and single-electron charging in GaAs/AlGaAs-nanostructures. In: *Advances in Semiconductor Nanostructures. Growth, Characterization, Properties and Applications*. Ed. by: A. V. Latyshev, A. V. Dvurechenskii, A. L. Aseev. Elsevier, 2017, ch. 6, pp. 131—155. DOI: 10.1016/B978-0-12-810512-2.00006-8
- Tkachenko O. A., Tkachenko V. A., Baksheev D. G., Kvon Z. D., Portal J. C. Electrostatic potential, energy spectrum, and Fano resonances in a ballistic ring interferometer based on an AlGaAs/GaAs heterojunction. *JETP Letters*, 2000, vol. 71, no. 6, pp. 255—258. DOI: 10.1134/1.568328
- Olshansky E. B., Cassé M., Kvon Z. D., Gusev G. M., Litvin L. V., Plotnikov A. V., Maude D. K., Portal J. C. Symmetric, gated, ballistic rings as tunable electron interferometers. *Physica E*, 2000, vol. 6, no. 1-4, pp. 322—326. DOI: 10.1016/S1386-9477(99)00160-5
- Cassé M., Kvon Z. D., Gusev G. M., Olshansky E. B., Litvin L. V., Plotnikov A. V., Maude D. K., Portal J. C. Temperature dependence of the Aharonov—Bohm oscillations and the energy spectrum in a single-mode ballistic ring. *Phys. Rev. B*, 2000, vol. 62, no. 4, pp. 2624—2629. DOI: 10.1103/PhysRevB.62.2624
- Liang C.-T., Simmons M. Y., Smith C. G., Kim G. H., Ritchie D. A., Pepper M. Experimental evidence for Coulomb charging effects in an open quantum dot at zero magnetic field. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, vol. 81, no. 16, pp. 3507—3510. DOI: 10.1103/PhysRevLett.81.3507
- Liang C.-T., Simmons M. Y., Smith C. G., Kim G. H., Ritchie D. A., Pepper M. Multilayered gated lateral quantum dot devices. *Appl. Phys. Lett.*, 2000, vol. 76, no. 9, pp. 1134—1136. DOI: 10.1063/1.125961
- Baksheev D. G., Tkachenko O. A., Tkachenko V. A. The role of intersubband mixing in single-electron charging of open quantum dot. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 2000, vol. 6, no. 1-4, pp. 414—417. DOI: 10.1016/S1386-9477(99)00204-0
- Tkachenko O. A., Tkachenko V. A., Baksheev D. G., Liang C.-T., Simmons M. Y., Smith C. G., Ritchie D. A., Kim Gil-Ho, Pepper M. Coulomb charging effects in an open quantum dot device. *J. Phys.: Condens. Matter*, 2001, vol. 13, no. 42, pp. 9515—9534. DOI: 10.1088/0953-8984/13/42/312
- Tkachenko V. A., Tkachenko O. A., Baksheev D. G., Liang C.-T. Coulomb oscillations of the ballistic conductance of a quasi-one-dimensional quantum dot. *JETP Letters*, 2001, vol. 74, no. 4, pp. 209—212. DOI: 10.1134/1.1413551
- Büttiker M., Imry Y., Landauer R. Josephson behavior in small normal one-dimensional rings. *Phys. Lett. A*, 1983, vol. 96, no. 7, pp. 365—367. DOI: 10.1016/0375-9601(83)90011-7
- Büttiker M. Small normal-metal loop coupled to an electron reservoir. *Phys. Rev. B*, 1985, vol. 32, no. 3, pp. 1846—1849. DOI: 10.1103/PhysRevB.32.1846
- Sivan U., Imry Y. de Haas-van Alphen and Aharonov—Bohm-type persistent current oscillations in singly connected quantum dots. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, vol. 61, no. 8, pp. 1001—1004. DOI: 10.1103/PhysRevLett.61.1001

### Information about authors:

**Olga A. Tkachenko**<sup>1</sup>: Cand. Sci. (Phys.—Math.), Senior Researcher (otkach@isp.nsc.ru); **Dmitry G. Baksheev**<sup>2</sup>: Cand. Sci. (Phys.—Math.), Assistant Lecturer (bd@mail.ru); **Vitaly A. Tkachenko**<sup>1,2,§</sup>: Cand. Sci. (Phys.—Math.), Senior Researcher (vtkach@isp.nsc.ru)

§ Corresponding author

18. Jayannavar A. M., Deo P. S. Persistent currents and conductance of a metal loop connected to electron reservoirs. *Phys. Rev. B*, 1994, vol. 49, no. 19, pp. 13685—13690. DOI: 10.1103/PhysRevB.49.13685
19. Fogler M. M., Levin E. I., Shklovskii B. I. Chemical potential and magnetization of a Coulomb island. *Phys. Rev. B*, 1994, vol. 49, no. 19, pp. 13767—13775. DOI: 10.1103/PhysRevB.49.13767
20. Tan W.-C., Inkson J. C. Magnetization, persistent currents, and their relation in quantum rings and dots. *Phys. Rev. B*, 1999, vol. 60, no. 8, pp. 5625—5635. DOI: 10.1103/PhysRevB.60.5626
21. Bremme L., Ihn T., Ensslin K. Magnetization of a two-dimensional electron gas and the role of one-dimensional edge currents. *Phys. Rev. B*, 1999, vol. 59, no. 11, pp. 7305—7307. DOI: 10.1103/PhysRevB.59.7305
22. Aldea A., Moldoveanu V., Nita M., Manolescu A., Gudmundsson V., Tanatar B. Orbital magnetization of single and double quantum dots in a tight-binding model. *Phys. Rev. B*, 2003, vol. 67, no. 3, p. 035324 (10pp). DOI: 10.1103/PhysRevB.67.035324
23. Mailly D., Chapelier C., Benoit A. Experimental observation of persistent currents in a GaAs–AlGaAs single loop. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, vol. 70, no. 13, pp. 2020—2023. DOI: 10.1103/PhysRevLett.70.2020
24. Rabaud W., Saminadayar L., Mailly D., Hasselbach K., Benoit A., Etienne B. Persistent Currents in mesoscopic connected rings. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, vol. 86, no. 14, pp. 3124—3127. DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.3124
25. Schwarz M. P., Grundler D., Wilde M. A., Heyn Ch., Heitmann D. Magnetization of semiconductor quantum dots. *J. Appl. Phys.*, 2002, vol. 91, no. 10, pp. 6875—6877. DOI: 10.1063/1.1450762
26. Schwarz M. P., Wilde M. A., Groth S., Grundler D., Heyn Ch., Heitmann D. Sawtoothlike de Haas—van Alphen oscillations of a two-dimensional electron system. *Phys. Rev. B*, 2002, vol. 65, no. 24, p. 245315 (9pp). DOI: 10.1103/PhysRevB.65.245315
27. Usher A., Elliott M. Magnetometry of low-dimensional electron and hole systems. *J. Phys.: Condens. Matter*, 2009, vol. 21, p. 103202 (31pp). DOI: 10.1088/0953-8984/21/10/103202
28. Cresti A., Farchioni R., Grosso G., Parravicini G. P. Keldysh–Green function formalism for current profiles in mesoscopic systems. *Phys. Rev. B*, 2003, vol. 68, no. 7, p. 075306 (8pp). DOI: 10.1103/PhysRevB.68.075306
29. Tkachenko O. A., Tkachenko V. A. Supercomputer modeling of semiconductor quantum nanosystems. *Vychislitel'nyye metody i programmirovaniye = Numerical methods and programming*, 2012, vol. 13, no. 1, pp. 253—262. (In Russ.)

**Acknowledgments.** *This work was supported by the Russian Science Foundation, grant No. 19-72-30023. Calculations using the computing resources of the Joint Supercomputer Center of the Russian Academy of Sciences were carried out in accordance with State Order No. 0306-2019-0011.*

*Received December 26, 2019*

\* \* \*