

# Matematikk er eit pratefag og andre røynsler frå eit omvendt klasserom

Hans Georg Schaathun

[⟨georg@schaathun.net⟩](mailto:georg@schaathun.net)

Høgskolen i Ålesund, Institutt for Ingeniør- og Realfag

Postboks 1517, 6025 Ålesund

## Samandrag

I emnet *Diskret Matematikk* har me brukt omvendt klasserom sidan hausten 2013. Førelesingane er tilgjengeleg som videoopptak på ei vevside. medan klasseromstida vert brukt til tovegskommunikasjon og aktiv læring i ein eller annan form. Det kan innebera spørsmål frå studentane, vegleing, gruppearbeid, diskusjon rundt oppgåver, med meir. Sjølv om me har sett mange positive verknader av dette opplegget, skal ein merkja seg at omvendt klasserom ikkje er noka sølvkule. Den aktive læringa kan leggjast opp på mange ulike måtar, og ikkje alle fungerer like bra. Det har teke to år å nærma seg ein tilfredsstillande form, og me er enno ikkje heilt i mål. Desse røynslene og løysingane skal me utdjupa i artikkelen.

## 1 Innleiing

Matematikk er ei stor utfordring for mange studieprogram. Strykprosentane er ofte høgare enn i andre emne, og mange studentar ser ikkje relevansen som matematikken har for resten av studiet. Matematikken risikerer å få skulda for fråfallet. Dette gjeld ikkje alle, men det gjeld ei rekkje data- og IT-faglige studium. Der kan vera delte meiningar årsakene til problemet. Mange lærarar hevdar at studentane ikkje smarte nok eller ikkje motiverte nok. Nokon meiner lærarane ikkje dyktige eller motiverande nok. Det går an å hevda at matematikken ikkje er relevant nok. Faktisk finst der ein studie frå England [2] som viser at matematikk frå vidaregåande skule (*A level*) ikkje har målbar innverknad på sluttarakter eller gjennomføringsrate i eit informatikkstudium (*Computer Science*). Uansett årsak har me eit problem som treng løysing.

For dataingeniørstudiet slår den nasjonale rammeplanen fast at studentane skal ha minst 20 studiepoeng matematikk, der minst 10 er felles for alle programområde (data, elektro, maskin, bygg og kjemi). Om matematikk skal inngå i studiet står soleis ikkje til diskusjon, og for det fyrste matematikkemnet står heller ikkje innhaldet til diskusjon. Når ein strebar etter høgare gjennomstrøyming av dataingeniørar er det vanskeleg å koma utanom nye og betre læringsmetodar i matematikk.

Der er mange nye metodar og trendar å finna i pedagogisk forskning og utvikling, på alle skulenivå. Eit heitt tema er førelesing på video, i ulike formar. Den mest ekstreme forma er i omvendt klasserom der all førelesing vert lagt på video, og all klasseromstida

---

*Denne artikkelen vart presentert på konferansen NIK-2015; sjå <http://www.nik.no/>.*

vert brukt på oppgaveløysing og dialog. Fleire forsøk har vist at slik bruk av omvendt klasserom kan auka læringsutbyttet og gjennomstrøyminga, men denne effekten avheng av korleis klasseromstida vert brukt.

Aktiv læring har lenge vore eit moteomgrep i pedagogisk litteratur. Fleire store læringsteoretikarar peikar på at læring avheng av at studenten er aktiv, utan at dei treng å vera samde om kva det vil seia å vera aktiv. Omvendt klasserom heng ofte tett saman med aktiv læring. Ved å flytta førelesinga (passiv læring) frå klasserommet og over på nettvideo, frigjer ein tid som kan brukast til aktiv læring i møte mellom student og lærar.

Denne artikkelen tek for seg røynsleane over to år frå eit tipoengsemne i diskret matematikk i tredje semester av dataingeniørstudiet. Kurset var nytt med ny rammeplan og vart undervist fyrste gongen hausten 2013. Innhaldet ligg i grenselandet mellom matematikk og (teoretisk) informatikk. Det vart lagt opp som omvendt klasserom frå dag éin; med unntak av éin time med praktiske opplysingar fyrste undervisningsdag er ikkje ein einaste førebudd førelesing tilbudd i klasserommet.

Utgangspunktet for artikkelen er eigne røynsler frå praktisk undervising, og me vil difor starta artikkelen med ein gjennomgang av vårt opplegg før me går djupt inn i eksisterande litteratur og teori. I avsnitt 2 vil me definera sentrale omgrep. Det praktiske og tekniske opplegget i undervisinga vert presentert i avsnitt 3, før me reflekterer over røynsleane frå emnet i avsnitt 4. Avsnitt 5 gjev eit oversyn over relevant litteratur og sentrale læringsteoriar. Til slutt drøftar me røynsleane i forhold til litteraturen i avsnitt 6 .

## 2 Omgrepsavklaring

Høgare utdanning er dominert av det som me kan kalla *transmisjonsundervising*; Sotto [16] kallar det *the 'transmission method' of teaching* eller *teaching by telling*. Gjennom førelesing vert lærdom (vonleg) overført frå lærar til student. Studenten framstår som passiv mottakar. Øvingar, t.d. rekneøvingar i matematikk, vert ofte brukte som supplement til førelesingane, men då oftast som repetisjon som føreset at studentane allereie har lært stoffet gjennom transmisjon.

Førelesinga har vore gjenstand for omfattande kritikk, sjå t.d. [9]. Motsatsen til transmisjonsundervising er *aktiv læring* som har vore eit populært mantra i fleire tiår. Omgrepet famnar vidt og omfattar einkvan metode som involverer studentane aktivt i læringsprosessen [11]. Dei mest ytterleggående formane for aktiv læring vert gjerne omtalt som *learning by doing*, men aktiv læring omfattar òg mindre tydelege aktivitetar som *teaching by questioning* [9] eller inkluderande diskusjonar i gruppe eller i plenum.

Omvendt klasserom (*flipped classroom*) er eit nyare omgrep, frå rundt 2011 ifylgje [1]. Omvendt klasserom bruker både transmisjonsundervising og aktiv læring. Klasseromstida vert brukt til aktiv læring i ein eller annan form, medan transmisjonsundervisinga vert tilgjengeleg på andre måtar. Abeysekera og Dawsons [1] forklarar det slik:

*In a flipped classroom, the information-transmission component of a traditional face-to-face lecture (...) is moved out of class time. In its place are active, collaborative tasks.*

Typisk skjer transmisjonen gjennom videoførelesingar tilgjengeleg på nett, men i prinsippet er det òg omvendt klasserom når studentane er henvist til å lesa læraboka før dei tek del i aktiv læring i klasserommet. Kriteriet er at klasseromstida vert brukt primært til aktiv læring og i liten eller ingen grad til førelesing eller transmisjonslæring. Somme føreleserar har teke til orde for ei slik tilnærming lenge før video på nettet var gjennomførbart eller omvendt klasserom vart eit omgrep.

Proponentane for omvendt klasserom har ulike prioriteringar. Somme legg vekt på at studentane kan sjå videoførelesingane når dei vil, og at dette gjør utdanninga *fleksibel*. Implisitt eller eksplisitt tenkjer ein då at studentane ikkje treng den aktive læringa i klasserommet. Andre legg heller vekt på aktiv læring, og omvendt klasserom er ein måte å flytta fokus frå transmisjon til aktivitet. Dersom transmisjonsundervisinga ikkje er tilstrekkeleg for å læra faget, vert omvendt klasserom nettopp ikkje fleksibelt.

Lat oss dermed understreka at der ikkje er noko likheitsteikn mellom videoførelesing og fleksibel utdanning. Omvendt klasserom treng heller ikkje omfatta video eller nokon annan spesifikk teknologi. Kriteria for omvendt klasserom er (1) at klasseromstida vert brukt til aktiv læring og (2) at transmisjonsundervising er tilgjengeleg utanfor klasserommet. Det fylgjer at omvendt klasserom kan ta svært ulike formar.

### 3 Undervisingsopplegg og tekniske løysingar

Emnet i diskret matematikk er eit programemne for dataingeniørstudiet aleine, og me har difor fritt kunnet velja tema som er enkle å setja i samanheng med andre dataemne. Valet fall på kombinatorikk, logikk, algoritmeteori og kryptografi med algebra og talteori. Me kunne sjølvsagt hatt med grafteori, men det tapte i tevling med andre gode tema. I dette avsnittet gjev me eit kort overblikk over undervisingsopplegget og dei tekniske løysingane som vert brukt. Formålet er å dokumentera forfattaren sitt utgangspunkt. Andre må gjerne velja dei same løysingane, men der finst eit vell av alternativ.

*De gustibus non disputandum est.*

#### Undervisingsopplegg

Klassa starta med 15 studentar i 2013 og 25 studentar i 2014. Vurderinga var ved fira timar skriftleg eksamen. I undervisinga vart fylgjande læringsaktivetar og -materiell brukt:

**Øvingstimar** Tre dobbeltimar i veka med førelesar. Tida vert brukt til oppgåveløysing, spørsmål og vegleiing.

**Oppgåvesett** Oppgåvene vart distribuert som PDF-dokument, der kvart dokument typisk dekkjer fjorten dagar.

**Videoførelesing** Pensum vert førelest i korte videoar. Typisk er snuttane på 5–10 minutt, men både koratere og lengre videoar førekjem. Totalt omfang varierer mykje, frå ein knapp halvtime til vel ein time video til kvar dobbelttime i klasserommet.

**Vesider** Alt materiell er tilgjengeleg på nett. Hovudstrukturen er programet for emnet, der lesehenvisingar og videoar er lista opp for kvar dobbelttime.

**Klasseromsprøver** Obligatoriske innleveringar vert brukt i dei fleste emna på høgskulen for å tvinga fram jamnt arbeid gjennom semesteret. I diskret matematikk har me brukt klasseromsprøve på éin enkelttime med open bok annankvar veke, for å sikra at arbeidet er individuelt.

**Lærebok** Sidehenvisingar vert gjeve til to ulike lærebøker, men ingen av dei dekkjer heile pensum. Slik er det videoane og øvingane som definerer pensum, mens lærebøkene er gode supplement.

Seks undervisingstimar er ein reduksjon frå åtte timar som er typisk for tipoengsemne ved høgskulen; me reknar det som meir enn kompensert av videoførelesingane. Normal undervising gjekk over tolv veker. Dei siste to vekene før eksamensperioden vart bruk til repetisjon med utgangspunkt i typiske eksamensoppgåver.

## Tekniske løysingar

Alle kan koma i gang med videoførelesing, men der er ein viss læringsterskel som ein berre må bestemma seg for å *vilja* over. All videoproduksjon omfattar to oppgåver, *opptak* og *redigering*. Det er ofte nyttig med dedikert programvare for kvar oppgåve. Forfattaren gjorde dei fyrste forsøka med Camtasia for Mac, som er laga spesielt for undervisningsvideo, og tilbyr både opptak frå skjerm (*screencast*), opptak frå webcam og redigering. Det er enkelt å koma i gang med. Camtasia er det einaste programmet som ikkje er gratis og fritt blant dei som me har brukt.

For å laga store mengder video med skrinne ressursar, gjekk forfattaren gjekk raskt over til å bruka ffmpeg eller avconv<sup>1</sup> på linux i staden for Camtasia. Det krev meir prøving og feiling å finna gode parametarar til ffmpeg, men når det er gjort er det enkelt å gjera mange opptak med dei same innstillingane. I tillegg til opptak frå skjerm og frå kamera, kan ffmpeg òg klippa og spleisa opptak. For meir avansert redigering kan det vera nyttig med eit GUI-program, t.d. OpenShot.

Billig forbrukarutstyr er godt nok for dei fleste formål. Ein mikrofon festa til hodet (t.d. saman med høyretelefonar) gjev som regel mindre bakgrunnsstøy enn ein mikrofon montert på skjermen. Gemeine høgskuleførelesarar vil aldri få ressursar til å laga video med profesjonell kvalitet uansett; det krev ikkje berre profesjonelt utstyr, men òg omfattande personalressursar med profesjonell tekniskar og produsent.

Alt læringsmateriellet vert publisert gjennom statiske sider på ein vanleg vevtenar<sup>2</sup>. Handkoda HTML gjer det raskt og enkelt å skriva sidene med ein ryddig struktur med direkte lenking til relevante videoar og dokument. Installasjon av oppdateringar går raskt vha. standardverktøy som rsync og make. Tilgang til videoane er avgrensa med passord, av di kvaliteten ikkje er egna får breid publikasjon. Det heile er umoderne og effektivt.

## Videosjangrar

Video kan brukast på mange ulike måtar. Nedanståande døme er sjangrar som forfattaren har brukt i dette eller andre emne, sortert etter kor krevjande det er å laga sin fyrste brukbare video.

### *Programvaredemo*

*Screencasting* er velegna til å demonstrera bruk av programvare. Me har rett nok ikkje brukt det i diskret matematikk, men derimot i statistikkemnet der matlab vart demonstrert. I diskret matematikk hadde det vore relevant og nyttig å demonstrera programvare som maple, magma eller sage. Opptaksprogrammet (t.d. ffmpeg) tek video av vald skjermområde, samt lydopptak slik at ein kan forklara det som skjer.

---

<sup>1</sup>Dei to programma ffmpeg og avconv er greinar av det same prosjektet, og kva for eit som er enklast tilgjengeleg avheng av linux-distribusjonen.

<sup>2</sup><http://www.hg.schaathun.net/DisMath/index.php>

### *Demo med fysiske verkemiddel*

Ved hjelp av webcam kan ein ta video av førelesaren som demonstrerer øvingar med fysiske verkemiddel. I diskret matematikk har forfattaren demonstrert sorteringsalgoritmar på spelkort, og tårnet i Hanoi med eit leiketårn for eittåringar.

### *Førelesing med foilar*

Vanlege førelesingar basert på foilar er enkle å overføra til video. Det kan gjerast på to måtar. Når ein allereie meistrar *screencasting*, kan ein visa foilane på skjerm og preika, medan ein tek opp på same måte som ved ein programvaredemo. Det er òg mogleg å ta opp berre tale eit lydprogram (t.d. audacity), konvertera foilane til pixmapgrafikk (t.d. med pdfseparate og pdftoppm), og so bruka ffmpeg/avconv til å setja det saman til video. Då tek arbeidsfilane mindre plass på disken.

### *Førelesing med handskrift*

Matematikklærarar er ikkje kjende som store foilbrukarar. Dei fleste vil heller skriva på tavle etter kvart som dei preikar. Det er sjølvstøtt mogleg å ta video (webcam) av ei førelesing på tavle, men det er vanskeleg å setja opp kameraet slik at opptaket vert bra, og mange institusjonar har knapt med høvelege rom. Der finst eit enklare alternativ.

Med ein penneskjerm (t.d. Wacom Cintiq), kan ein teikna rett på skjermen med ein spesialpenn. Det kjennest nesten ut som å skriva på ei lita tavle. Med *screencasting* kan ein ta videoopptaking av teikneprosessen, og førelesa medan ein teiknar. Ein kan godt kombinera dette med foilar. Programvare som skim og xournal gjer det mogleg å skriva oppå PDF-filar. T.d. kan ein bruka ein ferdig foil i PDF med ei oppgåve, for so å skriva løysinga på for hand medan ein forklarar. Ein penneskjerm på tretten tommer ligg på 7000-8000 kr. Denne teknikken er fleksibel, og kan brukast både til oppgåvegjennomgang og til ny teori.

### *Animasjonsfilm*

Der er endelause høve for den som vil vera kreativ. Ein kan òg laga teiknefilm vha. program som synfig. Det er ikkje særleg teknisk krevjande, men ekstremt tidkrevjande. Forfattaren har berre gjort det ein gong, av mangel på tid.

## **4 Røynsler frå diskret matematikk**

Dei rammene som me skisserte i forrige avsnitt låg fast i 2013 og 2014. Einaste planlagde endring i 2015 er det obligatoriske arbeidskravet som me skal koma tilbake til. Derimot har der skjedd ein gradvis utvikling i bruken av klasseromstimane.

### **Røynsler 2013**

Kjernetanken frå 2013 var at oppgåveløysing er den viktigaste læringsaktiviteten i matematikk. Gjennom omvendt klasserom ynskte me å bruka klasseromstida til å fokusera oppgåveløysing og tilby meir rettleiing. Studentane skulle løysa fleire oppgåver, men av den same typen som me er vane med frå tradisjonelle undervisningsopplegg. Slike oppgåver kan spennast frå rekneoppgåver som berre trenar prosedyrisk forståing til problemløysing som krev djupare forståing, men den tradisjonelle matematikkoppgåva er praktisk talt alltid *individuell*. Dei fyrste tiltaka våre var dermed retta mot meir av dei aktive læringsaktivitetane og ikkje betre aktivitetar. Studentane stod ogso fritt til å styra takt og tempo i eige arbeid.

Opplegget vart godt motteke av studentane, som med få unntak finn at video er eit nyttig verkty som opnar for reprise etter behov. Når studentane ynskjer forbetring, er det fyrst og framst eit ynskje om meir materiell, fleire løysingsforslag og meir tid med læraren. Dataingeniørstudentane tradisjonelt har hatt ekstremt høg strykprosent i matematikk, men i diskret matematikk var der berre éin stryk blant fjorten studentar på eksamen (med ekstern sensor). Årsaka til dette kan derimot liggja like mykje i pensumutvalet som i læringsmetodane. Me har ikkje datagrunnlag til å vurdere årsak.

Trass i gode tilbakemeldingar frå studentane, var der openberre problem med framgangen. Mange av studentane brukte lang tid på å studera oppgåvene utan å koma i gang, og fleirtalet sakka raskt akterut. Få hadde kome gjennom meir enn to tredjedelar av pensum før den fyrste klasseromsprøva. I kor stor grad det skuldast for stor arbeidsmengd, latskap, dårlege bakgrunnskunnskap eller ineffektive læringsaktivitet, veit me ikkje. Sannsynlegvis bidreg alle desse årsakene.

Trass misnøya med framgangen, er inkje som tyder på at han var dårlegare i diskret matematikk enn i andre matematikkemne. Derimot bidrog hyppige klasseromsprøver og mykje øvingstid med rettleiing til å synleggjera problema svært raskt. Dette i seg sjølv er ein føremon ved opplegget.

Ei anna utfordring, som vert delt av mange av dei som driv med omvendt klasserom, er å få studentane til å førebu seg til timane. I diskret matematikk har det variert mykje kor godt førebudde studentane har vore. Særleg i starten hadde dei fleste sett videoane på førehand. Generelt har det vore ei større utfordring at studentane har sett videoane utan at det har vore nok til at dei skjønner stoffet.

## Utvikling av oppgåveforma 2014

Røynslene viser to manglar i opplegget: manglande felles tempo og problemar med å koma i gang med individuelle oppgåver. Den fyrste mangelen kan ein bøta på ved at læraren går gjennom oppgåver på tavla. Det er derimot ingenting som tyder på at studentane kjem i gang med å *tenkja* ved slik tavleløysing. Gruppearbeid kan løysa ein del av problemet, men venteleg vil der vera grupper der ingen av medlemmene maktar å koma opp med ein idé som kan utløysa vidare diskusjon, særleg på større og meir komplekse oppgåver.

Over dei to åra emnet har gått, har me utvikla ein form som varierer mellom individuelt arbeid, gruppearbeid, plenumsdiskusjon og førelesing. Det er ikkje ein form som er formalisert eller som kan planleggjast i detalj. Han er fullstendig avhengig av improvisasjon med utgangspunkt i responsen frå studentane. Kvar lærar må rett og slett prøva seg fram. Førebels kan eg berre gje døme på ting som plar fungera.

Idémyldring i plenum er ein god start for mange oppgåver. Kven har idéar til løysingsmetode? Er der nokon teoriar som kan kasta lys over problemet? God tilbakemelding er vesentleg, ogso på idéar som ikkje fører til løysing. Dei aller fleste idéane frå studentane byggjer på noko dei har lært i emnet. Om idéen skulle vera irrelevant for eit bestemt problem, er det fremdeles *positivt* at studentane kjem opp med han. I staden for å fokusera på at idéen er uegna, kan ein drøfta *kvifor* han er uegna, eller *kva slags problem* han vore relevant for.

Individuelt arbeid i klasserommet er egna på delproblem som er små og avgrensa, slik at ein kan rekna med at alle kan gjennomføra relativt raskt. Når klassa i felleskap til dømes har funne ein formel som kan brukast, so kan det vera ei nyttig individuell øving å setja inn tal og rekna. Det bidreg sannsynlegvis til å hugsa formelen.

Gruppediskusjon kan fungera svært godt når klassa har identifisert eit par alternative

metodar, men slit med å sjå kva for ein som er relevant. Gruppediskusjon aktiviserer fleire studentar enn ein plenumsdiskusjon, og når dei har nokre idéar å ta utgangspunkt vil dei fleste klara å koma i gang med diskusjonen.

I ein slik oppgåveløysingsprosess vil ein innimellom avdekkja teoriområde som studentane burde ha lært, men som svært få har forstått. Då er ei kort førelesing på sin plass. Ei slik mikroførelesing med utgangspunkt i ein dialog med studentane er noko heilt anna enn den klassiske totimarsførelesinga.

## Agenda 2015

I løpet av dei to åra med diskret matematikk har me gjort ein gradvis overgang frå utelukkande individuelt arbeid mot meir diskusjon rundt oppgåvene. Oppgåveforma er likevel uendra. Me bruker dei same problema og formuleringane ved samarbeidsløysing og ved individuelt arbeid. Bruken av diskusjon og samarbeid er *ad hoc*, utan nokon systematisert pedagogisk metode. Samarbeidslæring er eit kjend omgrep i litteraturen, med mange ulike døme. Det naturlege neste steget i diskret matematikk er å sjå vidare på kva samarbeidslæring er eller kan vera i andre studium, og korleis det kan brukast systematisk.

Når det gjeld oppgåvetekstene, er der forbetningspotentiale langs to aksar. For det fyrste treng me oppgåver som eignar seg best mogleg for diskusjon. Til dømes kan me leggja meir vekt på oppgåver der løysinga ikkje er éintydig, slik at ulike løysingar må drøftast. Me kan òg leggja meir vekt på den matematiske modelleringa av konkrete problem, og tilsvarende mindre på den prosedyriske løysinga av abstrakte problem.

Den andre forbetningsaksen er mot oppgåver som eignar seg tidleg i læringsprosessen. Typiske matematikkoppgåver er konstruert for å testa og/eller repetera teori og føreset at teorien allereie er innlært. For mange, om ikkje alle, studentar er dette ein tungvint metode. Der er ofte svært mykje teori som må vera forstått før ein får prøva seg på eit praktisk problem. Visjonen i aktiv læring er å gjera sjølve læringa meir aktiv, og ikkje berre repetisjonen. Då trengst oppgåver som tydeleg illustrerer den teorien som skal lærast, og som studentane kan ta til å drøfta før teorien er forstått.

## 5 Literatur- og teoriforankring

Trass i at omvendt klasserom er vorte eit heitt tema dei siste fem åra, er det vanskeleg å finna effektstudiar [1]. Dette kan ha samband med at omvendt klasserom ikkje er éi undervisningsmetode, men snarare eit rammeverk som opnar for einkvan form for aktiv læring i klasserommet og i og for seg ogso for einkvan form for fleksibel transmisjonsundervisning utanfor. Ein effektstudie må dermed ta for seg eit spesifikt læringsopplegg. Dette ser ein til dømes hos Foldnes [4] som gjorde eit kontrollert eksperiment med omvendt klasserom i statistikk. I hovudstudien brukte han samarbeidslæring i klasserommet og hadde vesentleg betre resultat enn i kontrollgruppa som fekk eit tradisjonelt førelesingsopplegg. I forstudien hans derimot, arbeidde studentane med individuelle oppgåver i timane, og omvendt klasserom gav inga målbar betring.

### Aktiv læring

Ei rekkje metastudier har sett på aktiv læring innanfor realfag, og viser ei rekkje føremonar framfor transmisjonslæring. Prince [11] viser at aktivitet i førelesningane signifikant betrar studentane si evne til å henta fram informasjon frå førelesinga og at

studentane vert meir motiverte og engasjerte. Freeman et al. [5] fann at gjennomsnittleg eksamensresultat auka med ca. 6% ved aktiv læring og at strykprosenten var  $1\frac{1}{2}$  gong so stor i tradisjonelle klasser.

Ei utfordring ved tradisjonelle førelesingar som gjerne går over to timar, er at studentane får mykje informasjon på ein gong, utan tid til å fordøya han. Abeysekeraa og Dawson [1] set dette i samanheng med kognitiv byrde-teori (*Cognitive Load Theory* — CLT). Ulike formar for kognitiv byrde har mykje å seia for læringsutbytet [3]. Som illustrasjon på CLT kan me bruka Millers [10] tese om at menneskeleg arbeidsminne består av  $7 \pm 2$  plassar. Det gjer det mogleg å hugsa 5–9 opplysingar utan samanheng, t.d. tilfeldige ord. Overfullt arbeidsminne gjer det vanskeleg eller umogleg å hugsa rett, og vil bremsa læring. I denne samanhengen kan me forstå Sottos [16] slagord:

*teaching has to stop before learning can begin*

Det er når undervisinga stoppar at studenten kan fordøya informasjonen i arbeidsminnet, og dét er føresetnaden for verkeleg læring.

Omvendt klasserom kan gje betre handtering av kognitiv byrde på to måtar, og dermed betre læring [1]. For det fyrste kan studentane regulera takten på transmisjonsundervisinga. Video kan dei til dømes pausa eller sjå om att. Dette gjev dei tid til å gjennomarbeida ny kunnskap og dermed unngå kognitiv overlast. For det andre kan omvendt klasserom gjera det enklare å tilpassa nivået individuelt til kvar einskild student, som dermed får ein betre avmålt kognitiv byrde.

Aktiv læring er ein måte å gjennomarbeida ny kunnskap og dermed overføra han frå arbeidsminne til varig læring. Me har funne støtte for dette i fokusgrupper med studentar i *mikrokontrollarar* [13], som dataingeniørstudentane våre tek i fyrste semester. Fleire av informantane rapporterer godt utbyte av korte (sei 5 min.) førelesingar innimellom eige arbeid med labøvingar. Då kan dei sjå førelesinga i samanheng med røymsler frå øvinga, og testa nye idéar vidare i øvinga etterpå.

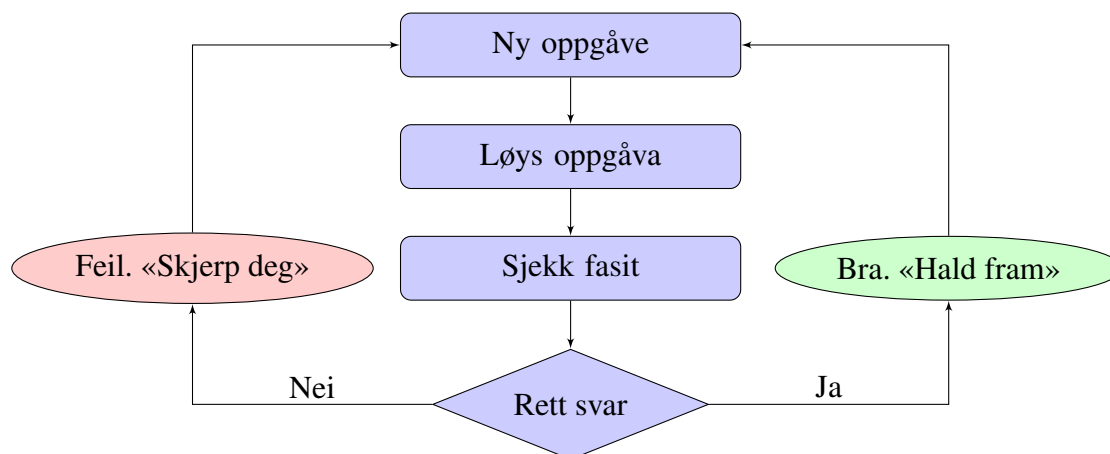
Aktiv læring vert ofte kritisert for å ta lenger tid enn transmisjonsundervising. Det gjeld ekstreme formar som problem-basert læring, der studentane får heilt frie tøylar og må finna ut det meste på eiga hand. Sotto [15] argumenterer for aktiv læring i form av velutforma oppgåver som nøyaktig illustrerer det som studentane skal læra utan at dei må bruka mykje tid på informasjonssanking, og i hans erfaring sparer dette tid samanlikna med transmisjonsundervising. Hattie [6] finn heller ingen effekt av problem-basert læring; *problem-løysande* læring på den andre sida har stor effekt.

## Læringsteoretisk perspektiv

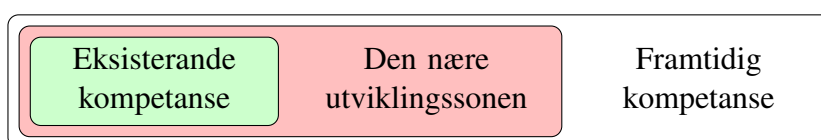
Utviklingspsykologien [18] har utvikla ei rekkje læringsteoriar, som kan forklara kva som gjev gode vilkår for læring. I litteraturen er det stort sett utvikling i tidlege barneår og i grunnskulen som er tema, men me har òg sett at sentrale læringsteoriar gjev gode forklaringar studentane si oppleving av høgare utdanning [12].

Den mest kjende læringsteorien er truleg behaviorismen. I alle fall er grunnprinsippa velkjende ogso utanfor fagpedagogiske krinsar, og dei har hatt stor innverknad på undervisinga på universitet og høgskular. Behaviorismen ser på mennesket som ein svart boks der berre den observerbare atferda er interessant. Læring inneber endring i denne atferda og er resultat av stimuli frå miljøet. Behavioristisk undervising legg vekt på oppgåver og tilbakemelding, som vist i figur 1. Tilbakemeldinga er ein stimulus som skal forsterka gode svar på oppgåva og undertrykka dårlege svar. Dette vert kalla





Figur 1: Betinging vha. individuelle oppgåver.



Figur 2: Den nære utviklingssonen

operant betinging [18]. Når det gjeld drilling av heilt grunnleggjande ferdigheitar (t.d. gangetabellar) har operant betinging vist seg effektivt.

Der er mange teoriar som tek avstand frå det simplistiske biletet av læring som ein mekanisk stimulus-respons-reaksjon. Gestaltismen legg vekt på at heilskapen er mykje meir enn dei einstilte bitane [16].

Kognitive skjema er eit sentralt konsept både i kognitivismen [8, 17] og i den logiske konstruktivismen [18]. Eit skjema er ein mental modell av røynda. Informasjon kan overførast frå lærar til student, men for at informasjonen skal verta *kunnskap* må studenten innarbeida han i sine eigne kognitive skjema. Dette kan skje på to måtar. Ved assimilasjon får informasjonen plass i eksisterande skjema, medan akkomodasjon inneber eit brigde i eksisterande skjema for å få plass til ny kunnskap utan å skapa inkonsistens [17].

Konstruktivismen har vore dominerande i utdanningsforskning dei siste tiåra. To sentrale tenkarar er Piaget (logisk konstruktivisme) og Vygotsky (sosialkonstruktivisme). Grunntanken i konstruktivismen er at kunnskap er ein mental konstruksjon, som Piaget illustrerer med kognitive skjema. Som ein konsekvens av dette vert transmisjonsundervisning irrelevant i konstruktivismen, fordi kunnskap må skapast i studenten og ikkje kan overførast frå læraren [8].

Der Piaget ser på læring som ein individuell prosess, hevdar Vygotsky at læringa er driven av sosiale prosessar. Vygotsky la m.a. fram teorien om den nære utviklingssonen som illustrert i figur 2. Eksisterande kompetanse er det ein person kan, og som dermed kan gjerast utan hjelp. Framtidig kompetanse er det som inntil vidare ligg utanfor rekkjevidd. Mellom dei to ligg eit lite rom med læringspotentiale som Vygotsky kaller «den nære utviklingssonen», og det er her læring kan skje og berre med høveleg støtte. Vygotsky [19] har òg eksperimentelt påvist ein tett samanheng mellom språk på den eine sida og læring og problemløysing på den andre. Han observerte at barn som tek i bruk reiskaper for å løysa problem pratlar kontinuerlig medan dei tenkjer. Dersom dei vert hindra i å tala,

får dei større problem med å løysa oppgåva.

Klinger [8] peikar på at matematikkstudentar ofte kan dei teoriane og teknikkane som dei treng, men dei maktar ikkje å bruka dei rett på verkelege problem. Dei manglar samanheng mellom det matematiske språket der løysinga er formulert og det naturlege språket som vert brukt til å illustrera problemet. Dette ser han som ein mangel ved konstruktivistisk undervising. Han dreg fram konnektivismen [14] som ein mogleg modell for å finna løysingar. Konnektivismen modellerer læring ved hjelp av informatikkonsept som kompleksitetsteori, sjølvorganisering, nettverk, kaosteori m.fl. Læring går ut på å binda saman spesialiserte informasjonsnodar. Klinger argumenterer vidare for at matematikkundervisinga må leggja vekt på matematikk som språk, der ein i konnektivistisk ånd stadig styrkar banda mellom matematiske formuleringar og naturleg språk. Målet er flytande bruk av matematisk språk, der omsetjinga mellom matematikk og morsmål er klar til ein kvar tid.

## Motivasjon og eigenstyring

Sotto [16] argumenterer for at motivasjon er den naturlege tilstanden for menneske, like sjølvsaugt som sult og tørst. Når oppgitte lærarar klagar over at studentane er umotiverte, so er det ikkje mangel på motivasjon som er problemet, men at undervisinga ikkje passar saman med den motivasjonen studentane har. Teoretikarar innanfor kognitiv læringsteori legg vekt på at mennesket er bevisste og målretta agentar i eige liv [18]. Levande vesen er aktive og søker å læra so sant miljøet tillet det [16]. Då er det nyttelaust å freista å motivera studentane; i staden må ein sjå kva som hindrar den naturlege motivasjonen, og fjerna desse hindringane. Det beste læringsutbytet får ein når studenten er oppslukt av ei utfordring som han verkeleg ynskjer å løysa [16].

I ynsket om å møte studentane sin motivasjon er det naturleg å gje studentane meir fridom i eigen læring, og me har sett mange slike trendar dei siste tiåra. Dei mest ekstreme trendane, t.d. problem-basert læring som tidlegare nemnd, har ikkje vore særleg effektive. For å ta kontroll over eigen læring trengst ein viss grunnlagskunnskap, som ikkje alltid er til stades [8]. Der er fleire omsyn å balansera.

Hendrix [7] presenterte ein undervisningsmetode kalt *unverbalized awareness*. Idéen er at ein generell teori eller samanheng vert undervist utan å verta eksplisitt formulert. I staden utforskar læraren og studentane ulike spesialtilfelle, slik at studentane gradvis aner ein generell teori. Tradisjonell undervising formulerer derimot teorien fyrst og gjev deretter praktiske døme. I kontrollerte eksperiment fann ho at studentane som fekk undervising etter *unverbalized awareness*-metoden var langt flinkare til å anvenda den generelle teorien på konkrete problem enn dei som fekk tradisjonell undervising.

## 6 Diskusjon og konklusjon

Matematikarar, informatikarar og andre realistar omtaler gjerne ein del andre fag som «pratefag», med forakt i stemmen. Røynslene frå diskret matematikk tilseier derimot at ved å gjera matematikk i større grad til eit pratefag kan me få betre læring. Det sentrale elementet i metoden vår er diskusjon med utgangspunkt i oppgåver, vekselvis i plenum og i studentgrupper. Kva seier so etablert teori om ein slik metode?

Ved å basera oppgåvene på praktiske problem er det enklare å treffa den motivasjonen som studentane har. Ein kort diskusjon av passordtryggleik gjev grunnlag for å diskutera talet på moglege passord. Problemet er openbert sentralt i dataingeniørstudiet, medan løysinga er matematikk (kombinatorikk). Motivasjonen til å verta dataingeniør

gjev dermed grunn for å gå laus på matematikken. Når problemet vert drøfta kan ein sjå samanhengen mellom det konkrete problemet slik det er skildra i naturleg språk, og det abstrakte problemet slik det er skildra i matematisk symbolspråk. Dette gjev betre grunnlag for å bruka rett matematisk teori på eit praktiske problem. Ei konnektivistisk forståing tilseier at ein skapar mange koplingar mellom matematiske teoriar og dataingeniørferdigheiter. I kognitivistisk teori får matematisk teori plass i det same kognitive skjemaet som fagforståinga som dataingeniør. I begge teoriane fører dette til at matematikken er lettare å hugsa, og sjølv om me på overflata flytter fokus frå rekning til modellering, kan det vera at studentane likevel vert flinkare til å rekna.

Diskusjon er ein dynamisk arena som opnar for fleire pedagogiske teknikkar. Deltakarane vekslar mellom å tenkja på ut eigne idéar og å motta ny informasjon frå andre deltakarar, dermed kan ein få ein kontinuerleg utskifting i arbeidsminnet og unngå kognitiv overlast. Ein får umiddelbar tilbakemelding på innspel, ikkje berre på ferdige løysingar men òg på idéar til metode eller mellomsteg. Slik kan ein få forsterking av gode idéar utan å meistra heile oppgåva, og ein kan få langt fleire stimulus-respons-iterasjonar enn det som er mogleg ved individuelt oppgåvearbeid.

Når mange personar tek del i diskusjonen vil dei som regel gje ulike perspektiv på dei same idéane og problema. I ein konnektivistisk modell tilseier det at fleire samanhengar vert presentert, og bidrag til at deltakarane får eit meir tettvevd nettverk av kunnskap. I eit konstruktivistisk perspektiv gjev diskusjonen rikt rom for å tilpassa kognitive skjema gjennom å førebu eigne replikkar. Når der oppstår inkonsistens i skjema har ein høve til å spørja for å oppklara problem og fylla hol i skjemaet. Det er openbert at dei som deltek som aktive debattantar får del i aktiv læring, med alle sine føremonar. Det er meir usikkert kva utbytte dei passive deltakarane får, men det er grunn til å tru at fleirtalet av dei er tankeaktive og arbeider med sine kognitive skjema på same måte som dei taleaktive.

Som innslag i ein klassesdiskusjonen kan til og med transmisjonsundervising få ny verdi. Når studentane står fast på eit konkret problem eller dei kjem med konkrete spørsmål, so er det ofte fordi dei manglar informasjon som kan tilførast. Der er gjerne eit identifisert hol i eit kognitivt skjema som står klar til å fyllast. Ein kort førelesing på fem minutt vil ofte fylla dette holet, studentane har stor sjanse for å hugsa det som vert sagt. Der den tradisjonelle førelesinga står som eit steinmonument som studentane må tilpassa arbeidet sitt til, vil slike spontanførelesingar koma studentane i møte der dei er.

Hjå oss var det omvendt klasserom som rydda tid til diskusjon i klasserommet. Ved å flytta førelesinga til video, kunne me innføra diskusjon utan å missa førelesinga. I etterpåklokskapens ljøs kan ein spørja om førelesinga i det heile er verd å ta vare på, eller om diskusjon og annan aktiv læring i klasserommet er alt som trengst. Kan henda skal me bort frå omvendt klasserom og over til eit opplegg basert på aktiv læring, heilt utan transmisjonslæring. I so fall har omvendt klasserom berre vore ein mindre kontroversiell omveg til målet. Det er ein interessant tanke, sjølv om der er mykje som tyder på at me bør halda på videoførelesingane. Der er ingen tvil om at studentane ynskjer dei, og dei kan vera nyttige som eit fleksibelt tilbod der studentane sjølve kan regulera takten [1].

Matematikk som pratefag har eit tydeleg potentiale, ogso om læringsmålet stadig er evna til å løysa tradisjonelle eksamensoppgåver. Der er derimot fleire utfordringar for å få eit effektivt opplegg. Oppgåvene må formast for best mogleg å illustrera det som skal lærast. Ein må freista å engasjera alle studentane i diskusjonen, ogso dei med lite sjølvtilitt. Der er ein krevjande balanse mellom fridom til studentane og kontroll frå læraren, og mellom å forfylgja studentane sine innfall og å halda tidsplanen. Me treng meir fartstid for å finna den optimale balansen.

Det har ikkje vore mogleg å gjera ein systematisk, empirisk effektvurdering av læringsaktivitetane som me har utvikla. Klassa er for lita, og emnet har ikkje vore køyrd med andre undervisningsmetodar. Neste prosjekt, som Høgskolen i Ålesund har sett av midlar til i 2016, er å testa ut liknande metodar i fellesemnet i matematikk. Me vil fyrst køyra ei pilotklasse (kring 30 studentar) med nye læringsaktivitetar parallelt med at dei øvrige klassene får det tradisjonelle opplegget slik det har vore sidan rammeplanskiftet i 2012. Alle klassene vil ha same eksamen, slik at resultatane kan samanliknast.

## Referansar

- [1] Lakmal Abeysekera and Phillip Dawson. Motivation and cognitive load in the flipped classroom: definition, rationale and a call for research. *Higher Education Research & Development*, 2014.
- [2] Roger Boyle, Janet Carter, and Martyn Clark. What makes them succeed? Entry, progression and graduation in computer science. *Journal of Further and Higher Education*, 26(1):3–18, 2002.
- [3] Ruth C Clark, Frank Nguyen, and John Sweller. *Efficiency in Learning: Evidence-Based Guidelines to Manage Cognitive Load*. Pfeiffer, San Francisco, 2005.
- [4] Njål Foldnes. The flipped classroom and cooperative learning: Evidence from a randomised experiment. *Active Learning in Higher Education*, 2016. To appear.
- [5] S. Freeman, S. L. Eddy, M. McDonough, M. K. Smith, N. Okoroafor, H. Jordt, and M. P. Wenderoth. Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *PNAS*, 111(23), 2014.
- [6] John A.C. Hattie. *Synlig læring: et sammendrag av mer enn 800 metaanalyse*. Cappelen akademisk, 2013. Omsett av Ingvill Christina Goveia.
- [7] Gertrude Hendrix. A new clue to transfer of training. *The Elementary School Journal*, pages 197–208, 1947.
- [8] Christopher M. Klinger. Behaviourism, cognitivism, constructivism, or connectivism? tackling mathematics anxiety with ‘isms’ for a digital age. In *Proceedings of ALM-16*, pages 154–161, 2009.
- [9] Eric Mazur. Farewell, lecture. *Science*, 323(5910):50–51, 2009.
- [10] G.A. Miller. The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, 63(2):81–97, 1956.
- [11] M. J. Prince. Does active learning work? a review of the research. *Journal of Engineering Education*, 93(3):223–231, 2004.
- [12] Welie A. Schaathun and Hans Georg Schaathun. Mellom klassisk betinging og støttende stillas: Et utviklingspsykologisk perspektiv på ingeniørstudenters læring. Preprint og presentasjon på Fjordkonferansen, 2015.
- [13] Welie A. Schaathun, Hans Georg Schaathun, and Robin T. Bye. Aktiv læring i mikrokontrollarar. In *MNT-konferansen*, 2015. Bergen, Norway 18-19 March 2015.
- [14] George Siemens. Connectivism: A learning theory for the digital age. *International Journal of Instructional Technology and Distance Learning*, 2(1):3–10, January 2005.
- [15] Eric Sotto. *When Teaching Becomes Learning: A Theory and Practice of Teaching*. Cassell education. Continuum, 1994.
- [16] Eric Sotto. *When Teaching Becomes Learning: A Theory and Practice of Teaching*. Continuum, 2nd edition, 2007.
- [17] Roar Stokken. Eit tiltak å lære av – ei verksemdteoretisk vurdering av ein etterutdanningsmodell som er tufta på ei sosiokulturell forståing for læring. Master’s thesis, Institutt for informasjonsvitenskap, Det samfunnsvitenskapelige fakultet, Universitet i Bergen, 2003.
- [18] Stephen von Tetzchner. *Utviklingspsykologi*. Gyldendal Akademisk, Oslo, 2 edition, 2012.
- [19] L.S. Vygotsky. *Mind in society*. London: Harvard University Press, 1978.