

## EL PERÍMETRO DE UNA CUENCA HÍDRICA: SU TRATAMIENTO OBJETIVO EN LA DEFINICIÓN DE ÍNDICES GEOMORFOLÓGICOS

Daniel F. Barrera<sup>1</sup> y Miriam E. Presutti<sup>2</sup>

<sup>1</sup>CONICET y Departamento de Ingeniería Agrícola y Uso de la Tierra. Facultad de Agronomía. UBA.

<sup>2</sup>Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales. Universidad Nacional de La Plata.

e\_mail: Daniel.barrera@fibertel.com.ar

### RESUMEN

Para relacionar la forma de una cuenca con su respuesta hidrológica se utilizan comúnmente índices de forma adimensionales que incluyen su área  $A$  y perímetro “suavizado”, como el coeficiente de compacidad de Gravelius. El perímetro de una cuenca depende de la resolución espacial en la que se lo determine. A fin de tornar objetivos dichos índices, proponemos reemplazar el borde de la cuenca por una poligonal de “segmentos básicos”  $Sb$  iguales y consecutivos, quedando acotado el perímetro una vez elegido dicho segmento. Además, proponemos que  $Sb$  sea función de  $\sqrt{A}$ , y los índices de forma resulten invariantes con respecto al área, permitiendo comparar objetivamente cuencas de distinto tamaño. Se varió la longitud de  $Sb$  para tres cuencas diferentes, de modo que las poligonales resultantes eliminan ciertos detalles pero preservan la forma de la cuenca. Se comprobó un buen ajuste lineal log-log entre  $Sb$  y la cantidad de segmentos en el perímetro, comprobando así que el borde de cuenca se comporta como un objeto fractal. Se analizó la variación del coeficiente de Gravelius en función de la longitud de  $Sb$ . Se propone usar  $Sb=1/5 \sqrt{A}$  para determinar los índices de forma, y  $Sb=1/20 \sqrt{A}$  para los índices que relacionan longitudes de ríos.

**Palabras clave:** perímetro de cuenca, poligonal, segmento básico, objeto fractal, coeficiente de compacidad.

### ABSTRACT

Dimensionless shape indexes are usually used to relate the form of a watershed with their hydrological response. These indexes relate the area  $A$  and the “smoothed” perimeter of a watershed, like Gravelius compactness coefficient. The perimeter depends on the spatial resolution on which is determined. In order to turn objective the shape index, we propose to replace the watershed border by a polygonal of “basic segments”  $Sb$  equals and consecutive, so the perimeter is delimited once the segment have been chosen. Furthermore, we propose to relate  $Sb$  to  $\sqrt{A}$ , making these indexes invariant with respect to  $A$  and turning possible to make objective comparisons. The length of  $Sb$  was varied from a quarter to twentieth of  $\sqrt{A}$ , in three different basins. At these levels of length, the polygonal remove certain details but preserve the shape of the watershed. It has been proof a good fit in a lineal log-log relationship between the basic segment and the quantity of segments in the perimeter, proving that the watershed border behave like a fractal object. Furthermore, the variation of the Gravelius coefficient in function of the length of the basic segment was analyzed. We propose to use  $Sb=1/5 \sqrt{A}$  for shape indexes, and  $Sb=1/20 \sqrt{A}$  for indexes relating river lengths.

**Keywords:** watershed perimeter, polygonal, basic segment, fractal object, compactness coefficient.

## INTRODUCCIÓN

En el trazado convencional del límite superficial de una cuenca sobre una carta geográfica, que se efectúa siguiendo la cresta topográfica, la línea resultante expresa la tortuosidad que se deriva de las curvas con pequeño radio de curvatura que son capturadas por la escala espacial de la carta y el intervalo de altitud entre curvas de nivel. Si se cambia la carta, utilizando una de mayor factor de escala, la resolución espacial aumenta y se aprecian nuevos detalles que originan un límite de cuenca más complejo (más tortuoso) y por lo tanto un perímetro mayor de ésta. La Organización Meteorológica Mundial (1996) llama la atención sobre esta característica, mencionando que “el perímetro medido es función de la escala y de la exactitud de las cartas o de las fotografías utilizadas”.

Por otra parte, en los últimos años se han desarrollado técnicas objetivas que, aplicadas a modelos digitales de elevación de terreno (MDE) obtenidos a partir de imágenes satelitales, permiten delinear el borde de una cuenca. Al aumentar la resolución espacial de las imágenes y consecuentemente trabajar con píxeles más pequeños, se obtienen bordes de cuenca cada vez con más detalles y por lo tanto más complejos, hasta que para muy altas resoluciones el borde se vuelve inestable (Hammond, 2006). Antes de llegar a la resolución espacial umbral de inestabilidad, la longitud del borde aumenta a medida que éste incorpora detalles correspondientes a la resolución más fina.

Este efecto de aumento de la longitud al aumentar la resolución espacial es propio de toda curva que delimita un borde o límite interfacial en la naturaleza; este tipo de curvas no puede ser expresado analíticamente, y por lo tanto no puede determinarse unívocamente –mediante una función– la longitud entre dos cualesquiera de sus puntos. Los cauces de una red de drenaje también tienen esta característica, y por lo tanto su longitud no está definida en forma unívoca. Sin embargo, tanto el perímetro de la cuenca como la longitud de sus cursos de agua se han utilizado en numerosos índices relacionados a su vez con la respuesta hidrológica (Organización Meteorológica Mundial, 1996).

En hidrología, la geomorfología de la cuenca, o estudio cuantitativo de las formas sobre el terreno o sobre un mapa, se utiliza para medir la similitud geométrica entre cuencas, especialmente comparando sus formas y sus redes de ríos. En cuanto a la

longitud de los cauces, se han utilizado para definir varios parámetros geomorfológicos. Horton (1945) dio origen al estudio cuantitativo de redes de ríos. Propuso la ley de razón de longitudes de ríos  $R_L$ , en la cual las longitudes promedio de ríos de órdenes sucesivos están relacionados por medio de la expresión  $R_L = L_{i+1}/L_i$ .

Con un raciocinio similar, Schumm (1956) propuso la relación de áreas de subcuencas  $R_A$  para relacionar las áreas promedio  $A_i$  que se drenan por ríos de órdenes sucesivos:  $R_A = A_{i+1}/A_i$ . Otros parámetros muy usados en la comunidad hidrológica se basan también en el área de la cuenca o en áreas parciales. Smart (1972) definió la densidad de drenaje y la longitud promedio de flujo superficial, ambos en función de las longitudes de los ríos. El tiempo de retardo (lag time) de una cuenca también se calcula en función de longitudes características de ríos (Snyder, 1938; Linsley, Kohler y Paulhus, 1982). Otras características del hidrograma de crecida, tales como el caudal máximo y el tiempo base, se relacionan con el tiempo de retardo mediante expresiones empíricas. En las décadas de 1970 y 1980 se han realizado numerosos estudios para relacionar las características de hidrogramas de crecida con los parámetros de las redes de ríos (Rodríguez Iturbe y Valdés, 1979; Gupta, Waymire y Wang, 1980; Gupta, Rodríguez Iturbe y Wood, 1986).

Nos concentraremos en este trabajo en el problema suscitado al medir el perímetro de la cuenca sobre el mapa de trabajo. El coeficiente de compacidad y los índices de circularidad y de pendiente dependen funcionalmente de los valores del área y del perímetro de la cuenca. Con respecto a las áreas –totales o parciales– el problema planteado por la resolución espacial usada queda allanado al efectuarse la medición, no sobre el terreno real, sino sobre la proyección horizontal de la cuenca, con lo cual se evita lidiar con las irregularidades de aquél. El presente trabajo constituye una profundización de una comunicación científica previa (Barrera et al., 2007).

## MATERIALES Y MÉTODOS

### El coeficiente de compacidad, el rectángulo equivalente y el índice de pendiente

Ante un evento de lluvia sobre una cuenca hídrica, se desencadenan procesos hidrológicos que determinan el hidrograma de crecida. La forma de éste, y en particular de su componente de escorrentía directa,

depende de muchas características de la cuenca; entre éstas, una muy importante es la forma. La forma de una cuenca influye en su respuesta hidrológica, y por lo tanto en la forma de su hidrograma unitario. Por ejemplo, una forma alargada ocasiona caudales máximos menores que los que causa una forma más compacta, debido al mayor lapso de entrega de agua a la salida de la cuenca, para una misma lluvia. Este fenómeno está vinculado a la noción del tiempo de concentración. Esta comprobación empírica llevó a la definición de índices de forma que se relacionan con la respuesta hidrológica de la cuenca, a través de parámetros tales como el tiempo de retardo, el tiempo de concentración y la máxima amplitud del hidrograma unitario instantáneo geomorfológico (Rodríguez Iturbe y Valdés, 1979).

Hay diferentes índices morfológicos para caracterizar las cuencas hídricas y efectuar análisis comparativos entre ellas. Desde los comienzos de la hidrología moderna se han definido diversos índices de forma de la cuenca, entre los cuales se destacan los que tratan de describir el grado de compacidad de la misma, tales como el coeficiente de compacidad K (Gravelius, 1914) y el índice de circularidad C (Miller, 1953).

El primero de ellos está definido como la relación entre el perímetro P de la cuenca y aquél de un círculo de igual área A que la cuenca. Su expresión matemática es (ecuación 1):

$$K = \frac{P}{2 * \sqrt{(\pi)} * \sqrt{(A)}} \quad (1)$$

Se sabe que el círculo es la figura geométrica bidimensional más compacta, es decir, aquella para la cual la relación perímetro-superficie es mínima. Por lo tanto, el coeficiente de Gravelius es mayor que la unidad, tanto más cuanto menos compacta (o alargada) es la cuenca. Para un cuadrado su valor es aproximadamente 1,12.

Asimismo, el índice de circularidad se definió como la relación entre el área A de la cuenca estudiada y el área del círculo de igual perímetro. Su expresión matemática es (ecuación 2):

$$C = 4\pi A / P^2 \quad (2)$$

Al comparar ambos índices se puede ver que están relacionados (ecuación 3):

$$K^2 C = 1 \quad (3)$$

Ambos índices se determinan a partir de un mapa topográfico midiendo el perímetro de la cuenca y su superficie.

Roche (1963) definió el rectángulo equivalente –siguiendo el concepto de Gravelius– como aquél que tiene perímetro y superficie iguales a los de la cuenca analizada; permite comparar fácilmente distintas cuencas y relacionar la compacidad del rectángulo y la distribución espacial de las curvas de nivel con las características del hidrograma de tormenta. Su base B (su lado mayor) y su altura H están ligadas al perímetro por la relación (ecuación 4):

$$2(B + H) = P \quad (4)$$

El índice de pendiente  $i_p$  (Roche, 1963) se calcula a partir del rectángulo equivalente, en el cual las curvas de nivel son rectas normales al lado mayor del rectángulo. Es igual a la suma de las raíces cuadradas de las pendientes medias entre isohipsas o curvas de nivel, ponderadas por la distancia entre dichas curvas en el rectángulo equivalente (ecuación 5):

$$i_p = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^n \sqrt{x_i - (z_{i-1})} \quad , \quad B = \sum_{i=1}^n x_i \quad (5)$$

donde B es la longitud del lado mayor del rectángulo, x es la distancia entre dos isohipsas sucesivas en el rectángulo, z es la altitud, es decir, valor de la curva de nivel,  $z_0$  es la altitud del punto de cierre de la cuenca, i es el número de orden del intervalo entre dos curvas de nivel sucesivas, n es la cantidad de intervalos entre curvas de nivel, y  $z_n$  es la altitud del punto más alto de la cuenca.

La cuenca rectangular es el resultado de una transformación geométrica a partir de la cuenca real, en la que se conservan el área y el perímetro; por lo tanto, tiene el mismo coeficiente de compacidad y la misma distribución hipsométrica. Dubreuil (1986) concluyó que el área de drenaje y el índice de pendiente de Roche afectan a casi todos los parámetros hidrológicos.

En cuanto al perímetro, la imposibilidad de determinar unívocamente su longitud limita seriamente la validez y objetividad de los índices basados en él; esta limitación es igualmente válida en el caso de las longitudes de ríos. Roche (1963), consciente o no de

esta limitación, propone, en el caso del coeficiente de compacidad, que el borde de la cuenca debe ser previamente “suavizado”, aduciendo otra razón válida: El “suavizado” tiende a eliminar la tortuosidad del borde de la cuenca que no tiene efectos en los tiempos de llegada del escurrimiento superficial a la salida de la cuenca. Pero hay que reconocer que el “suavizado” es subjetivo e impide comparar índices de forma entre distintas cuencas pues no pueden obtenerse valores únicos (cambian en función del nivel de resolución espacial y del analista); por consiguiente no pueden establecerse relaciones estables entre éstos.

### Naturaleza fractal de las curvas naturales

En la geometría euclidiana tradicional trabajamos con puntos, líneas, áreas y volúmenes. La dimensión euclidiana (DE) es un número entero positivo que representa el número de coordenadas necesarios para definir un punto. Para especificar cualquier punto de un perfil (línea perteneciente a un plano) se requieren dos coordenadas, así una línea plana tiene una dimensión euclidiana  $DE=2$ ; para definir un punto en una superficie se requieren tres dimensiones, por lo tanto una superficie tiene una dimensión euclidiana  $DE=3$ . La dimensión topológica (DT) está fuertemente asociada a la dimensión euclidiana. En una pieza plana de papel (que tiene una dimensión euclidiana de 2) se puede dibujar una figura bidimensional ( $DT = 2$ ), una línea unidimensional ( $DT = 1$ ) y un punto cero-dimensional ( $DT = 0$ ). En geometría fractal se trabaja con puntos, líneas, áreas y volúmenes, pero en lugar de limitarnos a dimensiones topológicas enteras, permitimos que los objetos tengan una dimensión expresada por un número real, a la cual llamamos dimensión fractal (DF). Esta debe ser al menos igual a la dimensión topológica del objeto y como máximo igual a la dimensión euclidiana, es decir:  $DT \leq DF \leq DE$ . Así, una línea trazada en una hoja de papel puede tener en una dimensión fractal entre uno y dos.

La dimensión fractal resume el grado de complejidad del objeto, el grado de su capacidad de llenar el espacio euclidiano al cual está restringido. Líneas rectas y curvas rectificables tienen dimensiones topológica y fractal iguales a uno. En cambio, una línea curva no rectificable tendrá una dimensión topológica unitaria, pero una dimensión fractal mayor que 1. Las funciones analíticas de dos variables [ $y=f(x)$ ] tienen dimensión fractal unitaria pues son rectificables, lo cual implica que puedo definir unívocamente la longitud de un tramo de curva entre dos puntos. Por el contra-

rio, una línea natural cartográfica, tal como una curva de nivel o un borde de cuenca, tiene dimensión fractal mayor que uno, pues no es posible definir una función analítica que la exprese, ya que al aumentar la resolución espacial aparecen nuevos detalles que cambian la curva. Goodchild et al. (1996), trabajando con modelos digitales de terreno en un entorno de Sistema de Información Geográfica (SIG), demostró que el borde de una cuenca no es rectificable y por lo tanto se comporta como un objeto fractal. Un objeto fractal puede ser definido también como un conjunto geométrico consistente en puntos, líneas, áreas o volúmenes cuya medida cambia con la resolución espacial de la medición (Goodchild y Mark, 1987). Esto ocurre, en particular, con todas las curvas naturales trazables sobre un mapa topográfico, tales como perímetros de cuenca, ríos, curvas de nivel e isócronas, al medir su longitud.

Una superficie puede tener una dimensión fractal entre 2 (perfectamente plana) y 3 (llenando completamente el espacio). Con respecto a la superficie real de una cuenca, ésta también tiene dimensión fractal mayor que 2, pues al aumentar la resolución espacial aparecen nuevos montículos y bajíos que hacen que la superficie llene más el espacio, y consecuentemente aumenta su área, en equivalencia a lo que ocurre con la longitud de una curva natural. Para los hidrólogos, esto no representa un problema, pues se trabaja con la proyección horizontal de la superficie real. El área de la cuenca proyectada sobre el mapa está unívocamente definida.

Consideremos ahora la longitud de una curva natural. En un arco de curva rectificable, su longitud tiene un valor único  $L$ . Éste puede aproximarse mediante un procedimiento iterativo que define su límite inferior, de la siguiente manera:

1) Reemplazando al arco de curva por una poligonal de segmentos iguales y consecutivos. La longitud  $L(S_b)$  de la poligonal es función del segmento básico  $S_b$  utilizado (ecuación 6):

$$L(S_b) = N(S_b)S_b \quad (6)$$

donde  $N(S_b)$  es la cantidad de veces que el segmento cabe en el arco de curva. La cantidad  $N$  está expresada por un número real ya que existe una fracción de  $S_b$  en el extremo final para completar el arco de curva.

2) Repitiendo la operación para segmentos  $S_b$  cada vez más pequeños y obteniendo las longitudes sucesi-

vas de las respectivas poligonales. Si la curva es rectificable se cumple que  $L(Sb) \rightarrow L$  cuando  $Sb \rightarrow 0$ .

En el caso de un gran número de curvas naturales, en particular aquéllas obtenidas a partir de curvas de nivel topográfico, no se observa el comportamiento antedicho y  $L(Sb)$  aumenta indefinidamente a medida que  $Sb$  tiende a cero, según una relación lineal en coordenadas log-log (Goodchild, 1980); en este caso se dice que la curva es de naturaleza fractal.

### Propuestas efectuadas para evitar el uso del perímetro de cuenca

En vista de estas dificultades, otros autores han intentado definir índices de forma o caracterizar geométricamente a la cuenca, prescindiendo de su perímetro.

Schumm (1956) definió un índice de forma como la razón entre el diámetro del círculo de igual área que la cuenca y la "longitud máxima" de ésta, medida por el segmento de recta que une los dos puntos de su borde más alejados entre sí. Pero este índice no tiene en cuenta el hecho de que muchas cuencas tienen formas curvadas y el mencionado segmento no expresa la real extensión de aquélla a lo largo de su región central por donde discurre el río principal.

Chorley et al. (1957) propusieron como "forma ideal" de una cuenca hídrica la de una lemniscata. La ecuación de esta figura incluye un parámetro de forma que permite obtener lemniscatas más alargadas o más compactas. Mediante métodos numéricos se puede obtener la lemniscata que mejor ajusta a una cuenca dada, con igual área que la misma; el perímetro de la lemniscata se obtiene mediante una función elíptica integral de segundo orden. Bendjoudi y Hubert (2002) sugirieron que, siguiendo el concepto de Gravelius, podría obtenerse un "coeficiente de compacidad" de la lemniscata que mejor ajusta a una cuenca dada, dividiendo el perímetro de aquélla por el de un círculo de igual área. Este procedimiento, además de trabajoso, es inadecuado en el caso en que el río principal cambia de dirección general, haciendo que la forma de la cuenca se aleje mucho de la de una lemniscata.

Bárdossy y Schmidt (2002) propusieron una metodología objetiva para ser utilizada con modelos MDE en un entorno SIG; la misma está basada en la determinación de una escala espacial representativa, en la cual los índices de forma deben ser calculados; dichos índices son dependientes de la escala así

determinada. Este método no es adecuado para comparar cuencas de distinto tamaño, ya que dos cuencas idénticas en su forma pero de superficies distintas no tendrían el mismo valor del índice de forma así definido.

Moussa (2003) definió una elipse con propiedades geométricas equivalentes a las de la cuenca. La "elipse equivalente" tiene igual área, el mismo centro de gravedad, los mismos ejes principales de inercia y la misma relación entre momentos de inercia mínima y máxima. El procedimiento para calcular los momentos de inercia es trabajoso, y a veces atenta contra la necesidad de realizar una caracterización geomorfológica en forma expeditiva.

### Propuesta metodológica

A fin de tornar objetivos los índices de forma, en este trabajo se propone reemplazar el borde de la cuenca por una poligonal de "segmentos básicos" iguales y consecutivos, sobre la cual el perímetro está acotado una vez elegido dicho segmento. Además, se propone relacionar la longitud de este segmento con la raíz del área de la cuenca, lo cual hace que los índices de forma adimensionales basados en el área y el perímetro resulten invariantes con respecto a la superficie de la cuenca, y permitiendo por lo tanto hacer comparaciones objetivas entre cuencas de distinto tamaño.

A fin de reducir el error en la estimación de la longitud de una curva natural a partir de una poligonal, se propone promediar las dos longitudes posibles de obtener, una por cada poligonal, una vez fijado el segmento básico  $Sb$ : en el caso de curvas abiertas, una poligonal se obtiene partiendo de un extremo, y la otra partiendo del otro extremo; en el caso de bordes de cuencas, una poligonal se obtiene partiendo del punto de cierre en sentido horario y la otra recorriendo el borde en sentido anti-horario. Asimismo, se propone reemplazar por poligonales a los bordes de cuenca, cauces y curvas de nivel, para realizar determinados análisis espaciales.

Una curva natural tiene infinitas longitudes, dependiendo ésta de la resolución espacial que se utilice para trazar la curva. Es decir, es un objeto fractal y por lo tanto no rectificable. El borde de una cuenca cae dentro de esta categoría. En el presente trabajo comprobamos esto para tres cuencas en Argentina y hallamos sus dimensiones fractales utilizando el procedimiento delineado en Bendjoudi y Hubert (2002).

La dimensión fractal  $DF$  de un arco de curva está definida a partir de dos poligonales construidas con sendos segmentos básicos  $Sb_1$  y  $Sb_2$  y utilizando logaritmos de cualquier base, como (ecuación 7):

$$DF = \log(N_2 / N_1) / \log(sb_1 / sb_2) \quad (7)$$

donde  $N_i$  es la cantidad de veces que es necesario trasladar el segmento de longitud  $Sb_i$

Proponemos aquí un criterio objetivo de reemplazo del borde de una cuenca (sin longitud definida) por una poligonal sobre la cual poder determinar el perímetro de aquélla. El mismo se basa en la definición del segmento base  $Sb$  con el cual construir dicha poligonal. Se incorpora en dicho criterio la dependencia funcional con el área de la cuenca, a fin de que, por un lado, los índices de forma basados en el perímetro y el área de la cuenca se vuelvan comparables entre cuencas de distinto tamaño y sean invariantes con la superficie de la cuenca; y por el otro, las poligonales que representan el perímetro y los cauces de la red de drenaje estén construidas con un único segmento base que esté en relación con el área de la cuenca. De acuerdo con este criterio proponemos la siguiente expresión (ecuación 8):

$$Sb = f\sqrt{(A)} \quad (8)$$

donde  $f$  es un número natural y  $A$  el área de la cuenca.

## RESULTADOS OBTENIDOS Y DISCUSIÓN

Se analizaron los bordes de tres cuencas hídricas de distinto tamaño, forma y distribución de alturas y pendientes, a fin de verificar si se comportan como objetos fractales y obtener en cada caso el índice de fractalidad.

Se utilizaron datos de MDE en retículo cuadrado de 90m de lado provistos por la agencia *United States Geological Service* (USGS), obtenidos a partir de imágenes satelitales de la misión estadounidense *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM). Mediante aplicaciones específicas del software *ERDAS Imagine* se determinaron los bordes de tres cuencas

hídricas y se generaron sendos archivos digitales de coordenadas de puntos que expresan los respectivos bordes en forma discretizada. Las cuencas son las de los ríos Feliciano y Gualaguay (Provincia de Entre Ríos) y Diamante (Provincia de Mendoza), de 7808.9 Km<sup>2</sup>, 22142.6 Km<sup>2</sup> y 8687.9 Km<sup>2</sup> respectivamente.

Mediante un programa computacional desarrollado ex profeso se generaron poligonales cerradas que recorren el borde de la cuenca, formadas por segmentos iguales y consecutivos. Una vez elegido el segmento básico  $Sb$ , el algoritmo consiste en recorrer la poligonal formada por los puntos del borde de cuenca obtenidos a partir del MDE, y, mediante interpolación bilineal y un procedimiento iterativo, generar una nueva poligonal cuyos puntos pertenezcan a la poligonal original, y que además sus segmentos tengan todos longitud igual a  $Sb$ . Una vez ingresada al programa la longitud del segmento básico  $Sb$ , se obtienen dos poligonales recorriendo el borde de la cuenca en un caso en sentido horario, y en el otro en sentido antihorario. Sus perímetros están dados por la ecuación (4) y generalmente sus diferencias son despreciables. Podemos entonces estimar el perímetro de la cuenca, medido sobre poligonales de segmentos  $Sb$ , como el promedio de las dos longitudes obtenidas.

Se muestran los resultados de variar el parámetro  $f$  entre un cuarto y un quincuagésimo. En ese rango de  $f$ , las poligonales eliminan ciertos detalles del borde de cuenca pero preservan la forma de ésta (Figuras 1, 2 y 3). En particular, se obtuvieron para las tres cuencas analizadas valores del perímetro  $P$  para diferentes segmentos básicos; se comprobó un buen ajuste a una relación lineal log-log entre  $Sb$  y  $N$ , comprobando así que el borde de cuenca se comporta como un objeto fractal (Figuras 4, 5 y 6). Las dimensiones fractales respectivas, dadas por los módulos de las pendientes de las rectas, varían entre 1.06 y 1.09. Se analizó también la variación del coeficiente  $K$  de Gravelius en función de la longitud del segmento básico (Tablas 1, 2 y 3). Puede apreciarse asimismo que las relaciones entre los perímetros de dos cualquiera de las tres cuencas, obtenidos con un mismo factor  $f$ , se mantienen aproximadamente constantes al variar dicho factor.

Tabla 1. Arroyo Feliciano.

| f    | N     | Sb (km) | ln(N) | ln(Sb) | P (km) | K     |
|------|-------|---------|-------|--------|--------|-------|
| 1/4  | 18,0  | 21,7    | 2,89  | 2,89   | 390,2  | 1,246 |
| 1/5  | 22,4  | 17,7    | 3,11  | 2,87   | 395,8  | 1,264 |
| 1/6  | 27,0  | 14,7    | 3,30  | 2,69   | 397,7  | 1,270 |
| 1/7  | 31,6  | 12,7    | 3,45  | 2,54   | 401,8  | 1,283 |
| 1/8  | 36,7  | 11,1    | 3,60  | 2,40   | 405,9  | 1,296 |
| 1/9  | 41,6  | 9,8     | 3,73  | 2,28   | 408,3  | 1,303 |
| 1/10 | 46,5  | 8,8     | 3,84  | 2,18   | 410,8  | 1,311 |
| 1/11 | 51,4  | 8,0     | 3,94  | 2,08   | 412,7  | 1,318 |
| 1/12 | 56,8  | 7,3     | 4,04  | 1,99   | 414,8  | 1,324 |
| 1/13 | 61,5  | 6,8     | 4,12  | 1,92   | 418,1  | 1,335 |
| 1/14 | 66,9  | 6,3     | 4,20  | 1,84   | 421,9  | 1,347 |
| 1/15 | 72,0  | 5,9     | 4,28  | 1,77   | 423,8  | 1,353 |
| 1/20 | 98,9  | 4,4     | 4,59  | 1,49   | 437,3  | 1,396 |
| 1/50 | 264,3 | 1,8     | 5,58  | 0,57   | 467,0  | 1,491 |

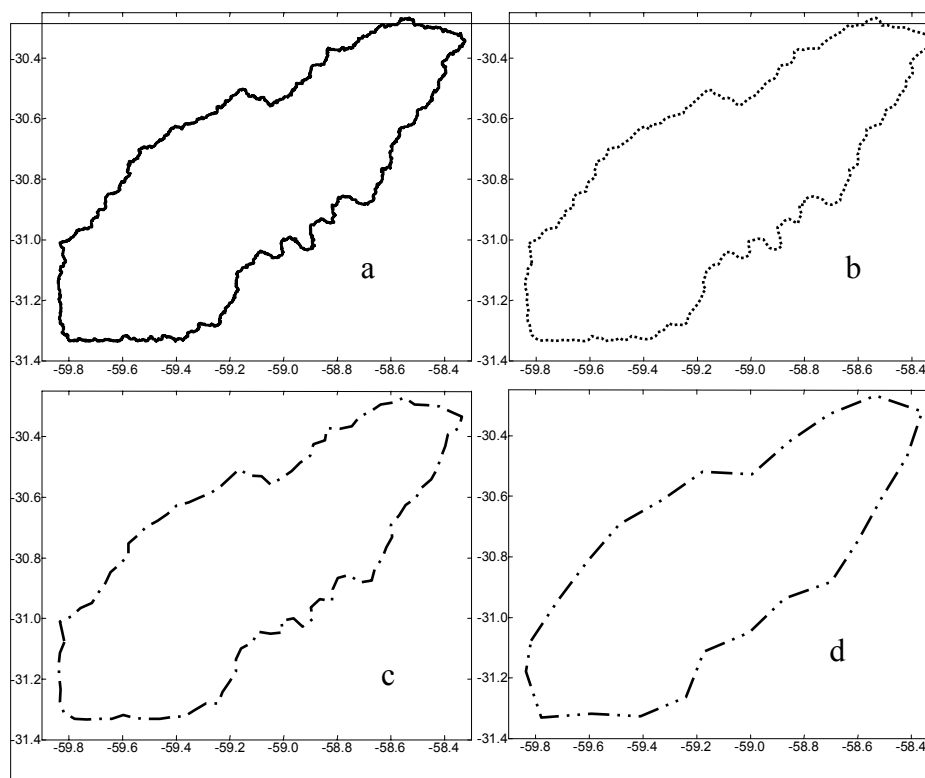


Figura 1. Cuenca del río Feliciano: a) borde obtenido a partir de imágenes SRTM, b)  $f=1/50$ , c)  $f=1/20$ , d)  $f=1/5$ .

Tabla 2. Cuenca del río Gualeguay con cierre en Gualeguay.

| f    | N     | Sb (km) | ln(N) | ln(Sb) | P (km) | K     |
|------|-------|---------|-------|--------|--------|-------|
| 1/4  | 19,5  | 37,2    | 2,97  | 3,62   | 725,1  | 1,375 |
| 1/5  | 24,8  | 29,8    | 3,21  | 3,39   | 739,2  | 1,401 |
| 1/6  | 30,1  | 24,8    | 3,40  | 3,21   | 746,0  | 1,414 |
| 1/7  | 36,0  | 21,3    | 3,58  | 3,06   | 766,1  | 1,452 |
| 1/8  | 41,1  | 18,6    | 3,72  | 2,92   | 764,7  | 1,450 |
| 1/9  | 46,9  | 16,5    | 3,85  | 2,81   | 775,7  | 1,471 |
| 1/10 | 52,1  | 14,9    | 3,95  | 2,70   | 775,6  | 1,470 |
| 1/11 | 57,0  | 13,5    | 4,04  | 2,60   | 771,1  | 1,462 |
| 1/12 | 64,8  | 12,4    | 4,17  | 2,52   | 803,9  | 1,524 |
| 1/13 | 69,4  | 11,5    | 4,24  | 2,44   | 794,4  | 1,506 |
| 1/14 | 75,5  | 10,6    | 4,32  | 2,36   | 802,1  | 1,521 |
| 1/15 | 82,1  | 9,9     | 4,41  | 2,29   | 814,5  | 1,544 |
| 1/20 | 112,5 | 7,4     | 4,72  | 2,01   | 836,8  | 1,586 |
| 1/50 | 303,0 | 3,0     | 5,71  | 1,09   | 901,7  | 1,709 |

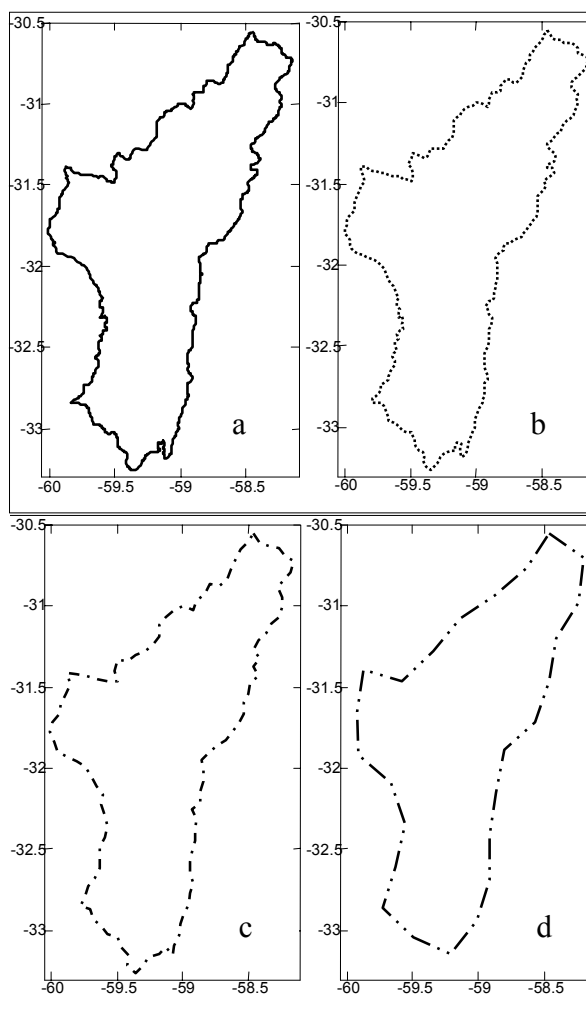
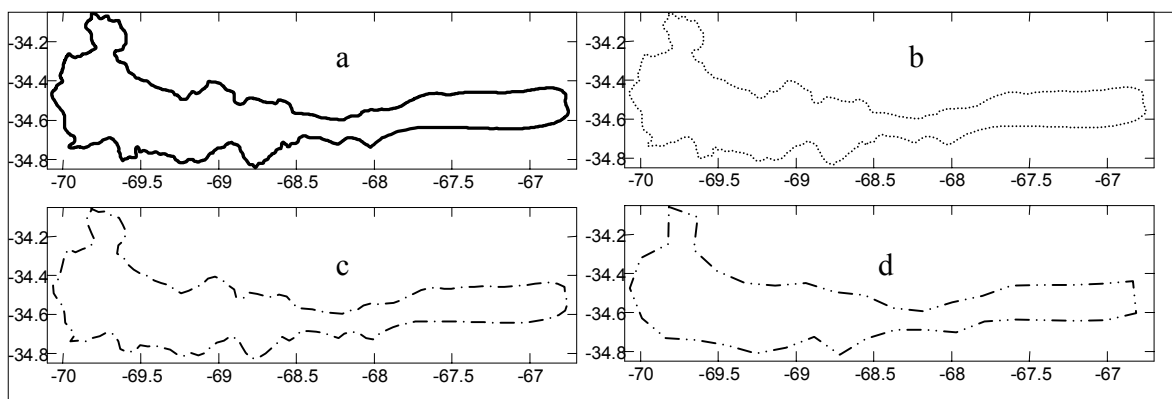


Figura 2. Cuenca del río Gualeguay en Gualeguay: a) borde obtenido a partir de imágenes SRTM, b)  $f=1/50$ , c)  $f=1/20$ , d)  $f=1/5$ .

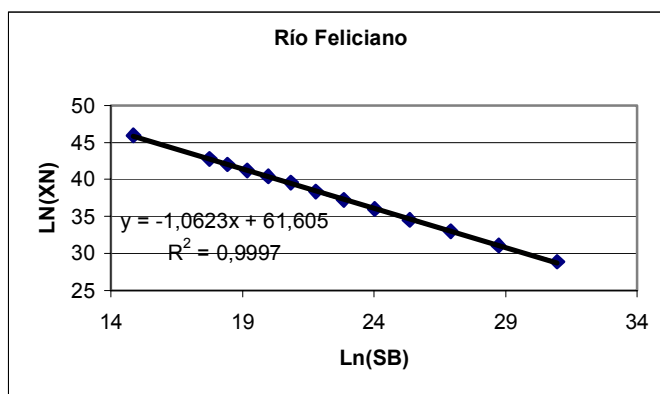


**Tabla 3. Cuenca del río Diamante.**

| <b>f</b> | <b>N</b> | <b>Sb (km)</b> | <b>ln(N)</b> | <b>ln(Sb)</b> | <b>P (km)</b> | <b>K</b> |
|----------|----------|----------------|--------------|---------------|---------------|----------|
| 1/4      | 30,3     | 23,3           | 3,41         | 3,15          | 706,6         | 2,139    |
| 1/5      | 39,3     | 18,6           | 3,67         | 2,93          | 733,0         | 2,219    |
| 1/6      | 46,8     | 15,5           | 3,85         | 2,74          | 726,5         | 2,199    |
| 1/7      | 55,6     | 13,3           | 4,02         | 2,59          | 740,0         | 2,240    |
| 1/8      | 64,3     | 11,7           | 4,16         | 2,46          | 749,4         | 2,268    |
| 1/9      | 73,0     | 10,4           | 4,29         | 2,34          | 756,3         | 2,289    |
| 1/10     | 81,3     | 9,3            | 4,40         | 2,23          | 757,5         | 2,292    |
| 1/11     | 90,5     | 8,5            | 4,51         | 2,14          | 766,6         | 2,320    |
| 1/12     | 99,2     | 7,8            | 4,60         | 2,05          | 770,8         | 2,333    |
| 1/13     | 108,3    | 7,2            | 4,68         | 1,97          | 776,5         | 2,350    |
| 1/14     | 116,7    | 6,7            | 4,76         | 1,90          | 777,2         | 2,352    |
| 1/15     | 125,4    | 6,2            | 4,83         | 1,83          | 778,8         | 2,357    |
| 1/20     | 169,5    | 4,7            | 5,13         | 1,54          | 790,1         | 2,391    |
| 1/50     | 438,3    | 1,9            | 6,08         | 0,62          | 817,0         | 2,473    |



**Figura 3. Cuenca del río Diamante: a) borde obtenido a partir de imágenes SRTM, b) f=1/50, c) f=1/20, d) f=1/5.**



**Figura 4. Río Feliciano.**

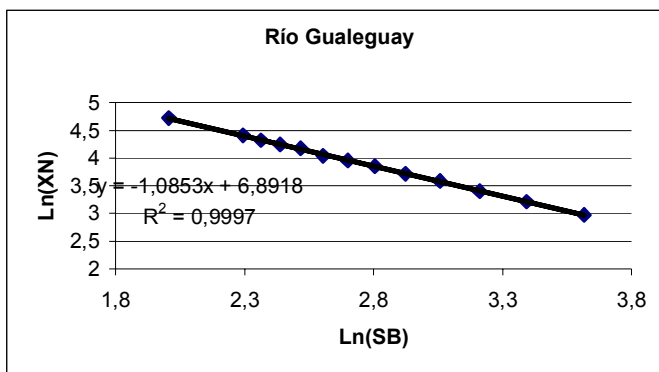


Figura 5. Río Gualeguay.

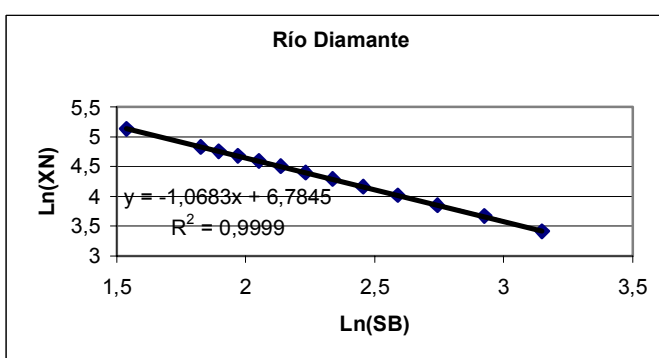


Figura 6. Río Diamante.

### Propuestas para la Objetivización de Longitudes en Curvas Topográficas

El segmento básico así definido es útil para los siguientes propósitos:

1) Para determinar índices de forma basados en la relación entre perímetro y raíz cuadrada del área de la cuenca. Puesto que en este caso se requiere un suavizado grande, proponemos que  $f$  tome el valor  $1/5$  tal que  $S_b = 1/5 \sqrt{A}$ .

El criterio se basa en efectuar un suavizado suficiente a nivel visual que elimine formas secundarias del borde. En el caso de una cuenca compacta, con el valor del segmento básico resultante se obtiene una poligonal de aproximadamente 25 veces  $S_b$ . Con este criterio, índices tales como el de compacidad de Gravelius y el de circularidad resultan invariantes con respecto al tamaño de la cuenca; es decir, tales índices son comparables entre cuencas de diferente tamaño. Dos cuencas de idéntica forma y distinta superficie tienen índices de forma iguales. Además se cumple con la exigencia de eliminar todos los detalles del borde de cuenca, reteniendo sólo su forma

básica. Roche (1963) definió el rectángulo equivalente como aquél de igual perímetro y área que la cuenca; al depender del valor del perímetro, la forma del rectángulo es también dependiente del factor  $f$  utilizado. En este rectángulo, las curvas de nivel topográfico aparecen como segmentos de recta paralelos al lado menor, y a partir de las distancias entre dichos segmentos el citado autor definió el índice de pendiente que lleva su nombre. Dado que Roche relacionó al rectángulo equivalente con el índice de Gravelius, proponemos utilizar el mismo factor  $f$  para construir dicho rectángulo y a partir del mismo calcular el índice de pendiente de la cuenca. De este modo el coeficiente de compacidad, el rectángulo equivalente y el índice de pendiente se vuelven objetivos.

2) Para construir una poligonal con un grado medio de detalle, con buen ajuste a la curva original en relación al tamaño de la cuenca, se propone el segmento  $S_b$  con  $f=1/20$ ; de este modo se obtiene una poligonal que contiene aproximadamente 100 veces  $S_b$  en el caso de una cuenca medianamente compacta. Proponemos el mismo valor de  $S_b$  para cauces, de modo de poder reemplazar éstos por poligonales que se ajusten bien a aquéllos, eliminando sólo los arcos de curva menores. Este segmento básico es

adecuado para obtener relaciones entre longitudes y entre longitudes y áreas, en una cuenca dada, y para comparar dichas relaciones entre cuencas de diferente tamaño. Proponemos usar este valor del segmento básico  $S_b$  para determinar las longitudes de ríos e índices asociados, tales como: la relación de longitudes de ríos y la pendiente del río principal (Horton, 1945); la densidad de drenaje y la longitud promedio de flujo superficial (Smart, 1972); el tiempo de retardo (Snyder, 1938; Linsley, Kohler y Paulhus 1982); y la pendiente de conducción principal (Linsley, Kohler y Paulhus, 1982). Por otra parte, proponemos que, al definir el recorrido total de un río, se consideren solamente los cauces permanentes e intermitentes; los cauces efímeros no deben incluirse pues aparecen más y más cauces de este tipo al aumentar la resolución espacial de una imagen o la escala de un mapa topográfico.

El factor  $f=1/20$  puede ser útil asimismo para definir bordes de cuenca y redes de drenaje que se usen como referencia en la modelación matemática hidrológica distribuida mediante balance en celdas y aportes a segmentos de cauce. Se presentan a continuación dos ejemplos usando dicho factor:

$$A = 8000 \text{ km}^2 \rightarrow \sqrt{(A)} = 89.4 \text{ km} \rightarrow S_b = 4.47 \text{ km}$$

$$A = 1000 \text{ km}^2 \rightarrow \sqrt{(A)} = 31.6 \text{ km} \rightarrow S_b = 1.58 \text{ km}$$

Hay que tener presente que si se analiza una subcuenca interior a una cuenca de estudio, y por lo tanto de área menor que ésta, para el propósito 1) se definirá un  $S_b$  distinto que para la cuenca; por lo tanto las longitudes de bordes comunes a ambas serán distintas pues están medidas sobre poligonales construidas con diferentes segmentos básicos.

3) Para trazar todas las curvas naturales en cartas geográficas o mapas en forma de poligonales. De hecho, esto se hace así al utilizar archivos digitales obtenidos en entorno SIG, puesto que en tales archivos las curvas están discretizadas. Pero los segmentos de las poligonales no son todos iguales y no brindan un nivel de detalle uniforme. A fin de eliminar esta limitación, proponemos definir el segmento  $S_b$  en relación a la escala de la carta, con lo cual queda relacionado también a la percepción de los objetos más pequeños por el ojo humano. Por ejemplo, si deseamos trazar todas las curvas mediante poligonales compuestas por segmentos de 1 mm de longitud, definimos  $S_b = 1 \text{ mm} \times \text{factor de escala}$ :

$$\text{Escala } 1: 10^4 \rightarrow S_b = 10^4 \text{ mm} = 10 \text{ m}$$

$$\text{Escala } 1: 10^5 \rightarrow S_b = 10^5 \text{ mm} = 100 \text{ m}$$

$$\text{Escala } 1: 10^6 \rightarrow S_b = 10^6 \text{ mm} = 1 \text{ km}$$

El uso de poligonales es útil asimismo para representar curvas en modo vectorial en un SIG.

## CONCLUSIONES

Se ha comprobado que los límites de las tres cuencas estudiadas se comportan como objetos fractales. Se ha obtenido en cada caso la dimensión fractal. Los valores hallados, ligeramente superiores a la unidad, están en armonía con los que midieron distintos autores en otras regiones.

Se ha propuesto un criterio objetivo de reemplazo del borde de una cuenca (sin longitud definida) por una poligonal sobre la cual poder determinar el perímetro de aquélla. El mismo se basa en la definición del segmento base con el cual construir dicha poligonal. Se ha incorporado en dicho criterio la dependencia funcional con el área de la cuenca, a fin de que, por un lado, los índices de forma basados en el perímetro y el área de la cuenca se vuelvan comparables entre cuencas de distinto tamaño y sean invariantes con la superficie de la cuenca; y por el otro, las poligonales que representan el perímetro y los cauces de la red de drenaje estén construidas con un único segmento base que esté en relación con el área de la cuenca.

Se ha propuesto un criterio para obtener un valor único del perímetro de cuenca, mediante el promedio de los perímetros de las poligonales trazadas a partir del punto de cierre en sentido horario y antihorario.

Se ha propuesto una regla objetiva para la obtención de un perímetro de cuenca que no incluya los detalles del borde natural sino solo su forma general (con  $f=1/5$ ), y sea apto para su aplicación en el coeficiente de compacidad de Gravelius, el rectángulo equivalente y en el índice de circularidad.

Se ha propuesto una segunda regla objetiva para la obtención del segmento básico a partir del cual trazar poligonales en reemplazo del borde de cuenca y ríos, que preserven un grado medio de detalle (con  $f=1/20$ ) y pueda ser usado en la caracterización geomorfológica de los ríos y su relación con la respuesta hidrológica de la cuenca, así como en el modelado matemático de esta.

Adicionalmente, se ha propuesto una tercera regla objetiva para trazar todas las curvas naturales en cartas geográficas o mapas en forma de poligonales, y facilitar de este modo los tratamientos digitales actuales en un entorno SIG, con curvas discretizadas. Pero los segmentos de las poligonales no son todos iguales y no brindan un nivel de detalle uniforme. A fin de eliminar esta limitación, proponemos definir el segmento  $S_b$  en relación a la escala de la carta, con lo cual queda relacionado también a la percepción de los objetos más pequeños por el ojo humano. Por ejemplo, si deseamos trazar todas las curvas mediante poligonales compuestas por segmentos de 1 mm de longitud, definimos  $S_b = 1\text{mm} \times$  factor de escala:

$$\text{Escala } 1: 10^4 \rightarrow S_b = 10^4\text{mm} = 10 \text{ m}$$

$$\text{Escala } 1: 10^5 \rightarrow S_b = 10^5\text{mm} = 100 \text{ m}$$

$$\text{Escala } 1: 10^6 \rightarrow S_b = 10^6\text{mm} = 1 \text{ km}$$

El uso de poligonales es útil asimismo para representar curvas en modo vectorial en un SIG. De esta manera se independizan las longitudes respectivas de la resolución espacial con la cual se construye el mapa, y se facilita el tratamiento digital al reemplazar las curvas naturales por poligonales con un segmento normalizado, además de trabajar con archivos digitales menos voluminosos.

Se pretende con esta propuesta revalorizar los índices geomorfológicos que incluyen longitudes ya sea de cauces o del límite de cuenca.

## AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo tuvo el apoyo institucional del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), la Universidad de Buenos Aires y la Universidad Nacional de La Plata, y se financió parcialmente con fondos de los proyectos UBACYT G813 y G036.

## REFERENCIAS

Bárdossy, A. y Schmidt, F. 2002. GIS approach to scale issues of perimeter-based shape indices for drainage basins. *Hydrological Sciences Journal*, 47(6): 931-942.

Barrera, D.; Presutti, M. y Rosatto, H. G. 2007. Una propuesta de objetivización de índices basados en

la relación área-perímetro de una cuenca. *XXI Congreso Nacional del Agua*, actas en disco compacto, Tucumán, mayo de 2007.

Bendjoudi, H. y Hubert, P. 2002. Le coefficient de compacité de Gravelius: analyse critique d'un indice de forme des bassins versants. *Hydrological Sciences Journal*, 47(6): 921-930.

Chorley, R. J.; Malm, D. G. E. y Pogorzelski, H. A. 1957. A new standard for estimating drainage basin shape. *American Journal of Science*, 255: 138-141.

Dubreuil, P. L. 1986. Review of relationships between geophysical factors and hydrological characteristics in the tropics. *Journal of Hydrology*, 87(3-4): 201-222.

Goodchild, M. F. 1980. Fractals and the accuracy of geographical measures. *Mathematical Geology*, 12(2) 85-94.

Goodchild, M. F. y Mark, D. M. 1987. The fractal nature of geographic phenomena. *Annals of the Association of American Geographers*, 77(2)265-278.

Goodchild, M. F.; Steyaert, L. T.; Parks, B. O.; Johnston, C.; Maidment, D.; Crane, M. y Glendonning, S. 1996. GIS and Environmental Modeling: Progress and Research Issues. GIS World Books. Fort Collins, Co. USA.

Gravelius, H. 1914. Grundriß der gesamten Gewässerkunde, Band I: Flußkunde (Compendio de Hidrologia, vol. I: Ríos, en alemán). Göschen, Berlin, Germany.

Gupta, V. K.; Waymire, E. y Wang, C. T. 1980. A representation of an instantaneous unit hydrograph from geomorphology. *Water Resources Research*, 16(5): 855-862.

Gupta, V. K.; Rodríguez Iturbe, I. y Wood, E. F. (eds). 1986. *Scale problems in Hydrology*. D. Reidel, Dordrecht, Holland.

Hammond, M. 2006. Issues of using digital maps for catchment delineation. *Water Management*, 159(1): 45-51.

Horton, R. E. 1945. Erosional development of streams and their drainage basins; hydrological approach to quantitative morphology. *Bull Geol Soc of America*, 56: 275-370

Linsley, R. K., Kohler, M. A. y Paulhus, J. L. H. 1982. *Hydrology for engineers*. McGraw Hill, New York.

Miller, V. C. 1953. A quantitative geomorphic study of drainage basin characteristics in the Clinch Mountain area, Virginia and Tennessee. Tech. Report no. 3, Dept. of Geology, Columbia University, New York, USA.

Moussa, R. 2003. On morphometric properties of basins, scale effects and hydrological response. *Hydrological processes*, 17(1): 33-58.

- Organización Meteorológica Mundial. 1996. *Guía de prácticas hidrológicas*. Publicación OMM 168. Ginebra, Suiza.
- Roche, M. 1963. *Hydrologie de surface*. Gauthier-Villars y ORSTOM, París.
- Rodríguez Iturbe, I. y Valdés, J. B. 1979. The geomorphologic structure of hydrologic response. *Water Resources Research*, 15(6): 1409-1420.
- Schumm, S. A. 1956. Evolution of drainage systems and slopes in badlands at Perth Amboy, New Jersey. *Bull Geol Soc of America*, 67: 597-646.
- Smart, J. S. 1972. Channel Networks. En: *Advances in Hydroscience*. V.T. Chow (ed), Academic Press, Orlando, Florida, 8: 305-346.
- Snyder, F. F. 1938. Synthetic unit-graphs. *Transactions of the American Geophysical Union*, 19: 447-454.
- Artículo recibido el 06/2011 y aprobado para su publicación el 11/2011.*