



**UNICAMP**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
Faculdade de Engenharia Mecânica

**GUSTAVO CHAVES STORTI**

# **Análise Modal Operacional Aplicada a Máquinas Rotativas**

CAMPINAS  
2020

**GUSTAVO CHAVES STORTI**

# **Análise Modal Operacional Aplicada a Máquinas Rotativas**

*Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.*

Orientador: Prof. Dr. Tiago Henrique Machado

ESTE TRABALHO CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO GUSTAVO CHAVES STORTI, E ORIENTADO PELO PROF. DR. TIAGO HENRIQUE MACHADO

**CAMPINAS  
2020**

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

So75a Storti, Gustavo Chaves, 1995-  
Análise modal operacional aplicada a máquinas rotativas / Gustavo Chaves Storti. – Campinas, SP : [s.n.], 2020.

Orientador: Tiago Henrique Machado.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Rotores - Vibração. 2. Análise modal. 3. Identificação de sistemas. I. Machado, Tiago Henrique, 1986-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em outro idioma:** Operational modal analysis applied to rotating machinery

**Palavras-chave em inglês:**

Rotor - Vibration

Modal analysis

System identification

**Área de concentração:** Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

**Titulação:** Mestre em Engenharia Mecânica

**Banca examinadora:**

Tiago Henrique Machado [Orientador]

Ilmar Ferreira Santos

Samuel da Silva

**Data de defesa:** 20-02-2020

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia Mecânica

**Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)**

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0000-0002-7696-3204>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/4849043027799594>

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO**

# **Análise Modal Operacional Aplicada a Máquinas Rotativas**

Autor: Gustavo Chaves Storti

Orientador: Prof. Dr. Tiago Henrique Machado

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta dissertação:

**Prof. Dr. Tiago Henrique Machado**

**Universidade Estadual de Campinas – FEM/UNICAMP**

**Prof. Dr. Ilmar Ferreira Santos**

**Technical University of Denmark – MEKANIK/DTU**

**Prof. Dr. Samuel da Silva**

**Universidade Estadual Paulista – DEM/FEIS/UNESP**

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Campinas, 20 de fevereiro de 2020.

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho aos meus pais, Patrícia e Wagner, à minha irmã, Izabela, e à toda minha família.

## Agradecimentos

Este trabalho é a conclusão de uma etapa de intenso aprendizado, na qual tive o privilégio de dividir, me inspirar e receber o apoio de diversas pessoas. Para cada uma delas, gostaria de destacar meus sinceros agradecimentos:

Aos meus pais, Wagner e Patrícia, por todo suporte e motivação. Vocês são meus exemplos, me ensinaram as melhores lições e me inspiram diariamente. À minha avó, Marialva, exemplo de garra e perseverança. Ao meu avô, Ildeu, por sempre me instigar na busca pelo conhecimento. À minha avó, Neide, por toda sua força e superação. À minha irmã, Izabela, pelo carinho e companheirismo. À minha tia, Paula, e meu tio, Rogério, por todo o incentivo.

Ao professor Tiago, pela orientação e pelo conhecimento transmitido, mas, principalmente, por todo o apoio durante a pesquisa, pelas oportunidades e pela amizade.

Aos técnicos da oficina mecânica do departamento da faculdade, Maurício, Ferreira e Mauro, por todo suporte na montagem e instrumentação da bancada de testes experimentais.

Aos amigos do LAMAR: Aline, Augusto, André, Bárbara, Carlão, César, Diogo, Douglas, Felipe, Gabriel, prof. Gregory, prof. Hélio, prof.<sup>a</sup> Kátia, Laís Bittencourt, Laís Carrer, Leandro, Leonardo Saint Martin, Leonardo Gusmão, Letícia, Lucas, Marcus, Matheus de Moraes, Matheus Wu, Natália Akemi, Natalia Tyminski, Natan, Rafael, Ricardo, Takashi, Thales pelas trocas de experiências e momentos de descontração.

À Petrobrás pelo apoio financeiro, sem o qual não seria possível a realização dessa pesquisa.

Hey you, don't help them to bury the light

Don't give in without a fight.

- *Roger Waters*

## Resumo

Este trabalho tem como objetivo investigar o uso de técnicas convencionais de Análise Modal Operacional (OMA) na identificação de parâmetros modais de um sistema rotativo suportado tanto por mancais de rolos cilíndricos quanto por mancais hidrodinâmicos. Ao usar o OMA para o processo de identificação do sistema, os parâmetros modais refletem o comportamento operacional da estrutura com todos os componentes montados. Por esse motivo, OMA tem sido amplamente aplicado em diversas frentes e os esforços para expandir a aplicabilidade dos métodos de análise modal, baseados apenas na resposta, a estruturas dinâmicas mostraram um forte crescimento na última década. Especialmente com o avanço das técnicas de monitoramento e prevenção de falhas e a popularização de métodos de fabricação inteligentes, na revolução conhecida como Indústria 4.0, o uso de OMA em máquinas rotativas se tornou essencial. A aplicação do OMA é particularmente desafiadora nesses sistemas devido às condições operacionais inerentes, principalmente no que diz respeito à presença de forças harmônicas, modos pouco espaçados e amortecimento não proporcional devido aos rolamentos, por exemplo. Além disso, os mancais podem inserir outras características dinâmicas intrínsecas que podem afetar diretamente a identificação dos fatores modais a partir dos algoritmos escolhidos. Os resultados apresentados aqui mostraram que métodos convencionais de OMA, como Decomposição de Domínio de Frequência Aprimorada (EFDD) e Identificação de Subespaço Estocástico (SSI-*data*), podem ser adequados para a identificação de parâmetros modais de um rotor em bancada suportado tanto por mancais de rolamentos e mancais hidrodinâmicos. Diferentes condições de teste foram estudadas para analisar os efeitos produzidos na identificação do OMA. Quando comparada com a abordagem tradicional da Análise Modal Experimental (EMA), a metodologia usada durante o processo de OMA alcançou boa correspondência em relação aos parâmetros modais identificados, com destaque principalmente ao método SSI, que foi capaz de identificar todos os casos de modos pouco espaçados, por exemplo, tornando OMA um processo adequado e garantindo que essa metodologia seja considerada para a análise desse tipo de sistema, especialmente na análise de máquinas reais, o que certamente traria economia de tempo e dinheiro para a indústria.

**Palavras-Chave:** Sistemas Rotativos, Análise Modal Operacional, Identificação de Parâmetros Modais.



## Abstract

The present work aims to investigate the use of conventional Operational Modal Analysis (OMA) techniques in the identification of modal parameters of a rotating system supported by both hydrodynamic and cylindrical roller bearings. When using OMA for the system identification process, modal parameters reflect the operating behavior of the structure with all components assembled. Because of that, OMA has been widely applied and efforts to expand the applicability of modal analysis methods, based solely on the response, to dynamic structures have shown strong growth over the past decade. Especially with the advancement of monitoring and fault prevention techniques and the popularization of intelligent manufacturing methods, within the revolution known as Industry 4.0, the use of OMA in rotating machines has become essential. The application of OMA is particularly challenging in these systems due to their inherent operating conditions, especially with regard to the presence of harmonic forces, closed-spaced modes and non-proportional damping due to the bearings. In fact, the bearings can insert other intrinsic dynamic characteristics that can directly affect the identification of the chosen algorithms. The results presented here showed that conventional OMA methods, such as Enhanced Frequency Domain Decomposition (EFDD) and Stochastic Subspace Identification (SSI-data), can be suitable for the identification of modal parameters of a testing rig rotor supported by both bearing and hydrodynamic bearings. Different testing conditions were studied in order to analyze the effects produced at OMA identification. When compared with traditional Experimental Modal Analysis (EMA) approach, the methodology used during the OMA process achieved good correlation regarding the identified modal parameters, making OMA a suitable process and ensuring that this methodology should be considered for the analysis of this type of system, especially on an *in situ* analysis for real machines, which would certainly bring time and money savings to industry.

**Keywords:** Rotating System, Operational Modal Analysis, Modal Parameter Identification.

## Lista de Ilustrações

Figura 3.1. Função densidade probabilidade para um sinal gaussiano (a) e harmônico (b).	55
Figura 3.2. Projeção de vetores em um espaço de duas dimensões.	68
Figura 4.1. Bancada experimental para análise modal operacional de um rotor com mancais de rolos.	74
Figura 4.2. Mancal de rolamento de rolos cilíndricos NSK NJ 202 (a) e caixa do mancal (Tsuha 2019) utilizada (b).	75
Figura 4.3. Representação esquemática da bancada com mancais de rolamentos.	76
Figura 4.4. Amplitude extraída do Stepped Sine utilizando dados dos acelerômetros para o rotor com mancais de rolos. (a) Força aplicada na direção vertical z. (b) Força aplicada na direção horizontal y.	78
Figura 4.5. Fase extraída do Stepped Sine utilizando os dados dos acelerômetros para o rotor com mancais de rolos. (a) Força aplicada na direção vertical z. (b) Força aplicada na direção horizontal y.	79
Figura 4.6. Valores de Kurtosis para rotação de 15 Hz	82
Figura 4.7. STFT na direção horizontal do mancal 2	83
Figura 4.8. Decomposição do espectro para o rotor excitado por ruído branco operando em 15 Hz.	84
Figura 4.9. Função de autocorrelação para o modo 1.	84
Figura 4.10. SSI-UPC para rotor com rotação em 15 Hz	85
Figura 4.11. Decomposição do espectro para rotações de 30 Hz (a) e 45 Hz (b).	86
Figura 4.12. Modo de vibrar das caixas dos mancais.	87
Figura 4.13. Decomposição do espectro dos acelerômetros para frequência de 30 Hz e excitação na vertical.	87
Figura 4.14. Órbitas do disco (a) e valores em RMS dos acelerômetros (b) em diferentes condições de excitação.	88
Figura 4.15. Decomposição do espectro para identificação em 30 Hz e ruído forte.	89
Figura 4.16. Diagrama de estabilização do método SSI para identificação em 30 Hz e ruído forte.	89
Figura 4.17. Decomposição do espectro para identificação em 30 Hz e ruído forte com maior tempo de aquisição (300 s)	90
Figura 4.18. Diagrama de estabilização do método SSI para excitação com ruído forte e 300 s de aquisição.	90
Figura 4.19. Decomposição do espectro para o rotor excitado por um ruído de baixa intensidade.	91
Figura 4.20. Diagrama de estabilização para o rotor excitado por um ruído branco de baixa intensidade.	91
Figura 4.21. Decomposição do espectro para o rotor excitado por um ruído rosa.	92
Figura 4.22. Diagrama de estabilização para o rotor excitado por um ruído azul.	92
Figura 4.23. Decomposição do espectro para o rotor sem excitação externa.	94
Figura 4.24. Diagrama de estabilização para o rotor sem excitação externa.	94
Figura 4.25. Valores de Kurtosis (a) e STFT (b) para o rotor sem excitação externa.	95
Figura 4.26. Decomposição do espectro para o rotor excitado por um ruído de baixa intensidade e tapping.	95
Figura 4.27. Diagrama de estabilização para o rotor excitado por um ruído de baixa intensidade e tapping.	96
Figura 4.28. Valores de Kurtosis (a) e STFT (b) para o rotor excitado por um ruído de baixa intensidade e tapping.	96
Figura 4.29. Decomposição do espectro para o rotor com excitação através de tapping.	97
Figura 4.30. Diagrama de estabilização para o rotor com excitação através de tapping.	98
Figura 4.31. Bancada experimental para análise modal operacional de um rotor com mancais hidrodinâmicos.	101
Figura 4.32. Mancal hidrodinâmico de bronze (a) e caixa do mancal utilizada (b).	102
Figura 4.33. Sistema de lubrificação da bancada experimental.	102
Figura 4.34. Representação esquemática da bancada com mancais hidrodinâmicos.	103
Figura 4.35. Amplitude extraída do Stepped Sine utilizando dados dos acelerômetros para o rotor com mancais hidrodinâmicos. (a) Força aplicada na direção vertical z. (b) Força aplicada na direção horizontal y.	105
Figura 4.36. Fase extraída do Stepped Sine utilizando os dados dos acelerômetros para o rotor com mancais hidrodinâmicos. (a) Força aplicada na direção vertical z. (b) Força aplicada na direção horizontal y.	105

Figura 4.37. Comparação da PSD do rotor excitado por ruído branco de média intensidade com tempo de 40 s (a), 60 s (b) e 240 s (c).	107
Figura 4.38. Decomposição do espectro para o rotor sem excitação externa balanceado (a) e desbalanceado (b) com $\Omega = 70$ Hz.	108
Figura 4.39. Diagrama de estabilização do método SSI rotor balanceado com $\Omega = 70$ Hz sem excitação externa.	109
Figura 4.40. Órbitas do disco (a) e valores em RMS dos acelerômetros (b) em diferentes condições de excitação.	110
Figura 4.41. STFT para cada um dos níveis de ruído testados na velocidade de 50 Hz. (a) ruído de baixa intensidade, (b) ruído de média intensidade e (c) ruído de alta intensidade.	111
Figura 4.42. Kurtosis para cada um dos níveis de ruído testados na velocidade de 50 Hz. (a) ruído de baixa intensidade, (b) ruído de média intensidade e (c) ruído de alta intensidade.	112
Figura 4.43. Decomposição do espectro para o rotor com mancais hidrodinâmicos excitado por um ruído de baixa intensidade.	113
Figura 4.44. Decomposição do espectro para o rotor com mancais hidrodinâmicos excitado por um ruído com intensidade inferior.	113
Figura 4.45. Diagrama de estabilização para o rotor excitado por um ruído branco de alta intensidade em rotação de 50 Hz.	114
Figura 4.46. Comparativo entre o espectro dos dados de medição e o espectro obtido através do modelo extraído do SSI.	115
Figura 4.47. Decomposição do espectro para o rotor com mancais hidrodinâmicos excitado por um ruído médio operando em sua velocidade crítica.	116
Figura 4.48. Indicadores STFT (a) e Kurtosis (b) utilizados para identificação de harmônicas no caso do rotor com mancais hidrodinâmicos operando em sua velocidade crítica.	117
Figura 4.49. Decomposição do espectro para o rotor com mancais hidrodinâmicos após remoção das harmônicas.	117
Figura 4.50. Comparação entre órbitas do disco entre condição balanceada e desbalanceada (a) e espectro para o caso com desbalanço e excitação por ruído branco de baixa intensidade (b).	118
Figura 4.51. Decomposição do espectro para testes diferentes de tapping.	120
Figura 4.52. Diagrama de estabilização para o método SSI no teste de tapping com 36 excitações.	120
Figura 4.53. Diagrama de estabilização para o método SSI no teste de tapping com 82 excitações.	121
Figura 4.54. PSD dos testes de tapping aplicados às caixas do mancal para o rotor balanceado (a) e desbalanceado (b).	121
Figura 4.55. Indicadores STFT (a) e Kurtosis (b) para teste de tapping nas caixas dos mancais.	122
Figura 4.56. PSD dos sensores de proximidade para teste de tapping nas caixas dos mancais.	122
Figura 4.57. Kurtosis teste de tapping nas caixas dos mancais utilizando sensores de proximidade na velocidade de 50 Hz e com o rotor balanceado.	123
Figura 4.58. Diagrama de estabilização do SSI utilizando os dados dos sensores de proximidade para teste de tapping através das caixas dos mancais.	123
Figura 4.59. PSD para teste de tapping nas caixas dos mancais e excitação através de ruído branco.	124
Figura 4.60. Diagrama de estabilização para teste de tapping nas caixas dos mancais e excitação através de ruído branco.	124
Figura 4.61. STFT para teste do rotor em run-up da rotação de 50 Hz para 90 Hz.	125
Figura 4.62. PSD para teste de para teste do rotor em run-up da rotação de 50 Hz para 90 Hz.	125

## Lista de Tabelas

<i>Tabela 4.1. Parâmetros modais extraídos a partir do Stepped Sine.</i>	79
<i>Tabela 4.2. Valores de frequência natural e fator de amortecimento para o modelo numérico da bancada.</i>	79
<i>Tabela 4.3. Condições consideradas para extração dos parâmetros modais do rotor com mancal de rolos.</i>	81
<i>Tabela 4.4. Parâmetros modais extraídos nos casos analisados para o rotor com mancais de rolos.</i>	98
<i>Tabela 4.5. Parâmetros modais extraídos a partir do Stepped Sine para o rotor com mancais hidrodinâmicos.</i>	105
<i>Tabela 4.6. Condições consideradas para extração dos parâmetros modais do rotor com mancais hidrodinâmicos.</i>	106
<i>Tabela 4.7. Comparação entre os fatores modais identificados antes e depois da aplicação da ferramenta de remoção de harmônicos.</i>	118
<i>Tabela 4.8. Parâmetros modais extraídos nos testes analisados para o rotor com mancais hidrodinâmicos.</i>	127

## Lista de Abreviaturas e Siglas

### Letras Latinas

$\hat{R}_{xy}$	Função de correlação cruzada discreta
$\wp_i$	Operador para indicar a projeção do SSI
$[A]$	Matriz dinâmica do sistema no espaço de estados
$A_k$	Número complexo com amplitude e fase para ordens
$A_n$	Matriz de resíduos
$[B]$	Matriz para descrever entradas no espaço
$[C]$	Matriz de saídas do espaço de estados
$G_x$	Espectro constante do ruído branco
$G_{xy}$	Densidade espectral cruzada
$G_{yy}$	Autodensidade espectral
$[H]$	Matriz de blocos de Hankel
$[I]$	Matriz identidade
$R_{xy}$	Função de correlação cruzada
$U_i$	Matriz de valores singulares esquerda
$V_i$	Matriz de valores singulares direita
$W_1, W_2$	Matriz de ponderação
$\hat{X}$	Estados de Kalman
$Y_f$	Dados de referência do futuro
$Y_p$	Dados de referência do passado
$a_n, b_n$	Coefficientes modais generalizados
$e_k$	<i>Innovations</i>
$l_i$	Observação $i$ dos dados medidos
$r_0$	Valor inicial da função de autocorrelação
$r_n$	Valor final da função de autocorrelação
$\Gamma_i$	Matriz de observabilidade estendida
$\sigma_x$	Variância do sinal de ruído branco
$\omega_n$	Frequência natural relacionada ao modo $n$
$[\phi]$	Matriz de modos de vibrar

$[\phi']$	Matriz de modos de vibrar complexos
$[C_d]$	Matriz de amortecimento assumido proporcional
$[C_t]$	Matriz de amortecimento para modelo de rotor
$[K]$	Matriz de rigidez
$[M]$	Matriz de massa
$B$	Limites da banda de frequência de Nyquist
$C_1, C_2$	Constantes determinadas pelas condições iniciais
$F$	Amplitude da força de excitação
$F(\omega)$	Forças de excitação no domínio da frequência
$H(t)$	Função de resposta ao impulso
$H(\omega)$	Função de resposta em frequência
$K$	Sequência do filtro de Kalman
$N$	Número de amostras
$V$	Matriz modal para espaço de estados
$X$	Amplitude
$X(\omega)$	Entrada representadas no domínio da frequência
$c$	Valor de amortecimento para 1 GDL
$diag[ \ ]$	Matriz diagonal
$f(t)$	Força de excitação
$j$	Índice de número complexo
$k$	Valor de rigidez para 1 GDL
$m$	Valor de massa para 1 GDL
$q(t)$	Sistema de coordenada modal
$s$	Variável indicando domínio de Laplace
$u(t)$	Variável de estado
$x(t)$	Vetor com dados no sistema de coordenada
$\psi$	Autovetores da matriz $[A]$

### Letras Gregas

$\psi$	Autovetores da matriz $[A]$
$\alpha$	Coefficiente proporcional à massa

$\beta$	Coefficiente proporcional à rigidez
$\gamma$	Vetor de participação modal
$\lambda$	Autovalores (polos do sistema)
$\mu$	Média
$\xi$	Coefficiente de amortecimento
$\sigma$	Desvio padrão
$\tau$	Indicador de atraso temporal
$\varphi$	Autovalores da matriz $[A]$
$\omega$	Valor de frequência
$\Omega$	Velocidade de rotação do rotor

### Sobrescritos

-	Manipulação das linhas da matriz
*	Indicador de conjugado
$T$	Indicador de matriz transposta
$\dot{\phantom{x}}, \ddot{\phantom{x}}$	Operador de derivada temporal

### Subscritos

$s, r, n$	Índices de operadores
-----------	-----------------------

### Abreviações

EMA	<i>Experimental Modal Analysis</i> – Análise Modal Experimental
OMA	<i>Operational Modal Analysis</i> – Análise Modal Operacional
FRF	<i>Frequency Response Function</i> – Função de Resposta em Frequência
NE <sub>x</sub> T	<i>Natural Excitation Technique</i>
EHD	Elastohidrodinâmico
SHM	<i>Structural Health Monitoring</i> – Monitoramento de Saúde Estrutural
IMAC	<i>International Modal Analysis Conference</i>
ISMA	<i>International Conference on Noise and Vibration Engineering</i>
IOMAC	<i>International Operational Modal Analysis Conference</i>
BFD	<i>Basic Frequency Domain</i> – Domínio Básico da Frequência

PP	<i>Peak Picking</i>
ML	<i>Maximum Likelihood</i>
ANPSD	<i>Auto Normalized Power Spectral Density</i>
FDD	<i>Frequency Domain Decomposition</i> – Decomposição do Domínio da Frequência
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i> – Decomposição em Valores Singulares
CMIF	<i>Complex Mode Indicator Function</i>
EFDD	<i>Enhanced Frequency Domain Decomposition</i> – Decomposição Aprimorada do Domínio da Frequência
SDOF	<i>Single Degree of Freedom</i>
IFFT	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i> – Transformada Inversa de Fourier
SSI	<i>Stochastic Subspace Identification</i> – Identificação de Subespaços Estocásticos
FSDD	<i>Frequency-Spatial Domain Decomposition</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i> – Transformada Discreta de Fourier
ARMA	<i>Auto Regressive Moving Average</i> – Média Móvel Autoregressiva
ERA	<i>Eigensystem Realization Algorithm</i>
EITD	<i>Enhanced Ibrahim Time Domain</i>
PRCE	<i>Polyreference Complex Exponential</i>
ITD	<i>Ibrahim Time Domain</i>
SIMO	<i>Single-Input Multiple-Output</i>
MIMO	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>
IRF	<i>Impulse Response Function</i> – Função de Resposta ao Impulso
MDOF	<i>Multiple Degree of Freedom</i> – Múltiplos Graus de Liberdade
PSD	<i>Power Spectral Density</i> – Densidade Espectral de Potência
LTI	<i>Linear Time Invariant</i>
STFT	<i>Short-Time Fourier Transform</i> – Transformada Curta de Fourier
PDF	<i>Probability Density Function</i> – Função Densidade Probabilidade
MAC	<i>Modal Assurance Criterion</i> – Critério de Garantia Modal
TSA	<i>Time-Synchronous Average</i>
PRFD	<i>Polyreference Frequency Domain</i>



# Sumário

<b>1. Introdução</b>	<b>18</b>
1.1. Objetivos do Trabalho	21
1.2. Organização do texto	21
<b>2. Revisão Bibliográfica</b>	<b>23</b>
2.1. Dinâmica de Rotores	23
2.2. Análise Modal e Métodos <i>Output Only</i>	27
2.2.1. Técnicas no Domínio da Frequência	30
2.2.2. Técnicas no Domínio do Tempo	33
<b>3. Metodologia</b>	<b>37</b>
3.1. Análise Modal	37
3.1.1. Sistemas de Um Grau de Liberdade	38
3.1.2. Sistemas de Múltiplos Graus de Liberdade	41
3.2. Vibrações Estocásticas	48
3.2.1. Fundamentos	48
3.2.2. Detecção de Harmônicas	52
3.2.3. Remoção de Harmônicas	56
3.3. Decomposição Aprimorada no Domínio da Frequência	58
3.4. Identificação de Subespaços Estocásticos	63
<b>4. Resultados</b>	<b>73</b>
4.1. Rotor com Mancais de Rolos	73
4.1.1. Bancada Experimental	73
4.1.2. Procedimento Experimental	76
4.1.3. Identificação dos Parâmetros Modais	78
4.2. Rotor com Mancais Hidrodinâmicos	100
4.2.1. Bancada Experimental	100
4.2.2. Procedimento Experimental	103
4.2.3. Identificação dos Parâmetros Modais	104
<b>5. Conclusões</b>	<b>128</b>
5.1. Etapas Futuras	129
<b>Referências</b>	<b>131</b>

## 1. Introdução

O aumento na demanda de setores produtivos e a necessidade de produção em alta escala e baixo custo tem forçado os limites da indústria, que necessita cada vez mais de equipamentos refinados, robustos e confiáveis. Desta forma, o interesse pelo estudo e desenvolvimento de modelos e técnicas de identificação de parâmetros mais eficientes e que possam ser utilizadas para uma análise de desempenho e integridade dos sistemas vêm aumentando rapidamente. Em paralelo, técnicas de análise da dinâmica estrutural de máquinas se tornaram relevantes para elaboração de modelos mais refinados utilizados para estudar e prever o comportamento de sistemas mecânicos.

Neste contexto, torna-se difícil encontrar máquinas ou sistemas mecânicos que não possuam nenhum componente rotativo, tais como eixos, engrenagens, mancais, rodas, entre outros. Turbinas a gás, unidades de bombeamento, redutores, compressores, motores (combustão e elétricos) e geradores são alguns exemplos. Essas máquinas são submetidas a condições muitas vezes complexas e não lineares durante seu ciclo de operação e exigem uma dose extra de atenção em seu projeto e atividade, para que as perdas por quebras e paradas para manutenção sejam as menores possíveis. Portanto, analisar os parâmetros dinâmicos destas máquinas em operação é fundamental para se ter um controle de sua saúde estrutural, bem como torna-se fundamental para elaboração de modelos numéricos mais refinados, que considerem efeitos causados pelas condições adversas de operação.

Estes comportamentos dinâmicos podem ser analisados através da medição de vibração destas máquinas e, assim, técnicas de identificação dos parâmetros de vibração da estrutura com base em ensaios dinâmicos surgem como uma ferramenta fundamental e de grande interesse da engenharia e dinâmica estrutural. Estas técnicas de análise de vibrações são conhecidas como análise modal.

Como destacado por Reynders (2012), o processo de análise modal consiste basicamente de três passos distintos: obtenção dos dados (através da medição de vibrações), identificação do sistema (modelos matemáticos são estimados a partir dos dados coletados) e a extração e validação dos parâmetros modais. A identificação pode ser do tipo paramétrica, quando os dados obtidos são encaixados em um sistema matemático específico, como por exemplo a modelagem por espaços de estados; ou não paramétricos, quando nenhum sistema matemático é proposto, ao invés os dados são trabalhados de maneira direta através de técnicas de processamento de sinais.

A análise modal é realizada quase sempre para obter os parâmetros modais do objeto de estudo (frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibrar). Essas vibrações podem ser medidas em domínio físico por acelerômetros e/ou sensores de posição em diversos modos de vibração. A vibração final é uma característica única e exclusiva da estrutura, composto de infinitos modos, conforme apresentado pela teoria de superposição de modos. A estimativa dos parâmetros modais destas vibrações, em geral, pode ser realizada de duas formas: a análise modal experimental, conhecida na bibliografia por sua sigla em inglês EMA (*Experimental Modal Analysis*), e a análise modal operacional, conhecida como OMA (*Operational Modal Analysis*).

Em EMA, a análise é do tipo input-output e as excitações geralmente são inseridas à estrutura por meio de *shakers* e martelos de impacto. Estes instrumentos são utilizados pois permitem inserir excitações que podem ser medidas. O aparato mais comum utilizado neste tipo de teste consiste em suspender a estrutura a ser analisada, de forma que esta esteja exposta somente às excitações impostas pelos instrumentos descritos anteriormente. Para medição da resposta, são colocados acelerômetros (ou outro tipo de sensor capaz de inferir a vibração) em posições nas quais as respostas dos modos de interesse podem ser medidas. Além disso, o ponto de excitação também deve ser avaliado de maneira a ser um ponto conveniente para a medição dos modos. Uma comparação entre o sinal de excitação e a resposta resulta em um conjunto de funções de resposta em frequência (FRF) que tende a mostrar picos em frequências de ressonância e a partir disso modelos modais podem ser extraídos. Neste tipo de ensaio é necessário um ambiente controlado, geralmente realizado em laboratório, o que dificulta o ensaio de grandes máquinas e estruturas, bem como despreza o ambiente à qual o equipamento está inserido.

E é justamente pensando nas condições de operação que surge o método conhecido como Análise Modal Operacional (OMA), de principal interesse neste trabalho. Embora com teorias bem consolidadas e metodologias amadurecidas, a área de análise modal, assim como a engenharia como um todo, passa por constante evolução para atender às novas exigências de procedimentos e maquinários. A modernização, com foco em modificação estrutural, diagnóstico e modelagem computacional, é acompanhada de metodologias voltadas para uma análise rápida, confiável, prática e econômica desses parâmetros. Nesse contexto, no início de 1990, uma certa análise modal em que as propriedades modais do sistema podem ser estimadas em sistemas sujeitos apenas às excitações naturais de operação, isto é, sem a necessidade de conhecer as forças de entrada, ganhou notoriedade. O estudo do comportamento da estrutura a partir das próprias condições de operação, em muitos casos, acaba sendo mais representativo

do que em testes de laboratório. As excitações às quais o equipamento é submetido em operação podem ter várias fontes distintas e que muitas vezes não possuem um comportamento definido, tornando-se difíceis (ou até mesmo impossíveis) de serem medidas e reproduzidas. Desta forma, a análise modal operacional é um método conhecido como *output-only*, pois os parâmetros modais são estimados somente a partir da resposta dinâmica da estrutura, sem necessariamente saber a qual excitação o sistema é submetido. Usando a OMA, os parâmetros modais refletem o comportamento em operação da estrutura, com todos os componentes montados. Por este fato, a OMA tem sido amplamente aplicada na indústria aeroespacial, automotiva, engenharia civil e entre outras aplicações.

OMA provou ser uma ferramenta poderosa para analisar a dinâmica de grandes estruturas, com aplicação notável em engenharia civil. A excitação artificial de pontes e grandes construções é complexa e difícil, e alguns casos se torna impossível ou inviável este tipo de procedimento. Conforme mencionado por Brincker and Kirkegaard (2010), as fontes naturais podem ser usadas como base dos testes e posterior identificação modal, em vez de serem consideradas ruídos indesejados.

Porém, algumas hipóteses devem ser satisfeitas de forma a empregar corretamente a OMA. Por exemplo, a principal exigência é garantir que as excitações tenham caráter estocástico, classificadas como ruído branco (*white noise*), fato geralmente observado em excitações naturais, como vento e ondas em plataformas offshore, mas que não é válido se apenas cargas periódicas estão atuando no sistema, como as provocadas somente por elementos rotativos.

Desta maneira, com o comprovado sucesso em engenharia civil, certificado em trabalhos como os de Magalhães (2010) e Rainieri and Fabbrocino (2014), esforços para expandir a aplicabilidade de métodos de análise modal baseados apenas na resposta em estruturas dinâmicas apresentou um forte crescimento na última década. Especialmente com o avanço de técnicas de monitoramento e prevenção de falhas e popularização de métodos inteligentes de manufatura, dentro da revolução conhecida como Indústria 4.0, o uso de OMA em máquinas rotativas tornou-se essencial.

A aplicação de OMA é particularmente desafiadora em máquinas rotativas. A extração dos parâmetros modais deste tipo de equipamento utilizando OMA tem uma importância estratégica, devido à posição destacada na indústria desta classe, e chama a atenção para suas particularidades. Destaca-se a aplicação no setor de turbinas eólicas, onde preocupações com vibrações estruturais excessivas em seu processo de projeto, como levantadas por Carne and James (2010). Os autores destacam a natureza das cargas dinâmicas

devido ao levantamento e arraste aerodinâmico, bem como entradas gravitacionais para as pás longas, usando a Técnica de Excitação Natural (NExT).

Neste contexto, a investigação do uso das principais técnicas de OMA com foco exclusivo em diferentes construções de máquinas rotativas se torna necessária para assegurar que este tipo de análise modal se torne cada vez mais utilizado na indústria, proporcionando economia e rapidez na análise deste tipo de equipamento, além de abrir caminho para a popularização de métodos de *health monitoring* baseados em vibrações.

### **1.1. Objetivos do Trabalho**

O estudo busca avaliar a aplicação de técnicas de OMA amplamente utilizadas para análise de estruturas civis em máquinas rotativas, propondo metodologias que ajudem a certificar e conferir precisão na extração de frequências naturais e fatores de amortecimento em rotores, bem como analisar os impactos de diferentes fatores de operação e características construtivas na identificação modal de rotores utilizando análise modal operacional. A ideia é qualificar análises no domínio do tempo e da frequência para um rotor com mancais de rolos e outro com mancais hidrodinâmicos, confrontando os valores extraídos através de OMA com técnicas convencionais de EMA.

### **1.2. Organização do texto**

A seção 2 é dividida em duas subseções para a abordagem individual da contextualização histórica tanto da disciplina de dinâmica de rotores quanto da evolução das técnicas de análise modal. Em 2.1 pontuou-se a relevância da compreensão da dinâmica de máquinas rotativas, possível através da evolução das disciplinas de dinâmica e vibrações, com o aumento da demanda de novos processos de fabricação em escala a partir da do século XIX. Na sequência, a subseção 2.2 apresenta a evolução dos estudos dos parâmetros modais e do surgimento de algoritmos de identificação a partir de dados experimentais e de como os métodos caminharam para o que hoje é conhecido como análise modal operacional.

A seção 3 é dedicada à uma revisão dos conceitos que fundamentam a análise modal operacional. Inicia-se com a abordagem da teoria clássica por trás da análise modal teórica de sistemas de 1 grau de liberdade, que na sequência é expandida para o caso mais geral de múltiplos graus de liberdade. Na subseção 3.2 discorre-se sobre as principais características

inerentes à análise de vibrações sujeitas a excitações estocásticas. Métodos utilizados para lidar especialmente com as características dinâmicas dos rotores também são avaliados. Por fim, os métodos de extração de parâmetros modais através apenas da resposta deste tipo de vibração são revistos e apresentados com a finalidade de ampliar o conhecimento sobre os algoritmos.

A seção 4 é dedicada exclusivamente a descrever como os algoritmos previamente introduzidos foram utilizados, seguindo uma metodologia pré-estabelecida, de forma a extrair corretamente os parâmetros modais de dois rotores distintos. Dividida em duas subseções, trata-se individualmente dos resultados experimentais para cada caso, avaliando-se diversas condições de operação, para ampliar o entendimento de como essas diferentes condições de operação e propriedades da máquina podem impactar na identificação de propriedades modais.

Reunindo os conceitos estudados e os resultados analisados durante todo o texto, a seção 5 é responsável por concluir sobre os resultados da extração dos parâmetros modais através de OMA neste tipo de rotor em bancada, além de propor sugestões e perspectivas para trabalhos futuros.

## 2. Revisão Bibliográfica

A revisão bibliográfica deste trabalho discute brevemente a evolução do estudo da dinâmica de rotores, uma contextualização específica para a disciplina de vibrações, pontuando alguns trabalhos notáveis que foram produzidos e que são referência até hoje para os estudos da área. Enfatiza-se como os estudos em dinâmica evoluíram para uma compreensão da área de dinâmica de rotores. Posteriormente, é apresentada uma abordagem para o estudo de vibrações aleatórias e análise modal e como a análise modal operacional é o resultado de uma evolução natural no processo de estudo do sistema dinâmico.

### 2.1. Dinâmica de Rotores

Rao (2017) apresenta uma boa narrativa sobre os primórdios da área de vibrações. O estudo remonta ao tempo em que essa modalidade nem sequer era conhecida como uma questão física. Os primeiros relatos da história emergiram das observações dos filósofos gregos interessados em desvendar o comportamento de instrumentos acústicos, principalmente aqueles que envolviam o uso de cordas. Pitágoras é consistentemente lembrado como o primeiro filósofo a investigar os princípios dos sons musicais em bases científicas. Por motivos distintos, ainda nos primórdios da história, relatam-se estudos na China, datados no século II, que buscavam propor instrumentos capazes de medir terremotos, motivados pela alta incidência deste fenômeno natural na região. Séculos mais tarde, Galileu revisitou essa disciplina e publicou no século XVII um trabalho em que discutia especialmente corpos vibratórios, descrevendo a dependência da frequência de vibração e o comprimento da corda de um pêndulo simples, juntamente com a indicação do fenômeno que na época foi referido como vibrações simpáticas, termo utilizado para o que hoje se conhece como ressonância.

Com os avanços da matemática no século XVIII, muitas evoluções foram vistas na área. Brook Taylor propôs a primeira solução dinâmica do problema da corda vibratória em Taylor (1713). Esta questão seria posteriormente aprofundada por Daniel Bernoulli, Leonard Euler e D'Alembert. Em D'Alembert (1747) propôs-se pela primeira vez a equação de onda em sua forma diferencial. Em Bernoulli (1753) apresentou-se o que, na terminologia atual, é conhecida como o princípio da superposição de harmônicas para a vibração de uma corda. A prova matemática deste princípio se deu logo em seguida, por Euler, ainda em 1755 Euler (1755). Finalmente, Lagrange (1788) apresentou uma nova maneira de tratar o problema de

vibração de corda, propondo em seu livro a metodologia em coordenadas generalizadas que posteriormente carregaria seu nome em homenagem, e que até hoje é utilizada na área de dinâmica e mecânica analítica. Subsequentemente, no início do século XIX, Kirchhoff formulou uma teoria precisa para as vibrações de uma placa elástica sólida. Em meados do século XIX, as oscilações elétricas e os circuitos elétricos oscilantes foram descobertos e métodos de acoplá-los a sistemas mecânicos para fazê-los produzir oscilações mecânicas começaram a ser desenvolvidos, mas de fato apenas se tornariam viáveis após 1900, como ressaltado em Lindsay (1966).

Com o crescimento da demanda e o aumento da produção em escala, devido à recente revolução industrial, na passagem para o século XIX surgiram estudos que construíram as bases para o surgimento de metodologias mais complexas dentre as contribuições modernas para a teoria de vibrações e, dentre elas, a modalidade de dinâmica de rotores, com algumas técnicas ainda utilizadas. A popularização deste tipo de maquinário e os efeitos intrínsecos de seu funcionamento despertaram grande interesse na comunidade científica na época.

Nomes como Rankine, Stodola, Laval e Jeffcott foram os primeiros a apresentar desenvolvimento notável para a área de dinâmica de rotores. Rankine (1869) fez as primeiras observações sobre a existência de velocidades críticas e concluiu, de forma equivocada, que seria impossível a operação em velocidades acima desta rotação.

Laval, na década de 1880, estava dedicado a construir turbinas experimentais para resolver problemas da operação em altas velocidades. A partir de diversas conclusões, propôs uma máquina que posteriormente receberia seu nome e consistia de um rotor de eixo delgado, flexível, com um disco desbalanceado e bi apoiado em mancais rígidos. Nesta construção, não só foi possível operar em velocidades acima da rotação crítica, contrapondo-se as observações realizadas por Rankine, como também se notou o funcionamento suave nestas altas velocidades. Este sistema posteriormente seria estudado por Föppl (1895) e Dunkerley (1894), que propuseram um modelo, ainda sem a inclusão de efeitos de amortecimento, mas que já era capaz de reconhecer a existência de várias frequências críticas no eixo do rotor, associados ao efeito giroscópio e sua dependência com a velocidade.

Stodola (1905) contribuiu para o estudo da vibração aplicável às pás de turbinas, com procedimento gráfico para cálculo de velocidades críticas, amplamente utilizado até a popularização do computador digital. Também foi responsável por publicar um estudo que reunia várias turbinas de seu tempo, condensando as conclusões de Laval, Dunkerley e suas próprias.



Em sequência, Jeffcott (1919) incluiu efeitos de amortecimento no modelo de Föppl (1895) para análise de rotor, sendo o primeiro a apresentar um modelo matemático satisfatório que incluísse efeitos de desbalanceamento e de *whirl* em velocidades críticas, propondo uma metodologia gráfica para a análise de rotor e estendendo conceitos já introduzidos anteriormente, como o fenômeno de autocentragem observado em velocidades de rotação muito superiores à velocidade crítica do sistema, ou seja, a tendência nessas condições do rotor girar em torno de seu centro de gravidade.

Porém, os métodos propostos por Laval e Jeffcott foram insuficientes para garantir o funcionamento correto de máquinas rotativas. Em Newkirk (1924), o autor foi o primeiro a investigar fenômenos de instabilidade em rotores e a estabelecer relações para estes fenômenos: não eram afetados pelo balanceamento e ocorriam em velocidades acima da primeira velocidade crítica. Em uma pesquisa subsequente, ele foi capaz de demonstrar que estes fenômenos eram auto excitados devido a interação fluido estrutura em mancais hidrodinâmicos.

A partir de meados do século XX, o desenvolvimento de máquinas rotativas foi impulsionado pela crescente demanda de novos maquinários, como de turbinas para indústria aeronáutica e turbo geradores, por exemplo. Assim, condições de operação se faziam das mais variadas formas e a gama de estudos das consequências da alteração de parâmetros de projeto, como velocidade de operação, tipos de mancais, eixos e próprio tamanho das máquinas, trouxe um grande desafio para a área de dinâmica de rotores. Em Myklestad (1944) e Prohl (1945) foram desenvolvidos métodos para o cálculo de frequências críticas a partir de matrizes de transferência utilizando parâmetros concentrados. O problema de instabilidade em altas velocidades incentivou o surgimento de mancais hidrodinâmicos de geometrias distintas e de menor acoplamento cruzado, como mostrado por McHugh (1979). Desde então, várias abordagens se sucederam com o intuito de analisar os diferentes fenômenos envolvidos em dinâmica de rotores e as interações entre os componentes de rotores, como acoplamentos, mancais e eixos. Diferentes livros se sucederam abordando os principais avanços da área em suas respectivas épocas, como em Gunter (1966), Krämer (1993) e recentemente em Vance et al. (2010).

Já no final do século XX, a partir da década de 1970, com o aumento do acesso a computadores digitais, vários autores passaram modelar os rotores através do método de elementos finitos. Inicialmente utilizando a teoria de viga de Euler-Bernoulli, modelagem em que se despreza o efeito de cisalhamento do material, como visto no estudo sobre os efeitos de desbalanceamento e estabilidade de Ruhl and Booker (1972), sucederam-se estudos que incluíam a inércia rotativa e momentos giroscópios utilizando elementos de viga de

Timoshenko, como em Nelson (1980). A modelagem por elementos finitos difundiu-se na pesquisa devido a sua robustez e confiabilidade, possibilitando que problemas anteriormente sem solução pudessem ser finalmente resolvidos Bathe (2006). Além disso, a gama desenvolvida de elementos finitos possibilitou atingir discretizações com resultados mais precisos.

Com os fundamentos da modelagem de rotores consolidados, faz-se necessário abordar também as contribuições de temas relacionados à integração do sistema completo de rotor-mancal-fundação. Um componente muito investigado por estudos da área são os mancais, um dos elementos mais críticos em máquinas rotativas atualmente, por possuírem grande influência na dinâmica e vida útil dos maquinários. Desta forma, entender seu funcionamento e as características inerentes aos diferentes tipos de mancais é fundamental para o desenvolvimento de máquinas robustas, que contemplem desde as etapas iniciais de projeto as necessidades de operação final da máquina.

Um dos primeiros estudos voltados especialmente para o entendimento deste tipo de componente foi desenvolvido ainda em Tower (1883), que apresentou pela primeira vez o conceito fundamental de mancais que posteriormente seriam conhecidos como mancais hidrodinâmicos: com um suprimento adequado de óleo, seria possível fazer com que não houvesse contato direto entre mancal e eixo, que permaneceriam separados por uma fina camada de óleo. Em seguida, Reynolds (1886) desenvolveu o que ficaria conhecida como a equação de lubrificação hidrodinâmica através da combinação da equação de Navier Stokes, aplicada a fluidos newtonianos incompressíveis, negligenciando a inércia e variação de viscosidade através do filme, e da equação de continuidade. Através de trabalhos de Sommerfeld e Harrison, foi demonstrado o campo de pressões que resultavam nas forças aplicadas dos mancais no eixo. Outro resultado pertinente apresentado foi o fato de que a força do filme de óleo não está alinhada com a deflexão radial do eixo com relação à linha central do mancal. Existe uma componente de força normal à deflexão radial, agora conhecida como força de acoplamento cruzado, e é isso que produz a instabilidade subsíncrona a velocidades supercríticas, conhecidas atualmente como *oil-whip* Vance et al. (2010). Diversas configurações de mancais hidrodinâmicos foram propostas ao longo dos anos, que atendessem a condições específicas de operação e aplicação. Nos últimos, viu-se um aumento considerável do uso de mancais de geometria variável, os *tilting pads*, devido a sua maior estabilidade para máquinas de alta de velocidade, quando comparados a mancais de geometria fixa.

Outra categoria de mancal amplamente utilizada é a de mancais de elementos rolantes, estes tanto de esferas quanto de rolos. Devido seu potencial de operação em altas

velocidades, capacidade para grandes transientes de cargas e menor incidência de falhas abruptas, esta classe de rolamento tem uma aplicação numerosa na indústria aeronáutica, além de aplicação mais conhecidas em veículos e maquinários pesados. Uma das primeiras referências desta variedade de mancal remete ao trabalho de Hertz (1881), analisando a modelagem do contato elástico entre corpos, mas ainda sem considerar os efeitos do filme de óleo lubrificante. Em Perret (1950), foi revelado um dos efeitos mais característicos deste tipo de mancal: os efeitos de vibrações cíclicas inerentes à sua operação. Em Sunnersjö (1978) descreve-se o movimento de passagem das esferas. Em estudos mais recentes, modelos que consideram lubrificação elastohidrodinâmica (EHD) foram propostos como forma de inclusão de mais efeitos na modelagem de mancais de rolamento, como nos trabalhos recentes de Tsuha (2019) e Silva (2019).

## **2.2. Análise Modal e Métodos *Output Only***

Testes dinâmicos possibilitam a identificação de parâmetros modais de estruturas e máquinas e podem ser aplicados em várias etapas que envolvem um projeto de engenharia: desde a concepção, à validação e até mesmo durante a operação do sistema. A assinatura modal, caracterizada pelas frequências naturais, modos de vibrar e fatores de amortecimento, está diretamente ligada à caracterização do comportamento em operação do sistema e permite avaliar o bom funcionamento de determinado sistema.

Este tipo de análise já é conhecido e aplicado de longa data em engenharia e iniciou-se com o desenvolvimento de técnicas de análise modal experimental (EMA). Partindo-se de descrições como “testes de ressonância”, um dos passos mais importantes nos primórdios da área foi visto no trabalho de Kennedy and Pancu (1947), que propuseram métodos que possibilitavam a correta identificação de frequências naturais e amortecimentos em estruturas de aeronaves. Porém, com o surgimento de técnicas computacionais eficientes para o cálculo de transformadas discretas de Fourier (DFT), aumento de poder de processamento do computador digital e sistemas de aquisição mais baratos e poderosos a partir da década de 1970, diversos estudos complementares se somaram para construir as bases de métodos que ainda são utilizados até hoje em análise modal.

No final da década de 1990, vários textos foram publicados condensando os avanços da época, destacando-se Silva and Maia (1999) e Ewins (2000), por fornecerem uma extensa revisão dos métodos de estimação de parâmetros modais utilizando relações de entrada e saída (*input-output*). Os textos reúnem não apenas aspectos matemáticos que permeiam a

análise modal, mas também consideram as descrições práticas de procedimentos experimentais e análise de sinais. Curiosamente, já nestes textos, considerados hoje bibliografias básicas para o estudo da área, existem capítulos introdutórios para abordar a evolução de técnicas de identificação baseados apenas na resposta, até então pouco explorados. O desenvolvimento de estruturas civis e componentes mecânicos mais ambiciosos, como pontes, estádios, edifícios, aeronaves e navios, já fazia com fosse necessário um novo passo em ferramentas experimentais que fossem capazes de estimar as propriedades estruturais, provendo dados confiáveis para ajuste e calibração de modelos numéricos.

Antes de relacionar aspectos propriamente ditos dos métodos baseados apenas na resposta, é conveniente rever como se deu o surgimento da base de sua metodologia. Diversos sistemas estão submetidos a excitações estocásticas quando em operação. Essencialmente, este tipo de entrada está relacionado a fenômenos naturais, como vento, terremotos, movimentos de marés, mas também pode estar relacionado à interação de fenômenos de fluido estrutura, como um jato em condições de voo ou um veículo em movimento sobre um piso irregular, por exemplo. Esta abordagem se faz necessária pois não é possível descrever tais fenômenos de maneira determinística, ou seja, por funções matemáticas. Portanto, como tal entendimento também não é recente, estudos com o objetivo de analisar sistemas submetidos a tais condições já são desenvolvidos desde o começo do século XX. Porém, a interação dinâmica na forma de vibrações começou a ser aprofundada a partir de trabalhos como o de Wiener (1930) e Khintchine (1934), que difundiram o conceito de funções de correlação e análise espectral.

Como visto, estes casos necessitam de uma abordagem estocástica, diferentemente da abordagem determinística conferida aos métodos de EMA que possuem a entrada conhecida do sistema. A análise de vibrações estocástica é abordada de maneira profunda em livros como na versão recente de Bendat and Piersol (2010), mas que tem edições publicadas desde 1966 com foco apenas em vibrações aleatórias, sistematizando vários conceitos para sua análise e relacionando diversas frentes, como aquisições de sinais e análises de dados, funções de correlação, densidade espectral, além de proporcionar revisões convenientes de metodologias estatísticas para melhor compreensão do conteúdo abordado. Outro livro recente, Brandt (2011), estende abordagens de alguns temas, além de fornecer exemplos e ferramentas para uso em ambientes computacionais para facilitar o entendimento de alguns conceitos, que nem sempre são triviais ou até mesmo conhecidos pela maioria dos engenheiros.

Desta maneira, é possível tomar o próximo passo e aprofundar-se na área de análise modal operacional, entendendo agora que esta metodologia não tem origem especificamente em uma disciplina ou pesquisa, mas que é fruto de uma evolução natural de trabalhos publicados

de longos períodos, condensando conceitos que abrangem as técnicas clássicas de análise modal, mesclados com a abordagem estocástica necessária para retratar as entradas desconhecidas do sistema. Diferentemente de EMA, OMA ainda não é uma disciplina consolidada, até mesmo porque seu potencial para utilização em ferramentas de *Structural Health Monitoring* (SHM), análise dinâmica para atualização de modelos e até mesmo em aplicações aliadas a utilização de *Machine Learning* para identificação de parâmetros modais, como visto no caso de turbinas eólicas em Gioia et al. (2020), estão em desenvolvimento. A introdução de algoritmos de aprendizado de máquina, neste caso, possibilita um monitoramento contínuo e automatizado de estruturas, afim de que a variação de parâmetros modais possa ser corretamente interpretada e identificada, como formas de expandir o uso de monitoramento de saúde estrutural.

Como apresentado por Ozdagli and Koutsoukos (2019), métodos de detecção de danos que empregam aprendizado de máquina podem ser agrupados em duas classes: (a) paramétricos e (b) não paramétricos. As abordagens paramétricas geralmente se baseiam em parâmetros característicos obtidos a partir de respostas estruturais. Tais métodos geralmente geram um tipo de algoritmo de aprendizado com um algoritmo de extração de recurso de pré-processamento. Por exemplo, a identificação do sistema pode ser considerada como um algoritmo de pré-processamento capaz de computar recursos como frequências naturais, formas de modos e fator de amortecimento de uma estrutura a partir de dados brutos. A mudança drástica da frequência natural geralmente está relacionada a danos estruturais. O algoritmo de aprendizado deve capturar esse dano. Da mesma forma, métodos de análise modal, como funções de correlação cruzada e funções de resposta em frequência, podem extrair outras características da estrutura que fornecem informações mais amplas ao longo do tempo e espaço. Os métodos paramétricos são vantajosos em relação aos seus pares não paramétricos, pois não precisam confiar em um modelo numérico da estrutura

A evolução dos trabalhos relacionados a área e aplicações em diferentes estudos das áreas podem ser encontrados em diversos *journals* e *proceedings*, destacando-se inicialmente a *International Modal Analysis Conference* (IMAC) organizada pela *Society of Experimental Mechanics* e a ISMA, conferência de ruído e vibrações organizada pela KU Leuven, na Bélgica. A partir de 2005, uma conferência dedicada apenas a OMA passou a ser fonte para pesquisas desta disciplina, a *International Operational Modal Analysis Conference* (IOMAC).

No contexto brasileiro, OMA foi investigada em alguns trabalhos, porém percebe-se que este assunto tem ganhado notoriedade nos últimos anos, intensificando-se a investigação

de diferentes técnicas e principalmente expandindo a aplicação a diferentes casos. Em trabalhos como os de Borges (2006), Júnior (2006) e Freitas (2008), foram exploradas aplicações computacionais de alguns métodos, com estudo prático de uma estrutura tipo frame e uma estrutura tubular de um veículo do tipo Baja. Recentemente, Costa (2014) investigou a identificação de parâmetros modais de uma carga útil de uma estrutura aeroespacial. Araujo (2015) propôs em sua tese a identificação dos parâmetros modais baseados em técnicas de transmissibilidade, com um estudo de caso da ponte de Garcia Cadena, na Colômbia. Huamani (2017) investigou a aplicação de algoritmos de decomposição no domínio da frequência em uma bomba centrífuga submersa.

Contudo, somente em 2014 surge a primeira bibliografia para abordar exclusivamente dos principais desenvolvimentos de OMA. Em seu texto, Rainieri and Fabbrocino (2014) focam em aplicações relacionadas à estruturas civis, enquanto em Brincker and Ventura (2015) o objetivo é abordar os conceitos matemáticos necessários para formular as teorias de OMA, apresentando uma revisão consistente do que diferentes teorias utilizadas na área tem em comum e como podem ser implementadas a possibilitar de maneira efetiva a obtenção dos parâmetros desejados através de OMA.

O que há em comum em ambos os textos, e na bibliografia no geral, é a divisão de OMA em duas principais frentes de identificação modal: análises no domínio do tempo e no domínio da frequência, que serão investigados na sequência. Cabe destacar existirem ainda métodos que propõem uma combinação destes domínios, como a transformada curta de Fourier e funções de Wavelet, por exemplo.

### **2.2.1. Técnicas no Domínio da Frequência**

Os métodos de identificação no domínio da frequência para análise modal operacional partem da análise da matriz espectral de potência da resposta, obtida a partir dos dados de medição, e podem ser agrupados em dois tipos: aqueles baseados diretamente no espectro de resposta, não paramétricos, originados na técnica de *Peak-Picking* (PP), ou métodos paramétricos, baseados em otimização, como é o caso do *Maximum Likelihood* (ML) em Guillaume et al. (1999) e Magalhães (2010) e as funções polinomiais e de transmissibilidade como em Devriendt and Guillaume (2007), por exemplo.

Para este estudo, o objetivo é aprofundar o conhecimento em modelos não paramétricos de identificação no domínio da frequência. Como mencionado anteriormente, esses métodos são baseados no espectro da resposta e geralmente são utilizados para realizar

uma primeira análise dos dados experimentais obtidos em um processo de análise modal. Esta técnica, explorada inicialmente em Bendat and Piersol (1980) e também conhecida como método *Basic Frequency Domain* (BFD), ou simplesmente PP, permite estimar parâmetros modais ao selecionar os picos do espectro analisado, identificando frequências de ressonância. Quando certas condições são satisfeitas, como baixo amortecimento e modos bem separados, na vizinhança de uma frequência de ressonância é possível ainda obter os modos de vibrar do modo analisado. Para casos em que tais condições são violadas, porém, este método pode levar a resultados incorretos. Além disso, estimação de amortecimentos são frequentemente realizados através de métodos de meia potência, por exemplo, que são comprovadamente métodos imprecisos e pouco utilizados quando necessita-se de uma estimação confiável do amortecimento, como pontuado por Magalhães (2010). Este método acabou sendo preterido em razão de frequentemente levar a interpretações erradas de informações modais, além da grande imprecisão quando o objetivo é identificar fatores de amortecimento. Em Felber (1993), a normalização das médias das densidades espectrais de potência (ANPSD) é utilizada como forma de reduzir a quantidade de informação contida no espectro de resposta a apenas uma função, e várias aplicações em pontes foram feitas, mostrando uma boa identificação das frequências naturais destas estruturas.

Porém, em Brincker Zhang et al. (2000), os autores propuseram uma nova metodologia de análise modal através de um algoritmo no domínio da frequência, que ficou conhecido como *Frequency Domain Decomposition* (FDD), com avaliação de um modelo numérico de um prédio de dois andares. Baseado no BFD, o FDD tem como grande diferencial a decomposição em valores singulares (SVD) da matriz espectral. Apesar de em análises anteriores um algoritmo semelhante tenha sido utilizado, como no *Complex Mode Indicator Function* (CMIF) em Shih et al. (1988), foi a primeira vez que os valores singulares da matriz de densidade espectral era interpretada como sendo uma estimativa das coordenadas modais de um sistema, como destacado em Brincker and Zhang (2009).

A segunda geração da FDD, conhecida como *Enhanced Frequency Domain Decomposition* (EFDD) foi formalmente proposta em Brincker et al. (2001). É exposto que as curvas de *Single Degree of Freedom* (SDOF) do sistema após a SVD, quando selecionadas na região de um pico de ressonância, são transformadas de volta para o domínio do tempo através de uma transformada inversa de Fourier (IFFT). Desta forma, são obtidas funções de correlação apenas para o modo analisado, sendo possível obter o amortecimento através do cálculo de decaimento logarítmico para cada um dos modos. Como resultado, os autores mostraram ser possível identificar o amortecimento mesmo em modos pouco espaçados e também pouco

excitados de um modelo numérico. Este procedimento finalmente seria patenteado em Brincker and Andersen (2004).

Como forma de validar esta metodologia proposta, vários estudos foram realizados de forma a extrair os parâmetros modais de diferentes sistemas. Em Brincker Frandsen et al. (2000), foi utilizado tanto a FDD quanto o método no domínio do tempo, *Stochastic Subspace Identification* (SSI), em uma análise modal a partir de excitações naturais (tráfego e vento) de uma das maiores pontes suspensas da época. Notou-se que para a estimação de amortecimentos com precisão eram necessários grandes tempos de medição para minimizar problemas de *leakage* ou *bias* no método de FDD. Porém, ambos os métodos identificaram com precisão 5 modos pouco espaçados. Posteriormente, em Brincker Andersen et al. (2000) foi proposta uma metodologia para separação de modos físicos e harmônicos, com indicadores baseados em propriedades estatísticas das respostas de estruturas quando submetidas à excitação harmônica, onde uma chapa circular metálica excitada artificialmente foi analisada. A extração dos parâmetros modais de um motor à diesel em operação foi apresentada em Møller et al. (2000), novamente utilizando a FDD e o SSI. Utilizando séries temporais com menos de meio minuto, foi possível identificar seis modos físicos do motor. Porém, novamente se nota uma imprecisão na estimação do amortecimento.

Houve ainda uma terceira geração de identificação baseada no método de FDD. Chamado de *Frequency-Spatial Domain Decomposition* (FSDD), que a partir dos vetores singulares dos modos identificados na FDD padrão, adapta uma curva de SDOF ao espectro identificado de cada respectivo modo, como apresentado em Zhang et al. (2010). Uma das vantagens deste método, segundo os autores, seria uma relaxação quanto às entradas do sistema, que agora poderiam ser tratadas apenas como uma excitação de ampla faixa de frequência e não mais um ruído branco.

Em Zhang and Tamura (2003), os autores propuseram três modos diferentes de estimar amortecimentos em um modelo de edifício com modos pouco espaçados e inserindo ruído nas medições. A FDD se mostrou uma ferramenta robusta frente a inserção de ruído nas medições. Mais uma vez a estimação de amortecimento se mostrou desafiadora, mesmo quando não usadas ferramentas paramétricas, principalmente devido a problemas inerentes de transformadas rápidas de Fourier, por exemplo, ou devido a existência de amortecimento não proporcional no sistema.

As dificuldades em estimar amortecimento, atribuídos principalmente a problemas de *leakage*, motivaram investigar quais os impactos que diferentes tipos de janelamento podem causar em OMA em Verboven et al. (2005). Magalhães et al. (2010) fez uma extensa



comparação (mais de 100 simulações) entre diferentes métodos de identificação para analisar os fatores que mais impactavam este parâmetro modal. Neste *paper*, os autores compararam diferentes modelos de amortecimento em um modelo numérico, para casos de amortecimento proporcional e diferentes níveis de não proporcionalidade (através da soma de valores absolutos fora da diagonal principal da matriz de amortecimento). Além disso, investigaram também a influência na identificação em diferentes níveis de proximidade de frequências naturais distintas. Como forma de assegurar seus resultados, foi aplicado os conhecimentos adquiridos na análise de OMA do teto do estádio de futebol de Braga. Foi comprovado que o EFDD pode gerar bons resultados, quando parâmetros do espectro são corretamente selecionados e quando não há a presença de grande acoplamento nos modos do sistema.

A popularização da OMA no final da década passada e os grandes avanços notados durante este período motivou a publicação de uma *special issue* de um dos mais relevantes *journals* da área, como pode ser visto em Brincker and Kirkegaard (2010).

No caso de máquinas rotativas, a presença de harmônicos é de extrema relevância, já que pode ser confundida com modos físicos ou inserir erros na estimação de modos naturais da máquina. Em casos como este, existem basicamente duas etapas a serem consideradas: primeiramente, a identificação destas harmônicas, com vários métodos apresentados em Peeters et al. (2007) e Le and Argoul (2015), e a remoção destas do sinal analisado, quando muito próximas de modos físicos, como mostrado em Agneni et al. (2012) e Gres et al. (2019).

Em publicações recentes, como de Orlowitz e Brandt Orlowitz and Brandt (2017) destaca-se inclusive como OMA pode ser tratada como uma forma preferível quando necessária a extração de parâmetros modais, se comparada aos métodos tradicionais de EMA.

A facilidade da implementação de métodos no domínio da frequência e os resultados robustos já constatados na literatura, especialmente para o método EFDD, mostraram-se promissores para a aplicação nos sistemas de máquinas rotativas que serão posteriormente investigados. Baseados no simples processamento do sinal obtido, através da transformada discreta de Fourier (DFT), é possível obter uma análise rápida e direta dos fatores modais, mesmo em modos próximos. Algumas complicações, como a resolução da DFT, ou quando não atendidas algumas premissas, previamente mencionadas, é possível que haja certa contaminação nos parâmetros estimados, principalmente no caso do amortecimento. Tais fatores serão investigados com mais profundidade neste trabalho.

### **2.2.2. Técnicas no Domínio do Tempo**

Análise modal operacional, assim como a tradicional EMA, possui uma grande classe de técnicas para extração de parâmetros modais baseados no domínio do tempo. Estas técnicas, em um sentido amplo, podem ser fundamentalmente divididas em três categorias: métodos baseados na *Natural Excitation Technique* (NExT), em modelos de *Auto Regressive Moving Average* (ARMA) ou em problemas de realização de subespaço estocástico.

Um dos primeiros métodos baseado no domínio no tempo para extração de parâmetros modais de estruturas submetidas a excitações naturais teve início na década de 1960. Clarkson and Mercer (1965) apresentaram um procedimento para estimar as características de resposta em frequência de um modelo SDOF com excitação apenas por ruído branco. Foi identificado que as funções de correlação cruzadas podem apresentar as mesmas características físicas encontradas em funções de resposta ao impulso de modelos determinísticos. Portanto, era possível associar técnicas de identificação convencionais disponíveis em EMA para realizar a identificação de sistemas excitados por forças naturais, como no caso analisado para turbinas eólicas.

Seguindo esta linha, James et al. (1995) propuseram uma formulação formal em seu trabalho para a extração de parâmetros modais utilizando funções de correlação em sistemas submetidos a excitações naturais. Essa técnica, intitulada NExT, foi inicialmente aplicada em turbinas eólicas de rotores verticais. As funções de correlação produzidas por estruturas excitadas por entradas aleatórias têm a forma de decaimento senoidais contendo as informações modais do sistema. Desta forma, é possível a aplicação de técnicas conhecidas de identificação, como por exemplo, para os casos de *Multiple-Input Multiple-Output*, a técnica *Eigensystem Realization Algorithm* (ERA), *Extended Ibrahim Time Domain* (EITD) ou a *Polyreference Complex Exponential* (PRCE).

A técnica ERA foi desenvolvida por Juang and Pappa (1985) para estimação de parâmetros modais e redução de um modelo dinâmico a partir de dados experimentais. Os autores propuseram, levando em consideração conceitos da teoria de controle, a formulação do problema em espaço de estados discretos, agrupando os dados em matrizes de blocos Hankel e a descrição em parâmetros de Markov para as respostas livres. O método foi verificado no teste modal de um satélite, obtendo com sucesso as propriedades modais. Neste algoritmo, várias semelhanças podem ser encontradas com relação ao modelo de subespaços estocásticos que será aplicado posteriormente. Como destacado em Zhang et al. (2005), SSI é a extensão do método ERA, porém considerando uma formulação estocástica.

O *Ibrahim Time Domain* (ITD), apresentado em sua forma aprimorada por Ibrahim and Mikulcik (1977), foi inicialmente proposto como uma modalidade *Single-Input Multiple-*

*Output* (SIMO) baseado em um modelo matemático em espaço de estados para a formulação do problema, onde deslocamento e velocidade eram necessários e obtidos a partir da integração de acelerações, que por sua vez eram respostas de decaimento livre do sistema. Posteriormente, EITD surgiu como uma versão *Multiple-Input Multiple-Output* (MIMO) para o ITD.

Outro método também utilizado, o PRCE, desenvolvido por Vold et al. (1982), é uma extensão MIMO do método conhecido como *Least Square Complex Exponential* (LSCE). A identificação é feita através da resposta ao impulso de forma a determinar a função de resposta em frequência (FRF).

Como visto, grande parte dos métodos podem ser adaptados para a versão *output-only* quando adotados juntamente com a técnica NExT. A decomposição modal da matriz de densidade espectral apresenta grande similaridade com a matriz FRF e a similaridade entre as funções de resposta ao impulso também já foram ligadas às funções de correlação. Porém, a vantagem de adotar algoritmos construídos integralmente para sistemas estocásticos tornam os resultados mais precisos, pois já consideram desde a sua base, variáveis e propriedades estocásticas inerentes do processo, como por exemplo os ruídos inerentes da medição em dados experimentais.

Portanto, para atender estes novos requisitos que surgem os *Stochastic Subspace Identification* (SSI), extensivamente descritos em Overschee and De Moor (1996). Neste método, baseado na construção da matriz de Hankel, como no método ERA, a realização do sistema, ou seja, a recuperação ou identificação de matrizes, é feita através da combinação entre a equação de estado discreta e da equação de observabilidade. Para a situação de entradas gaussianas, como é o caso do ruído branco, é provado que um preditor de estados ótimo é a média condicional dados todos as medidas passadas. A explicação para tal operação, considerando aspectos da teoria de álgebra linear, é conhecida como a projeção ortogonal do vetor entre estados e os vetores anteriores de dados. Este algoritmo, então, pode ser combinado a um filtro de Kalman para fornecer a predição dos estados e assim possibilitar a extração da matriz do sistema, que posteriormente será usada para obter os desejados parâmetros modais. Este tipo de algoritmo, desde então, foi aplicado inúmeras vezes para identificação de sistemas em OMA, mostrando resultados promissores inclusive em situações em que outros métodos apresentam grande dificuldade para extração dos parâmetros modais, como no caso de amortecimento não proporcional Magalhães et al. (2010) ou de modos pouco espaçados Cauberghe et al. (2003).

Uma dificuldade recorrente de identificações paramétricas no domínio do tempo, encontrado também para o caso do SSI, é como distinguir modos estruturais de modos espúrios,

geralmente resultado de imprecisões no algoritmo de realização ou no ruído inerente do processo de medição, não linearidades do sistema, *leakage*, etc. No caso específico de máquinas rotativas, a inserção de componentes determinísticos, como é o caso das harmônicas, acrescenta mais uma dificuldade nesta identificação dos verdadeiros modos físicos a serem avaliados. Esse tipo de obstáculo ainda é uma das maiores barreiras a serem vencidas na implementação robusta deste tipo de identificação. Visando isto, este estudo busca somar conhecimentos para superar esta barreira, identificando padrões e fornecendo embasamento para assegurar que modos estruturais sejam obtidos das técnicas de SSI para os rotores analisados.

Por fim, a partir da avaliação dos métodos de análise modal operacional apresentados e da breve contextualização sobre estudos relacionados à dinâmica de rotores, é possível notar uma persistente lacuna entre as duas disciplinas. Na extensa bibliografia apresentada, são encontrados diversos exemplos de aplicação de OMA em estruturas e maquinários, que por vezes até incluem efeitos de máquinas rotativas, mas que raramente estão focados em obter os parâmetros modais deste tipo de sistema. Aplicações específicas, como aquelas encontradas em geradores eólicos, apresentam peculiaridades que não são aplicáveis em máquinas encontradas em indústrias, como por exemplo compressores rotativos, turbinas e unidades de bombeamento. O trabalho aqui desenvolvido busca justamente preencher esta defasagem, elaborando um estudo numérico e experimental, juntamente com soluções conhecidas para lidar com as particularidades do comportamento dinâmico deste tipo de sistema, propondo uma metodologia capaz de extrair frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibrar de máquinas rotativas a partir de técnicas convencionas de OMA.

### 3. Metodologia

As bases de análises e estudos das propriedades modais de sistemas sob o efeito de vibrações do ambiente, assim como em casos de condições de operação, necessitam uma abordagem diferente daquela adotada para sistemas determinísticos, por exemplo.

Com o objetivo de realizar uma análise e identificação modal em sistemas sujeitos a excitações estocásticas, é preciso ter em mente que muitas vezes será necessária a utilização de domínios distintos, mas que se completam, como é o caso do domínio da frequência e do tempo. Para essa troca, é necessário atentar-se aos efeitos que podem prejudicar os resultados finais, como os efeitos de *leakage*, e buscar maneiras de minimizar suas consequências.

Faz-se necessário também compreender como são feitas as modelagens de sistemas a partir de dados, modelos esses que, como será visto, geralmente são agrupados de duas maneiras: paramétricos e não paramétricos. Em um modelo paramétrico, o sistema é descrito utilizando um número limitado de informações e constrói-se um modelo matemático que seja capaz de reproduzir as respostas obtidas, enquanto que em um modelo não paramétrico o sistema é caracterizado diretamente por suas medições, sem a necessidade de um modelo matemático.

Por fim, este capítulo compreenderá os conceitos fundamentais que foram utilizados e estudados para as técnicas de OMA, a saber: EFDD e SSI, que posteriormente foram empregues para a identificação dos parâmetros dos sistemas rotativos propostos no capítulo de resultados.

#### 3.1. Análise Modal

Analisar dinamicamente um sistema usualmente consiste em relacionar como se dão suas respostas em função das forças aplicadas ao mesmo. Em contrapartida, a análise modal tem como objetivo caracterizar o sistema a partir de seus parâmetros modais, isto é, através de suas frequências naturais, modos de vibrar e fatores de amortecimento. Esses parâmetros são inerentes às propriedades físicas do sistema e muitas vezes são mais simples de se determinar que suas características espaciais de massa, rigidez e amortecimento. Estabelecer esses parâmetros pode ser necessário por diversos motivos, como por exemplo para identificação e avaliação de fenômenos de vibração, validação e atualização de modelos de sistemas analíticos

ou de elementos finitos, desenvolvimento de modelos dinâmicos baseados apenas na resposta, detecção de falhas, entre outros.

Um conceito fundamental para a compreensão de análise modal é visualizar o sistema dinâmico como uma função de transferência. Desta forma, é possível fazer uma ligação entre as entradas (forças de excitação) e respostas de um determinado sistema e assim determinar os parâmetros modais que se tem interesse e que são responsáveis por caracterizar esta transformação. Essas relações são descritas através de funções de resposta ao impulso (*Impulse Response Function – IRF*) e funções de resposta em frequência (*Frequency Response Function – FRF*). Portanto, qualificar estas funções com relação aos parâmetros modais é geralmente o principal objetivo por trás de técnicas de análise modal. Para isso, será apresentada uma introdução aos conceitos básicos utilizando a abordagem de um sistema de um grau de liberdade (SDOF) para, na sequência, expandir os conceitos para sistemas de múltiplos graus de liberdade (MDOF).

### 3.1.1. Sistemas de Um Grau de Liberdade

Para a introdução de conceitos fundamentais da teoria de vibrações, recorre-se a um tradicional sistema de massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade (SDOF) excitado por uma força harmônica, modelado pela seguinte equação de movimento:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) = Fe^{j\omega t} \quad (3.1)$$

Como é de amplo conhecimento, para obtenção de uma solução completa da equação (3.1), é necessário considerar ambas as soluções da equação diferencial: a homogênea correspondente e a particular. Aplicando a transformada de Laplace, sendo  $s$  a variável neste domínio, para o caso homogêneo, é possível obter a seguinte equação característica:

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (3.2)$$

As raízes da equação (3.2) são dadas por:

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (3.3)$$

Portanto, a solução geral da equação homogênea  $x(t)_h$  é dada por:

$$x(t)_h = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t} \quad (3.4)$$

onde  $C_1$  e  $C_2$  são constantes determinadas pelas condições iniciais. Adotando-se os parâmetros de amortecimento crítico  $c_c = 2\sqrt{km}$ , frequência natural não amortecida  $\omega_n = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right)}$  e fator de amortecimento  $\xi = \frac{c}{c_c}$ , a equação (3.3) pode ser reescrita como:

$$s_{1,2} = -\omega_n \xi \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (3.5)$$

Substituindo a equação (3.5) na equação (3.4), através da relação de Euler, tem-se:

$$x(t)_h = e^{-\xi \omega_n t} (C_1 \cos(\omega_d t) + C_2 \sin(\omega_d t)) \quad (3.6)$$

com  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$  para o sistema subamortecido ( $\xi < 1$ ). Para o caso particular da equação (3.1), é possível mostrar que as soluções  $x(t)_p$  se apresentam na forma Silva and Maia (1999):

$$x(t)_p = \frac{F}{\sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2}} e^{j(\omega t + \theta)} \quad (3.7)$$

Fazendo as mesmas substituições utilizando os parâmetros  $\xi$  e  $\omega_n$  tem-se que a solução geral da eq. (3.1) é dada da seguinte forma:

$$x(t) = x(t)_p + x(t)_h$$

$$x(t) = \frac{F}{\sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2}} e^{j(\omega t + \theta)} + e^{-\xi \omega_n t} \left( C_1 e^{j\omega_n t \sqrt{1 - \xi^2}} + C_2 e^{-j\omega_n t \sqrt{1 - \xi^2}} \right) \quad (3.8)$$

sendo  $\theta$  a fase entre o movimento de resposta e a força de excitação. Portanto, na análise realizada, foi possível caracterizar o sistema SDOF e calcular as respostas  $x(t)$  dado uma determinada excitação  $f(t)$ . Porém, essas excitações apresentam-se das mais variadas formas e em diversos casos o tipo harmônico não será suficiente para as modelar corretamente as condições dinâmicas do sistema. Uma forma mais geral para caracterização dos sistemas faz-se necessária.

Uma maneira de proceder a análise de uma situação geral é abordar conceitos simples de forma a generalizar o problema. Para um sistema linear, que é o caso aqui estudado,

uma das características fundamentais é o princípio de superposição: com isso, a resposta à uma força arbitrária pode ser considerada como a somatória de respostas à uma série de impulsos que, se reunidos, são capazes de representar a função de excitação original. Esta operação, como será mostrada em momento oportuno, é realizada através do operador de convolução.

Portanto, neste momento, parece sugestivo definir a resposta de um sistema considerando a resposta ao impulso (IRF) do mesmo. Para isso, define-se a força de excitação da equação (3.1) como sendo um impulso unitário dado pela função delta de Dirac:

$$f(t) = \delta(t - \tau) \quad (3.9)$$

O impulso é dito unitário pois a integral em todo o domínio do tempo é igual a 1. Considerando o sistema SDOF em repouso antes do impulso, por conservação da quantidade de movimento, é possível montar a seguinte equação:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} F\Delta t = 1 = m\dot{x}|_{t=\tau} - m\dot{x}|_{t=\tau^-} = m\dot{x}|_{t=\tau} \quad (3.10)$$

Isso demonstra que a resposta ao impulso unitário pode ser avaliada como sendo uma vibração livre considerando as condições iniciais de  $x(0) = 0$  e  $\dot{x}(0) = \frac{1}{m}$ . Portanto, da equação (3.6):

$$x(t) = h(t - \tau) = e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \frac{1}{m\omega_d} \sin[\omega_d(t - \tau)] \quad \text{para } t > \tau \quad (3.11)$$

Considerando o princípio da superposição, tem-se que uma excitação qualquer pode ser decomposta, aproximadamente, em uma integral da seguinte maneira (mais detalhes em Silva and Maia (1999)):

$$x(t) = \int_0^t f(\tau)h(t - \tau)d\tau \quad \text{para } t > \tau \quad (3.12)$$

E, finalmente, a resposta de um sistema SDOF subamortecido é dada substituindo a equação (3.11) na equação (3.12):

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t f(\tau)e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \frac{1}{m\omega_d} \sin[\omega_d(t - \tau)] d\tau \quad \text{para } t > \tau \quad (3.13)$$



Através da simples troca de variável da equação (3.12),  $\tau = t - \nu$ , e após algumas manipulações matemáticas, tem-se:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t - \nu)h(\nu)d\nu \quad (3.14)$$

A equação (3.14) é também conhecida como a convolução entre a força de excitação e a função de resposta ao impulso. A transformada de Fourier desta operação resulta em:

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega) \quad \therefore \quad H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \quad (3.15)$$

A conclusão mostrada pela equação (3.15) é de extrema relevância, já que mostra que a função de resposta em frequência (FRF)  $H(\omega)$  pode ser obtida diretamente da IRF. Desta forma, ambas carregam a mesma informação do sistema em dois domínios distintos e podem ser escritas apenas em função de parâmetros modais.

### 3.1.2. Sistemas de Múltiplos Graus de Liberdade

Definidos os fundamentos básicos para interpretação de FRFs e IRFs, é oportuno expandir os conceitos para um caso mais geral de sistema, com múltiplos graus de liberdade (MDOF). Este tipo de análise é mais abrangente e, com a popularização de modelagens por elementos finitos, por exemplo, diversos sistemas passaram a ser modelados a partir de matrizes que agrupam informações de massa  $[M]$ , rigidez  $[K]$  e amortecimento  $[C_d]$ . Desta forma, a equação de movimento para estes casos pode ser escrita na forma matricial como:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C_d]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f(t)\} \quad (3.16)$$

Segundo as definições apresentadas na subseção anterior, para um sistema modelado por equações diferenciais lineares, como é o caso apresentado pela equação (3.16), a transformada de Fourier entre as entradas  $F(\omega)$  e as saídas  $X(\omega)$  fornece a chamada função de transferência no domínio da frequência:

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega) \rightarrow H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{-[M]\omega^2 + [C_d]j\omega + [K]} \quad (3.17)$$

A função de transferência  $H(\omega)$  para um sistema linear é uma expressão capaz de definir o sistema independentemente dos sinais de entradas e saídas. A praticidade de se utilizar esta definição deve-se que, teoricamente, as saídas podem ser obtidas diretamente para qualquer entrada no domínio da frequência apenas multiplicando-se a função de transferência pela transformada da entrada correspondente.

Consequentemente, como em análise modal o objetivo é identificar o sistema a partir de suas características modais com a análise da resposta do sistema dada certa entrada, ou seja, como se dão as respostas em função das forças aplicadas, o conceito de função de transferência se faz fortemente presente e frequentemente é associado também à Função de Resposta ao Impulso, equação (3.14), e a Função de Resposta em Frequência, equação (3.17). Portanto, para efetivamente prosseguir com a análise modal a partir destes conceitos no caso MDOF, é necessário encontrar maneiras de descrever tais funções apenas em função dos parâmetros modais, como massas modais, frequências naturais, modos de vibrar, entre outros.

Para isso, as abordagens para decomposição modal de sistemas são baseadas nas características impostas pela equação de movimento (3.16). Para os casos específicos aqui estudados, é pertinente dois cenários: sistemas de múltiplos graus de liberdade com amortecimento proporcional, com a matriz  $[C_d]$  relacionada às matrizes de massa e rigidez, e um caso geral de amortecimento viscoso, ou seja, onde este não necessariamente está relacionado a outras matrizes do sistema por uma constante de proporcionalidade, por exemplo.

O conceito de amortecimento proporcional é definido como uma situação onde a matriz de amortecimento pode ser escrita como uma combinação linear entre as matrizes de massa e rigidez, de forma que:

$$[C_d] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3.18)$$

onde  $\alpha$  é uma constante frequentemente relacionada à presença de amortecimentos de fricção, enquanto a constante  $\beta$  é relacionada à amortecimentos internos do material.

Esta forma de abordagem, conhecida como amortecimento de Rayleigh, possibilita, segundo os critérios de ortogonalidade dos modos em coordenadas modais, definida com base na teoria de álgebra linear para um problema de autovalor, que a matriz de amortecimento também pode ser diagonalizada pelos modos normais e, por consequência, desacoplar a equação de movimento, formando um sistema de  $n$  equações de SDOF, sendo  $n$  o número de graus de liberdade do sistema MDOF.

Para a transformação para coordenadas modais, define-se a seguinte operação:

$$\{x(t)\} = [\phi]\{q(t)\} \quad (3.19)$$

onde a matriz dos modos de vibrar  $[\phi]$  reúne todos os autovetores do sistema MDOF dispostos em colunas. Como os modos de vibrar são linearmente independentes, estes são responsáveis por formar uma base vetorial no espaço de dimensão  $n$  para o sistema analisado. Portanto, a resposta de um sistema linear a uma excitação qualquer e condições iniciais nulas pode ser reescrita como a combinação linear destes modos, de maneira que:

$$x(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n q_n(t) \quad (3.20)$$

É possível mostrar que esta transformação de coordenadas leva a um problema de autovalor. Para isso, assumindo inicialmente um sistema não amortecido, ou seja,  $[C_d] = 0$ , o problema pode ser reescrito, assumindo que as soluções dão do tipo  $x(t) = \{X\}e^{i\omega t}$ , como:

$$[[K] - \omega^2[M]]\{X\} = \{0\} \quad (3.21)$$

Cada autovetor  $\phi_n$  contém  $n$  elementos reais que são caracterizados apenas como termos relativos, ou seja, eles não fornecem a real magnitude do modo de vibrar, apenas são responsáveis por estabelecer a característica relativa do movimento entre os diferentes graus de liberdade. Por isso, os modos  $\phi_n$ , também chamados neste caso de modos normais, são convenientemente normalizados de forma que:

$$[\phi]^T[M][\phi] = [I] \quad (3.22)$$

sendo  $[I]$  uma matriz identidade de dimensão  $n$ . Considerando dois modos particulares  $r$  e  $s$  e frequências naturais distintas, tem-se:

$$\{\phi_s\}^T[K]\{\phi_r\} = \{\phi_s\}^T[M]\{\phi_r\} = 0 \quad (3.23)$$

$$\{\phi_r\}^T[K]\{\phi_r\} = \omega_r^2\{\phi_r\}^T[M]\{\phi_r\} \quad (3.24)$$

onde  $\omega_r$  é o autovalor relacionado à frequência natural do modo  $r$ . A equação (3.23) é importante pois ilustra a ortogonalidade dos modos em relação às matrizes de massa e rigidez. A operação  $\{\phi\}^T [K] \{\phi\}$  e  $\{\phi\}^T [M] \{\phi\}$  é responsável por definir as grandezas comumente conhecidas respectivamente como rigidezes e massas generalizadas, dispostas em matrizes diagonais. Este procedimento é uma das bases de análise modal e pode ser encontrado em mais detalhes em diversos livro-textos do assunto, como em Brincker and Ventura (2015), Ewins (2000), Silva and Maia (1999). Para modos normalizados pela massa, conforme (3.22), tem-se que:

$$[\phi]^T [K] [\phi] = [diag(\omega_r^2)] \quad (3.25)$$

Para a equação de movimento (3.16) dado um amortecimento proporcional do tipo (3.18), é simples notar que neste caso a matriz  $[C_d]$  pode também ser diagonalizada pelos modos normais de maneira que:

$$[\phi]^T [C_d] [\phi] = \alpha [\phi]^T [M] [\phi] + \beta [\phi]^T [K] [\phi] \quad (3.26)$$

Finalmente, a equação de movimento pode ser reescrita em coordenadas modais, considerando modos normalizados pela matriz de massa, como sendo:

$$\{\ddot{q}(t)\} + [diag(\alpha + \beta\omega_i^2)]\{\dot{q}(t)\} + [diag(\omega_r^2)]\{q(t)\} = [\phi]^T \{f(t)\} \quad (3.27)$$

A equação (3.27) demonstra, de fato, que para um sistema dissipativo, assumido amortecimento do tipo proporcional, o sistema MDOF se torna desacoplado em coordenadas modais, resultando um sistema de  $n$  equações de um grau de liberdade. Apesar deste tipo de modelagem ser comum e adequada em diversos casos, como em situações de baixo amortecimento ou em presença apenas de amortecimento estrutural devido ao material de determinada estrutura, como argumentado em Brandt (2011), para o caso de máquinas rotativas tal consideração nem sempre é válida. Isso fica claro quando analisada a equação de movimento, como apresentado para o modelo de elementos finitos de um rotor Laval apoiado sobre mancais hidrodinâmicos em Storti et al. (2019):

$$[M]\{\ddot{x}\} + ([C_d] + \Omega[G])\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f(t)\} \quad (3.28)$$

Nesta abordagem, apesar do amortecimento do eixo  $[C_d]$  ainda ser assumido proporcional, por estar relacionado principalmente a um amortecimento interno do material, há agora efeitos giroscópios dependentes da velocidade angular de rotação  $\Omega$ , também relacionados à coordenada  $\dot{x}$ , tornando a matriz de amortecimento total  $[C_t] = [C_d] + \Omega[G]$  não proporcional. Além disso, somam-se os valores de amortecimento provenientes dos mancais que neste caso serão tanto hidrodinâmicos quanto de rolamentos. Portanto, como um caso mais geral, é necessário analisar a equação (3.28) como um sistema com amortecimento viscoso generalizado e, desta forma, não proporcional. Partindo-se então deste pressuposto, é possível reescrever a equação (3.28) como:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C_t]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f(t)\} \quad (3.29)$$

Para a solução homogênea, assumindo soluções do tipo  $x(t) = \{X\}e^{st}$ , a equação se transforma em:

$$[s^2[M] + s[C_t] + [K]]\{X\} = \{0\} \quad (3.30)$$

constituindo um problema de autovalores e autovetores complexos. Em vista disso, é mais adequado redefinir o problema utilizando um vetor de estado:

$$u(t) = \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

Substituindo a variável de estado (3.31) em (3.29), tem-se:

$$\begin{bmatrix} [C_t] & [M] \\ [M] & 0 \end{bmatrix} \{\dot{u}(t)\} + \begin{bmatrix} [K] & 0 \\ 0 & -[M] \end{bmatrix} \{u(t)\} = \begin{Bmatrix} f(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

$$[A]\{\dot{u}(t)\} + [B]\{u(t)\} = \begin{Bmatrix} f(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

Com esta formulação de espaços de estados, é possível mostrar que o problema de autovalor agora será do tipo:

$$[s[A] + [B]]\{U\} = \{0\} \quad (3.34)$$

Nesta forma, o problema passa a ter autovetores de comprimento  $2n$  complexos conjugados, diferentemente dos autovetores reais encontrados para o caso de amortecimento proporcional, de forma que agora a matriz modal é uma matriz  $[\phi'_n]_{2nx2n}$ . Naturalmente, como para o problema definido anteriormente pela equação (3.21), os modos (autovetores) seguem propriedades de ortogonalidade com relação às matrizes  $[A]$  e  $[B]$  e são responsáveis por diagonalizar o sistema com relação à variável de estado. Porém, cabe ressaltar que isto implica em um resultado diferente do obtido anteriormente: os modos não mais diagonalizam o sistema com relação às matrizes  $[M]$ ,  $[C_t]$  e  $[K]$ . Além disso, outra grande diferença entre as duas abordagens de amortecimento aqui estudadas é que para o amortecimento geral, isto é, não proporcional, os modos de vibrar do sistema são complexos. Isso significa que cada ponto na estrutura tem seu próprio ângulo de fase em relação aos outros pontos, ou seja, cada ponto na estrutura atinge sua deflexão máxima em diferentes instantes de tempo. O resultado, como apontado em Brandt (2011), caso o modo complexo em análise tenha ângulos de fase que difiram substancialmente de  $0$  e  $180^\circ$  entre si, caracterizando um modo de grande complexidade, é que a forma do modo não é mais dada por uma onda estacionária como nos modos normais, mas consiste de uma "onda viajante" cujo máximo se move sobre a estrutura.

Com isso, define-se a seguinte transformação para coordenadas modais:

$$\phi' = \begin{Bmatrix} \phi \\ \lambda\phi \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

$$u(t) = \sum_{n=1}^{2N} [\phi'_n] q_n(t) = \sum_{n=1}^N \left( [\phi'_n] q_n(t) + [\phi'_n]^* q_n^*(t) \right) \quad (3.36)$$

Aplicando a transformação de coordenadas (3.36) na equação (3.33) e pré-multiplicando ambos os lados por  $[\phi']^T$ :

$$[\phi']^T [A] [\phi'] \{\dot{q}(t)\} + [\phi']^T [B] [\phi'] \{q(t)\} = [\phi']^T \{f(t)\} \quad (3.37)$$

Adotando  $a_r$  e  $b_r$  como coeficientes modais generalizados associados às matrizes  $[A]$  e  $[B]$  para o  $r$ -ésimo modo, tem-se:

$$[diag(a_n)]\{\dot{q}_n(t)\} + [diag(b_n)]\{q_n(t)\} = \{f'(t)\} \quad (3.38)$$

Portanto, para o estudo do rotor em questão, a equação (3.38) é mais adequada para retratar as características modais do sistema. Para prosseguir para uma análise no domínio da frequência, é útil aplicar a transformada de Laplace na equação anterior e considerando  $s = j\omega$ :

$$(a_n j\omega + b_n)\{Q_n(j\omega)\} = \{F'(j\omega)\} \quad (3.39)$$

Este problema possui autovalores do tipo:

$$\lambda_n = -\frac{b_n}{a_n} \quad (3.40)$$

Substituindo a equação (3.40) na equação (3.39) e rearranjando:

$$\{Q_n(j\omega)\} = \frac{1}{a_n(j\omega - \lambda)} \{F'(j\omega)\} \quad (3.41)$$

Para a resposta geral, considerando a equação (3.36), basta realizar para todos os possíveis modos  $n$ :

$$U(j\omega) = \sum_{n=1}^N \left( [\phi'_n] \frac{[\phi']^T \{F(j\omega)\}}{a_n(j\omega - \lambda)} + [\phi'_n]^* \frac{[\phi']^{T*} \{F(j\omega)^*\}}{a_n^*(j\omega - \lambda^*)} \right) \quad (3.42)$$

Utilizando os conceitos de função de transferência, tem-se:

$$H(j\omega) = \sum_{n=1}^N \left( \frac{[\phi'_n][\phi'_n]^T}{a_n(j\omega - \lambda)} + \frac{[\phi'_n]^*[\phi'_n]^H}{a_n^*(j\omega - \lambda^*)} \right) \quad (3.43)$$

Por fim, a equação anterior define a FRF para um sistema MDOF em função dos parâmetros modais do sistema. Esta forma, conhecida como a decomposição em polos e resíduos, é similarmente encontrada definindo uma matriz de resíduos  $A_n = \frac{[\phi'_n][\phi'_n]^T}{a_n}$ , de forma que a equação (3.43) é reescrita como:

$$H(j\omega) = \sum_{n=1}^N \left( \frac{A_n}{j\omega - \lambda} + \frac{A_n^*}{j\omega - \lambda^*} \right) \quad (3.44)$$

Para a IRF, basta aplicar a transformada inversa de Fourier na equação anterior:

$$H(t) = \sum_{n=1}^N (A_n e^{\lambda_n t} + A_n^* e^{\lambda_n^* t}) \quad (3.45)$$

Portanto, tanto a FRF e a IRF foram definidas em função de parâmetros modais para um sistema MDOF de amortecimento generalizado, caso mais adequado a ser considerado em sistemas de rotores.

### 3.2. Vibrações Estocásticas

Nesta seção, serão abordados temas pertinentes à análise de vibrações estocásticas, teorias que permeiam a fundamentação básica para entendimento dos pilares fundamentais da análise modal operacional e algumas formas de análise específicas para tratamento dos dados necessários quando aplicados em máquinas rotativas. O principal objetivo é mostrar como a análise modal é aplicada em condições operacionais e quais condições devem ser satisfeitas para que se tenha um resultado satisfatório para extração dos parâmetros modais desejados.

#### 3.2.1. Fundamentos

Na seção 3.1, foi desenvolvida a análise modal teórica tanto para sistemas de SDOF quanto MDOF, baseando o estudo nas respectivas equações de movimento. Nesta abordagem, dita determinística, é possível descrever diretamente os fenômenos através de equações matemáticas explícitas. Por outro lado, em condições operacionais, como de objetivo deste trabalho, muitas vezes o sistema em questão está submetido a forças de diversas fontes, como ventos, ondas, tráfego de automóveis, interações fluido-estrutura, vibrações de equipamentos próximos, entre outros, que em sua maioria não podem ser modelados por uma equação matemática explícita. Nestes casos, essas forças do ambiente, inerentes às condições operacionais, são geralmente contabilizadas a partir de suas realizações, ou seja, não é possível prever um valor exato para um instante futuro, já que cada observação dos fenômenos será única. Em vista disso, os sinais de entrada e de resposta devem ser modelados por processos ditos estocásticos, descritos por relações probabilísticas e estatísticas.

A principal motivação para a introdução dos novos conceitos para vibrações estocásticas reside no fato destes sinais não possuírem natureza periódica e, por consequência,



a análise direta dos dados por uma simples transformada de Fourier não é possível. Mesmo que estes sinais fossem assumidos periódicos de período infinito, isso não seria suficiente para satisfazer a condição de Dirichlet, a qual estabelece para uma função  $f(t)$ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| dt < \infty \quad (3.46)$$

Na abordagem estocástica, os dados agora devem ser descritos em função de observações e amostras, com relações caracterizadas através de funções densidade de probabilidade. Além disso, quando um fenômeno físico é considerado em termos de um processo aleatório, suas propriedades podem ser hipoteticamente representadas no domínio do tempo por funções de correlação, que são definidas para dois sinais aleatórios  $x_k(t)$  e  $y_k(t)$  como sendo:

$$R_{xy}(t_1, t_2) = E[x_k(t_1)y_k^T(t_2)] \quad (3.47)$$

onde  $R_{xy}(\tau)$  é a matriz de correlação de dimensões  $\dim(x_k) \times \dim(y_k)$ . A equação (3.47) pode ser interpretada como uma medida da similaridade entre os sinais, baseada na diferença entre o tempo  $t_1$  e  $t_2$  das amostras. De maneira análoga, considerando a análise de um sinal apenas  $x_k(t)$ , a função passa a ser conhecida como função de autocorrelação:

$$R_{xx}(\tau) = E[x_k(t)x_k^T(t + \tau)] \quad (3.48)$$

sendo  $\tau$  a diferença de tempo entre os dois instantes avaliados da variável estocástica.

Para aplicação em OMA, geralmente é necessário satisfazer duas condições para prosseguir com a análise estocástica: os sinais devem ser considerados fracamente estacionários e ergóticos. Dados fracamente estacionários são um caso especial onde os valores de média  $\mu_x(t_1)$  e de autocorrelação  $R_{xx}(\tau)$  não variam com relação ao tempo, ou seja, para estes casos o valor de média é constante e a autocorrelação é dependente apenas da diferença de tempo  $\tau$  Bendat and Piersol (2010). Por sua vez, um sinal ergódico é um conceito complementar à estacionaridade e implica que propriedades tomadas em segmentos dentro de uma mesma amostra são capazes de reproduzir as propriedades de toda a amostra.

Outra característica importante para processos estocásticos é a relação dada entre funções de correlação e covariância:

$$C_{xx}(\tau) = R_{xx}(\tau) - \mu_x^2 \quad (3.49)$$

a qual implica que, para dados de média zero, os conceitos de covariância e correlação são análogos.

Contudo, para estimar funções de correlação a partir de variáveis finitas, é necessário trabalhar com diferentes abordagens da proposta na equação (3.47), como apresentado em:

$$\hat{R}_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} x(t)y^T(t+\tau)dt \quad (3.50)$$

A equação (3.50) é utilizada para obter funções de correlação de variáveis contínuas e é possível mostrar que, após uma troca de variáveis, como mostrado em Brincker and Ventura (2015), a função de correlação se transforma em:

$$\hat{R}_{xy}(\tau) = x(-t) * y^T(t) \quad (3.51)$$

que é a convolução das duas variáveis estocásticas no domínio do tempo. Desta forma, a função de correlação pode ser interpretada como uma função correspondente à função de resposta ao impulso, porém aplicada a sistemas estocásticos.

Para dados discretos, como aqueles obtidos através de sistemas de aquisição, as funções de correlação podem ser obtidas por estimadores divididos basicamente em *biased* e *unbiased*. Estimadores polarizados (*biased*) são definidos como:

$$\hat{R}_{xy}^b(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y(n)x(n-\tau)) \quad (3.52)$$

Analisando a equação anterior, é possível perceber que, assumindo que tanto  $x(n)$  e  $y(n)$  possuem  $N$  amostras, então, com exceção do intervalo de tempo zero,  $\tau = 0$ , não haverá  $N$  valores sobrepostos entre  $y(n)$  e o tempo transladado  $x(n-\tau)$ , mas sim  $N-\tau$  amostras, para defasagens positivas  $\tau$ . Isso implica que este estimador é um estimador *biased*, como apresentado em Brandt (2019). Para aplicações de OMA, porém, é sugerido que sejam adotados os estimadores *unbiased* Brandt (2019), onde a diminuição do número de amostras é corrigido direto no estimador, conforme mostra a equação:

$$\hat{R}_{xy}(\tau) = \frac{1}{N - \tau} \sum_{n=0}^{N-1} (y(n)x(n - \tau)) \quad (3.53)$$

Assim como já discutida a relação entre as funções de correlação e as IRF, seguindo os mesmos procedimentos adotados para a análise das relações entre entradas e saídas para o caso determinístico, é possível aplicar a transformada de Fourier nas funções de correlação (pois estas agora respeitam a condição de Dirichlet) para uma posterior análise no domínio da frequência de sistemas submetidos a vibrações aleatórias, resultando nas chamadas funções de densidade espectrais, conhecidas do termo inglês *Power Spectral Densities* (PSD). Da mesma forma que se apresenta a matriz de correlações, uma matriz de densidade espectral é dividida em termo diretos, as chamadas autodensidades espectrais, e em termos cruzados, denominados densidades espectrais cruzadas.

Desse modo, aplicando a transformada de Fourier à função de correlação cruzada, tem-se a seguinte relação Brandt (2011):

$$G_{xy}(f) = \mathcal{F}(R_{xy}) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (3.54)$$

que ao utilizar a função de autocorrelação resulta, de forma análoga, na função de autodensidade espectral. Esse par de Fourier entre função de correlação de densidade espectrais é conhecida como a relação de Wiener-Khinchine em homenagem aos matemáticos que provaram essa relação Bendat and Piersol (2010).

Como nota-se na equação (3.54), sinais aleatórios possuem um espectro contínuo, não podendo ser apresentados apenas valores de amplitude para cada frequência, como visto no caso de sinais periódicos, por exemplo. O espectro é agora apresentado como forma de densidade, como o próprio nome sugere, pois fornece informações da maneira como a energia do sistema está distribuída na faixa de frequência analisada. Essa propriedade pode ser representada através da equação:

$$R_{xx}(0) = E[x^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xx}(\omega) d\omega \quad (3.55)$$

que é uma representação matemática do teorema de Parseval. Para um sinal de média zero, portanto, a área sob a curva de um gráfico de densidade espectral possuirá o mesmo valor da variância do sinal Brincker and Ventura (2015).

Por fim, através da propriedade de convolução estabelecida pela equação (3.51), ao aplicar a transformada de Fourier, é possível obter a seguinte relação quando considerados grandes segmentos de dados:

$$G_{xy}(\omega) = X^*(\omega)Y(\omega) \quad (3.56)$$

que preserva as correspondências entre convolução e multiplicação entre os domínios do tempo e frequência, assim como verificado para sinais determinísticos. Além desta maneira teórica de estimação da densidade espectral de potência, existem diversos métodos numéricos que são utilizados para estes fins, destacando-se o método de Welch como um dos mais utilizados, que pode ser facilmente encontrado em livros texto já citados Bendat and Piersol (2010), Brandt (2011), Brincker and Ventura (2015) e que será discutido brevemente na seção de resultados.

Uma última análise pertinente sobre os conceitos de vibrações estocásticas aplicados à análise modal operacional é a concepção de ruído branco. Do ponto de vista prático, assumir que as entradas de um sistema sujeito a vibrações aleatórias em condições de operação é baseado no teorema do limite central da estatística: ele afirma que uma soma de muitas variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas tenderão a ser distribuições gaussianas à medida que o número de variáveis se aproximar do infinito Brincker and Ventura (2015), ou seja, independente da distribuição individual de cada variável, a combinação linear dessas produzirá como resultado uma distribuição gaussiana. Do ponto de vista teórico, para situações limitadas pela banda de frequência de Nyquist, a entrada, ou excitação, de um sistema por ruído branco produz um espectro constante durante toda a banda de frequência, com densidade espectral dada por:

$$G_x^{WN}(\omega) = \frac{\sigma_x^2}{2B} \quad (3.57)$$

sendo  $\sigma_x^2$  a variância do sinal e  $B$  os limites da banda de frequência de Nyquist.

### 3.2.2. Detecção de Harmônicas

Para a análise modal de uma máquina rotativa em condição operacional, espera-se uma presença combinada de excitação não-determinística de larga banda de frequências, devido às forças aleatórias, e excitações determinísticas das partes rotativas na estrutura, como consequência do desalinhamento e desbalanceamento residual, por exemplo. De fato, estes

fenômenos resultam em excitações periódicas que excitam frequências determinísticas, geralmente múltiplas da velocidade de rotação, que não permitem mais assumir que as forças de entrada do sistema sejam apenas de origem estocástica. Essas harmônicas podem ser tratadas como modos numéricos quando afastados de modos físicos, porém, quando perto ou até mesmo coincidentes dos mesmos, esse tipo de componente pode tornar a análise modal operacional altamente influenciada e imprecisa. A distinção das harmônicas, considerando uma análise espectral, é geralmente executada baseada na característica deste tipo de força: na maioria dos casos estas aparecem como picos agudos, com uma alta concentração de energia numa faixa muito pequena de frequências.

Outra condição de operação que pode inserir fenômenos indesejáveis, quando o objetivo é analisar máquinas rotativas através de OMA, é a variação da velocidade de rotação durante a aquisição dos dados. Apesar de ser mais comum em turbinas eólicas, que são suscetíveis a variações de velocidade de vento, por exemplo, essa também deve ser uma condição a ser considerada possível em máquinas como compressores e turbinas, já que em análises de OMA é frequente a necessidade de aquisição de grandes períodos de tempo, fato que deixa o experimento suscetível a este tipo de ocorrência. Situações aumento ou diminuição da velocidade angular, respectivamente *run-up* e *run-down*, são exemplos simples em que tais efeitos podem ser claramente observados. Esses eventos transientes implicam em uma condição não estacionária e faz com que as componentes de frequências sejam, conseqüentemente, uma função do tempo, também conhecidas como ordens. De um ponto de vista matemático, uma ordem pode ser definida como um fasor variante no tempo, que possui rotação com uma frequência instantânea relacionada à velocidade de rotação do eixo Lorenzo (2017). Para visualizar melhor este conceito, apresenta-se a seguinte equação (3.58) como sendo a resposta para um sistema com  $N$  ordens:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^N A_k(t) e^{\frac{2\pi jkt}{p}} \quad (3.58)$$

sendo  $A_k$  um número complexo que representa a amplitude e fase da  $k$ -ésima ordem.  $p$  é o período da ordem primária em segundos. O número de ordens  $k$  geralmente é previamente conhecido e normalmente são múltiplos inteiros da velocidade de rotação do eixo. Em outras palavras, ordem é um fenômeno que ocorre um número fixo de vezes por revolução do eixo de referência. Em sistemas onde há essa variação das condições de operação e, conseqüentemente, a consideração de estacionaridade não é satisfeita, é necessário aplicar métodos que sejam capazes de lidar com tais fenômenos específicos, conhecidos como técnicas de *Order Tracking*,

além de formulações próprias para sistemas periódicos variantes no tempo, como a teoria de Floquet, mencionada por Lorenzo (2017).

Para o escopo deste trabalho, entretanto, os métodos utilizados são baseados em sistemas lineares invariantes no tempo (*Linear Time Invariant* - LTI), o que faz sentido para a análise, já que é comum controlar a rotação em máquinas rotativas por meio de um inversor de frequências, assim como considerado nos experimentos aqui realizados, não sendo necessário adotar este tipo de abordagem. Todavia, é essencial garantir que esta condição seja satisfeita, fato que será analisado através de uma transformada curta de Fourier (STFT).

Com o objetivo de identificar a posição destas harmônicas no espectro e avaliar se as mesmas terão algum tipo de impacto na extração dos parâmetros modais, propõe-se a análise da função densidade de probabilidade (*probability density function* – PDF) das respostas, conforme apresentado por Jacobsen and Andersen (2008). Considerando apenas uma excitação estocástica de ruído branco, a PDF de modos estruturais deve ser uma ser uma realização gaussiana, conforme equação (3.59).

$$y = f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.59)$$

onde  $x$  é a variável aleatória,  $\mu$  é a média e  $\sigma$  o desvio padrão da sequência de dados. Na análise de técnicas no domínio da frequência, quando na presença de harmônicas, como mencionado anteriormente, a alta amplitude gerada no espectro pode acarretar com que estas sejam identificadas equivocadamente como modos físicos ou até mesmo fazer com que mascarem os modos de interesse. Contudo, devido sua natureza determinística, a PDF destas componentes possui um comportamento diferente daquele apresentado pelos modos físicos e, desta forma, não pode ser representada pela equação (3.59).

Apenas com a análise estatística dos dados, é possível realizar uma quantificação das harmônicas e indicar a localização das mesmas no espectro de frequências. Este método, usando como base os estudos apresentados em Jacobsen et al. (2006), é baseado no quarto momento central da PDF normalizada com relação ao desvio padrão  $\sigma$ , resultando em um valor adimensional conhecido como Kurtosis  $\kappa$  dado por:

$$\kappa = f(x|\mu, \sigma) = \frac{E[(x - \mu)^4]}{\sigma^4} \quad (3.60)$$

Este método de Kurtosis é amplamente utilizado na literatura para quantificar o número de picos que a função densidade probabilidade da variável estocástica  $x$  apresenta. Este

comportamento estatístico pode ser melhor apreciado através da Figura 3.1, que confronta as diferenças entre a PDF de uma variável gaussiana e um sinal harmônico.

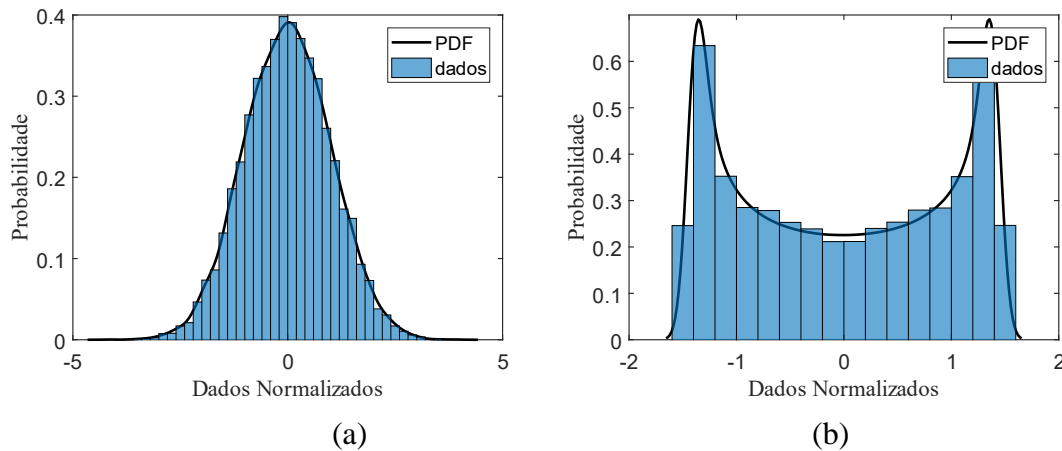


Figura 3.1. Função densidade probabilidade para um sinal gaussiano (a) e harmônico (b).

Uma distribuição gaussiana como a da Figura 3.1 (a) tem um valor de Kurtosis igual a 3, embora que em situações práticas esse valor possa ser ligeiramente menor devido ao ruído presente no sinal. Já um sinal periódico de senos e cossenos apresenta um valor de Kurtosis de 1,5. Portanto, quanto menor for o valor de Kurtosis para a PDF analisada, e conseqüentemente mais próximo de 1,5, maior será o indicativo de que o sinal analisado na verdade se trata de uma componente harmônica.

Trazendo esta teoria para o âmbito de OMA, este tipo de ferramenta matemática torna-se um recurso importante para identificar as componentes harmônicas que podem estar presentes na realização do espectro analisado. Para identificar esse tipo de sinal, que nestes casos é indesejado, pode ser feita uma varredura do espectro de frequências para obter os valores de Kurtosis para faixas curtas de frequência. Por intermédio de um filtro passa-banda, a densidade espectral de uma identificação no domínio da frequência pode ser discretizada em bandas iguais de frequência e, para cada faixa, calculada o valor de Kurtosis. Para isso, cada canal de medição é normalizado para média zero e variância unitária. Para frequências em que esse valor é muito inferior de um valor pré-estabelecido, que deve ser o mais próximo possível de 3, há uma forte indicação de que a faixa de frequência em questão na verdade se trata de uma harmônica e, portanto, deve ser excluída de qualquer identificação modal. Este método é conhecido como Verificação Estendida de Kurtosis e foi utilizado com sucesso em casos reais, como é o caso de um estrutura de navio sujeito à excitações harmônicas, apresentado em Jacobsen and Andersen (2008).

Além disso, é possível combinar o método descrito anteriormente com outras ferramentas, a fim de trazer mais confiança na identificação de harmônicas. Em Jacobsen et al. (2007) algumas dessas abordagens foram descritas e aqui também serão consideradas para uma análise abrangente do que é alcançado a partir dos métodos de identificação, a serem mencionados, a STFT, mencionada anteriormente, o *Modal Assurance Criterion* (MAC) e a própria análise qualitativa da decomposição em valores singulares da densidade espectral, que serão discutidas com mais detalhes na seção de resultados.

### 3.2.3. Remoção de Harmônicas

Com a identificação bem-sucedida das harmônicas na análise modal operacional de máquinas rotativas, é necessário investigar métodos que também sejam capazes de realizar de alguma maneira a remoção destes componentes, quando estas prejudicam ou até impossibilitam a extração dos parâmetros modais do sistema de interesse. Vários métodos foram propostos na última década para remover a influência de harmônicos do sinal quando a identificação por si só não é suficiente, como por exemplo nos casos em que coincidem com um modo de interesse do sistema analisado. Inicialmente, a média síncrona no tempo era uma técnica recorrente de processamento de sinal, e em Peeters et al. (2007) foi aplicada com sucesso para filtrar harmônicas provenientes do funcionamento do motor a diesel nos sinais de tempo medidos de um teste de helicóptero. Essa metodologia, também conhecida do termo em inglês *Time-synchronous-averaging* (TSA) é uma técnica de processamento de sinal que extrai formas de onda periódicas dos sinais, calculando a média dos blocos sincronizados do sinal no domínio angular. Modos estruturais originalmente ocultos foram identificados. Porém, uma das desvantagens desta forma de remoção da influência das harmônicas é justamente a sincronização de ângulo entre as medições e um sinal equivalente à excitação de interesse. Conseqüentemente, métodos que não necessitassem dessa sincronização e uso de tacômetros foi proposta baseada no Cepstrum, a transformada de Fourier inversa de uma função logarítmica do espectro, processo discutido com mais detalhes em Randall et al. (2016).

Na seção de resultados, no entanto, duas maneiras específicas para remoção de harmônicos foram considerados: baseada em projeções ortogonais, como apresentado em Gres et al. (2019), com aplicações em dois casos reais, e em um método de remoção baseado no *fit* numérico de um algoritmo de Gauss-Newton, como exposto em Bienert et al. (2015).

Para a remoção de harmônicos por projeções ortogonais, o procedimento consiste em três etapas: primeiramente é necessário adotar a modelagem por espaço de estados, que será



apresentada com mais detalhes na seção 3.4, para posteriormente identificação no espectro dessas componentes e finalmente a remoção por projeções ortogonais diretamente nas realizações das harmônicas nas séries temporais. Para isso, é necessário a formulação de espaço de estados de dimensão  $n$  e  $r$  sensores, em coordenadas modais, resultando no seguinte sistema:

$$\begin{aligned}\hat{z}_{k+1} &= [\phi'_n]^{-1}[A][\phi'_n]\hat{z}_k + [\phi'_n]^{-1}Ke_k \\ y_k &= [C][\phi'_n]\hat{z}_k + e_k\end{aligned}\quad (3.61)$$

onde  $\hat{z}_t \in \mathbb{C}^{n \times 1}$  é a variável de estado estimada por filtro de Kalman,  $[\phi'_n] \in \mathbb{C}^{r \times n}$  é a matriz modal para transformação de coordenadas,  $K \in \mathbb{C}^{n \times r}$  são os ganhos do filtro de Kalman e  $e_k$  os resíduos não correlacionados. Substituindo  $e_k = y_k - \hat{y}_k$ , onde  $\hat{y}_k$  é conhecida como as *innovations*, tem-se:

$$\begin{aligned}\hat{z}_{k+1} &= (A_0 - K_0C_0)\hat{z}_k + K_0y_k \\ \hat{y}_k &= [C_0][I_m]\hat{z}_k\end{aligned}\quad (3.62)$$

sendo  $A_0 = [\phi'_n]^{-1}[A][\phi'_n]$ ,  $C_0 = [C][\phi'_n]$ ,  $K_0 = [\phi'_n]^{-1}K \in \mathbb{C}^{n \times r}$  e  $I_m \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é uma matriz identidade para selecionar apenas os modos desejados da matriz  $[A]$ . Para selecionar os modos harmônicos, que tendem a aparecer como polos da matriz  $[A]$ , basta montar um vetor  $I_{har}$  de forma a selecionar estes polos relacionados às harmônicas, fazendo uma posterior subtração por projeções ortogonais, resultando em um vetor  $\hat{y}_k^{wh}$  livre da influência destas componentes Gres et al. (2019).

O segundo método utilizado neste trabalho foi apresentado por Bienert et al. (2015). No estudo, os autores propuseram uma metodologia baseada em um algoritmo numérico de ajuste de Gauss-Newton para encontrar, por mínimos quadrados, segmentos do sinal que pudessem ser classificados como uma função determinística, identificando assim os respectivos harmônicos do sinal para os remover na sequência.

Partindo do pressuposto que as harmônicas contaminam o sinal aleatório presente na análise modal operacional, é possível extrair funções determinísticas que se ajustem a essas funções e as extrair do sinal original  $y(t)$  a partir da seguinte equação:

$$\hat{y}(t) = y(t) - [a_1 \cos(\omega t) + a_2 \sin(\omega t)] \quad (3.63)$$

onde os parâmetros  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $\omega$  são parâmetros a serem identificados a partir da resolução de um problema não linear utilizando algoritmos numéricos de Gauss-Newton, resolvendo a minimização quadrática:

$$F(x) = \sum_{i=1}^N [f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) - l_i]^2 \quad (3.64)$$

sendo  $i = 1, \dots, N$  o número de observações,  $x_1, \dots, x_n$  o número de parâmetros desconhecidos da equação determinística. A equação (3.64) leva a um problema de minimização não linear, que é apresentado em mais detalhes em Bienert et al. (2015).

Para a aplicação em OMA, é mandatório fornecer a frequência das componentes harmônicas, já que este é um parâmetro inicial para o processo de otimização. Portanto, é necessária uma etapa anterior de identificação dos harmônicos, que pode ser realizada conforme apresentado na subseção 3.2.2. Este método foi aplicado pelos autores em Bienert et al. (2015) com sucesso em dois casos práticos de OMA sob influência de harmônicos: para uma placa de alumínio e unidade transformadora de energia elétrica, apresentando melhoria considerável na redução dos picos das componentes determinísticas no espectro, facilitando assim a visualização dos modos físicos nos casos apresentados pelos autores.

### 3.3. Decomposição Aprimorada no Domínio da Frequência

Os métodos do domínio da frequência são amplamente utilizados no campo de OMA. Muitos métodos já foram propostos, com a abordagem clássica no domínio da frequência, conhecida como domínio básico da frequência (BFD), ou simplesmente *Peak-Picking*, a mais conhecida e amplamente utilizada para testes dinâmicos de estruturas civis Magalhães and Cunha (2011), adequada para uma análise inicial dos dados adquiridos em um experimento de OMA. Alternativamente, existem outros métodos proeminentes no domínio da frequência nas aplicações de OMA na literatura: abordagens baseadas em funções de transmissibilidade, introduzidas em Devriendt and Guillaume (2007), mostrando uma identificação bem-sucedida de polos a partir de dados experimentais; e estimadores conhecidos como *Polyreference Frequency Domain* (PRFD) Brincker and Ventura (2015).

O clássico BFD tem como vantagem possuir uma abordagem amigável, tendo um uso mais rápido e simples. No entanto, o processo é limitado à resolução de frequência da densidade espectral de potência, a estimativa de amortecimento é incerta e muitas vezes é difícil identificar corretamente modos pouco espaçados, se não completamente impossível. Nesse

cenário, foi proposta em Brincker Zhang et al. (2000) uma técnica não paramétrica chamada decomposição no domínio da frequência (FDD) que visa superar essas desvantagens decompondo a matriz de densidade espectral em um conjunto de sistemas de um grau de liberdade, SDOF, usando a técnica de decomposição de valor singular, sendo capaz de fornecer estimativas de frequências naturais e modos de vibrar, mesmo na presença de modos pouco espaçados. Finalmente, em Brincker et al. (2001), uma etapa é adicionada no processo de identificação com base no critério de garantia modal (MAC) que traz estimativas mais precisas de frequências e formas modais, sendo também capaz de fornecer estimativas de amortecimento. Esta última técnica é a chamada decomposição aprimorada no domínio da frequência (EFDD) e uma visão mais aprofundada do método é apresentada aqui.

Os princípios dessas abordagens são baseados nos métodos clássicos de análise de vibração aleatória. Recordando as funções de correlação, duas suposições básicas em OMA são que as correlações são responsáveis por extrair as informações sobre as características modais do sinal aleatório e podem ser consideradas decaimentos livres do sistema Brincker and Ventura (2015). Para um sistema dito múltipla entrada e múltipla saída (MIMO), as entradas  $x(t)$  e saídas  $y(t)$  se relacionam através da seguinte equação:

$$y(t) = h(t) * x(t) \quad (3.65)$$

onde  $h(t)$  é a função de resposta ao impulso, já introduzida anteriormente. Utilizando a propriedade de convolução a partir de correlações, é possível demonstrar que:

$$R_{yy}(\tau) = H(-\tau) * R_{xx}(\tau) * H^T(\tau) \quad (3.66)$$

Para uma entrada  $R_x(\tau)$  sendo um ruído branco, através das simplificações introduzidas na seção 3.2:

$$R_{yy}(\tau) = \frac{\pi\sigma_x^2}{B} * H(-\tau) * H^T(\tau) \quad (3.67)$$

Portanto, tomando a transformada de Laplace e assumindo  $s = j\omega$  para as correlações de entrada e saída, considerando um sistema linear invariante no tempo, é possível relacionar a entrada e a saída Bendat and Piersol (2010) pela equação (3.68).

$$G_{yy}(j\omega) = H^*(j\omega)G_{xx}(j\omega)H^T(j\omega) \quad (3.68)$$

onde  $G_{yy}(j\omega)$  é a densidade espectral da potência de saída (PSD),  $H(j\omega)$  é a função de resposta em frequência (FRF) e  $G_{xx}(j\omega)$  é a PSD de entrada. Tendo em conta a decomposição modal da função de transferência, equação (3.43), ela pode ser escrita considerando a contribuição de  $n$  modos individualmente em sua forma de polos e resíduos:

$$H(j\omega) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\phi_i \gamma_i^T}{j\omega - \lambda_i} + \frac{\overline{\phi_i} \gamma_i^H}{j\omega - \overline{\lambda_i}} \right) \quad (3.69)$$

$$\lambda_i = -\sigma_i + j\omega_{d_i} \quad (3.70)$$

com o sobrescrito  $H$  sendo a hermitiana,  $\phi$  o vetor de modos de vibrar,  $\gamma_i$  o vetor de participação modal e  $\lambda_i$  o vetor de polos do sistema. O tamanho da matriz é baseado no número de pontos de saída medidos. Quando todas as medidas são tomadas como referência,  $H(j\omega)$  será uma matriz quadrada e  $\gamma_i$  é igual a  $\phi_i$  Zhang et al. (2010). Supondo que a entrada seja um ruído branco e, portanto, possuindo um espectro constante  $G_x$ , o espectro de saída pode ser interpretado como:

$$G_y(j\omega) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{A_i}{(-j\omega - \lambda_i)} + \frac{A_i^*}{(-j\omega - \lambda_i^*)} \right) G_x \sum_{i=1}^n \left( \frac{A_i}{(j\omega - \lambda_i)} + \frac{A_i^*}{(j\omega - \lambda_i^*)} \right) \quad (3.71)$$

$$G_{yy}(j\omega) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{B_i^* G_x A_i^*}{-j\omega - \lambda_i^*} + \frac{B_i G_x A_i}{-j\omega - \lambda_i} + \frac{A_i G_x B_i}{j\omega - \lambda_i} + \frac{A_i^* G_x B_i^*}{j\omega - \lambda_i^*} \right) \quad (3.72)$$

onde o vetor de participação modal  $\gamma_i$  é representado por  $G_x B_i$ ,  $A_i$  são os resíduos correspondentes da PSD da resposta e  $B_i$  é um ponderador do resíduo  $A_i$  para dois polos distintos. Considerando dois modos próximos, é possível fazer aproximação de forma a simplificar o ponderador  $B_i$ :

$$B_i = \sum_{x=1}^N \left( \frac{A_x}{-\lambda_n - \lambda_x} + \frac{A_x^*}{-\lambda_n - \lambda_x^*} \right), \quad A_x = \frac{[\phi'] [\phi_n'^T]}{a_n} \quad (3.73)$$

Analisando o denominador da equação anterior para um modo  $n$  próximo a  $x$ :

$$-\lambda_n - \lambda_n^* = 2\xi\omega_{0n} + i\Delta\omega \quad (3.74)$$

A maior ponderação é dada para o caso onde  $\Delta\omega = 0$  e por consequência  $x = n$ :

$$\frac{1}{-\lambda_n - \lambda_n^*} = \frac{1}{2\xi\omega_{0n}} \quad (3.75)$$

Se para o modo avaliado outro modo estiver próximo, a diferença de frequência  $\Delta\omega$  será da mesma ordem que  $2\xi\omega_{0n}$  e, desta maneira, a participação deste modo será significativa para a participação modal vetor do modo  $n$ . Por outro lado, se  $\Delta\omega$  é da mesma ordem que uma frequência natural típica do sistema, por exemplo, a participação deste modo no modo analisado será pequena e sua participação modal final será insignificante. Neste último caso, como o termo de ponderação para o modo  $n$  é aproximadamente  $1/\xi$  vezes maior que todos os outros termos no somatório (3.73), uma aproximação no limite em que o amortecimento  $\xi \rightarrow 0$ , ou seja, supondo que a estrutura seja levemente amortecida e possua modos ortogonais, esses resíduos podem ser considerados como:

$$A_i G_x B_i \approx \phi_i \gamma_i^T \bar{\gamma}_i \phi_i^T = d_i \phi_i \phi_i^H \quad (3.76)$$

onde  $d_i$  é uma constante escalar. Sendo assim, considerando as análises de frequência nas vizinhanças de picos de ressonância no espectro, indicados por  $Sub(\omega)$ , e tomando, portanto, apenas as componentes positivas do espectro, a equação (3.71) se torna:

$$G_{yy}(j\omega) \Big|_{\omega \rightarrow Sub(\omega_n)} = \sum_{i=1}^m \left( \frac{d_i \phi_i \phi_i^T}{j\omega - \lambda_i} + \frac{d_i \bar{\phi}_i \phi_i^H}{j\omega - \bar{\lambda}_i} \right) \quad (3.77)$$

Analisar o espectro numa região adjacente a um pico de ressonância faz com que a contribuição dos modos  $m$  em uma determinada frequência seja limitada e consideravelmente menor que o número total de modos  $n$ . A equação (3.77) é a decomposição modal da matriz espectral de saída e sua semelhança com a equação (3.69) é notável. Para uma investigação mais aprofundada sobre a decomposição de valor singular (SVD), a equação (3.77) pode ser simplificada como em Brincker and Zhang (2009):

$$G_{yy}(j\omega) = \phi_i \left\{ \text{diag} \left[ 2\Re \left( \frac{c_i}{j\omega - \lambda_i} \right) \right] \right\} \phi_i^H = \alpha \phi_i \phi_i^H \quad (3.78)$$

Esta forma final considera todos os pontos medidos como referência, onde a matriz diagonal depende da frequência natural e do amortecimento modal de cada modo, respectivamente.

Uma SVD do espectro de saída completo estimado em frequências discretas a partir do sinal medido fornece:

$$\hat{G}_{yy}(j\omega_i) = U_i S_i^+ V_i^H \quad (3.79)$$

onde  $U_i$  e  $V_i$  são matrizes unitárias correspondentes aos valores singulares esquerdo e direito, respectivamente. Como  $\hat{G}_{yy}$  é positivo definido, pois descreve a energia do sistema no domínio da frequência Brincker and Zhang (2009),  $U_i = V_i$  e representam os vetores singulares e  $S$  é uma matriz diagonal com os valores singulares. Perto de picos ressonantes no espectro, a equação (3.79) tem a mesma forma da equação (3.78) e pode-se entender que os vetores singulares apresentam estimativas das formas dos modos e os valores singulares correspondentes apresentam a resposta de cada um dos modos (sistemas SDOF) expressos pelo espectro de cada coordenada modal, ou seja,  $U_i$  assumirá valores de  $\phi_i$  e  $S_i^+$  o valor singular correspondente do modo  $i$ , transformando esta auto-PSD em um correspondente sistema de um grau de liberdade (SDOF) para o modo analisado.

As suposições para este caso são que  $G_{yy}$  seja uma matriz diagonal, isto é, as coordenadas modais não são correlacionadas e que os modos sejam ortogonais. Coordenadas modais não correlacionadas podem ser obtidas por forças de excitação aleatórias não correlacionadas com uma distribuição aleatória sobre a estrutura, sendo, portanto, necessária a excitação por ruído branco para que os modos de vibrar sejam ortogonais (veja Brincker and Ventura (2015) para mais detalhes).

Porém, nesta metodologia, não é possível obter diretamente uma estimativa de amortecimento, sendo possível apenas de estimar diretamente os modos de vibrar e as frequências naturais.

Para estimativa de amortecimento, foi introduzida uma segunda geração ao método, denominada decomposição aprimorada no domínio da frequência (EFDD). A abordagem compara dados próximos de um pico correspondente a um vetor singular, com os respectivos

valores do critério de garantia modal (MAC) nas frequências próximas a esse pico, com um limite previamente definido. Este critério pode ser estabelecido como:

$$MAC = \frac{|\phi_n^T U_i^*|^2}{(\phi_n^T \phi_n^*)(U_i^T U_i^*)} \quad (3.80)$$

A função densidade espectral equivalente a ser extraída dos dados é estimada comparando o modo identificado pelo pico de ressonância no espectro com os vetores singulares de pontos de frequência adjacentes através do número de MAC: quando o vetor singular em determinada frequência apresenta uma alta correlação com o modo identificado, este deve ser selecionado como pertencente à matriz de densidade espectral daquele pico de ressonância, já que possui informações relevantes sobre o modo em questão. Caso contrário, ou seja, possuindo um valor de MAC menor que o estipulado, o vetor singular na frequência analisada já possui informações de outros modos de maneira significativa e que não deve ser considerado para a estimação da densidade espectral, por possuir informações que não serão relevantes. Os dados selecionados e a consequente densidade espectral equivalente são então transformados de volta ao domínio do tempo usando uma FFT inversa, que deve fornecer uma correlação do sistema SDOF relacionada ao modo que está sendo analisado. Nesse ponto, a função no domínio do tempo deve ser a mais próxima possível de uma função de decaimento livre do modo identificado e a estimativa de amortecimento é direta: pode ser calculada por uma técnica simples de decremento logarítmico com a seguinte equação:

$$\delta = \frac{2}{n} \ln \left( \frac{r_0}{r_n} \right) \quad (3.81)$$

onde  $r_0$  são os valores iniciais da função de autocorrelação e  $r_n$  o valor  $n$  extremo considerado para estimação dos parâmetros. Desta forma, o decremento logarítmico pode ser determinado através de uma regressão linear e o fator de amortecimento dado por:

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4\pi^2}} \quad (3.82)$$

### 3.4. Identificação de Subespaços Estocásticos

Nesta seção será abordada uma revisão do método identificação de subespaços estocásticos (SSI) e como se dá o emprego do método para identificação de estados de sistemas usando apenas as respostas. Devido sua relativa complexidade, envolvendo conceitos de estatística e álgebra linear, optou-se por uma descrição detalhada dos pontos importantes e, por essa razão, algumas características poderão ser apresentadas e repetidas no decorrer do texto de forma conveniente, com o objetivo de esclarecer e reforçar pontos fundamentais para o entendimento da teoria.

Para realizar uma análise no domínio do tempo, como no caso do SSI, primeiro é necessário modelar o sistema baseado nos dados obtidos, para que numa etapa posterior ocorra a identificação das informações desejadas. Na análise modal, o modelo deve ser capaz de comportar corretamente a resposta no domínio modal do sistema, para que sejam obtidas adequadamente valores de frequências naturais, modos de vibrar e fatores de amortecimento modais.

Desta forma, é comum modelar sistemas mecânicos utilizando uma equação diferencial de segunda ordem em função dos graus de liberdade  $q(t)$ , geralmente expressa na forma matricial da seguinte forma:

$$[M]\ddot{q}(t) + [C_d]\dot{q}(t) + [K]q(t) = [B]u(t) = f(q, t) \quad (3.83)$$

Para um sistema de  $n$  graus de liberdade,  $[M]_{n \times n}$ ,  $[C_d]_{n \times n}$ ,  $[K]_{n \times n}$  são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez,  $f(q, t)_{n \times 1}$  são as forças de excitação que podem ser decompostas em uma matriz  $B_{n \times m}$  que descreve as entradas no espaço e  $u(t)_{m \times 1}$  responsável por representar as  $m$  entradas no tempo. Como amplamente conhecido, esse tipo de sistema pode ser simplesmente representado por um conjunto de massas, amortecedores e molas. Embora a equação (3.83) forneça uma boa representação matemática de uma estrutura vibratória, o mesmo não se pode ser dito para casos experimentais, devido principalmente ao fato de não considerar a natureza discreta das medições, por ser uma equação contínua no tempo; não apresentar nenhuma modelagem que seja capaz de lidar com o ruído inerente a situações reais de medição; geralmente não ser possível que todos os seus graus de liberdades sejam medidos; e, finalmente, o único conhecimento assumido em sistemas somente de saída é a excitação do ruído branco, uma entrada estocástica que não pode ser expressa no sentido determinístico exigido na equação (3.83).

Dessa forma, é necessário adotar uma modelagem que seja mais adequada para o emprego em OMA. Diversas maneiras já foram propostas com o objetivo de determinar uma



boa alternativa à equação do equilíbrio dinâmico (equação (3.83)). Entre tantas possibilidades, uma proposta clássica para modelar um sistema linear invariante no tempo é o modelo de espaço de estados: a metodologia, originada da teoria de controle, é adequada para uma grande variedade de problemas e tem um uso notável para calcular os parâmetros modais de estruturas de amortecimento viscoso geral, com diversos estudos já amplamente difundidos, como apresentado em Ewins (2000). A equação (3.83) pode então ser transformada para o espaço de estados, adotando a variável de estado  $x(t)$ , da seguinte maneira:

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}(t) \\ \ddot{q}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C_d] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ [M]^{-1}[B] \end{bmatrix} u(t) \quad (3.84)$$

$$x(t) = \begin{Bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.85)$$

$$\dot{x}(t) = [A_c]x(t) + [B_c]u(t) \quad (3.86)$$

Outra grande vantagem deste tipo de abordagem é que ela permite transformar um conjunto de equações diferenciais de segunda ordem em um problema de primeira ordem, facilitando sua implementação computacional. Para a abordagem experimental, combinando a modelagem em espaço de estados discreta com um vetor de estado discreto  $x_k = x(k\Delta t)$ , uma equação algébrica de observação e componentes estocásticos de entrada, é possível obter o seguinte modelo estocástico de espaço de estados Overschee and De Moor (1996):

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= [A]x_k + w_k \\ y_k &= [C]x_k + v_k \end{aligned} \quad (3.87)$$

onde  $y_k$  é o vetor das medições com comprimento  $l$  no instante  $k$ , sendo  $l$  o número de saídas,  $x_k$  é o vetor de estado de comprimento  $n$  no instante discreto  $k$ , onde  $n$  é o número de estados,  $w_k$  é um vetor de comprimento  $n$  para o ruído do processo devido a distúrbios e imprecisões de modelagem,  $v_k$  é um vetor de comprimento  $l$  que comporta o ruído de medição devido à imprecisão do sensor. Devido à natureza das forças de excitação assumidas para testes de OMA, a entrada é modelada implicitamente por  $w_k$  e  $v_k$ , que são imensuráveis em consequência de sua natureza estocástica. Supõe-se que estes sejam sequências com características de ruído branco, com variância unitária, média zero e estacionários.  $[A]_{n \times n}$  descreve a dinâmica do

sistema e é conhecida como matriz dinâmica do sistema e sua relação com a matriz  $[A_c]$  do modelo de espaço de estados contínuo é dado por:  $[A] = e^{[A_c](k\Delta t)}$   $[C]_{l \times n}$  é a matriz de saída que descreve como o estado interno é transferido para o mundo exterior através das medições  $y_k$ .

O par  $[A]$  e  $[C]$  é assumido como observável, o que implica que todos os modos do sistema podem ser observados na saída  $y_k$  e, conseqüentemente, podem ser identificados. Diz-se que o sistema é completamente observável se todos os estados  $x_k$  puderem ser determinados a partir da observação de  $y_k$  durante um intervalo de tempo finito. Portanto, o sistema é completamente observável se toda transição do estado eventualmente afetar todos os elementos do vetor de saída. O conceito de observabilidade é útil para resolver problemas de reconstrução variáveis de estado não mensuráveis a partir de variáveis mensuráveis no menor tempo possível Ogata (2010). Além disso,  $[A]$  é assumido como controlável, o que implica que todos os modos do sistema são excitados pela entrada estocástica  $w_k$ . Diz-se que um sistema é controlável no instante  $k$  se for possível, por meio de um vetor de controle irrestrito, transferir o sistema de qualquer estado inicial  $x_{k_0}$  para qualquer outro estado em um intervalo finito de tempo Ogata (2010). Como supõe-se que  $w_k$  seja um ruído branco, caso esta condição seja violada, dado em situações onde a entrada contém alguma componente determinística, como no caso das harmônicas, essas frequências dominantes não poderão ser distinguidas dos polos do sistema e acrescentarão complicações na modelagem, sendo necessário avaliar quais polos realmente serão polos do matriz  $[A]$  e quais serão consequência das forças de excitação.

Como se pode notar, a modelagem apresentada pela equação (3.87) é muito mais adequada para situações reais de testes em OMA, pois apresenta fundamentalmente uma modelagem estocástica e, por esse motivo, tornou-se muito utilizada para a identificação de sistemas a partir das observações. Essa abordagem, chamada de identificação estocástica do subespaço (SSI), foi apresentada com detalhes em 1996, por van Overschee e De Moor, que buscaram fazer uma associação dos conceitos, tanto de um ponto de vista estatístico quanto geométrico, além de terem contribuído para a popularização do método através dos diversos algoritmos amplamente distribuídos em linguagem MATLAB™ juntamente com o livro, que podem ser encontrados até hoje Overschee (2002).

Uma das primeiras etapas do algoritmo SSI é reunir as medidas de saída em uma matriz de blocos Hankel ( $[H]$ ) com  $2i$  linhas de bloco e  $j$  colunas, um procedimento encontrado em Overschee and De Moor (1996):

$$[H]_{(0|2i-1)} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\sqrt{j}} \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \dots & y_{j-1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ y_{i-2} & y_{i-1} & \dots & y_{i+j-3} \\ y_{i-1} & y_i & \dots & y_{i+j-2} \\ \hline y_i & y_{i+1} & \dots & y_{i+j-1} \\ y_{i+1} & y_{i+2} & \dots & y_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ y_{2i-1} & y_{2i} & \dots & y_{2i+j-2} \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \left( \frac{Y_{(0|i-1)}}{Y_{(i|2i-1)}} \right) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} Y_p \\ Y_f \end{pmatrix} \quad (3.88)$$

A matriz de Hankel da equação (3.88) é responsável por dividir as respostas em dois blocos: um bloco que contém dados de referência “passados”,  $Y_p$ , na parte superior e na metade inferior os dados chamados de “futuros”,  $Y_f$ . É necessário ainda definir um segundo conjunto de matrizes de Hankel dos dados de medição: uma nova divisão é feita ao adicionar um bloco de linhas ao passado e omitir o primeiro bloco de colunas do futuro, fazendo com que essas novas matrizes estejam deslocadas de um intervalo de medição daqueles definidas em (3.88). Desta maneira, tem-se:

$$[H]_{(0|2i-1)} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\sqrt{j}} \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \dots & y_{j-1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ y_{i-2} & y_{i-1} & \dots & y_{i+j-3} \\ y_{i-1} & y_i & \dots & y_{i+j-2} \\ \hline y_i & y_{i+1} & \dots & y_{i+j-1} \\ y_{i+1} & y_{i+2} & \dots & y_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ y_{2i-1} & y_{2i} & \dots & y_{2i+j-2} \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \left( \frac{Y_{(0|i)}}{Y_{(i+1|2i-1)}} \right) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} Y_p^+ \\ Y_f^- \end{pmatrix} \quad (3.89)$$

O objetivo, no caso do SSI, é estimar a matriz de observabilidade estendida (pois  $i > n$ ) para que, posteriormente, as matrizes do sistema  $[A]$  e  $[C]$  sejam obtidas, possibilitando a obtenção dos parâmetros modais. Desta maneira, define-se essa matriz como:

$$\Gamma_i \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} [C] \\ [C][A] \\ [C][A]^2 \\ \vdots \\ [C][A]^{(i-1)} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{lixn} \quad (3.90)$$

Através de algumas premissas previamente assumidas, considerou-se que o par de matrizes do sistema  $\{A, C\}$  são observáveis, o que implica que o valor do rank da matriz  $\Gamma_i$  seja igual aos valores de  $n$  estados.

Definidas as matrizes, o próximo passo é apresentar o elemento chave do SSI: a projeção do espaço de linhas do futuro no espaço de linhas do passado. Para isso, é necessário entender que os elementos da linha de uma matriz podem ser interpretados, lembrando conceitos de álgebra linear, como um vetor num espaço de dimensão igual ao número de colunas (neste caso, no espaço  $j$ -dimensional). A ideia fundamental por trás desse procedimento é que ele é capaz de isolar toda a informação do passado que é utilizada pra prever o futuro. Um caso simples, mas que graficamente possibilita uma melhor compreensão da operação, é apresentado pela Figura 3.2.

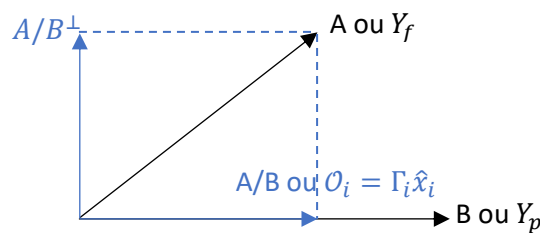


Figura 3.2. Projeção de vetores em um espaço de duas dimensões.

Neste caso,  $A/B$  é formado pela projeção do espaço linha de  $A$  no espaço linha de  $B$ . A projeção formada entre o espaço linha de  $A$  no complemento ortogonal de  $B$  é mostrada na Figura 3.2 como  $A/B^\perp$ . De um ponto de vista estatístico, a projeção pode ser definida como um valor condicional, já que este processo, para grandezas gaussianas, pode ser totalmente descrito por suas covariâncias, resultando na mesma informação dada pela interpretação geométrica descrita acima, conforme destacado por Brincker and Andersen (2006).

Para o SSI, é justamente como se dá essa projeção que diferencia os algoritmos em duas abordagens: *data-driven* e *covariance-driven*. A distinção está em como os dados da matriz de Hankel são usados para fazer as estimativas. Por ser o mais utilizado Zhang et al. (2004), o foco aqui será no algoritmo *data-driven*. Existem algumas vantagens desta abordagem, como as destacadas por Zhang et al. (2005), sendo a robustez numérica, a possibilidade de uso de ferramentas de validação, para determinar, por exemplo, o espectro do sistema estimado, e a possibilidade de uma melhor decomposição da resposta modal do sistema. Cabe ressaltar que ambos os métodos possuem revisões para acomodar o emprego de sensores de referência, prática comum adotada em testes modais de grandes estruturas, estudadas em textos como em Peeters and De Roeck (1999).

A projeção pode ser finalmente descrita como uma operação entre o espaço linha do futuro  $Y_f$  com relação ao espaço linha das medições consideradas como passado  $Y_p$  na matriz de Hankel, como mostrado geometricamente pela Figura 3.2 para um caso de duas dimensões

e matematicamente a seguir pela equação (3.91) para um caso geral. Na sequência, é mostrado que esta projeção pode ser decomposta em duas matrizes, conforme equação (3.92)

$$\mathcal{O}_i = E(Y_f | Y_p) = Y_f / Y_p = Y_f Y_p^T (Y_p Y_p^T)^{-1} Y_p \quad (3.91)$$

$$\mathcal{O}_i = \mathcal{O}_i = \Gamma_i X_i \quad (3.92)$$

Na equação (3.92), o vetor contendo a sequência de estados  $X_i$  pode ser obtido diretamente dos dados de saída. Essa sequência de estados possíveis para o sistema corresponde aos valores fornecidos através de filtros Kalman, que serão representados posteriormente como  $\hat{X}_i$ . Esse filtro é muito utilizado como um estimador ótimo de estados instantâneos para sistemas lineares a partir de observações de entradas de ruído branco, mesmo quando na presença de ruído nos dados de saída.

Para um algoritmo de SSI *data-driven*, a projeção é realizada através da fatoração QR da matriz de Hankel da seguinte maneira:

$$[H] = \begin{pmatrix} Y_p \\ Y_f \end{pmatrix} = [R][Q]^T \quad (3.93)$$

onde  $[Q]$  é uma matriz ortonormal e  $[R]$  é uma matriz triangular inferior. Os fatores  $[Q]$  eventualmente se cancelam e não precisam ser guardados neste procedimento, como mostrado em Peeters and De Roeck (1999). Por fim, comparando as equações (3.92) e (3.93), pode-se concluir que o único passo a ser feito na busca da matriz do sistema  $[A]$  para finalmente determinar o sistema é ter uma estimativa da matriz de observabilidade estendida. Isso pode ser feito por uma decomposição de valor singular de  $\mathcal{O}_i$ .

$$W_1 \mathcal{O}_i W_2 = (U_1 \quad U_2) \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{pmatrix} = U_1 S_1 V_1^T \quad (3.94)$$

com  $U_1 \in \mathbb{R}^{lixn}$ ,  $S_1 \in \mathbb{R}^{lixn}$  e  $V_1 \in \mathbb{R}^{jxn}$ .  $W_1$  e  $W_2$  são matrizes de ponderação e determinam a distinção entre os métodos conhecidos como *Unweighted Principal Components* (UPC), *Principal Components* (PC) e *Canonical Variate Algorithm* (CVA). Em Overschee and De Moor (1996) é feita uma avaliação entre as diferenças que essas matrizes de ponderação podem

causar no resultado final, assim como é sugerido o uso para casos gerais do algoritmo UPC. Combinando as equações (3.94) e (3.92), tem-se:

$$\Gamma_i = W_1^{-1} U_1 S_1^{\frac{1}{2}} \quad (3.95)$$

$$\hat{X}_i = S_1^{\frac{1}{2}} V_1^T = \Gamma_i^{-1} \mathcal{O}_i \quad (3.96)$$

Finalmente o problema está completo.  $[C]$  pode, por exemplo, ser obtida através das primeiras  $l$  linhas da matriz de observabilidade estendida  $\Gamma_i$  e a matriz dinâmica  $[A]$  é determinada através do uso de mínimos quadrados da seguinte forma:

$$[A] = \underline{\Gamma}_i^{-1} \overline{\Gamma}_i \quad (3.97)$$

onde  $\overline{\Gamma}_i$  e  $\underline{\Gamma}_i$  são tomadas com referência à matriz de observabilidade, porém sem as primeiras  $l$  linhas e últimas  $l$  linhas, respectivamente.

Existe ainda outro procedimento para obtenção das matrizes A e C. Retornando à equação (3.89), na qual foi definido uma segunda matriz de Hankel com um atraso de um intervalo de medição, determina-se uma segunda matriz de observabilidade estendida como sendo:

$$\Gamma_{i-1} = \underline{\Gamma}_i \quad (3.98)$$

$$\mathcal{O}_{i-1} = Y_f^- \setminus Y_p^+ = \underline{\Gamma}_i \hat{X}_{i+1} \quad (3.99)$$

$$\hat{X}_{i+1} = \underline{\Gamma}_i^{-1} \mathcal{O}_{i-1} \quad (3.100)$$

Portanto, de posse de valores da sequência de estados de Kalman  $\hat{X}_{i+1}$  e  $\hat{X}_i$ , pode ser formada o seguinte sistema de equações para resolução também via mínimos quadrados:

$$\begin{pmatrix} [A] \\ [C] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} (\hat{X}_i)^{-1} \quad (3.101)$$

sendo  $Y_{i|i}$  uma matriz de Hankel com apenas uma linha de depostas. Seja qual for a maneira utilizada, os resultados obtidos devem apresentar grande concordância, já que os procedimentos numéricos utilizados são semelhantes. A primeira forma, porém, apresenta-se mais direta para o caso de OMA, pois economiza a montagem de novas projeções, como é o caso da equação (3.99).

Nesse trabalho, a identificação do sistema é focada nos parâmetros modais modelados a partir da matriz do sistema  $[A]$ , que por sua vez foi obtida a partir de uma identificação de subespaço estocástico dos dados de saída. Os parâmetros modais são extraídos realizando a decomposição de autovalor de  $[A]$ :

$$[A] = \Psi[\varphi]\Psi^{-1} \quad (3.102)$$

sendo  $\varphi_i$  uma matriz diagonal que contém os autovalores complexos do tempo discreto e  $\Psi_i$  contém os autovetores como colunas. Os polos de tempo contínuo são encontrados por:

$$[A] = \frac{1}{\Delta t} \ln[\text{diag}(\varphi)] \quad (3.103)$$

Os estados estimados do sistema não têm necessariamente um significado físico. Portanto, os modos de vibrar com relação às observações feitas através das medições dos sensores são obtidos da seguinte maneira:

$$\Phi = [C]\Psi \quad (3.104)$$

Dessa maneira, as propriedades modais são determinadas. A modelagem aqui considerada pode ser alterada em uma equação que considere diretamente ganhos de Kalman, gerando diferentes bases de estado, conhecido como o modelo de *forward innovation*, como mostrado em Overschee and De Moor (1996) e Peeters and De Roeck (1999).

Um fator importante neste processo ainda não discutido é o número de blocos de linha  $i$ , um índice definido como *input* para os algoritmos, mas que deve ser grande o suficiente para comportar a máxima ordem do sistema a ser identificado. Como esta informação é

desconhecida na prática, é necessário analisar o procedimento em função de valores singulares da matriz  $\mathcal{O}_i$ , variando-se as dimensões até que comecem a ser obtidos valores singulares próximos de zero, que teoricamente indicam que todos os modos do sistema já foram estimados e, por consequência, adotar dimensões maiores não trará benefício à estimação de modos físicos. Por essa razão que algoritmos SSI são sempre avaliados mediante um diagrama de estabilização, como será mostrado. O índice  $j$  deve ser grande o suficiente para estabilizar a decomposição dos valores singulares da matriz  $\mathcal{O}_i$ . Outra interpretação possível é que a projeção resulta em funções de correlação do sistema de dimensão  $j$  e, como é de conhecimento, para que essas correlações sejam realmente representativas do sistema,  $j$  deve ser grande o suficiente.



## 4. Resultados

A metodologia apresentada no capítulo anterior será aplicada em dois casos experimentais para extração dos parâmetros modais através de OMA: uma bancada de testes com rotor suportado por mancais de rolamentos de rolos cilíndricos, como em Tsuha (2019), e um rotor com mancais hidrodinâmicos cilíndricos. A diferença construtiva entre os rotores restringe-se basicamente aos mancais adotados, escolhidos assim com a finalidade de estabelecer uma base de dados para analisar as influências dinâmicas destes componentes na obtenção dos parâmetros modais através de OMA.

Sendo assim, neste capítulo será considerada uma análise dinâmica para ambas as montagens. Divido em duas seções, o início de cada seção é dedicado apenas a descrever a montagem do aparato experimental, instrumentação e procedimentos utilizados para garantir a análise das influências dos diferentes parâmetros de operação na identificação dos parâmetros modais. Em ambas configurações confronta-se os dados obtidos através de OMA com um método tradicional de EMA para máquinas rotativas, o *stepped sine* Ewins (2000), de forma a comparar os resultados obtidos.

### 4.1. Rotor com Mancais de Rolos

#### 4.1.1. Bancada Experimental

A montagem da bancada foi realizada no Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR), na Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP. Essa montagem consiste de uma base inercial de concreto suportada por um sistema de molas e espumas de alta densidade com o objetivo de isolar qualquer tipo de vibração que por ventura possa influenciar nas medições, como no caso de excitações provenientes do solo, por exemplo. Uma base metálica é engastada no bloco superior de concreto, para fixação da base superior que servirá de suporte para a montagem dos componentes. Esta base superior, também metálica, possui uma alta rigidez, conferida principalmente por sua espessura, e reforçada através das fixações entre bancada e base inercial. Portanto, com esta montagem é plausível assumir que os experimentos estão apoiados sobre uma fundação rígida e que não possuem qualquer influência desta nos resultados a serem analisados, de forma a manter o foco apenas na dinâmica do rotor. A Figura 4.1 apresenta a bancada utilizada esta seção.

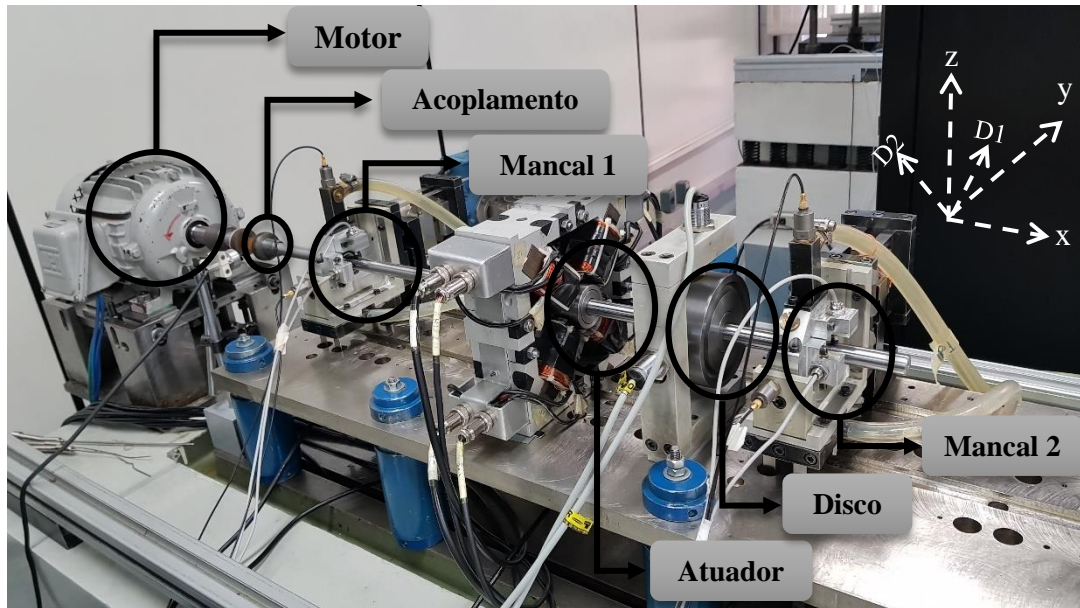


Figura 4.1. Bancada experimental para análise modal operacional de um rotor com mancais de rolos.

A fixação dos mancais pode ser realizada em diversas seções da placa metálica de apoio. Os mancais de rolos cilíndricos usados nos testes são os NSK<sup>®</sup> NJ 202 de 15 mm de diâmetro interno, Figura 4.2 (a). As caixas bipartidas, como mostra a Figura 4.2 (b), são de alumínio, projetadas por Tsuha (2019) de forma que a montagem com o anel externo do rolamento fosse interferente e desta maneira não ocorresse escorregamentos entre as peças. Nesta montagem, há o posicionamento de dois sensores de proximidade nas caixas da Bently Nevada, com faixa de calibração de 0 a 1,5 mm, com o objetivo de medir os deslocamentos do eixo na região dos rolamentos, já que não é possível uma medição diretamente nas peças como ocorre em mancais hidrodinâmicos.

O eixo de aço SAE 1030 utilizado possui 15 mm de diâmetro e está conectado a um motor WEG de 3 CV por meio de um acoplamento flexível. Solidário ao eixo há um disco de aço SAE 1020 cromado, com massa de 2,34 kg e posicionado descentralizado com relação aos mancais. A velocidade do motor é controlada através de um inversor de frequência WEG CFW-08, regulado remotamente pelo mesmo computador utilizado para aquisição dos sinais da bancada. Durante todo o experimento, os mancais foram mantidos em regime de lubrificação constante através de um sistema fechado, com filtros e purgador, em conjunto com uma bomba dosadora. O lubrificante utilizado foi o óleo mineral Castrol ASW 32 (ISO VG 32).

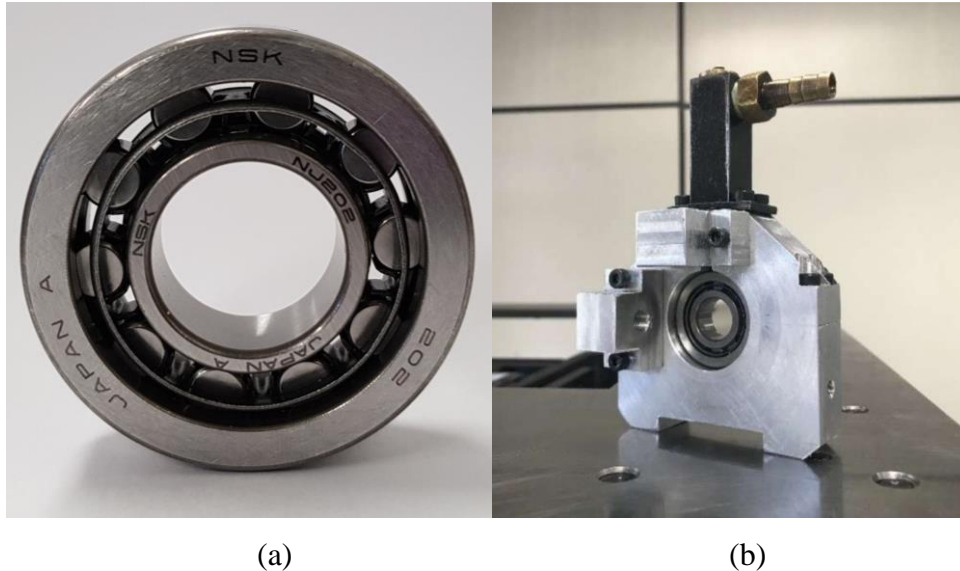


Figura 4.2. Mancal de rolamento de rolos cilíndricos NSK NJ 202 (a) e caixa do mancal Tsuha (2019) utilizada(b).

De forma a controlar as excitações, não para realizar a identificação modal, mas sim para investigar como a variação de alguns parâmetros impacta na análise modal do rotor, foi utilizado um atuador magnético de forma a inserir diferentes níveis de ruído branco, ruído colorido, carregamentos e direções de excitação no sistema. Essas forças magnéticas são controladas através da medição do campo magnético por sensores de efeito Hall Melexis MLX90251. O atuador, como apresentado em Mendes (2011), é utilizado em conjunto com amplificadores Maxon 4-Q-DC-Servoamplifier ADS50/5 que fornecem corrente às 8 bobinas, de 415 espiras cada.

A aquisição dos sinais é feita por um total de seis sensores de proximidade e quatro acelerômetros. O deslocamento do disco é medido através de dois sensores de proximidade Bi5-M18-LiU da Turck com faixa de calibração de 2 a 4 mm e seus respectivos condicionadores de sinais. Esses são os únicos sensores que não são redundantes, já que no caso dos sinais dos mancais, tanto os sensores de deslocamento quanto os acelerômetros são responsáveis por avaliar os respectivos deslocamentos e acelerações nas mesmas direções, tanto horizontal quanto vertical.

Os acelerômetros utilizados são os Bruel & Kjaer *type* 4384. Os sinais são submetidos aos respectivos condicionadores e passam por dois filtros, um com a função de remover o ganho estático e o outro um filtro analógico passa baixa que atua como *anti-aliasing*, com frequência de corte ajustável. Por fim, esses dados são adquiridos através da placa da National Instruments USB-6343 com 32 canais de entrada e 4 de saída, com uma resolução DAC de 16 bits e posteriormente processados em ambiente LabVIEW™.

Com a bancada montada, dois estágios fundamentais para o experimento são as etapas de alinhamento dos componentes e balanceamento do disco. O alinhamento pode ser dividido em três etapas, como descrito em Machado (2014) e é um estágio fundamental para garantir o correto comportamento dinâmico do rotor. Terminado este procedimento, o balanceamento é realizado utilizando o método dos coeficientes de influência, ou método de massa de triagem, como em Vance et al. (2010). A Figura 4.3 apresenta uma representação esquemática da bancada.

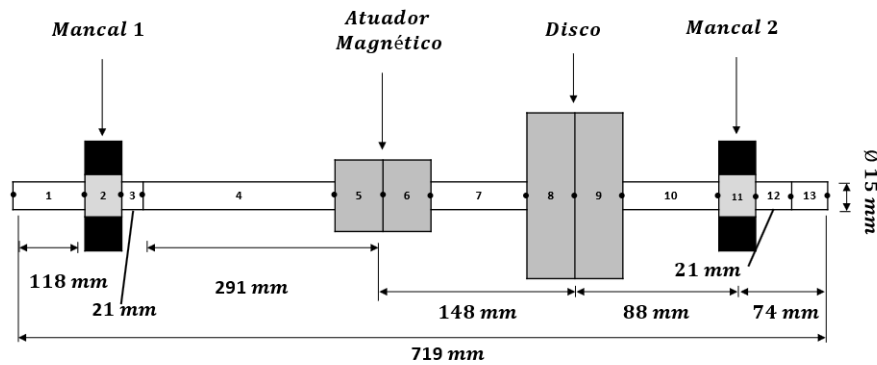


Figura 4.3. Representação esquemática da bancada com mancais de rolamentos.

#### 4.1.2. Procedimento Experimental

O objetivo em analisar a aplicação da análise modal operacional em um rotor com mancais de rolos é avaliar o comportamento deste tipo de componente frente aos métodos aqui abordados: o SSI e o EFDD. Esta classe de mancal possui características dinâmicas intrínsecas que podem impactar diretamente na identificação dos algoritmos escolhidos, como o baixo amortecimento e as inúmeras harmônicas inerentes ao seu comportamento dinâmico, como é o caso da harmônica relacionada à frequência de passagem do rolo no anel externo (RPFO), que pode ser definida segundo a equação (4.1).

$$RPFO = \frac{(\Omega_i - \Omega_e)Z}{2} \left( 1 - \frac{D}{d_m} \cos(\alpha_a) \right) \quad (4.1)$$

onde  $\Omega_i$  é a frequência de rotação da pista interna,  $\Omega_e$  a frequência de rotação da pista externa,  $Z$  o número de elementos rolantes,  $D$  o diâmetro do rolo e  $d_m$  o diâmetro primitivo,  $\alpha_a$  o ângulo de contato angular. Os valores podem ser extraídos a partir do catálogo da fabricante NSK ou através de inspeção do próprio rolamento. A RPFO é um fator importante para mancais de rolos, já que pode ser utilizada como forma de identificação de falha nos rolamentos.

Com a finalidade de explorar o impacto desses efeitos na análise modal operacional do rotor, várias condições de operação foram propostas. Entretanto, como visto anteriormente, a aplicação de métodos de OMA requer que as entradas sejam uma realização estocástica. Portanto, ao avaliar o rotor, as excitações harmônicas em conjunto às excitações estocásticas podem levar os métodos tradicionais de OMA a resultados imprecisos ou até mesmo incorretos, como apresentado na seção 3.2. Dependendo das características destas forças, as harmônicas são capazes de inserir polos no SSI ou picos no espectro que em casos extremos podem até mesmo ser confundidos como modos do rotor, tornando incorreta a análise modal do sistema. Assim, um dos objetivos dos experimentos é reunir as ferramentas estudadas e propor um procedimento capaz de lidar corretamente com a presença destas excitações determinísticas.

Diversos identificadores já foram sugeridos na literatura para separar as harmônicas de modos estruturais. Como discutido na subseção 3.2.2, para a avaliação das harmônicas, serão utilizadas três ferramentas: Kurtosis, STFT e valores de MAC. A STFT é utilizada adicionalmente para verificar o regime estacionário do rotor, ou seja, se durante o tempo de aquisição a velocidade angular do eixo permaneceu constante. Essa avaliação é feita para todos os testes, previamente à aplicação dos algoritmos de identificação.

Para efetivamente extrair os fatores modais, é necessário estabelecer intervalos esperados para alguns parâmetros do sistema, que variam de acordo com o algoritmo utilizado. O software utilizado para auxiliar a identificação, o ARTeMIS SVS (2019), já possui diversos parâmetros que devem ser estabelecidos e que, muitas vezes, são cruciais para a correta identificação de modos estruturais. Para o EFDD, o algoritmo de identificação é baseado principalmente no número de modos do sistema que são esperados para o espectro analisado, no limite de correlação entre valores cruzados na matriz de MAC e em dois indicadores: a coerência modal e o indicador de domínio modal Brincker et al. (2007). A coerência modal é determinada tomando-se um pico do espectro como referência e feita uma análise de correlação entre o primeiro vetor singular das frequências adjacentes. Se esta correlação for próxima da unidade, isto indica que a mesma coordenada modal está predominando neste intervalo e que, portanto, o pico não é de ruído, por exemplo, e contém uma ligação com um possível modo do sistema. O indicador de domínio modal, por sua vez, é proposto como um cálculo da correlação entre a frequência analisada no entorno do pico no espectro e as frequências adjacentes e implica que, na presença de um valor de correlação elevado, apenas um modo é dominante nesse intervalo de frequência. Para a extração dos parâmetros modais utilizado o SSI, os principais fatores que influenciam a identificação dos polos são os critérios de estabilização, como a faixa esperada de amortecimento, limite máximo de complexidade dos modos de vibrar (ambos

baseados num conhecimento prévio do sistema) e em valores de desvio máximo entre sucessivos polos de diferentes ordens do sistema, que são avaliadas tanto para grandezas de frequência, amortecimento e no número de MAC.

### 4.1.3. Identificação dos Parâmetros Modais

Para avaliar a assertividade dos métodos de OMA em cada teste, é essencial avaliar outros métodos para obtenção dos parâmetros modais do sistema para posteriormente compará-los com os valores extraídos através das técnicas de OMA. Desta forma, primeiramente avaliou-se a bancada através de um método tradicional de EMA para rotores, conhecido como *stepped sine*. Neste procedimento, com o auxílio do atuador, o rotor é excitado através de sinais periódicos (senos) em um intervalo de frequência pré-estabelecido, com um número de períodos e pontos por período constante para cada frequência. Para os resultados aqui apresentados, os testes foram realizados com uma velocidade de rotação de  $\Omega = 30 \text{ Hz}$ , considerando uma varredura de frequência no intervalo entre  $20 \text{ Hz}$  e  $70 \text{ Hz}$ , com um passo de  $0,25 \text{ Hz}$ . Por fim, é possível extrair uma função de resposta em frequência para o rotor utilizando os dados dos acelerômetros, com os valores de amplitude e fase nas Figura 4.4 e Figura 4.5, respectivamente. Nas Figura 4.4(a) e Figura 4.5(a) as forças foram aplicadas pelo atuador na direção  $z$ , enquanto que nas Figura 4.4(b) Figura 4.5(b) a direção da força estava orientada na horizontal ( $y$ ).

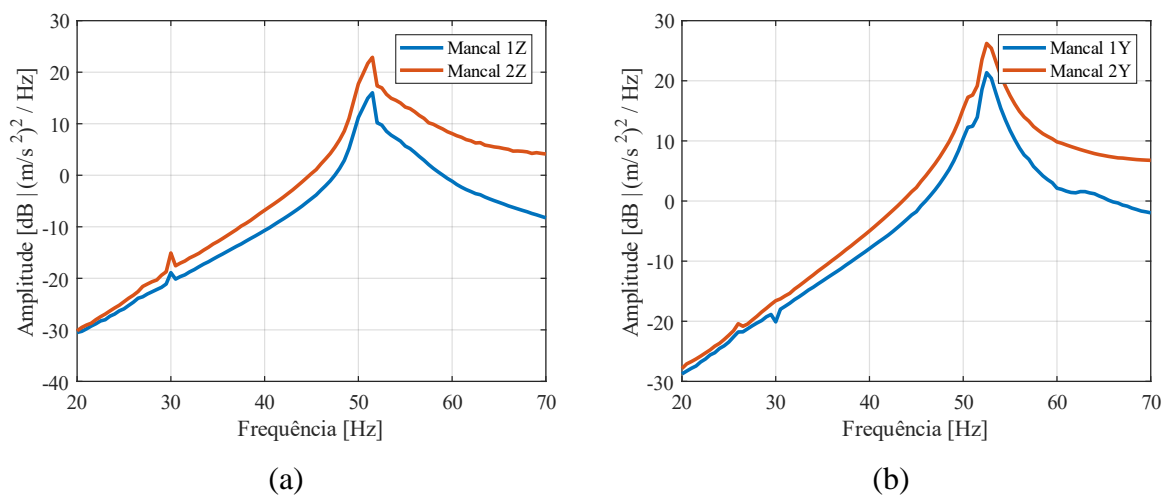


Figura 4.4. Amplitude extraída do *stepped sine* utilizando dados dos acelerômetros para o rotor com mancais de rolos. (a) Força aplicada na direção vertical  $z$ . (b) Força aplicada na direção horizontal  $y$ .

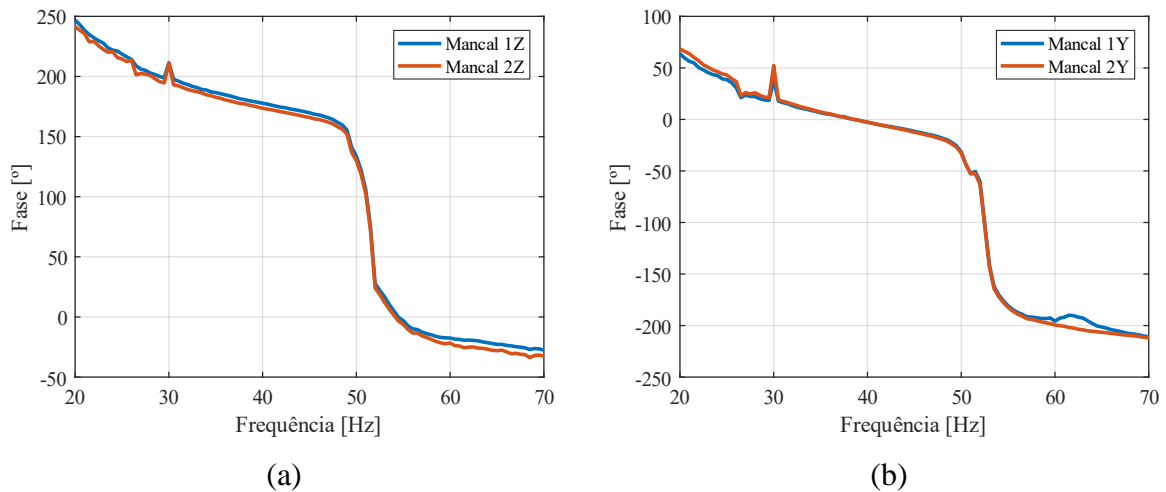


Figura 4.5. Fase extraída do *Stepped Sine* utilizando os dados dos acelerômetros para o rotor com mancais de rolos. (a) Força aplicada na direção vertical z. (b) Força aplicada na direção horizontal y.

Para extrair os parâmetros modais através das Funções de Resposta em Frequência (FRF) apresentadas na Figura 4.4 e na Figura 4.5, um método de ajuste de curva foi aplicado usando MATLAB™, empregando os algoritmos apresentados no pacote EasyMod Kouroussis et al. (2012). Para o primeiro modo, nas duas direções, a Tabela 4.1 apresenta as informações modais extraídas via EMA que servirão de base para comparações com técnicas de OMA.

Tabela 4.1. Parâmetros modais extraídos a partir do *stepped sine*.

Teste	Direção	Frequência Natural	Amortecimento
		[Hz]	[%]
<i>Stepped Sine</i>	Vertical	51,330	1,169
	Horizontal	52,641	0,864

De forma a complementar a análise preliminar do sistema, é possível utilizar o modelo numérico implementado por Tsuha (2019) para obter os fatores modais a partir da análise de autovalores do modelo de elementos finitos, discretizado conforme Figura 4.3, com os parâmetros extraídos dispostos na Tabela 4.2. Como pode ser visto, os valores estão em boa concordância com os apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.2. Valores de frequência natural e fator de amortecimento para o modelo numérico da bancada.

Modo	Modelo Numérico		Frequência Natural	Fator de Amortecimento
	Rotação [Hz]	Direção	[Hz]	[%]
1°	15 Hz	<i>Backward</i>	51,312	1,136
		<i>Forward</i>	51,997	1,136
	30 Hz	<i>Backward</i>	50,970	1,136
		<i>Forward</i>	52,340	1,136

Modelo Numérico		Frequência Natural [Hz]	Fator de Amortecimento [%]
Modo	Rotação [Hz]		
1°	45 Hz	<i>Backward</i>	50,628
		<i>Forward</i>	52,682

Para avaliar as influências de parâmetros operacionais em OMA, foram propostos diversos testes, variando-se desde propriedades de operação, como a intensidade do ruído branco aplicado pelo atuador no rotor, ruídos coloridos, direções de excitação, cargas estáticas e diferentes formas de inserir excitação no sistema, como excitar através de pequenos impulsos ou atrito; à aspectos relacionados a medição, como frequência de amostragem ( $F_s$ ) e tempo de aquisição. A Tabela 4.3 reúne os principais testes realizados com uma breve descrição de cada um. No total, foram 21 rodadas de experimentos, sem levar em consideração experimentos que foram aquisitados mais de uma vez para diminuir o risco de *outliers* e variações que pudessem ocorrer em medições isoladas.

Destaca-se que as diversas situações propostas são uma tentativa de reproduzir condições encontradas em máquinas reais no campo, onde nem sempre é possível estabelecer uma condição de operação específica. Por se tratar de uma bancada isolada, é inerente a falta de excitações externas, porém, são justamente essas forças que em OMA contribuem para a identificação do sistema. Para contornar esta característica, foi utilizado um atuador magnético como forma de inserir estas forças externas no rotor em alguns testes, especificados segundo a direção de aplicação da mesma na Tabela 4.3. Para simular situações práticas, o atuador foi posteriormente removido e dois procedimentos simples, sugeridos em Brincker and Ventura (2015) para inserir excitações aleatórias em estruturas, foram aplicados durante a operação do rotor: o *tapping*, que consiste em impor pequenos impulsos aleatórios distribuídos pelo sistema, e o *brushing*, baseado no atrito de uma pequena estrutura de madeira em diversos pontos do rotor. Esses nomes foram convenientemente adotados para garantir a correspondência com as técnicas encontradas em outros trabalhos. Os valores extraídos de cada teste foram omitidos no decorrer do texto e reunidos ao final desta seção, optando-se inicialmente apenas por uma análise qualitativa dos resultados, já que os valores em si, apesar de serem objetivo durante um teste de OMA, são apenas consequência da análise dos dados e ferramentas disponíveis. Recomenda-se, porém, a análise da Tabela 4.4, que reúne os parâmetros extraídos para cada caso estudado.



Tabela 4.3. Condições consideradas para extração dos parâmetros modais do rotor com mancal de rolos.

<b>Rotação</b> <b>[Hz]</b>	<b><math>F_s</math></b> <b>[Hz]</b>	<b>Tempo</b> <b>[s]</b>	<b>Direção</b> <b>Atuador</b>	<b>Teste</b>
15/30/45	1024	40	Y/Z	Velocidade de Rotação
15/30/45	1024	40	Y/Z	Intensidade do Ruído Branco
30	1024	40	D1/D2	Direções Compostas
30	256, 128	160	Y/Z	Frequência de Amostragem
30	1024	40	Y/Z	Ruído Colorido - Ruído Rosa
30	1024	40	Y/Z	Ruído Colorido - Ruído Azul
30	1024	60, 300, 600	N.A.	Operação sem Excitação
30	1024	60, 300, 600	N.A.	<i>Tapping</i> na Estrutura
30	1024	60	N.A.	<i>Brushing</i>
30	1024	60	Y	Ruído Branco e <i>Tapping</i>
30	1024	300	Y	Teste com Carga Estática
30	1024	5400	Y/Z	Stepped Sine

O primeiro fator de operação analisado foi a variação velocidade de rotação do rotor. Para isso, foram considerados inicialmente os sensores de posição, responsáveis por adquirir 6 graus de liberdade (DOF) simultaneamente do rotor. Estes foram inicialmente considerados por ser possível incluir os deslocamentos da massa (disco), inserindo informações adicionais para estimar melhor os modos de vibrar a partir dos dados observados. Focando-se nos modos de frequência mais baixa, definiu-se um intervalo de 0 a 256 Hz para análise no domínio da frequência, utilizando o método de Welch com *overlap* de 50% para visualização da densidade espectral, janelamento Hanning e uma resolução de 0,25 Hz.

Várias referências, como por exemplo em Jacobsen and Andersen (2008), Magalhães et al. (2010) e mais recentemente em Orlowitz and Brandt (2017), ponderam que o tamanho das series temporais adquiridas são fundamentais para garantir uma boa identificação de fatores de amortecimento. Baseando-se no maior período entre as frequências de interesse e o fator de amortecimento esperado deste período, é possível estabelecer uma relação para determinar o tempo de medição conforme a Eq. (4.2) Brincker and Ventura (2015).

$$T_{tot} > \frac{10}{\xi f_{min}} \quad (4.2)$$

Em situações práticas, frequentemente não há conhecimento prévio sobre as características modais esperadas do sistema a ser avaliado. Levando isto em consideração, ponderando apenas as características construtivas do rotor, ou seja, a alta rigidez esperada pelo

uso de mancais de rolamentos de rolos cilíndricos, e a experiência com este tipo de bancada, é plausível considerar como uma estimativa conservadora um amortecimento esperado de 1% e a primeira frequência natural em 20 Hz, obtendo segundo a Eq.(4.2) é de 50 s. Desta forma, convenientemente padronizou-se um tempo de 60 s para testar essa condição. Apesar deste intervalo se mostrar suficiente para a identificação dos parâmetros modais, o aumento do tempo para 300s de aquisição gerou densidades espectrais com menor variância, fato este que será mostrado em detalhe posteriormente nesta seção. Este comportamento, devido principalmente à resolução escolhida e a frequência de amostragem, fez com que se optasse por apresentar os gráficos de densidade espectral considerando o intervalo de medição de 300 s, contribuindo para a melhor visualização do comportamento do espectro, sem influenciar nos resultados de extração dos parâmetros modais, como será mostrado.

Técnicas do domínio da frequência são utilizadas geralmente para um estudo preliminar em análise modal. Elas geralmente são mais diretas e de fácil implementação. Como um primeiro passo, a análise necessita de uma inspeção prévia para verificar a influência de harmônicas no rotor. Isso pode ser feito através dos valores Kurtosis, como mencionado anteriormente, dispostos na Figura 4.6 em função da frequência para o rotor com rotação em 15 Hz e excitação na direção horizontal ( $y$ ). Por meio destes valores, é conhecido que modos estruturais tendem a apresentar comportamento gaussiano, com Kurtosis no valor de 3 e harmônicas valores de 1,5. Porém, na prática, é considerado um valor limite intermediário para identificação de harmônicas, geralmente adotando-se valores ligeiramente inferiores a 3, como sugerido pelo próprio software ARTeMIS. Desta forma, a região que possui valores de Kurtosis inferiores a este valor estabelecido, é considerada como uma componente harmônica do sinal e deve ser excluída da identificação modal.

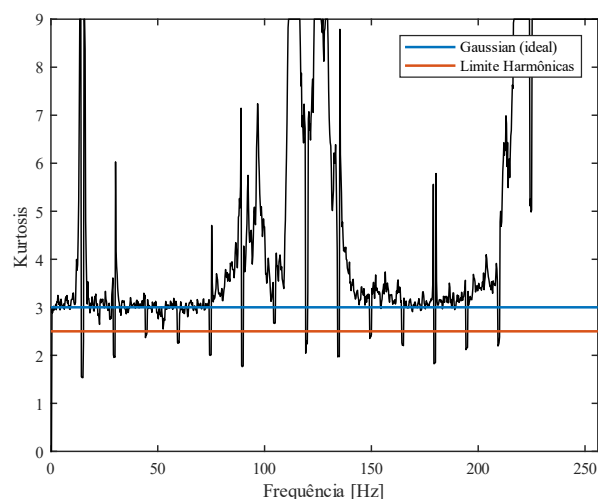


Figura 4.6. Valores de Kurtosis para rotação de 15 Hz

Outra consideração fundamental para aplicação de OMA, como dito anteriormente, é a condição do sinal ser estacionário. Para garantir que este critério seja satisfeito, mesmo com o controle da velocidade do motor durante o experimento, é possível utilizar uma *Short-Time Fourier Transform* (STFT), como apresentado na Figura 4.7. Nesta figura, é possível observar que não há variação do sinal com relação ao tempo, satisfazendo a condição de estacionaridade.

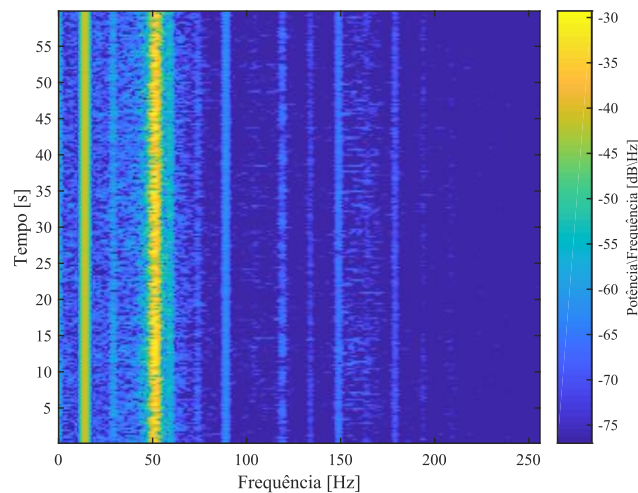


Figura 4.7. STFT na direção horizontal do mancal 2

Analisando a Figura 4.7, é possível identificar pelas linhas finas verticais as harmônicas características do rotor: os múltiplos da velocidade angular, neste caso, múltiplas de  $\Omega = 15 \text{ Hz}$  que são constantes devido à condição estacionária. Além disso, é possível estimar um possível candidato a primeiro modo na região de 50 Hz, já que geralmente modos aparecem como linhas mais espessas neste tipo de análise.

Procedendo a análise, é possível realizar a decomposição por valores singulares do espectro de frequência, possibilitando a identificação de dois modos, como apresentados na Figura 4.8. Picos de modos no espectro são selecionados após a definição de um intervalo de rejeição para valores de MAC. O modo 1 apresenta picos sucessivos de dois valores singulares distintos, indicando que neste caso existem dois modos próximos, um comportamento esperado para o primeiro modo de rotores como o caso analisado. Além disso, o fato de o primeiro valor singular sobrepor completamente o segundo valor singular no espectro indica a natureza acoplada deste modo em questão.

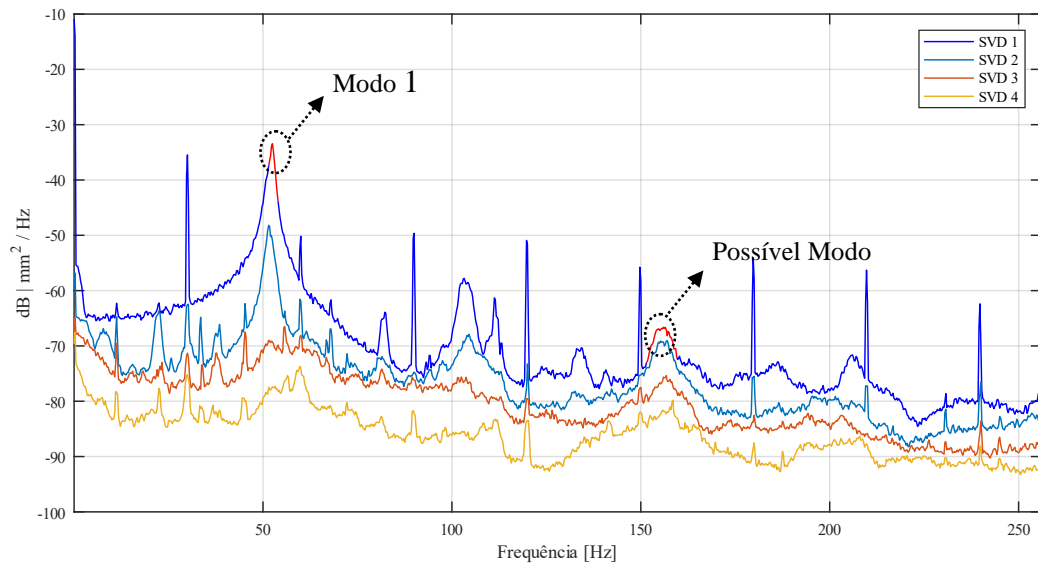


Figura 4.8. Decomposição do espectro para o rotor excitado por ruído branco operando em 15 Hz.

Indicado como possível modo, o pico no espectro de 155 Hz apresenta uma correlação de 0,4 com o primeiro modo, demandando certa cautela quanto a sua natureza. Como forma de validar os modos identificados, os valores selecionados através do intervalo de MAC, destacados nos picos em vermelho na figura, serão transformados para o domínio do tempo, através da transformada inversa de Fourier, e devem resultar em uma função de correlação de decaimento livre contendo informações apenas de seu modo isolado, possibilitando a obtenção dos valores de amortecimento, procedimento padrão no método EFDD apresentado na seção anterior. Esse processo foi realizado com auxílio do software ARTeMIS SVS (2019), e a função de correlação para o primeiro modo da Figura 4.8 pode ser visualizada na Figura 4.9.

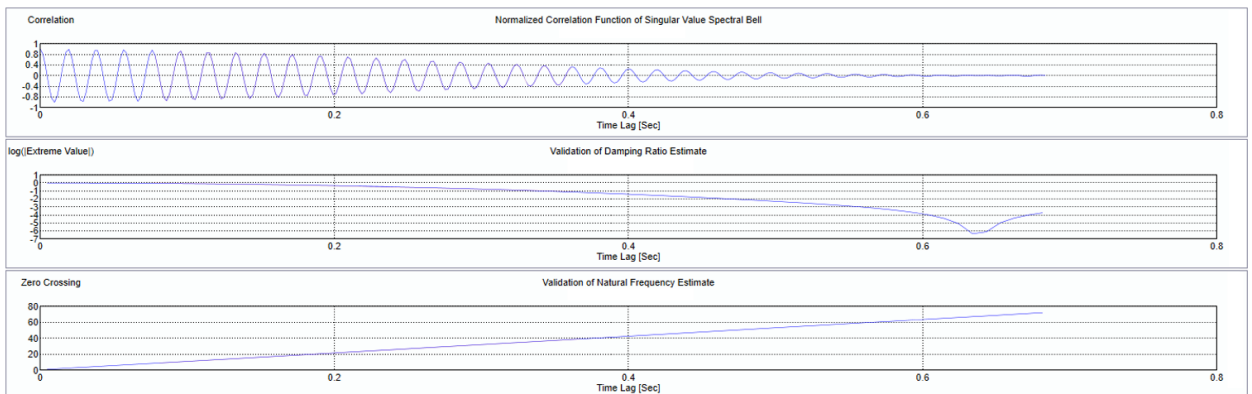


Figura 4.9. Função de autocorrelação para o modo 1.

A segunda análise para o rotor excitado por ruído em 15 Hz é a técnica paramétrica no domínio do tempo: o SSI *data-driven*, Figura 4.10. Neste método, a presença de harmônicas

pode impactar significativamente na estimativa dos parâmetros modais, uma vez que estas são frequentemente confundidas como um polo do sistema. A identificação incorreta desses polos como modos estruturais pode ser contornada definindo um critério de estabilização. A ordem do modelo será consideravelmente mais alta em sistemas com a presença de harmônicas. Essa ordem pode ser baseada nos valores singulares do subespaço da matriz de Hankel, que estão destacados em amarelo na Figura 4.10, auxiliando na escolha da dimensão da matriz  $[A]$  do sistema.

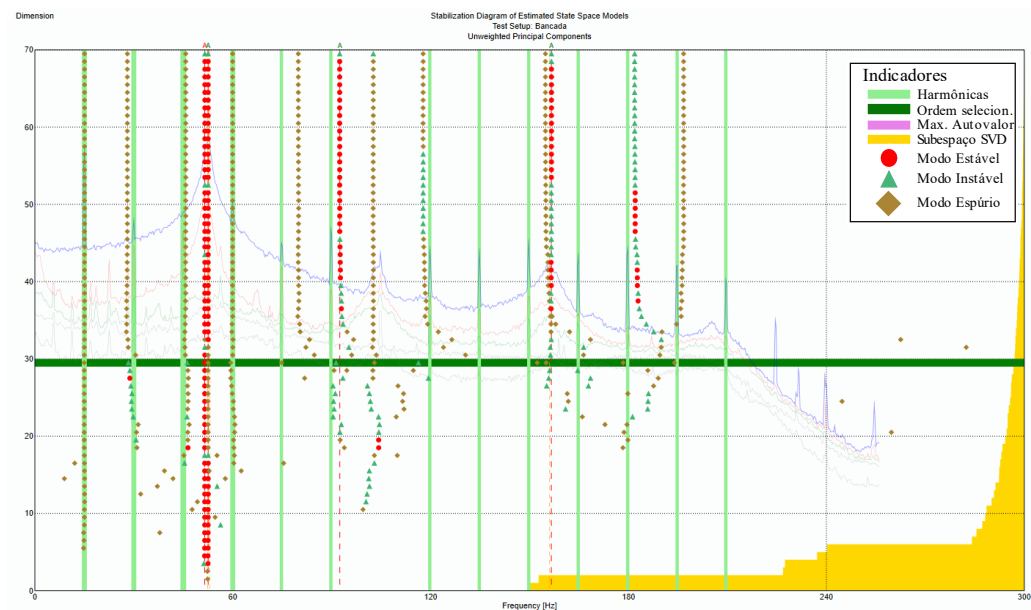


Figura 4.10. SSI-UPC para rotor com rotação em 15 Hz

A metodologia apresentada é seguida na análise de todos os casos apontados na Tabela 4.3. Desta forma, é possível padronizar a análise, com a finalidade de obter dados confiáveis sobre como os parâmetros propostos de fato impactam na extração dos parâmetros modais de rotores utilizando OMA, além de avaliar o desempenho de dois diferentes métodos frente a essas condições.

A seguir, foram obtidas as densidades espectrais para outras duas velocidades de operação: 30 Hz e 45 Hz (Figura 4.11).

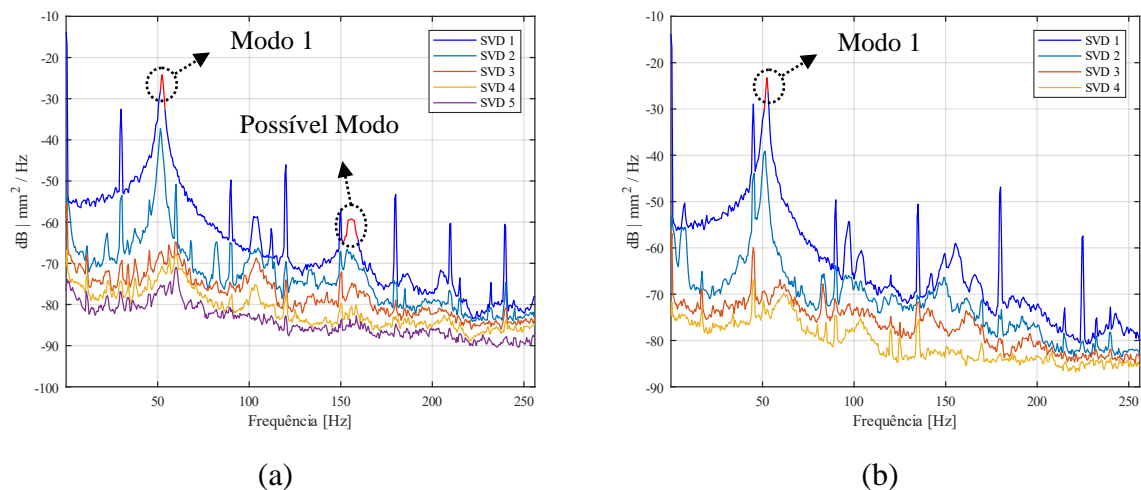


Figura 4.11. Decomposição do espectro para rotações de 30 Hz (a) e 45 Hz (b).

O deslocamento das harmônicas em função da velocidade de rotação é notável, porém em nenhum dos casos este comportamento foi um fator que prejudicou a estimação dos parâmetros modais. Os mancais de rolamento, por apresentarem uma alta rigidez, contém modos bastante proeminentes no espectro e próximos. Nestes casos, selecionar uma pequena região do pico para a transformada inversa de Fourier foi suficiente para determinar os valores modais de maneira satisfatória. Além disso, nota-se que na frequência de  $\Omega = 45 \text{ Hz}$ , a região indicada anteriormente na Figura 4.8 como um possível modo, na banda de 155 Hz, demonstra uma distribuição diferente no espectro, eliminando-a como um modo do rotor. Desde as primeiras análises, este possível modo apresentava altos valores de MAC que se correlacionavam com o primeiro modo, de ordem de 0,4, além de apresentar uma estabilização tardia (para o caso de  $\Omega = 15 \text{ Hz}$ ) ou até mesmo não se estabilizar (para o caso de  $\Omega = 45 \text{ Hz}$ ) no método de identificação SSI. Adicionalmente, a partir da visualização da forma de vibrar do rotor nesta frequência, é possível identificar que se trata, provavelmente, de um modo associado a caixa dos mancais, já que sua deformada apresenta predominantemente um deslocamento relativo entre essas caixas na direção horizontal, sem qualquer influência do grau de liberdade do disco, como ilustrado pelo modo de vibrar da Figura 4.12. O aumento da rotação e a consequente energia do sistema fez com que a física do rotor se tornasse predominante, sobrepondo-se a este comportamento.

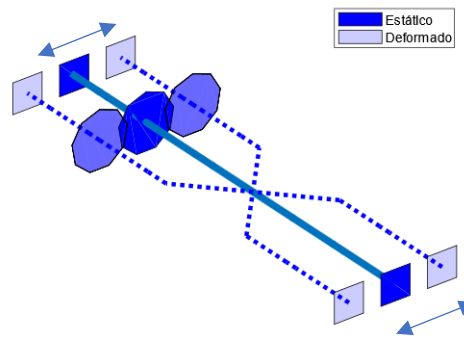


Figura 4.12. Modo de vibrar das caixas dos mancais.

A influência da direção de excitação da força aplicada pelo atuador interfere em qual frequência de precessão será predominante no espectro. Até o momento, os resultados apresentados eram excitados na direção horizontal (direção  $y$  da Figura 4.1), sendo predominante a frequência de precessão direta (*forward whirl*) nas densidades espectrais. Porém, ao alterar as forças para a direção vertical, a frequência de precessão retrógrada (*backward whirl*) passa a responder de maneira dominante no espectro, conforme Figura 4.13. Este mesmo comportamento é apresentado no caso das direções compostas. Quando avaliados os dados dos acelerômetros, há a indicação da  $RPFO = 112\text{Hz}$  no espectro de maneira mais evidente, identificado pelo método de Kurtosis. Esta característica, aliada ao fato que em situações de campo o acelerômetro é um instrumento mais comum na medição de respostas de vibração de máquinas, escolheu-se proceder as análises o utilizando como padrão. O posicionamento apenas nas caixas de mancal é outra característica que contribui para a reprodução de situações reais de medição, onde efetivamente existe o maior interesse de aplicação de análise modal operacional.

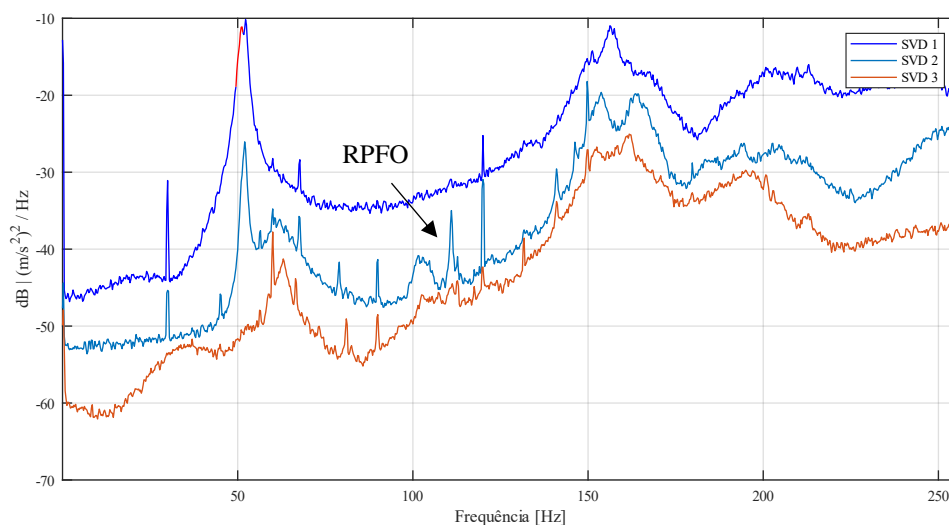


Figura 4.13. Decomposição do espectro dos acelerômetros para frequência de 30 Hz e excitação na vertical.

Considerando a influência que as diferentes intensidades de ruído possam ter na identificação dos parâmetros modais, foram propostos três níveis de excitação ao rotor, avaliadas qualitativamente segundo a órbita descrita pelo disco na Figura 4.14 (a). Esse fator poderia ser avaliado diretamente através do cálculo da força aplicada pelo atuador através do campo magnético gerado, porém este não é o tipo de procedimento disponível quando aplicadas técnicas de OMA. Outra maneira simples para determinar essa diferença de intensidade pode ser demonstrada através dos valores médios quadráticos (RMS) obtidos dos acelerômetros, conforme Figura 4.14 (b).

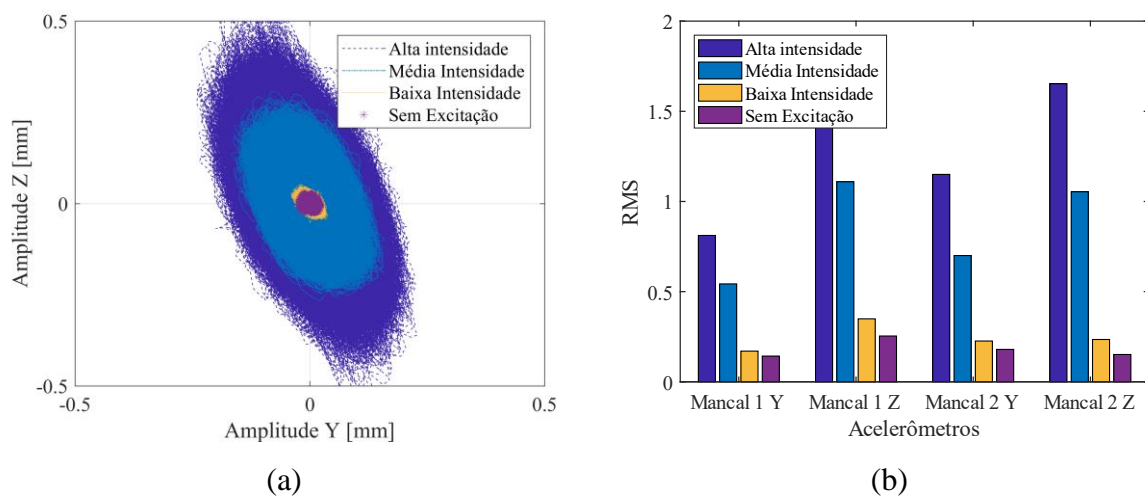


Figura 4.14. Órbitas do disco (a) e valores em RMS dos acelerômetros (b) em diferentes condições de excitação.

Nota-se o maior nível de energia ao qual o rotor é submetido juntamente com a análise da STFT e da amplitude do espectro da frequência quando utilizado o ruído de maior intensidade. Nesta condição, a identificação com a EFDD apresentou uma melhor estimativa dos parâmetros modais no domínio da frequência. Com os picos bem definidos, é possível identificar os modos diretos e retrógrafos do primeiro modo, como mostra a Figura 4.15. Na presença de modos próximos, a sobreposição entre curvas de valores singulares faz necessária a seleção de duas curvas separadamente para extrair as informações corretamente.

Entretanto, a identificação utilizando subespaços estocásticos teve uma piora significativa: foi necessária uma maior ordem de valores singulares para obter a identificação do modo direto e retrógrado e, conseqüentemente, uma grande quantidade de modos não físicos (espúrios) foram inseridos no diagrama de estabilização e considerados estáveis pelo método de otimização do SSI embutido no software ARTEMIS e publicado por Goursat et al. (2011). Para contornar esta situação, desativou-se a opção de otimização dos valores singulares e optou-se pelo método tradicional de SSI-data, como mostra a Figura 4.16. Os modos espúrios podem ser identificados em casos como este comparando os valores de MAC e confrontando



informações previamente obtidas através do domínio da frequência, comparando os polos estáveis do SSI e os picos da decomposição do espectro.

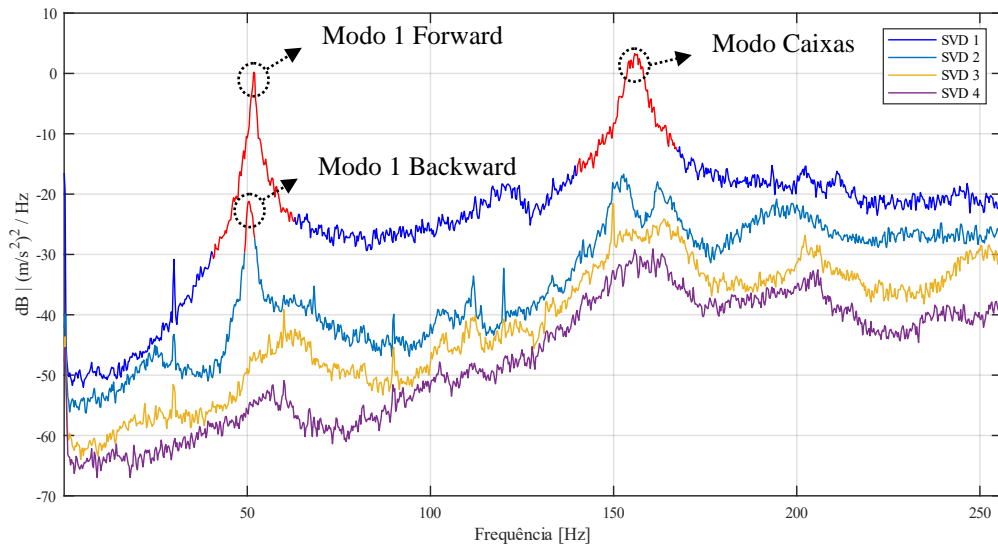


Figura 4.15. Decomposição do espectro para identificação em 30 Hz e ruído forte.

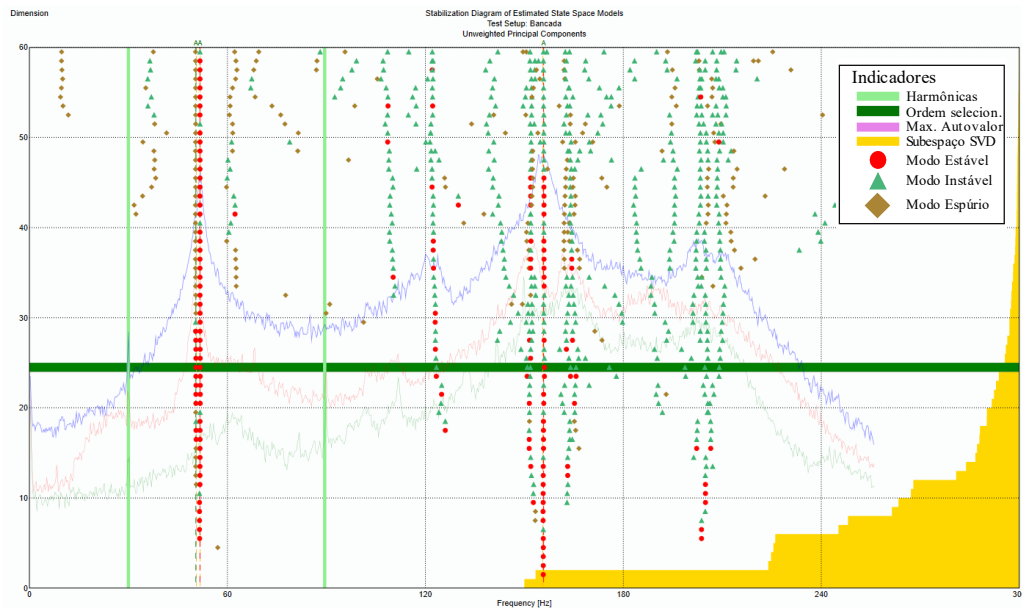


Figura 4.16. Diagrama de estabilização do método SSI para identificação em 30 Hz e ruído forte.

Na tentativa de melhorar a identificação no domínio do tempo para este caso extremo, optou-se em utilizar toda a série de dados, com tempo de aquisição de 300 s. Apesar da menor variância observada no espectro, como mostra a Figura 4.17 e já mencionada anteriormente, a extração dos parâmetros modais não sofreu influência desta condição, mesmo resultado observado nos testes com as demais intensidades de ruído. O diagrama de estabilização gerado pode ser visualizado na Figura 4.18.

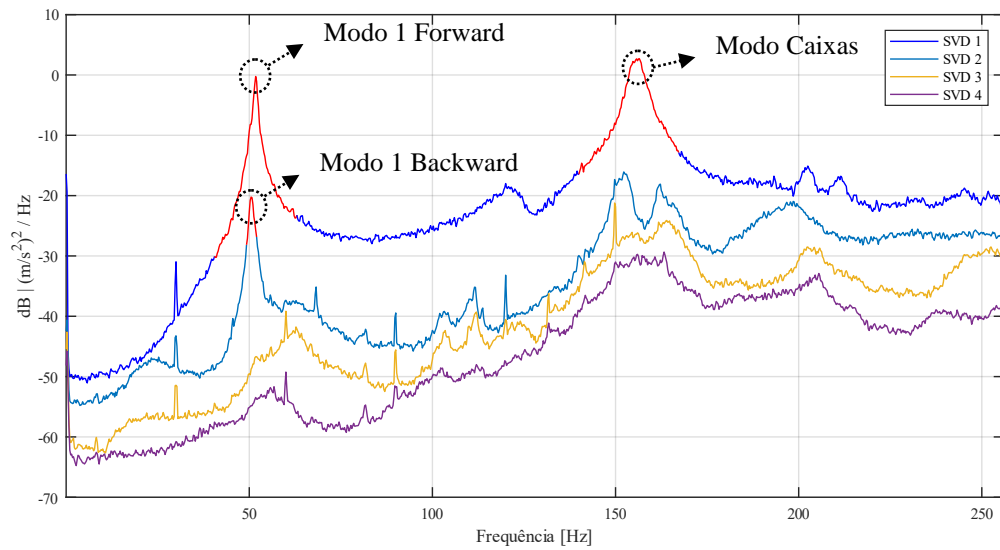


Figura 4.17. Decomposição do espectro para identificação em 30 Hz e ruído forte com maior tempo de aquisição (300 s)

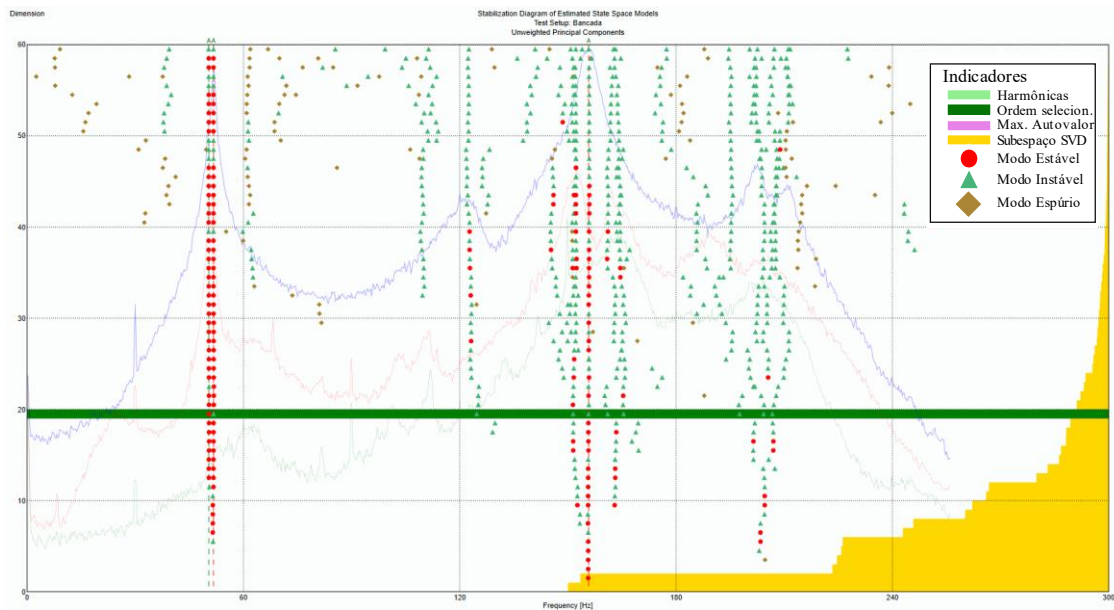


Figura 4.18. Diagrama de estabilização do método SSI para excitação com ruído forte e 300 s de aquisição.

Como se observa na comparação entre a Figura 4.16 e a Figura 4.18, o tempo adicional de aquisição não produziu impacto significativo na estimação dos parâmetros modais. Este fato reforça ser suficiente o parâmetro adotado inicialmente, segundo a Eq. (4.2), para determinar a quantidade de tempo necessário de aquisição para o rotor.

Uma análise também pode ser feita com relação a sistemas com baixa excitação, configurando a intensidade do ruído branco inserido pelo atuador. Este cenário produz um espectro com comportamento bastante diferente dos analisados até aqui, como mostra a Figura 4.19. A falta de excitação para os modos nesta situação é evidente, com uma grande incidência

de picos no espectro, tanto das harmônicas de rotação, quanto da RPFO. A potência do sinal é muito inferior quando comparada ao caso de ruído de alta intensidade. Confrontando o pico do primeiro modo para estes casos, os valores caem de 0 dB para aproximadamente -30 dB.

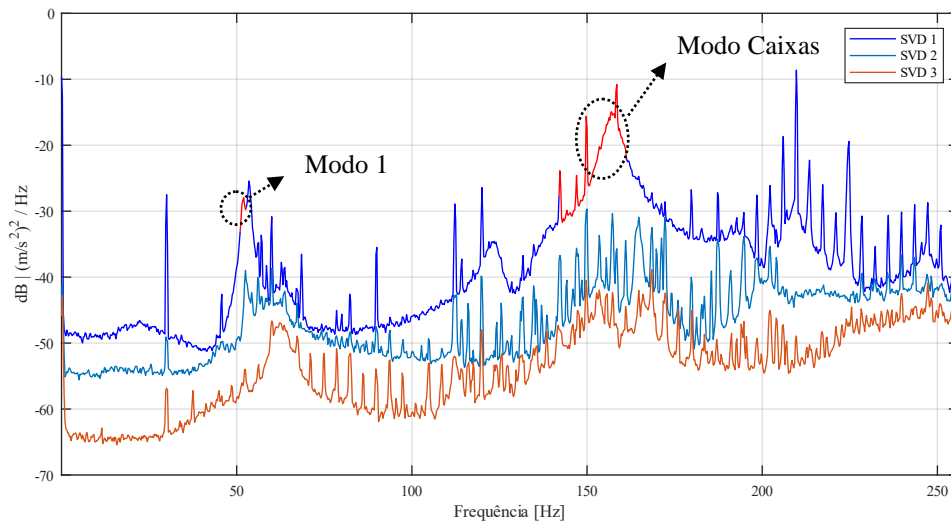


Figura 4.19. Decomposição do espectro para o rotor excitado por um ruído de baixa intensidade.

Apesar de ser possível a extração dos parâmetros modais, a precisão da identificação é comprometida, principalmente com relação aos valores de amortecimento. Quanto à identificação no domínio do tempo, novamente houve uma piora no diagrama de estabilização. Devido às harmônicas e picos presentes no espectro, a ordem do problema foi aumentada e mais uma vez não foi utilizada a ferramenta de otimização do SSI, fazendo com que muitos modos numéricos surgissem no diagrama, conforme Figura 4.20.

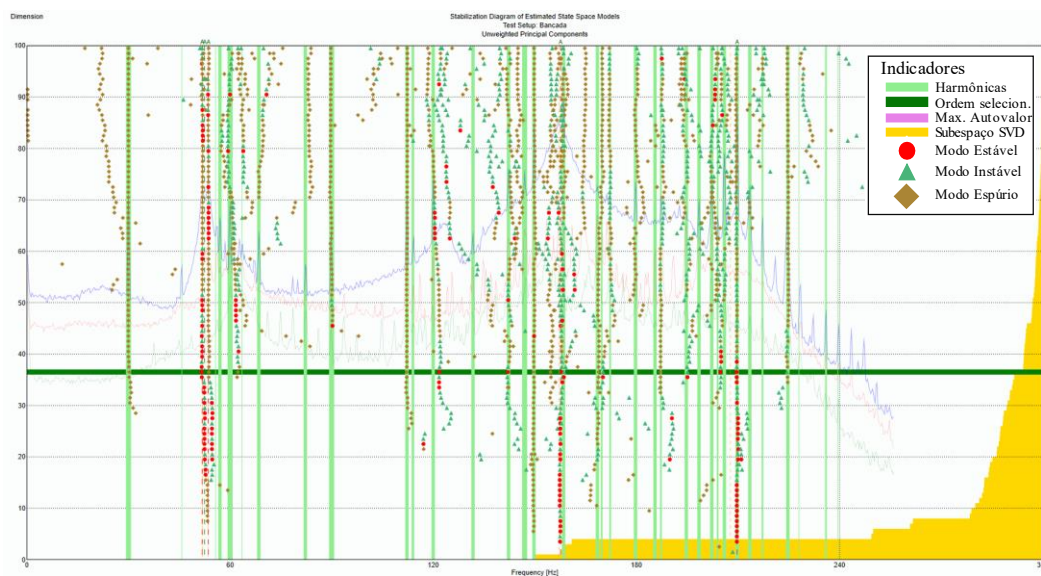


Figura 4.20. Diagrama de estabilização para o rotor excitado por um ruído branco de baixa intensidade.

Finalmente, uma situação muito relevante para ser analisada é aquela em que as excitações não possuem o comportamento de ruído branco. Para avaliar tais condições, propôs-se testes excitando-se o rotor com ruídos coloridos distintos: o ruído azul e o ruído rosa. O ruído rosa é um tipo de vibração na qual a amplitude da densidade espectral de potência (PSD) é inversamente proporcional à frequência Lalanne (2009). O ruído azul, em contrapartida, possui sua PSD proporcional à frequência.

Os ruídos coloridos foram inseridos pelo atuador com a mesma intensidade do ruído branco de nível médio, permitindo comparar apenas os efeitos causados pela alteração da natureza do ruído. Na Figura 4.21, o espectro de resposta do rotor para o ruído médio é apresentado, já na Figura 4.22 o diagrama de estabilização para o método SSI do ruído azul.

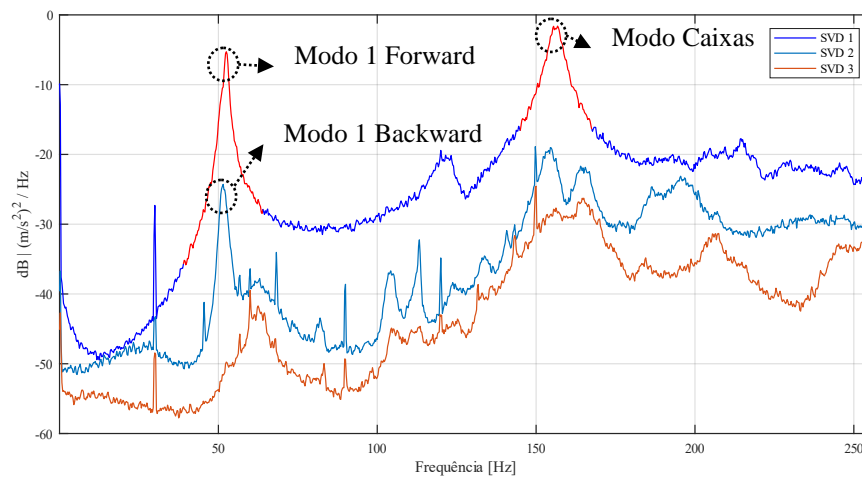


Figura 4.21. Decomposição do espectro para o rotor excitado por um ruído rosa.

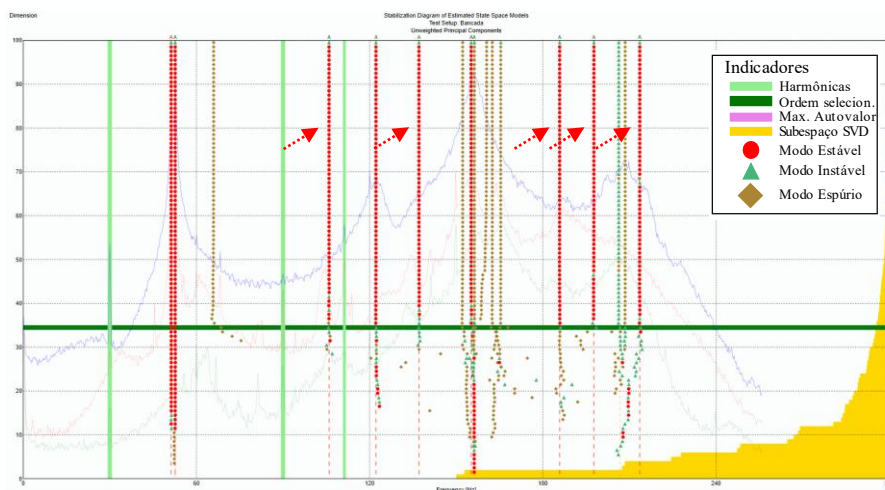


Figura 4.22. Diagrama de estabilização para o rotor excitado por um ruído azul.

Com resultados similares entre os dois tipos de ruídos, nota-se pelo espectro da Figura 4.21 não haver uma diferença considerável entre os resultados se comparados ao caso

de ruído gaussiano. Quanto à extração dos parâmetros modais, também não houve impactos significativos nos valores obtidos. Para o domínio do tempo foi necessário utilizar uma maior ordem do espaço de estados para uma estabilização adequada dos modos. Desta vez, além do surgimento de polos espúrios, vários destes polos ficaram dentro dos valores pré-estabelecidos para identificação dos polos físicos, apontados em vermelho pelas setas na Figura 4.22. Voltando ao equacionamento do SSI, este comportamento pode ser justificado considerando que os vetores  $w_k$  e  $v_k$  são componentes estocásticos assumidos gaussianos de média zero, o que não é válido no caso de ruídos coloridos. Portanto, polos relacionados a excitações que não são gaussianas devem acabar sendo inseridos na própria matriz  $[A]$  do sistema, dificultando a distinção dos polos físicos. Nesse tipo de situação é muito útil comparar os modos estáveis e que atendem ao critério de modo físico com o domínio da frequência, para verificar se há picos correspondentes.

O próximo caso avaliado foi o rotor operando em 45 Hz, livre de qualquer excitação externa. A Figura 4.23 apresenta o espectro deste caso. O objetivo deste teste em uma rotação mais alta é uma tentativa de amplificar possíveis forças existentes durante a operação do rotor, para que de alguma forma isso ajude a identificação dos modos. Porém, como mencionado anteriormente, por se tratar de uma condição controlada em laboratório, é esperado que não existam forças externas suficientes para que a condição de entrada estocástica de um ruído branco no rotor produza resultados suficientes para a identificação dos parâmetros modais do sistema.

De fato, analisando tanto o espectro (Figura 4.23) quanto o diagrama de estabilização (Figura 4.24), não é possível distinguir possíveis modos. A região destacada em vermelho no espectro, que deveria estar relacionado ao primeiro modo, está em frequências muito diferentes, em torno de 68 Hz. Fazendo uma analogia com a Figura 4.19, verifica-se um comportamento padrão do espectro quando a excitação é baixa: surgem diversos picos, que adicionam imprecisão e ruído, os valores de Kurtosis são frequentemente menores que 3 (Figura 4.25 (a)). A STFT (Figura 4.25 (b)) possui um comportamento muito diferente do observado na Figura 4.7, não sendo possível identificar faixas de frequência mais espessas, indicativo de modos físicos, apenas da existência de faixas das harmônicas.



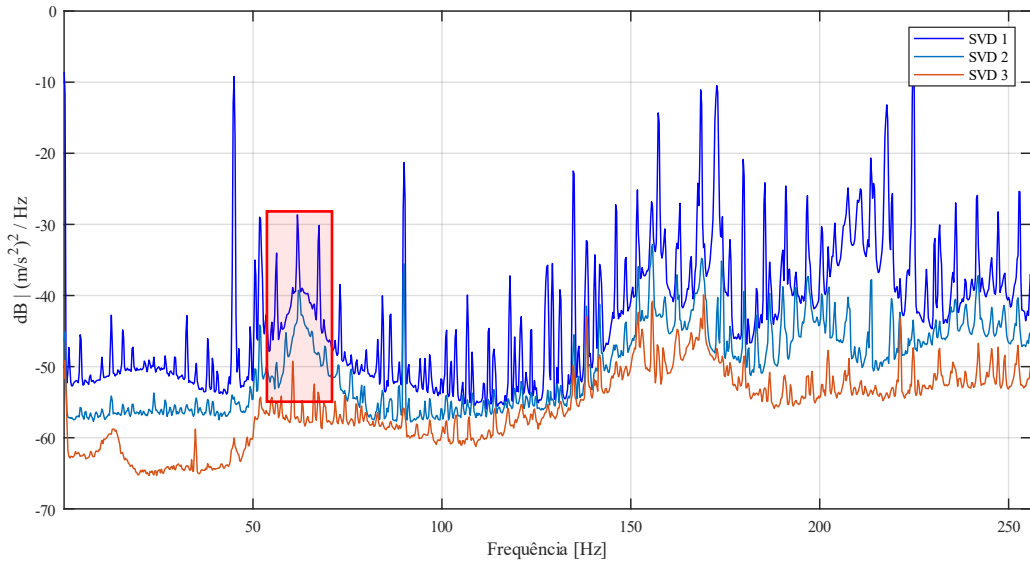


Figura 4.23. Decomposição do espectro para o rotor sem excitação externa.

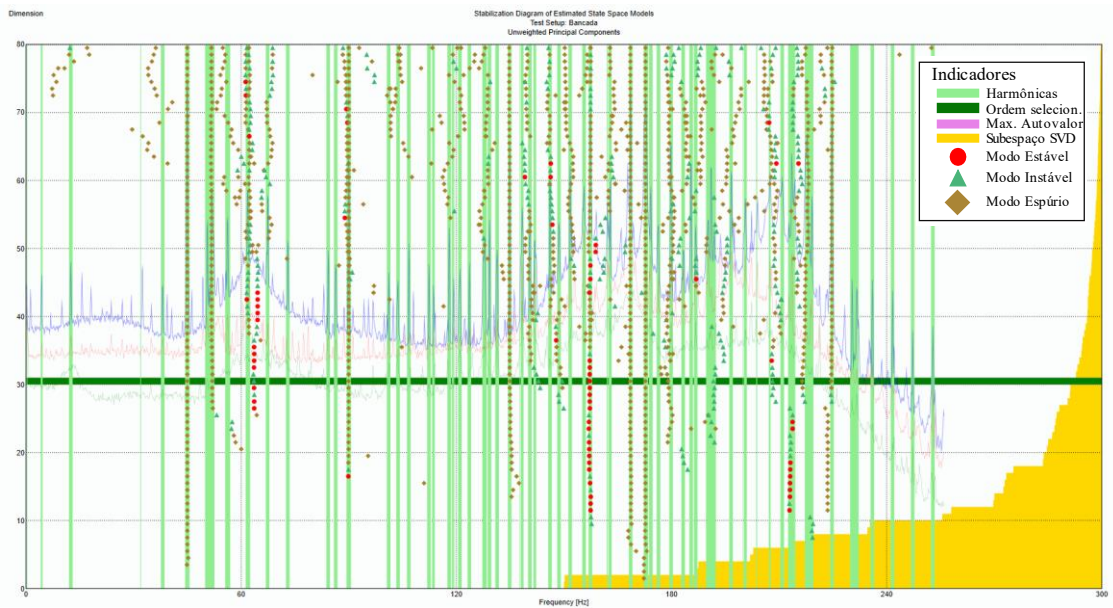
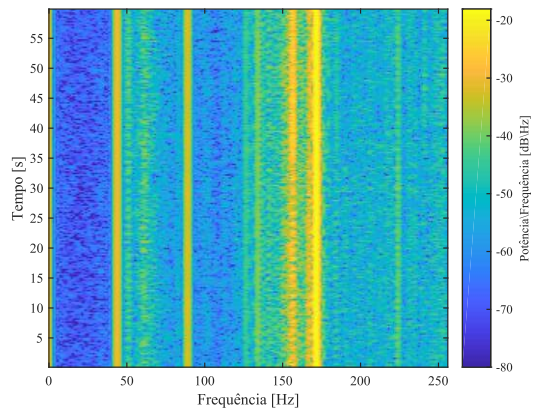
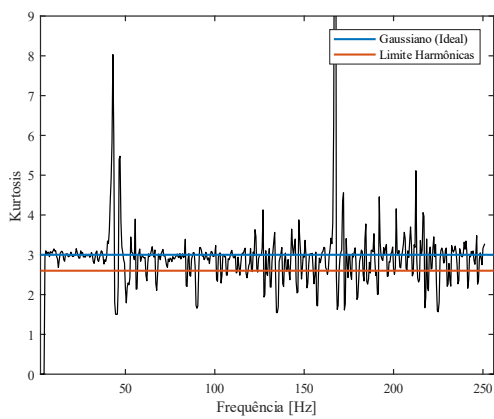


Figura 4.24. Diagrama de estabilização para o rotor sem excitação externa.



(a) (b)

Figura 4.25. Valores de Kurtosis (a) e STFT (b) para o rotor sem excitação externa.

Em casos onde não existem entradas estocásticas suficientes, algumas medidas podem ser adotadas para possibilitar uma melhor identificação dos parâmetros modais. Em textos como em Orlowitz and Brandt (2017) e Brincker and Ventura (2015), frequentemente propõe-se procedimentos chamados de *tapping* ou *brushing* como forma de inserir excitações estocásticas a um sistema. Com isso, em uma situação sem as condições ideais para proceder com a extração dos parâmetros modais, essas simples técnicas podem ser utilizadas com o objetivo de melhorar a análise modal operacional, sem implicar na utilização de entradas controladas ou qualquer outra forma de mecanismo mais sofisticado.

Portanto, avaliando os resultados até aqui apresentados, essa estratégia pode ser útil em dois casos: com o rotor excitado por um ruído branco de baixa intensidade e para o rotor em operação sem qualquer excitação externa. Ambos não produziram resultados satisfatórios devido à baixa excitação a qual o sistema estava submetido. Mantendo exatamente as mesmas condições destes testes anteriores, é possível verificar se essas técnicas propostas realmente são capazes de melhorar os resultados quando aplicadas em um rotor.

Primeiramente, o *tapping* foi aplicado ao rotor excitado por ruído branco de baixa intensidade, produzindo resultados apresentados na Figura 4.26.

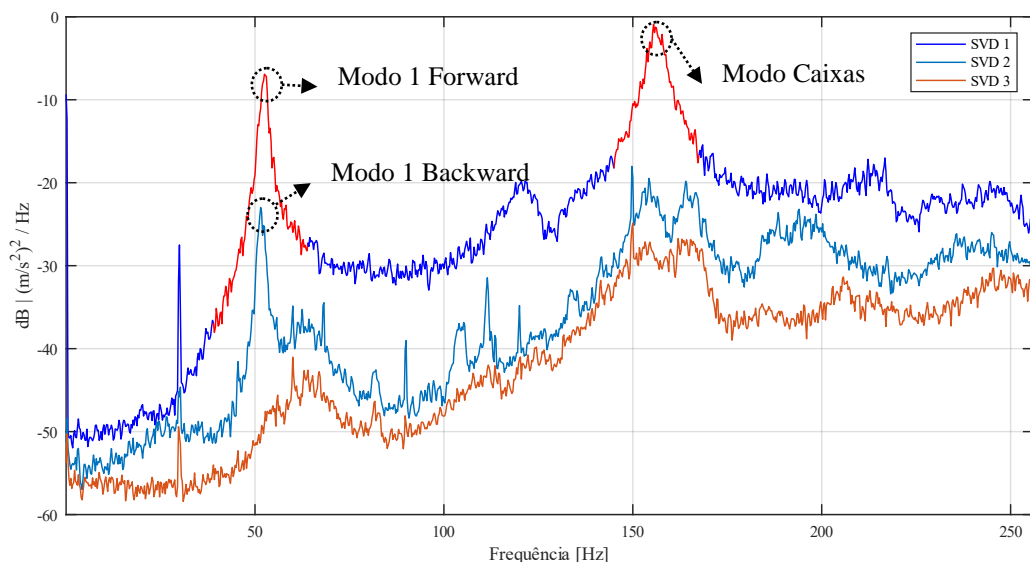


Figura 4.26. Decomposição do espectro para o rotor excitado por um ruído de baixa intensidade e *tapping*.

Se comparada com a Figura 4.19, a transformação produzida na PSD é notável. A excitação é suficiente para uma extração satisfatória dos parâmetros modais, produzindo

resultados com precisão muito superiores se comparados aos previamente obtidos apenas com o ruído branco de baixa intensidade. Não foram necessárias outras medidas, como a de um tempo de aquisição maior para estimação de amortecimento, já que os 60 s foram suficientes para obtenção de valores convergentes. A mesma evolução pode ser apreciada no SSI, como apresentado pela Figura 4.27.

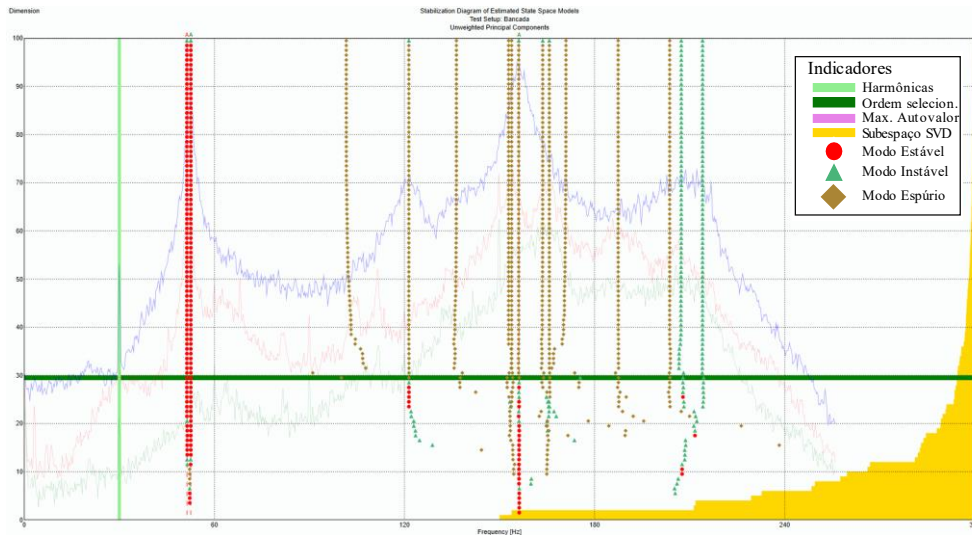


Figura 4.27. Diagrama de estabilização para o rotor excitado por um ruído de baixa intensidade e *tapping*.

Analisando os indicadores de harmônicas, tanto a STFT quanto os valores de Kurtosis também apresentaram a melhora com a inserção do *tapping*, Figura 4.28, assemelhando-se com os valores esperados e observados nos demais testes em que a extração dos parâmetros modais foi satisfatória.

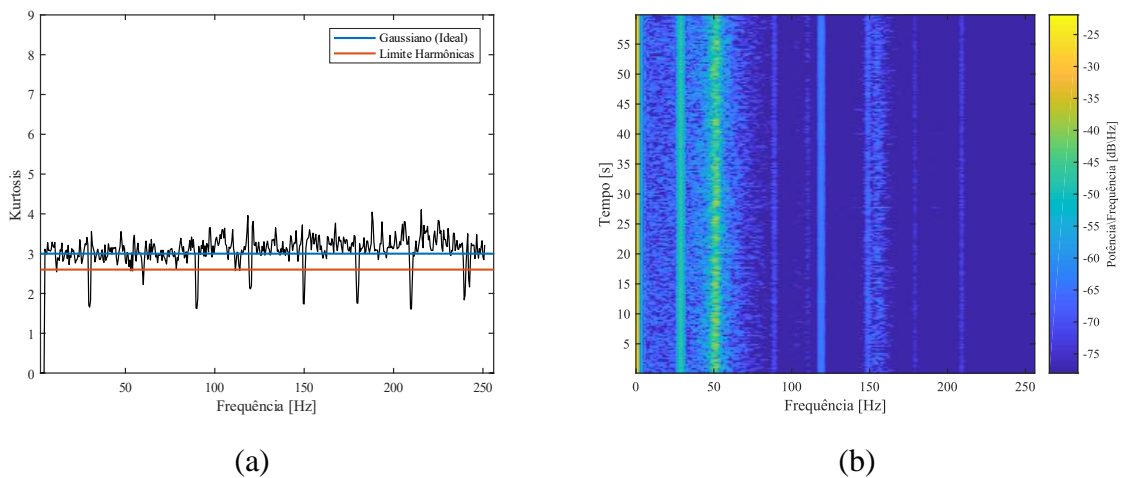


Figura 4.28. Valores de Kurtosis (a) e STFT (b) para o rotor excitado por um ruído de baixa intensidade e *tapping*.



Em uma segunda etapa, utilizou-se o *tapping* no caso mais desafiador: o rotor em operação sem qualquer outra fonte de excitação externa. Aplicando apenas pequenos impactos sobre a estrutura do rotor (disco, eixo e caixa de mancais), foi possível obter uma melhora no espectro quando comparado ao teste do rotor sem excitação externa, como mostra a Figura 4.29. Com o auxílio do software ARTeMIS, foi possível extrair parâmetros modais no domínio da frequência, diferentemente do caso da Figura 4.23. O mesmo resultado foi atingido utilizando o domínio do tempo, conforme ilustrado pelo diagrama de estabilização da Figura 4.30. Porém, diferentemente da combinação entre *tapping* e ruído branco, há grandes indicativos de que a excitação do sistema não era a ideal para a extração dos parâmetros desejados. Os grandes desvios apresentados da densidade espectral são um claro fator que apresenta tal condição. Além disso, novamente os indicadores de Kurtosis e a STFT também se apresentaram semelhantes à Figura 4.25, indicando uma excitação insuficiente para uma identificação mais precisa. Entretanto, o *tapping* exerceu de fato uma diferença fundamental nos resultados de ambos os casos, comprovando sua eficácia e estimulando sua utilização em situações práticas de OMA, já que não é necessária nenhuma ferramenta especial ou medição das forças de entrada.

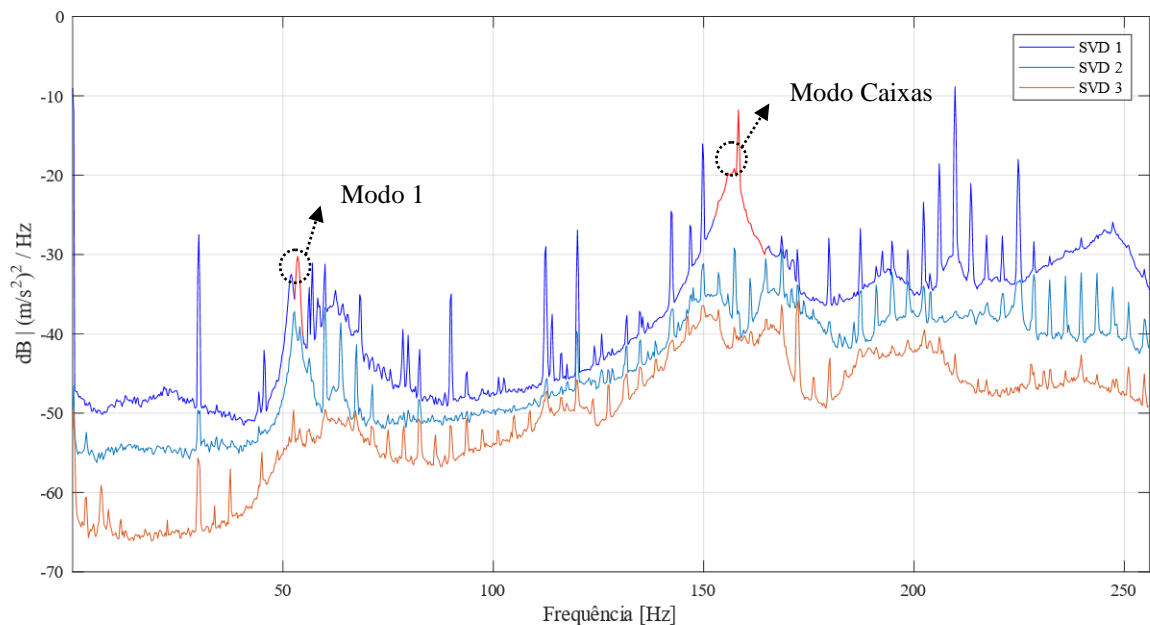


Figura 4.29. Decomposição do espectro para o rotor com excitação através de *tapping*.

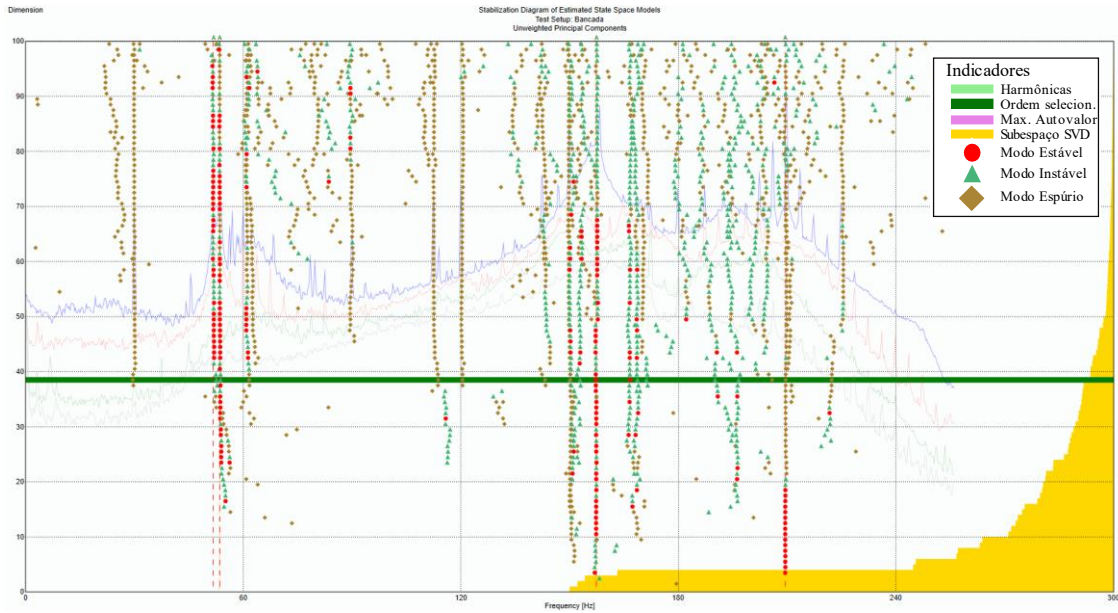


Figura 4.30. Diagrama de estabilização para o rotor com excitação através de *tapping*.

Finalmente, é possível reunir todos as frequências naturais e fatores de amortecimento obtidos nos testes realizados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4. Parâmetros modais extraídos nos casos analisados para o rotor com mancais de rolos.

Teste		Frequência Natural		Fator de Amortecimento
			[Hz]	[%]
Velocidade de Rotação	EFDD	<i>Backward</i>	-	-
		<i>Forward</i>	52,51	1,20
	SSI	<i>Backward</i>	51,1	1,49
		<i>Forward</i>	52,49	0,91
Potência do Ruído Baixa Intensidade	EFDD	<i>Backward</i>	51,19	0,91
		<i>Forward</i>	-	-
	SSI	<i>Backward</i>	51,76	1,06
		<i>Forward</i>	52,50	1,42
Potência do Ruído Alta Intensidade	EFDD	<i>Backward</i>	-	-
		<i>Forward</i>	51,77	1,03
	SSI	<i>Backward</i>	50,33	1,13
		<i>Forward</i>	51,66	0,84
Direções Compostas	EFDD	<i>Backward</i>	50,94	1,15
		<i>Forward</i>	-	-
	SSI	<i>Backward</i>	50,94	1,38
		<i>Forward</i>	52,71	1,10
Ruído Colorido - Ruído Rosa	EFDD	<i>Backward</i>	-	-
		<i>Forward</i>	52,57	1,23

	SSI	<i>Backward</i>	51,22	1,22
		<i>Forward</i>	52,49	0,93
Ruído Colorido - Ruído Azul	EFDD	<i>Backward</i>	-	-
		<i>Forward</i>	52,60	1,07
	SSI	<i>Backward</i>	51,19	1,29
		<i>Forward</i>	52,61	0,68
Operação sem Excitação	EFDD	<i>Backward</i>	-	-
		<i>Forward</i>	-	-
	SSI	<i>Backward</i>	-	-
		<i>Forward</i>	-	-
<i>Tapping</i> na Estrutura	EFDD	<i>Backward</i>	51,85	1,06
		<i>Forward</i>	-	-
	SSI	<i>Backward</i>	51,66	1,69
		<i>Forward</i>	53,54	1,03
<i>Brushing</i>	EFDD	<i>Backward</i>	-	-
		<i>Forward</i>	-	-
	SSI	<i>Backward</i>	-	-
		<i>Forward</i>	-	-
Ruído Branco e <i>Tapping</i>	EFDD	<i>Backward</i>	-	-
		<i>Forward</i>	52,37	1,48
	SSI	<i>Backward</i>	51,32	1,19
		<i>Forward</i>	52,56	1,10
Teste com Carga Estática	EFDD	<i>Backward</i>	-	-
		<i>Forward</i>	52,31	1,82
	SSI	<i>Backward</i>	51,83	1,17
		<i>Forward</i>	53,26	1,26

Para os dados dispostos na Tabela 4.4, seguiu-se rigorosamente a metodologia apresentada no começo desta seção. Analisando ambos os domínios da frequência e do tempo, juntamente de indicadores como Kurtosis e STFT para identificação de harmônicas, modos de vibrar e matrizes de MAC para determinar quais de fato se tratavam de modos físicos do rotor analisado. Para os valores de Kurtosis, porém, foi necessário estabelecer limites mais brandos para a identificação das harmônicas. Como mencionado anteriormente, esperam-se valores próximos de 3 em regiões onde não existam harmônicas, já que em um sistema linear, quando excitado por uma força de distribuição Gaussiana, a tendência é a resposta ter o mesmo tipo de distribuição. Para situações práticas, porém, é recomendável que os valores considerados para identificação de harmônicas tenham uma tolerância, sendo sugerido pelo próprio software ARTEMIS um valor *default* de 2,70. Para o rotor, entretanto, esse limite se mostrou muito alto, sendo necessário adotar um valor de 2,50 para indicar as harmônicas sem que os modos fossem identificados equivocadamente como tais. Vale lembrar que o software, assim como a maioria das aplicações de OMA até o momento, são voltadas para estruturas, sendo esperadas adaptações dos limites de alguns parâmetros para a aplicação em máquinas rotativas, realçando a importância do trabalho aqui apresentado.

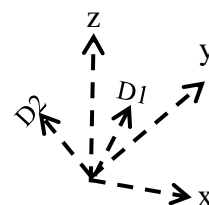
Os testes até aqui avaliados permitiram um melhor entendimento de como as diferentes condições de operação podem influenciar nos métodos de OMA EFDD e SSI para identificação dos parâmetros modais de um rotor. Os métodos se mostraram convergentes e a aplicação destas técnicas de forma efetiva em máquinas rotativas apresenta-se promissora. Em situações onde há excitações de maior intensidade, como o caso de ruído forte, ou especialmente onde as forças se somam de forma independente, como é o caso de ruído baixo em conjunto com o *tapping*, apresentaram resultados satisfatórios, confirmando que também é possível aplicar OMA neste tipo de equipamento, sendo esta uma técnica mais rápida e direta que métodos convencionais, como é o caso do *stepped sine*. Além disso, os métodos de OMA apresentaram uma boa concordância com os resultados de frequência natural e amortecimento obtidos pela técnica clássica de *stepped sine*.

Por fim, propriedades como limites esperados de amortecimento, nível de rejeição de modos baseados no MAC e valores cruzados de MAC foram considerados os mesmos para os casos analisados, já que estes são *inputs* necessários para a utilização do software ARTeMIS. Isso uniformiza os testes e traz menos subjetividade às frequências naturais e fatores de amortecimento extraídos para cada caso.

## 4.2. Rotor com Mancais Hidrodinâmicos

### 4.2.1. Bancada Experimental

Para avaliar as possíveis diferenças e impactos na identificação via OMA, foi montada uma bancada com um rotor suportado por mancais hidrodinâmicos cilíndricos, conforme mostra a Figura 4.31. Estes mancais tendem a aumentar o amortecimento do sistema como um todo e as influências causadas nos algoritmos de identificação ainda são incertas. Por esta razão, utilizou-se da mesma metodologia adotada na seção 4 e o mesmo aparato experimental e de instrumentação, de forma que a variação entre os dois sistemas ficasse concentrada basicamente na diferença entre os mancais. Foram testadas diversas situações de operação, a maioria semelhantes às propostas na Tabela 4.3.



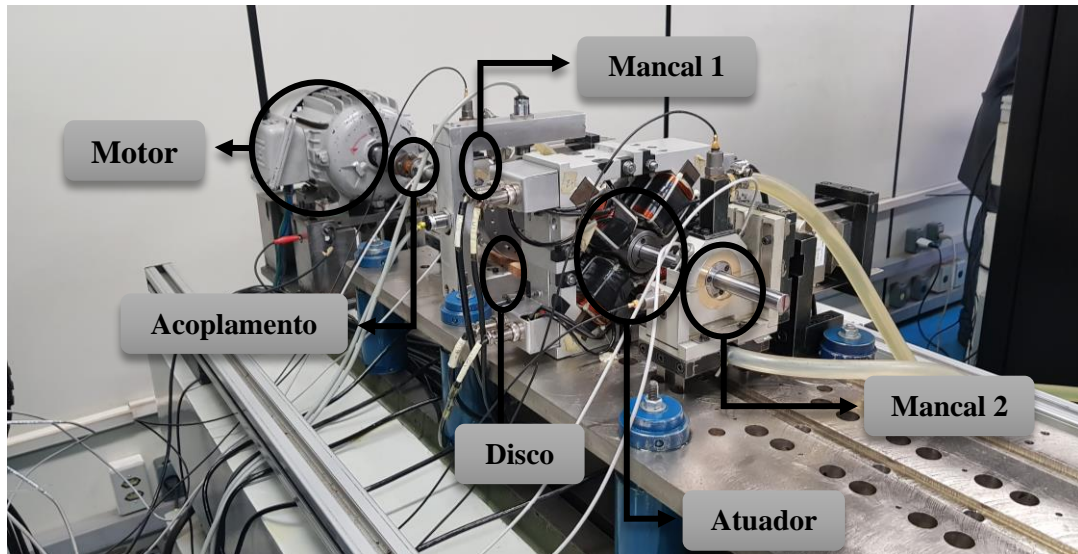


Figura 4.31. Bancada experimental para análise modal operacional de um rotor com mancais hidrodinâmicos.

Analogamente à bancada da seção 4.1, os mancais hidrodinâmicos cilíndricos são fixados de forma a proporcionar uma característica de fundação rígida ao rotor, focando-se apenas no comportamento dinâmico oriundo dos mancais. Os mancais, responsáveis por sustentar o eixo, são de bronze, conforme Figura 4.32 (a), possuem diâmetro  $\varnothing = 31 \text{ mm}$ , largura de  $18 \text{ mm}$  e folga radial  $C_r = 90 \mu\text{m}$ . O bronze, de dureza inferior ao aço, é selecionado para diminuir efeitos de riscamento devido ao atrito com o eixo em situações de partidas e paradas do sistema. Os mancais são fixados em uma base metálica como mostra a Figura 4.32 (b), com estrutura feita de alumínio, utilizado para conferir uma baixa inércia, de forma a não afetar as medições realizadas pelas células de carga, quando estas são utilizadas nos experimentos. Neste mancal, é possível visualizar três orifícios: um furo central, para entrada do óleo, e outros dois furos adjacentes, posicionados a  $45^\circ$  tomando como relação a vertical, para o posicionamento de dois sensores de proximidade, que conseqüentemente estarão a  $90^\circ$  um do outro, com o objetivo de medir os deslocamentos do eixo nesta região, para posterior análises de órbitas.

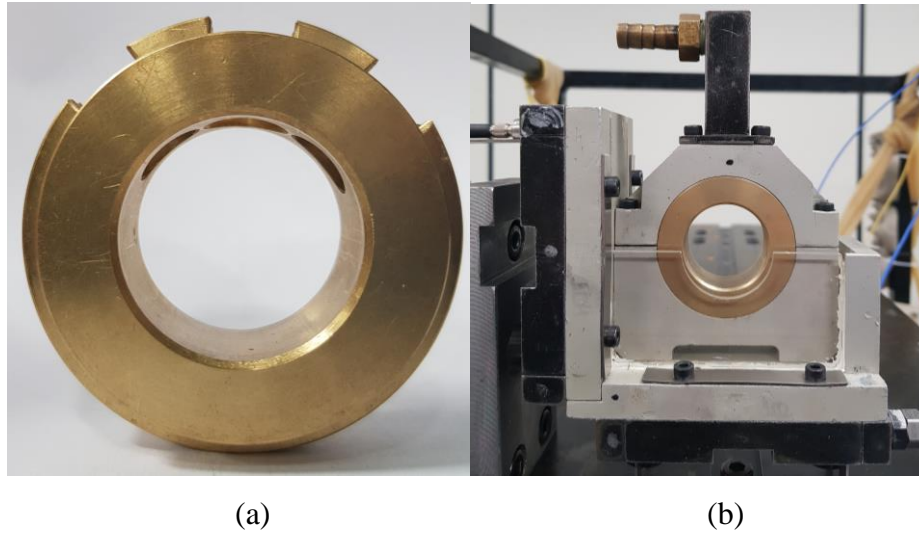


Figura 4.32. Mancal hidrodinâmico de bronze (a) e caixa do mancal utilizada (b).

Para o regime constante de lubrificação, foi utilizada a mesma bomba dosadora do experimento anterior, porém agora ajustada para um fluxo maior do óleo mineral Castrol ASW 32 (ISO VG 32). O escoamento de óleo através do mancal e das laterais da caixa do mesmo faz com que o componente esteja sempre imerso em óleo, afim de evitar possíveis efeitos de cavitação. O óleo é recolhido e retorna para um reservatório, constituindo um sistema fechado de lubrificação, como mostra a Figura 4.33.



Figura 4.33. Sistema de lubrificação da bancada experimental.

Novamente as excitações são controladas através do mesmo atuador magnético, de forma a simular diferentes condições e níveis de ruído branco (e outros tipos de excitação) como entrada para o rotor. A aquisição dos sinais é feita por um total de seis sensores de proximidade e quatro acelerômetros, com a mesma especificação da bancada com mancais de rolamentos,

responsáveis por obter dados tanto da direção horizontal quanto vertical da bancada de testes, estes processados em ambiente LabVIEW™.

Diferentemente das condições analisadas para o rotor suportado por mancais de rolos, alguns testes nesta montagem foram realizados com um desbalanceamento intencional, para avaliar também a influência desta condição nos testes de OMA. A Figura 4.34 apresenta um esquema com as dimensões da bancada.

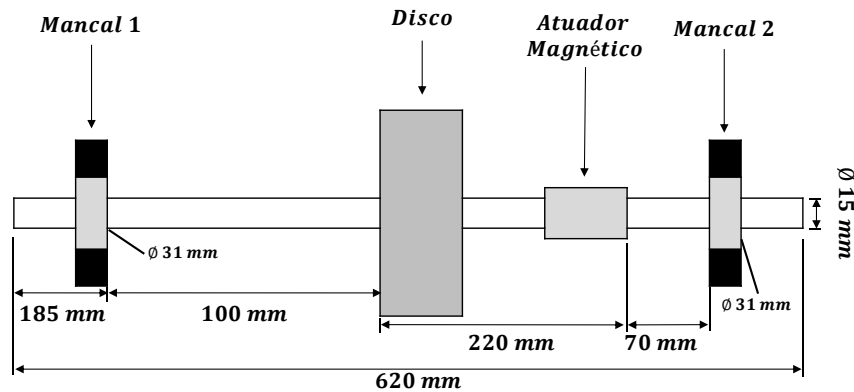


Figura 4.34. Representação esquemática da bancada com mancais hidrodinâmicos.

#### 4.2.2. Procedimento Experimental

O objetivo do experimento é avaliar a aplicação das técnicas estudadas de análise modal operacional em uma bancada de rotor com mancais hidrodinâmicos. Desprezando-se os efeitos de fundação, pretende-se analisar o efeito dinâmico que este tipo de componente pode resultar na extração dos parâmetros modais, confrontando-se com as características estudadas anteriormente no rotor suportado por mancais de rolamento.

Os identificadores empregados anteriormente para o rotor apoiado sobre mancais de rolamento de rolos cilíndricos serão utilizados novamente para distinguir as harmônicas de modos estruturais. Apresentados na subseção 3.2.2, serão utilizadas as três ferramentas: Kurtosis, STFT e valores de MAC. A aplicação em duas construções de rotores tem por finalidade conferir robustez para a metodologia, já que os tipos de mancais conferem diferenças fundamentais tanto à operação quanto às características dinâmicas das máquinas.

Nesta montagem foi possível expandir a gama de testes na bancada. Realizou-se testes em três velocidades distintas: em condição subcrítica, ou seja, em velocidade de rotação inferior à primeira frequência natural do rotor, em velocidade crítica, coincidente com a primeira frequência natural, e, finalmente, acima da velocidade crítica. Com isso, é razoável adiantar que na condição do rotor operando com velocidade crítica  $\Omega = \omega_1$  será necessário

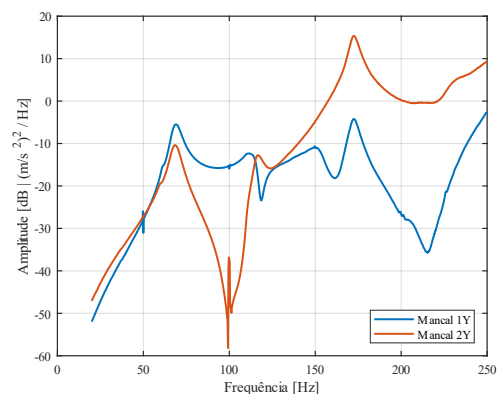
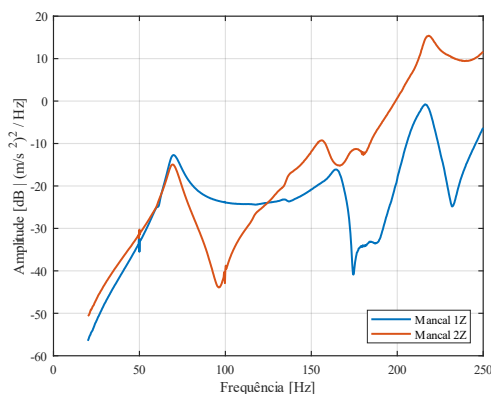


utilizar algum método para lidar com a remoção de harmônicas do sinal, conforme subseção 3.2.3. Complementarmente, estudou-se o efeito na identificação dos parâmetros modais em duas circunstâncias de desbalanceamento: com o rotor balanceado, e conseqüentemente com um pequeno desbalanceamento residual, e com desbalanceamento inserido pela adição de massas de teste. Para compreender melhor os efeitos dessas novas condições, será apresentada uma análise qualitativa da órbita do rotor, maneira mais abrangente para possibilitar entender os efeitos dessas diferentes situações no comportamento dinâmico da máquina.

Os novos testes foram viabilizados especialmente em virtude do diferente nível de amortecimento conferido pelos mancais hidrodinâmicos. Propriedade esta que pode também impactar na extração dos parâmetros modais através dos algoritmos de OMA por efeito de um maior acoplamento do sistema. Desta forma, é pertinente investigar se a precisão da extração dos parâmetros modais será impactada por esta nova condição.

### 4.2.3. Identificação dos Parâmetros Modais

Analogamente ao procedimento utilizado para avaliar a eficiência dos parâmetros extraídos a partir dos algoritmos de OMA empregado na subseção 4.1 anterior, primeiramente investigou-se a bancada através de um método tradicional de EMA para rotores, o *stepped sine*. As excitações dadas por sinais periódicos gerados pelo atuador foram aplicados ao rotor à uma velocidade de rotação de  $\Omega = 50 \text{ Hz}$  e em uma faixa de frequência de  $20 \text{ Hz}$  à  $250 \text{ Hz}$ , com passo de  $0,25 \text{ Hz}$ . A função de resposta em frequência para o rotor suportado por mancais hidrodinâmicos foi obtida utilizando os dados dos acelerômetros, com os valores de amplitude e fase nas Figura 4.35 e Figura 4.36, respectivamente. Para as Figura 4.35(a) e Figura 4.36(a), a excitação foi inserida pelo atuador na direção vertical ( $z$ ). Já nas Figura 4.35(b) Figura 4.36(b), a direção da excitação estava orientada na horizontal ( $y$ ).

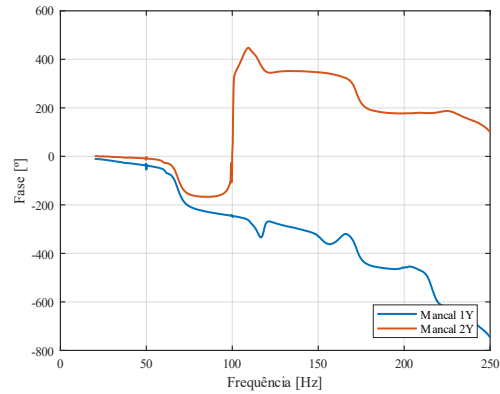
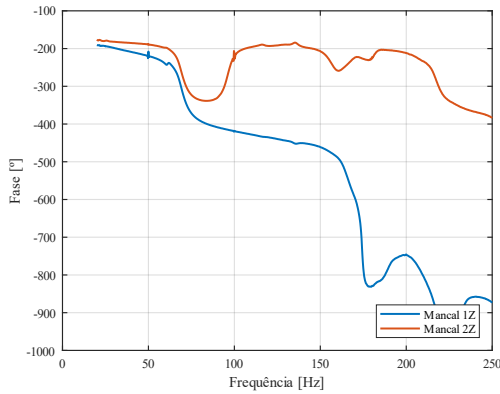




(a)

(b)

Figura 4.35. Amplitude extraída do *stepped sine* utilizando dados dos acelerômetros para o rotor com mancais hidrodinâmicos. (a) Força aplicada na direção vertical z. (b) Força aplicada na direção horizontal y.



(a)

(b)

Figura 4.36. Fase extraída do *stepped sine* utilizando os dados dos acelerômetros para o rotor com mancais hidrodinâmicos. (a) Força aplicada na direção vertical z. (b) Força aplicada na direção horizontal y.

Os parâmetros modais foram novamente extraídos a partir das FRF acima por um método de ajuste de curva com o auxílio do MATLAB. A Tabela 4.5 reúne os parâmetros identificados para ambas as direções horizontal e vertical do primeiro modo do rotor.

Tabela 4.5. Parâmetros modais extraídos a partir do *stepped sine* para o rotor com mancais hidrodinâmicos.

Teste	Direção	Frequência Natural	Amortecimento
		[Hz]	[%]
<i>Stepped Sine</i>	Horizontal	68,75	4,68
	Vertical	69,88	5,52

Os testes propostos para avaliar as diferentes condições de operação do rotor estão dispostos na Tabela 4.6. Nesta construção, como dito anteriormente, as análises em diferentes velocidades de operação levaram em consideração a primeira velocidade crítica do rotor, sendo avaliadas três situações: abaixo, acima e operando em velocidade crítica. Os níveis de intensidade de ruído branco inserido pelo atuador magnético no rotor foram análogos àqueles empregados no rotor suportado por mancais de rolos. Além disso, os novos testes combinaram situações em que o rotor estava intencionalmente desbalanceado, para avaliar como essa combinação de fatores pode influenciar os níveis das harmônicas, por exemplo. O *tapping* também foi explorado em mais detalhes: juntamente à presença de desbalanceamento, avaliou-se também dois níveis de excitação. Para este teste, a intensidade está atrelada à quantidade de excitações aleatórias inseridas ao rotor durante a aquisição. O local de excitação também foi

avaliado: confrontou-se casos onde a excitação é inserida por toda a extensão do rotor (eixo, disco e caixas dos mancais) e em casos onde os pequenos impactos são dados apenas nas caixas dos mancais, sendo essa última situação mais próxima de uma situação encontrada na prática. Testes em regime não estacionário de *run-up* e *run-down* foram executados para mostrar como, através da metodologia utilizada, esse tipo de situação é facilmente visualizada e quais seus efeitos frente os métodos SSI e EFDD. Por fim, foram repetidos os testes de ruído colorido. Nestas condições, foram feitos um total de 54 testes.

Novamente, os valores extraídos de cada teste foram omitidos no decorrer do texto e reunidos ao final desta subseção (Tabela 4.8) para auxiliar a visualização qualitativa dos resultados e contribuir para a compreensão dos efeitos de cada condição, agrupando-os em uma única tabela ao final para permitir uma melhor comparação da precisão dos parâmetros extraídos.

Tabela 4.6. Condições consideradas para extração dos parâmetros modais do rotor com mancais hidrodinâmicos.

<b>Rotação</b> [Hz]	<b>Fs</b> [Hz]	<b>Tempo</b> [s]	<b>Direção</b> Atuador	<b>Teste</b>
50/70/90	2048/4096	240	N.A.	Sem excitação - Balanceado e Desbalanceado
50/70/90	2048/4096	240	Y/Z	Intensidade do Ruído Branco - Balanceado e Desbalanceado
50	2048	240	Y/Z	Ruído Colorido (Azul e Rosa)
50/70/90	2048	240	N.A.	<i>Tapping</i> na Estrutura - Balanceado e Desbalanceado
50/70/90	2048	240	N.A.	<i>Tapping</i> Caixa do Mancal - Balanceado e Desbalanceado
50	2048	240	Z	Ruído branco e <i>Tapping</i>
50	2048	240	Z	Ruído branco e <i>Tapping</i> apenas na Caixa Mancal
50	2048	5400	Y/Z	Stepped Sine
90	2048	240	N.A.	<i>Run Up/Run Down</i>
90	2048	240	Z	<i>Run Up/Run Down</i> e Ruído Branco

Para a análise no domínio da frequência, focando-se nos primeiros modos do rotor, definiu-se o mesmo intervalo de 0 a 256 Hz, utilizando o método de Welch com *overlap* de 50% para visualização da densidade espectral, janelamento Hanning e uma resolução de 0,25 Hz. Manteve-se a análise preferível dos dados fornecidos pelos 4 acelerômetros posicionados nas caixas dos mancais. O tempo de medição, considerado como fator primordial para este tipo de teste, foi novamente avaliado segundo Eq. (4.2). Desta forma, a equação adotada permitiria um tempo de aquisição inferior se comparada com a montagem anterior, já que a menor frequência natural para o rotor suportado por mancais hidrodinâmicos possui um

período menor, sendo que este modo está em torno de 70 Hz, como mostrado pela tabela Tabela 4.5. Para isso, aplicando-se um ruído de média intensidade, comparou-se medições com intervalos de 40 s, 60 s (mesmo utilizado na outra montagem de rotor), e 240 s, conforme Figura 4.37, para avaliar o tempo que seria mais adequado para avaliar o rotor.

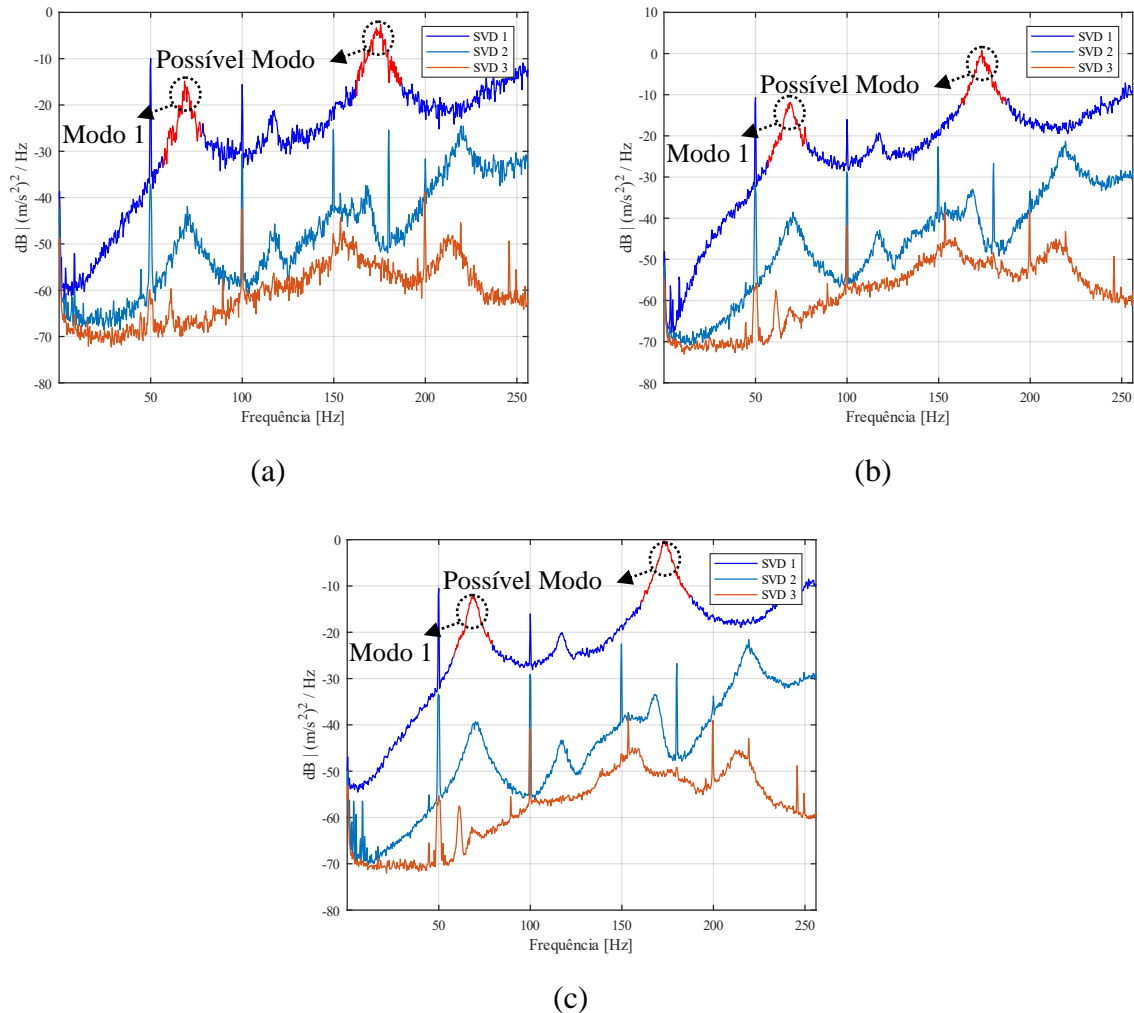


Figura 4.37. Comparação da PSD do rotor excitado por ruído branco de média intensidade com tempo de 40 s (a), 60 s (b) e 240 s (c).

As figuras apresentadas acima mostram que o aumento do tempo de aquisição suaviza as densidades espectrais, melhorando a visualização da decomposição do domínio da frequência, característica já notada anteriormente. Porém, neste caso, os fatores de amortecimento apresentaram um desvio considerável nos tempos de 40 s e 60 s. Este padrão, porém, não se manifestou na extração dos parâmetros modais através do SSI. A maior variância observada na densidade espectral também foi responsável por afetar diretamente a identificação por Kurtosis no sistema. No caso de 40 s, houve um desvio muito grande deste indicador com relação ao valor esperado de 3, gerando grande imprecisão na identificação de harmônicas para

o espectro. Estudos envolvendo a relação entre tempos de medição e o desvio encontrado em fatores de amortecimento são recorrentes na literatura e foram amplamente discutidos em Magalhães et al. (2010). Uma das conclusões dos autores neste *paper* é que em sistemas onde o amortecimento é relativamente alto e não proporcional, com modos de alta complexidade, como é o caso do rotor analisado, há um maior desvio na estimação de fatores de amortecimento em tempos de aquisição reduzidos, sendo necessário o aumento desses tempos para melhor estimativa desse fator. Portanto, optou-se por utilizar tempos de medição de 240 s nos demais testes.

Definidos os tempos para análise do sistema, o próximo passo foi investigar a influência do desbalanceamento no rotor operando sem excitação externa. Verificando as três velocidades descritas na Tabela 4.6, a Figura 4.38 apresenta os resultados para o caso do rotor operando em sua primeira velocidade crítica  $\Omega = 70 \text{ Hz}$ .

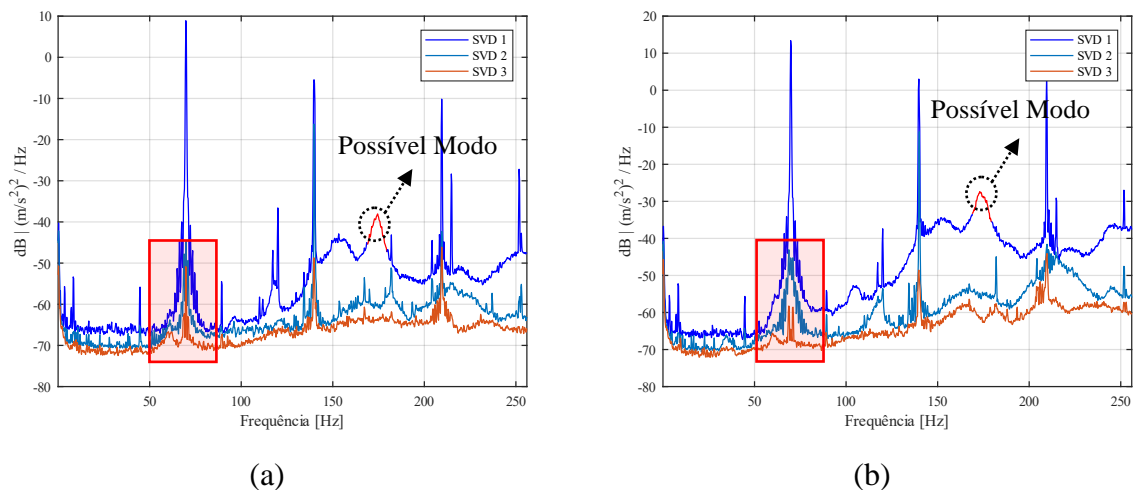


Figura 4.38. Decomposição do espectro para o rotor sem excitação externa balanceado (a) e desbalanceado (b) com  $\Omega = 70 \text{ Hz}$ .

Apesar de uma pequena diferença no nível de energia do espectro entre o caso balanceado e desbalanceado, não é possível notar outras diferenças significativas para a análise modal do rotor, já que sem a aplicação de uma excitação estocástica, não é possível identificar o primeiro modo do rotor, localizado na faixa de  $70 \text{ Hz}$ , em nenhuma das três velocidades de operação analisadas. Vale destacar, no entanto, que a harmônica correspondente à velocidade de rotação apresenta um comportamento diferente de harmônicas identificadas anteriormente, em todas as velocidades, possuindo uma base mais larga, como destacado em vermelho na figura anterior. Ainda no caso acima, foi possível identificar um pico de um possível modo. Este fato é curioso, pois na ausência de excitação externa, não é esperado quantidade de excitação estocástica suficiente para excitação dos modos físicos do rotor, como já discutido

para o rotor com mancais de rolamentos e como apresentado para o próprio rotor com mancais hidrodinâmicos nas demais rotações testadas de  $\Omega = 50 \text{ Hz}$  e  $\Omega = 90 \text{ Hz}$ . Esse mesmo possível modo também pode ser identificado como um polo estável no diagrama de estabilização do SSI, segundo Figura 4.39.

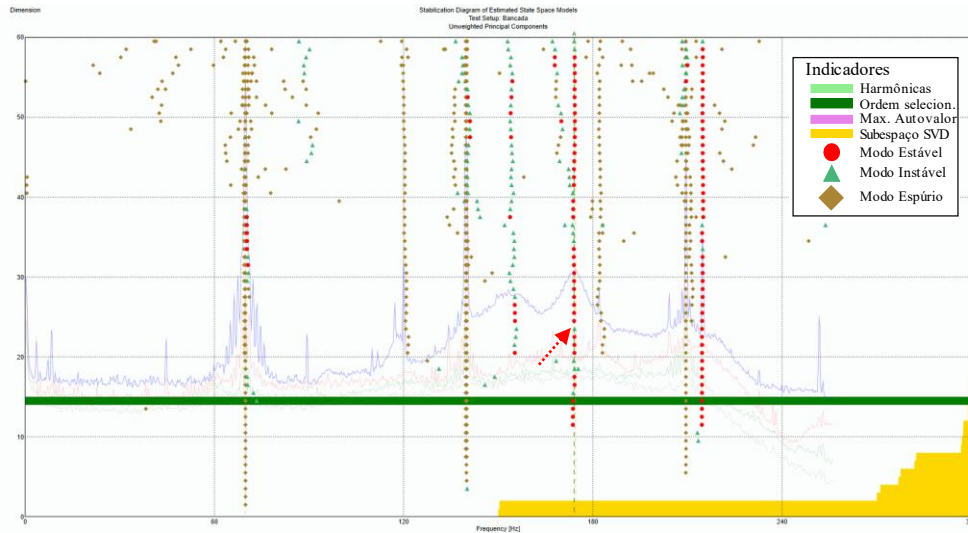


Figura 4.39. Diagrama de estabilização do método SSI rotor balanceado com  $\Omega = 70 \text{ Hz}$  sem excitação externa.

É provável que a condição de operação tenha influenciado para que este possível modo tivesse quantidade de excitação suficiente para ser identificado, porém, sua natureza ainda requer uma análise mais aprofundada, para determinar se realmente ele é um modo inerente ao rotor, e que será feita posteriormente.

O próximo teste propõe analisar as situações em que o rotor é excitado pelo atuador magnético através de um ruído branco de diferentes intensidades, variando-se condições operacionais de velocidade, balanceamento e frequência de amostragem.

As consequências das diferentes condições de forças aplicadas, neste caso o ruído branco, são avaliadas qualitativamente através das órbitas descritas pelo disco e os valores médios em RMS dos acelerômetros para cada caso, como mostra a Figura 4.40 para a rotação de  $50 \text{ Hz}$ , com o rotor operando balanceado e o ruído branco aplicado na direção vertical  $z$ .

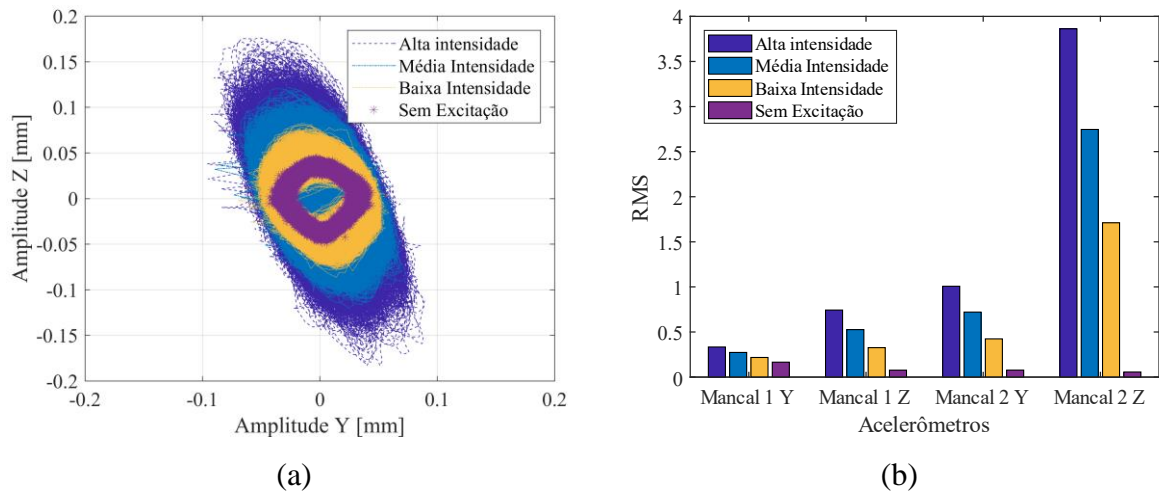


Figura 4.40. Órbitas do disco (a) e valores em RMS dos acelerômetros (b) em diferentes condições de excitação.

Variar a intensidade do ruído e os níveis adotados apresentam um comportamento similar ao observado para a outra montagem, apresentada na Figura 4.14. Todavia, apesar dos parâmetros inseridos no atuador serem iguais para os dois casos, a diferença dos valores absolutos de amplitude entre a montagem do rotor com mancais hidrodinâmicos e de rolos é considerável, sendo que esta última montagem analisada apresenta, no geral, amplitudes que são metade daquelas observadas no caso anterior. Outro destaque se deve aos valores de RMS muito superiores apresentados pelo acelerômetro posicionado na vertical do mancal 2, conforme Figura 4.40 (b). Este comportamento é causado pela proximidade que este mancal se encontra do ponto de aplicação da força na montagem atual. Portanto, os acelerômetros posicionados neste mancal e responsáveis pela aquisição na direção da aplicação da força tendem a apresentar acelerações bem mais elevadas que aquelas vistas nos demais sensores, justificando o valor em RMS elevado.

Para entender como essa diferença do comportamento dinâmico impacta a extração dos parâmetros modais, propõe-se a avaliação preliminar dos indicadores de Kurtosis e STFT para o rotor sob a aplicação dos três níveis de ruídos, disponíveis na respectivamente nas Figura 4.41 e Figura 4.42. O procedimento foi realizado nas três rotações de 50 Hz, 70 Hz e 90 Hz e com aplicação do ruído tanto na direção vertical quanto horizontal, sendo mostrado a seguir os resultados para a rotação de 50 Hz e aplicação das forças na vertical.

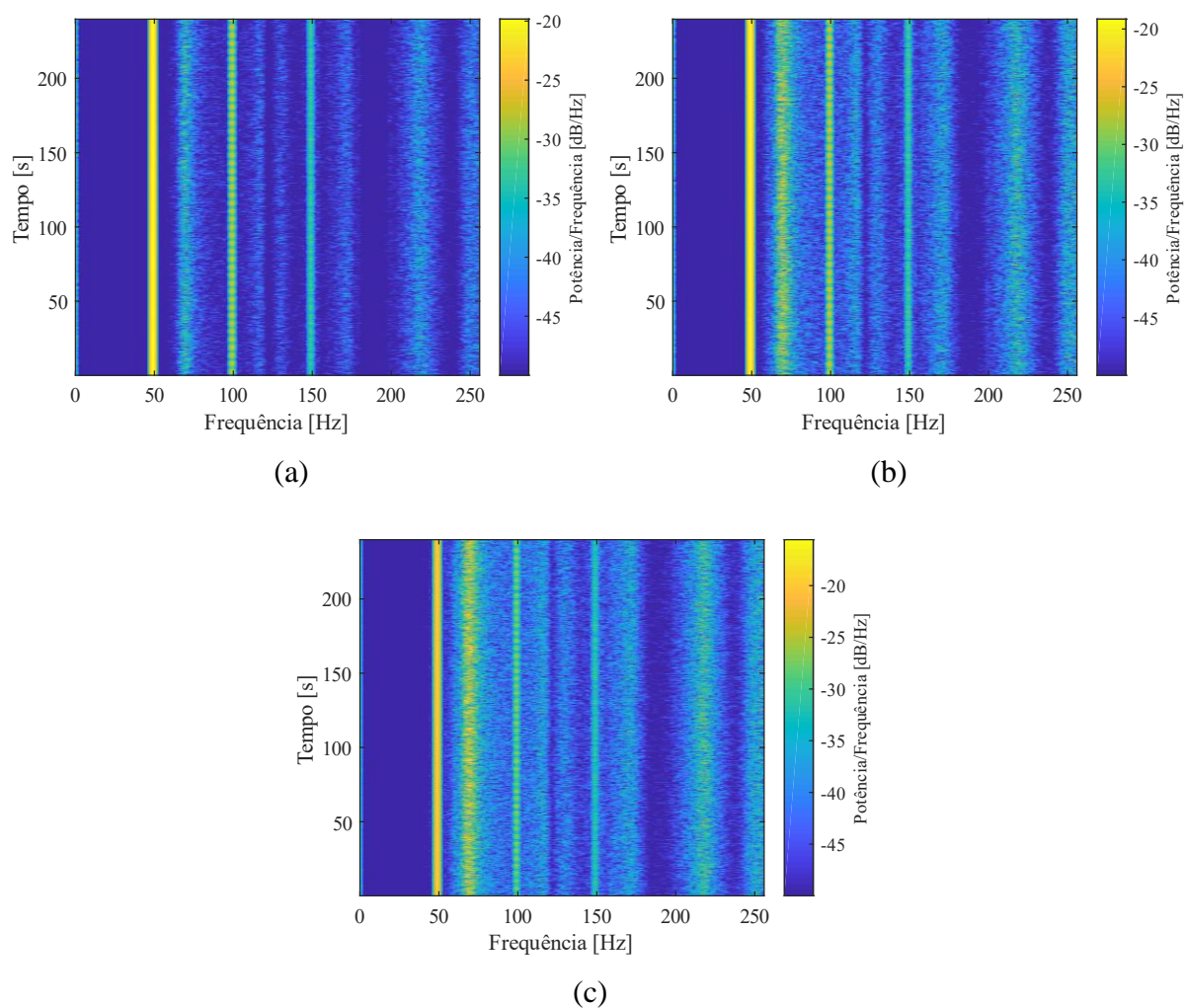
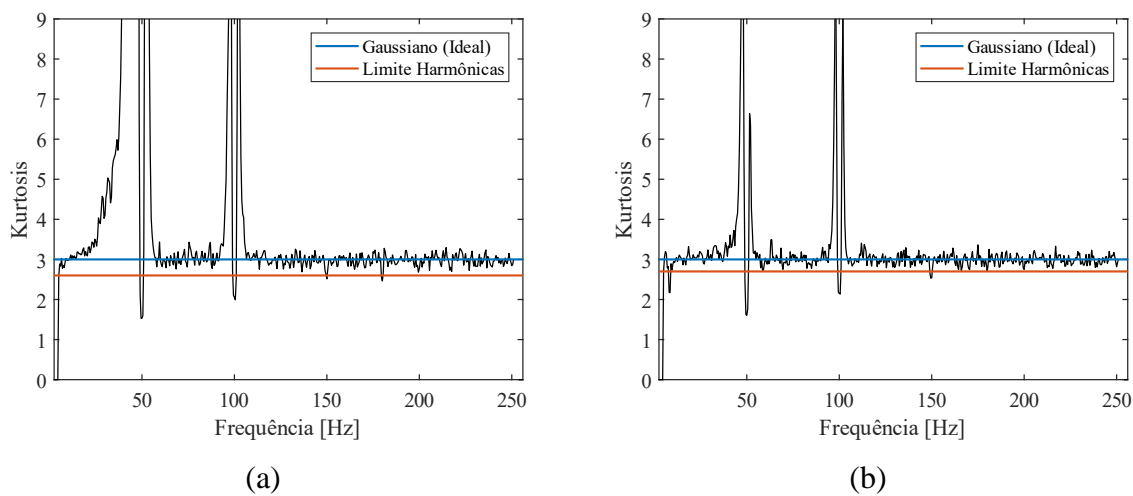
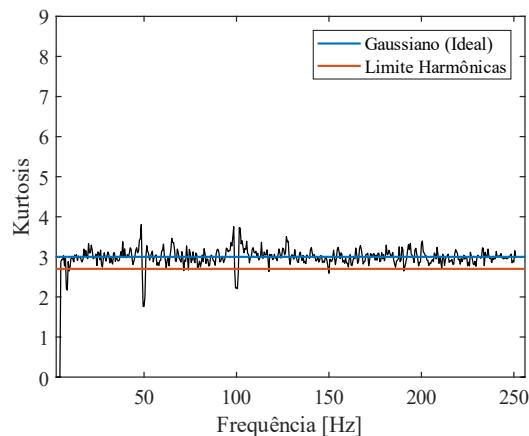


Figura 4.41. STFT para cada um dos níveis de ruído testados na velocidade de 50 Hz. (a) ruído de baixa intensidade, (b) ruído de média intensidade e (c) ruído de alta intensidade.





(c)

Figura 4.42. Kurtosis para cada um dos níveis de ruído testados na velocidade de 50 Hz. (a) ruído de baixa intensidade, (b) ruído de média intensidade e (c) ruído de alta intensidade.

A Figura 4.41 reflete a diferença de excitação entre os três níveis de ruído branco, em ordem crescente. É possível visualizar como o ruído de média intensidade é responsável por aumentar a energia do sistema se comparado ao ruído de baixa intensidade, especialmente na banda de frequência do primeiro modo; e como o ruído de alta intensidade mantém elevados níveis de excitação no sistema, que por vezes interfere negativamente na extração dos parâmetros modais, principalmente quando aplicado o método de identificação no domínio do tempo, SSI, como será discutido posteriormente. Ainda através da STFT, nota-se como o aumento da excitação tem comportamento diferente para o primeiro modo do rotor, em 70 Hz, e para o possível modo na banda de 173 Hz. Neste de frequência mais alta, o nível de energia indicado apresenta uma variação de potência dB muito inferior se comparado à variação do modo em 70 Hz nos três casos. Além disso, o fato deste modo em 173 Hz não apresentar duas curvas de valores singulares próximas na densidade espectral, indicando justamente a existência de modos próximos acoplados característicos neste tipo de rotor, levou à conclusão de se tratar de um modo de caixas dos mancais, que é diferente da frequência encontrada na montagem anterior pois as caixas também são diferentes. Os indicadores de Kurtosis da Figura 4.42 possuem comportamento análogo nos três casos, já que são capazes de identificar corretamente as componentes de harmônicas proporcionais à velocidade de rotação nos três casos.

Quanto aos métodos de OMA, a decomposição do espectro apresentou comportamento semelhante nos três casos de intensidade do ruído. Como mostrado para o rotor com rolamentos, a principal diferença para a análise no domínio da frequência entre os níveis de ruído branco está na amplitude da densidade espectral, fator diretamente relacionado à energia do sistema, como definido pelo próprio conceito de densidade espectral apresentado na



seção 3.2. Porém, diferentemente do concluído anteriormente para o rotor com mancais de rolos, mesmo com o ruído branco de baixa intensidade foi possível extrair os parâmetros modais e obter resultados satisfatórios, como mostra a Figura 4.43.

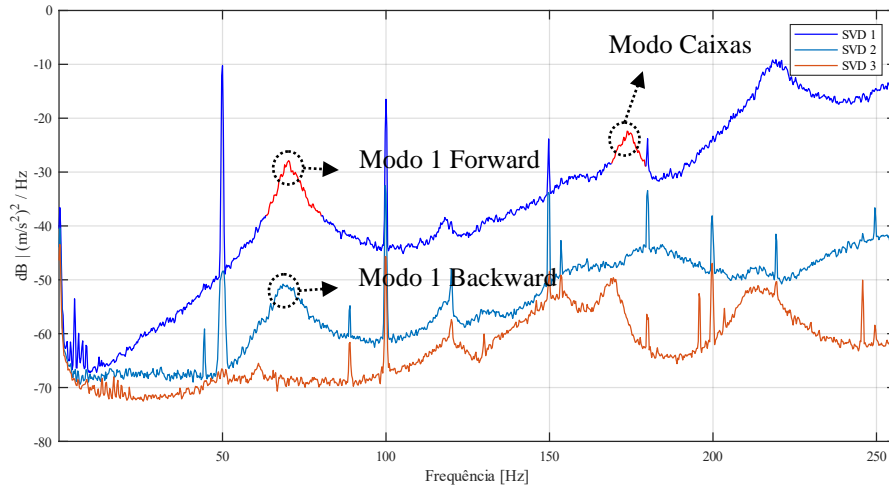


Figura 4.43. Decomposição do espectro para o rotor com mancais hidrodinâmicos excitado por um ruído de baixa intensidade.

O resultado da Figura 4.43 é particularmente interessante, pois se comparado à Figura 4.19, esta segunda montagem apresentou uma melhor resposta quanto à excitação de baixa intensidade, sendo possível a extração dos parâmetros modais mesmo em situações onde anteriormente não era viável. Para verificar o limite para aplicação de OMA, um novo ruído de menor intensidade foi imposto (Figura 4.44). Nessa nova condição, a amplitude da órbita do disco é de cerca de metade da já apresentada pelo ruído de baixa intensidade.

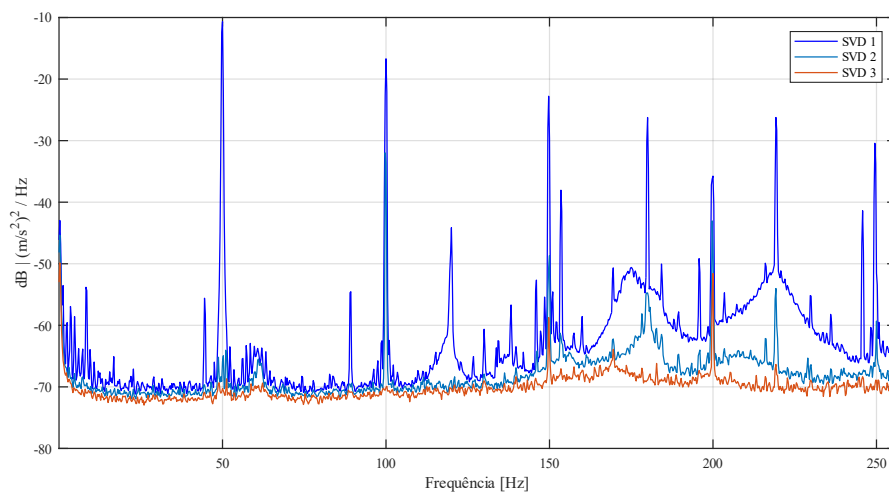


Figura 4.44. Decomposição do espectro para o rotor com mancais hidrodinâmicos excitado por um ruído com intensidade inferior.

Agora, a PSD (Figura 4.44) se aproxima do resultado anteriormente obtido na Figura 4.19, não sendo possível proceder com a identificação dos fatores modais através de OMA devido à baixa excitação do sistema.

Juntamente com as análises anteriores através da decomposição do espectro das repostas, é relevante avaliar os efeitos das diferentes condições de ruído branco também para o domínio do tempo. Mais uma vez, a identificação por meio do SSI para condições de maior excitação demandou um maior esforço para obtenção de uma dimensão capaz de fornecer uma estimativa satisfatória para o primeiro modo do rotor. Como consequência, quando excitado pelo ruído de alta intensidade ou mesmo operando na rotação de 90 Hz, o algoritmo gera uma maior quantidade de polos no diagrama de estabilização (Figura 4.45), exigindo uma análise mais criteriosa quanto à matriz de MAC e aos intervalos pré-definidos de estabilização, identificação de harmônicas e comparação entre os picos do espectro para uma correta identificação de modos físicos. Em situações como esta, uma ferramenta útil para validação da dimensão escolhida é a reconstrução do espectro a partir do modelo selecionado do SSI, comparando-se o espectro gerado pelas respostas ao espectro resultante do modelo de espaço de estados, conforme Figura 4.46. Esse procedimento permite analisar quão semelhante o espectro do modelo obtido a partir das respostas é com relação ao espectro das respostas, justamente uma das vantagens do SSI-*data* se comparado ao SSI-*cov*, como destacado por Peeters and De Roeck (1999).

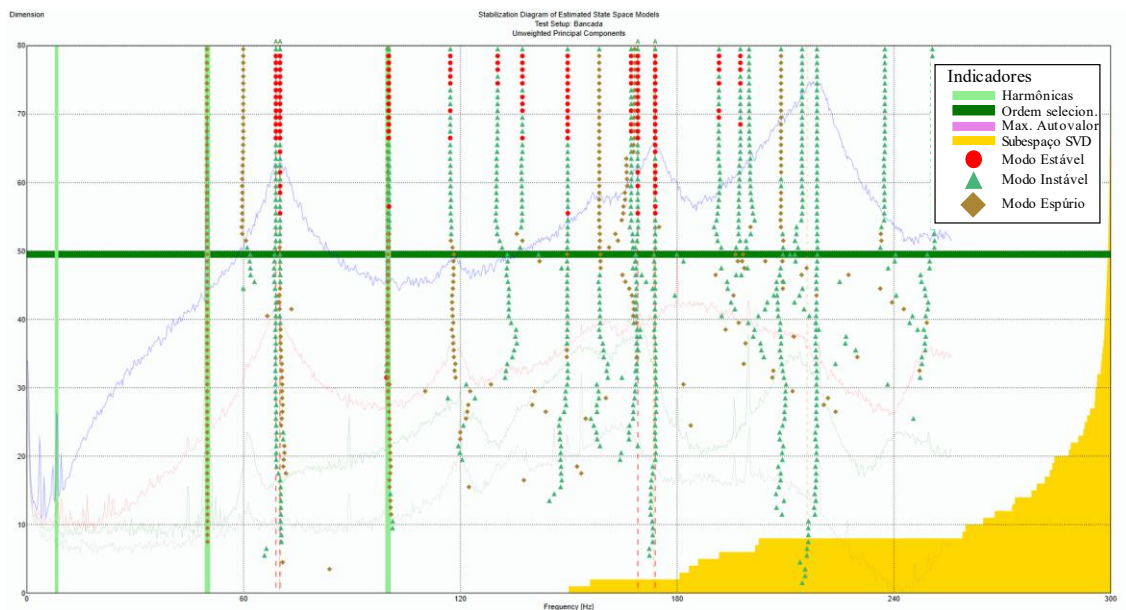


Figura 4.45. Diagrama de estabilização para o rotor excitado por um ruído branco de alta intensidade em rotação de 50 Hz.

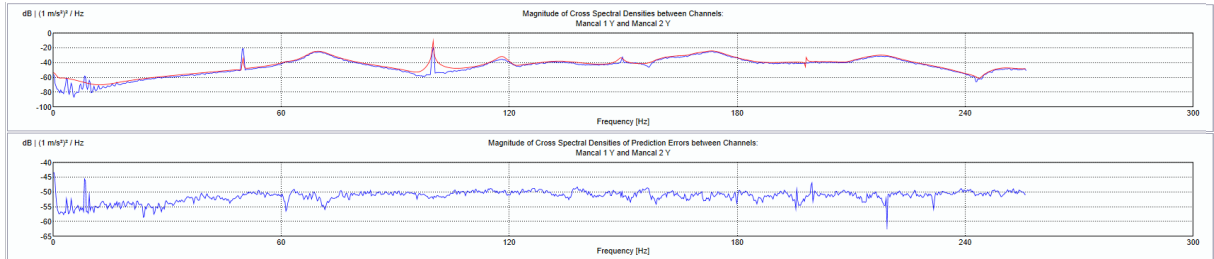


Figura 4.46. Comparativo entre o espectro dos dados de medição e o espectro obtido através do modelo extraído do SSI.

A Figura 4.46 indica o ajuste entre o modelo obtido através das projeções dos dados de resposta pelo SSI e o espectro obtido diretamente dos dados da aquisição. Esta comparação pode ser feita termo a termo da matriz espectral, ou seja, é possível comparar diretamente os termos diretos e cruzados da PSD. Relembrando a metodologia abordada para o SSI na seção 3.2, mais precisamente a forma que já inclui os ganhos do filtro de Kalman (Equação (3.62)), a interpretação da figura acima é feita da seguinte maneira: o gráfico superior representa a parcela relacionada à matriz  $[A]$  do sistema, portanto deve ser a mais próxima possível do espectro obtido diretamente dos dados do sistema, já que quanto mais preciso o ajuste melhor será a semelhança entre o modelo do SSI e os dados medidos e, desta maneira, a extração dos parâmetros modais. Já a figura inferior apresenta o erro entre o modelo real e o modelo SSI, que como dito anteriormente deve ser um resíduo não correlacionado e se aproximar à um ruído branco, que no domínio da frequência nada mais é que uma faixa constante dentro da janela de espectro analisado, como demonstra o erro na Figura 4.46, conferindo um bom ajuste do modelo aos dados.

Operando na velocidade crítica de 70 Hz, é indispensável empregar uma ferramenta de remoção de harmônicas para realizar a identificação dos fatores relacionados ao primeiro modo. A existência de uma harmônica sobreposta, em um primeiro momento, inviabiliza a extração dos parâmetros modais, como se pode inferir da Figura 4.47.

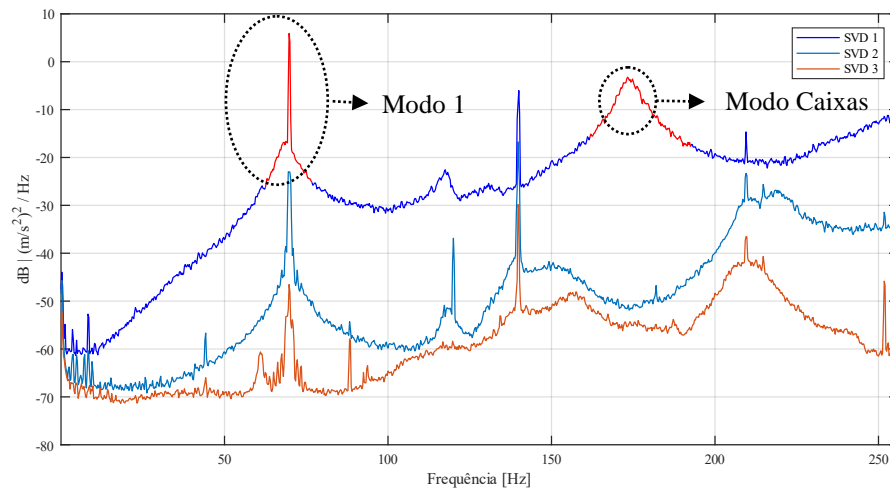


Figura 4.47. Decomposição do espectro para o rotor com mancais hidrodinâmicos excitado por um ruído médio operando em sua velocidade crítica.

Na situação proposta acima, a curva selecionada do espectro para extração dos parâmetros modais via transformada inversa de Fourier também inclui a harmônica relacionada à velocidade de rotação, geralmente relacionada a algum tipo de desbalanceamento residual no rotor. Portanto, em situações práticas, ao aplicar OMA em um rotor operando em sua velocidade crítica, apesar desta condição não ser comum, é necessário empregar algum tipo de ferramenta capaz de remover a influência desta força. É importante ressaltar, entretanto, que operar em velocidade crítica não é a única condição em que a remoção de harmônicas é necessária: na verdade, é imprescindível para a correta identificação dos parâmetros modais que a remoção de harmônicas seja realizada toda vez que uma dessas forças seja coincidente com um modo de interesse, ou quando esta esteja próxima o suficiente para influenciar na extração dos fatores modais. Por exemplo, para o mesmo rotor analisado, operar na velocidade de 35 Hz seria uma condição em que a harmônica proporcional ao dobro da velocidade de rotação também exigiria a aplicação de alguma técnica de remoção de harmônicas.

Desta forma, procedendo com análise da situação proposta na Figura 4.47 e em concordância com os métodos discutidos no item 3.2.3, o primeiro passo para efetivamente remover as harmônicas é identificá-las corretamente, mantendo a mesma metodologia aplicada nos demais resultados, conforme Figura 4.48, e na sequência utilizar a ferramenta de remoção de harmônicas baseada em projeções ortogonais, que resulta na densidade espectral da Figura 4.49.

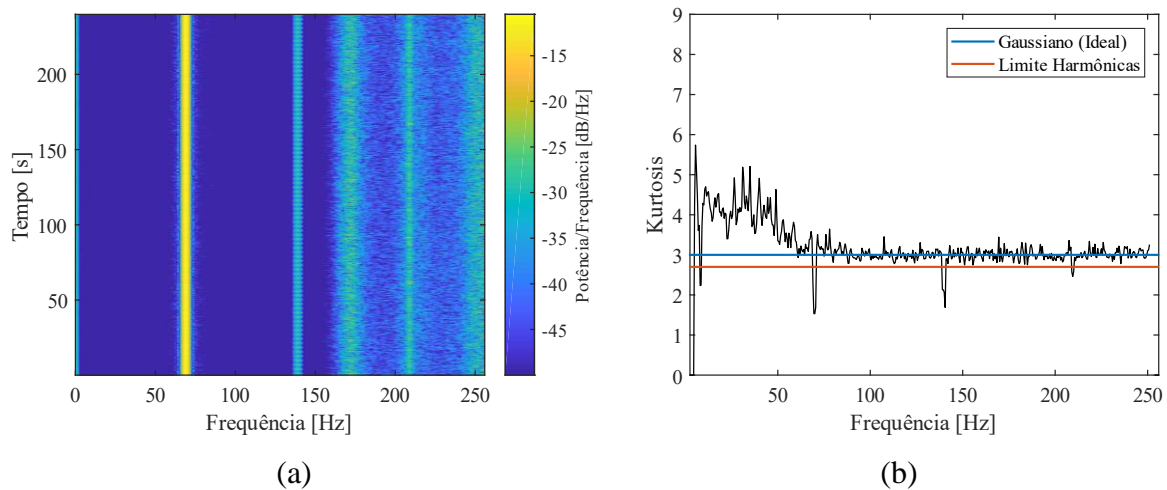


Figura 4.48. Indicadores STFT (a) e Kurtosis (b) utilizados para identificação de harmônicas no caso do rotor com mancais hidrodinâmicos operando em sua velocidade crítica.

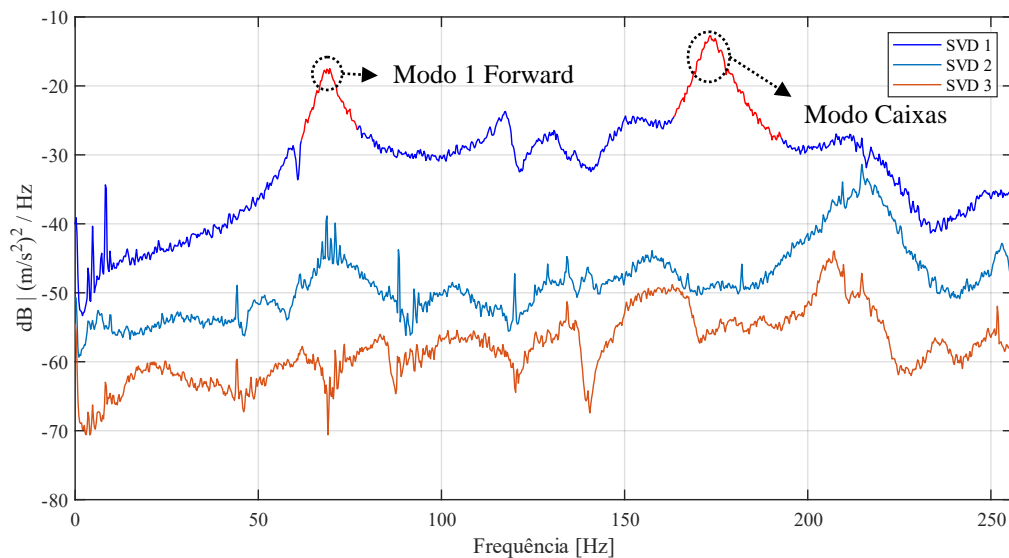


Figura 4.49. Decomposição do espectro para o rotor com mancais hidrodinâmicos após remoção das harmônicas.

Com este novo passo, a remoção das componentes harmônicas diretamente dos dados medidos produziu resultados em concordância com os demais testes (como disposto na Tabela 4.8). Mesmo identificado que o modo 1 estava sob a influência de uma harmônica, como indicado na Figura 4.48 (b), se fossem extraídos parâmetros modais nestas condições, os valores obtidos seriam totalmente influenciados pelo baixo amortecimento característico das harmônicas, que interferem na parcela estocástica necessária para aplicação dos algoritmos de OMA. A Tabela 4.7 destaca a diferença entre os valores identificados de frequência natural e fator de amortecimento para antes e depois da remoção das harmônicas, deixando claro a necessidade do uso deste procedimento neste tipo de cenário.

Tabela 4.7. Comparação entre os fatores modais identificados antes e depois da aplicação da ferramenta de remoção de harmônicos.

Teste		Frequência Natural [Hz]	Fator de Amortecimento [%]
Antes da Remoção	EFDD	<i>Backward</i>	69,13
		<i>Forward</i>	-
	SSI	<i>Backward</i>	69,01
		<i>Forward</i>	-
Depois da Remoção	EFDD	<i>Backward</i>	68,93
		<i>Forward</i>	-
	SSI	<i>Backward</i>	68,91
		<i>Forward</i>	70,35

A massa desbalanceada inserida no rotor não resultou em impactos significativos na extração dos parâmetros modais a partir da resposta do rotor. De acordo com Figura 4.50 (a), as órbitas do disco sofreram alterações, mas estas não foram suficientes para gerar algum tipo de complicação na identificação, tanto no domínio da frequência, como mostrado na Figura 4.50 (b), como no diagrama de estabilização no SSI.

A diferença entre a direção de atuação do ruído branco pelo atuador magnético segue o mesmo padrão observado nos resultados da montagem anterior: quando inserida na direção vertical, o espectro tende a apresentar na primeira curva dos valores singulares um pico correspondente ao modo direto do primeiro modo, enquanto que se inserido na horizontal, o primeiro pico representará o modo retrógrado.

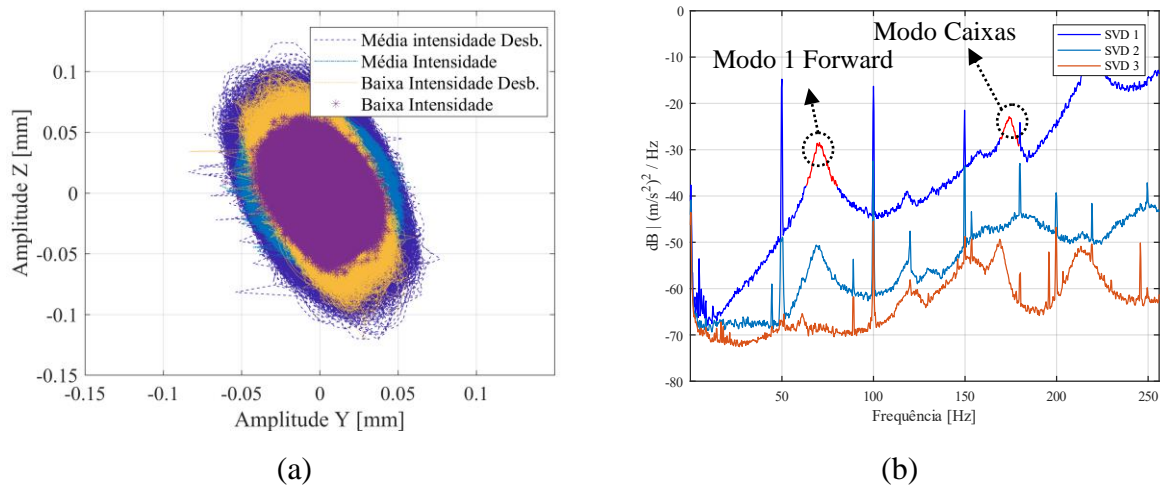


Figura 4.50. Comparação entre órbitas do disco entre condição balanceada e desbalanceada (a) e espectro para o caso com desbalanceamento e excitação por ruído branco de baixa intensidade (b).

Os testes realizados aplicando ruído colorido, de propriedades similares daqueles aplicados no rotor suportado por mancais de rolos, apresentaram resultados semelhantes: os diagramas de estabilização necessitam de uma ordem ligeiramente superior para que modos físicos se estabilizem, além de indicar diversos modos estáveis que não estão ligados ao rotor em si, mas ao polos inseridos pelas excitações, já que estas não são mais puramente um ruído branco.

Para os testes de *tapping*, a primeira situação explorada consistiu em aplicar os sutis impactos com o martelo por toda a estrutura do rotor. Neste procedimento, o objetivo é fornecer pequenas excitações distribuídas aleatoriamente no tempo e espaço, conferindo condições estocásticas suficientes para a aplicação dos métodos de OMA. Foram realizados dois ensaios na mesma condição de operação, porém variando-se a frequência com que são aplicadas as excitações na estrutura do rotor. A Figura 4.51 (a) apresenta a PSD para o rotor operando em 50 Hz balanceado, no qual foram aplicadas 36 pequenas marteladas, enquanto que a Figura 4.51 (b) mostra a decomposição espectral para o rotor excitado através de 82 marteladas. A diferença entre os dois casos é evidente: a PSD possui uma dispersão muito menor para o caso em que as excitações foram aplicadas de maneira mais espaçada no tempo. Este comportamento pode ser atribuído a dois fatores: com a aplicação de uma maior quantidade de impulsos sobre a estrutura, há uma maior quantidade de energia no sistema, como indicado nos indicadores de STFT, fato que pode incorrer em não linearidades que atrapalham a identificação dos parâmetros modais. Além disso, em ambos os casos, há proeminência de um pico na faixa de frequência de 60 Hz, porém no teste onde foram aplicadas mais excitações, este pico se encaixa nos critérios de estabilização do SSI, dificultando assim a extração dos parâmetros modais, como pode ser visto comparando-se as Figura 4.52 e o modo estável indicado na Figura 4.53. Nestes dois casos foi utilizada a mesma dimensão do SSI e a mesma ordem de modelo foi selecionada, afim de obter uma comparação em que a alteração fosse apenas devida ao procedimento de *tapping*. Vale destacar, porém, que independentemente da quantidade de excitações inseridas, foi possível extrair os parâmetros modais do rotor para pelo menos uma das direções do primeiro modo, o que é uma evolução se comparado ao *tapping* sem excitação da Figura 4.29, em que o nível de excitação foi insuficiente para garantir uma boa extração dos parâmetros modais.

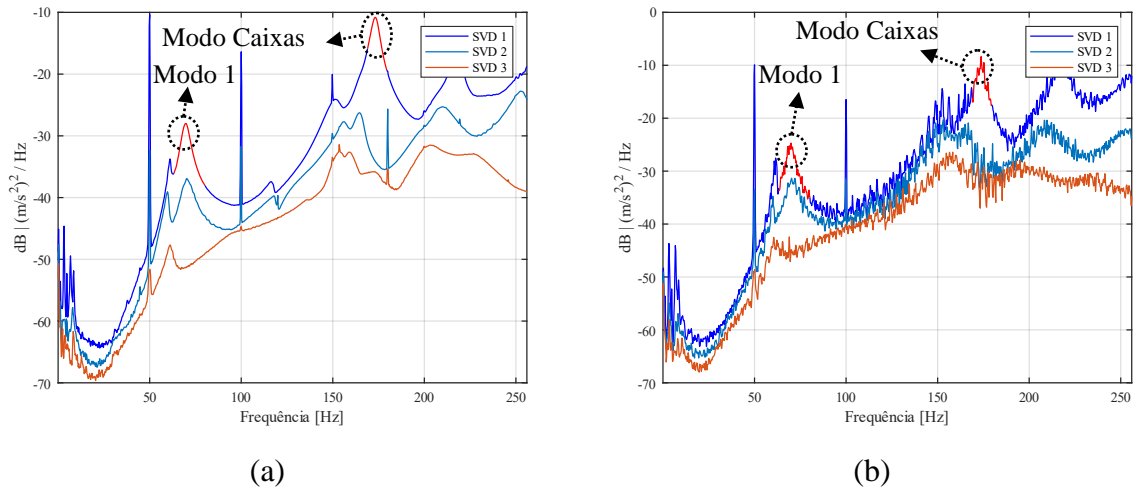


Figura 4.51. Decomposição do espectro para testes diferentes de *tapping*.

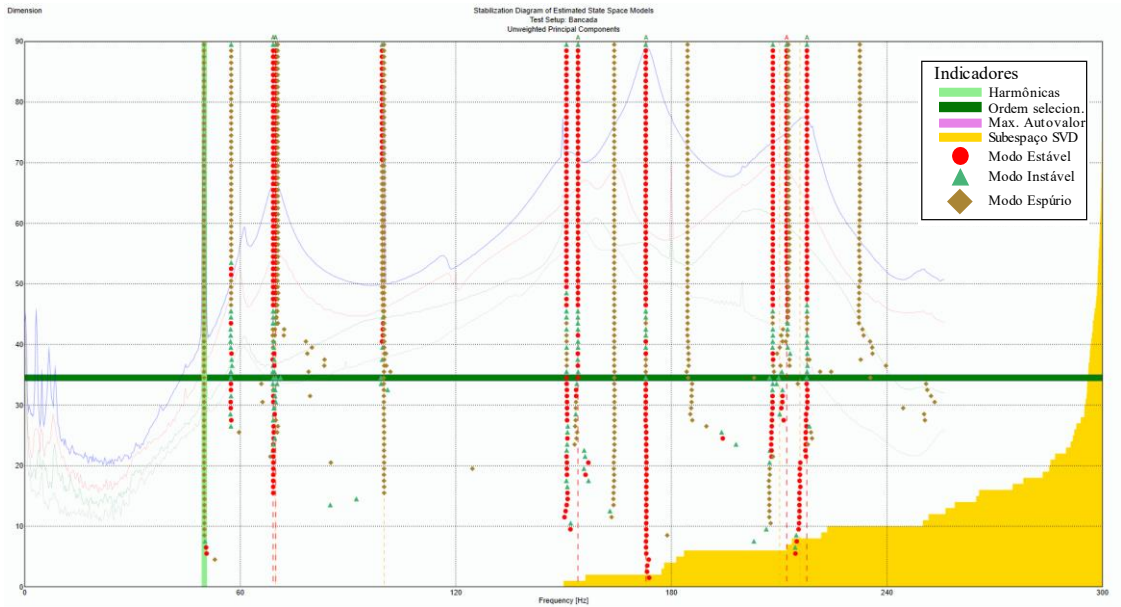


Figura 4.52. Diagrama de estabilização para o método SSI no teste de *tapping* com 36 excitações.



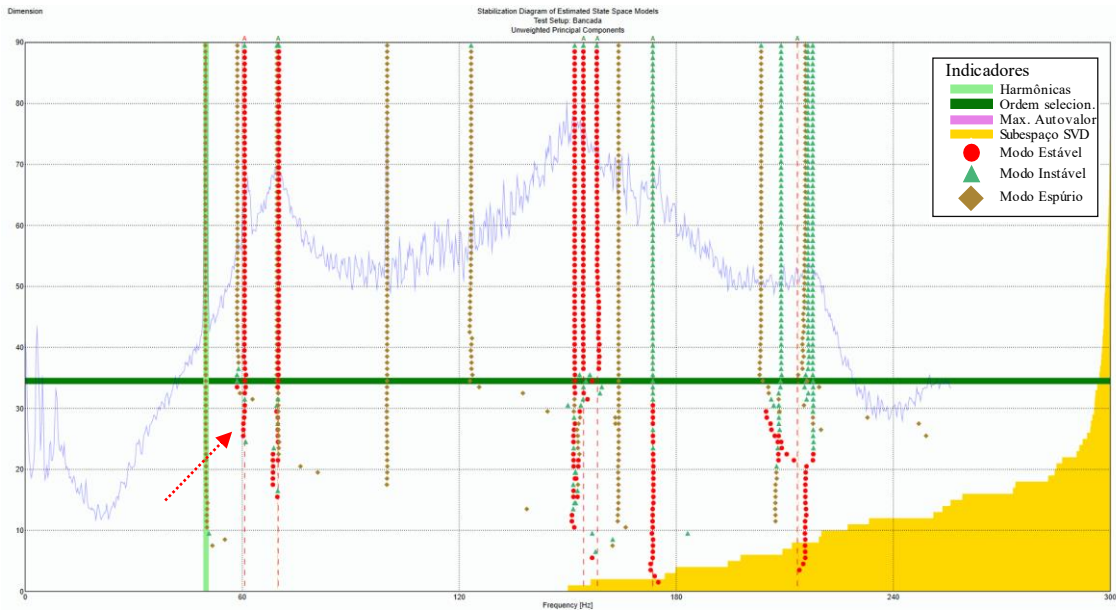


Figura 4.53. Diagrama de estabilização para o método SSI no teste de *tapping* com 82 excitações.

Na segunda condição estudada, o objetivo do *tapping* era confrontar os resultados obtidos entre os rotores balanceado e desbalanceado. Entretanto, variar o nível de desbalanceamento do sistema não apresentou diferenças notáveis na extração dos parâmetros modais, como mostra a Tabela 4.8.

Em busca de uma maior fidelidade com testes realizados em máquinas reais, estudou-se a aplicação das excitações apenas através das caixas dos mancais, já que estes componentes geralmente são mais acessíveis em equipamentos em operação. Portanto, alterado o local de inserção das excitações, outra vez foram analisados testes de *tapping* variando-se a quantidade de excitações inseridas no rotor através dos mancais, indicados na Figura 4.54.

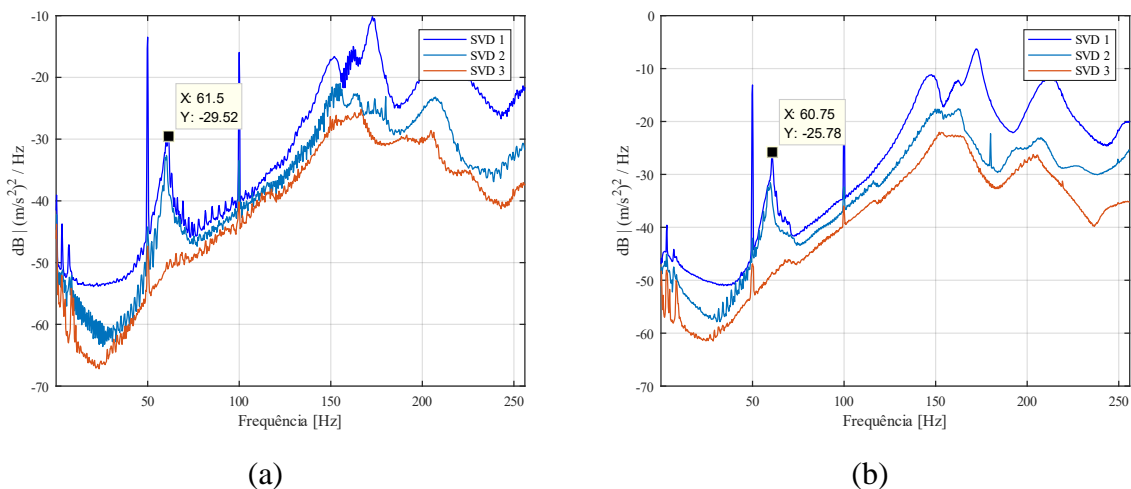


Figura 4.54. PSD dos testes de *tapping* aplicados às caixas do mancal para o rotor balanceado (a) e desbalanceado (b).

Avaliar o rotor na condição balanceada e desbalanceada novamente não gerou diferenças significativas com relação aos algoritmos de OMA, conforme mostrado pela Figura 4.54 para o caso de rotação em 50 Hz. Contudo, os resultados apresentaram um claro desvio quanto à estimação dos parâmetros modais: em ambos os domínios, os algoritmos foram responsáveis por identificar os modos na faixa de frequência de 60 Hz, o que não condiz com os resultados apresentados até então. Esta tendência também foi notada nos testes com o rotor operando em 90 Hz, em ambas as condições de balanceamento. Tomados como base o caso da Figura 4.54, os indicadores de STFT (Figura 4.55 (a)) também não foram suficientes para indicar a possível causa deste comportamento. Entretanto, os valores de Kurtosis (Figura 4.55 (b)) se apresentaram excessivamente altos. Em virtude destes resultados, optou-se por avaliar os dados obtidos através dos sensores de proximidade (Figura 4.56).

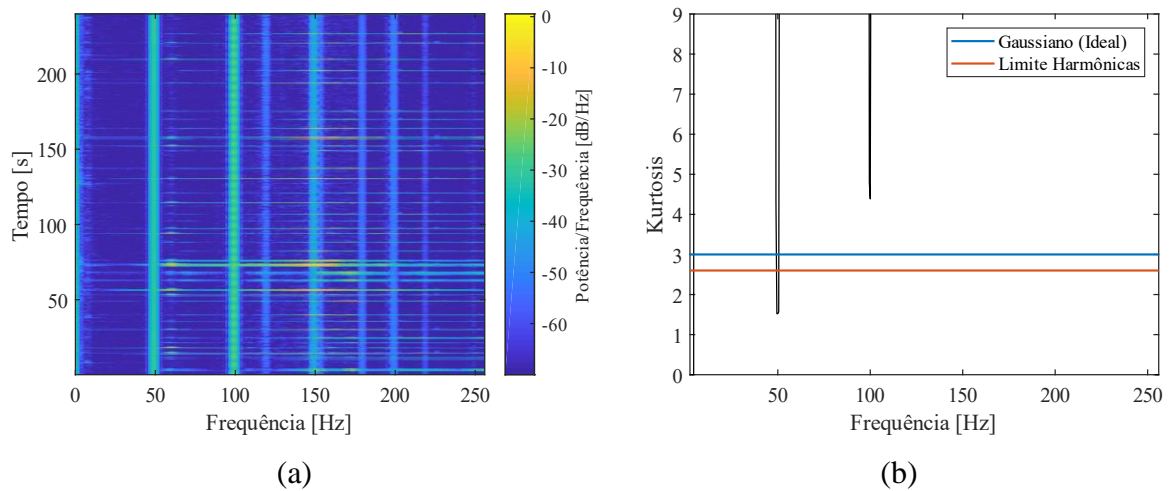


Figura 4.55. Indicadores STFT (a) e Kurtosis (b) para teste de *tapping* nas caixas dos mancais.

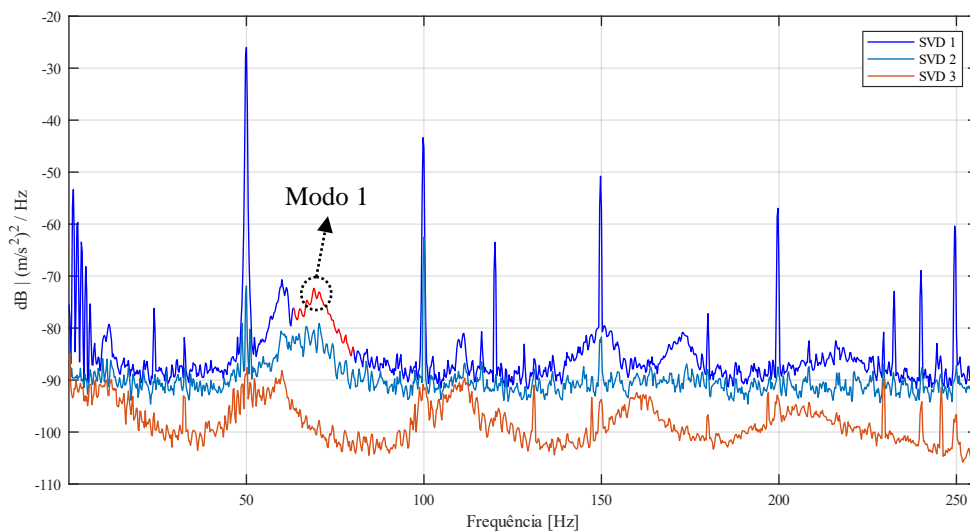


Figura 4.56. PSD dos sensores de proximidade para teste de *tapping* nas caixas dos mancais.

A densidade espectral de potência obtida através dos dados dos sensores de deslocamento (Figura 4.56) também apresentaram o pico em 60 Hz, porém, foi possível identificar novamente o primeiro modo na faixa de 70 Hz. Os valores de Kurtosis (Figura 4.57) voltaram a indicar as diversas harmônicas proporcionais a rotação, um comportamento esperado e diferente do obtido na Figura 4.55 (b). Por fim, corroborando com a PSD, o diagrama de estabilização (Figura 4.58) indicou a existência de modos estáveis tanto na frequência de 60 Hz quanto a direção de um modo em 70 Hz, o que faz com que o procedimento de *tapping* apenas nas caixas dos mancais não seja suficiente para apresentar resultados precisos neste tipo de rotor como o testado em bancada.

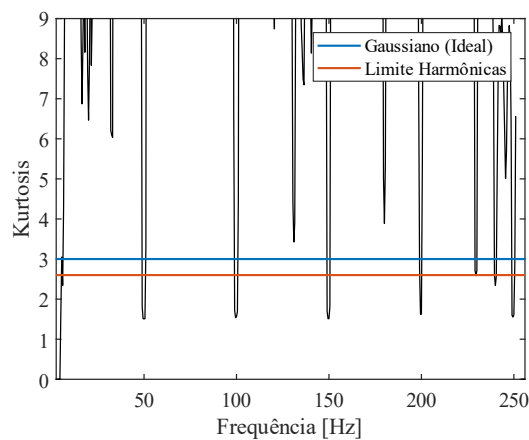


Figura 4.57. Kurtosis teste de *tapping* nas caixas dos mancais utilizando sensores de proximidade na velocidade de 50 Hz e com o rotor balanceado.

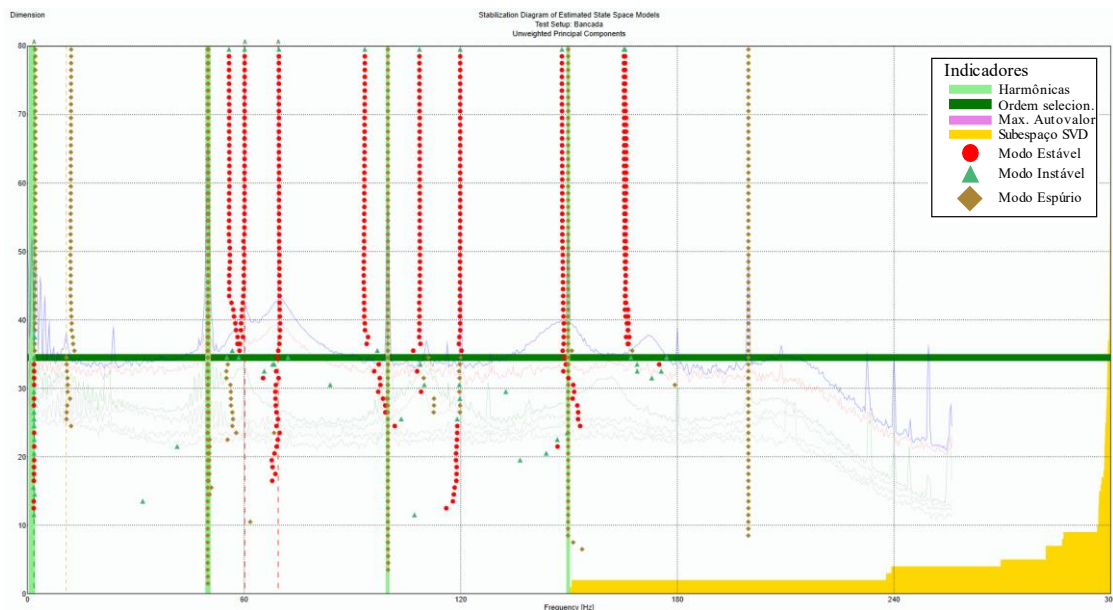


Figura 4.58. Diagrama de estabilização do SSI utilizando os dados dos sensores de proximidade para teste de *tapping* através das caixas dos mancais.

Afim de conferir uma melhora aos testes de *tapping* nas caixas dos mancais, a metodologia foi combinada à excitação por ruído branco de baixa intensidade através do atuador, mesmo procedimento realizado com a bancada com o rotor suportado por mancais de rolamentos, produzindo a densidade espectral da Figura 4.59 e o diagrama de estabilização Figura 4.60, utilizando os dados dos acelerômetros.

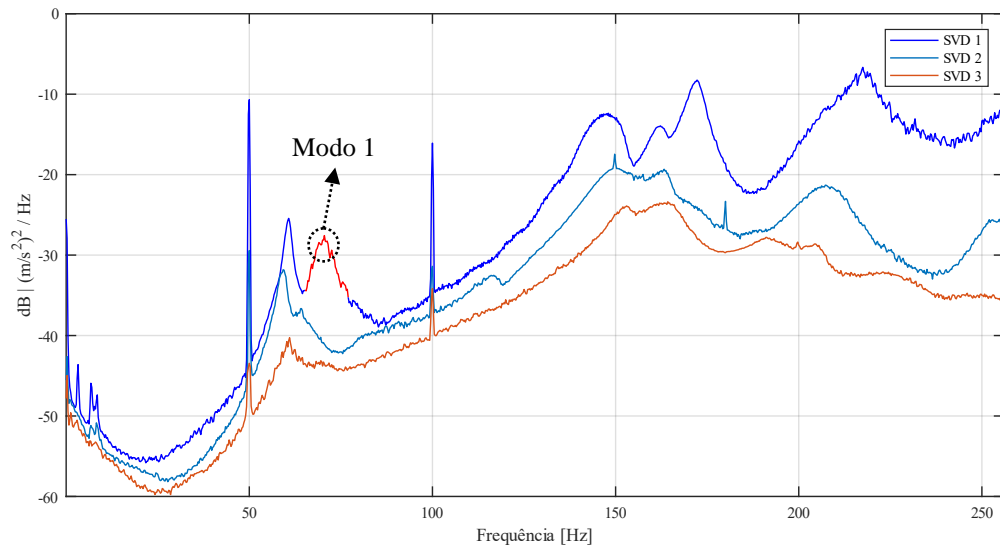


Figura 4.59. PSD para teste de *tapping* nas caixas dos mancais e excitação através de ruído branco.

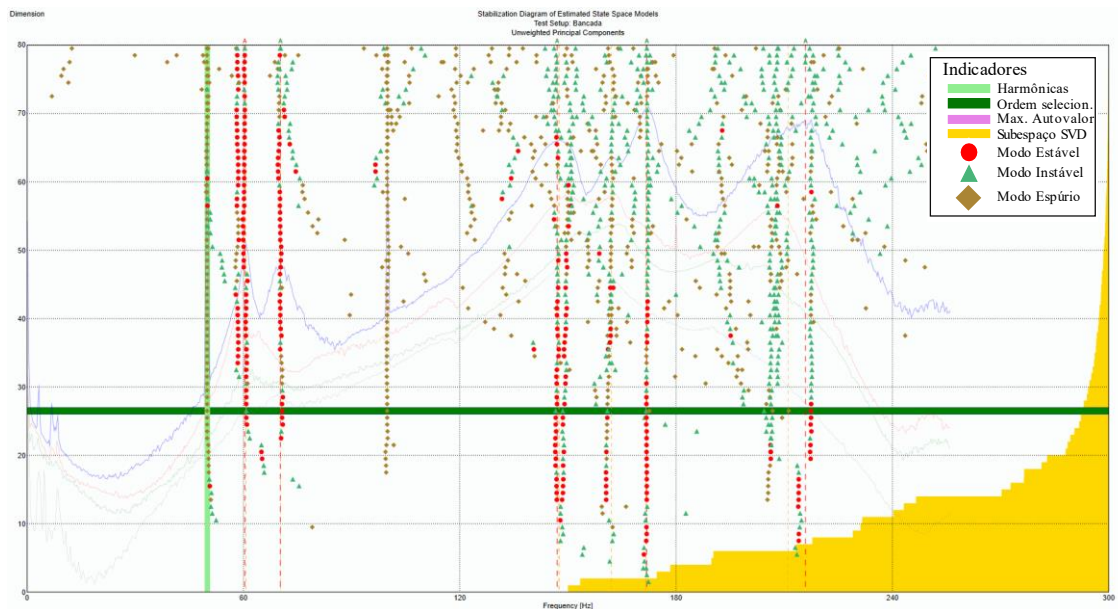


Figura 4.60. Diagrama de estabilização para teste de *tapping* nas caixas dos mancais e excitação através de ruído branco.

Das figuras acima, é possível inferir que os modos de 70 Hz do rotor voltaram a ser identificados através dos dados dos acelerômetros, porém o pico no espectro na faixa de 60 Hz continua presente, indicando ser uma consequência do próprio procedimento de *tapping* nas

caixas dos mancais, já que este tipo de inserção de excitação localizada pode induzir a uma resposta diferente daquela em que a excitação é aplicada de maneira aleatória por todo o rotor. Houve também uma melhora nos valores Kurtosis para este caso se comparado à Figura 4.55, com a indicação das várias componentes proporcionais à rotação.

Por fim, o último teste realizado consistiu avaliar o rotor em regime não estacionário, ou seja, em um processo de *run-up*, que nada mais é que o aumento de rotação durante a operação do rotor, e *run-down*, processo análogo ao anterior, porém de desaceleração até uma determinada rotação. Este tipo de operação é responsável por alterar as propriedades modais do rotor, já que estas estão diretamente ligadas à velocidade de operação, como apresentado anteriormente, inviabilizando a identificação correta dos parâmetros modais. Efeitos característicos deste tipo de situação são facilmente observados através da STFT (Figura 4.61) e da PSD (Figura 4.62).

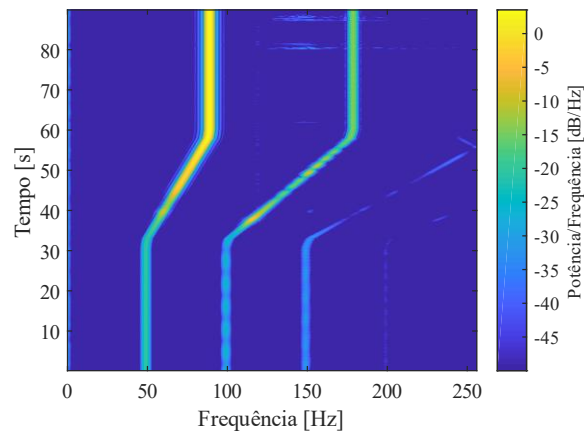


Figura 4.61. STFT para teste do rotor em *run-up* da rotação de 50 Hz para 90 Hz.

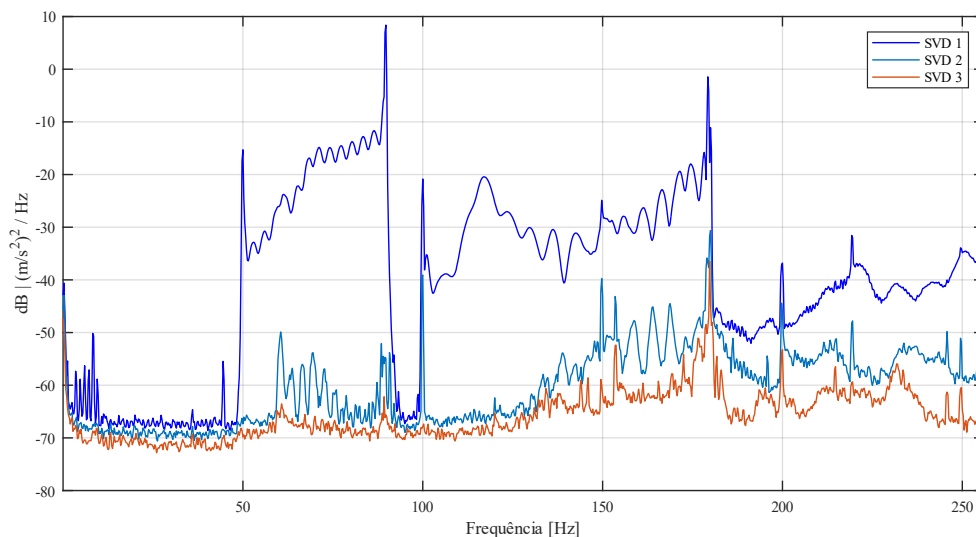


Figura 4.62. PSD para teste de para teste do rotor em *run-up* da rotação de 50 Hz para 90 Hz.

Na densidade espectral anterior (Figura 4.62), os efeitos da variação da velocidade são evidentes, com os saltos pronunciados no espectro em 50 Hz e 90 Hz e em 100 Hz e 180 Hz. Este comportamento inviabiliza a identificação de qualquer parâmetro modal relacionado ao rotor e se deve, principalmente, à violação da premissa de estacionaridade, imprescindível à aplicação dos algoritmos aqui estudados. Portanto, nessas condições, ou seja, quando há variação considerável da velocidade de rotação, a extração dos parâmetros modais através das técnicas de EFDD e SSI não pode ser aplicada.

É possível confrontar os diversos parâmetros modais extraídos dos testes realizados para o rotor suportado por mancais hidrodinâmicos analisando a Tabela 4.8. Comparando-se os resultados com àqueles obtidos para a montagem anterior, Tabela 4.4, e com os padrões observados durante a extração dos parâmetros modais nos diversos testes realizados, verificou-se algumas diferenças importantes entre as duas construções de rotores analisadas. Para o rotor com mancais de rolamentos, o menor amortecimento do sistema proporcionou uma melhor extração dos fatores modais, com desvios menores entre as condições de testes analisadas e uma melhor convergência de seus valores se comparados aos obtidos através da técnica de *stepped sine*. Já para o rotor com mancais hidrodinâmicos o amortecimento é consideravelmente maior Krämer (1993), o que impôs uma maior divergência entre os parâmetros modais, principalmente quanto ao fator de amortecimento. Além disso, os modos de vibrar das duas direções do primeiro modo se apresentaram bastante correlacionadas quando extraídas através de OMA, fato notado através da matriz de MAC, com valores de correlação da ordem de 0,7 para vários testes. Este comportamento, juntamente à necessidade de adotar dimensões superiores de para estimação dos modos no algoritmo de SSI, fez com que na maior parte das situações o diagrama de estabilização fosse excessivamente contaminado por modos considerados estáveis, porém que não representam de fato modos relacionados ao comportamento dinâmico do rotor.

A ferramenta de remoção de harmônicas por projeções ortogonais se mostrou eficaz para avaliar as propriedades modais do rotor operando em velocidades críticas, assim como o desbalanceamento não apresentou diferenças significativas quanto à extração dos parâmetros.

Novamente, todos os dados extraídos e apresentados na Tabela 4.8 final foram obtidos preservando ao máximo uma condição de igualdade com relação aos critérios de estabilização do software ARTEMIS SVS (2019), já que estes tem papel primordial na obtenção dos valores de interesse. No entanto, algumas alterações se fizeram necessárias para se adaptar às diferentes situações estudadas nos testes, restritas basicamente à seleção da dimensão da dimensão do modelo de espaço de estados. Para isso, são consideradas em todos os casos as

ferramentas de validação, como a comparação espectro mostrado na Figura 4.46, garantindo que assim seja obtido o melhor ajuste do modelo aos dados de cada experimento.

Tabela 4.8. Parâmetros modais extraídos nos testes analisados para o rotor com mancais hidrodinâmicos.

Teste		Frequência Natural		Fator de Amortecim.		
		[Hz]		[%]		
		Balan.	Desbal.	Balan.	Desbal.	
Operação sem Excitação	EFDD	<i>Backward</i>	-	-	-	-
		<i>Forward</i>	-	-	-	-
	SSI	<i>Backward</i>	-	-	-	-
		<i>Forward</i>	-	-	-	-
Potência do Ruído Baixa Intensidade	EFDD	<i>Backward</i>	69,13	69,65	4,71	4,56
		<i>Forward</i>	-	-	-	-
	SSI	<i>Backward</i>	69,60	69,46	4,00	4,62
		<i>Forward</i>	70,65	70,67	6,45	6,27
Potência do Ruído Média Intensidade	EFDD	<i>Backward</i>	-	-	-	-
		<i>Forward</i>	70,31	70,25	4,57	4,91
	SSI	<i>Backward</i>	69,20	69,20	3,88	3,47
		<i>Forward</i>	70,78	70,74	4,10	3,70
Potência do Ruído Alta Intensidade Balanceado	EFDD	<i>Backward</i>	69,01	-	4,65	-
		<i>Forward</i>	-	-	-	-
	SSI	<i>Backward</i>	68,84	-	3,69	-
		<i>Forward</i>	70,72	-	5,37	-
Ruído Colorido Ruído Rosa	EFDD	<i>Backward</i>	-	-	-	-
		<i>Forward</i>	70,10	-	4,72	-
	SSI	<i>Backward</i>	69,40	-	3,12	-
		<i>Forward</i>	70,89	-	6,99	-
Ruído Colorido Ruído Azul	EFDD	<i>Backward</i>	-	-	-	-
		<i>Forward</i>	70,21	-	4,64	-
	SSI	<i>Backward</i>	68,89	-	3,79	-
		<i>Forward</i>	70,42	-	4,60	-
<i>Tapping</i> na Estrutura	EFDD	<i>Backward</i>	69,78	-	4,76	4,87
		<i>Forward</i>	-	70,01	-	-
	SSI	<i>Backward</i>	69,35	69,42	4,08	4,08
		<i>Forward</i>	70,00	69,53	6,31	5,33
<i>Tapping</i> Caixa Mancal	EFDD	<i>Backward</i>	-	-	-	-
		<i>Forward</i>	-	-	-	-
	SSI	<i>Backward</i>	-	-	-	-
		<i>Forward</i>	-	-	-	-
Ruído Branco e <i>Tapping</i> Estrutura Balanceado	EFDD	<i>Backward</i>	69,75	-	4,29	-
		<i>Forward</i>	-	-	-	-
	SSI	<i>Backward</i>	69,61	-	4,05	-
		<i>Forward</i>	69,91	-	5,3	-
Ruído Branco e <i>Tapping</i> Caixa Mancal	EFDD	<i>Backward</i>	-	-	-	-
		<i>Forward</i>	70,36	-	4,883	-
	SSI	<i>Backward</i>	-	-	-	-
		<i>Forward</i>	70,25	-	5,16	-



## 5. Conclusões

O trabalho apresentado foi responsável por discutir teorias fundamentais de análise modal teórica, juntamente com o estudo específico de ferramentas estocásticas e de vibrações aleatórias para aplicação de técnicas de análise modal operacional em dois rotores em bancada. Além de avaliar a efetividade da aplicação em rotores de metodologias de OMA comumente utilizadas em estruturas, a possibilidade de se investigar dois sistemas com características distintas e os diferentes efeitos das condições de operação na extração dos parâmetros modais foi o foco da discussão dos resultados apresentados.

O primeiro estudo abordou uma investigação sobre o uso de técnicas convencionais de OMA na identificação de fatores modais de um sistema rotativo suportado por mancais de rolamentos de rolos cilíndricos. A aplicação de OMA nesse tipo de sistema é particularmente desafiadora devido às condições operacionais inerentes, como a presença de uma grande quantidade de forças harmônicas e modos pouco espaçados. Para isso, foram comparados os parâmetros modais extraídos em diferentes condições de excitação através de OMA, testadas com o auxílio de um atuador magnético, com um método convencional de análise de rotores, o *stepped-sine* e um modelo numérico. Diante da variação da intensidade e propriedade dos ruídos aplicados, além da modificação de condições de operação e de aquisição, o método proposto se mostrou eficiente e preciso em grande parte das situações estudadas. Os melhores resultados foram obtidos com o rotor excitado através de um ruído branco de intensidade moderada, aplicado artificialmente pelo atuador magnético, resultando na identificação de parâmetros modais com valores bastante próximos aos obtidos através da técnica convencional de EMA. Os identificadores de harmônicos, Kurtosis e STFT, utilizados como uma forma de pré-processamento dos dados antes da utilização dos algoritmos de OMA, foram suficientes para auxiliar na identificação dessas forças, além de fornecer informações importantes sobre a quantidade de excitação e condições de estacionaridade, por exemplo. Por fim, mostrou-se que a aplicação de pequenas excitações na forma de sutis marteladas pela estrutura do rotor, procedimento conhecido como *tapping*, possibilita a melhora da identificação dos parâmetros modais, tornando-se uma opção bastante útil para aplicação em casos práticos.

A segunda bateria de testes foi conduzida em um rotor análogo ao anterior, porém com uma diferença fundamental: trocou-se os mancais de rolamentos por mancais hidrodinâmicos. Comparativamente à primeira bancada, agora seriam esperados valores de amortecimento consideravelmente maiores devido a este novo componente. O objetivo nesta



nova bancada seria estudar como esse novo comportamento dinâmico do sistema impactaria os algoritmos de OMA, que é incomum em estruturas, por exemplo, onde seu uso é mais frequente. Em vista disso, novamente foram estudados os impactos em diferentes condições de excitação, aquisição, velocidades de operação e condições com massa desbalanceada, uma nova condição. Os resultados obtidos através dos algoritmos de OMA foram novamente comparados com os dados extraídos pela técnica de EMA de *stepped-sine*. Os melhores resultados foram mais uma vez obtidos em condições moderadas de excitação, com desvios um pouco maiores com relação aos valores de amortecimento, principalmente com relação aos modos retrógrados. Os testes em diferentes condições de desbalanceamento não mostraram diferenças significativas. Com o rotor operando em sua velocidade crítica, foi possível aplicar técnicas de remoção da influência de harmônicas, identificadas utilizando as mesmas ferramentas citadas anteriormente, para obter uma melhora na estimação dos modos, principalmente com relação ao fator de amortecimento, reforçando a possibilidade de aplicação de OMA em várias condições de operação deste tipo de rotor.

Analisando em conjunto os dois casos, foi possível notar a partir dos resultados que a aplicação dos algoritmos no rotor suportado por mancais hidrodinâmicos gerou algumas complicações se comparado ao rotor de mancais de rolamentos. A principal diferença entre ambos surgiu nas matrizes de MAC e, naturalmente, nos intervalos definidos como critérios de estabilização do algoritmo SSI. No caso dos mancais hidrodinâmicos, os modos direto e retrógrado nem sempre foram possíveis de serem distinguidos, apresentando assim uma alta correlação através dos números de MAC, fato que pode ser atribuído principalmente ao maior amortecimento do sistema.

Finalmente, comparando-se os resultados das duas montagens, é evidente que a aplicação deste tipo de técnica na análise de rotores em operação é bastante promissora. Pode-se concluir que o uso de técnicas de OMA para a identificação modal de sistemas rotativos, dentro de metodologias específicas para tal, mostra-se extremamente eficiente e de fácil aplicação, tornando-a viável para aplicação direta na indústria.

### **5.1. Etapas Futuras**

Reunidas as informações obtidas através do estudo da teoria e dos algoritmos de OMA, juntamente com os resultados e desafios encontrados na aplicação nos dois casos de rotores testados, sugere-se passos complementares para a expansão do conhecimento e da aplicação de OMA em máquinas rotativas:

- Investigação da aplicação das técnicas estudadas em sistemas mais complexos de rotores, como compressores e turbinas.
- Estudo de técnicas que viabilizem a aplicação de OMA em condições onde há a variação de condições de operação, como, por exemplo, a velocidade de rotação.
- Implementação de técnicas para melhoria na identificação dos polos na técnica do SSI com a utilização de ferramentas automatizadas de otimização para facilitar a distinção entre modos físicos e numéricos, como por exemplo o uso de algoritmos de aprendizado de máquina.
- Estudo complementar de efeitos de fundação e outros fatores com a utilização de OMA.

## Referências

- AGNENI, A.; COPPOTELLI, G.; GRAPPASONNI, C. A method for the harmonic removal in operational modal analysis of rotating blades. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 27, n. 1, p. 604–618, 2012. Elsevier.
- ARAUJO, I. D. G. Análise Modal Operacional: Métodos de Identificação Baseados em Transmissibilidade, 2015. São Carlos: (Doutorado) Universidade de São Paulo.
- BATHE, K. J. Finite element procedures. 2nd ed. Prentice Hall, (2006).
- BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G. Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis. John Wiley & Sons, (1980).
- BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G. Random Data. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, (2010).
- BERNOULLI, D. Réflexions et éclaircissements sur les nouvelles vibrations des cordes, exposées dans les mémoires de l'Académie. *Royal Academy Berlin*, 1753.
- BIENERT, J.; ANDERSEN, P.; AGUIRRE, R. C. A harmonic peak reduction technique for Operational Modal Analysis of rotating machinery. *6th International Operational Modal Analysis Conference, IOMAC 2015*, 2015.
- BORGES, A. Análise modal baseada apenas na resposta: decomposição no domínio da frequência, 2006. (Mestrado) Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho.”
- BRANDT, A. Noise and Vibration Analysis - Signal Analysis and Experimental Procedures. John Wiley & Sons, (2011).
- BRANDT, A. A signal processing framework for operational modal analysis in time and frequency domain. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 115, p. 380–393, 2019.
- BRINCKER, R.; ANDERSEN, P. Understanding Stochastic Subspace Identification. *IMAC-XXIV - A Conference & Exposition on Structural Dynamics Society for Experimental Mechanics*. , 2006.
- BRINCKER, R.; ANDERSEN, P.; JACOBSEN, N.-J. Automated Frequency Domain Decomposition for Operational Modal Analysis. *Proceedings of The 25th International Modal Analysis Conference (IMAC)*. . p.7, 2007. Orlando, Florida.
- BRINCKER, R.; ANDERSEN, P.; MØLLER, N. B.; MOLLER, N. An Indicator for Separation of Structural and Harmonic Modes in Output-Only Modal Testing. *Proceedings of the 18th International Modal Analysis Conference (IMAC)*. . p.1649–1654, 2000. San Antonio, Texas.
- BRINCKER, R.; FRANDBSEN, J. B.; ANDERSEN, P. Ambient Response Analysis of the Great Belt Bridge.

*Proceedings of the 18th International Modal Analysis Conference*. . p.26–32, 2000. San Antonio, Texas.

BRINCKER, R.; KIRKEGAARD, P. H. Special issue on Operational Modal Analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 24, n. 5, p. 1209–1212, 2010.

BRINCKER, R.; VENTURA, C. E. Introduction to Operational Modal Analysis. John Wiley & Sons, (2015).

BRINCKER, R.; VENTURA, C. E.; ANDERSEN, P. Damping Estimation by Frequency Domain Decomposition. *19th International Modal Analysis Conference (IMAC)*. . p.698–703, 2001. Kissimmee, Florida.

BRINCKER, R.; ZHANG, L. Frequency Domain Decomposition Revisited. *3rd International Operational Modal Analysis Conference*. . p.615–626, 2009. Portonovo, Italy.

BRINCKER, R.; ZHANG, L.; ANDERSEN, P. Output-only modal analysis by frequency domain decomposition. *25th International Conference on Noise and Vibration Engineering, ISMA*. . p.739–745, 2000.

BRINCKER, R.; ANDERSEN, P. Method for Vibration Analysis. Patent N.6779404B1. , 2004. United States: United States Patent and Trademark Office.

CARNE, T. G.; JAMES, G. H. The inception of OMA in the development of modal testing technology for wind turbines. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 24, n. 5, p. 1213–1226, 2010.

CAUBERGHE, B.; GUILLAUME, P.; VERBOVEN, P.; PARLOO, E. Identification of modal parameters including unmeasured forces and transient effects. *Journal of Sound and Vibration*, v. 265, n. 3, p. 609–625, 2003.

CLARKSON, B. L.; MERCER, C. A. Use of cross correlation in studying the response of lightly damped structures to random forces. *AIAA Journal*, v. 3, n. 12, p. 2287–2291, 1965.

COSTA, N. C. Estudo dos Modos de Vibração de estruturas Aeroespaciais utilizando a Técnica de Análise Modal Operacional, 2014. (Mestrado) Instituto Tecnológico de Aeronáutica.

D'ALEMBERT, J.-B. LE R. Recherches sur la courbe que forme une corde tenduë mise en vibration. *Histoire de l'académie royale des sciences et belles lettres de Berlin*, p. 214–219, 1747.

DEVRIENDT, C.; GUILLAUME, P. The use of transmissibility measurements in output-only modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 21, n. 7, p. 2689–2696, 2007.

DUNKERLEY, S. On the whirling and vibration of shafts. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, v. 185, p. 279–360, 1894.

EULER, L. Remarques sur les mémoires précédents e M. Bernoulli. *Royal Academy Berlin*, p. 1–196, 1755.

EWINS, D. J. Modal testing: theory, practice, and application. 2nd ed ed. Baldock, Hertfordshire, England: Research Studies Press, (2000).

- FELBER, A. J. Development of a Hybrid Bridge Evaluation System, 1993. The University of British Columbia.
- FÖPPL, A. Das Problem der Lavalschen Turbinenwelle. *Der Civilingenieur*, v. 41, p. 333–342, 1895.
- FREITAS, T. C. Identificação de Parâmetros Modais Utilizando Apenas as Respostas da Estrutura, 2008. Ilha Solteira: (Mestrado) Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho.”
- GIOIA, N.; DAEMS, P. J.; VERSTRAETEN, T.; GUILLAUME, P.; HELSEN, J. Combining Machine Learning and Operational Modal Analysis Approaches to Gain Insights in Wind Turbine Drivetrain Dynamics. *Topics in Modal Analysis & Testing, Volume 8*. p.293–299, 2020.
- GOURSAT, M.; DÖHLER, M.; MEVEL, L.; ANDERSEN, P. Crystal Clear SSI for Operational Modal Analysis of Aerospace Vehicles. In: T. Proulx (Ed.); *Structural Dynamics, Volume 3*. p.1421–1430, 2011. New York, NY: Springer New York.
- GRES, S.; ANDERSEN, P.; HOEN, C.; DAMKILDE, L. Orthogonal projection-based harmonic signal removal for operational modal analysis. *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*, v. 6, p. 9–21, 2019. Springer New York LLC.
- GUILLAUME, P.; HERMANS, L.; VAN DER AUWERER, H. Maximum Likelihood Identification of Modal Parameters from Operational Data. *Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference (IMAC17)*, p. 1887–1893, 1999.
- GUNTER, E. J. Dynamic Stability of Rotor-Bearing Systems. *NASA SP-113*, v. 29, 1966.
- HERTZ, H. On the contact of solid elastic bodies and on hardness. *Journal of Mathematics*, v. 92, p. 156–171, 1881.
- HUAMANI, J. A. C. Análise Modal Operacional De Uma Bomba Centrífuga Submersa Utilizando a Decomposição Melhorada No Domínio Da Frequência, 2017. (Mestrado) Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- IBRAHIM, S. R.; MIKULCIK, E. C. A method for the direct identification of vibration parameters from the free response. *The Shock and Vibration Inform. Ctr. Shock and Vibration Bull.* . p.183–198, 1977.
- JACOBSEN, N.-J.; ANDERSEN, P.; BRINCKER, R. Using Enhanced Frequency Domain Decomposition as a Robust Technique to Harmonic Excitation in Operational Modal Analysis. *22nd International Conference on Noise & Vibration Engineering, ISMA*. . p.12, 2006. Lueven, Belgium.
- JACOBSEN, N. J.; ANDERSEN, P. Operational modal analysis on structures with rotating parts. *23rd International Conference on Noise and Vibration Engineering 2008, ISMA 2008*, v. 4, p. 2491–2505, 2008.
- JACOBSEN, N. J.; ANDERSEN, P.; BRINCKER, R. Eliminating the Influence of Harmonic Components in Operational Modal Analysis. *24th International Modal Analysis Conference (IMAC)*. . p.1–11, 2007.

- JAMES, G.; CARNE, T.; LAUFFER, J. The natural excitation technique (NExT) for modal parameter extraction from operating structures. *Modal Analysis-the International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, v. 10, n. 4, p. 260, 1995.
- JEFFCOTT, H. H. XXVII. The lateral vibration of loaded shafts in the neighbourhood of a whirling speed .— The effect of want of balance. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, v. 37, n. 219, p. 304–314, 1919.
- JUANG, J.-N.; PAPPAS, R. S. An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 8, n. 5, p. 620–627, 1985.
- JÚNIOR, O. A. N. Identificação dos Parâmetros Modais Utilizando apenas as Respostas da Estrutura - Identificação no Domínio do Tempo, 2006. (Mestrado) Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho.”
- KENNEDY, C. C.; PANCU, C. D. P. Use of Vectors in Vibration Measurement and Analysis. *Journal of the Aeronautical Sciences*, v. 14, n. 11, p. 603–625, 1947.
- KHINTCHINE, A. Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse. *Mathematische Annalen*, v. 109, n. 1, p. 604–615, 1934.
- KOUROUSSIS, G.; FEKIH, L. BEN; CONTI, C.; VERLINDEN, O. Easymod: A matlab/scilab toolbox for teaching modal analysis. *19th International Congress on Sound and Vibration 2012, ICSV 2012*, v. 4, p. 2616–2623, 2012.
- KRÄMER, E. Dynamics of Rotors and Foundations. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, (1993).
- LAGRANGE, J.-L. Méchanique Analytique. (1788).
- LALANNE, C. Random vibration. 2nd ed ed. London: John Wiley & Sons, Inc., (2009).
- LE, T. P.; ARGOU, P. Distinction between harmonic and structural components in ambient excitation tests using the time-frequency domain decomposition technique. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 52–53, n. 1, p. 29–45, 2015. Academic Press.
- LINDSAY, R. B. The Story of Acoustics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 39, n. 4, p. 629–644, 1966.
- LORENZO, E. DI. Operational Modal Analysis for Rotating Machines, 2017. (Thesis) KU Leuven.
- MACHADO, T. H. Identificação do Desgaste em Mancais Hidrodinâmicos Através do Efeito de Anisotropia Identificação do Desgaste em Mancais Hidrodinâmicos Através do Efeito de Anisotropia, 2014. (Tese). Universidade Estadual de Campinas.
- MAGALHÃES, F. Operational modal analysis for testing and monitoring, 2010. (Thesis) University of Porto.

- MAGALHÃES, F.; CUNHA, Á. Explaining operational modal analysis with data from an arch bridge. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 25, n. 5, p. 1431–1450, 2011.
- MAGALHÃES, F.; CUNHA, Á.; CAETANO, E.; BRINCKER, R. Damping estimation using free decays and ambient vibration tests. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 24, n. 5, p. 1274–1290, 2010.
- MCHUGH, J. D. Principles of Turbomachinery Bearings. *Proceedings of the 8th Turbomachinery Symposium*, v. Texas A&M, p. 143, 1979.
- MENDES, R. U. Desenvolvimento de um Sistema de Atuação Magnética para Excitação de Sistemas Rotativos, 2011. (Dissertação) Universidade Estadual de Campinas.
- MØLLER, N. B.; BRINCKER, R.; ANDERSEN, P. Modal Extraction on a Diesel Engine in Operation. , 2000.
- MYKLESTAD, N. O. A new method of calculating natural modes of uncoupled bending vibration of airplane wings and other types of beams. *Journal of Aeronautical Sciences*, , n. 11, p. 153–162, 1944.
- NELSON, H. D. A finite rotating shaft element using timoshenko beam theory. *ASME Journal of Mechanical Design*, v. 102, n. 4, p. 793–803, 1980.
- NEWKIRK, B. L. Shaft whipping. *General Electric Review*, v. 27, p. 169–178, 1924.
- OGATA, K. Modern Control Engineering. 5th ed. Prentice Hall, (2010).
- ORLOWITZ, E.; BRANDT, A. Comparison of experimental and operational modal analysis on a laboratory test plate. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, v. 102, p. 121–130, 2017. Elsevier Ltd.
- OVERSCHEE, P. VAN. MATLAB Central File Exchange. Disponível em:  
<<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/2290-subspace-identification-for-linear-systems>>.  
Acesso em: 7/12/2019.
- OVERSCHEE, P. VAN; DE MOOR, B. Subspace Identification for Linear Systems. Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, (1996).
- OZDAGLI, A. I.; KOUTSOUKOS, X. Machine learning based novelty detection using modal analysis. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, v. 34, n. 12, p. 1119–1140, 2019.
- PEETERS, B.; CORNELIS, B.; JANSSENS, K. Removing Disturbing Harmonics in Operational Modal Analysis. *2nd International Operational Modal Analysis Conference IOMAC*. . p.8, 2007.
- PEETERS, B.; DE ROECK, G. Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 13, n. 6, p. 855–878, 1999.
- PERRET, H. Elastische Spielschwingungen konstant belasteter Wälzlager. *Werkstatt und Betrieb*, v. 83, p. 354–

358, 1950.

PROHL, M. A. A general method for calculating critical speeds of flexible rotors. *Journal of Applied Mechanics*, v. 12, p. 142–148, 1945.

RAINIERI, C.; FABBROCINO, G. Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures. New York, NY: Springer New York, (2014).

RANDALL, R. B.; COATS, M. D.; SMITH, W. A. Repressing the effects of variable speed harmonic orders in operational modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 79, p. 3–15, 2016.

RANKINE, W. J. M. On the centrifugal force of rotating shafts. *Van Nostrand's Eclectic Engineering Magazine*, v. 1, n. 7, p. 568, 1869.

RAO, S. S. Mechanical Vibrations. 6th ed. United Kingdom: Pearson, (2017).

REYNDERS, E. System Identification Methods for (Operational) Modal Analysis: Review and Comparison. *Archives of Computational Methods in Engineering*, v. 19, n. 1, p. 51–124, 2012.

REYNOLDS, O. On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of viscosity of olive oil. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, v. 177, n. A, p. 157–234, 1886.

RUHL, R. L.; BOOKER, J. F. A finite element model for distributed parameter turborotor systems. *ASME Journal of Engineering for Industry*, v. 94, p. 128–132, 1972.

SHIH, C. Y.; TSUEI, Y. G.; ALLEMANG, R. J.; BROWN, D. L. Complex mode indication function and its applications to spatial domain parameter estimation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 2, n. 4, p. 367–377, 1988.

SILVA, J. M. M.; MAIA, N. M. M. Modal Analysis and Testing. Dordrecht: Springer Netherlands, (1999).

SILVA, L. C. Análise de Rotores sobre Mancais de Esferas com Contato Angular Utilizando Modelo Reduzido do Contato EHD, 2019. (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas.

STODOLA, A. Steam Turbines. *Рутол Классик*, p. 434, 1905.

STORTI, G.; MACHADO, T.; LUCCHESI CAVALCA DEDINI, K.; ISHIMOTO, L. OPERATIONAL MODAL ANALYSIS APPLIED TO A NUMERICAL ROTOR MODEL. *Proceedings of the 25th International Congress of Mechanical Engineering*, , 2019. ABCM.

SUNNERSJÖ, C. S. Varying compliance vibrations of rolling bearings. *Journal of sound and vibration*, v. 58, n. 3, p. 363–373, 1978.

SVS. Ambient Response Testing and Modal Identification Software (ARTEMIS Modal). , 2019. Aalborg,



Denmark: Structural Vibrations Solutions A/S.

TAYLOR, B. De Motu nervi tensi. *Philosophical Transactions of the Royal Society* 28, p. 11–21, 1713.

TOWER, B. First report on friction experiments. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, p. 632–666, 1883.

TSUHA, N. A. H. Modelo de Força de Contato de Linha sob Lubrificação Elastohidrodinâmica Aplicada a Mancais de Rolamentos Radiais de Rolo, 2019. (Tese). Universidade de Campinas.

VANCE, J.; ZEIDAN, F.; MURPHY, B. Machinery Vibration and Rotordynamics. John Wiley & Sons, Inc., (2010).

VERBOVEN, P.; PARLOO, E.; CAUBERGHE, B.; GUILLAUME, P. Improved modal parameter estimation for lowly damped systems using non-parametric exponential windowing techniques. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 19, n. 4, p. 675–699, 2005.

VOLD, H.; KUNDRAT, J.; ROCKLIN, G. T.; RUSSELL, R. A Multi-Input Modal Estimation Algorithm for Mini-Computers. *SAE Transactions*, v. 91, n. 1, p. 815–821, 1982.

WIENER, N. Generalized harmonic analysis. *Acta Mathematica*, v. 55, n. C, p. 117–258, 1930.

ZHANG, L.; BRINCKER, R.; ANDERSEN, P. An overview of major developments and issues in modal identification. *Proceedings of IMAC XXII*, , n. 1, p. 1–8, 2004.

ZHANG, L.; BRINCKER, R.; ANDERSEN, P. An overview of operational modal analysis: Major development and issues. *Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference, IOMAC 2005*, 2005.

ZHANG, L.; TAMURA, Y. Damping Estimation of Engineering Structures with Ambient Response Measurements. *Proceedings of the 21st International Modal Analysis Conference (IMAC)*. . p.7, 2003. Kissimmee, Florida.

ZHANG, L.; WANG, T.; TAMURA, Y. A frequency–spatial domain decomposition (FSDD) method for operational modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 24, n. 5, p. 1227–1239, 2010.