

氏名（本籍）	郭 立冬（中国）		
学位の種類	博士（経済学）		
学位番号	甲第 55 号		
学位授与年月日	令和 2 年 3 月 31 日		
学位授与の要件	久留米大学大学院学則第 14 条 1 項第 2 号による		
学位論文題目	自己相関係数，相互相関係数で検証する volatility clustering のグローバル性		
論文審査委員会	主査	久留米大学教授	譚 康融
	副査	久留米大学教授	伊豆 久
	副査	久留米大学客員教授	原田 康平

## 論文内容の要旨・要約

### 本研究の目的と基本的な視点

2000 年代初期，会計ビッグバンとも称される会計基準の大幅な改訂が実施され，それまで原価主義に拠っていた投資金融資産の評価が時価に変わり，含み損が出た場合には減損処理が必要となった。これによって，株式持合いという歴史の中で少なくない金融資産を保有する日本企業にとって，リスクの評価と管理はきわめて重要な仕事となった。

リスク評価については VaR (Value at Risk) と呼ばれる手法が広く用いられている。すなわち，将来の資産価格の対数比は正規分布で近似できるとの仮定の下，過去の変動の大きさ (volatility) を外挿して起こり得る下落額を確率的に推定する。「正規分布の仮定」は，資産価格の変動が独立同一分布過程 (independently and identically distributed process, 以下, iid と略す) であるなら，中心極限定理に従って正規分布への漸近が期待できることを根拠としている。同じように，分散投資に関するポートフォリオ理論でも，Black-Scholes によるオプション理論でも，資産価格変動について iid が仮定され，広範に使われている。

しかしながら，すでに 1963 年には，金融資産価格の変動が iid とはいえず，緩やかな脈動，いわゆる volatility clustering を示すことが Mandelbrot によって指摘され，正規近似の難点は広く知られていた。し

たがって、正規分布を仮定しないさまざまな修正が試みられてきたが、そもそも volatility clustering がどのようなメカニズムで起こるかも分からないまま、VaR に代わり得る理論はまだ生まれていない。

本論文は、このような認識のもとで、自己相関係数と相互相関係数という時系列分析の最も基本的なツールによって、volatility clustering がどのような階層で起こる現象なのかを明らかにすることを目的としている。これまで自己相関係数を用いた分析は少なくないが、定量的な検証はきわめて乏しく、さらに、相互相関係数によって各指数の相互の時間相関を明らかにしようとする取組は見当たらない。それだけに、新たな知見が期待できる独自性に富んだ研究といえる。

## 本研究の内容

おそらく、よりリアリティあるリスク評価には、定常性と正規性を前提とした VaR 理論の根本的な修正が欠かせないが、どう修正するかを考えるとき、「なぜ定常性と正規性が成り立たないのか」に関する理解が不可欠なはずであり、その先に理論の修正とメカニズムの解明がある。本研究は、このような視点から、「volatility clustering とはどのような現象であるのか」を基本に立ち返って明らかにすることを目的として、自己相関係数と相互相関係数を用いて、各市場間の volatility の時間相関の定量的検証を行ったものである。

第 1 章では VaR に関する基本的な考え方を総括し、定常性と正規性がどのように正当化されているかを確認している。すなわち、株価の日次変動率の自己相関係数を求めると、Dirac のデルタ関数となって、何らの規則性も示さない。一方、たとえば年次変動率はおよそ 240 営業日の日次変動率の和であり、これが不規則かつ定常であるなら、中心極限定理によって、年次変動率の正規性が期待できることになる。しかしながら、日次変動率の不規則性は自己相関係数から支持されても、変動の大きさは volatility clustering によって脈動しており、決して定常とはいえない。なお、日次変動率は fat tail と呼ばれる高い尖度を示し、これは 200 日程度の変動率にも残って、非正規性はかなり頑強に残る。Fat tail は volatility clustering によって、分布の広がりや揺すぶられることに起因しているものと考えられる。ここでは、volatility clustering の解明こそがリスクの定量化に不可

欠であることを指摘している。

第 2 章では、今日の主流となっている GARCH 系の研究についてまとめている。時刻  $t$  における volatility を  $\sigma_t^2$  としたとき、

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

を想定したものが (1,1)-GARCH モデルであり、このほかにさまざまな拡張モデルが提案されている。これらは「volatility が自己回帰する」を出発点として、下がった時と下がった時で非対称などの特性を再現するために考案された時系列モデルであり、確かに volatility clustering そのものや付随した現象は再現される。したがって、volatility 予測などには有効かもしれないが、出発点である「なぜ volatility が自己回帰するのか」については、ほとんど情報を提供しない。

第 3 章では、もっとも基本的な時系列分析ツールである自己相関係数に立ち戻る必要性を指摘している。元来、volatility clustering は「日次変動率絶対値ないし平方値の自己相関係数が Dirac のデルタ関数とはならず、緩やかな減少関数となる」ことから名づけられた現象であり、これ自体は周知のことである。さらに、自己相関係数を対数プロットすると直線で近似できること、したがって、volatility clustering はシステム論の視点からいえば、1 次の線形システムと見なせることもすでに指摘されている。すなわち、

$$x_t = bx_{t-1} + n_t$$

という 1 次の AR 過程を考えたとき、自己相関関数  $R(s)$  は差分方程式

$$R(s) = bR(s-1)$$

に従い、これから自己相関係数として

$$C(s) = e^{at} = e^{-s/\tau}$$

を得る。さらに、実際の変動が緩和成分  $x_t$  と不規則成分  $e_t$  の和として与えられる場合、自己相関係数は

$$C(s) = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma_e^2} e^{-s/\tau}$$

となって、観測結果が再現される。このような単純なアプローチが閑却されて、ひたすら複雑な時系列モデルへと傾斜した背景に、自己相関係数の対数プロットという基本的なスキルがないがしろにされてきた点と、現象の検出のむつかしさが指摘される。後者については、上の式が示すように、ラグ 1 日の相関係数は緩和成分のおよその割合を与える。これは 0.1 から

0.3ほどの範囲で変動しており、clusteringの強さそのものがかなり弱く、さらに、もっと長い時間スケールで変わっていることを示唆している。論文では、さらに踏み込んだ指摘を行っているが、要は、このような視点からの議論がなされてこなかったことも、研究が進展しなかった一因ではないかと思われる。

第4章では、自己相関係数の対数プロットから、Dow平均とそのほかの指数との緩和時間について比較を行っている。検証方法としては共分散分析を用いて、「定数の共通性」と「回帰係数の共通性」を調べている。前者は、変動成分に含まれるvolatility clustering成分の多いさの比較、後者は緩和時間の比較に等しい。結果は以下のとおりである。なお、かっこ内は95%信頼区間である。

- ◇ Dow平均の緩和時間は60日（52～73日）である
- ◇ S&P500の緩和時間は65日（55～79日）で、Dowと有意差を示さないが、定数は有意差を示す

以下、すべてのケースにおいて、定数は危険率0.1%以下の水準で有意差を示しており、緩和時間についてのみ記述する。

- ◇ 日経平均の緩和時間は30日（28～33日）で、Dowより有意に短い
- ◇ FTSE100の緩和時間は55日（49～63日）で、Dowと有意差を示さない
- ◇ DAX30の緩和時間は68日（61～76日）で、Dowと有意差を示さない
- ◇ CAC40の緩和時間は60日（54～67日）で、Dowと有意差を示さない
- ◇ 上海総合指数の緩和時間は104日（83～140日）で、Dowより有意に長い
- ◇ ハンセン指数の緩和時間は76日（67～89日）で、Dowより有意に長い

したがって、アメリカとヨーロッパ市場はきわめて類似した緩和を示す一方、日本はより速い、香港と中国はより遅い緩和を見せている。

- ◇ アメリカ 10 年国債金利の緩和時間は 92 日（67～149 日）で，Dow より有意に長い
- ◇ ドル円レートの緩和時間は 63 日（49～86 日）で，Dow と有意差を示さない
- ◇ ドルポンドレートの緩和時間は 72 日（55～104 日）で，Dow と有意差を示さない

ただし，いずれも区間幅の広さが示すように，緩和成分の大きさそのものが小さく，推定精度にはなお課題があるように思われる。

なお，Dow の緩和時間 60 日はほぼ 3 か月であり，周波数に読み替えると 1.6 年であるから，10 年以上の区間で見ると変動率絶対値の動きについて定常性を想定できるものと考えられる。

第 5 章では，Dow を中心に，各指標との相互相関係数を求め，同じく緩和時間を推定して，互いの関係について統計的な検証を行っている。

まずラグ 0 および ±1 日の相関係数から，次のことを見出している。

- ◇ ヨーロッパ市場が閉まる少し前に開くアメリカ市場は，ヨーロッパ市場の影響をかなり受ける
- ◇ アメリカ市場が終わって 11 時間後に開くヨーロッパ市場がアメリカ市場から受ける影響は弱い
- ◇ アメリカ市場が閉まった数時間後に開く日本と香港はアメリカの影響を受けるが，上海はそれほど影響されない
- ◇ アジアが閉まった 6～8 時間後に開くアメリカ市場は，その日の日本と香港の動きと弱く相関するが，上海は相関しない

ただし，これらの関係はもっと短い時間スケールで微妙に変化することも明らかにしているが，本研究の中心テーマから少しはずれることから，これ以上は踏み込んでいない。

さらに，相互相関係数が示す緩和時間については，以下のような点を明らかにしている。

- ◇ Dow と S&P500, FTSE100, DAX30, CAC40 との相互相関係数が示

す緩和時間は、マイナス、プラスいずれの場合も有意差を示さない

この結果は、各国で観測される **volatility clustering** が互いに連動していることを示している。

日経平均、上海総合指数、ハンセン指数については少し複雑な結果となっている。

- ◇ Dowと日経平均の相互相関係数はマイナスラグで58日(52~65日)というDowと変わらない緩和時間を示すが、プラスラグでは44日(40~50日)と有意に短い値となって、非対称性を示す
- ◇ Dowと上海総合指数はプラスマイナスいずれでも有意に異なり、独自性が強い
- ◇ Dowとハンセン指数もマイナスラグで67日(55~85日)と有意性がなく、プラスラグは75日(67~86日)と有意に長い値となって、非対称性を示す

このような非対称性については、これまでに指摘がなく、きわめて興味深い知見と思われる。

Dowと金利および為替レートについては以下のような結果であった。

- ◇ Dowとアメリカ10年国債金利の相互相関係数はマイナスラグで極端に長く、プラスラグでも82日(64~113日)という長い値を示した
- ◇ Dowとドル円レートではマイナスラグで72日(52~119日)、プラスラグで50日(39~69日)となって、いずれもDowの自己相関係数と有意差を示さなかった
- ◇ Dowとドルポンドレートでは、プラスラグだけで55日(42~76日)と同じような緩和を示した

これらの結果の解釈は難しいと思われるが、世界の金融市場が複雑に絡み合い、その中で **volatility clustering** といううねりが生み出されているといえそうである。

第6章では、**volatility clustering** による変動レベルの動きがきわめて

大きく、定常性を前提としたリスク評価の妥当性は乏しいこと、**volatility clustering** はシステムティック・リスクの特性であることから、個別銘柄の分散のみならず、銘柄間の相関係数をも脈動させることを明らかにしている。すなわち、個別銘柄の変動には、市場全体に共通した変動＝システムティック・リスクと銘柄特有の変動＝個別リスクに分けられ、前者は市場全体の動きを表す株価指数の変動で近似できる。個別銘柄の変動に含まれるシステムティック・リスクがどれほどかは回帰モデルの決定係数で推定され、これは 0.1 から 0.6 ほどの広い幅で変動する。実際、数か月間隔で推定した変動率の標準偏差は 1% ほどの水準を基準として、時に数%のところまでジャンプする。分散投資で抑制されるリスクは個別リスクだけであり、システムティック・リスクはそのまま残るから、ポートフォリオのリスクも **volatility clustering** によって大きく上下する。さらに、分散投資の効用は大数の法則が要求する「互いの独立性」に依存している。しかし、**volatility clustering** でシステムティック・リスクが増大したとき、銘柄間の連動成分もまた大きく増えて、互いの相関係数も上昇する。言い換えるなら、ポートフォリオのリスクは分散（標準偏差）と互いの相関係数の両方によって **volatility clustering** とともに脈動する。このように、**volatility clustering** がリスク評価、リスク管理、分散投資などリスクに関わる分野にきわめて大きい影響を与えることを明らかにしている。

第 7 章では、本論文のまとめを行い、本研究のもっとも注目すべき成果として、**volatility clustering** のグローバル性を明らかにしたことを挙げている。すなわち、「非定常性も非正規性も **volatility clustering** によって生み出されている。その解明の延長上に、リスク評価理論やポートフォリオ理論などの修正が見通せる」ということであり、今後に残された課題が山積しているとはいえ、具体的な手がかりを見出した点を強調している。

## 本研究における社会的意義

本論の特徴は、欧米の金融市場に広く存在する共通の緩和特性を見出した点にある。これは、**volatility clustering** がローカルな金融市場に特有な現象ではなく、グローバルな状況から生まれた特性であることを示す明確な証拠であり、今後の研究の在り方に一石を投じるものといえる。

また、volatility clustering はシステマティック・リスクの脈動であり、単に分散＝リスクの非定常性のみならず、銘柄間の相関をも揺さぶり、分散投資の効果を大きく変動させるという指摘は、巷間で広く用いられているポートフォリオ理論の有効性に強い疑義を突きつけており、今後の進展が望まれる。

## 論文審査の要旨

郭立冬氏の論文は、株価変動に非定常性と非正規性をもたらしている **volatility clustering** が、欧米主要国間できわめて共通したグローバルな現象であることを明らかにしたものである。すなわち、アメリカの Dow 平均を中心として、イギリス、ドイツ、フランス、日本、香港、上海の株価指数、アメリカの長期金利と為替レートが示す **volatility clustering** のそれぞれの緩和特性と相互の関係を、自己相関係数と相互相関係数を用いて実証的に検証し、少なくとも欧米の株価指数が共通した特性を持ち、そのほかの指標についても、ある程度の時間相関を示すことを明らかにしている。

本論文は 7 つの章で構成されている。

第 1 章では、既存のリスクに関する理論をまとめている。まず、Markowitz に始まるリスクと **volatility** の関係について述べた後、資産価格変動の定常性と正規性に関する問題についてまとめている。損をする危険性、いわゆるリスクは資産価格の変動の激しさである **volatility** に依存し、資産価格変動が定常性と正規性を満たすなら、99% VaR などの形で最大損失を想定することが可能となる。また、オプション理論でも同様の仮定の下に Black-Scholes 式などが導かれている。ここで、価格変動に定常性が想定できるなら中心極限定理から漸近的に正規性が満たされるが、現実には、資産価格は **volatility clustering** という緩やかな脈動を示して、少なくとも数年という時間スケールでは定常性は成り立たない。それゆえ、より現実に即した理論が模索されているが、そのためには **volatility clustering** の説明が不可欠であることに言及している。

第 2 章では、**volatility clustering** 研究の代表的な手法である GARCH (Generalized Auto-Regressive Conditional Heteroscedasticity) 分析についてまとめ、時系列モデル分析ゆえに、現象の緻密な再現に成功している一方で、どのような現象であるのかについての情報が乏しくならざるを得ない問題点を指摘している。

第 3 章では、**volatility clustering** が近似的に 1 次線形システムの緩和過程として捉えられることを明らかにしている。そもそも **volatility clustering** は、資産価格変動の絶対値の自己相関係数が示す緩やかな減衰に付けられた呼称であるが、近年の研究において自己相関係数は事実上閉

却されている。その背景にシステム論的アプローチの欠如があり、自己相関係数が与える定量的な情報が見過ごされてきたことを指摘し、その上で、緩和時間がもっとも重要な特性値であることを論述している。

第4章では、20年間のDow平均とその他の株価指数、長期金利および為替レートが示す緩和時間について、共分散分析による統計的比較検証を行っている。ここでは、Dow平均とイギリスのFTSE100、ドイツのDAX30、フランスのCAC40、ドル円レート、ドルポンドレートが同じ緩和時間を示すことを明らかにしている。

第5章では、欧米の指標間の相互相関係数が自己相関係数と同じ緩和過程を示すことを明らかにしている。これは、volatility clustering がグローバルなスケールで生み出された現象であることを明快に示している。また、緩和時間が異なった組合せの相互相関係数についても多くで1次の緩和過程が観察されており、情報のリンクが確認されている。

第6章では、今回の知見がリスク理論などに及ぼす影響について論じている。重要な論点は2つであり、まず、ここで観察された株価指数のvolatility clustering は市場全体に共通したシステムティック・リスクであり、分散投資で抑制することはほぼ不可能であるという点である。2点目は、個別銘柄間の相関係数は、両銘柄に共通なシステムティック・リスクの割合に依存することから、この点でも分散投資の効果は脈動する。すなわち、巧妙に作られたポートフォリオほど、volatility clustering の影響を強く受け、リスク評価が難しくなることを指摘している。

第7章では、各章の内容を総括した上で、結論として「volatility clustering がグローバルな金融市場で生み出された現象であり、その視点に立った解明の延長上に、リスク評価理論やポートフォリオ理論などの修正が見通せる」ことを指摘している。

以上のことから、郭立冬氏の論文は、経済学の金融・ファイナンスの分野に位置づけられる。

本研究の目的は、資産価格変動の非定常性と非正規性に密接に関わっているvolatility clustering と呼ばれる現象の特性を明らかにして、金融界で広く用いられているリスク評価理論や分散投資理論、オプション理論など、いずれも定常性と正規性を前提とした中核理論の修正に向けた道筋を探ることにある。

Volatility clustering の研究そのものは、1963年に発表された

Mandelbrot の論文に端を発している。そこでは、資産価格の変動の激しさが脈動し、変動率絶対値の自己相関係数が緩やかな緩和を示すことがすでに指摘されていた。しかしながら、その後の研究は、この知見からそれほど深まらないまま、GARCH などの精緻な時系列モデル分析に進み、今日に至っている。この経過は、ARMA や ARIMA など経済時系列分析が辿った過程を思い起こさせる。すなわち、巧妙に組み立てられた時系列モデルは現象を緻密に再現できるが、論文中に記されているように、「このような式が当てはまりました」から出なければ、**measurement without theory** という類いの誹りを招きかねない。そういう意味で、本論文は **volatility clustering** 研究の原点に立ち返り、改めてシステム論的視点から現象を捉え直したものである。

本論文は、以上のような状況を第 1 章から第 3 章までに整理した上で、しかるべき統計分析に基づいて、第 4 章では、多くの株価指数が 60~70 営業日という共通の緩和時間を示すこと、第 5 章では、相互の時間相関でも同じ緩和特性を示すことを指摘している。特に後者は先行研究に見られない新たな知見であり、十分な評価に値するものと考えられる。もちろん、本研究は、リスク理論のネックともいえるべき非定常性、非正規性の原因を改めて特定し、その基本特性の一部を明らかにしたということであって、具体的な理論の改訂まで踏み込むものではないが、今後のさらなる研究の積み重ねが期待される。

本論文の核心部分はすでに学会で発表され、さらに査読論文としても採択されている。これからも研究活動を続けることで、さらなる活躍が期待される。

## 審査結果の要旨

令和元年（2019年）12月20日（金曜日）17時00分から18時00分まで久留米大学御井学舎第3会議室において開催された口頭試問および審査委員会により、郭立冬氏の論文が博士（経済学）の学位に値する研究であることを審査委員会は全員一致で確認した。