

## 進化的アルゴリズムに基づく簡素なデジタル力学系の合成

著者	新井 颯
出版者	法政大学大学院理工学研究科
雑誌名	法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編
巻	61
ページ	1-5
発行年	2020-03-24
URL	<a href="http://doi.org/10.15002/00022811">http://doi.org/10.15002/00022811</a>

# 進化的アルゴリズムに基づく 簡素なデジタル力学系の合成

EVOLUTIONARY ALGORITHM BASED SYNTHESIS OF SIMPLE DIGITAL DYNAMICAL SYSTEMS

新井 颯

Hayate ARAI

指導教員 斎藤利通

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

This paper considers optimization problems in synthesis of digital spike maps based evolutionary algorithm. The digital spike map is defined on a set of points and can generate various periodic spike-trains. The MOEA/D is known as one of most efficiency algorithms to search pareto front. The MOEA/D is applied to an elementary synthesis problem that requires optimization of multi-objective functions. The MOEA/D uses simple genetic operator and mutation operator of various genetic operators in reproduction of potential solutions. The MOEA/D can find out an approximated Pareto front. The MOEA/D performance is confirmed in elementary numerical experiments.

**Key Words** :MOEA/D, Pareto front, Digital spike map, periodic spike-trains

## 1. はじめに

多目的最適化問題 (MOP [1][2]) とは様々な分野で研究が行われている。MOP は多目的関数の同時最適化が求められる。同時最適化が達成された時、最適解を得ることが出来る。しかし、同時最適化の殆どの場合において、最適解は実現不可能である。MOP の生じる問題として相反する目的が存在し、片方の目的を改善するともう一方を改善させてしまう関係のことでトレードオフと呼ばれる。課題としてはトレードオフが存在する場合の解 (パレートフロント) を探索することである。MOP に対して様々な進化的アルゴリズムが提案されている。[1]-[7]その中でも MOEA/D は最も効率的なアルゴリズムの1つとして知られている。

本論文では MOEA/D[3][4]をデジタルスパイクマップ (Dmap[8]-[11]) の合成に応用することについて検討する。パラメータを調整には膨大な計算コストを費やしてしまう。計算コストを削減するためにも進化的アルゴリズムは重要な役割を果たす。

Dmap は点の集合で定義され、様々な周期的スパイク列 (PST) を生成することが出来る。PST は通信システム[12]、時系列近似[9]や疑似乱数生成器[13]などのシステムに応用される。Dmap は FPGA によるハードウェア実装に適している。[14]

本論文では MOEA/D を 2 目的最適化問題に応用する。用いる目的関数は PST の自己相関とスパイク間隔 (ISI)

である。この場合、トレードオフが存在し、MOEA/D は近似的なパレートフロントを発見することが可能である。基本的な数値実験によって MOEA/D の性能と適合性を確認し解析を行う。

## 2. MOEA/D

本論文では 2 目的最小化問題について考える。

$$\begin{aligned} \text{Minimize } f(d) &= (f_1(d), f_2(d)) \in \mathbb{R}^2 \\ \text{subject to } d &= (d_1, \dots, d_M) \in Z^M \equiv D \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $d$  は次章で示す Dmap を特徴づける  $M$  次元の整数である決定変数ベクトルである。実数の目的関数  $f: D \rightarrow \mathbb{R}^2$  において、 $D$  及び  $\mathbb{R}$  はそれぞれ決定変数空間と目的空間と呼ばれる。次に、決定変数  $d_a$  は次の何れかの条件を満たした場合に別の決定変数  $d_b$  を支配する：

$$\begin{aligned} f_1(d_a) < f_1(d_b) \text{ and } f_2(d_a) \leq f_2(d_b) \\ f_1(d_a) = f_1(d_b) \text{ and } f_2(d_a) < f_2(d_b) \end{aligned} \quad (2)$$

解  $d_p$  が他のポテンシャル解に支配されない場合、 $d_p$  はパレート最適解と呼ばれる。全てのパレート最適解の集合は、パレートセットと呼ばれ、目的空間ではパレートフロントと呼ばれる。解  $d_u$  が全ての目的の最小値を与える場合、 $d_u$  はユートピアポイント (最適解) と呼ばれる。多目的問題にトレードオフが存在する場合、最適解は実現

不可能な点である。次に、式(1)における2目的問題に対する MOEA/D を紹介する。  $d^i(g)$  を世代  $g$  の  $i$  番目の個体 (ポテンシャル解) とする。

$$d^i(g) = (d_1^i(g), \dots, d_M^i(g)) \in D, i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (3)$$

ここで、  $N$  は個体数を表す。目的空間を分割するために重みベクトルを用いる。

$$\lambda^j = (\lambda_1^j, \lambda_2^j), \lambda_1^j + \lambda_2^j = 1, \lambda_1^j = \frac{j}{H}, j \in \{0, 1, \dots, H\} \quad (4)$$

ここで、  $H$  は分割数を表す。  $H + 1$  個の重みベクトルは MOP を  $H + 1$  個のスカラー問題に分割するために用いられる。個体数を  $N = H + 1$  と定義する。適応度関数として weighted sum を適応する。スカラー適応度関数は次のように定義する。

$$h^j(d) = \lambda_1^j f_1(d) + \lambda_2^j f_2(d), j \in \{0, 1, \dots, N - 1\} \quad (5)$$

ここで、  $h^j(d)$  は  $j$  番目の適応度関数と呼ばれる。支配されないポテンシャル解を保存するために外部個体群 (EP) を用いる。MOEA/D は次のような手順で構成される。

**Step 1 (初期化)** :  $g = 0, EP = \emptyset$  とする。初期個体をランダムに生成する。

**Step 2 (更新)** :  $j = 0, \dots, N - 1$  で行う。

**Step 2-1 (生殖)** : 遺伝的操作を行い、ポテンシャル解となる候補を作成する。

**Step 2-2 (評価)** : 全ての候補を  $j$  番目の適応度関数  $h^j$  で評価する。最も良い値を持つ候補を  $j$  番目のポテンシャル解  $y^j$  として宣言され、世代  $g$  における候補から消去し、次の世代  $g + 1$  の個体として使用する。

**Step 2-3 (EP の更新)** :  $f(y^j)$  によって支配される全ての要素を EP から消去する。EP の要素の中で  $f(y^j)$  を支配する要素がない場合、  $f(y^j)$  を EP に追加する。

**Step 3 (終了判定)** : EP が更新されない場合、アルゴリズムは終了する。それ以外の場合、  $g \rightarrow g + 1$  として Step 2 へ戻る。これを世代上限  $g_{max}$  まで繰り返す。

MOEA/D が終了すると、EP は近似的なパレートフロント又は最適解を与える。本論文で用いる MOEA/D は次の2点で特徴づけられる：簡素な遺伝的操作と突然変異を Step 2-1 の遺伝的操作として用いる。既存の MOEA/D において、Step 2-1 の生殖は突然変異や交叉など様々な遺伝的操作を含む。また、Step 2-2 の評価は高次元平面の様々なベンチマーク問題に応用されている。

### 3. デジタルスパイクマップ

Dmap は次のように定義できる。

$$\theta_{n+1} = F(\theta_n), \theta_n \in \{1, 2, \dots, M\} \equiv L_M \quad (6)$$

図 1(a) に定義域  $M = 10$  とした Dmap を示す。

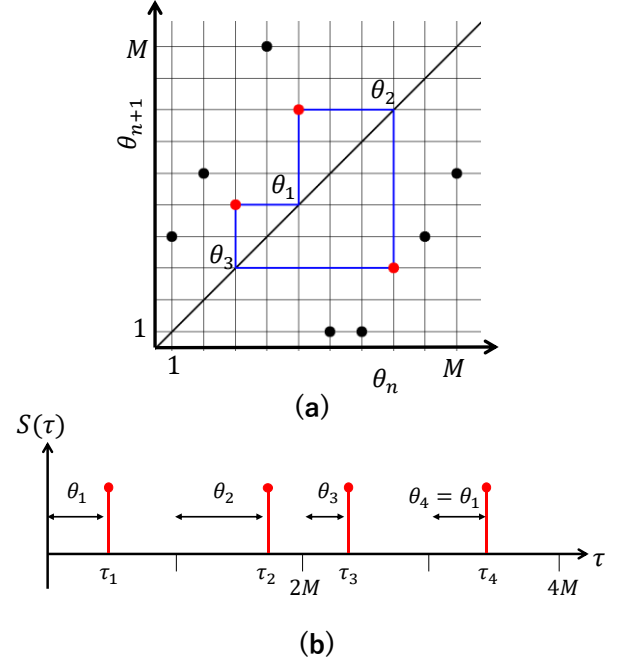


図 1 定義域  $M = 10$ . (a) デジタルスパイクマップ, (b) 周期的スパイク列 (黒点: E 周期点, 赤点: 周期点)

Dmap は次のような特徴ベクトルで表される。

$$d \equiv (d_1, \dots, d_M), d_k = F(k) \in \{1, 2, \dots, M\} \quad (7)$$

$$k \in \{1, 2, \dots, M\}$$

例として、図 1(a) の Dmap は  $d = (4, 6, 5, 10, 8, 1, 1, 3, 4, 6)$  と表せる。定義域は有限の整数の点で構成されているので、Dmap の定常状態は周期的な軌道となる。本論文では、特徴ベクトルは 2 目的最適化問題で  $M$  次元の整数の決定変数ベクトル  $d$  として使用する。次に、Dmap とスパイク列の関係について説明する。  $\tau$  は正規化された時間を示し、  $\tau_n$  は  $n$  番目のスパイク位置を示す。周期  $M$  はクロック周期を示し、  $\theta_n = \tau_n \bmod M$  は  $n$  番目のスパイク位相を示す。初期スパイク位相  $\theta_1 \in (0, M]$  が与えられると、Dmap はスパイク位相  $\{\theta_n\}$  の系列を出力する。

$$S(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{for } \tau = \tau_n, \tau_n = \theta_n + (n - 1) \\ 0 & \text{for } \tau \neq \tau_n \end{cases} \quad (8)$$

$n$  番目のスパイク位置は  $n$  番目の基本周期内に出現する：  $\tau_n \in [n - 1, n)$ 。スパイク列は Dmap によって支配されるスパイク位相  $\{\theta_n\}$  の系列によって和え合わすことが出来る。Dmap の定義域は有限の点の集合によって構成さ

れるので、既述したように定常状態は周期的スパイク列 (PST) にならなければならない。図 1(b)に周期 3 の PST 表し、 $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\} = \{5, 8, 3\}$ と表せる。ここで、基本的な定義を行う。

点  $p \in L_M$  が  $p = F^l(p)$  で  $F(p)$  から  $F^l(p)$  まで全て異なるのであれば、 $p$  は周期点 (PEP) と呼ばれる。ここで、 $F^l$  は  $F$  を  $l$  回施したものである。PEP の系列  $F(p), \dots, F^l(p)$  は周期  $l$  の周期軌道 (PEO) と呼ばれる。周期  $l$  の PEO は周期  $l$  の PST と等価である。点  $q \in L_M$  が PEP ではないが  $k$  ステップ後に PEO に落ち込むのであれば、E 周期点 (EPP) と呼ばれ、 $F^k(q) = p$  と表せる。また、点  $q$  が PEP ではないが直接 PEO に落ち込むのであれば、直接 E 周期点 (DEPP) と呼ばれ、 $F(q) = p$  と表せる。PEO を除く全ての点が DEPP であるのであれば、PEO は超安定であると言える。所望の PEO が与えられた場合、PEO は特徴ベクトルの置き換えによって超安定にすることが可能である。

#### 4. 数値実験

2 目的最適化問題で、用いる 2 つの目的関数を説明する。第 1 目的関数  $f_1$  は、正規化された自己相関の第二ピークを評価する。

$$f_1 = \max_s R_{yy}(s) \geq 1, R_{yy}(s) = \frac{1}{p-1} \sum_{\tau=0}^{pM} S(\tau)S(\tau+s) \quad (9)$$

$f \text{ for } s \in \{1, \dots, pM-1\}$

ここで、 $S(\tau)$  は Dmap の周期  $p$  の PEO に対応する PST である。 $R_{yy}(s)$  は  $S(\tau)$  の自己相関である。

第二目的関数  $f_2$  は、ISI の多様性に反比例する。言い換えると、ISI の分散の狭さを評価する。

$$f_2 = \frac{1}{N_v p} \sum_{i=1}^p (\Delta_i - \Delta_a)^2 \quad (10)$$

ここで、 $\Delta_i$  は  $i$  番目と  $i+1$  番目のスパイク位置間の  $i$  番目の ISI を示す。

$$\Delta_i = (m - \theta_i) + \theta_{i+1} \quad (11)$$

$\Delta_a$  は  $\Delta_i$  の平均を示す。PST は周期  $pM$  内に  $p$  本のスパイクが出力されるので  $\Delta_a = M$  となる。 $N_v$  は正規化された因数である。

これらの目的関数はスパイクに基づく通信や疑似乱数生成器などの工学的応用を検討するための基礎となる。

トレードオフが存在する場合のパレートフロントの探索と Dmap の合成のために MOEA/D を応用する。性能を調べるために以下の Dmap の最小化問題について考える。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(d) = (f_1(d), f_2(d)) \\ & \text{subject to } d = (d_1, \dots, d_M) \equiv D \end{aligned} \quad (12)$$

$f_1$  が減少する場合、PST の自己相関の第二ピークは減少する。 $f_2$  が減少する場合、ISI の分散は広がる。式(12)の場合、トレードオフが存在し、MOEA/D が探索成功すると近似的なパレートフロントが得られる。数値実験を行うためにパラメーターを以下のように設定した。 $M = 128, p = 64, N = 30, g_{max} = 100, P_m = 0.5, N_v = 3200$ 。

初期世代  $g = 0$  において、周期  $p = 64$  の同じ PEO を持つ Dmap を初期個体として、 $N = 30$  個生成する。PEP 以外の点はランダムに生成する。初期個体  $g = 0$  の目的空間は 1 点に集中しているの図は省略する。図 2 に進化過程の世代  $g = 1$  の目的空間を示す。EP の要素数 #EP = 5 となった。図 2 の黒点は世代  $g$  における個体を表し、赤点は EP の要素を表す。

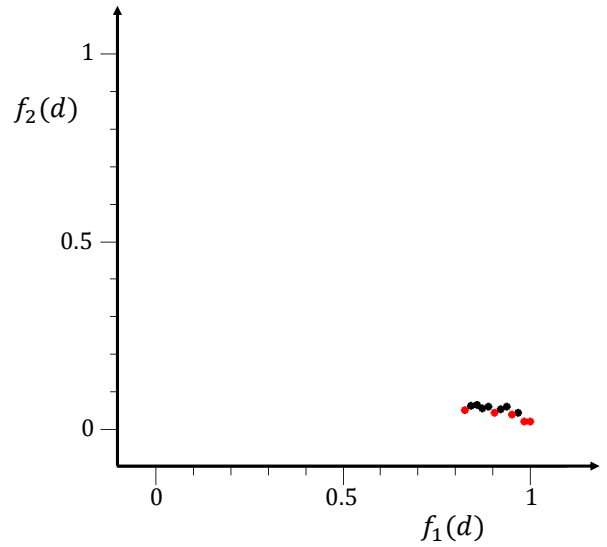


図 2 世代  $g = 1$  の目的空間。#EP = 5。

図 3 に MOEA/D のアルゴリズムが終了した最終世代  $g = 50$  の目的空間を示す。#EP = 36 となった。

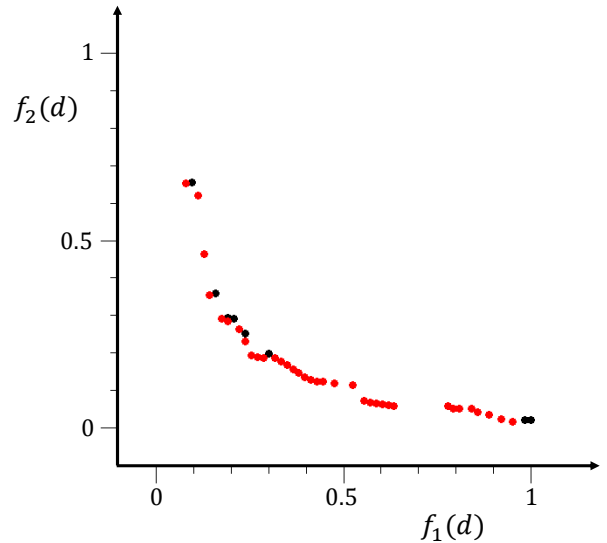


図 3 世代  $g = 50$  の目的空間。#EP = 36。

2 目的最適化問題において、MOEA/D は世代  $g = 50$  で近似的なパレートフロントを探索することが出来た。最終的な目的空間の EP の要素 (赤点) が近似的なパレートフロントに対応する。2 つの目的関数  $f_1$  : 低い自己相関,  $f_2$  : ISI の分散の狭さ, 間にトレードオフが存在することを確認した。図4に初期世代  $g = 0$  の個体に対応する Dmap に一例を示す。それぞれの評価値は  $f_1 = 1.00, f_2 \approx 0.020$  であった。

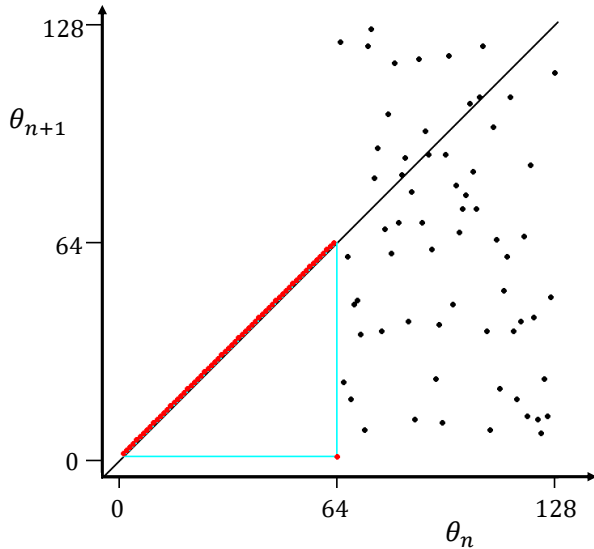


図4 世代  $g = 0$  の個体に対応する Dmap の一例

図5に最終世代  $g = 50$  の個体に対応する Dmap に一例を示す。それぞれの評価値は  $f_1 \approx 0.524, f_2 \approx 0.133$  であった。

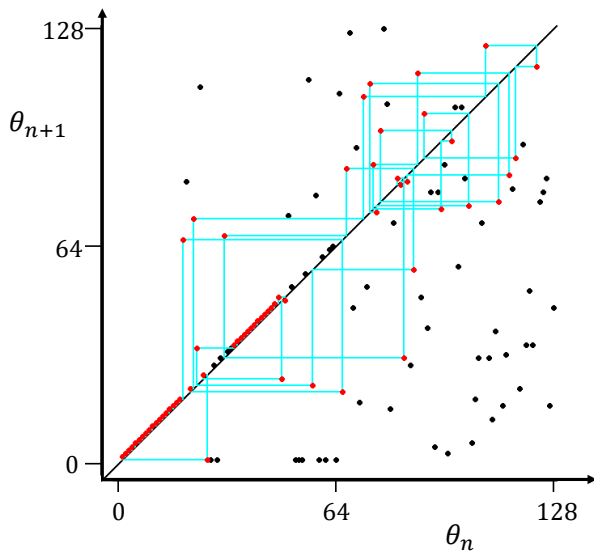


図5 最終世代  $g = 50$  の個体に対応する Dmap の一例

図6に世代  $g$  における #EP の推移を示す。

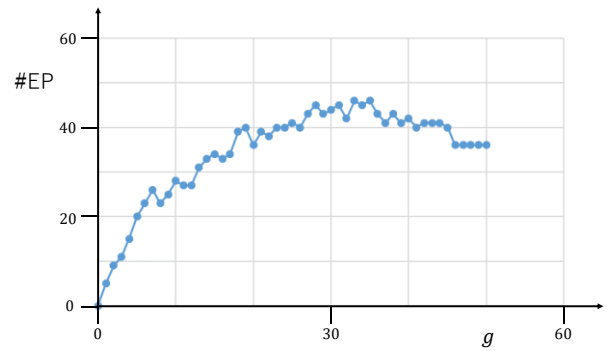


図6 世代  $g$  における #EP の推移

## 5. むすび

MOEA/D を Dmap の合成のための2目的最適化問題に応用した。本論文での MOEA/D は重みベクトルによって目的空間を分割し、生殖の遺伝的操作として、簡素な遺伝的操作と突然変異を用いる。MOEA/D を PST の自己相関と ISI の分散の狭さを目的とした最適化問題に応用した。目的関数間：自己相関の第二ピーク、ISI の分散の狭さにトレードオフが存在することを確認し、近似的なパレートフロントを発見した。MOEA/D の性能について基本的な数値実験によって確認した。

MOEA/D を更に効果的なアルゴリズムに改良するために、今後の課題として様々な問題が挙げられる。アルゴリズムのパラメーター調整のための性能、探索過程や計算コストなどの解析、更に高次元多 MOP での応用や様々な工学的システムへの応用など。

## 参考文献

- 1) A. P. Engelbrecht, Fundamentals of computational swarm intelligence, Willey, 2005.
- 2) H. Ishibuchi, N. Tsukamoto, and Y. Nojima, Evolutionary many-objective optimization: A short review, Proc. IEEE-CEC, pp. 2424-2431, 2008.
- 3) H. Arai and T. Saito, A simple multiobjective evolutionary algorithm for design of digital maps, NOLTA, IEICE, E10-N, pp.280-288, 2019.
- 4) Q. Zhang and L. Hui, MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition, IEEE Trans. Evol. Comput., 11, 6, pp. 712-731, 2007.
- 5) R. Wang, Z. Zhou, H. Ishibuchi, T. Liao, and T. Zhang, Localized Weighted Sum Method for Many-Objective Optimization, IEEE Trans. Evol. Comput., 11, 1, pp. 3-18, 2018.
- 6) X. Ma, Q. Zhang, G. Tian, J. Yang, and Z. Zhu, On Tchebycheff Decomposition Approaches for Multiobjective Evolutionary Optimization, IEEE Trans. Evol. Comput., 22, 2, pp. 226-244, 2018.

- 7) H.-L. Liu, L. Chen, Q. Zhang, and K. Deb, Adaptively Allocating Search Effort in Challenging Many-Objective Optimization Problems, *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 22, 3, pp. 433-448, 2018.
- 8) H. Torikai, H. Hamanaka, and T. Saito, Reconfigurable Spiking Neuron and Its Pulse-Coupled Networks: Basic Characteristics and Potential Applications, *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, 53, 8, pp. 734-738, 2006.
- 9) H. Torikai, A. Funew, and T. Saito, Digital Spiking Neuron and Its Learning for Approximation of Various Spike-Trains, *Neural Networks*, 21, pp. 140-149, 2008.
- 10) T. Saito, K. Yamaoka, and T. Hamaguchi, Realization of desired digital spike-trains by a simple evolutionary algorithm, *NOLTA, IEICE, E8-N*, 4, pp. 267-278, 2017.
- 11) H. Arai and T. Saito, A Simple Evolutionary Algorithm for Design of Desired Digital Spike Maps, *Prof. NOLTA*, pp. 359-362, 2018.
- 12) T. Iguchi, A. Hirata, and H. Torikai, Theoretical and Heuristic Synthesis of Digital Spiking Neurons for Spike-Pattern-Division Multiplexing, *IEICE Trans. Fundamentals*, E93-A, 8, pp. 1486-1496, 2010.
- 13) H. Pangratz and H. Weinrichter, Pseudo-Random Number Generator Based on Binary and Quinary Maximal-Length Sequences, *IEEE Trans. Computers*, pp. 637-642, 1979.
- 14) H. Uchida and T. Saito, Multi-phase synchronization phenomena in a ring-coupled system of digital spiking neurons, *IEICE Trans. Fundamentals*, E102-A, 1, pp. 2019.