ESCUELA DE POSGRADO
UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

Efecto del programa basado en el modelo de Van Hiele en la Competencia Geométrica y los niveles de Razonamiento Geométrico, Callao

TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:
Doctor en educación

AUTOR:
Mgtr. Amador Epifanio Gonzales Baldeón

ASESORA:
Dra. Yolanda Felícitas Soria Pérez

SECCIÓN:
Educación e idiomas

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:
Innovaciones Pedagógicas

PERÚ - 2017

Dra. Flor de María Sánchez Aguirre
Presidente

Dr. Rodolfo Fernando Talledo Reyes
Secretario

Dra. Yolanda Felicitas, Soria Pérez
Vocal

Dedicatoria

Dedico la tesis a mi esposa Mercedes Julisa, quien en todo momento me alienta, forjando en mí el deseo de superación y el anhelo de triunfar en la vida.
A mis maestros y amigos que gracias a su ayuda oportuna pude culminar esta tesis.

Agradecimiento

A Dios, de manera muy especial, porque su espíritu siempre me guía, anima, fortalece y acompaña con su infinito amor.

A la Dra. Yolanda Soria por compartir sus conocimientos a través de todo el desarrollo de la tesis.

A mi familia, que son mi inspiración, con quienes comparto mis proyectos, alegrías y mi trabajo.

Declaratoria de autenticidad

Yo, Amador Epifanio Gonzales Baldeón, estudiante del programa de Doctorado en Educación de la Escuela de Postgrado de la Universidad César Vallejo con DNI 09796629, con la tesis titulada "Efecto del programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia geométrica y los niveles de razonamiento geométrico, Callao". Declaro bajo juramento que:

1. La tesis en mención es de mi autoría.
2. He aceptado las normas internacionales de citas y referencias para las fuentes consultadas. Por lo tanto, la tesis no ha sido plagiada total ni parcialmente.
3. La tesis no ha sido autopliagada, es decir no ha sido publicada ni presentada anteriormente para obtener algún grado académico previo a un título profesional
4. Los datos presentados en los resultados son reales, no han sido falseados, ni duplicados, ni copiados y por lo tanto son los resultados que se presentan en la tesis se constituyen en aportes a la realidad investigativa.

De identificarse la presencia de fraude (datos falsos), plagio (información sin citar autores), autoplagio (como nuevo algún trabajo de investigación propio que ya ha sido publicado), piratería (uso ilegal de información ajena) o falsificación (presentar falsamente las ideas de otros), asumo las consecuencias que de nuestras acciones se deriven, sometiéndome a la normatividad vigente de la Universidad César Vallejo.

Los Olivos, diciembre 2016

Firma : ______________________________

Mgtr: Amador Epifanio Gonzales Baldeón

Presentación

Señores miembros del Jurado:

Dando cumplimiento a las normas establecidas en el Reglamento de Grados y Títulos, Sección de Postgrado de la Universidad “César Vallejo”, para optar el grado de Doctor en Educación, se presenta el trabajo de investigación aplicada, cuasi experimental denominado: Efecto del programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia geométrica y los niveles de razonamiento geométrico, Callao.

El estudio está compuesto por siete secciones, en el primero denominado Introducción se describe el problema de investigación, justificación, antecedentes y objetivos que dan los primeros conocimientos del tema, así como la fundamentación científica de las variables, en la segunda sección se presenta los componentes metodológicos, en la tercera sección se presenta los resultados, seguidamente en la cuarta sección la discusión del tema, en la quinta sección se desarrollan las conclusiones arribadas, mientras que en la sexta sección exponen las recomendaciones y en la sétima sección se adjunta las referencias y por último se colocan los apéndices.

Señores miembros del jurado espero que esta investigación sea evaluada y merezca su aprobación.

El autor.

Índice

Lista de tablas

Lista de figuras

Resumen

La presente investigación tuvo como objetivo: Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia y de los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

La investigación realizada fue de enfoque cuantitativo, de tipo aplicada, con un diseño experimental, con sub-diseño cuasi-experimental. La población estuvo conformada por 75 estudiantes de cuarto de secundaria y la muestra fue de 50 estudiantes. Se utilizó la evaluación como técnica de recopilación de datos de las variables dependientes competencia en geometría y niveles de razonamiento geométrico; se empleó como instrumento la prueba escrita. Los instrumentos fueron sometidos a la validez de contenido a través del juicio de tres expertos con un resultado de aplicable y el valor de la confiabilidad fue con la prueba KR20 con coeficientes de 0,781 para la prueba de competencia en geometría y 0,815 para la prueba de niveles de razonamiento geométrico, indicándonos una fuerte confiabilidad para ambas pruebas.

Los resultados de la investigación indicaron que: La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la competencia en geometría (Z=-5,623 y *Sig.*=0,000) y los niveles de razonamiento geométrico (Z=-5,775 y *Sig.*=0,000) de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la institución educativa n.°5143, Escuela de talentos del Callao, 2016.

Palabras clave: Competencia en geometría y niveles de razonamiento geométrico.

Abstract

The present research had as objective: To determine the effect of the application of the Program based on the model of Van Hiele in the competition and of the levels of geometric reasoning of the students of the 4th grade of the Educational Institution Educativa N ° 5143 - School of Talents of Callao, 2016.

The research was a quantitative approach, of an applied type, with an experimental design, with a quasi-experimental sub-design. The population was made up of 75 fourth-grade students and the sample was the same. We used the evaluation as a technique of data collection of the dependent variables competence in geometry and levels of geometric reasoning; The written test was used as an instrument. The instruments were subjected to content validity through the judgment of three experts with an applicable result and the value of reliability was with the KR20 test with coefficients of 0.781 for the competence test in geometry and 0.815 for the test levels Of geometric reasoning, indicating a strong reliability for both tests.

The results of the research indicated that: The application of the Program based on the Van Hiele model did have a positive effect on competition in geometry (Z = -5.623 and Sig = 0.000) and geometric reasoning levels (Z = -5.775 And Sig. = 0.000) of high school students, from educational institution No. 5143, School of Talents of Callao, 2016.

Key words: Competence in geometry and levels of geometric reasoning.

Resumo

Esta pesquisa teve como objetivo determinar o efeito da aplicação com base no modelo de Van Hiele no programa de competição e os níveis de raciocínio geométrico dos alunos da 4° série do secundário Instituição académica Educacional N ° 5143 - Talent School Callao de 2016.

A pesquisa foi abordagem quantitativa, aplicada tipo com um design experimental, com design sub-quasi-experimental. A população foi composta por 75 alunos do ensino médio e quarta amostra era a mesma. a avaliação foi utilizada como técnica de coleta de dados da concorrência variáveis dependentes na geometria e níveis de raciocínio geométrico; Foi usado como um teste de ferramenta de escrita. Os instrumentos foram submetidos a validade de conteúdo por meio do julgamento de três especialistas com uma pontuação de fiabilidade aplicáveis e valor foi o teste KR20 com coeficientes de 0,781 para a geometria teste de proficiência e 0,815 para os níveis de teste raciocínio geométrico, indicando uma forte confiabilidade para ambos os testes.

Os resultados da pesquisa indicaram que: A aplicação do modelo baseado no programa de Van Hiele em si teve um efeito positivo sobre a concorrência na geometria (. Z = -5,623 e Sig = 0,000) e níveis de raciocínio geométrico (Z = -5,775 e Sig. = 0,000) dos estudantes na quarta ensino médio educacional instituição n ° 5143, escola de talentos Callao de 2016..

Palavras-chave: Competição nos níveis de geometria e de raciocínio geométrico.

I. Introducción

1.1. Antecedentes.

Antecedentes internacionales.

Cabello (2013) en su tesis doctoral: La modelización de Van Hiele en el aprendizaje constructivo de la geometría en primero de la educación secundaria obligatoria a partir de Cabri. Se aplica el aspecto metodológico del modelo, teniendo como punto de partida el conocimiento de las imágenes conceptuales de los estudiantes, sus conocimientos previos y errores empleando el software de Geometría Dinámica Cabri, esto permitiría constatar la significatividad del aprendizaje de la Geometría. En el estudio se emplearon dos instrumentos metodológicos diseñados específicamente para la investigación, uno de ellos es el cuestionario de detección de errores (y de imágenes conceptuales), con la finalidad de medir el rendimiento en Geometría y, el segundo instrumento son unidades didácticas que se basan en las fases de aprendizaje del modelos de Van Hiele a través del software mencionado. Se eligieron dos grupos semejantes para la aplicación del pre-test y post- test, uno el grupo control y el otro grupo experimental, al cual se le aplicó el modelo. Ambos grupos tenían a la misma profesora. Al grupo experimental se le aplicó las unidades didácticas elaboradas para la investigación, basadas en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele y apoyadas en el software de Geometría Dinámica Cabri. El grupo de contraste siguió la metodología tradicional. Se aplicó el cuestionario a ambos grupos antes y después del estudio de la asignatura, resultando diferencias significativas en el aprendizaje favorable al grupo experimental. La primera parte de la investigación consistió en analizar los resultados de los alumnos a los que se les suministró el cuestionario antes y después de estudiar la Geometría, la segunda parte de la investigación está basada en un diseño metodológico cuasi-experimental. El estudio concluye principalmente que el rendimiento de los alumnos en Geometría mejora si se establece una docencia basada en el conocimiento de las imágenes conceptuales de los alumnos y en la detección de errores, desarrollada con una metodología diseñada según las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, y apoyada en un software de Geometría Dinámica, a pesar del estudio de la asignatura, los alumnos mantienen errores en la visualización y reconocimiento de objetos geométricos desde Segundo Ciclo de Primaria, lo cual supone que el diseño curricular o la metodología empleada no son las adecuadas. Estos resultados pueden llegar a ser de gran utilidad para los profesionales, profesores e investigadores que deseen conocer dicha teoría sobre la comprensión de la Geometría, ya que ha permitido identificar el nivel de razonamiento de los alumnos, establecer los criterios y prescripciones instructivas para la aplicación de dicho modelo, lo cual constituye el segundo aspecto innovador de la Tesis. Así mismo, se realizó la construcción y la validación del instrumento que permite la medición del rendimiento de los alumnos en Geometría.

Ixcaquic (2015) en su tesis para el grado de doctor titulada: Modelo de Van Hiele y geometría plana, investigación realizada en primero básico del Instituto Nacional de Telesecundaria, del municipio de San Francisco El Alto, departamento de Totonicapán, Guatemala. Dicha investigación se realizó con estudiantes de primero básico, utilizando una base de investigación cuasiexperimental, en ella se manejaron un pre y pos test la cual comprobó significativamente que existe una evolución entre el antes y el después de aplicar el modelo de Van Hiele. Para alcanzar los objetivos de la investigación se aplicaron dos pruebas objetivas, una de entrada y una de salida. La primera consta de 15 ítems se elaborará y aplicará con el objetivo de determinar los conocimientos previos que posee el educando en el tema de Geometría Plana. Mientras que la de salida recoge información sobre los conocimientos adquiridos del tema la Geometría Plana, luego de haber desarrollado las actividades propuestas.

De acuerdo a los resultados obtenidos de los educandos no importando edad ni género, comprenden mejor cuando se les muestra la información de una manera ordenada, como lo es el modelo de Van Hiele. Este permite el logro de aprendizaje de conocimientos conceptuales y procedimentales en el área de Geometría por los niveles y fases que se aplican. Así también el desarrollo de habilidades, destrezas y el razonamiento lógico del estudiante, para poder desarrollarlas en el entorno en que se desenvuelve. Llegando así al punto esencial de aprobarse la efectividad del Modelo Van Hiele aplicada a la enseñanza de la Geometría Plana la cual esta se relaciona positivamente.

Mora y Valencia (2012), en su trabajo de grado para optar el título de Licenciatura en Pedagogía Infantil en la Universidad Tecnológica de Pereira de la Facultad ciencias de la educación, departamento de Psicopedagogía, denominado: Las fases de aprendizaje propuestas por van hiele en la Construcción y caracterización del cubo, arribo a las siguientes conclusiones : (a) de acuerdo a los niveles de visualización y análisis, y a las fases de aprendizaje de Van Hiele se puede concluir que las estrategias utilizadas por el docente las cuales consistieron fundamentalmente en la aplicación de las mismas, fueron el medio para lograr la construcción y caracterización del cubo por cada una de las estudiantes del grado 4-A de la I.E. Anexa San Vicente de Paúl, (b) Como las estrategias usadas por el docente estuvieron basadas en los principios de Van Hiele, se pudo establecer que dichas estrategias al estar enmarcadas dentro de los niveles de visualización y análisis, y las fases de aprendizaje permitieron realizar una categorización de acuerdo a los parámetros presentados por los esposos Van Hiele, siguiendo la misma secuencia en el desarrollo de la actividad, (c) Al analizar las estrategias utilizadas por el docente se observó que las estudiantes pudieron experimentar las diferentes fases y niveles pasando inicialmente por la falta de conocimiento y finalizando con respuestas positivas a las estrategias utilizadas por el docente, lo que permite visualizar y reafirmar que el proceso educativo está ligado a los niveles y fases propuestas por los esposos Van Hiele garantizando la correcta asimilación del concepto trabajado en el aula de clases, (d) en el desarrollo del proyecto se aprecia que las intervenciones del docente tuvieron gran importancia al momento de ejecutar las actividades, identificando que cada una de ellas lograra ser interpretada de acuerdo a la teoría de Van Hiele, sin llevar una jerarquía que le impidiera el avance de una fase a la otra, (e) Al final se puede decir que las fases de aprendizaje basadas en los niveles de visualización y análisis de Van Hiele, influyeron de tal manera en este proyecto que permitió la identificación de los avances obtenidos por las estudiantes en cuanto a la construcción y caracterización del cubo, gracias a los procedimientos realizados por la docente en las estrategias aplicadas, y además de esto ratificar la importancia de dichas fases y niveles en la realización del mismo por parte de las estudiantes de grado 4-A de la institución educativa Anexa San Vicente de Paúl.

Mejía y Restrepo (2013), en su trabajo de grado para optar el título de Licenciatura en Pedagogía Infantil en la Universidad Tecnológica de Pereira de la Facultad ciencias de la educación, departamento de Psicopedagogía, denominado :“Estrategias didácticas fundamentadas en los niveles de razonamiento de visualización y análisis y en las fases de aprendizaje propuestas en la teoría de los esposos Van Hiele”, investigación realizada con base en una metodología de enfoque cualitativo, en la que se estudia la teoría de los esposos Van Hiele y aspectos de Piaget y Gardner que aportan al desarrollo del pensamiento espacial en los niños y niñas y se aplica una serie de estrategias didácticas creadas para trabajar y desarrollar la construcción y caracterización del paralelepípedo y basadas en los niveles de visualización y análisis y en las fases de aprendizaje de la teoría de Van Hiele.

Se hace uso de unas pruebas inicial y final, así como la aplicación de estrategias didácticas que diseñadas con base en los niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje de la teoría de los esposos Van Hiele y que al ser creadas, aplicadas y analizadas ayudan a los estudiantes a avanzar en los niveles de razonamiento. Arribo a las siguientes conclusiones : (a) Para identificar el avancen en el nivel de razonamiento de los estudiantes se debe realizar observación de los momentos de clase para determinar la incidencia de sus actuaciones y estrategias, (b) Aclarar la información suministrada por el análisis de los datos teniendo en cuenta las teorías desarrolladas en esta investigación; genera una relación entre ellos, que permite establecer la pertinencia de la aplicación de la teoría en el aula, (c) Al analizar detalladamente las actuaciones de docentes y estudiantes durante la aplicación de las estrategias didácticas y en los resultados de las pruebas inicial y final a la luz de la teoría de los esposos Van Hiele, se puede notar que incide positivamente en el desarrollo del razonamiento espacial, (d) Se puede evidenciar la pertinencia de las estrategias didácticas basadas en los niveles de visualización y análisis de la teoría de los esposos Van Hiele para la construcción y caracterización del paralelepípedo en los estudiantes del grado tercero de primaria de la Institución Educativa Luis Carlos Galán Sarmiento, con edades comprendidas entre los 8 y 9 años.

Antecedentes nacionales.

Maguiña (2013) en su tesis titulada: Una propuesta didáctica para la enseñanza de los Cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele, tiene por objetivo diseñar una propuesta didáctica, basada en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, con el propósito de promover el desarrollo del pensamiento geométrico en el objeto matemático cuadriláteros y determinar el nivel alcanzado por los estudiantes de acuerdo al modelo de Van Hiele. Para ello, se diseñó una secuencia didáctica que incluyó actividades para cada una de las fases de aprendizaje. Algunas actividades se diseñaron para ser realizadas con lápiz y papel, y otras con la ayuda del software de geometría dinámica GeoGebra, el cual facilitó la visualización y manipulación de las representaciones del objeto matemático. La investigación es de enfoque cuantitativo de tipo experimental, específicamente cuasi experimental, con pre y post – test, se aplicó una prueba de entrada para identificar el grado de adquisición inicial en los niveles de reconocimiento, análisis y deducción informal que poseen los estudiantes de cuarto año de educación secundaria. Así mismo se diseñaron y aplicaron actividades para facilitar la compresión de los cuadriláteros y mejorar los grados de adquisición en los niveles de reconocimiento, análisis y deducción informal, teniendo en cuenta las fases del modelo de Van Hiele.

En la investigación se concluyó que mediante la prueba de entrada se conocieron los saberes previos que poseían los estudiantes de cuarto de secundaria sobre los cuadriláteros, tomándose como insumos para el diseño de la propuesta didáctica basada en los niveles y fases del modelo de Van Hiele; así mismo que la propuesta didáctica diseñada, permitió que los estudiantes logren un grado de adquisición alto en el nivel 1, un grado de adquisición intermedio en el nivel 2 y se encuentren desarrollando habilidades en el nivel 3, al pasar de un nivel de adquisición nula a un nivel de adquisición baja, otra conclusión a la que se llegó fue que la comparación de los grados de adquisición de los estudiantes, respecto a los cuadriláteros, antes y después de la aplicación de la propuesta didáctica permitió la identificación de mejoras en los grados de adquisición de los niveles de razonamiento. Finalmente concluyeron luego del análisis de los resultados que los estudiantes mejoraron en el uso del lenguaje matemático, en la justificación y explicación de sus respuestas basadas en argumentos teóricos dejando de lado los argumentos visuales, formulación de ejemplos y contraejemplos para analizar enunciados, un mejor criterio para clasificar cuadriláteros.

Cheng (2014) presenta el informe de investigación científica: Programa Geogebra para mejorar las capacidades de los estudiantes en el aprendizaje de matemática. Los resultados permiten confirmar la importancia de estimular y desarrollar en los estudiantes, sus capacidades matemáticas, a través de la aplicación del programa Geogebra, según el procesamiento de la información de la Prueba de Pre test y el pos test en los grupos experimental y control. El estudio tuvo como objetivo general determinar el efecto de la aplicación del Programa Geogebra en las capacidades de los estudiantes en matemática. Teniendo como resultado los estadísticos de los grupos de estudio, con un nivel de significancia $p=0,000$ menor que $\alpha = 0,05$ $(p < \alpha)$ y $Z = - 4,487$ menor que $– 1,96$ (punto crítico). Los datos son significativos, en tanto conforman la hipótesis general.

Así mismo, Patricio (2010) realizó una investigación cuyo objetivo fue diseñar actividades para el aprendizaje de los conceptos de mediatriz y circuncentro. El estudio, sustenta su marco teórico en el modelo de Van Hiele; empleando en el diseño de las actividades el software GeoGebra. La investigación reveló que el aprendizaje de los conceptos matemáticos teniendo como complemento un software de geometría dinámica, genera en el estudiante un nuevo tipo de expectativa caracterizada por el cambio de actitud frente a un problema, esto se evidencia cuando el estudiante ya no sólo se formula preguntas como ¿por qué?, sino preguntas reflexivas como por ejemplo ¿qué pasa si?. Asimismo, en un corto tiempo se accede a infinidad de posiciones y formas, las cuales son manipuladas por el estudiante y que le permiten descubrir características y propiedades de objetos matemáticos. Este trabajo incorpora la utilización de las Tics, en particular del software matemático y demuestra la contribución y el impacto positivo en el aprendizaje de las matemáticas.

Así mismo, Maguiña y Susanibar (2013) en un artículo científico: Eficacia del modelo Van Hiele en la enseñanza de la geometría; argumenta que el marco conceptual del modelo Van Hiele mejora el aprendizaje de la geometría de los estudiantes del segundo Grado de Educación Secundaria. Dicha investigación fue realizada teniendo como población a los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la Institución Educativa Luis Fabio Xammar Jurado ubicado en el Distrito de Santa María, Provincia de Huaura, Departamento de Lima. La muestra fue aproximadamente el 30% de los estudiantes matriculados en el segundo Grado haciendo un total de 68 estudiantes. La investigación es de tipo cuasi experimental con un pre test y post test, utilizando como instrumento una prueba escrita. Los resultados evidencian que la mayoría de los estudiantes han logrado satisfactoriamente los niveles de razonamiento 0 y 1 según el Modelo van Hiele, mientras que los niveles 2, 3 y 4 tienen un logro mínimo. Se concluye que el diseño, planificación y ejecución de las fases del aprendizaje del modelo Van Hiele mejora el aprendizaje de la geometría de los estudiantes del segundo Grado de educación secundaria

1.2. Fundamentación científica.

Fundamentación científica de la variable independiente: Programa basado en el modelo de Van Hiele.

El modelo de Van Hiele es un modelo de enseñanza que busca dar las pautas que se debe seguir en el aprendizaje de la Geometría. Tuvo su origen en Holanda, donde los esposos Van Hiele, profesores de matemática, se encontraron con problemas para poder enseñar a sus estudiantes las definiciones, los procesos y las situaciones relacionadas con la enseñanza de la Geometría (Gutiérrez, 2013).

Por estos días se suele escuchar conversaciones entre los docentes de matemática del nivel secundaria que coinciden en la impotencia de muchos de ellos frente al progreso realizado por una mínima parte de sus estudiantes frente al área. Muchas veces no se logra conseguir que los estudiantes comprendan algún concepto nuevo, otras veces saben los conceptos o propiedades que el profesor les acaba de introducir, pero que solo son capaces de usarlos en ejemplos idénticos a los resueltos con ayuda del profesor como los problemas espejos, otra situación es que los estudiantes tiene que recurrir a memorizar las demostraciones de los teoremas o las formas de resolver los problemas, pues es la única forma que tiene de aprobar los exámenes.

Desarrollo histórico del modelo de van hiele para la enseñanza de la geometría.

La Teoría de Niveles de Van Hiele, fue desarrollada por Pierre María Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof en disertaciones doctorales separadas en la Universidad de Utreht en Holanda en 1957. Usiskin (1991) (Citado en Gutiérrez, 2013) relata el desarrollo histórico de esta teoría, donde indica que Dina Van Hiele-Geldof, quien falleció poco después que realizo la disertación de su teoría, por lo que fue Pierre Van Hiele quien ha explicado el trabajo realizado por ambos.

Entre los años 1958 y 1959, éste escribió tres ensayos, que recibieron poca atención en Occidente, pero fueron aplicados en el desarrollo de currículos por la academia soviética Pyshkalo desde 1968. Freudenthal, el mentor de Van Hiele, publicó la teoría en su muy conocido libro “La matemática como una labor educacional” en 1973. A través de Freudenthal y los soviéticos, el trabajo de Van Hiele llamó la atención de Wirszup, quien fue el primero en hablar de la Teoría de Van Hiele en Occidente en el año 1974. Posteriormente, los ensayos de Wirszup, generaron interés y auge con los trabajos de Hoffer, Burger, Geddes y Senk (Usiskin, 1991, citado en Gutiérrez, 2013).

Bases psicológicas del modelo de van hiele.

El trabajo de Dina consiste en el desarrollo de nuevos métodos de enseñanza, y Pierre Van Hiele incorpora a la teoría, las interacciones que ocurren en un salón de clases.

Los Van Hiele se interesaron en la enseñanza real de las matemáticas y no proporcionaron ningún relato psicológico detallado de la enseñanza de las matemáticas, sin embargo sus propuestas tienen arraigadas bases psicológicas. Por ejemplo, la cognición para Pierre procede, recursivamente de la construcción de una percepción global, hasta la formación de una estructura mental, su progresiva diferenciación y con su restructuración final a una nueva estructura mental. Para los Van Hiele, así como para la sicología Gestalt, no existen objetos aislados ni conceptos “per se”, al contrario, todas las entidades existen en un contexto, una estructura en términos de Pierre Van Hiele. En este punto, Pierre no proporciona una definición de estructuras, en cambio explica algunas de sus características, describe tipos de estructuras y da algunos ejemplos.

La formación de las estructuras mentales demanda cambios rápidos entre momentos receptivos y activos. Los momentos receptivos permiten la absorción de las estructuras espontáneas que emanan de los materiales. Durante los momentos activos el individuo se concentra en el análisis y modificación de estas estructuras.

El aprendizaje y las estructuras mentales según Van Hiele.

El aprendizaje, para los Van Hiele, citados por Shaughnessy y Burger (1985) (Citado en Gutiérrez, 2013), es una diferenciación y restructuración progresiva de campos que produce estructuras mentales nuevas y más complejas. Los niveles altos son alcanzados si las reglas que rigen a las estructuras más bajas se han hecho explícitas y han sido estudiados, llevando esto, al desarrollo de estructuras mentales mucho más complejas.

El desarrollo mental se produce a medida que el estudiante transforma gradualmente sus estructuras (transtructuración) o sustituye una estructura por otra (restructuración). La transtructuracion ocurre, por ejemplo, cuando las estructuras visuales originales son transformadas gradualmente en estructuras abstractas. Momentos en los cuales una restructuración ocurre son: (a) una restructuración del campo de observación que lleva a la integración de varias estructuras que han sido desarrolladas independientemente y (b) la solución de un problema que exige varias estructuras.

Por otro lado, la intuición es para Pierre Van Hiele, un mecanismo clave que permite a los estudiantes visualizar campos diferentes (estructuras en su terminología) los cuales permiten construir conceptos más complejos. Él utiliza la idea Gestalt de que la intuición puede ser entendida como el resultado de la percepción de una estructura y sugiere que está caracterizada por las siguientes propiedades: (a) La intuición requiere adecuación, ya sea a una nueva situación o dentro de una estructura establecida. Esta adecuación demanda un mecanismo social que establezca criterios de objetividad. (b) La intuición requiere intención, es decir, la persona actuará en concordancia con la estructura percibida y no de otra manera. (c) La intuición no puede ser planeada.

El cultivo de la intuición debe enfocarse en el desarrollo de la habilidad de los estudiantes para ver las estructuras como parte de otras estructuras superiores, o como parte de estructuras más inclusivas.

Como se puede percibir en los párrafos anteriores, Van Hiele sugiere que el aprendizaje es un proceso que recursivamente progresa a través de niveles discontinuos de pensamiento (saltos en la curva de aprendizaje), que puede ser mejorado por un procedimiento didáctico adecuado. Parte del hecho de que existen varios niveles de aprendizaje geométrico y que el paso de un nivel al siguiente debe ocurrir a través de una secuencia de estados de instrucción.

La teoría de los esposos Van Hiele, desde una propuesta de enseñanza y aprendizaje, es preciso reconocer a lo que propone D´Amore y Fandiño Pinilla (2002) (Citado en Gutiérrez, 2013) identifican cada vértice del triángulo didáctico con un polo de referencia: el "vértice" saber representa el polo ontológico o epistemológico; el "vértice" alumno representa el polo genético o psicológico; el "vértice" maestro representa el polo funcional o pedagógico.

Así también se relacionan los lados determinados por los vértices antes mencionados, con acciones que tienen lugar en el proceso educativo, como, por ejemplo, el lado determinado por el saber y el estudiante, podría implicar el "aprender"; el lado saber-maestro da lugar a la actividad de enseñar y por último el lado determinado por el alumno y el maestro, si bien los autores lo reconocen con el verbo animar, a los fines de este trabajo se lo va a identificar con el verbo comunicar. Se va a concebir a la comunicación en este ámbito como plantea Ojalvo (1995) (Citado en Gutiérrez, 2013) todo proceso inseparable de la actividad docente, donde intervienen diversas prácticas de interacción. Estas prácticas se pueden expresar en el aula, a través de diferentes lenguajes: el escolar, el magisterial, el lenguaje de los alumnos y el lenguaje de los textos; como así también en las metodologías de enseñanza-aprendizaje y en las relaciones que establece la escuela con su contexto social.

A continuación, se describe el modelo de los esposos Van Hiele los cuales serán el apoyo que sustente la manera como debe de enseñarse la geometría. Vílchez G. plantea que en los años 50 del siglo pasado, los esposos Van Hiele, trabajan como profesores de Geometría de la escuela secundaria en Holanda y a partir de su experiencia docente, elaboraron un modelo que trata de explicar por un lado cómo evoluciona el razonamiento geométrico de los alumnos/as y, por el otro, cómo puede el docente ayudar al alumno/a a mejorar la calidad de ese razonamiento. De esta manera, los componentes principales de este modelo es su teoría de los niveles de razonamiento que explica cómo se produce el desarrollo en la calidad del conocimiento geométrico del alumno/a al abordar la Geometría y las fases de aprendizaje, que constituye su propuesta didáctica para la secuenciación de actividades de enseñanza aprendizaje en el aula.

De esta forma, Fernando F, De Donosti B, explica los componentes principales del modelo de Van Hiele son la "teoría de los niveles de razonamiento" que explica cómo se produce el desarrollo en la calidad de razonamiento geométrico de los estudiantes cuanto estos estudian geometría y las ·fases de aprendizaje" que constituye su propuesta didáctica para la secuenciación de actividades de enseñanza- aprendizaje en el aula, con el objeto de facilitar el ascenso de los estudiantes de un nivel de razonamiento al inmediatamente superior.

A continuación, se explica brevemente en qué consisten ambos componentes del modelo. El modelo abarca dos aspectos que son:

Descriptivo: mediante el cual se identifican diferentes formas de razonamiento geométrico de los individuos y se puede valorar el progreso de éstos. La idea central del componente descriptivo es que a lo largo del proceso de aprendizaje de la geometría, los estudiantes pasan por una serie de niveles de razonamiento, secuenciales, ordenados de tal forma que no se puede excluir alguno.

Instructivo: que marca unas pautas a seguir por los profesores para favorecer el avance de los estudiantes en su nivel de razonamiento geométrico. Cada nivel supone la comprensión y utilización de los conceptos geométricos de una manera distinta, lo cual muestra una forma diferente de interpretarlos, definirlos, clasificarlos y hacer demostraciones.

Para el desarrollo de la teoría de Van Hiele, se reconoce la investigación de Fernando F, De Donosti B. Cuando trabajamos con currículos abiertos esto es primordial siempre que queramos diseñar un currículo propio conforme a nuestros criterios educativos. Así lo que se verá ahora puede dar pistas de cómo organizar las actividades dentro de una unidad didáctica, es decir, qué tipo de actividades vamos a hacer conforme al desarrollo de la unidad. En este punto conviene resaltar a qué nos referimos con "tipo de actividades” para no mezclar el “cómo y qué se hace” y “a qué va dirigida” una actividad con su contenido específico. Cuando hablamos de “a qué va dirigida” se refiere a si se trata de una actividad de presentación de un tema, de refuerzo, de repaso o de profundización, de resumen, de grupo, individual, dinámica de grupos, etc. Sin embargo, cuando hablamos de “cómo y qué se hace” nos referimos al contenido propio de la actividad como resolver problemas abiertos, uso de instrumentos de medida, geometría inductiva, cálculos métricos o estimación, dibujos, construcciones con sólidos, etc.

Fases del modelo de Van Hiele

Jaime (1993), refiere que los esposos Van Hiele plantearon cinco fases, de menor a mayor nivel de complejidad, que orientan al docente en el diseño y organización de actividades de aprendizaje pertinentes que ayuden a los estudiantes al paso de un nivel de razonamiento a otro. Los autores señalan además que en este modelo “las fases no son exclusivas de un nivel sino, en cada nivel, el estudiante comienza con actividades de la primera fase y continua así, de tal forma que al terminar la fase 5 debe haber alcanzado el nivel de razonamiento siguiente”. (Citado en Gutiérrez, 2013).

Las fases de aprendizaje correspondientes al Modelo de Van Hiele son las siguientes: la primera fase ha sido denominada Información o interrogación, la segunda Orientación dirigida, la tercera Explicitación, la cuarta Orientación libre, y la quinta Integración.

Gutiérrez (2013) cita la descripción de las fases, según Jaime (1993) y Fouz y De Donosti (2005), quienes refieren que en la primera fase de Información o también llamada Interrogación, el docente debe recoger los saberes previos de los estudiantes, a través de la conversación o preguntas pertinentes que le permitan determinar el punto de partida de los estudiantes, identificando los aspectos que ellos conocen respecto al nuevo tema a trabajar y así mismo el nivel de razonamiento en el que se encuentran, para determinar las estrategias y el camino a seguir, el método, materiales, tipos de problemas, entre otros. Fouz y De Donosti (2005) citan a Ausbel (1978) quien sustenta la importancia de los saberes previos del estudiantes en el contacto con el nuevo conocimiento al referirse que, “el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el estudiante sabe”, por ello es necesario conocer estos saberes y enseñar en consecuencia a ellos (p. 72).

En la segunda fase, Orientación dirigida, es el docente quien tiene la responsabilidad de formular las estrategias, acciones concretas con la secuencia pertinente que permitirá al estudiante descubrir, comprender, asimilar y aplicar las ideas, conceptos y propiedades, lo cual generará los aprendizajes en este nivel. Se pone en juego la competencia del docente pues este requerirá plantear actividades en las cuales los conceptos y estructuras se presenten al estudiante de manera progresiva, cumpliendo el docente un rol fundamental. Respecto a ello Corberán, Gutiérrez, Huerta, Jaime, Margarit, Peñas y Ruiz (1994) (Citados en Mora y Valencia, 2012) refirieron que el papel del maestro en la fase 2 respecto a la planificación considerará la necesidad de conseguir logros pequeños que “favorezcan la actitud positiva hacia las matemáticas” (p. 36).

Una de las tácticas que pueda emplear el docente consiste en conformar grupos de trabajo, facilitando de este modo los aprendizajes de los estudiantes que presenten alguna dificultad en abordar los problemas planteados. Jaime (1993) (Citado en Gutiérrez, 2013), sustenta lo expuesto al afirmar que en esta fase se cimientan los elementos básicos de la red de relaciones del nivel correspondiente. Al respecto cita a Van Hiele (1986), quien señala que si en la segunda fase se seleccionan cuidadosamente las actividades, estas “ constituyen la base adecuada del pensamiento de nivel superior" (p. 10).

La fase tres es denominada como Explicitación o explicación, aquí los estudiantes deben verbalizar o redactar de manera escrita, es decir comunicar e intercambiar las experiencias referidas a la resolución de los problemas, las estrategias que fueron empleadas y cómo llegaron a ellas, argumentando y debatiendo las distintas formas de hallar un mismo resultado, identificando con claridad y precisión las características y las relaciones descubiertas.

Es enriquecedor cuando los estudiantes tienen diversos puntos de vista respecto a una misma situación de aprendizaje, pues esto promoverá que el estudiante analice sus ideas, las ordene y las pueda expresar con claridad. Se requiere en este nivel que los estudiantes empleen un vocabulario pertinente, para describir las formas en las que han trabajado. Es necesario recalcar que en esta fase más que el aprendizaje de nuevos contenidos, se enfatiza el trabajo realizado con anterioridad, partiendo de las conclusiones y la evolución de los términos en su expresión.

La cuarta fase, denominada Orientación libre está referida a la consolidación del aprendizaje de parte de los estudiantes, poniéndose en práctica los aspectos trabajados en las tres fases anteriores, transfiriendo los aprendizajes a nuevas situaciones de mayor demanda cognitiva. Esto implica que el docente proponga a sus estudiantes situaciones o problemas que conlleven a la reflexión, es decir que no sean ejercicios donde solamente se cambien los datos en su aplicación o algoritmos, sino problemas abiertos que tengan diversas opciones de solución. Estos problemas que los docentes propongan a sus estudiantes requerirán que ellos puedan establecer nuevas relaciones o propiedades que lleven a la búsqueda de distintas estrategias para su resolución.

Lo expuesto, se argumenta cuando Van Hiele (1986) (Citado en Ixcaquic, 2015), refiere que “(…) los estudiantes aprenden a encontrar su camino en la red de relaciones por sí mismos, mediante actividades generales” (p. 11). Por ello, en esta fase el papel del profesor esencialmente es de orientador de los estudiantes, puesto que son ellos quienes tienen el rol principal, su participación en la resolución de los problemas debe ser mínima.

Finalmente se presenta la última fase de Integración, donde los estudiantes adquieren una visión general de lo trabajado (los contenidos y métodos) que les permitirá establecer las relaciones de los nuevos conocimientos con los temas trabajados en otros campos, es decir extrapolando sus aprendizajes. Cabe resaltar que en esta fase existen procesos cognitivos de mayor complejidad, lo cual demanda en el estudiante la elaboración de resúmenes que consoliden estos aprendizajes.

En consecuencia, el rol del docente es de apoyo o guía del proceso de síntesis o resúmenes que realizan los estudiantes, recogiendo las experiencias vividas respecto a los procesos que llevaron a los estudiantes a lograr los nuevos aprendizajes, es decir que el docente no propondrá nuevos temas a trabajar, sino la organización de lo aprendido y asegurarse que esto se haya conseguido. En esta fase los alumnos fusionan los nuevos conocimientos, algoritmos y formas de razonar con los anteriores.

Es importante que el docente considere estas fases en el diseño y organización de las actividades de aprendizajes, ya que, posibilitan en los estudiantes el paso a un nivel razonamiento geométrico superior, logrando así desarrollar sus habilidades y capacidades.

Propiedades del modelo de Van Hiele.

Cabello en el 2013 cita a Beltrametti, Esquivel y Ferrarri, 2005; Jaime, 1993; Jaime y Gutiérrez 1990, quienes afirman que el modelo de Van Hiele posee ciertas características relacionadas con los niveles de razonamiento geométrico, que el autor ha organizado en Recursividad, Secuencialidad, Especificidad del lenguaje, Continuidad y Localidad, las que se detallan a continuación.

La Recursividad está referida al grado de asimilación de las estrategias que los estudiantes toman en cuenta respecto a los niveles anteriores. Es decir que los temas de estudio trabajados en un nivel se convierten en insumos para el siguiente nivel. Van Hiele (1986) (Citado en Cabello, 2013), afirma que "(…) el pensamiento del segundo nivel no es posible sin el del nivel básico; el pensamiento del tercer nivel no es posible sin el pensamiento del segundo nivel" (p. 14). Por ello se afirma que los niveles anteriores son prerrequisito para los posteriores.

La secuencialidad argumenta que sólo se puede alcanzar un nivel mayor de razonamiento siempre que se hayan superado los niveles inferiores, ya que uno es soporte del siguiente nivel. Esta propiedad incide en el cuidado de la instrucción apropiada, pues un error en las acciones de aprendizaje podría conllevar a suponer que los estudiantes están preparados para el paso al nivel superior siguiente, cuando en realidad no sea el caso. Así mismo el autor enfatiza que la edad no determina el paso de los niveles.

La Especificidad del lenguaje señala que la expresión y vocabulario que los estudiantes emplean es un indicio del nivel de razonamiento en el que se encuentran, esto asociado con las posibilidades referidas a la resolución de los problemas. Es decir que a través de las expresiones se podrían determinar el nivel de razonamiento en el que se ubican los estudiantes. Por lo tanto, es necesario que el docente pueda identificar el nivel en que se encentran sus alumnos y adecuarse a ellos.

La continuidad tiene que ver en la manera en que el estudiante asciende de nivel. De acuerdo a lo afirmado por Van Hiele este cambio al nivel superior se realiza de forma continua y pausada, pudiendo tomarse algunos o varios años para alcanzar los niveles 4 y 5. En algunos casos hasta es posible que el estudiante no logre llegar al quinto nivel de razonamiento geométrico.

Finalmente, la Localidad se refiere a la posibilidad que tiene el estudiante para razonar en los diversos niveles cuando requiere operar en los diferentes campos de la geometría. Es posible que los estudiantes no siempre se encuentren en el mismo nivel de razonamiento de la geometría en los diferentes tópicos, ya que los conocimientos previos son distintos en cada uno de los estudiantes debido a sus ritmos de aprendizaje.

Evaluación en el modelo de Van Hiele.

Cabello (2013) cita a Fouz y De Donosti (2005) quienes afirman que un aspecto fundamental en el modelo de Van Hiele es principalmente la evaluación. Aquí se toma en cuenta el argumento que emplea el estudiante para dar una respuesta. Los autores precisan además que lo más pertinente para una evaluación más objetiva es la utilización de la entrevista complementada con un test.

Se plantean algunas ideas que se deben tomar en cuenta en el proceso de evaluación: primero considerar que el nivel de razonamiento de los estudiantes está en función al tópico de las matemáticas que se trabaje; otro aspecto es valorar la calidad de las respuestas y el sustento de las mismas, no solamente enfocarse en los resultados; considerar además que el nivel de razonamiento no se evalúa en las preguntas sino en las respuestas; un estudiante puede estar en un contenido de la geometría en un determinado nivel, mientras que en otro tópico en otro nivel; finalmente el proceso de transito de un nivel a otro podría llevar confusiones al identificar el nivel real en el que se encuentran.

Es propicio señalar que dadas las condiciones de este modelo las formas tradicionales de evaluación deben ser reformuladas ya que las respuestas sean buenas o malas no necesariamente indican el nivel de razonamiento en el que se encuentra el estudiante, más por el contrario la fundamentación de las respuestas nos llevará a determinar el nivel en el que se encuentran los estudiantes. Por ello es importante que el instrumento con el que se evalúa, responda a la filosofía de este modelo.

Fundamentación científica de la variable dependiente: competencia en geometría

La variable dependiente está referida a un concepto que actualmente ha sido motivo de diversos estudios. A continuación se presentan definiciones de diversos autores, intentando luego hacer una aproximación teórica.

En el 2013, el Ministerio de Educación (MINEDU), define el término competencia como “la facultad que tiene una persona de combinar un conjunto de capacidades a fin de lograr un propósito específico en una situación determinada, actuando de manera pertinente y con sentido ético”.

Esto significa que el ser competente se asume como la capacidad de comprender la situación que se debe afrontar y valorar todas las posibilidades que se tiene para resolverla. Es decir, se requiere identificar los conocimientos y habilidades que el individuo posee o están disponibles en su entorno, analizar las opciones más adecuadas a la situación y al propósito, de este modo se podrán tomar decisiones y ejecutarlas poniendo en acción la opción elegida.

El enfoque de competencias implica cambios y transformaciones trascendentales en todos los niveles educativos de la educación básica, por tanto asumir este enfoque implica el compromiso de un trabajo de calidad que busque asegurar el logro de los aprendizajes de nuestros estudiantes

Tobón (2006) (Citado en Maguiña, 2013) afirma que las competencias son “procesos complejos de desempeño con idoneidad en un determinado contexto, con responsabilidad”. (p.25). El autor precisa cada uno de estos términos para tener mayor comprensión de los mismos. Define los procesos como las acciones que se realizan con un objetivo específico, pudiéndose identificar el inicio y el final. Esto implica la combinación de recursos con los que cuenta el individuo para el logro del fin previsto. Por ende las competencias se van movilizando, no son estáticas, teniendo fines determinados que llevan al logro de la demanda establecida por el contexto o según los requerimientos.

El término complejos, está referido a las diversas dimensiones que se producen a lo largo del proceso cognitivo (orden – desorden – reorganización). Por ello se establece que las competencias son procesos complejos pues enlazan las diversas dimensiones humanas y cuando se ponen en práctica se afronta la incertidumbre. Tobón describe el desempeño como la actuación en la realidad, lo cual se evidencia al realizar diversas actividades o en la resolución de problemas, involucrando la dimensión cognitiva, actitudinal y la del hacer, es decir articulando los diversos saberes.

La idoneidad es efectuar acciones contando con ciertas condiciones o criterios de eficacia, eficiencia, efectividad, pertinencia y apropiación establecidos para el efecto. Estos aspectos son los que definen principalmente el término de competencia. El vocablo contexto está referido a todo el campo disciplinar, social y cultural, como también ambiental, que rodean, significan e influyen una determinada situación. Por ello se evidencia la puesta en acción de una competencia en un contexto determinado ya sea el educativo, laboral, social o demás. Finalmente el término Responsabilidad es asumir las consecuencias de los propios actos. Por lo tanto, en las competencias no puede haber idoneidad sin responsabilidad personal y social.

Martínez (2014) definió el término competencia como la "capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada". Esto es combinar las habilidades prácticas con los conocimientos, la motivación, los valores éticos, las actitudes, y las emociones, además de otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz.

Goñi (2008) argumenta que en las competencias matemáticas se ponen en juego diversas habilidades y pericias relacionadas con el reconocimiento e interpretación de los problemas que aparecen en distintos ámbitos y situaciones, su traducción al lenguaje y contextos matemáticos.

Pisa (2012) el concepto de competencia matemática hace referencia a la capacidad que tiene el individuo de formular, usar e interpretar las Matemáticas en distintos contextos. Esto es razonar matemáticamente, además de emplear conceptos matemáticos, procedimientos, datos y herramientas para describir, explicar, y predecir fenómenos. Así mismo posibilita que los estudiantes reconozcan la función que cumple la Matemática en el mundo, llevando a emitir juicios bien fundamentados para la toma de decisiones relevantes en su vida como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.

Una persona que evidencia ser competente en matemática logra identificar y entender el rol que juega esta disciplina en el desarrollo de la sociedad, por ello el estudiante es capaz de realizar juicios con argumentos pertinentes y emplea la matemática convenientemente cuando se le presentan necesidades ya sea en su vida individual o como ciudadano constructivo y activo en la sociedad. El desarrollo de las competencias promueve la formación de personas responsables que cumplen con sus deberes y reflexivas en la toma de decisiones.

De acuerdo a lo expuesto, se define la competencia geométrica, como el proceso asociado con el reconocimiento, la descripción y la comprensión de la direccionalidad y la orientación de formas u objetos construyendo modelos de representación bidimensional y tridimensional.

En las Rutas del Aprendizaje la competencia que hace referencia a la enseñanza de la geometría se denomina: “Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización” (MINEDU, 2015).

Dimensiones de competencia en geometría

Las dimensiones de la competencia en geometría son las referidas a las capacidades que se establecen en las Rutas de los Aprendizajes, determinadas por el Minedu (2015), estas son Matematiza situaciones; Comunica y representa ideas matemáticas; Razona y argumenta; y, Elabora y usa estrategias.

Dimensión 1: Matematiza situaciones.

La primera dimensión referida a la matematización de situaciones, de acuerdo al Minedu (2013) implica “tener las habilidades para poder interpretar y transformar la realidad o parte de ella con la ayuda de la matemática; asimismo, tener la disposición de razonar matemáticamente para enfrentar una situación problemática y resolverla”

Freudenthal (1971) explica que la matematización es una actividad de resolución de problemas, de búsqueda de problemas, pero también es una actividad de organización de un tema. Esto puede ser un asunto de la realidad la cual tiene que ser organizada de acuerdo a patrones matemáticos si los problemas de la realidad tienen que ser resueltos. También puede ser un tema matemático, los cuales tienen que estar organizados de acuerdo a nuevas ideas, para comprenderlos mejor, en un contexto más amplio.

De otra parte Treffers (1971) formuló la idea de dos formas de matematización, uno horizontal y otro vertical. Matematizar horizontalmente es ir del mundo de la vida al mundo de los símbolos, donde se presentan herramientas matemáticas y se utilizan para organizar y resolver un problema de la vida diaria, por ejemplo, crear atajos descubrir relaciones entre conceptos y relaciones, y hacer uso de estos hallazgos. La matematización vertical, por el contrario representa todo tipo de re-organizaciones y operaciones hechas por los estudiantes dentro del sistema matemático en sí.

En tal sentido, los autores mencionan que, la matematización es un proceso que dota de una estructura matemática a una parte de la realidad o situación problemática real que implica también interpretar una solución matemática.

Dimensión 2: Comunica y representa.

La segunda dimensión es Comunica y representa ideas, que de acuerdo al Minedu (2013) esto implica promover el diálogo, la discusión, la conciliación y la rectificación de ideas, lo cual permite al estudiante familiarizarse con el uso de significados matemáticos e incluso con un vocabulario especializado.

Al respecto, Lupiañez (2005) indicó que, es un elemento central en los procesos de enseñanza y aprendizaje. La comunicación se da en el momento en que el docente expone o propone tareas; cuando los estudiantes comentan o discuten sobre esas tareas o producen una respuesta al docente. Es la expresión de manera oral o escrita acerca de matemática de los estudiantes o cuando comprenden e interpretan los enunciados orales o escritos de otras personas.

Igualmente, Pisa (2012) consideró que, es importante conocer aspectos relativos a la recepción de la información para saber cómo los individuos perciben la existencia de un desafío y son estimulados a reconocer y comprender una situación problemática. La lectura, la decodificación y el dar sentido a afirmaciones, preguntas, tareas, objetos o imágenes, permiten al individuo crear un modelo de la situación, lo cual es un paso importante para comprender, clarificar y formular el problema en términos matemáticos.

Con respecto a comunicar ideas es importante el uso del lenguaje matemático como herramienta que nos permite comunicarnos con los demás, sea en forma oral, escrita, simbólica y gráfica. El desarrollo de esta capacidad en los estudiantes permitirá la comprensión, argumentación y hacer conclusiones en forma escrita o verbal.

Sobre la representación de ideas, Lupiañez (2005) señaló que, las diversas representaciones de las nociones matemáticas ponen de manifiesto los diferentes significados de dichas nociones y ocultan otros. Está relacionado con la decodificación, interpretación y las otras formas de representar conceptos y procedimientos matemáticos, así como las relaciones entre ellos.

Pisa (2012) respecto a la representación de ideas afirma que, afrontar un problema en un contexto susceptible de matematización implica representar ese problema matemáticamente. Esto es seleccionar o elaborar una representación matemática, la cual puede realizarse mediante ecuaciones, fórmulas, gráficos, tablas, entre otros, que permitirá captar y describir las características matemáticas de una situación.

Asimismo, el Minedu (2013) refiere que, es un proceso y un producto que desarrolla habilidades que requiere seleccionar, interpretar, traducir y usar una variedad de esquemas para capturar una situación, interactuar con un problema o presentar condiciones matemáticas.

En relación a la representación de ideas, se resalta que existen diversas formas de representar los objetos y en matemática transformar objetos concretos a lo abstracto y viceversa, a través de la manipulación de objetos estructurados para pasar luego a manipulaciones simbólicas.

Dimensión 3: razona y argumenta.

La tercera dimensión es referida por el Minedu (2013) señalando que, la actividad matemática involucra el uso de objetos, procedimientos y conceptos matemáticos. Son los procesos del pensamiento lógico, los que dan sentido a una situación y por aproximaciones sucesivas, se llega a la situación óptima. Argumentar implica una serie de acciones: cuestionarse sobre cómo conectar diferentes partes de la información para llegar a una solución, analizar la información para crear un argumento de varios pasos, establecer vínculos o respetas restricciones entre diferentes variables, reflexionar sobre las fuentes de información relacionadas o hacer generalizaciones y combinar múltiples elementos de información.

Lupiañez (2005) la forma en que una persona justifica sus afirmaciones es una fuente de información respecto a su conocimiento y de cómo lo emplea. Consiste en la elaboración de argumentos que justifiquen sus afirmaciones o respuestas. Identifique y valore los argumentos de otros. La distinción de diversos tipos de razonamiento matemático.

Pisa (2012), refiere que los estudiantes deberán emplear procesos de pensamiento lógico, dando sentido a una determinada situación que conllevará a representar esa situación matemáticamente. Además requiere de la explicación o justificación de la representación que se ha identificado, así como de los procesos y procedimientos que han utilizado. A su vez necesitarán emplear procesos de pensamiento lógico para determinar qué conceptos, hechos y procedimientos usar para hallar la solución matemática del problema. Razonar involucra la reflexión para conectar diferentes partes de la información y encontrar la solución, analizar la información y poder crear un argumento de varios pasos, conectando y estableciendo vínculos entre las variables y combinar múltiples elementos de información.

Se puede apreciar que, esta es una capacidad fundamental pues organiza, plantea secuencias, formula conjeturas así como establece conceptos, juicios y razonamientos que dan sustento lógico y coherente al procedimiento o solución encontrada.

Dimensión 4: elabora y usa estrategias.

Minedu (2013) refiere que esta cuarta capacidad “comprende la selección y uso flexible de estrategias con características de ser heurísticas, es decir, con tendencias a la creatividad para descubrir o inventar procedimientos de solución”.

Según Silva (2009) tiene la intención de transmitir, de una manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de problemas, permitiendo al estudiante manipular objetos matemáticos, activar su capacidad mental, ejercitar su creatividad y reflexionar sobre su propio aprendizaje.

Pisa (2012) al reconocer la existencia de un problema para resolver, las personas elaboran una estrategia para llegar a la solución. Esta capacidad se caracteriza por la selección de un plan para usar las matemáticas a la hora de resolver problemas. Esto implicaría participar de un proceso sistemático donde se utilice información relevante, que permita descubrir la información implícita, de modo tal que se logre resolver el problema matemáticamente.

En efecto para la resolución de una situación problemática se hace necesario la elaboración de estrategias para guiar el trabajo, interpretar, evaluar y validar su procedimiento y solución matemática.

Enfoque basado en la resolución de problemas matemáticos de contexto real

La presente investigación se sustenta en el enfoque centrado en la resolución de problemas propuesto por el Ministerio de Educación del Perú (2013). Asume este enfoque por dos razones: La actividad central de la matemática es la resolución de situaciones problemáticas y es la materia que relaciona la realidad cotidiana con el sentido útil y práctico de la matemática. Se puede concluir que se enseña y aprende matemática para la vida.

Este enfoque ayudará a los docentes de matemática, en la concepción y aplicación de la nueva propuesta que incluye cambios en el proceso de enseñanza-aprendizaje, así podrán diseñar actividades innovadoras. Es decir, es necesario transformar la concepción tradicional del aprendizaje de la matemática, donde el estudiante debía memorizar propiedades, fórmulas, teoremas. Se tendrá que desechar esa forma de enseñanza. Lo fundamental es promover que los estudiantes sean capaces de resolver problemas matemáticos de la vida cotidiana, de su mundo real o del contexto en que se desenvuelven.

El enfoque centrado en la resolución de problemas permite: distinguir las características superficiales y profundas de una situación problemática; relacionar la resolución de situaciones problemáticas con el desarrollo de capacidades matemáticas; y, que los estudiantes valoren y aprecien el conocimiento matemático (MINEDU, 2013).

Por otro lado, con este nuevo enfoque, la matemática se aprende resolviendo problemas contextualizados al mundo real, así los estudiantes le encuentran sentido, significado y valoran más todo lo que hacen para aprender. Los problemas deben satisfacer sus intereses, para así desarrollar todas sus capacidades matemáticas y encontrar la solución a los problemas.

Cada situación problemática presenta una dificultad, muestra retos, que se deben superar. Con este enfoque los estudiantes trabajarán en equipos, investigarán temas seleccionados por ellos, formularán proyectos basados en la resolución de problemas cotidianos, del día a día.

Fundamentación científica de la variable dependiente: niveles de razonamiento geométrico.

La fundamentación científica de esta variable se sustenta en Van Hiele. De acuerdo con Crowley (1987) y Jaime (1993) (Citado en Cabello, 2013), el autor intenta explicar que existe evolución en el razonamiento geométrico en los estudiantes, afirmando “puede decirse que alguien ha alcanzado un nivel superior de pensamiento cuando un nuevo orden de pensamiento le permite con respecto a ciertas operaciones, aplicar estas operaciones a nuevos objetos", argumenta por tanto que existen niveles que se evidencian de diferente manera tanto en los primeros ciclos de educación como en los ciclos finales.

Luego de años de experiencia en la enseñanza de la matemática y de la observación a sus estudiantes Van Hiele, llega a la conclusión que las dificultades respecto a las matemáticas que presentan sus alumnos es porque él como docente no había considerado que los estudiantes se encuentran en diferentes niveles de pensamiento geométrico, por ello el docente tiene como función aportar estrategias que posibiliten a los estudiantes mejorar la calidad de su razonamiento, mediante actividades y secuencias cuidadosamente seleccionadas.

Los niveles que propone Van Hiele van de menos a más, siendo el primer nivel de visualización o reconocimiento (Van Hiele lo denomina como nivel 0), el siguiente es el nivel de análisis, el tercer nivel es la deducción informal, el cuarto la deducción formal y finalmente el quinto nivel de rigor. Todos estos niveles se repiten en cada nuevo aprendizaje, es decir que el estudiante al principio de su aprendizaje se ubica en un determinado nivel y de acuerdo al proceso que siga y logre podrá ascender al nivel inmediatamente superior.

Dimensiones del razonamiento geométrico.

Dimensión 1: nivel reconocimiento o visualización.

En el nivel de visualización, Van Hiele (citado en Gutiérrez, 2013), afirma que es el nivel más elemental del razonamiento, aquí "las figuras se juzgan por su apariencia. Un niño reconoce un rectángulo por su forma y el rectángulo le parece diferente que el cuadrado". Es decir aquí el estudiante percibe las figuras como un todo global, sin ser capaz de establecer las relaciones entre las formas o entre sus partes. Por ejemplo, un niño de seis años puede representar un cuadrado, un rombo, un rectángulo, pero no identificar que el cuadrado es un tipo especial de rombo o que el rombo es un paralelogramo, clasificando como figuras de diferentes tipos los cuadrados y los rectángulos (los estudiantes en este nivel consideran que el cuadrado no es un rectángulo).

Cabe mencionar que este nivel no es exclusivo de la edad de seis años, dado que los estudiantes al iniciar un nuevo tema desconocen aspectos o características del tópico a estudiar, por ello tendrán que identificar aspectos generales de la materia, esto los ubicaría en el nivel de base, por esta razón se afirma que los estudiantes pasan por el primer nivel en un tema nuevo de estudio.

Dimensión 2: nivel de análisis.

En este nivel, (Van Hiele, citado en Gutiérrez, 2013), afirma que “las figuras son reconocidas por sus propiedades, las cuales todavía no están ordenadas, de modo que un cuadrado no es necesariamente identificado como un rectángulo”. Aquí, el estudiante está en la posibilidad de analizar dos aspectos de las figuras: los componentes y sus propiedades básicas. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observación y manipulación del material concreto durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, entre otros.

Este nivel se caracteriza principalmente porque el niño será capaz de identificar y describir de manera matemática las propiedades que identifique en los elementos, podrá descubrir y generalizar las propiedades que en el nivel anterior no eran capaces de identificar, por ejemplo un niño en este nivel de razonamiento expresará que un rectángulo tiene cuatro ángulos rectos, que tanto las diagonales como los lados opuestos son de la misma longitud, además de verbalizar otras características que perciba. No obstante, el niño todavía evidencia una limitada capacidad de análisis, ya que aún no logra establecer la relación entre las características comunes de los elementos de una misma clase, por ejemplo consideran los cuadrados y rectángulos como conjuntos disjuntos, es decir familias de conjuntos que no tienen propiedades comunes.

Dimensión 3: nivel de deducción informal.

Se le denomina también de ordenamiento o clasificación. Van Hiele, (citado en Gutiérrez, 2013) refiere que “en este nivel las propiedades se ordenan, son capaces de reconocer que unas propiedades se deducen de otras, de manera aislada sin llegar a desarrollar una demostración”. Esto implica que los estudiantes al ver las propiedades de manera aislada pueden entender la demostración que realice el docente, sin embargo aún no logran elaborarlas por ellos mismos.

En este nivel, las relaciones y definiciones son más claras y precisas, pero es necesaria la orientación del docente para llegar a este tipo de razonamiento. Los estudiantes pueden clasificar figuras jerárquicamente ordenando sus propiedades y dando argumentos informales que justifiquen sus clasificaciones; proporcionando definiciones matemáticamente correctas. Los estudiantes estarán en la capacidad de comprender por qué todo cuadrado es un rectángulo, y por qué no todo rectángulo es un cuadrado pero no está en la capacidad de explicar las propiedades de las diagonales de un rectángulo.

Dimensión 4: nivel de deducción formal.

En este nivel de razonamiento, Van Hiele refiere que (citado en Gutiérrez, 2013), “se comprende la estructura axiomática de la Matemática y se emplea el razonamiento lógico formal para construir demostraciones”, el estudiante ha logrado el razonamiento deductivo, entendiendo que hay proposiciones que se asumen como verdaderas y son aceptadas sin necesitar ser demostradas, sin embargo aún no comprende la rigurosidad de las demostraciones matemáticas, ya que no realiza razonamientos abstractos.

Dimensión 5: nivel de rigor.

Este es el más alto nivel de razonamiento, Van Hiele (citado en Gutiérrez, 2013), refiere que “el estudiante puede razonar respecto a la geometría sin necesidad de ejemplos concretos, es decir existe un razonamiento abstracto que le permite el uso de enunciados geométricos, axiomas, definiciones y teoremas". Debido a la complejidad de este razonamiento el alumno puede diferenciar y comparar los tipos de geometrías: la euclidiana y la no euclidiana.

La construcción del razonamiento geométrico

Uno de los campos más interesantes de las matemáticas es la geometría, siendo esta un gran estímulo para el desarrollo de las habilidades que generen el razonamiento y justificación. Gamboa y Ballestero (2009), aseveran que "el conocimiento geométrico provee de recursos lógicos al estudiante que le permite hacer justificaciones, pruebas o validaciones con mayor rigor matemático, que pueden ser aprovechadas cuando desee realizar este mismo tipo de conjeturas en otras áreas de las matemáticas". Es decir que una situación geométrica por más sencilla que sea, facilita una diversidad de posibilidades de exploración, experimentación o demostración de hechos.

En 2004, Castiblanco (citado por Gamboa y Ballestero, 2009) respecto al aprendizaje de la geometría, refiere lo siguiente:

> El aprendizaje de la geometría implica el desarrollo de habilidades visuales y de argumentación. Más aún, para lograr un aprendizaje significativo, es necesario construir una interacción fuerte entre estos dos componentes, de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a construir su sentido, y a su vez las habilidades visuales sean guiadas por la teoría, para ganar en precisión y potencia.

El autor además enfatiza en el rol del docente en la enseñanza de la geometría, ya que a través de las actividades previstas, deberá ayudar a los estudiantes a pensar de manera lógica. En el aprendizaje de la geometría es necesario que los estudiantes puedan comprender las relaciones, las características y propiedades de los objetos, al margen de la representación que se haga de ellos.

El sistema de enseñanza y aprendizaje de la geometría debería dejar de lado la concepción que el docente lo "sabe todo", más por el contrario se debe promover espacios donde el estudiante tenga una participación activa en su aprendizaje, dejando de ser sólo un "receptor de conocimientos". Una sesión de geometría debería permitir la discusión, el ensayo, el error como herramienta para el aprendizaje. Es necesario darles la posibilidad de explorar, investigar, reflexionar a fin de lograr la búsqueda del conocimiento.

Batista (citado por Fernández, 2011), afirma que "un objeto cognitivo es una entidad mental sobre la que se opera durante el razonamiento y una representación es algo que se pone en el lugar de otra cosa". Por ello, la geometría ayuda a razonar sobre los objetos a través de representaciones.

La capacidad de los estudiantes para desarrollarse y lograr el pensamiento crítico y el razonamiento lógico, dependerá de enfrentarse a situaciones sencillas con un nuevo enfoque que impliquen un enfoque progresivo. Por ello es necesario sensibilizar al docente para que planifique las actividades innovadoras que respondan a la demanda del estudiante.

Este proceso de construcción del espacio está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas individuales como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico. Por tanto, el estudio de la geometría en la escuela debe favorecer estas interacciones. Se trata de actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, con palabras del lenguaje ordinario, con gestos y movimientos corporales.

1.3. Justificación

El presente trabajo de investigación educativa tiene como sustento las siguientes justificaciones:

Justificación epistemológica

En el mundo de las Matemáticas, la geometría es una parte importante de ella, pues contribuye al desarrollo de la humanidad, pues se relaciona, ya sea directa o indirectamente con las múltiples actividades que se realizan para el progreso de la sociedad, el estudio o recreación.

La importancia de la enseñanza y aprendizaje de la geometría está relacionado en cómo las personas logran crear y transformar espacios en los que vive a través de la percepción de las formas, buscando explicar lo que percibe a mediante los sentidos. La geometría es para el individuo el idioma universal que le permite transmitir la percepción que tiene de este a la sociedad, a través de sus obras hechas realidad en sus construcciones.

El sustento científico de la investigación se desarrolla en fundamentos teóricos de las variables de estudio, tanto para la variable competencia en geometría como para la variable niveles de razonamiento geométrico. En este caso, las teorías relacionadas al constructivismo, aprendizaje significativo, teoría de las competencias, enfoque basado en la resolución de problemas, teoría del pensamiento geométrico y espacial.

El aporte al desarrollo en el conocimiento de las teorías mencionadas será desde los resultados, porque permitió confrontar lo que sostienen las teorías con los resultados obtenidos en la realidad de la institución educativa.

Justificación práctica.

Los instrumentos de las variables de estudio fueron respondidos por los estudiantes de cuarto de secundaria de la institución en estudio, los resultados de la evaluación de entrada y salida permitieron describir los niveles de competencia en geometría, así como también el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes, estos datos permitirán a los docentes tomar decisiones prácticas respecto a los resultados obtenidos y conclusiones alcanzadas.

Justificación metodológica.

Metodológicamente los instrumentos utilizados en esta investigación cumplieron con procesos de validez y confiabilidad por necesidad de ser adaptados a la realidad del contexto, desde este aspecto el aporte para que futuros investigadores puedan utilizar los instrumentos en investigaciones futuras relacionadas a las variables de estudio.

1.4. Problema.

Realidad problemática.

La Geometría es parte inherente al desarrollo de la civilización y la cultura del hombre. Es difícil encontrar espacios donde la geometría no se encuentre de manifiesto, ya sea de manera directa o indirecta. Se admite de forma universal la importancia de la geometría como formadora del razonamiento lógico. Pocos son quienes discuten su trascendencia, tanto en estudios posteriores de cualquier ciencia, como en el desarrollo de habilidades cotidianas, la geometría está siempre presente.

El objetivo más importante de la enseñanza de la geometría, es que los estudiantes integren el hecho que los axiomas, teoremas, propiedades y formulas han sido creadas para anticipar un resultado, ya sea porque no tenemos un medio experimental directo de encontrarlo, o bien, porque queremos confirmarlo dentro del modelo adecuado. Se debe entender además que la evolución de la geometría se ha relacionado con las necesidades del ser humano en su deseo de entender y comprender el espacio en que se encuentra. Muy a menudo la aplicación de esta disciplina en el quehacer diario paso de manera inadvertida en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Todas estas características hacen que se haga necesario restructurar la forma de enseñar esta maravillosa disciplina, que permita obtener una visión más contextualizada.

Teniendo en cuenta la importancia del estudio y aprendizaje de esta disciplina de la matemáticas, como es la geometría; y teniendo como antecedente que los promedios en matemática de los estudiantes aún no se encuentran en el nivel de logro previsto o destacado y siendo necesario llegar a dichos niveles, se encontró una problemática en cuanto a la enseñanza de la geometría, lo que redundaba en el aprendizaje de los estudiantes de la Institución Educativa Nº 5143 Escuela de Talentos.

La Institución Educativa N° 5143:-Escuela de Talentos, fue creado por R.D. N° 002940 –DREC, con fecha del 21 de Agosto del 2009, ubicada en la Región Callao - Perú, empezando a funcionar el 01 de Marzo del 2010, con 40 estudiantes de 5° grado de secundaria, en un principio fue totalmente virtual, con una metodología e-learning, es decir que los estudiantes no asistían a clases y la enseñanza era por medio de plataformas virtuales, como el Moodle y Chamilo, siendo su primer director el Mg. Iván Encalada Díaz. Posteriormente la propuesta que en un inicio fue e-learning, se amplió a una b-learning (“blended learning”), que permitía un mayor tiempo de estudios de tipo presencial, este tipo de sistema educativo combina el diseño curricular planteado por el Ministerio de Educación (MINEDU), con el uso de los recursos de la Web 2.0. En el año 2011, la escuela amplio su cobertura a 45 estudiantes y se ubicó en el local del Instituto Pedagógico “María Madre”, en el que actualmente comparten sus instalaciones. A partir del 2012, mediante Directiva N° 001-2012 –UGP-2012, La Dirección Regional del Callao, convoca a estudiantes de 3° y 4° de secundaria, para cubrir 200 vacantes, determinándose 100 para cada grado. Actualmente la I.E. cuenta con sala de cómputo, sala de inglés, laboratorio de Ciencias y una biblioteca. Su actual Director es el Mg. José Luis Solís Toscano y su coordinador académico es Jimmy Albino Flores.

La población de estudio es de 100 estudiantes, correspondiente a cuatro secciones del 4° grado de educación secundaria, en la cual según el Diseño Curricular Nacional, la mayor parte del currículo corresponde a la disciplina de geometría, enfocada en la competencia de actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma y movimiento, el cual implica el desarrollo de capacidades que permitirá que los estudiantes vivencien experiencias matemáticas mediante la exploración de su entorno y el uso de propiedades geométricas ya conocidas. Esto les permitirá reconocer y vincular más propiedades de los objetos geométricos, así como descubrir las relaciones trigonométricas, las líneas y los puntos notables en figuras conocidas; lo que les proporcionará recursos adicionales para resolver problemas.

En ese sentido, se promueven contextos de visualización y se desarrollan formas de actuación respecto a modelos físicos, dibujos y tramas. Estas acciones contribuyen al proceso de aprendizaje de la matemática cuando el estudiante puede expresarlas en modelos matemáticos, de tal modo, que caracteriza los atributos de forma, localización y medida de formas bidimensionales y tridimensionales.

Formulación del problema.

Problema general.

¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?

Problemas específicos.

Problema específico 1.

¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad matematizar situaciones de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?

Problema específico 2.

¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad comunica y representa ideas de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?

Problema específico 3.

¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad razona y argumenta de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?

Problema específico 4.

¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?

Problema específico 5.

¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de visualización de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?

Problema específico 6.

¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de análisis de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?

Problema específico 7.

¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de deducción informal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?

Problema específico 8.

¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de deducción formal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?

Problema específico 9.

¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de rigor de los estudiantes del 4°

grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?

1.5. Hipótesis.

Hipótesis general.

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene efecto significativo en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.

Hipótesis específicas.

Hipótesis específica 1.

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en la capacidad de matematizar situaciones de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.

Hipótesis específica 2.

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en la capacidad de comunica y representa ideas de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.

Hipótesis específica 3.

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en la capacidad de razona y argumenta de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.

Hipótesis específica 4.

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en la capacidad de elabora y usa estrategias de los estudiantes del

4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.

Hipótesis específica 5.

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en el nivel de razonamiento geométrico de visualización de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.

Hipótesis específica 6.

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en el nivel de razonamiento geométrico de análisis de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.

Hipótesis específica 7.

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en el nivel de razonamiento geométrico de deducción informal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.

Hipótesis específica 8.

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en el nivel de razonamiento geométrico de deducción formal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.

Hipótesis específica 9.

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en el nivel de razonamiento geométrico de rigor de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.

1.6. Objetivos.

Objetivo general.

Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Objetivos específicos.

Objetivo específico 1.

Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad matematizar situaciones de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Objetivo específico 2.

Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad comunica y representa ideas de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Objetivo específico 3.

Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad razona y argumenta de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Objetivo específico 4.

Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Objetivo específico 5.

Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de visualización de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Objetivo específico 6.

Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de análisis de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Objetivo específico 7.

Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de deducción informal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Objetivo específico 8.

Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de deducción formal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Objetivo específico 9.

Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de rigor de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

II. Marco metodológico

2.1. Variables

Variable independiente: Programa basado en el modelo de Van Hiele.

Definición conceptual:

El modelo de Van Hiele es un modelo de enseñanza que busca dar las pautas que se debe seguir en el aprendizaje de la Geometría. Tuvo su origen en Holanda, donde los esposos Van Hiele, profesores de matemática, se encontraron con problemas para poder enseñar a sus estudiantes las definiciones, los procesos y las situaciones relacionadas con la enseñanza de la Geometría (Gutiérrez, 2013).

Definición operacional: Se desarrollaron 10 sesiones de aprendizaje.

Variable dependiente 1: Competencia en geometría.

Definición conceptual:

Proceso asociado con el reconocimiento, la descripción y la comprensión de la direccionalidad y la orientación de formas u objetos construyendo modelos de representación bidimensional y tridimensional (Minedu, 2013).

Definición operacional: Se midió a través de sus cuatro dimensiones que son las capacidades de dicha competencia: matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas, razona y argumenta y elabora y usa estrategias.

Variable dependiente 2: Niveles de razonamiento geométrico.

Definición conceptual:

El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes dividiéndolo en cinco niveles consecutivos: la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor, los cuales se repiten con cada aprendizaje nuevo. El estudiante se ubica en un nivel dado al inicio del aprendizaje y, conforme vaya cumpliendo con un proceso, avanza al nivel superior (Gutiérrez, 2013).

Definición operacional: Se midió a través de sus cinco dimensiones: la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor.

2.2. Operacionalización de variables

Tabla 1

Matriz de operacionalización de la variable dependiente 1 competencia en geometría

Dimensiones	Indicadores	Ítems	Escala y valores	Niveles y rangos
Matematiza situaciones.	Asocia problemas diversos con modelos referidos a propiedades de las formas, localización y movimientos en el espacio.	1,2,3,4,5.		De la variable: Inicio (0-10) Proceso (11-13) Logro previsto (14-17) Logro destacado (18-20).
Comunica y representa ideas matemáticas.	Expresa las propiedades de las formas de localización y movimiento en el espacio, de manera oral o escrita, haciendo uso de diversas representaciones.	6,7,8,9,10.	Respuesta correcta (1)	
Razona y argumenta.	Justifica y valida conclusiones, hipótesis respecto a las propiedades de las formas, sus transformaciones y la localización en el espacio.	11,12,13,14,15.	Respuesta incorrecta (0)	
Elabora y usa estrategias.	Planificar, ejecutar y valorar estrategias heurísticas y procedimientos de localización, construcción, medición y estimación, usando diversos recursos para resolver problemas.	16,17,18,19,20.		

Tabla 2

Matriz de operacionalización de la variable dependiente 2 niveles de razonamiento geométrico

Dimensiones	Indicadores	Ítems	Escala y valores	Niveles y rangos
Nivel de reconocimiento o visualización.	Los conceptos geométricos son vistos como entidades totales más que los componentes y atributos de los mismos.	1,2,3,4.	Respuesta correcta (1) Respuesta incorrecta (0)	De la variable: Inicio (0-10) Proceso (11-13) Logro previsto (14-17) Logro destacado (18-20).
Nivel de análisis.	Con observación y experimentación, los estudiantes empiezan a discernimiento sobre las características de las figuras.	5,6.		
	Las propiedades emergentes son usadas para concebir clases de formas.	7,8.		
Nivel de deducción informal.	Se pueden establecer las interrelaciones entre las propiedades de cada figura y entre las figuras.	9,10.		
	Se pueden deducir propiedades de una figura.	11,12.		
Nivel de deducción formal	Se comprenden las interrelaciones y roles de los términos indefinidos, axiomas, postulados, definiciones, teoremas y demostraciones.	13,14,15,16.		
Nivel de rigor.	El alumno puede trabajar en una variedad de sistemas axiomáticos y compararlos.	17,18,19,20.		

2.3. Metodología

El método de investigación empleado fue el método hipotético deductivo. Bernal (2006) manifestó que "el método hipotético deductivo consiste en un procedimiento que parte de unas aseveraciones en calidad de hipótesis y busca refutar o aceptar tales hipótesis deduciendo de ellas, conclusiones que deben confrontarse con los hechos". (p.56)

En el presente estudio se redactaron las hipótesis y luego se comprobaron mediante la prueba estadística U de Mann-Whitney.

2.4. Tipo de estudio

El tipo de investigación es aplicada. Murillo al respecto sostuvo que:

> La investigación aplicada recibe el nombre de "investigación práctica o empírica", que se caracteriza porque busca la aplicación o utilización de los conocimientos adquiridos, a la vez que se adquieren otros, después de implementar y sistematizar la práctica basada en investigación. El uso del conocimiento y los resultados de investigación que da como resultado una forma rigurosa, organizada y sistemática de conocer la realidad. (2010, p.33)

El nivel o alcance de investigación es explicativo. Yuni y Urbano (2006), señalaron que:

> Se caracteriza por la búsqueda de las relaciones de causalidad. Intenta determinar las relaciones de causa y efecto que subyacen a los fenómenos observados. Hay claridad respecto a cuál es la causa y cuál/es el/los efecto/s. En este tipo de investigación, además de la causalidad se puede establecer cuáles son las magnitudes de cambio entre dos variables asociadas. Por ejemplo, se puede preguntar: ¿cómo influye A sobre B?; ¿cuál es el efecto de A sobre B?; o ¿cuál es la magnitud del cambio en una unidad de B por el cambio producido en una unidad de A?. (p.81)

2.5. Diseño

El diseño de la investigación es experimental, con subdiseño cuasiexperimental. Se denomina experimental porque se manipulan las variables. Kerlinger y Lee (2002), refirieron:

> Los diseños comprometidos se conocen popularmente como diseños cuasi-experimentales. Se les llama cuasi porque dicho término significa “casi” o “tipo de”. Cook y Campbell (1979), presentan dos principales clasificaciones del diseño cuasi-experimental. El primero se llama “diseño de grupo control no equivalente”; el segundo es el “diseño de series interrumpidas”. (p.484).

El esquema del diseño cuasiexperimental se muestra en la tabla 5.

Tabla 3
Esquema del diseño cuasiexperimental: Diseño de pretest-postest con grupo control

Grupo	Asignación	Pretest	Tratamiento	Postest
G_1: Experimental	no R	O_1	X	O_3
G_2: Control	no R	O_2	__	O_4

Donde:

R	No existió asignación al azar o aleatoria, es decir los sujetos no han sido asignados a un grupo de manera aleatoria (proviene del inglés *randomization*).
G_1	Grupo experimental.
G_2	Grupo control.
X	Programa de competencia en geometría.
O_1	Observación del pretest del grupo experimental.
O_2	Observación del pretest del grupo control.
O_3	Observación del postest del grupo experimental.
O_4	Observación del postest del grupo control.
_	Ausencia de estímulo. No participaron del Programa.

2.6. Población, muestra y muestreo

Población

Carrasco (2010) definió la población como: "el conjunto de todos los elementos (unidades de análisis) que pertenecen al ámbito espacial donde se desarrolla el trabajo de investigación" (p. 236).

La población estuvo conformada por un total de 75 estudiantes de la Institución Educativa n.° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, del 4° grado de secundaria

Muestra

La muestra es una parte representativa de la población (Soto, 2015). En esta investigación se trabajó con una muestra intencional. Es decir se escogió arbitrariamente a los estudiantes que participaron por conveniencia de la investigación. La muestra fue de 50 estudiantes, 25 estudiantes de la sección A y 25 estudiantes de la sección B.

Muestreo

El muestreo fue no probabilístico e intencional, escogiendo grupos intactos por ser un estudio cuasiexperimental.

Tabla 4

Población y muestra

Grupo	Grado y sección	Total de alumnos
Grupo control	4°A	25
Grupo experimental	4°B	25
Total		50

Nota: La fuente se obtuvo de la Institución Educativa 5143 – Escuela de Talentos.

2.7. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Se aplicó la técnica de la evaluación y como instrumento se empleó una prueba escrita auto elaborado, cuyas calificaciones corresponderán al pretest y al postest.

Validación y confiabilidad de los instrumentos.

Se aplicó la validez de contenido a través del juicio de tres expertos y para la confiabilidad se aplicó una prueba piloto a 10 estudiantes con las mismas condiciones de la muestra. Para los resultados de la confiabilidad se utilizó la prueba de Kuder Richardson (KR20) en vista que la escala es dicotómica. El resultado de la validez del test de competencia en geometría fue aplicable, mientras que el resultado de la confiabilidad fue de fuerte confiabilidad con valores de 0,781 y 0,815.

Tabla 5

Resultados de la confiabilidad de los instrumentos

Cuestionarios	Kuder Richardson	N° de ítems	Interpretación
Test de competencia en geometría.	0,781	20	Fuerte confiabilidad.
Test de razonamiento geométrico.	0,815	20	Fuerte confiabilidad.

Ficha técnica del instrumento de competencia en geometría.

Autor:	Amador Epifanio Gonzales Baldeón.
Procedencia:	Se aplicó a estudiantes de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.
Ámbito de aplicación:	Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.
Objetivo:	Describir el nivel de competencia en geometría.
Administración:	Individual.
Duración:	60 minutos.
Estructura:	Consta de 20 ítems, con 2 alternativas de respuesta: Correcto (1), incorrecto (0). Asimismo, el test contiene 4 dimensiones: Matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas, razona y argumenta y elabora y usa estrategias.
Baremos:	Inicio [0;10] Proceso [11;13]

	Logro previsto [14;17]
	Logro destacado [18;20]

Ficha técnica del instrumento de razonamiento geométrico.

Autor:	Amador Epifanio Gonzales Baldeón.
Procedencia:	Se aplicó a estudiantes de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.
Ámbito de aplicación:	Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.
Objetivo:	Describir el nivel de razonamiento geométrico.
Administración:	Individual.
Duración:	60 minutos.
Estructura:	Consta de 20 ítems, con 2 alternativas de respuesta: Correcto (1), incorrecto (0). Asimismo, el test contiene 5 dimensiones: reconocimiento o visualización, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor.
Baremos:	Inicio [0;10] Proceso [11;13] Logro previsto [14;17] Logro destacado [18;20]

2.8. Métodos de análisis de datos

Para el análisis descriptivo se elaboraron tablas de distribución de frecuencias que describen los resultados finales de la variable dependiente con sus respectivas dimensiones, además se presentan tablas de contingencia que muestren los resultados del pretest, postest y grupos control y experimental a la vez con su respectivo gráfico de barras.

Para probar las hipótesis (análisis inferencial) se utilizó la prueba U de Mann-Whitney, en vista que las variables dependientes son cualitativas.

2.9. Aspectos éticos

Se consideraron los siguientes aspectos éticos: es una investigación original que contó con la autorización del director, docentes y estudiantes de la institución educativa en estudio; se consideró el anonimato de los estudiantes informantes; no se juzgaron las respuestas que brindaron los estudiantes; se colocó en las referencias a todos los autores que aportaron con la fundamentación teórica y científica en el presente estudio.

III. Resultados

3.1. Descripción

3.1.1. Resultados descriptivos de la variable competencia en geometría.

Resultados antes de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele (pretest):

Se puede apreciar que, antes de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el pretest referente al nivel de competencia en geometría, de los estudiantes de cuarto de secundaria, fueron muy similares, puesto que, el 100% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 96% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso.

Se pudo concluir que: entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa.

Resultados después de la aplicación del Programa (postest):

Se puede apreciar que, después de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el postest referente al nivel de desarrollo del pensamiento crítico fueron muy diferentes, ya que, solo el 12% del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 92% del grupo experimental obtuvo estos niveles.

En consecuencia, se pudo concluir que: la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en la competencia en geometría.

Tabla 6

Nivel de competencia en geometría de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

Nivel de competencia en geometría	Test y grupo			
	Pretest			
	Grupo control (n=25)		Grupo experimental (n=25)	
	f	%	f	%
En inicio	18	72%	24	96%
En proceso	7	28%	0	0%
Logro previsto	0	0%	1	4%
Logro destacado	0	0%	0	0%
	Postest			
En inicio	11	44%	0	0%
En proceso	11	44%	2	8%
Logro previsto	3	12%	17	68%
Logro destacado	0	0%	6	24%

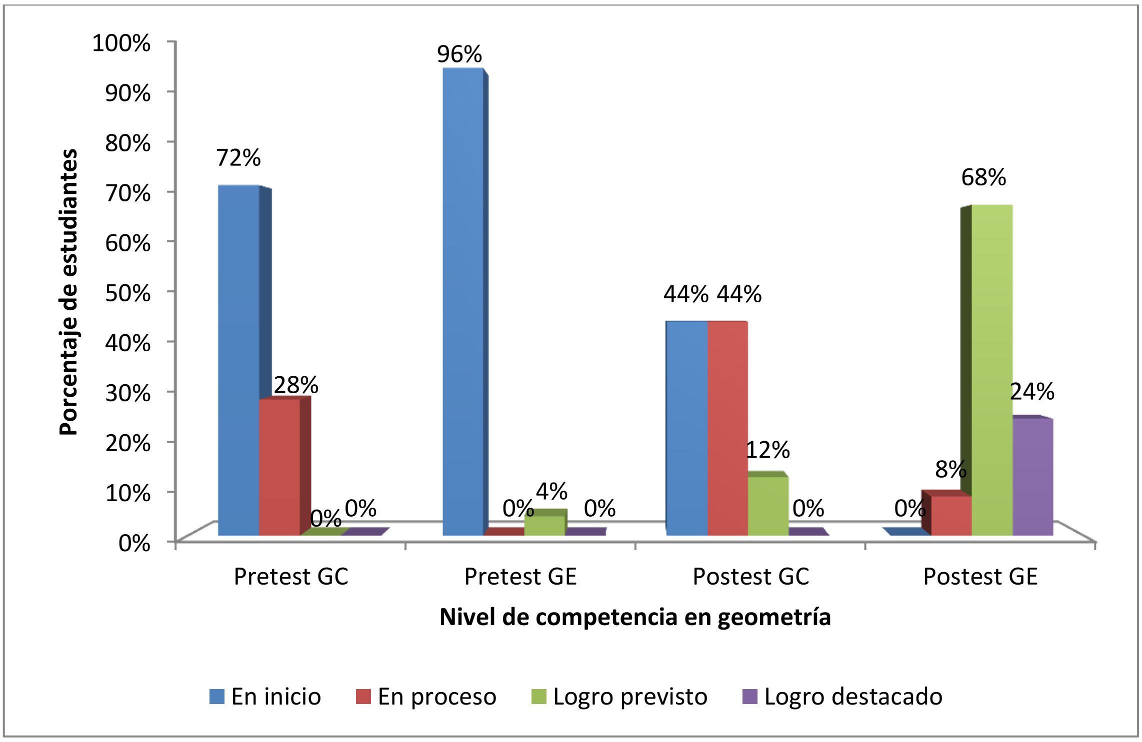


Figura 1. Nivel de competencia en geometría de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

3.1.2. Resultados descriptivos de la dimensión 1 de la variable competencia en geometría.

Resultados antes de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele (pretest):

Se puede apreciar que, antes de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el pretest referente al nivel de matematiza situaciones, de los estudiantes de cuarto de secundaria, fueron muy similares, puesto que, el 100% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 92% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso.

Se pudo concluir que: entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa.

Resultados después de la aplicación del Programa (postest):

Se puede apreciar que, después de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el postest referente al nivel de matematiza situaciones fueron muy diferentes, ya que, solo el 24% del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 68% del grupo experimental obtuvo estos niveles.

En consecuencia, se pudo concluir que: la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en la capacidad matematiza situaciones.

Tabla 7

Nivel de matematiza situaciones de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

Nivel de matematiza situaciones	Test y grupo			
	Pretest			
	Grupo control (n=25)		Grupo experimental (n=25)	
	f	%	f	%
En inicio	20	80%	22	88%
En proceso	5	20%	1	4%
Logro previsto	0	0%	1	4%
Logro destacado	0	0%	1	4%
	Postest			
En inicio	6	24%	0	0%
En proceso	13	52%	8	32%
Logro previsto	5	20%	9	36%
Logro destacado	1	4%	8	32%

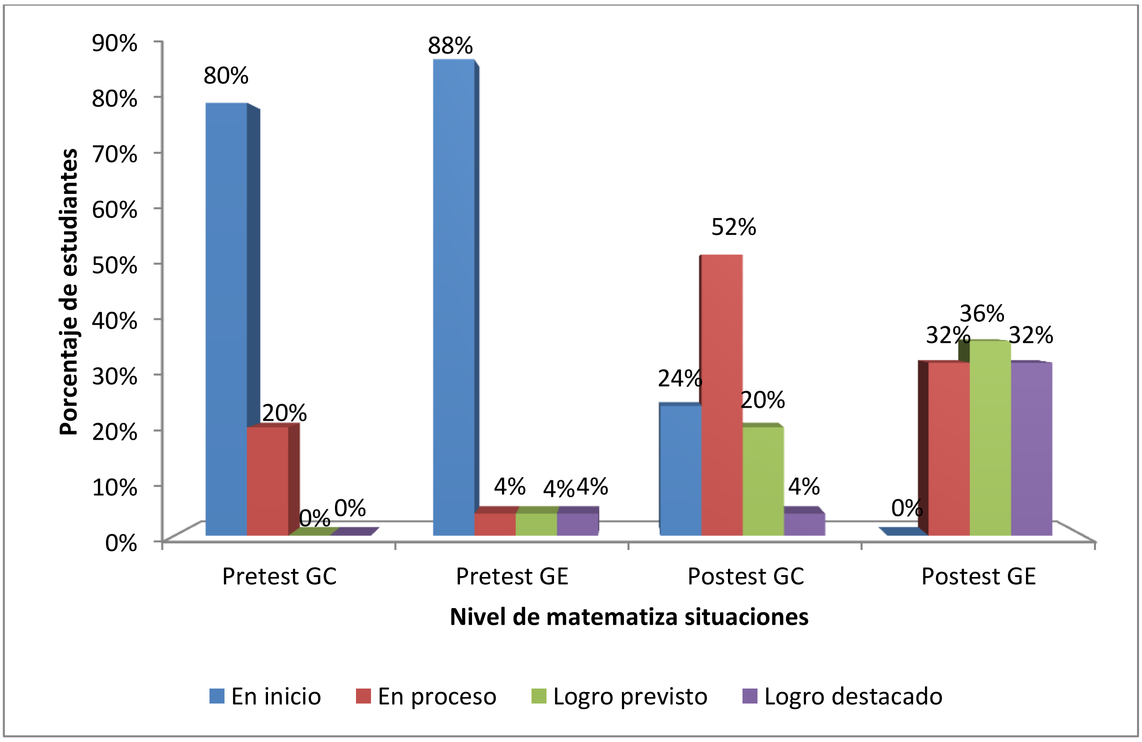


Figura 2. Nivel de matematiza situaciones de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

3.1.3. Resultados descriptivos de la dimensión 2 de la variable competencia en geometría.

Resultados antes de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele (pretest):

Se puede apreciar que, antes de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el pretest referente al nivel de comunica y representa ideas matemáticas, de los estudiantes de cuarto de secundaria, fueron muy similares, puesto que, el 80% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 88% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso.

Se pudo concluir que: entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa.

Resultados después de la aplicación del Programa (postest):

Se puede apreciar que, después de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el postest referente al nivel de comunica y representa ideas matemáticas fueron muy diferentes, ya que, solo el 24% del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 68% del grupo experimental obtuvo estos niveles.

En consecuencia, se pudo concluir que: la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en la capacidad comunica y representa ideas matemáticas.

Tabla 8

Nivel de comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

Nivel de comunica y representa ideas matemáticas	Test y grupo			
	Pretest			
	Grupo control (*n*=25)		Grupo experimental (*n*=25)	
	f	%	*f*	%
En inicio	13	52%	14	56%
En proceso	7	28%	8	32%
Logro previsto	4	16%	3	12%
Logro destacado	1	4%	0	0%
	Postest			
En inicio	9	36%	0	0%
En proceso	10	40%	8	32%
Logro previsto	6	24%	8	32%
Logro destacado	0	0%	9	36%

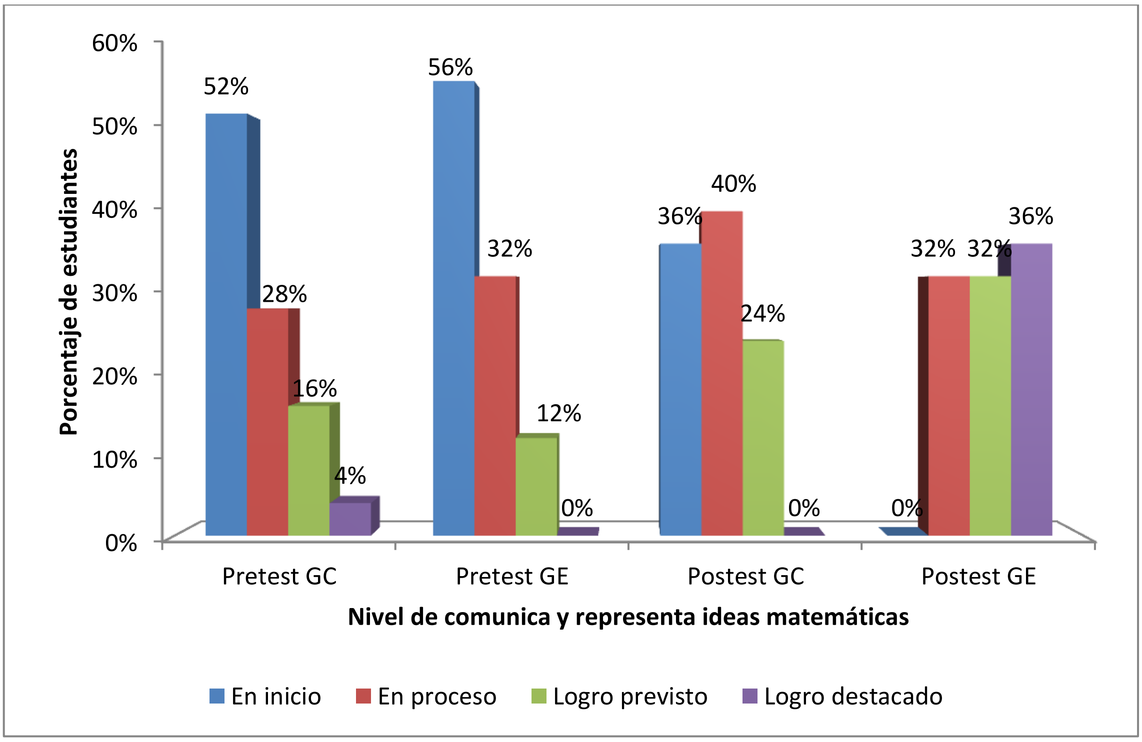


Figura 3. Nivel de comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

3.1.4. Resultados descriptivos de la dimensión 3 de la variable competencia en geometría.

Resultados antes de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele (pretest):

Se puede apreciar que, antes de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el pretest referente al nivel de razona y argumenta, de los estudiantes de cuarto de secundaria, fueron muy similares, puesto que, el 96% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 96% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso.

Se pudo concluir que: entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa.

Resultados después de la aplicación del Programa (postest):

Se puede apreciar que, después de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el postest referente al nivel de razona y argumenta fueron muy diferentes, ya que, solo el 4% del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 76% del grupo experimental obtuvo estos niveles.

En consecuencia, se pudo concluir que: la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en la capacidad razona y argumenta.

Tabla 9

Nivel de razona y argumenta de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

Nivel de razona y argumenta	Test y grupo			
	Pretest			
	Grupo control (n=25)		Grupo experimental (n=25)	
	f	%	f	%
En inicio	15	60%	19	76%
En proceso	9	36%	5	20%
Logro previsto	1	4%	1	4%
Logro destacado	0	0%	0	0%
	Postest			
En inicio	12	48%	1	4%
En proceso	12	48%	5	20%
Logro previsto	1	4%	8	32%
Logro destacado	0	0%	11	44%

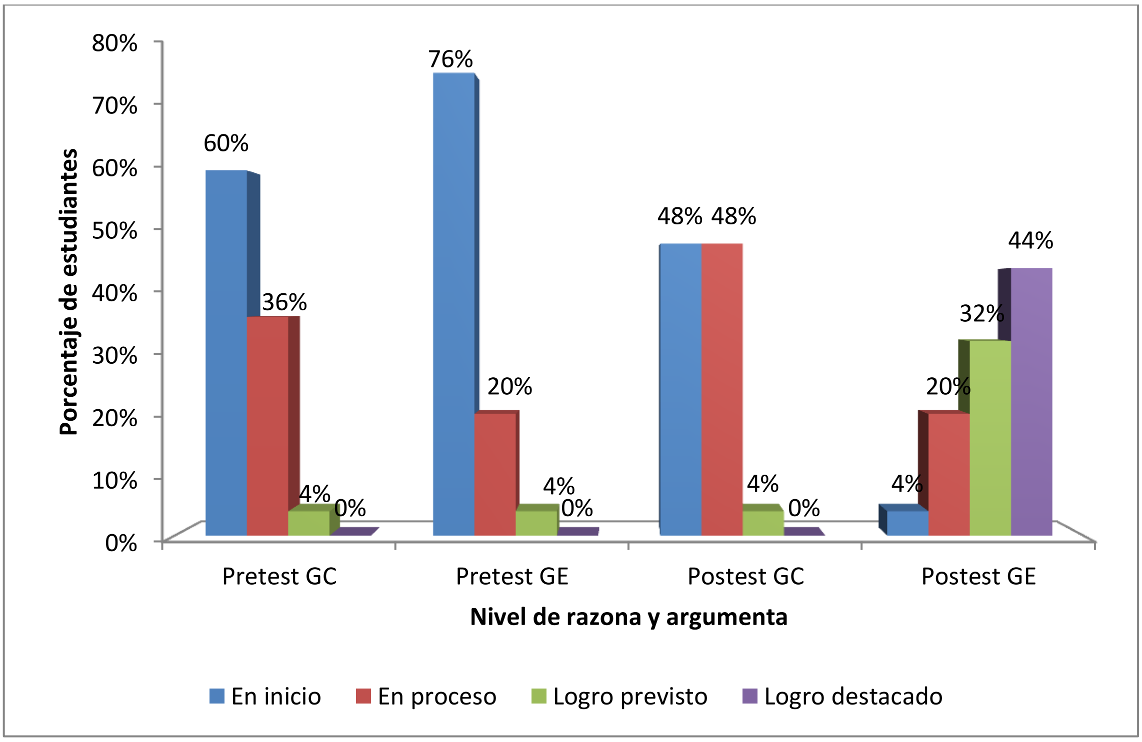


Figura 4. Nivel de razona y argumenta de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

3.1.5. Resultados descriptivos de la dimensión 4 de la variable competencia en geometría.

Resultados antes de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele (pretest):

Se puede apreciar que, antes de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el pretest referente al nivel de elabora y usa estrategias, de los estudiantes de cuarto de secundaria, fueron muy similares, puesto que, el 92% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 76% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso.

Se pudo concluir que: entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa.

Resultados después de la aplicación del Programa (postest):

Se puede apreciar que, después de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el postest referente al nivel de elabora y usa estrategias fueron muy diferentes, ya que, solo el 16% del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 68% del grupo experimental obtuvo estos niveles.

En consecuencia, se pudo concluir que: la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en la capacidad elabora y usa estrategias.

Tabla 10

Nivel de elabora y usa estrategias de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

Nivel de elabora y usa estrategias	Test y grupo			
	Pretest			
	Grupo control (*n*=25)		Grupo experimental (*n*=25)	
	f	%	*f*	%
En inicio	14	56%	11	44%
En proceso	9	36%	8	32%
Logro previsto	2	8%	6	24%
Logro destacado	0	0%	0	0%
	Postest			
En inicio	9	36%	1	4%
En proceso	12	48%	7	28%
Logro previsto	4	16%	16	64%
Logro destacado	0	0%	1	4%

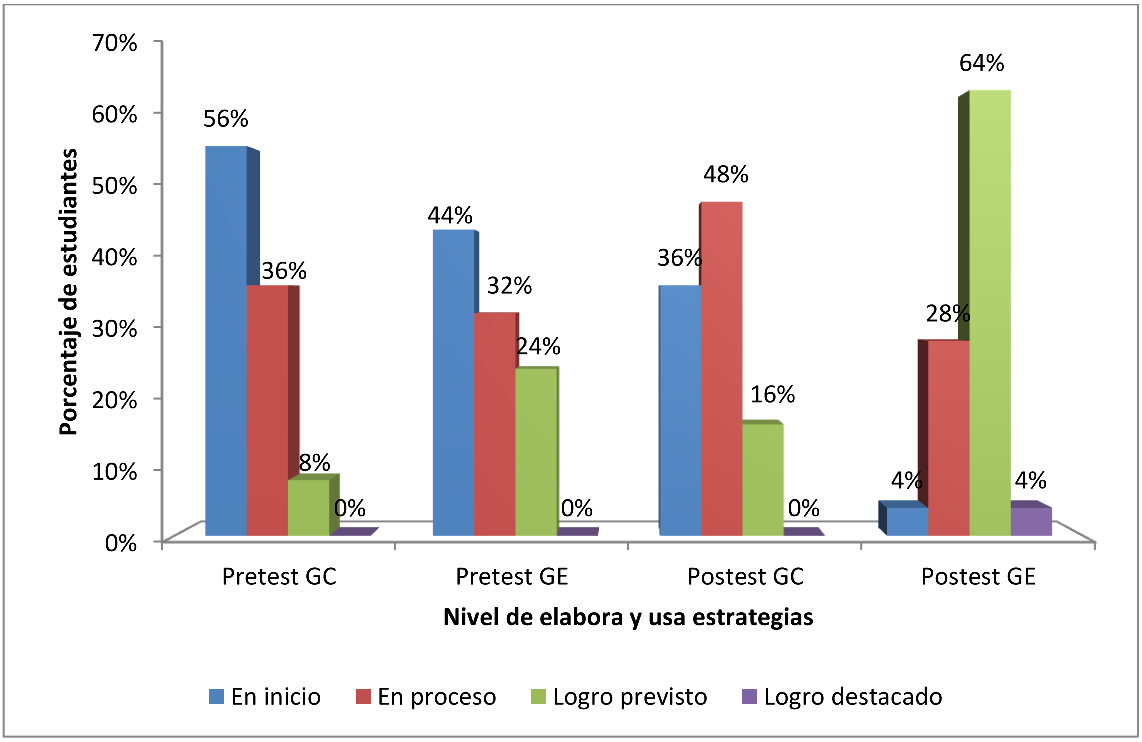


Figura 5. Nivel de elabora y usa estrategias de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

3.1.6. Resultados descriptivos de la variable nivel de razonamiento geométrico.

Resultados antes de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele (pretest):

Se puede apreciar que, antes de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el pretest referente al nivel de razonamiento geométrico, de los estudiantes de cuarto de secundaria, fueron muy similares, puesto que, el 100% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 100% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso.

Se pudo concluir que: entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa.

Resultados después de la aplicación del Programa (postest):

Se puede apreciar que, después de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el postest referente al nivel de razonamiento geométrico fueron muy diferentes, ya que, ninguno del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 72% del grupo experimental obtuvo estos niveles.

En consecuencia, se pudo concluir que: la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en los niveles de razonamiento geométrico.

Tabla 11

Nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

Nivel de razonamiento geométrico	Test y grupo			
	Pretest			
	Grupo control (n=25)		Grupo experimental (n=25)	
	f	%	*f*	%
En inicio	24	96%	24	96%
En proceso	1	4%	1	4%
Logro previsto	0	0%	0	0%
Logro destacado	0	0%	0	0%
	Postest			
En inicio	20	80%	1	4%
En proceso	5	20%	6	24%
Logro previsto	0	0%	14	56%
Logro destacado	0	0%	4	16%

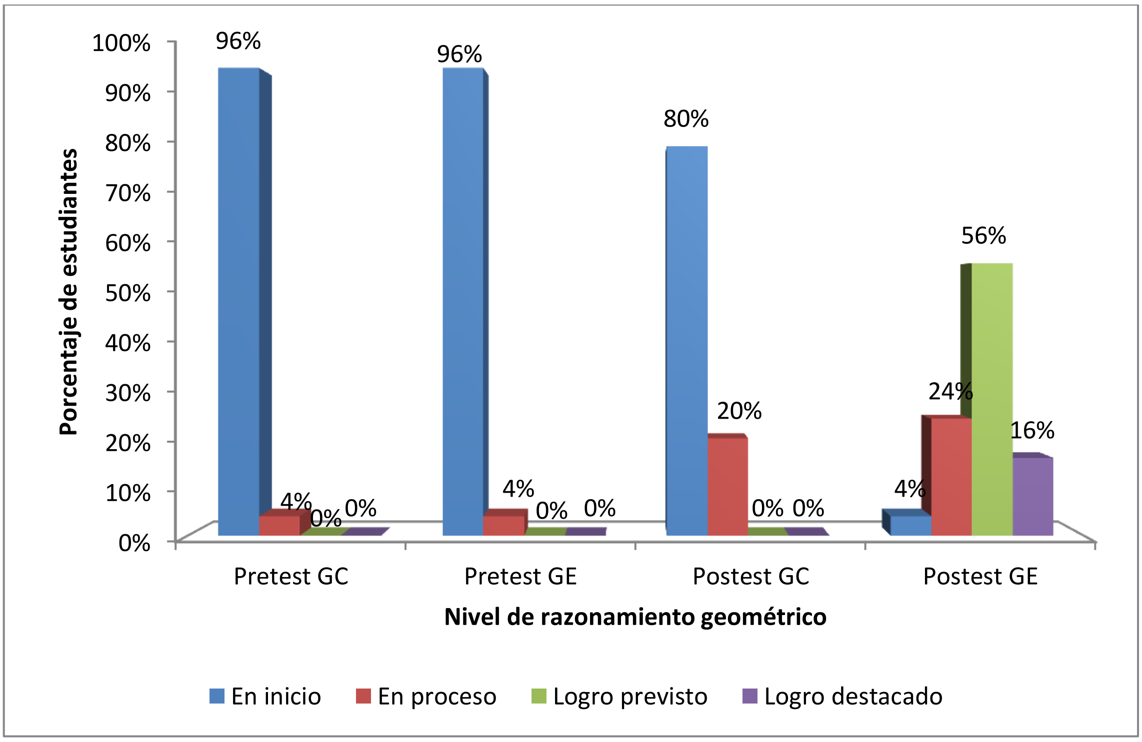


Figura 6. Nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

3.1.7. Resultados descriptivos de la dimensión 1 de la variable nivel de razonamiento geométrico.

Resultados antes de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele (pretest):

Se puede apreciar que, antes de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el pretest referente al nivel de reconocimiento o visualización, de los estudiantes de cuarto de secundaria, fueron muy similares, puesto que, el 92% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 96% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso.

Se pudo concluir que: entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa.

Resultados después de la aplicación del Programa (postest):

Se puede apreciar que, después de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el postest referente al nivel de reconocimiento o visualización fueron muy diferentes, ya que, el 4% del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 72% del grupo experimental obtuvo estos niveles.

En consecuencia, se pudo concluir que: la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en el nivel de reconocimiento o visualización.

Tabla 12

Nivel de reconocimiento o visualización de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

Nivel de reconocimiento o visualización	Test y grupo			
	Pretest			
	Grupo control (*n*=25)		Grupo experimental (*n*=25)	
	f	%	*f*	%
En inicio	8	32%	10	40%
En proceso	15	60%	14	56%
Logro previsto	2	8%	1	4%
Logro destacado	0	0%	0	0%
	Postest			
En inicio	10	40%	2	8%
En proceso	14	56%	5	20%
Logro previsto	1	4%	8	32%
Logro destacado	0	0%	10	40%

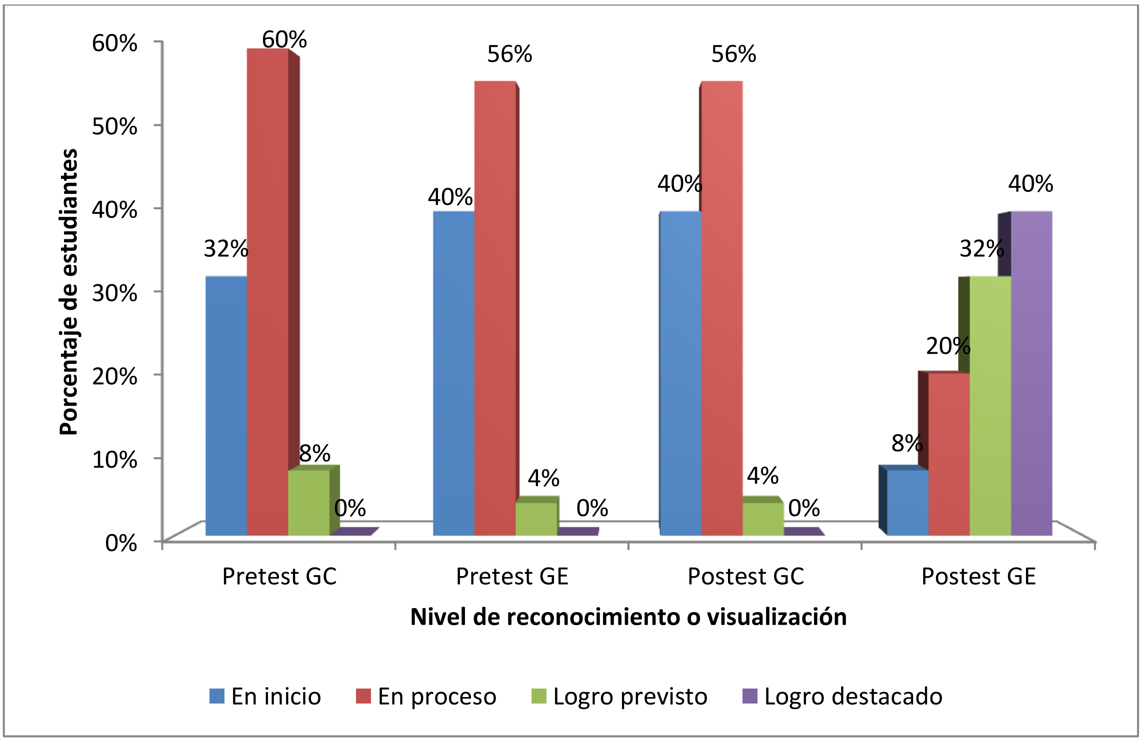


Figura 7. Nivel de reconocimiento o visualización de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

3.1.8. Resultados descriptivos de la dimensión 2 de la variable nivel de razonamiento geométrico.

Resultados antes de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele (pretest):

Se puede apreciar que, antes de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el pretest referente al nivel de análisis, de los estudiantes de cuarto de secundaria, fueron muy similares, puesto que, el 96% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 96% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso.

Se pudo concluir que: entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa.

Resultados después de la aplicación del Programa (postest):

Se puede apreciar que, después de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el postest referente al nivel de análisis fueron muy diferentes, ya que, el 12% del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 56% del grupo experimental obtuvo estos niveles.

En consecuencia, se pudo concluir que: la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en el nivel de análisis.

Tabla 13

Nivel de análisis de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

Nivel de análisis	Test y grupo			
	Pretest			
	Grupo control (n=25)		Grupo experimental (n=25)	
	f	%	*f*	%
En inicio	6	24%	3	12%
En proceso	18	72%	21	84%
Logro previsto	1	4%	1	4%
Logro destacado	0	0%	0	0%
	Postest			
En inicio	0	0%	0	0%
En proceso	22	88%	11	44%
Logro previsto	3	12%	9	36%
Logro destacado	0	0%	5	20%

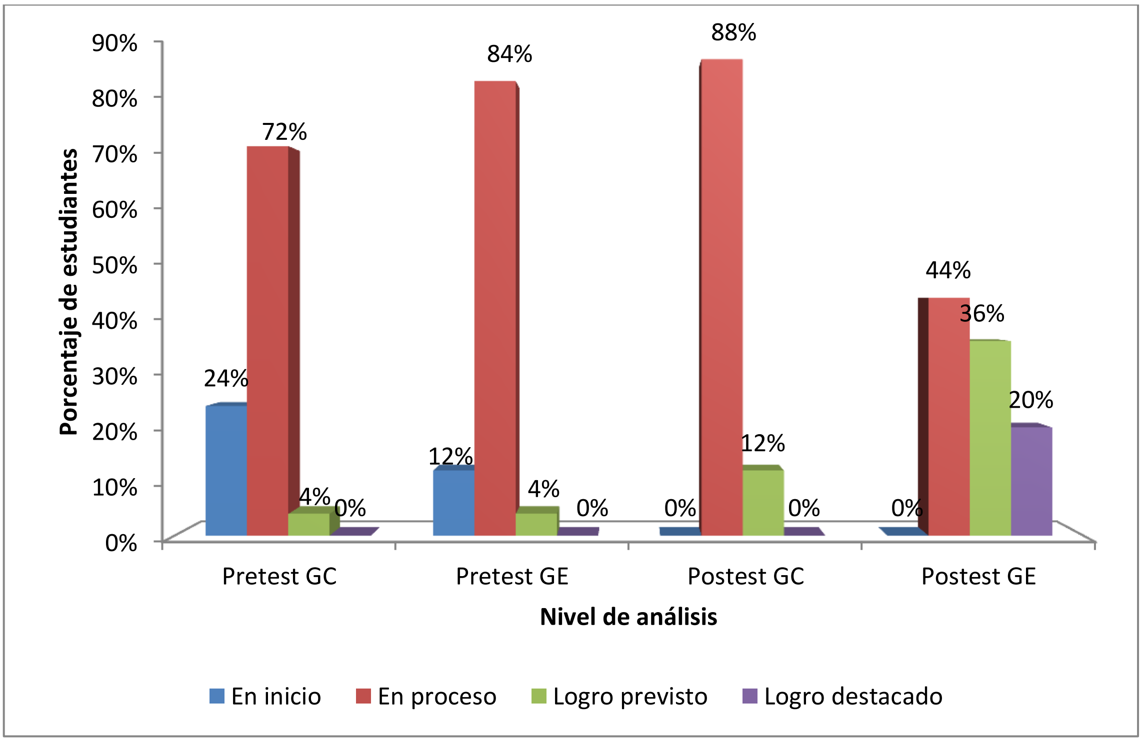


Figura 8. Nivel de análisis de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

3.1.9. Resultados descriptivos de la dimensión 3 de la variable nivel de razonamiento geométrico.

Resultados antes de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele (pretest):

Se puede apreciar que, antes de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el pretest referente al nivel de deducción informal, de los estudiantes de cuarto de secundaria, fueron muy similares, puesto que, el 88% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 100% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso.

Se pudo concluir que: entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa.

Resultados después de la aplicación del Programa (postest):

Se puede apreciar que, después de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el postest referente al nivel de deducción informal fueron muy diferentes, ya que, el 16% del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 44% del grupo experimental obtuvo estos niveles.

En consecuencia, se pudo concluir que: la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en el nivel de deducción informal.

Tabla 14

Nivel de deducción informal de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

Nivel de deducción informal	Test y grupo			
	Pretest			
	Grupo control (n=25)		Grupo experimental (n=25)	
	f	%	*f*	%
En inicio	17	68%	16	64%
En proceso	5	20%	9	36%
Logro previsto	3	12%	0	0%
Logro destacado	0	0%	0	0%
	Postest			
En inicio	12	48%	3	12%
En proceso	9	36%	11	44%
Logro previsto	4	16%	6	24%
Logro destacado	0	0%	5	20%

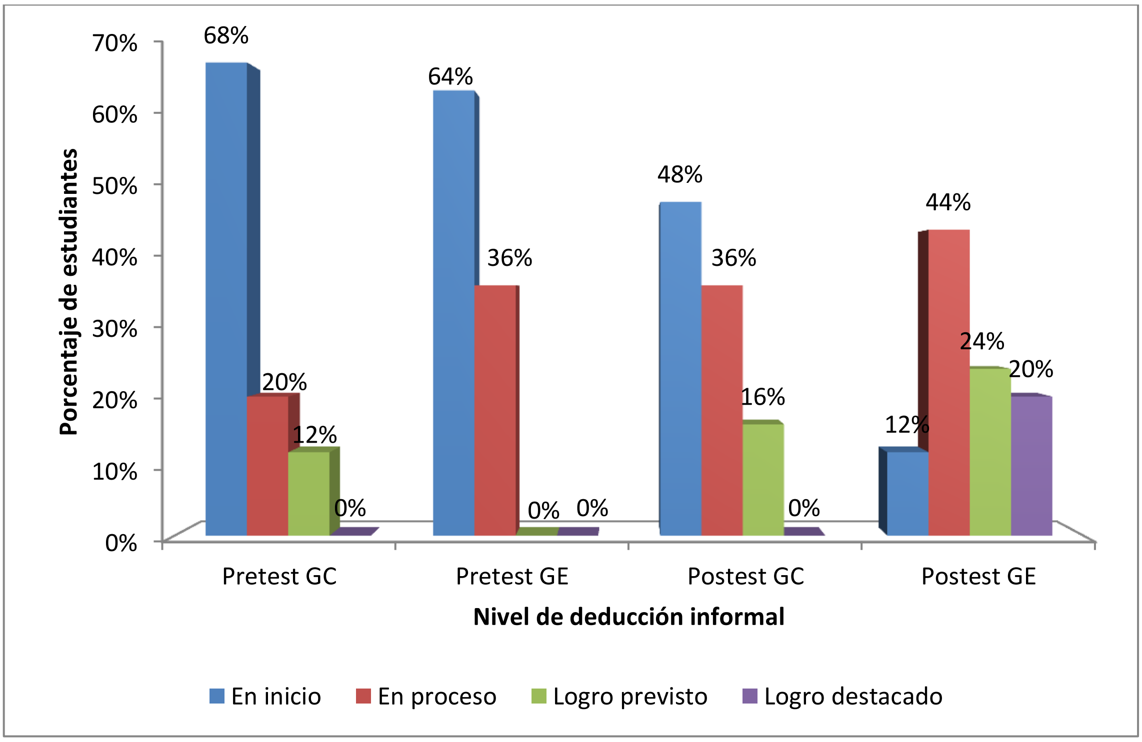


Figura 9. Nivel de deducción informal de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

3.1.10. Resultados descriptivos de la dimensión 4 de la variable nivel de razonamiento geométrico.

Resultados antes de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele (pretest):

Se puede apreciar que, antes de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el pretest referente al nivel de deducción formal, de los estudiantes de cuarto de secundaria, fueron muy similares, puesto que, el 84% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 68% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso.

Se pudo concluir que: entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa.

Resultados después de la aplicación del Programa (postest):

Se puede apreciar que, después de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el postest referente al nivel de deducción formal fueron muy diferentes, ya que, el 28% del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 88% del grupo experimental obtuvo estos niveles.

En consecuencia, se pudo concluir que: la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en el nivel de deducción formal.

Tabla 15

Nivel de deducción formal de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

Nivel de deducción formal	Test y grupo			
	Pretest			
	Grupo control (n=25)		Grupo experimental (n=25)	
	f	%	f	%
En inicio	6	24%	4	16%
En proceso	15	60%	13	52%
Logro previsto	4	16%	8	32%
Logro destacado	0	0%	0	0%
	Postest			
En inicio	1	4%	0	0%
En proceso	17	68%	3	12%
Logro previsto	7	28%	16	64%
Logro destacado	0	0%	6	24%

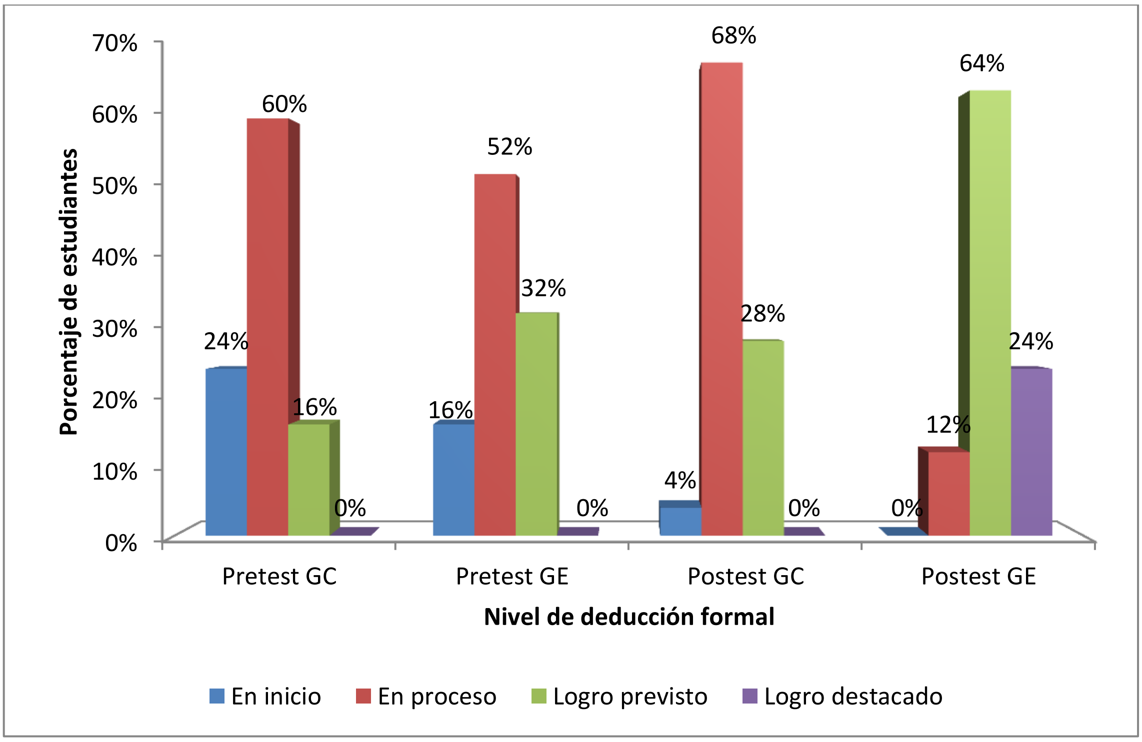


Figura 10. Nivel de deducción formal de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

3.1.11. Resultados descriptivos de la dimensión 5 de la variable nivel de razonamiento geométrico.

Resultados antes de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele (pretest):

Se puede apreciar que, antes de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el pretest referente al nivel de rigor, de los estudiantes de cuarto de secundaria, fueron muy similares, puesto que, el 64% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 96% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso.

Se pudo concluir que: entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa.

Resultados después de la aplicación del Programa (postest):

Se puede apreciar que, después de la aplicación del Programa, los resultados descriptivos en el postest referente al nivel de rigor fueron muy diferentes, ya que, el 52% del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 80% del grupo experimental obtuvo estos niveles.

En consecuencia, se pudo concluir que: la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en el nivel de rigor.

Tabla 16

Nivel de rigor de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

Nivel de rigor	Test y grupo			
	Pretest			
	Grupo control (n=25)		Grupo experimental (n=25)	
	f	%	f	%
En inicio	11	44%	11	44%
En proceso	5	20%	13	52%
Logro previsto	9	36%	1	4%
Logro destacado	0	0%	0	0%
	Postest			
En inicio	6	24%	0	0%
En proceso	6	24%	5	20%
Logro previsto	13	52%	14	56%
Logro destacado	0	0%	6	24%

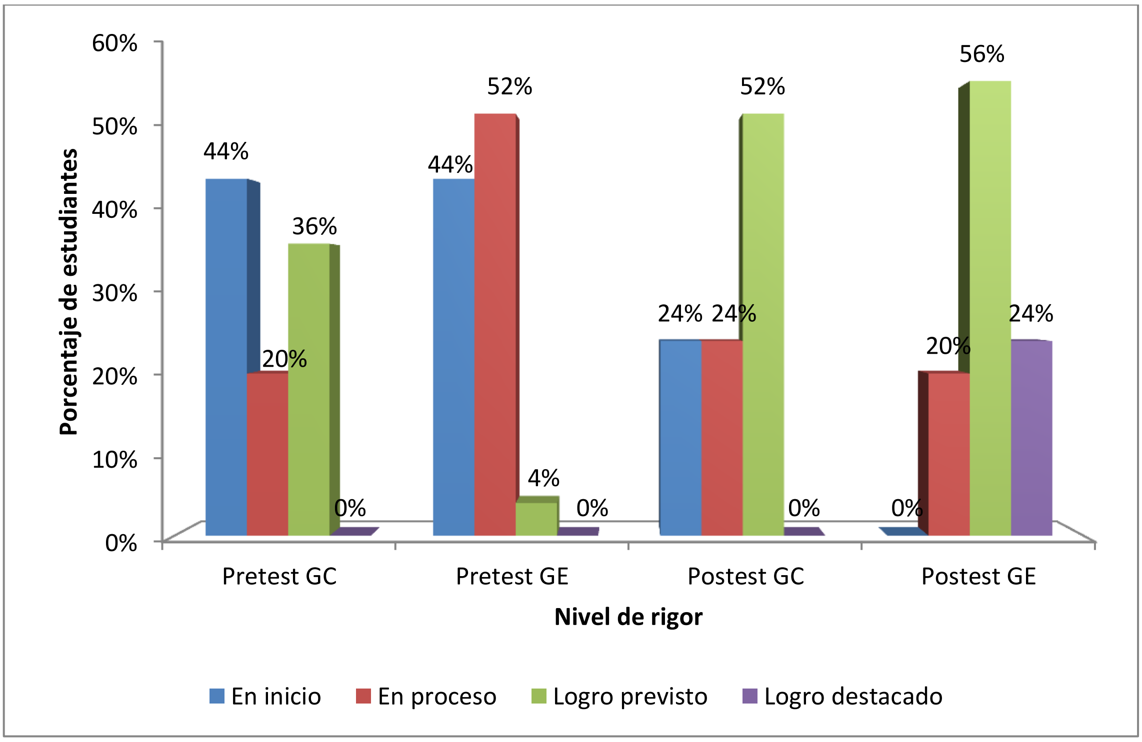


Figura 11. Nivel de rigor de los estudiantes de cuarto de secundaria según el pretest y postest del grupo control y experimental

3.1.12. Prueba de hipótesis general.

Ho: $Me_1 = Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele no tiene efecto positivo en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Hi: $Me_1 \neq Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene efecto positivo en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Resultados inferenciales en el pretest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, no existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos tanto para competencia en geometría como para niveles de razonamiento geométrico.

Así mismo, en los estadísticos de contraste para la variable competencia en geometría, se observó que, la significancia *Sig.* = 0,812 es mayor que α=0,05 (*Sig.* > α) y *Z* = -0,238 es mayor que el punto crítico -1,96.

Igualmente, en los estadísticos de contraste para la variable niveles de razonamiento matemático, se observó que, la significancia *Sig.* = 0,903 es mayor que α=0,05 (*Sig.* > α) y *Z* = -0,122 es mayor que el punto crítico -1,96.

En consecuencia, se demostró que no existieron diferencias significativas entre los grupos, no solo para la variable competencia en geometría sino también para niveles de razonamiento matemático.

Resultados inferenciales en el postest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, sí existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la variable competencia en geometría, así mismo, en los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,000 es menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y *Z* = -5,623 es menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi.

Del mismo modo, sí existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la variable niveles de razonamiento geométrico, así mismo, en los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,000 es menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y *Z* = -5,775 es menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi.

De este modo, se comprobó que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes.

Tabla 17

Prueba de hipótesis general según rangos y estadísticos de contraste, del estadístico U de Mann-Whitney

	Rangos				Estadísticos de contraste[a]	
	Test y grupo	**N**	**Rango promedio**	**Suma de rangos**		
Competencia en geometría	Pretest control	25	25,98	649,50	U de Mann-Whitney	300,500
					W de Wilcoxon	625,500
	Pretest experimental	25	25,02	625,50	Z	-,238
					Sig. Asintót. (bilateral)	,812
	Postest control	25	14,04	351,00	U de Mann-Whitney	26,000
					W de Wilcoxon	351,000
	Postest experimental	25	36,96	924,00	Z	-5,623
					Sig. Asintót. (bilateral)	,000
Niveles de razonamiento geométrico	Pretest control	25	25,26	631,50	U de Mann-Whitney	306,500
					W de Wilcoxon	631,500
	Pretest experimental	25	25,74	643,50	Z	-0,122
					Sig. Asintót. (bilateral)	,903
	Postest control	25	13,76	344,00	U de Mann-Whitney	19,000
					W de Wilcoxon	344,000
	Postest experimental	25	37,24	931,00	Z	-5,775
					Sig. Asintót. (bilateral)	,000

Nota: a. Variable de agrupación: Test y grupo.

3.1.13. Prueba de hipótesis específica 1.

Ho: $Me_1 = Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele no tiene efecto positivo en la capacidad de matematizar situaciones de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Hi: $Me_1 \neq Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene efecto positivo en la capacidad de matematizar situaciones de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Resultados inferenciales en el pretest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, no existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la capacidad de matematizar situaciones. Así mismo, en los estadísticos de contraste para la capacidad de matematizar situaciones, se observó que, la significancia *Sig.* = 0,147 es mayor que α=0,05 (*Sig.* > α) y *Z* = -1,450 es mayor que el punto crítico -1,96.

En consecuencia, se demostró que, no existieron diferencias significativas entre los grupos, para la capacidad de matematizar situaciones.

Resultados inferenciales en el postest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, sí existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la capacidad matematizar situaciones, así mismo, en los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,000 es menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y *Z* = -3,627 es menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi.

De este modo, se comprobó que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la capacidad de matematizar situaciones de los estudiantes.

Tabla 18

Prueba de hipótesis específica 1 según rangos y estadísticos de contraste, del estadístico U de Mann-Whitney

	Rangos				Estadísticos de contraste[a]	
	Test y grupo	**N**	**Rango promedio**	**Suma de rangos**		
Capacidad de matematizar situaciones	Pretest control	25	27,86	696,50	U de Mann-Whitney	253,500
					W de Wilcoxon	578,500
	Pretest experimental	25	23,14	578,50	Z	-1,450
					Sig. Asintót. (bilateral)	,147
	Postest control	25	18,42	460,50	U de Mann-Whitney	135,500
					W de Wilcoxon	460,500
	Postest experimental	25	32,58	814,50	Z	-3,627
					Sig. Asintót. (bilateral)	,000

Nota: a. Variable de agrupación: Test y grupo.

3.1.14. Prueba de hipótesis específica 2.

Ho: $Me_1 = Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele no tiene efecto positivo en la capacidad de comunica y representa ideas de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Hi: $Me_1 \neq Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene efecto positivo en la capacidad de comunica y representa ideas de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Resultados inferenciales en el pretest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, no existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la capacidad de comunica y representa ideas. Así mismo, en los estadísticos de contraste, se observó que, la significancia *Sig.* = 0,800 es mayor que α=0,05 (*Sig.* > α) y *Z* = -0,253 es mayor que el punto crítico -1,96.

En consecuencia, se demostró que, no existieron diferencias significativas entre los grupos, para la capacidad comunica y representa ideas.

Resultados inferenciales en el postest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, sí existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la capacidad comunica y representa ideas, así mismo, en los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,000 es menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y *Z* = -4,049 es menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi.

De este modo, se comprobó que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la capacidad de comunica y representa ideas de los estudiantes.

Tabla 19

Prueba de hipótesis específica 2 según rangos y estadísticos de contraste, del estadístico U de Mann-Whitney

	Rangos				**Estadísticos de contraste**[a]	
	Test y grupo	**N**	**Rango promedio**	**Suma de rangos**		
Capacidad de comunica y representa ideas	Pretest control	25	26,00	650,00	U de Mann-Whitney	300,000
					W de Wilcoxon	625,000
	Pretest experimental	25	25,00	625,00	Z	-0,253
					Sig. Asintót. (bilateral)	,800
	Postest control	25	17,48	437,00	U de Mann-Whitney	112,000
					W de Wilcoxon	437,000
	Postest experimental	25	33,52	838,00	Z	-4,049
					Sig. Asintót. (bilateral)	,000

Nota: a. Variable de agrupación: Test y grupo.

3.1.15. Prueba de hipótesis específica 3.

Ho: $Me_1 = Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele no tiene efecto positivo en la capacidad de razona y argumenta de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Hi: $Me_1 \neq Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene efecto positivo en la capacidad de razona y argumenta de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Resultados inferenciales en el pretest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, no existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la capacidad de comunica y representa ideas. Así mismo, en los estadísticos de contraste, se observó que, la significancia *Sig.* = 0,190 es mayor que α=0,05 (*Sig.* > α) y Z = -1,310 es mayor que el punto crítico -1,96.

En consecuencia, se demostró que, no existieron diferencias significativas entre los grupos, para la capacidad razona y argumenta.

Resultados inferenciales en el postest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, sí existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la capacidad razona y argumenta, así mismo, en los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,000 es menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y Z = -5,145 es menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi.

De este modo, se comprobó que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la capacidad de razona y argumenta de los estudiantes.

Tabla 20

Prueba de hipótesis específica 3 según rangos y estadísticos de contraste, del estadístico U de Mann-Whitney

	Rangos				Estadísticos de contraste[a]	
	Test y grupo	**N**	**Rango promedio**	**Suma de rangos**		
Capacidad de razona y argumenta	Pretest control	25	28,06	701,50	U de Mann-Whitney	248,500
					W de Wilcoxon	573,500
	Pretest experimental	25	22,94	573,50	Z	-1,310
					Sig. Asintót. (bilateral)	,190
	Postest control	25	15,22	380,50	U de Mann-Whitney	55,500
					W de Wilcoxon	380,500
	Postest experimental	25	35,78	894,50	Z	-5,145
					Sig. Asintót. (bilateral)	,000

Nota: a. Variable de agrupación: Test y grupo.

3.1.16. Prueba de hipótesis específica 4.

Ho: $Me_1 = Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele no tiene efecto positivo en la capacidad de elabora y usa estrategias de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Hi: $Me_1 \neq Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene efecto positivo en la capacidad de elabora y usa estrategias de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Resultados inferenciales en el pretest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, no existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la capacidad de elabora y usa estrategias. Así mismo, en los estadísticos de contraste, se observó que, la significancia *Sig.* = 0,251 es mayor que α=0,05 (*Sig.* > α) y Z = -1,149 es mayor que el punto crítico -1,96.

En consecuencia, se demostró que, no existieron diferencias significativas entre los grupos, para la capacidad elabora y usa estrategias.

Resultados inferenciales en el postest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, sí existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la capacidad elabora y usa estrategias, así mismo, en los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,000 es menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y *Z* = -3,950 es menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi.

De este modo, se comprobó que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la capacidad de elabora y usa estrategias de los estudiantes.

Tabla 21

Prueba de hipótesis específica 4 según rangos y estadísticos de contraste, del estadístico U de Mann-Whitney

	Rangos				Estadísticos de contraste[a]	
	Test y grupo	**N**	**Rango promedio**	**Suma de rangos**		
Capacidad de elabora y usa estrategias	Pretest control	25	23,22	580,50	U de Mann-Whitney	255,500
					W de Wilcoxon	580,500
	Pretest experimental	25	27,78	694,50	Z	-1,149
					Sig. Asintót. (bilateral)	,251
	Postest control	25	17,88	447,00	U de Mann-Whitney	122,000
					W de Wilcoxon	447,000
	Postest experimental	25	33,12	828,00	Z	-3,950
					Sig. Asintót. (bilateral)	,000

Nota: a. Variable de agrupación: Test y grupo.

3.1.17. Prueba de hipótesis específica 5.

Ho: $Me_1 = Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele no tiene efecto positivo en reconocimiento o visualización de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Hi: $Me_1 \neq Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene efecto positivo en reconocimiento o visualización de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Resultados inferenciales en el pretest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, no existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la dimensión reconocimiento o visualización. Así mismo, en los estadísticos de contraste, se observó que, la significancia *Sig.* = 0,575 es mayor que α=0,05 (*Sig.* > α) y *Z* = -0,561 es mayor que el punto crítico -1,96.

En consecuencia, se demostró que, no existieron diferencias significativas entre los grupos, para la dimensión reconocimiento o visualización.

Resultados inferenciales en el postest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, sí existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la dimensión reconocimiento o visualización, así mismo, en los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,000 es menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y *Z* = -4,443 es menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi.

De este modo, se comprobó que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la dimensión reconocimiento o visualización de los estudiantes.

Tabla 22

Prueba de hipótesis específica 5 según rangos y estadísticos de contraste, del estadístico U de Mann-Whitney

	Rangos				Estadísticos de contraste[a]	
	Test y grupo	**N**	**Rango promedio**	**Suma de rangos**		
Reconocimiento o visualización	Pretest control	25	26,52	663,00	U de Mann-Whitney	287,000
					W de Wilcoxon	612,000
	Pretest experimental	25	24,48	612,00	Z	-0,561
					Sig. Asintót. (bilateral)	,575
	Postest control	25	16,68	417,00	U de Mann-Whitney	92,000
					W de Wilcoxon	417,000
	Postest experimental	25	34,32	858,00	Z	-4,443
					Sig. Asintót. (bilateral)	,000

Nota: a. Variable de agrupación: Test y grupo.

3.1.18. Prueba de hipótesis específica 6.

Ho: $Me_1 = Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele no tiene efecto positivo en la dimensión análisis de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Hi: $Me_1 \neq Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene efecto positivo en la dimensión análisis de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Resultados inferenciales en el pretest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, no existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la dimensión análisis. Así mismo, en los estadísticos de contraste, se observó que, la significancia *Sig.* = 0,445 es mayor que α=0,05 (*Sig.* > α) y *Z* = -0,764 es mayor que el punto crítico -1,96.

En consecuencia, se demostró que, no existieron diferencias significativas entre los grupos para la dimensión análisis.

Resultados inferenciales en el postest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, sí existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la dimensión análisis, así mismo, en los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,001 es menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y *Z* = -3,368 es menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi.

De este modo, se comprobó que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la dimensión análisis de los estudiantes.

Tabla 23

Prueba de hipótesis específica 6 según rangos y estadísticos de contraste, del estadístico U de Mann-Whitney

	Rangos				Estadísticos de contraste[a]	
	Test y grupo	**N**	**Rango promedio**	**Suma de rangos**		
Análisis	Pretest control	25	24,36	609,00	U de Mann-Whitney	284,000
					W de Wilcoxon	609,000
	Pretest experimental	25	26,64	666,00	Z	-0,764
					Sig. Asintót. (bilateral)	,445
	Postest control	25	19,70	492,50	U de Mann-Whitney	167,500
					W de Wilcoxon	492,500
	Postest experimental	25	31,30	782,50	Z	-3,368
					Sig. Asintót. (bilateral)	,000

Nota: a. Variable de agrupación: Test y grupo.

3.1.19. Prueba de hipótesis específica 7.

Ho: $Me_1 = Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele no tiene efecto positivo en la dimensión deducción informal de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Hi: $Me_1 \neq Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene efecto positivo en la dimensión deducción informal de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Resultados inferenciales en el pretest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, no existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la dimensión deducción informal. Así mismo, en los estadísticos de contraste, se observó que, la significancia *Sig.* = 0,414 es mayor que α=0,05 (*Sig.* > α) y *Z* = -0,818 es mayor que el punto crítico -1,96.

En consecuencia, se demostró que, no existieron diferencias significativas entre los grupos para la dimensión deducción informal.

Resultados inferenciales en el postest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, sí existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la dimensión deducción informal, así mismo, en los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,002 es menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y *Z* = -3,067 es menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi.

De este modo, se comprobó que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la dimensión deducción informal de los estudiantes.

Tabla 24

Prueba de hipótesis específica 7 según rangos y estadísticos de contraste, del estadístico U de Mann-Whitney

	Rangos				Estadísticos de contraste[a]	
	Test y grupo	**N**	**Rango promedio**	**Suma de rangos**		
Deducción informal	Pretest control	25	23,96	599,00	U de Mann-Whitney	274,000
					W de Wilcoxon	599,000
	Pretest experimental	25	27,04	676,00	Z	-0,818
					Sig. Asintót. (bilateral)	,414
	Postest control	25	19,50	487,50	U de Mann-Whitney	162,500
					W de Wilcoxon	487,500
	Postest experimental	25	31,50	787,50	Z	-3,067
					Sig. Asintót. (bilateral)	,002

Nota: a. Variable de agrupación: Test y grupo.

3.1.20. Prueba de hipótesis específica 8.

Ho: $Me_1 = Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele no tiene efecto positivo en la dimensión deducción formal de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Hi: $Me_1 \neq Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene efecto positivo en la dimensión deducción formal de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Resultados inferenciales en el pretest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, no existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la dimensión deducción formal. Así mismo, en los estadísticos de contraste, se observó que, la significancia *Sig.* = 0,167 es mayor que α=0,05 (*Sig.* > α) y *Z* = -1,381 es mayor que el punto crítico -1,96.

En consecuencia, se demostró que, no existieron diferencias significativas entre los grupos para la dimensión deducción formal.

Resultados inferenciales en el postest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, sí existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la dimensión deducción formal, así mismo, en los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,000 es menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y *Z* = -4,453 es menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi.

De este modo, se comprobó que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la dimensión deducción formal de los estudiantes.

Tabla 25

Prueba de hipótesis específica 8 según rangos y estadísticos de contraste, del estadístico U de Mann-Whitney

	Rangos				Estadísticos de contraste[a]	
	Test y grupo	**N**	**Rango promedio**	**Suma de rangos**		
Deducción formal	Pretest control	25	22,94	573,50	U de Mann-Whitney	248,500
					W de Wilcoxon	573,500
	Pretest experimental	25	28,06	701,50	Z	-1,381
					Sig. Asintót. (bilateral)	,167
	Postest control	25	17,10	427,50	U de Mann-Whitney	102,500
					W de Wilcoxon	427,500
	Postest experimental	25	33,90	847,50	Z	-4,453
					Sig. Asintót. (bilateral)	,000

Nota: a. Variable de agrupación: Test y grupo.

3.1.21. Prueba de hipótesis específica 9.

Ho: $Me_1 = Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele no tiene efecto positivo en la dimensión rigor de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Hi: $Me_1 \neq Me_2$

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene efecto positivo en la dimensión rigor de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la Institución Educativa N° 5143, Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Resultados inferenciales en el pretest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, no existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la dimensión rigor. Así mismo, en los estadísticos de contraste, se observó que, la significancia *Sig.* = 0,299 es mayor que α=0,05 (*Sig.* > α) y *Z* = -1,038 es mayor que el punto crítico -1,96.

En consecuencia, se demostró que, no existieron diferencias significativas entre los grupos para la dimensión rigor.

Resultados inferenciales en el postest:

Se puede apreciar que en el grupo control y experimental, sí existieron diferencias numéricas significativas en el rango promedio y en la suma de rangos para la dimensión rigor, así mismo, en los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,003 es menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y *Z* = -3,016 es menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi.

De este modo, se comprobó que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la dimensión rigor de los estudiantes.

Tabla 26

Prueba de hipótesis específica 9 según rangos y estadísticos de contraste, del estadístico U de Mann-Whitney

	Rangos				Estadísticos de contraste[a]	
	Test y grupo	**N**	**Rango promedio**	**Suma de rangos**		
Rigor	Pretest control	25	27,52	688,00	U de Mann-Whitney	262,000
					W de Wilcoxon	587,000
	Pretest experimental	25	23,48	587,00	Z	-1,038
					Sig. Asintót. (bilateral)	,299
	Postest control	25	19,84	496,00	U de Mann-Whitney	171,000
					W de Wilcoxon	496,000
	Postest experimental	25	31,16	779,00	Z	-3,016
					Sig. Asintót. (bilateral)	,003

Nota: a. Variable de agrupación: Test y grupo.

IV. Discusión

A continuación se contrastan los resultados de la investigación con las investigaciones que antecedieron, algunas de ellas guardan una relación directa y otras de manera indirecta con las variables de estudio. Después del trabajo de campo del recojo de los datos a partir de la aplicación de los instrumentos para cada variable de estudio y la revisión literaria de los marcos conceptuales se arribó a las conclusiones que permiten construir la discusión de resultados frente a los antecedentes asumidos.

Sobre los resultados descriptivos de la variable dependiente competencia en geometría se encontró que, antes de la aplicación del Programa, el 100% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 96% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso; lo que permitió concluir que, entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa. Mientras que, después de la aplicación del Programa, el 12% del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 92% del grupo experimental obtuvo estos niveles; lo que permitió concluir que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en la competencia en geometría.

Sobre los resultados descriptivos de la variable dependiente niveles de razonamiento geométrico se encontró que, antes de la aplicación del Programa, el 100% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 100% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso; lo que permitió concluir que, entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa. Sin embargo, después de la aplicación del Programa, ninguno del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 72% del grupo experimental obtuvo estos niveles; lo que permitió concluir que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en los niveles de razonamiento geométrico. Según Gutiérrez (2013), el modelo de Van Hiele es un modelo de enseñanza que busca dar las pautas que se debe seguir en el aprendizaje de la Geometría.

Los mismos resultados se presentaron para las cuatro dimensiones de la variable dependiente competencia en geometría como matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas, razona y argumenta, por último elabora y usa estrategias, igualmente para las cinco dimensiones de las variable dependiente niveles de razonamiento geométrico como nivel de reconocimiento o visualización, nivel de análisis, nivel de deducción informal, nivel de deducción formal y nivel de rigor. Maguiña (2013) realizó una propuesta didáctica basada en los niveles y fases del modelo de Van Hiele; así mismo que la propuesta didáctica diseñada, permitió que los estudiantes logren un grado de adquisición alto en el nivel 1, un grado de adquisición intermedio en el nivel 2 y se encuentren desarrollando habilidades en el nivel 3, al pasar de un nivel de adquisición nula a un nivel de adquisición baja, otra conclusión a la que se llegó fue que la comparación de los grados de adquisición de los estudiantes, respecto a los cuadriláteros, antes y después de la aplicación de la propuesta didáctica permitió la identificación de mejoras en los grados de adquisición de los niveles de razonamiento. Según Gutiérrez (2013), el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes dividiéndolo en cinco niveles consecutivos: la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor, los cuales se repiten con cada aprendizaje nuevo. El estudiante se ubica en un nivel dado al inicio del aprendizaje y, conforme vaya cumpliendo con un proceso, avanza al nivel superior.

Comparando estos resultados obtenidos en el pretest y en el postest con los resultados de los antecedentes, como Cabello (2013) quien en su investigación eligió dos grupos semejantes para la aplicación del pre-test y post- test, uno el grupo control y el otro grupo experimental, al cual le aplicó el modelo. Ambos grupos tenían a la misma profesora. Al grupo experimental se le aplicó las unidades didácticas elaboradas para la investigación, basadas en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele y apoyadas en el software de Geometría Dinámica Cabri. El grupo de contraste (grupo control) siguió la metodología tradicional. Se aplicó el cuestionario a ambos grupos antes y después del estudio de la asignatura, resultando diferencias significativas en el aprendizaje favorable al grupo experimental, no obstante, a pesar del estudio de la asignatura, los alumnos mantienen errores en la visualización y reconocimiento de objetos geométricos, coincidiendo con los resultados de la presente investigación. Del mismo modo, Ixcaquic (2015) utilizando una base de investigación cuasiexperimental, con un pretest y postest comprobó significativamente que existe una evolución entre el antes y el después de aplicar el modelo de Van Hiele, alcanzando también el logro de aprendizaje de conocimientos conceptuales y procedimentales en el área de Geometría por los niveles y fases que se aplican, también el desarrollo de habilidades, destrezas y el razonamiento lógico del estudiante. Igualmente, Mora y Valencia (2012) analizaron las estrategias utilizadas por el docente y observaron que, las estudiantes pudieron experimentar las diferentes fases y niveles pasando inicialmente por la falta de conocimiento y finalizando con respuestas positivas a las estrategias utilizadas por el docente, lo que permitió visualizar y reafirmar que el proceso educativo estuvo ligado a los niveles y fases propuestas por los esposos Van Hiele garantizando la correcta asimilación del concepto trabajado en el aula de clases.

Sobre los resultados inferenciales para la prueba de hipótesis general, se aplicó la prueba U de Mann-Whitney, donde se encontró que, para la variable competencia en geometría, de acuerdo a los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,000 fue menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y Z = -5,623 fue menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi. Del mismo modo, para la variable niveles de razonamiento geométrico, de acuerdo a los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,000 fue menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y Z = -5,775 fue menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi; comprobando que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes. Comparando estos resultados con los encontrados en los antecedentes, como los de Mejía y Restrepo (2013) después que analizaron detalladamente las actuaciones de docentes y estudiantes durante la aplicación de las estrategias didácticas y en los resultados de las pruebas inicial y final a la luz de la teoría de los esposos

Van Hiele, se pudo notar que incidieron positivamente en el desarrollo del razonamiento espacial de los estudiantes.

Asimismo, para los resultados inferenciales de la prueba de hipótesis específicas, se aplicó la prueba U de Mann-Whitney, donde se encontró que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en las dimensiones (matematiza situaciones Z=-3,627 y *Sig.*=0,000, comunica y representa ideas matemáticas Z=-4,049 y *Sig.*=0,000, razona y argumenta Z=-5,145 y *Sig.*=0,000, elabora y usa estrategias Z=-3,950 y *Sig.*=0,000, nivel de reconocimiento o visualización Z=-4,443 y *Sig.*=0,000, nivel de análisis Z=-3,368 y *Sig.*=0,001, nivel de deducción informal Z=-3,067 y *Sig.*=0,002, nivel de deducción formal Z=-4,453 y *Sig.*=0,000 y nivel de rigor Z=-3,016 y *Sig.*=0,003) de los estudiantes de cuarto de secundaria. Maguiña y Susanibar (2013) realizó una investigación cuasi experimental con un pre test y post test, utilizando como instrumento una prueba escrita, los resultados evidenciaron que la mayoría de los estudiantes lograron satisfactoriamente los niveles de razonamiento 0 y 1 según el Modelo van Hiele, mientras que los niveles 2, 3 y 4 tienen un logro mínimo, concluyendo que, el diseño, planificación y ejecución de las fases del aprendizaje del modelo Van Hiele mejora el aprendizaje de la geometría de los estudiantes del segundo grado de educación secundaria.

Con las discusiones y presentación de los resultados, se demostró que, La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tuvo efecto positivo en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes, corroborándose en el marco teórico y en los antecedentes asumidos dentro de la investigación.

V. Conclusiones

Primera:

Respecto al objetivo general, se ha demostrado que: La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la competencia de geometría (*Z*=-5,623 y *Sig.*=0,000) y los niveles de razonamiento geométrico (*Z*=-5,775 y *Sig.*=0,000) de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la institución educativa n.° 5143, Escuela de talentos del Callao, 2016.

Segunda:

Respecto al objetivo específico 1, se ha demostrado que: La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la capacidad de matematizar situaciones referente a la competencia de la geometría (*Z*=-3,627 y *Sig.*=0,000).

Tercera:

Respecto al objetivo específico 2, se ha demostrado que: La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la capacidad de comunica y representa ideas referente a la competencia de la geometría (*Z*=-4,049 y *Sig.*=0,000).

Cuarta:

Respecto al objetivo específico 3, se ha demostrado que: La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la capacidad de razona y argumenta referente a la competencia de la geometría (*Z*=-5,145 y *Sig.*=0,000).

Quinta:

Respecto al objetivo específico 4, se ha demostrado que: La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la capacidad de elabora y usa estrategias referente a la competencia de la geometría (*Z*=-3,950 y *Sig.*=0,000).

Sexta:

Respecto al objetivo específico 5, se ha demostrado que: La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en el nivel de reconocimiento o visualización referente al razonamiento geométrico (*Z*=-4,443 y *Sig.*=0,000).

Sétima:

Respecto al objetivo específico 6, se ha demostrado que: La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en el nivel de análisis referente al razonamiento geométrico (*Z*=-3,368 y *Sig.*=0,001).

Octava:

Respecto al objetivo específico 7, se ha demostrado que: La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en el nivel de deducción informal referente al razonamiento geométrico (*Z*=-3,067 y *Sig.*=0,002).

Novena:

Respecto al objetivo específico 8, se ha demostrado que: La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en el nivel de deducción formal referente al razonamiento geométrico (*Z*=-4,453 y *Sig.*=0,000).

Décima:

Respecto al objetivo específico 9, se ha demostrado que: La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en el nivel de deducción formal referente al razonamiento geométrico (*Z*=-3,016 y *Sig.*=0,003).

VI. Recomendaciones

Primera:

Se recomienda al director y docentes de la institución en estudio, realizar la difusión de esta investigación por sus resultados positivos y sobre todo del Programa que se aplicó a los estudiantes, con sus sesiones, hojas de aplicación y del instrumento empleado, siguiendo el modelo de Van Hiele.

Segunda:

Se recomienda a los docentes de la institución en estudio, diseñar otros instrumentos para evaluar la competencia en geometría y los niveles del razonamiento geométrico, antes y después de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele.

Tercera:

Se recomienda a los docentes en general diseñar instrumentos para evaluar la competencia en geometría que tenga concordancia con el nuevo enfoque propuesto por el Ministerio de Educación del Perú, es decir el enfoque basado en la resolución de problemas matemáticos de la vida cotidiana, contextualizados y que sean de interés para los estudiantes.

VII. Referencias

Bernal, C. (2006). *Metodología de la investigación*. México: Pearson Educación.

Cabello, A. (2013). *La modelización de Van Hiele en el aprendizaje constructivo de la geometría en primero de la educación secundaria obligatoria a partir de Cabri* (Tesis doctoral). Universidad de Salamanca, España.

Carmona, S. (2009). *Aproximación a la teoría de las inteligencias múltiples de Howard Gardner*. Universidad Tecnológica de Pereira. España.

Carrasco, S. (2009). *Metodología de la Investigación científica. Pautas para diseñar y elaborar el proyecto de investigación.* Lima: San Marcos.

Castro, E. (2006). Competencia matemática desde la infancia*. Revista Pensamiento Educativo* 39 (*2*), p.p.119-135.

Cheng, P. (2014). *Programa Geogebra para mejorar las capacidades de los estudiantes en el aprendizaje de matemática* (Tesis doctoral). Universidad César Vallejo, Perú.

Fernández, B. (2011). *Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial* (Tesis Doctoral). Universidad de Santiago de Campostela, España.

Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea*. Educational Studies in Mathematics* 3, p.p. 413-435.

Gamboa, R. y Ballestero, A. (2009). *Algunas reflexiones sobre la didáctica de la Geometría. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Año 4. Número 5,p.p. 413 – 435. Costa Rica*

Goñi, Mª. (2008). *El desarrollo de la competencia matemática.* España: Graó.

Gutiérrez, S. (2013). *El pensamiento geométrico en los estudiantes de 1º grado de secundaria*. Universidad Autónoma de Chihuahua, México.

Hernández Sampieri, R., Fernández, C. y Baptista, P.(2010). Metodología de la investigación (6 ed.). México: McGraw-Hill

Ixcaquic, I. (2015). *Modelo de Van Hiele y geometría plana, investigación realizada en primero básico del Instituto Nacional de Telesecundaria,* *del municipio de San Francisco El Alto, departamento de Totonicapán* (Tesis doctoral). Universidad Rafael Landívar, Guatemala.

Kerlinger, F. y Lee, H. (2.002). *Investigaciones del comportamiento. Métodos de investigación en ciencias sociales* (4ºed.). México: McGraw-Hill.

Lupiañez, J, (2005). *Objetivos y fines de la educación matemática. Capacidades y competencias matemáticas*. Universidad de Granada, España.

Maguiña, A. (2013). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de los Cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele* (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú.

Maguiña, E. y Susanibar, E. (2013). *Eficacia del modelo Van Hiele en la enseñanza de la geometría* (Tesis de maestría). Universidad Faustino Sánchez Carrión, Perú.

Martínez, A. (2014). Aprendizajes de competencias matemáticas*. Revista de la Asociación de Inspectores de educación de España*. Universidad de Córdova, España.

Mejía, A. y Restrepo, L. (2013). *Estrategias didácticas fundamentadas en los niveles de razonamiento de visualización y análisis y en las fases de aprendizaje propuestas en la teoría de los esposos Van Hiele* (Tesis de maestría). Universidad Tecnológica de Pereyra, Colombia.

Ministerio de Educación (Minedu) (2013*). Rutas del Aprendizaje. Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos*. Lima, Perú.

Mora, S. y Valencia, M. (2012). *Las fases de aprendizaje propuestas por van hiele en la Construcción y caracterización del cubo* (Tesis de maestría). Universidad Tecnológica de Pereyra, Colombia.

Morales, C. (2011). *Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros* (Tesis de maestría). Universidad de la Amazonía. Florencia, Colombia.

Murillo, W. (2010). *La Investigación Científica*. Colombia: Universidad Nacional de Colombia, Instituto de Inmunología de Colombia.

PISA (2012). *Programa para la evaluación internacional de los alumnos*. OCDE. Ministerio de educación, cultura y deporte. Madrid. España.

Silva, M. (2009). *Método y estrategias de resolución de problemas matemáticos utilizadas por alumnos de 6º grado de primaria* (Tesis de maestría). Universidad Iberoamericana, México.

Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Education: The Wiskobas Project*. Dordrecht: Reidel.

Yuni, J. y Urbano, C. (2006). *Técnicas para investigar: recursos metodológicos para la preparación de proyectos de investigación* (2ª ed.). Córdova, Argentina: Brujas.

VIII. Apéndices

Apéndice A.

Matriz de consistencia

TÍTULO: "Efecto del programa basado en el modelo de Van Hiele en la Competencia Geométrica y los niveles de Razonamiento Geométrico, Callao

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	METODOLOGÍA
Problema general: ¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016? **Problemas específicos:** • ¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad matematizar situaciones de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?	**Objetivo general**: Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia y de los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa Ramiro Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016. **Objetivos específicos:** • Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad matematizar situaciones de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 - Escuela de Talentos del Callao, 2016.	**Hipótesis general:** La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene efecto significativo en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016. **Hipótesis específicas:** • La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en la capacidad de matematizar situaciones de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.	**Variable 1: Independiente** Programa basado en el modelo de Van Hiele	**Variable independiente:** Programa basado en el modelo de Van Hiele **Variable dependiente 1:** Competencia en geometría **Variable dependiente 2:** Niveles de razonamiento geométrico

• ¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa Ramiro N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016? • ¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad razona y argumenta de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016? • ¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?	• Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016. • Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad razona y argumenta de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016. • Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.	• La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en la capacidad de comunica y representa ideas matemáticas de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016. • La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en la capacidad de razona y argumenta de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016. • La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en la capacidad de elabora y usa estrategias de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.	**Variable 2: Dependiente** Competencia en la Geometría **<u>Dimensiones</u> :** ❖ Matematiza situaciones ❖ Comunica y representa ideas matemáticas ❖ Razona y argumenta ❖ Elabora y usa estrategias	**Tipo:** Aplicada **Diseño del estudio:** Cuasi-experimental con pre y post prueba. **Población y muestra:** La población de estudio estará conformada por 75 estudiantes del 4° año de secundaria y la muestra es de 50 estudiantes de las secciones de A y B de la I.E. 5143 – Escuela de Talentos. **Método de investigación:** Método: Experimental

• ¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de visualización de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa Ramiro N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016? • ¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de análisis de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa Ramiro N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016? • ¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de deducción informal de los estudiantes del 4° grado de	• Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de visualización de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016. • Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de análisis de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016. • Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de deducción informal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución	• La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en el nivel de razonamiento geométrico de visualización de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016. • La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en el nivel de razonamiento geométrico de análisis de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016 • La aplicación del Programa basado en el modelo de Van tiene un efecto significativo en el nivel de razonamiento geométrico de deducción informal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución	**Variable 3: Dependiente** Niveles de razonamiento geométrico **Dimensiones :** ❖ Nivel de reconocimiento o visualización ❖ Nivel de análisis ❖ Nivel de deducción informal ❖ Nivel de deducción formal ❖ Nivel de rigor	**Enfoque:** Cuantitativo **Técnicas e instrumentos de recolección de datos:** Técnica : Evaluación Instrumento: Pre y Post Test Evaluación escrita **Método de análisis de datos:** Tablas de distribución de frecuencias absoluta simple y

secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016? • ¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de deducción formal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa Ramiro N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016? • ¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de rigor de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?	Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016. • Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de deducción formal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016. • Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de rigor de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.	Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016. • La aplicación del Programa basado en el modelo de Van tiene un efecto significativo en el nivel de razonamiento geométrico de deducción formal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016. • La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele tiene un efecto significativo en el nivel de razonamiento geométrico de rigor de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao 2016.		porcentuales **Gráficos** Prueba de consistencia interna KR20 Prueba U de Mann-Whitney

Apéndice B.

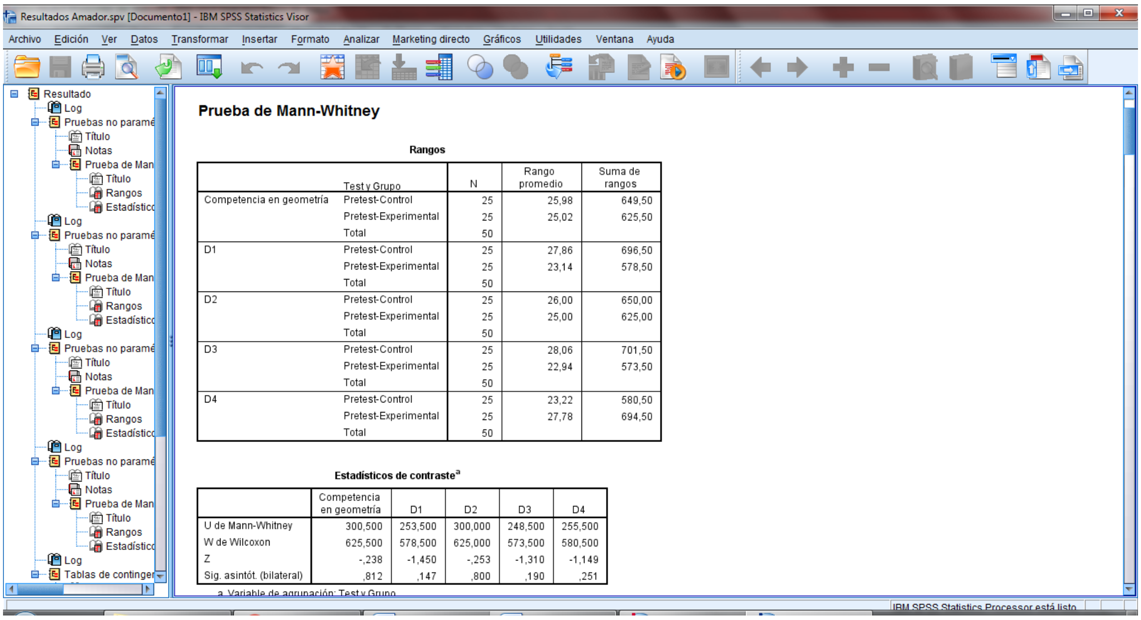
Base de datos

Base de datos		Variable dependiente 1: Competencia en geometría																				Variable dependiente 2: Niveles de razonamiento geométrico																			
Estudiantes	Test/grupo	Matematiza					Comunica y representa ideas					Razona y arguemneta					Elabora y usa estrategias					Nivel 1				Nivel 2				Nivel 3				Nivel 4				Nivel 5			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	Pretest experimental 1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
2	Pretest experimental 2	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
3	Pretest experimental 3	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
4	Pretest experimental 4	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1
5	Pretest experimental 5	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
6	Pretest experimental 6	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
7	Pretest experimental 7	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
8	Pretest experimental 8	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
9	Pretest experimental 9	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
10	Pretest experimental 10	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1
11	Pretest experimental 11	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
12	Pretest experimental 12	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
13	Pretest experimental 13	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
14	Pretest experimental 14	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
15	Pretest experimental 15	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
16	Pretest experimental 16	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
17	Pretest experimental 17	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
18	Pretest experimental 18	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
19	Pretest experimental 19	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
20	Pretest experimental 20	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
21	Pretest experimental 21	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
22	Pretest experimental 22	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
23	Pretest experimental 23	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
24	Pretest experimental 24	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1
25	Pretest experimental 25	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
26	Pretest control 1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
27	Pretest control 2	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1
28	Pretest control 3	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0
29	Pretest control 4	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
30	Pretest control 5	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
31	Pretest control 6	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0
32	Pretest control 7	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
33	Pretest control 8	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1
34	Pretest control 9	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
35	Pretest control 10	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1
36	Pretest control 11	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
37	Pretest control 12	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
38	Pretest control 13	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1
39	Pretest control 14	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1
40	Pretest control 15	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1
41	Pretest control 16	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
42	Pretest control 17	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1
43	Pretest control 18	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1
44	Pretest control 19	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
45	Pretest control 20	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0
46	Pretest control 21	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
47	Pretest control 22	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
48	Pretest control 23	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0
49	Pretest control 24	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	Pretest control 25	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	Postest experimental 1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1
2	Postest experimental 2	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1
3	Postest experimental 3	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
4	Postest experimental 4	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
5	Postest experimental 5	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0
6	Postest experimental 6	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
7	Postest experimental 7	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1		1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
8	Postest experimental 8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
9	Postest experimental 9	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
10	Postest experimental 10	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
11	Postest experimental 11	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0
12	Postest experimental 12	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
13	Postest experimental 13	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
14	Postest experimental 14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
15	Postest experimental 15	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
16	Postest experimental 16	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
17	Postest experimental 17	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
18	Postest experimental 18	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0
19	Postest experimental 19	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
20	Postest experimental 20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
21	Postest experimental 21	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
22	Postest experimental 22	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
23	Postest experimental 23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1
24	Postest experimental 24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1
25	Postest experimental 25	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
26	Postest control 1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
27	Postest control 2	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1
28	Postest control 3	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0
29	Postest control 4	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
30	Postest control 5	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
31	Postest control 6	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0
32	Postest control 7	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
33	Postest control 8	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
34	Postest control 9	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
35	Postest control 10	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
36	Postest control 11	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
37	Postest control 12	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
38	Postest control 13	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
39	Postest control 14	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
40	Postest control 15	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
41	Postest control 16	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
42	Postest control 17	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
43	Postest control 18	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
44	Postest control 19	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0
45	Postest control 20	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
46	Postest control 21	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
47	Postest control 22	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
48	Postest control 23	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0
49	Postest control 24	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
50	Postest control 25	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1

Apéndice C

Escaneados de la prueba estadística U de Mann-Whitney realizada con el SPSS



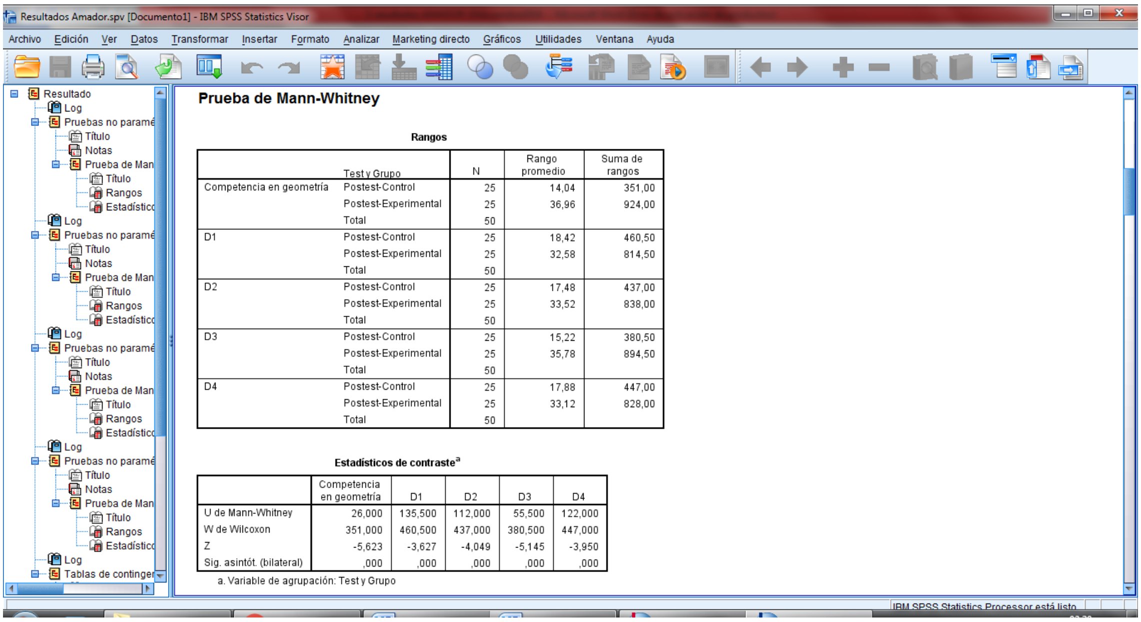
Rangos

	Test y Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos
Competencia en geometría	Pretest-Control	25	25,98	649,50
	Pretest-Experimental	25	25,02	625,50
	Total	50		
D1	Pretest-Control	25	27,86	696,50
	Pretest-Experimental	25	23,14	578,50
	Total	50		
D2	Pretest-Control	25	26,00	650,00
	Pretest-Experimental	25	25,00	625,00
	Total	50		
D3	Pretest-Control	25	28,06	701,50
	Pretest-Experimental	25	22,94	573,50
	Total	50		
D4	Pretest-Control	25	23,22	580,50
	Pretest-Experimental	25	27,78	694,50
	Total	50		

Estadísticos de contraste[a]

	Competencia en geometría	D1	D2	D3	D4
U de Mann-Whitney	300,500	253,500	300,000	248,500	255,500
W de Wilcoxon	625,500	578,500	625,000	573,500	580,500
Z	-,238	-1,450	-,253	-1,310	-1,149
Sig. asintót. (bilateral)	,812	,147	,800	,190	,251

a. Variable de agrupación: Test y Grupo



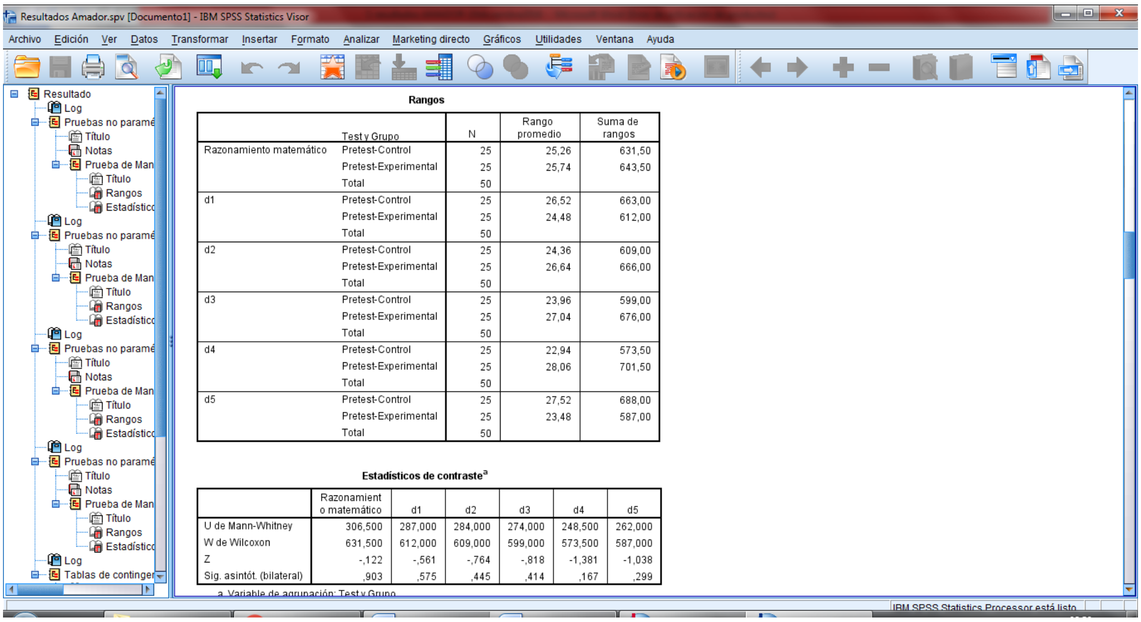
Rangos

	Test y Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos
Competencia en geometría	Postest-Control	25	14,04	351,00
	Postest-Experimental	25	36,96	924,00
	Total	50		
D1	Postest-Control	25	18,42	460,50
	Postest-Experimental	25	32,58	814,50
	Total	50		
D2	Postest-Control	25	17,48	437,00
	Postest-Experimental	25	33,52	838,00
	Total	50		
D3	Postest-Control	25	15,22	380,50
	Postest-Experimental	25	35,78	894,50
	Total	50		
D4	Postest-Control	25	17,88	447,00
	Postest-Experimental	25	33,12	828,00
	Total	50		

Estadísticos de contraste[a]

	Competencia en geometría	D1	D2	D3	D4
U de Mann-Whitney	26,000	135,500	112,000	55,500	122,000
W de Wilcoxon	351,000	460,500	437,000	380,500	447,000
Z	-5,623	-3,627	-4,049	-5,145	-3,950
Sig. asintót. (bilateral)	,000	,000	,000	,000	,000

a. Variable de agrupación: Test y Grupo



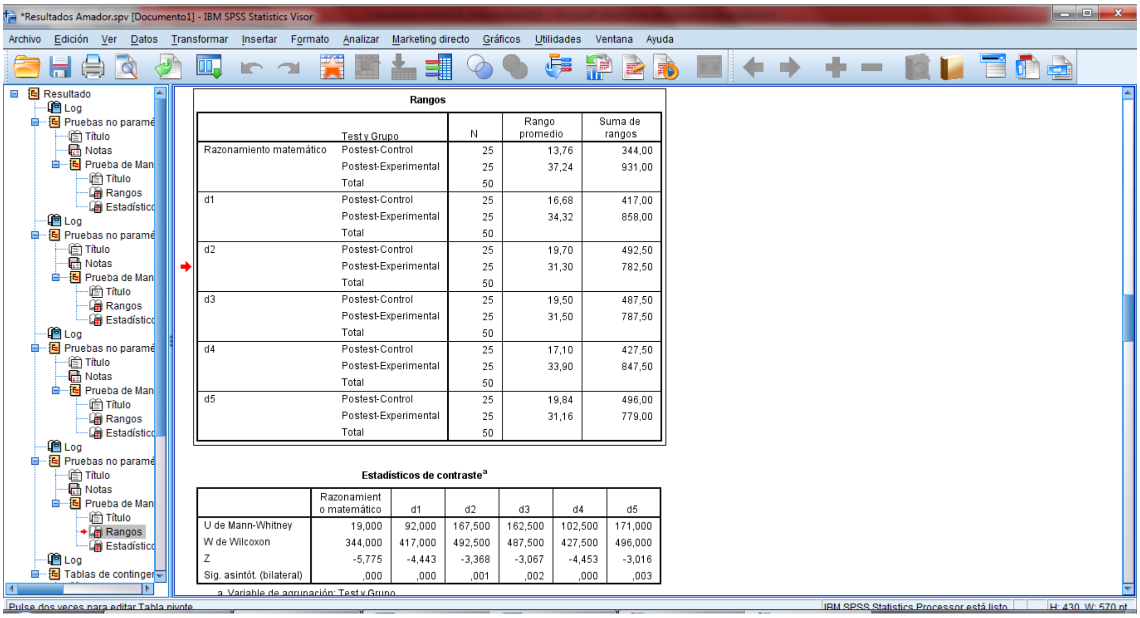
Rangos

	Test y Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos
Razonamiento matemático	Pretest-Control	25	25,26	631,50
	Pretest-Experimental	25	25,74	643,50
	Total	50		
d1	Pretest-Control	25	26,52	663,00
	Pretest-Experimental	25	24,48	612,00
	Total	50		
d2	Pretest-Control	25	24,36	609,00
	Pretest-Experimental	25	26,64	666,00
	Total	50		
d3	Pretest-Control	25	23,96	599,00
	Pretest-Experimental	25	27,04	676,00
	Total	50		
d4	Pretest-Control	25	22,94	573,50
	Pretest-Experimental	25	28,06	701,50
	Total	50		
d5	Pretest-Control	25	27,52	688,00
	Pretest-Experimental	25	23,48	587,00
	Total	50		

Estadísticos de contraste[a]

	Razonamiento matemático	d1	d2	d3	d4	d5
U de Mann-Whitney	306,500	287,000	284,000	274,000	248,500	262,000
W de Wilcoxon	631,500	612,000	609,000	599,000	573,500	587,000
Z	-,122	-,561	-,764	-,818	-1,381	-1,038
Sig. asintót. (bilateral)	,903	,575	,445	,414	,167	,299

a. Variable de agrupación: Test y Grupo



Rangos

	Test y Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos
Razonamiento matemático	Postest-Control	25	13,76	344,00
	Postest-Experimental	25	37,24	931,00
	Total	50		
d1	Postest-Control	25	16,68	417,00
	Postest-Experimental	25	34,32	858,00
	Total	50		
d2	Postest-Control	25	19,70	492,50
	Postest-Experimental	25	31,30	782,50
	Total	50		
d3	Postest-Control	25	19,50	487,50
	Postest-Experimental	25	31,50	787,50
	Total	50		
d4	Postest-Control	25	17,10	427,50
	Postest-Experimental	25	33,90	847,50
	Total	50		
d5	Postest-Control	25	19,84	496,00
	Postest-Experimental	25	31,16	779,00
	Total	50		

Estadísticos de contraste[a]

	Razonamiento matemático	d1	d2	d3	d4	d5
U de Mann-Whitney	19,000	92,000	167,500	162,500	102,500	171,000
W de Wilcoxon	344,000	417,000	492,500	487,500	427,500	496,000
Z	-5,775	-4,443	-3,368	-3,067	-4,453	-3,016
Sig. asintót. (bilateral)	,000	,000	,001	,002	,000	,003

a. Variable de agrupación: Test y Grupo

Apéndice D

Prueba de confiabilidad de los instrumentos

Base de datos de la prueba piloto VARIABLE 1: Competencia en geometría																					
	Matematiza					Comunica y representa ideas					Razona y arguemneta					Elabora y usa estrategias					
Estudiante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	TOTAL GENERAL
Estudiante 1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	13
Estudiante 2	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	14
Estudiante 3	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	6
Estudiante 4	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	11
Estudiante 5	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	14
Estudiante 6	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	5
Estudiante 7	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	11
Estudiante 8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	3
Estudiante 9	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	6
Estudiante 10	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	13
SUMA	6	5	5	4	3	8	4	5	2	3	4	6	7	4	6	4	6	2	7	5	
p	0.6	0.5	0.5	0.4	0.3	0.8	0.4	0.5	0.2	0.3	0.4	0.6	0.7	0.4	0.6	0.4	0.6	0.2	0.7	0.5	
q	0.4	0.5	0.5	0.6	0.7	0.2	0.6	0.5	0.8	0.7	0.6	0.4	0.3	0.6	0.4	0.6	0.4	0.8	0.3	0.5	
p*q	0.24	0.25	0.25	0.24	0.21	0.16	0.24	0.25	0.16	0.21	0.24	0.24	0.21	0.24	0.24	0.24	0.24	0.16	0.21	0.25	
SUMA p*q	4.48																				
var total columna derecha	17.377778																				
KR20	**0.781**																				

Interpretación:

De acuerdo al análisis del resultado global en el Excel con valores 0 y 1, el resultado de la prueba de confiabilidad de Kuder Richardson **KR20 = 0,781** nos indica que el instrumento sobre competencia en geometría tiene **fuerte confiabilidad**.

Base de datos de la prueba piloto VARIABLE 2: razonamiento geométrico																					
	Nivel 1				Nivel 2				Nivel 3				Nivel 4				Nivel 5				
Estudiante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	TOTAL GENERAL
Estudiante 1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	14
Estudiante 2	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	4
Estudiante 3	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	15
Estudiante 4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	3
Estudiante 5	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	5
Estudiante 6	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	8
Estudiante 7	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	14
Estudiante 8	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	11
Estudiante 9	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	10
Estudiante 10	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	7
SUMA	6	6	4	3	1	7	4	6	2	4	6	7	6	4	7	2	5	3	3	5	
p	0.6	0.6	0.4	0.3	0.1	0.7	0.4	0.6	0.2	0.4	0.6	0.7	0.6	0.4	0.7	0.2	0.5	0.3	0.3	0.5	
q	0.4	0.4	0.6	0.7	0.9	0.3	0.6	0.4	0.8	0.6	0.4	0.3	0.4	0.6	0.3	0.8	0.5	0.7	0.7	0.5	
p*q	0.24	0.24	0.24	0.21	0.09	0.21	0.24	0.24	0.16	0.24	0.24	0.21	0.24	0.24	0.21	0.16	0.25	0.21	0.21	0.25	
SUMA p*q	4.33																				
var total columna derecha	19.211111																				
KR20	**0.815**																				

Interpretación:

De acuerdo al análisis del resultado global en el Excel con valores 0 y 1, el resultado de la prueba de confiabilidad de Kuder Richardson **KR20 = 0,815** nos indica que el instrumento sobre razonamiento geométrico tiene **fuerte confiabilidad**.

Apéndice E

Artículo científico

Efecto del programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia geométrica y los niveles de razonamiento geométrico, Callao

Amador Epifanio Gonzales Baldeón

Escuela de Postgrado

Universidad César Vallejo Filial Lima

Resumen

La presente investigación planteó como objetivo general Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia y de los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa Ramiro Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016; siendo de tipo aplicada, de nivel explicativa, cuantitativo, diseño cuasi-experimental, la población estuvo conformada por 75 estudiantes y la muestra fue 50; el resultado indicó que : La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la competencia de geometría (*Z*=-5,623 y *Sig.*=0,000) y los niveles de razonamiento geométrico (*Z*=-5,775 y *Sig.*=0,000) de los estudiantes.

Palabras claves: competencia de geometría y niveles de razonamiento geométrico.

Abstract

The present investigation proposed as general objective To determine the effect of the application of the Program based on Van Hiele model in the competition and the levels of geometric reasoning of the students of the 4th grade of the Educational Institution Ramiro Educativa N ° 5143 - School of Talents of Callao, 2016; Being of applied type, of explanatory level, quantitative, quasi-experimental design, the population was conformed by 75 students and the sample was 50; The result indicated that: The application of the Program based on the Van Hiele model did have a positive effect on geometry (Z = -5.623 and Sig = 0.000) and geometric reasoning (Z = -5.775 and Sig. = 0.000) of the students.

Key words: geometry competence and geometric reasoning levels.

Introducción

La investigación aborda los aspectos relacionados a la competencia en geometría de los estudiantes, así mismo, sus dimensiones como, matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas, razona y argumenta, por último elabora y usa estrategias; del mismo modo para la segunda variable dependiente niveles de razonamiento geométrico, con sus cinco dimensiones nivel de reconocimiento o visualización, nivel de análisis, nivel de deducción informal, nivel de deducción formal y nivel de rigor; para el cual se desarrolla un Programa basado en el modelo de Van Hiele, que ayuda a mejorar la competencia en geometría, que Según Gutiérrez (2013), el modelo de Van Hiele es un modelo de enseñanza que busca dar las pautas que se debe seguir en el aprendizaje de la Geometría.

Del mismo modo, se presentan las definiciones y teorías relacionadas al Programa en mención, la competencia en geometría y el razonamiento geométrico.

Antecedentes del problema

Como investigación internacional Cabello (2013) quien en su investigación eligió dos grupos semejantes para la aplicación del pre-test y post- test, uno el grupo control y el otro grupo experimental, al cual le aplicó el modelo. Ambos grupos tenían a la misma profesora. Al grupo experimental se le aplicó las unidades didácticas elaboradas para la investigación, basadas en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele y apoyadas en el software de Geometría Dinámica Cabri. Como investigación nacional, Maguiña (2013) realizó una propuesta didáctica basada en los niveles y fases del modelo de Van Hiele; así mismo que la propuesta didáctica diseñada, permitió que los estudiantes logren un grado de adquisición alto en el nivel 1, un grado de adquisición intermedio en el nivel 2 y se encuentren desarrollando habilidades en el nivel 3, al pasar de un nivel de adquisición nula a un nivel de adquisición baja, otra conclusión a la que se llegó fue que la comparación de los grados de adquisición de los estudiantes, respecto a los cuadriláteros, antes y después de la aplicación de la propuesta didáctica permitió la identificación de mejoras en los grados de adquisición de los niveles de razonamiento.

Revisión de la literatura

El sustento teórico del presente estudio es el modelo de Van Hiele, es un modelo de enseñanza que busca dar las pautas que se debe seguir en el aprendizaje de la Geometría. Tuvo su origen en Holanda, donde los esposos Van Hiele, profesores de matemática, se encontraron con problemas para poder enseñar a sus estudiantes las definiciones, los procesos y las situaciones relacionadas con la enseñanza de la Geometría (Gutiérrez, 2013).

Asimismo, para la variable competencia en geometría se define como el proceso asociado con el reconocimiento, la descripción y la comprensión de la direccionalidad y la orientación de formas u objetos construyendo modelos de representación bidimensional y tridimensional (Minedu, 2013).

Del mismo modo, respecto a la variable niveles de razonamiento geométrico, el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes dividiéndolo en cinco niveles consecutivos: la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor, los cuales se repiten con cada aprendizaje nuevo. El estudiante se ubica en un nivel dado al inicio del aprendizaje y, conforme vaya cumpliendo con un proceso, avanza al nivel superior (Gutiérrez, 2013).

Las teorías que sustentan las variables de estudio son la teoría de las competencias, enfoque centrado en la resolución de problemas de contexto propuesta por el Ministerio de Educación (2013), teoría del pensamiento geométrico y espacial de Van Hiele.

Problema

Se planteó como problema general: ¿Cuál es el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016?

Objetivo

Se planteó como objetivo general: Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia y de los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

Método

El diseño utilizado fue cuasi-experimental, tipo de estudio aplicada, de nivel explicativo, la muestra estuvo conformada por 50 estudiantes de cuarto de secundaria, 25 del grupo control y 25 del grupo experimental.

Ficha técnica de los instrumentos: Test de competencia en geometría, autor Amador Epifanio Gonzales Baldeón, administración individual con una duración aproximado de 60 minutos y la estructura está constituida por escala de 20 ítems, con dos opciones: respuesta correcta (1) y respuesta incorrecta (0), cuenta con validez por jueces expertos y confiabilidad por KR20 de 0,781 el cual indica una fuerte confiabilidad. Test de niveles de razonamiento geométrico, autor Amador Epifanio Gonzales Baldeón, administración individual con una duración de 60 minutos, la estructura tiene escala de 20 ítems, con dos opciones: respuesta correcta (1) y respuesta incorrecta (0), cuenta con validez por jueces expertos y confiabilidad por KR20 de 0,815, el cual indica una fuerte confiabilidad.

Procedimiento: Se aplicó una prueba de entrada (antes de la aplicación del Programa) y de salida (después de la aplicación del Programa) a los 25 estudiantes del grupo control y a los 25 estudiantes del grupo experimental las dos pruebas escritas, mediante la técnica de la evaluación. Los resultados de la contrastación de la hipótesis general, e hipótesis específicas se presentan redactados, se utilizó en cada caso la prueba estadística U de Mann-Whitney para establecer el efecto del Programa. Asimismo, se respetó la autoría de la información bibliográfica.

Resultados

Los resultados descriptivos de la variable dependiente competencia en geometría se encontró que, antes de la aplicación del Programa, el 100% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 96% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso; lo que permitió concluir que, entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa. Mientras que, después de la aplicación del Programa, el 12% del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 92% del grupo experimental obtuvo estos niveles; lo que permitió concluir que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en la competencia en geometría.

Sobre los resultados descriptivos de la variable dependiente niveles de razonamiento geométrico se encontró que, antes de la aplicación del

Programa, el 100% del grupo control se encontró en los niveles de inicio y proceso, de la misma manera, el 100% del grupo experimental también alcanzó los niveles de inicio y proceso; lo que permitió concluir que, entre el grupo control y experimental no existieron diferencias numéricas significativas antes de la aplicación del Programa. Sin embargo, después de la aplicación del Programa, ninguno del grupo control consiguió el nivel de logro previsto y logro destacado, mientras que, el 72% del grupo experimental obtuvo estos niveles; lo que permitió concluir que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí influyó en los niveles de razonamiento geométrico.

Sobre los resultados inferenciales para la prueba de hipótesis general, se aplicó la prueba U de Mann-Whitney, donde se encontró que, para la variable competencia en geometría, de acuerdo a los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,000 fue menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y *Z* = -5,623 fue menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi. Del mismo modo, para la variable niveles de razonamiento geométrico, de acuerdo a los estadísticos de contraste se observó que, la significancia *Sig.* = 0,000 fue menor que α=0,05 (*Sig.* < α) y *Z* = -5,775 fue menor que -1,96 (punto crítico), por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la Hi; comprobando que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes de cuarto de secundaria.

Discusión

La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la competencia (*Sig.* = 0,000 y *Z* = -5,623) y los niveles de razonamiento geométrico (*Sig.* = 0,000 y *Z* = -5,775) de los estudiantes de cuarto de secundaria Comparando estos resultados con los encontrados en los antecedentes, como los de Mejía y Restrepo (2013) después que analizaron detalladamente las actuaciones de docentes y estudiantes durante la aplicación de las estrategias didácticas y en los resultados de las pruebas inicial y final a la luz de la teoría de los esposos Van Hiele, se pudo notar que incidieron positivamente en el desarrollo del razonamiento espacial de los estudiantes.

Para los resultados inferenciales de la prueba de hipótesis específicas, se aplicó la prueba U de Mann-Whitney, donde se encontró que, la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en las dimensiones (matematiza situaciones Z=-3,627 y *Sig.*=0,000, comunica y representa ideas matemáticas Z=-4,049 y *Sig.*=0,000, razona y argumenta Z=-5,145 y *Sig.*=0,000, elabora y usa estrategias Z=-3,950 y *Sig.*=0,000, nivel de reconocimiento o visualización Z=-4,443 y *Sig.*=0,000, nivel de análisis Z=-3,368 y *Sig.*=0,001, nivel de deducción informal Z=-3,067 y *Sig.*=0,002, nivel de deducción formal Z=-4,453 y *Sig.*=0,000 y nivel de rigor Z=-3,016 y *Sig.*=0,003) de los estudiantes de cuarto de secundaria. Maguiña y Susanibar (2013) realizó una investigación cuasi experimental con un pre test y post test, utilizando como instrumento una prueba escrita, los resultados evidenciaron que la mayoría de los estudiantes lograron satisfactoriamente los niveles de razonamiento 0 y 1 según el Modelo van Hiele, mientras que los niveles 2, 3 y 4 tienen un logro mínimo, concluyendo que, el diseño, planificación y ejecución de las fases del aprendizaje del modelo Van Hiele mejora el aprendizaje de la geometría de los estudiantes del segundo grado de educación secundaria.

Conclusiones

Respecto al objetivo general, se ha demostrado que: La aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele sí tuvo efecto positivo en la competencia de geometría (Z=-5,623 y Sig.=0,000) y los niveles de razonamiento geométrico (Z=-5,775 y Sig.=0,000) de los estudiantes de cuarto de secundaria, de la institución educativa n.° 5143, Escuela de talentos del Callao, 2016.

Referencias

Cabello, A. (2013). *La modelización de Van Hiele en el aprendizaje constructivo de la geometría en primero de la educación secundaria obligatoria a partir de Cabri* (Tesis doctoral). Universidad de Salamanca, España.

Gutiérrez, S. (2013). *El pensamiento geométrico en los estudiantes de 1º grado de secundaria*. Universidad Autónoma de Chihuahua, México.

Maguiña, A. (2013). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de los Cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele* (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú.

Maguiña, E. y Susanibar, E. (2013). *Eficacia del modelo Van Hiele en la enseñanza de la geometría* (Tesis de maestría). Universidad Faustino Sánchez Carrión, Perú.

Ministerio de Educación (Minedu) (2013*). Rutas del Aprendizaje. Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos*. Lima, Perú.

Yuni, J. y Urbano, C. (2006). *Técnicas para investigar: recursos metodológicos para la preparación de proyectos de investigación* (2ª ed.). Córdova, Argentina: Brujas.

Apéndice F

Instrumentos

Prueba de competencia en geometría: del 1 al 20.

Prueba de niveles de razonamiento geométrico: del 21 al 40.

ESCUELA DE TALENTOS

EVALUACIÓN DE ENTRADA – ÁREA: MATEMÁTICA

APELLIDOS Y NOMBRES: ____

GRADO Y SECCIÓN: ____________ **FECHA:** ___ / ____ /____

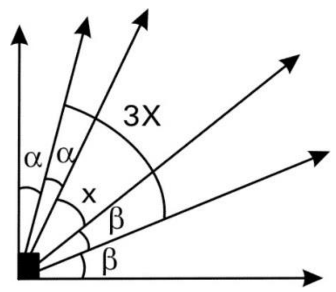
INSTRUCCIONES: Joven estudiante, resuelve las siguientes preguntas y marque con un aspa (x) la alternativa correcta.

1.- A, B, C y D son cuatro puntos consecutivos y colineales; M y N son los puntos medios de los segmentos AB y CD respectivamente. Calcular la longitud del segmento MN si : AC = 15 cm y BD = 25 cm.

a) 10 cm b) 15 cm c) 20 cm d) 25 cm e) 30 cm

2.- En la figura calcular "x"

a) 20°
b) 10°
c) 12°
d) 15°
e) 18°



3.- Calcular la medida de un ángulo sabiendo que el Suplemento del Complemento de su medida es igual al séxtuplo de la misma medida.

a) 12° b) 15° c) 18° d) 20° e) 30°

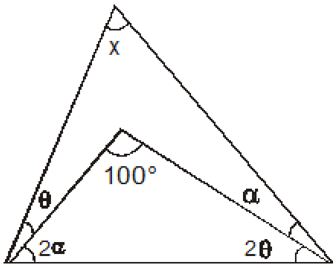
4.- Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD, DOE, EOF de tal manera que:

$m\angle$ AOD = $m\angle$ BOE = $m\angle$ COF y $m\angle$ DOF + $m\angle$ AOD = 224º. Calcule la medida del ángulo formado por la bisectriz del ángulo COD y el rayo $\overrightarrow{OE}$, si : $m\angle$ BOC = 52°

a) 52º b) 60º c) 70º d) 82º e) 102º

5.- En la figura, calcule el valor de "x"

a) 40°
b) 45°
c) 50°
d) 60°
e) 80°



6.- En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior BF que resulta ser igual al lado AB. Si la m∠C = 15º. Calcule la m∠ABF.

a) 50º b) 30º c) 45º d) 70º e) 60º

7.- ¿Cuáles de las siguientes figuras son cuadrados?

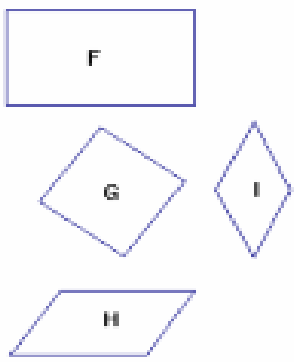
a) Ninguno es cuadrado

b) Sólo G

c) Sólo F y G

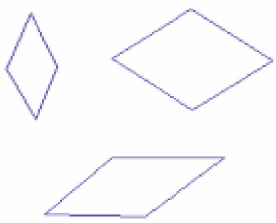
d) Sólo I y G

e) Todos son cuadrados



8.- Un rombo es una figura de cuatro lados de igual longitud (tres ejemplos se muestran a la derecha).¿Cuál de las respuestas no es cierta en un rombo?

A. Las dos diagonales tienen la misma longitud.
B. Cada diagonal es bisectriz de dos ángulos del rombo.
C. Las dos diagonales son perpendiculares.
D. Los ángulos opuestos tienen la misma medida.
E. Todas las respuestas anteriores son ciertas en un rombo.



9.- Se tienen dos afirmaciones :

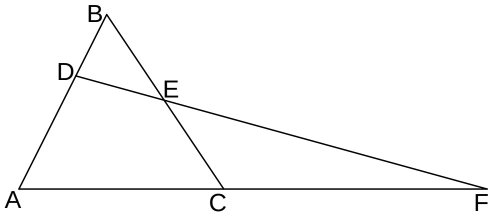
1° El triángulo "ABC" tiene tres lados iguales
2° En el triángulo "ABC", los ángulos B y C tienen la misma medida

¿Cuál es la respuesta correcta?
A. Las afirmaciones 1ª y 2ª no pueden ser ciertas a la vez.
B. Si la 1ª es cierta, entonces la 2ª es cierta.
C. Si la 2ª es cierta, entonces la 1ª es cierta.
D. Si la 1ª es falsa, entonces la 2ª es falsa.
D. Ninguna de las anteriores respuestas es correcta.

10.- Tenemos cuatro rectas en el plano: "m", "n", "p" y "q". si "m" es paralela a "n" que, a su vez, lo es de "p", mientras que "q" es perpendicular a "n". ¿cuál de las siguientes respuestas es CORRECTA?

a. "q" también debe ser perpendicular a "m" y "p".
b. En algún caso puede que no se cumpla el apartado anterior.
c. "p" y "q" son paralelas.
d. Podemos encontrar una recta "s" que sea paralela a "n" y no perpendicular a "q".

11.- En la figura, calcule CF, si: el triángulo ABC es equilátero, BD=3, AD=5, BE=4.



a) 8 b) 9 c) 10 d) 12 e) 15

12.- El punto de intersección de todas las alturas de cualquier triángulo siempre queda dentro de dicho triángulo:

a) Es verdadero, la intersección de las alturas de un triángulo llamada ortocentro está dentro de él.

b) Es falso, la intersección de las alturas de un triángulo llamada incentro está dentro de él.

c) Es verdadero, la intersección de las alturas de un triángulo llamada incentro está dentro de él.

d) Es falso, la intersección de las alturas de un triángulo llamada circuncentro puede estar dentro de él.

e) Es falso, la intersección de las alturas de un triángulo llamada ortocentro puede estar afuera de este.

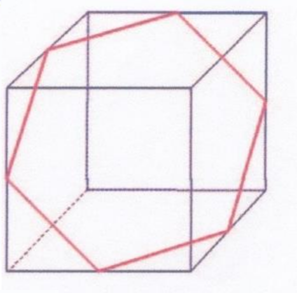
13.- Si trazamos la diagonal de un cuadrado ... ¿qué afirmación NO ES CIERTA?

a. Lo divido en dos triángulos iguales.
b. Lo divido en dos triángulos isósceles.
c. Lo divido en dos triángulos rectángulos.
d. Lo divido en dos triángulos de igual área.
e. Alguna de las anteriores respuestas tiene que ser falsa.

14.- Si trazamos la diagonal de un rectángulo cualquiera ... ¿qué afirmación NO ES CIERTA?

a. Lo dividimos en dos triángulos iguales.
b. Lo dividimos en dos triángulos isósceles.
c. Lo dividimos en dos triángulos rectángulos.
d. Lo dividimos en dos triángulos de igual área.
e. Una de las anteriores respuestas es falsa ...

15.- La figura muestra una sección hexagonal de un cubo ¿qué respuesta de las siguientes E! FALSA?

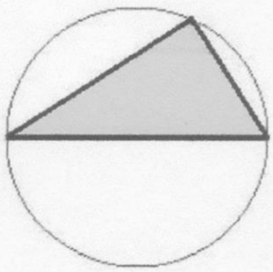


a. Los triángulos sobre la caras son isósceles.
b. Cada cara del cubo contiene un solo lado del hexágono.
c. La figura es imposible. en la realidad se trata de una ilusión falsa.
d. El hexágono es regular.
e. Las dos partes en que se divide el cubo son idénticas.

16.- En un hexágono de centro "O" elegimos tres vértices consecutivos "A","B" y "C", trazamos la diagonal "AC" y el segmento "OB". ¿qué respuesta es la MÁS CORRECTA?

a. Son perpendiculares.
b. Se bisectan uno al otro.
c. Se cortan en un punto.
d. Son diagonales de un rombo.

17.- Inscribimos un triángulo en una circunferencia coincidiendo dos vértices con los extremos de un diámetro. entonces ¿es cierto que ese triángulo ...



a. ... es siempre rectángulo.
b. ... en un caso puede ser isósceles.
c. ... su área presenta un valor máximo al mover el tercer vértice?
d. ... alguna de las respuestas anteriores es falsa.

18º He aquí dos afirmaciones:

I: Si una figura es un rectángulo, entonces cada diagonal bisecta a la otra.

II: Si las diagonales de una figura se bisectan, la figura es un rectángulo

¿Cuál, entre las siguientes respuestas, es correcta?

A. Para probar que "I" es cierto, basta probar que "II" es cierto.

B. Para probar que "II" es cierto, basta probar que "I" es cierto.

C. Para probar que "II" es cierto, es suficiente elegir un rectángulo, cuyas diagonales se bisectan una a la otra.

D. Para probar que "II" es falsa, es suficiente elegir un no-rectángulo, cuyas diagonales se bisectan una a la otra.

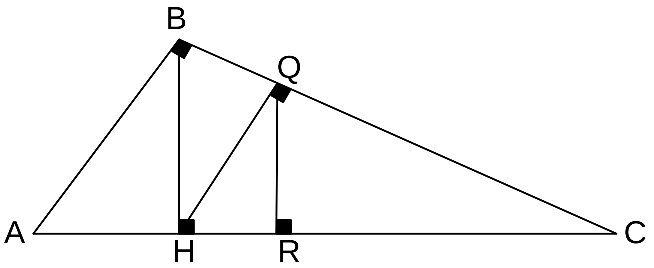
E. Ninguna de las respuestas A-D es correcta.

19.- En el gráfico, calcule HR, si: $BQ = 1$ y QC =2

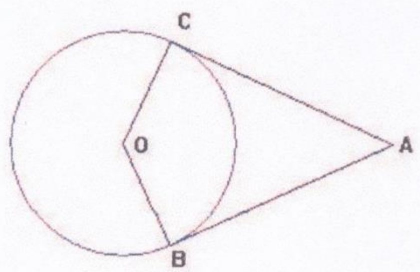
A) $\sqrt{6}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

C) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

D) $\frac{\sqrt{6}}{12}$



20.-. En la figura hemos trazado desde "A" los dos segmentos tangentes a la circunferencia. ¿qué propiedades son verdaderas?



a. Los ángulos "OCA" y "OBA" son rectos.
b. Los segmentos "AC" y "AB" miden lo mismo
c. Si movemos "A" sobre la recta que pasa por "A" y por "O", no varía la posición de "C" y "B"
d. a, b y c
e. Los cuatro puntos A, B, C y O pertenecen a una misma circunferencia

21. Un cuadrilátero tiene de vértices A, B, C y D y sus respectivos ángulos miden 127°, 95°, 85° y 53°. para que se pueda inscribir en una circunferencia el orden de los vértices debe ser ...

a. A, B, C, D
b. B, A, D, C
c. nunca se puede inscribir con esos valores.
d. todas las anteriores respuestas son falsas.

22. En una circunferencia elegimos dos puntos "A" y "B" cualesquiera. ¿cuáles de las siguientes afirmaciones NO SON CIERTAS?

a. Sólo puedo construir un rectángulo inscrito siendo "AB" un lado.
b. Puedo construir infinitos trapecios isósceles inscritos de base "AB".
c. Puedo construir solamente un trapecio rectángulo inscrito de base "AB".
d. "AB" puede ser la hipotenusa de un triángulo rectángulo inscrito.
e. b y c son respuestas

23. Señala cuáles de las siguientes propiedades NO SON CIERTAS con respecto a las diagonales de los paralelogramos:

a. Las diagonales se cortan en su punto medio.
b. En algún caso los ángulos de corte de las diagonales son iguales.
c. Los ángulos de corte de las diagonales pueden ser todos menores de 90°.
d. Si las diagonales no son perpendiculares no puede tratarse de un cuadrado.
e. b y c son respuestas

24.- En un triángulo rectángulo cuyos ángulos agudos miden 37° y 53°. Calcule la relación entre las medidas inradio y el circunradio.

a) 2/5 b) 1/5 c)3/10 d) 3/5 e) 2/7

25.- El punto donde se interceptan las bisectrices de dos ángulos exteriores de un triángulo se denomina :

a) Excentro b) Incentro c) Baricentro d) Circuncentro e) Cevacentro

26. En todo triangulo rectángulo la mediana relativa a la hipotenusa es igual a .... de dichas hipotenusas.

a) la mitad

b) la tercera parte

c) la cuarta parte

d) los dos tercios

e) N.A.

27. En un triángulo isósceles la altura relativa a la base, es a la vez:

I. Mediana y bisectriz
II. Mediana de la base
III. Bisectriz

De estas proposiciones son verdaderas:

a) Sólo I b) Sólo II c) I y II d) I y III e) Todas

28. El triángulo, cuyo ortocentro es interior se denomina:

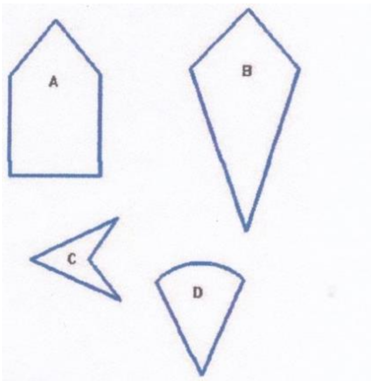
a) Equilátero
b) Obtusángulo
c) Isósceles
d) Acutángulo
e) Rectángulo

29. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 10 cm y 24 cm. Calcule la distancia del incentro al circuncentro.

A) $\sqrt{41}$ cm B) $\sqrt{65}$ cm
C) $\sqrt{51}$ cm D) $\sqrt{35}$ cm
E) $3\sqrt{5}$ cm

30 .- ¿Cuáles de las siguientes respuestas sobre "cometas" son ciertas

a. sólo "C" es una cometa.
b. todas pueden ser cometas.
c. sólo "B" y "D".
d. entre "C" y "B" sólo hay una cometa.
e. todas las respuestas anteriores son falsas.



31.- Para un triángulo obtusángulo, los puntos notables exteriores en él son:

a) Baricentro y Ortocentro
b) Incentro y Circuncentro
c) Incentro y Baricentro
d) Excentro y Baricentro
e) Ortocentro y Circuncentro

32.- En un triángulo ABC las medianas AM y BN se cortan perpendicularmente. Si la mediana CP mide 18 m, el lado AB medirá:

a) 25,5 b) $30\sqrt{2}$ c) 12 d) $15\sqrt{2}$ e) N.A.

33.- El punto donde concurren las tres mediatrices de un triángulo se denomina:

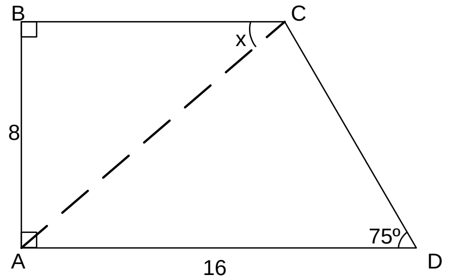
a) Baricentro

b) Circuncentro

c) Ortocentro

d) Incentro

e) Cevacentro



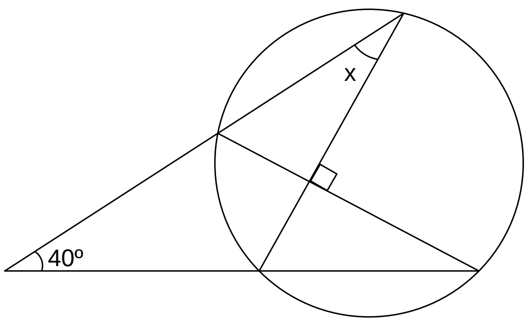
34.- Calcule “x” en la figura.

a) 30º b) 32º c) 35º

d) 40º e) 45º

35.- Si un polígono de n lados tuviera (n-3) lados, tendría (n+3) diagonales menos. ¿Qué polígono es?

a) Triángulo b) Cuadrilátero c) Pentágono d) Hexágono e) Octógono



36.- Del gráfico, Calcule “x”

a) 25º b) 20º c) 30º

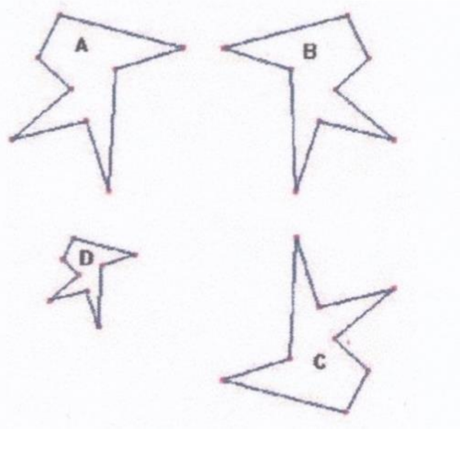
d) 40º e) 15º

37.- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa en un paralelogramo?

a. Las diagonales se bisectan.
b. La diagonal menor puede tener la misma longitud que dos de los lados paralelos.
c. Siempre se puede inscribir en una circunferencia.
d. Sólo si es un cuadrado se le puede inscribir una circunferencia.

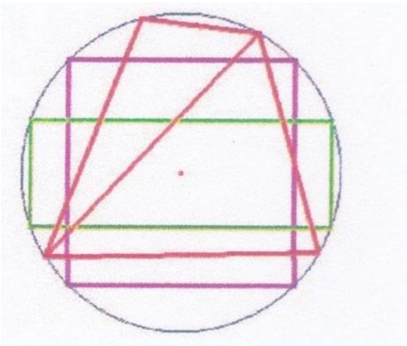
38.- ¿Cuál de las siguientes respuestas NO ES CORRECTA?

a. Las figuras “A” y “B” son simétricas respecto a un eje.
b. “D” y “A” son homotéticas.
c. “C” se obtiene por un giro de “A” ó de “B”.
d. “C” también se puede obtener de “A” mediante una traslación.
e. La anterior respuesta es falsa.



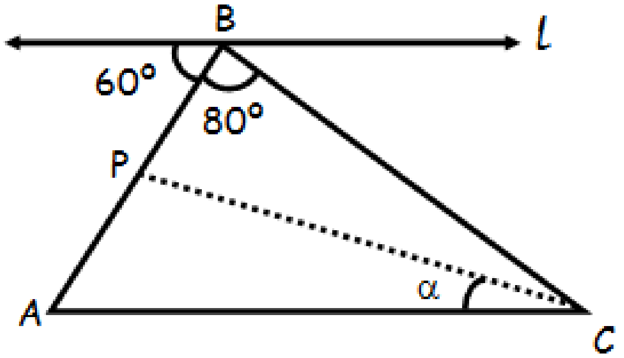
39.- En una circunferencia puedo inscribir ...

a. Un cuadrado.
b. Cualquier rectángulo.
c. Dos triángulos con un lado común.
d. En general cualquier cuadrilátero.
e. Las dos últimas respuestas son falsas.



40.- De la figura, halle el valor de "α". Si : $\overleftrightarrow{L}$ // $\overline{AC}$ y $\overline{CP}$ es bisectriz.

a) 40°
b) 30°
c) 20°
d) 10°
e) 15°



Apéndice H

DOCUMENTOS PARA VALIDAR LOS INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN A TRAVÉS DE JUICIO DE EXPERTOS

CARTA DE PRESENTACIÓN

Señor: Dr. Víctor Pastor Talledo
Presente
Asunto: VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS A TRAVÉS DE JUICIO DE EXPERTO.

Es muy grato comunicarme con usted, para expresarle nuestros saludos y así mismo, hacer de su conocimiento que siendo estudiante del programa de Doctorado en Educación de la Universidad Cesar Vallejo, en la sede Los Olivos, promoción 2015 – I, aula 218, requerimos validar los instrumentos con los cuales recogeremos la información necesaria para poder desarrollar mi investigación y con la cual optaré el grado de Doctor.

El título de la tesis es: "Efecto del programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia geométrica y los niveles de razonamiento geométrico, Callao" y siendo imprescindible contar con la aprobación de docentes especializados para poder aplicar los instrumentos en mención, hemos considerado conveniente recurrir a usted, ante su connotada experiencia en temas educativos y/o investigación educativa.

El expediente de validación, que le hacemos llegar contiene:

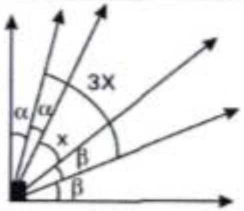
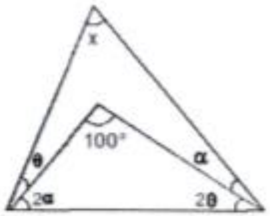
- Carta de presentación.
- Definiciones conceptuales de las variables y dimensiones.
- Matriz de operacionalización de las variables.
- Certificado de validez de contenido de los instrumentos.

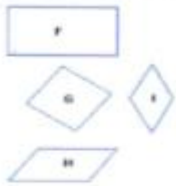
Expresándole nuestros sentimientos de respeto y consideración nos despedimos de usted, no sin antes agradecerle por la atención que dispense a la presente.

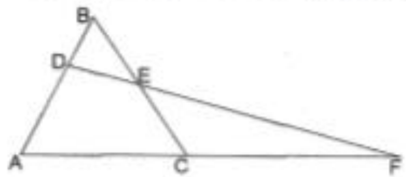
Atentamente.

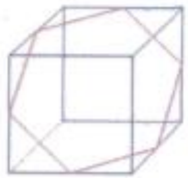
Gonzales Baldeón, Amador
DNI 09796629

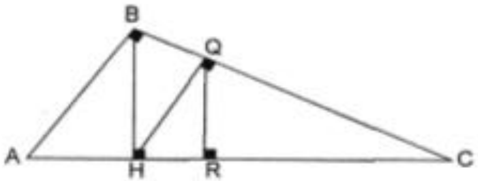
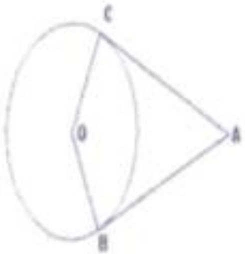
CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE : Competencia en la Geometría

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	DIMENSIÓN: Matematizar	Si	No	Si	No	Si	No	
1	A, B, C y D son cuatro puntos consecutivos y colineales; M y N son los puntos medios de los segmentos AB y CD respectivamente. Calcular la longitud del segmento MN si : AC = 15 cm y BD = 25 cm.	✓		✓		✓		
2	En la figura calcular "x" 	✓		✓		✓		
3	Calcular la medida de un ángulo sabiendo que el Suplemento del Complemento de su medida es igual al séxtuplo de la misma medida.	✓		✓		✓		
4	Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD, DOE, EOF de tal manera que: $m\angle AOD = m\angle BOE = m\angle COF$ y $m\angle DOF + m\angle AOD = 224°$. Calcule la medida del ángulo formado por la bisectriz del ángulo COD y el rayo $\overrightarrow{OE}$, si : $m\angle BOC = 52°$	✓		✓		✓		
5	En la figura, calcule el valor de "x" 	✓		✓		✓		

	DIMENSIÓN : Comunica y representa ideas matemáticas	Si	No	Si	No	Si	No	
6	En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior BF que resulta ser igual al lado AB. Si la $m\angle C = 15°$. Calcule la $m\angle ABF$.	✓		✓		✓		
7	¿Cuáles de las siguientes figuras son cuadrados? 	✓		✓		✓		
8	Un rombo es una figura de cuatro lados de igual longitud (tres ejemplos se muestran a la derecha).¿Cuál de las respuestas no es cierta en un rombo? A. Las dos diagonales tienen la misma longitud. B. Cada diagonal es bisectriz de dos ángulos del rombo. C. Las dos diagonales son perpendiculares. D. Los ángulos opuestos tienen la misma medida. E. Todas las respuestas anteriores son ciertas en un rombo. 	✓		✓		✓		
9	Se tienen dos afirmaciones : 1° El triángulo "ABC" tiene tres lados iguales 2° En el triángulo "ABC", los ángulos B y C tienen la misma medida ¿Cuál es la respuesta correcta? A. Las afirmaciones 1ª y 2ª no pueden ser ciertas a la vez. B. Si la 1ª es cierta, entonces la 2ª es cierta. C. Si la 2ª es cierta, entonces la 1ª es cierta. D. Si la 1ª es falsa, entonces la 2ª es falsa. D. Ninguna de las anteriores respuestas es correcta.	✓		✓		✓		
10	Tenemos cuatro rectas en el plano: "m", "n", "p" y "q", si "m" es paralela a "n" que, a su vez, lo es de "p", mientras que "q" es perpendicular a "n", ¿cuál de las siguientes respuestas es CORRECTA? **a.** "q" también debe ser perpendicular a "m" y "p". **b.** En algún caso puede que no se cumpla el apartado anterior. **c.** "p" y "q" son paralelas. **d.** Podemos encontrar una recta "s" que sea paralela a "n" y no perpendicular a "q".	✓		✓		✓		

	DIMENSIÓN : Razona y argumenta	Sí	No	Sí	No	Sí	No	
11	En la figura, calcule CF, si: el triángulo ABC es equilátero, BD=3, AD=5, BE=4.  	✓		✓		✓		
12	El punto de intersección de todas las alturas de cualquier triángulo siempre queda dentro de dicho triángulo: a) Es verdadero, la intersección de las alturas de un triángulo llamada ortocentro está dentro de él. b) Es falso, la intersección de las alturas de un triángulo llamada incentro está dentro de el. c) Es verdadero, la intersección de las alturas de un triángulo llamada incentro está dentro de él. d) Es falso, la intersección de las alturas de un triángulo llamada circuncentro puede estar dentro de él. e) Es falso, la intersección de las alturas de un triángulo llamada ortocentro puede estar afuera de este.	✓		✓		✓		
13	Si trazamos la diagonal de un cuadrado ... ¿qué afirmación NO ES CIERTA? **a.** Lo divido en dos triángulos iguales. **b.** Lo divido en dos triángulos isósceles. **c.** Lo divido en dos triángulos rectángulos. **d.** Lo divido en dos triángulos de igual área. **e.** Alguna de las anteriores respuestas tiene que ser falsa.	✓		✓		✓		
14	Si trazamos la diagonal de un rectángulo cualquiera ... ¿qué afirmación NO ES CIERTA? **a.** Lo dividimos en dos triángulos iguales. **b.** Lo dividimos en dos triángulos isósceles. **c.** Lo dividimos en dos triángulos rectángulos. **d.** Lo dividimos en dos triángulos de igual área. **e.** Una de las anteriores respuestas es falsa ...	✓		✓		✓		

15	La figura muestra una sección hexagonal de un cubo ¿qué respuesta de las siguientes E: FALSA? **a.** Los triángulos sobre la caras son isósceles. **b.** Cada cara del cubo contiene un solo lado del hexágono. **c.** La figura es imposible. en la realidad se trata de una ilusión falsa. **d.** El hexágono es regular. **e.** Las dos partes en que se divide el cubo son idénticas. 	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN : Elabora y usa estrategias	Si	No	Si	No	Si	No	
16	En un hexágono de centro "O" elegimos tres vértices consecutivos "A","B" y "C", trazamos la diagonal "AC" y el segmento "OB". ¿qué respuesta es la MÁS CORRECTA? **a.** Son perpendiculares. **b.** Se bisectan uno al otro. **c.** Se cortan en un punto. **d.** Son diagonales de un rombo.	✓		✓		✓		
17	Inscribimos un triángulo en una circunferencia coincidiendo dos vértices con los extremos de un diámetro. entonces ¿es cierto que ese triángulo ...  **a.** ... es siempre rectángulo. **b.** ... en un caso puede ser isósceles. **c.** ... su área presenta un valor máximo al mover el tercer vértice? **d.** ... alguna de las respuestas anteriores es falsa.	✓		✓		✓		

18	18° He aquí dos afirmaciones: I: Si una figura es un rectángulo, entonces cada diagonal bisecta a la otra. II: Si las diagonales de una figura se bisectan, la figura es un rectángulo ¿Cuál, entre las siguientes respuestas, es correcta? A. Para probar que **"I"** es cierto, basta probar que **"II"** es cierto. B. Para probar que **"II"** es cierto, basta probar que **"I"** es cierto. C. Para probar que **"II"** es cierto, es suficiente elegir un rectángulo, cuyas diagonales se bisectan una a la otra. D. Para probar que **"II"** es falsa, es suficiente elegir un no-rectángulo, cuyas diagonales se bisectan una a la otra. E. Ninguna de las respuestas A-D es correcta.	✓		✓		✓		
19	En el gráfico, calcule HR, si: $BQ = 1$ y $QC = 2$  	✓		✓		✓		
20	. En la figura hemos trazado desde "A" los dos segmentos tangentes a la circunferencia, ¿qué propiedades son verdaderas?  	✓		✓		✓		

	a. Los ángulos "OCA" y "OBA" son rectos. b. Los segmentos "AC" y "AB" miden lo mismo c. Si movemos "A" sobre la recta que pasa por "A" y por "O", no varía la posición de "C" y "B" d. a, b y c e. Los cuatro puntos A, B, C y O pertenecen a una misma circunferencia							

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Valido

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable** [X] **Aplicable después de corregir** [ ] **No aplicable** [ ]

Apellidos y nombres del juez validador. Dr/ Mg: Dr. Vicky Pastor Talledo **DNI:** 07721049

Especialidad del validador: PhD en management

17 **de** 09 **del 20**16

Firma del Experto Informante.

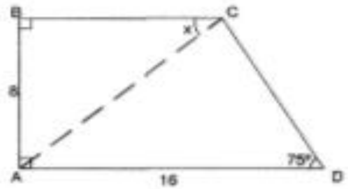
[1]**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2]**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
[3]**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

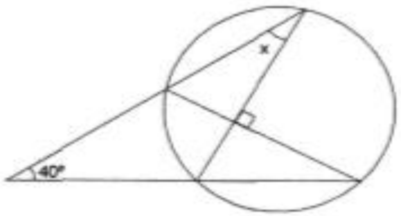
Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

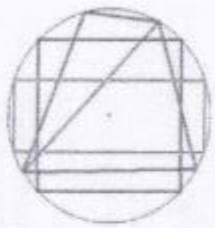
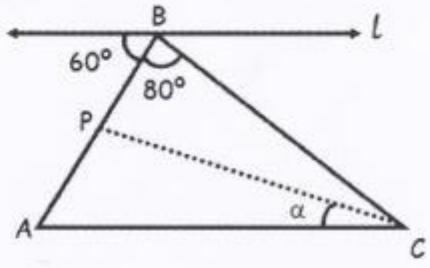
CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE : Niveles de razonamiento geométrico

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	DIMENSIÓN : NIVEL DE RECONOCIMIENTO	Si	No	Si	No	Si	No	
21	**21.** Un cuadrilátero tiene de vértices A, B, C y D y sus respectivos ángulos miden 127°, 95°, 85° y 53°. para que se pueda inscribir en una circunferencia el orden de los vértices debe ser ... **a.** A, B, C, D **b.** B, A, D, C **c.** nunca se puede inscribir con esos valores. **d.** todas las anteriores respuestas son falsas.	✓		✓		✓		
22	**22.** En una circunferencia elegimos dos puntos "A" y "B" cualesquiera. ¿cuáles de las siguientes afirmaciones NO SON CIERTAS? **a.** Sólo puedo construir un rectángulo inscrito siendo "AB" un lado. **b.** Puedo construir infinitos trapecios isósceles inscritos de base "AB". **c.** Puedo construir solamente un trapecio rectángulo inscrito de base "AB". **d.** "AB" puede ser la hipotenusa de un triángulo rectángulo inscrito.	✓		✓		✓		
23	**23.** Señala cuáles de las siguientes propiedades NO SON CIERTAS con respecto a las diagonales de los paralelogramos: **a.** Las diagonales se cortan en su punto medio. **b.** En algún caso los ángulos de corte de las diagonales son iguales. **c.** Los ángulos de corte de las diagonales pueden ser todos menores de 90°. **d.** Si las diagonales no son perpendiculares no puede tratarse de un cuadrado.	✓		✓		✓		

24	En un triángulo rectángulo cuyos ángulos agudos miden 37° y 53°. Calcule la relación entre las medidas inradio y el circunradio.	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN : NIVEL DE ANÁLISIS	Si	No	Si	No	Si	No	
25	El punto donde se interceptan las bisectrices de dos ángulos exteriores de un triángulo se denomina :	✓		✓		✓		
26	En todo triangulo rectángulo la mediana relativa a la hipotenusa es igual a .... de dichas hipotenusas. a) la mitad b) la tercera parte c) la cuarta parte d) los dos tercios e) N.A.	✓		✓		✓		
27	En un triángulo isósceles la altura relativa a la base, es a la vez: I. Mediana y bisectriz II. Mediana de la base III. Bisectriz De estas proposiciones son verdaderas: a) Sólo I b) Sólo II c) I y II d) I y III e) Todas	✓		✓		✓		
28	El triángulo, cuyo ortocentro es interior se denomina: a) Equilátero b) Obtusángulo c) Isósceles d) Acutángulo e) Rectángulo	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN : NIVEL DE DEDUCCIÓN INFORMAL	Si	No	Si	No	Si	No	
29	Los catetos de un triángulo rectángulo miden 10 cm y 24 cm. Calcule la distancia del incentro al circuncentro.	✓		✓		✓		

30	Cuáles de las siguientes respuestas sobre "cometas" son ciertas **a.** sólo "C" es una cometa. **b.** todas pueden ser cometas. **c.** sólo "B" y "D". **d.** entre "C" y "B" sólo hay una cometa. **e.** todas las respuestas anteriores son falsas. 	✓		✓		✓		
31	Para un triángulo obtusángulo, los puntos notables exteriores en él son: a) Baricentro y Ortocentro b) Incentro y Circuncentro c) Incentro y Baricentro d) Excentro y Baricentro e) Ortocentro y Circuncentro	✓		✓		✓		
32	En un triángulo ABC las medianas AM y BN se cortan perpendicularmente. Si la mediana CP mide 18 m, el lado AB medirá:	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN : NIVEL DEDUCCIÓN FORMAL	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
33	El punto donde concurren las tres mediatrices de un triángulo se denomina:	✓		✓		✓		
34	Calcule "x" en la figura. 	✓		✓		✓		

35	Si un polígono de n lados tuviera (n-3) lados, tendría (n+3) diagonales menos. ¿Qué polígono es?	✓		✓		✓		
36	Del gráfico, Calcule "x" 	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN : NIVEL DE RIGOR	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
37	¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa en un paralelogramo? **a.** Las diagonales se bisectan. **b.** La diagonal menor puede tener la misma longitud que dos de los lados paralelos. **c.** Siempre se puede inscribir en una circunferencia. **d.** Sólo si es un cuadrado se le puede inscribir una circunferencia.	✓		✓		✓		
38	¿Cuál de las siguientes respuestas NO ES CORRECTA? **a.** Las figuras "A" y "B" son simétricas respecto a un eje. **b.** "D" y "A" son homotéticas. **c.** "C" se obtiene por un giro de "A" ó de "B". **d.** "C" también se puede obtener de "A" mediante una traslación. **e.** La anterior respuesta es falsa. 	✓		✓		✓		

39	En una circunferencia puedo inscribir a. Un cuadrado. b. Cualquier rectángulo. c. Dos triángulos con un lado común. d. En general cualquier cuadrilátero. e. Las dos últimas respuestas son falsas. 							
40	De la figura, halle el valor de "α". Si : $\overleftrightarrow{L}$ // $\overline{AC}$ y $\overline{CP}$ es bisectriz. 							

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Valido

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable** [X] **Aplicable después de corregir** [ ] **No aplicable** [ ]

Apellidos y nombres del juez validador. Dr/ Mg: Dr. Vicky Pastor Talledo **DNI:** 07721048

Especialidad del validador: Ph. D. en management

17 **de** 09 **del 20**16

[1]**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2]**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
[3]**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

Firma del Experto Informante.

CARTA DE PRESENTACIÓN

Señor: Dr. Iván Encalada Díaz

Presente

Asunto: VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS A TRAVÉS DE JUICIO DE EXPERTO.

Es muy grato comunicarme con usted, para expresarle nuestros saludos y así mismo, hacer de su conocimiento que siendo estudiante del programa de Doctorado en Educación de la Universidad Cesar Vallejo, en la sede Los Olivos, promoción 2015 – I, aula 218, requerimos validar los instrumentos con los cuales recogeremos la información necesaria para poder desarrollar mi investigación y con la cual optaré el grado de Doctor.

El título de la tesis es: “Efecto del programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia geométrica y los niveles de razonamiento geométrico, Callao” y siendo imprescindible contar con la aprobación de docentes especializados para poder aplicar los instrumentos en mención, hemos considerado conveniente recurrir a usted, ante su connotada experiencia en temas educativos y/o investigación educativa.

El expediente de validación, que le hacemos llegar contiene:

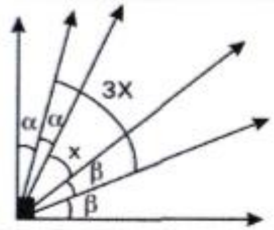
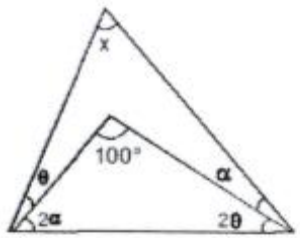
- Carta de presentación.
- Definiciones conceptuales de las variables y dimensiones.
- Matriz de operacionalización de las variables.
- Certificado de validez de contenido de los instrumentos.

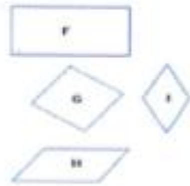
Expresándole nuestros sentimientos de respeto y consideración nos despedimos de usted, no sin antes agradecerle por la atención que dispense a la presente.

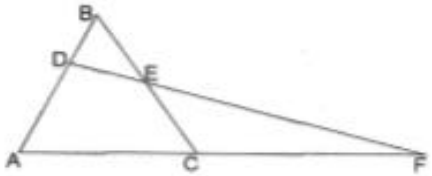
Atentamente.

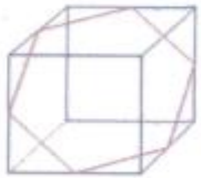
Gonzales Baldeón, Amador
DNI 09796629

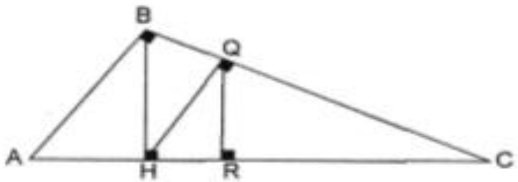
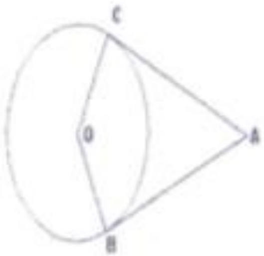
CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE : Competencia en la Geometría

N°	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	DIMENSIÓN : Matematizar	Si	No	Si	No	Si	No	
1	A, B, C y D son cuatro puntos consecutivos y colineales; M y N son los puntos medios de los segmentos AB y CD respectivamente. Calcular la longitud del segmento MN si : AC = 15 cm y BD = 25 cm.	✓		✓		✓		
2	En la figura calcular "x" 	✓		✓		✓		
3	Calcular la medida de un ángulo sabiendo que el Suplemento del Complemento de su medida es igual al séxtuplo de la misma medida.	✓		✓		✓		
4	Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD, DOE, EOF de tal manera que: $m\angle AOD = m\angle BOE = m\angle COF$ y $m\angle DOF + m\angle AOD = 224°$. Calcule la medida del ángulo formado por la bisectriz del ángulo COD y el rayo $\overrightarrow{OE}$, si : $m\angle BOC = 52°$	✓		✓		✓		
5	En la figura, calcule el valor de "x" 	✓		✓		✓		

	DIMENSIÓN : Comunica y representa ideas matemáticas	Si	No	Si	No	Si	No	
6	En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior BF que resulta ser igual al lado AB. Si la $m\angle C = 15°$. Calcule la $m\angle ABF$.	✓		✓		✓		
7	¿Cuáles de las siguientes figuras son cuadrados? 	✓		✓		✓		
8	Un rombo es una figura de cuatro lados de igual longitud (tres ejemplos se muestran a la derecha).¿Cuál de las respuestas no es cierta en un rombo? A. Las dos diagonales tienen la misma longitud. B. Cada diagonal es bisectriz de dos ángulos del rombo. C. Las dos diagonales son perpendiculares. D. Los ángulos opuestos tienen la misma medida. E. Todas las respuestas anteriores son ciertas en un rombo. 	✓		✓		✓		
9	Se tienen dos afirmaciones : 1° El triángulo "ABC" tiene tres lados iguales 2° En el triángulo "ABC", los ángulos B y C tienen la misma medida ¿Cuál es la respuesta correcta? A. Las afirmaciones 1ª y 2ª no pueden ser ciertas a la vez. B. Si la 1ª es cierta, entonces la 2ª es cierta. C. Si la 2ª es cierta, entonces la 1ª es cierta. D. Si la 1ª es falsa, entonces la 2ª es falsa. D. Ninguna de las anteriores respuestas es correcta.	✓		✓		✓		
10	Tenemos cuatro rectas en el plano: "m", "n", "p" y "q", si "m" es paralela a "n" que, a su vez, lo es de "p", mientras que "q" es perpendicular a "n". ¿cuál de las siguientes respuestas es CORRECTA? **a.** "q" también debe ser perpendicular a "m" y "p". **b.** En algún caso puede que no se cumpla el apartado anterior. **c.** "p" y "q" son paralelas. **d.** Podemos encontrar una recta "s" que sea paralela a "n" y no perpendicular a "q".	✓		✓		✓		

	DIMENSIÓN : Razona y argumenta	Si	No	Si	No	Si	No	
11	En la figura, calcule CF, si: el triángulo ABC es equilátero, BD=3, AD=5, BE=4. 	✓		✓		✓		
12	El punto de intersección de todas las alturas de cualquier triángulo siempre queda dentro de dicho triángulo: a) Es verdadero, la intersección de las alturas de un triángulo llamada ortocentro está dentro de él. b) Es falso, la intersección de las alturas de un triángulo llamada incentro está dentro de el. c) Es verdadero, la intersección de las alturas de un triángulo llamada incentro está dentro de él. d) Es falso, la intersección de las alturas de un triángulo llamada circuncentro puede estar dentro de él. e) Es falso, la intersección de las alturas de un triángulo llamada ortocentro puede estar afuera de este.	✓		✓		✓		
13	Si trazamos la diagonal de un cuadrado ... ¿qué afirmación NO ES CIERTA? **a.** Lo divido en dos triángulos iguales. **b.** Lo divido en dos triángulos isósceles. **c.** Lo divido en dos triángulos rectángulos. **d.** Lo divido en dos triángulos de igual área. **e.** Alguna de las anteriores respuestas tiene que ser falsa.	✓		✓		✓		
14	Si trazamos la diagonal de un rectángulo cualquiera ... ¿qué afirmación NO ES CIERTA? **a.** Lo dividimos en dos triángulos iguales. **b.** Lo dividimos en dos triángulos isósceles. **c.** Lo dividimos en dos triángulos rectángulos. **d.** Lo dividimos en dos triángulos de igual área. **e.** Una de las anteriores respuestas es falsa ...	✓		✓		✓		

15	La figura muestra una sección hexagonal de un cubo ¿qué respuesta de las siguientes E: FALSA? **a.** Los triángulos sobre la caras son isósceles. **b.** Cada cara del cubo contiene un solo lado del hexágono. **c.** La figura es imposible. en la realidad se trata de una ilusión falsa. **d.** El hexágono es regular. **e.** Las dos partes en que se divide el cubo son idénticas. 	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN : Elabora y usa estrategias	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
16	En un hexágono de centro "O" elegimos tres vértices consecutivos "A","B" y "C", trazamos la diagonal "AC" y el segmento "OB". ¿qué respuesta es la MÁS CORRECTA? **a.** Son perpendiculares. **b.** Se bisectan uno al otro. **c.** Se cortan en un punto. **d.** Son diagonales de un rombo.	✓		✓		✓		
17	Inscribimos un triángulo en una circunferencia coincidiendo dos vértices con los extremos de un diámetro. entonces ¿es cierto que ese triángulo ...  **a.** ... es siempre rectángulo. **b.** ... en un caso puede ser isósceles. **c.** ... su área presenta un valor máximo al mover el tercer vértice? **d.** ... alguna de las respuestas anteriores es falsa.	✓		✓		✓		

18	18° He aquí dos afirmaciones: I: Si una figura es un rectángulo, entonces cada diagonal bisecta a la otra. II: Si las diagonales de una figura se bisectan, la figura es un rectángulo ¿Cuál, entre las siguientes respuestas, es correcta? A. Para probar que **"I"** es cierto, basta probar que **"II"** es cierto. B. Para probar que **"II"** es cierto, basta probar que **"I"** es cierto. C. Para probar que **"II"** es cierto, es suficiente elegir un rectángulo, cuyas diagonales se bisectan una a la otra. D. Para probar que **"II"** es falsa, es suficiente elegir un no-rectángulo, cuyas diagonales se bisectan una a la otra. E. Ninguna de las respuestas A-D es correcta.	✓		✓		✓		
19	En el gráfico, calcule HR, si: $BQ = 1$ y $QC = 2$  	✓		✓		✓		
20	. En la figura hemos trazado desde "A" los dos segmentos tangentes a la circunferencia, ¿qué propiedades son verdaderas?  	✓		✓		✓		

	a. Los ángulos "OCA" y "OBA" son rectos. b. Los segmentos "AC" y "AB" miden lo mismo c. Si movemos "A" sobre la recta que pasa por "A" y por "O", no varía la posición de "C" y "B" d. a, b y c e. Los cuatro puntos A, B, C y O pertenecen a una misma circunferencia							

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Valida

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable [X]** **Aplicable después de corregir [ ]** **No aplicable [ ]**

Apellidos y nombres del juez validador. Dr/ Mg: Dr. Ivan Encalada Diaz **DNI:** 25779339

Especialidad del validador: Dr. Educación

17 **de** 09 **del 20**15

Firma del Experto Informante.

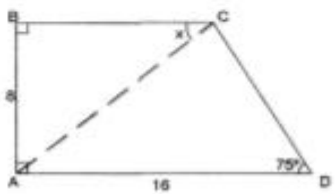
[1]**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2]**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
[3]**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

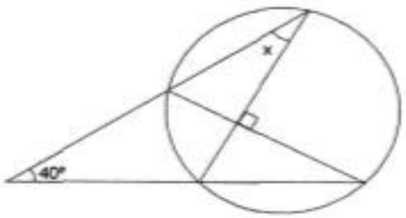
Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

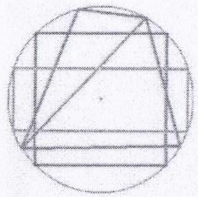
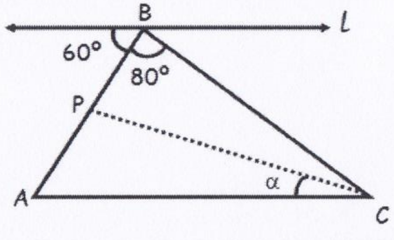
CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE : Niveles de razonamiento geométrico

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	DIMENSIÓN : NIVEL DE RECONOCIMIENTO	Si	No	Si	No	Si	No	
21	**21.** Un cuadrilátero tiene de vértices A, B, C y D y sus respectivos ángulos miden 127°, 95°, 85° y 53°. para que se pueda inscribir en una circunferencia el orden de los vértices debe ser ... **a.** A, B, C, D **b.** B, A, D, C **c.** nunca se puede inscribir con esos valores. **d.** todas las anteriores respuestas son falsas.	✓		✓		✓		
22	**22.** En una circunferencia elegimos dos puntos "A" y "B" cualesquiera. ¿cuáles de las siguientes afirmaciones NO SON CIERTAS? **a.** Sólo puedo construir un rectángulo inscrito siendo "AB" un lado. **b.** Puedo construir infinitos trapecios isósceles inscritos de base "AB". **c.** Puedo construir solamente un trapecio rectángulo inscrito de base "AB". **d.** "AB" puede ser la hipotenusa de un triángulo rectángulo inscrito.	✓		✓		✓		
23	**23.** Señala cuáles de las siguientes propiedades NO SON CIERTAS con respecto a las diagonales de los paralelogramos: **a.** Las diagonales se cortan en su punto medio. **b.** En algún caso los ángulos de corte de las diagonales son iguales. **c.** Los ángulos de corte de las diagonales pueden ser todos menores de 90°. **d.** Si las diagonales no son perpendiculares no puede tratarse de un cuadrado.	✓		✓		✓		

24	En un triángulo rectángulo cuyos ángulos agudos miden $37°$ y $53°$. Calcule la relación entre las medidas inradio y el circunradio.	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN : NIVEL DE ANÁLISIS	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
25	El punto donde se interceptan las bisectrices de dos ángulos exteriores de un triángulo se denomina :	✓		✓		✓		
26	En todo triangulo rectángulo la mediana relativa a la hipotenusa es igual a .... de dichas hipotenusas. a) la mitad b) la tercera parte c) la cuarta parte d) los dos tercios e) N.A.	✓		✓		✓		
27	En un triángulo isósceles la altura relativa a la base, es a la vez: I. Mediana y bisectriz II. Mediana de la base III. Bisectriz De estas proposiciones son verdaderas: a) Sólo I b) Sólo II c) I y II d) I y III e) Todas	✓		✓		✓		
28	El triángulo, cuyo ortocentro es interior se denomina: a) Equilátero b) Obtusángulo c) Isósceles d) Acutángulo e) Rectángulo	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN : NIVEL DE DEDUCCIÓN INFORMAL	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
29	Los catetos de un triángulo rectángulo miden 10 cm y 24 cm. Calcule la distancia del incentro al circuncentro.	✓		✓		✓		

30	Cuáles de las siguientes respuestas sobre "cometas" son ciertas a. sólo "C" es una cometa. b. todas pueden ser cometas. c. sólo "B" y "D". d. entre "C" y "B" sólo hay una cometa. e. todas las respuestas anteriores son falsas. 	✓		✓		✓		
31	Para un triángulo obtusángulo, los puntos notables exteriores en él son: a) Baricentro y Ortocentro b) Incentro y Circuncentro c) Incentro y Baricentro d) Excentro y Baricentro e) Ortocentro y Circuncentro	✓		✓		✓		
32	En un triángulo ABC las medianas AM y BN se cortan perpendicularmente. Si la mediana CP mide 18 m, el lado AB medirá:	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN : NIVEL DEDUCCIÓN FORMAL	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
33	El punto donde concurren las tres mediatrices de un triángulo se denomina:	✓		✓		✓		
34	Calcule "x" en la figura. 	✓		✓		✓		

35	Si un polígono de n lados tuviera (n-3) lados, tendría (n+3) diagonales menos. ¿Qué polígono es?	✓		✓		✓		
36	Del gráfico, Calcule "x" 	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN : NIVEL DE RIGOR	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
37	¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa en un paralelogramo? **a.** Las diagonales se bisectan. **b.** La diagonal menor puede tener la misma longitud que dos de los lados paralelos. **c.** Siempre se puede inscribir en una circunferencia. **d.** Sólo si es un cuadrado se le puede inscribir una circunferencia.	✓		✓		✓		
38	¿Cuál de las siguientes respuestas NO ES CORRECTA? **a.** Las figuras "A" y "B" son simétricas respecto a un eje. **b.** "D" y "A" son homotéticas. **c.** "C" se obtiene por un giro de "A" ó de "B". **d.** "C" también se puede obtener de "A" mediante una traslación. **e.** La anterior respuesta es falsa. 	✓		✓		✓		

39	En una circunferencia puedo inscribir a. Un cuadrado. b. Cualquier rectángulo. c. Dos triángulos con un lado común. d. En general cualquier cuadrilátero. e. Las dos últimas respuestas son falsas. 							
40	De la figura, halle el valor de "α". Si : $\overleftrightarrow{L}$ // $\overline{AC}$ y $\overline{CP}$ es bisectriz.  							

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Valida

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable [X]** **Aplicable después de corregir [ ]** **No aplicable [ ]**

Apellidos y nombres del juez validador. Dr/ Mg: Dr. Juán Encalada Diaz **DNI:** 25779338

Especialidad del validador: Dr. Educación

17 **de** 09 **del 20**16

[1]**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2]**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
[3]**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

Firma del Experto Informante.

Apéndice I

PROGRAMA DE INTERVENCIÓN BASADO EN EL MODELO DE VAN HIELE PARA LA MEJORA DE LA COMPETENCIA GEOMÉTRICA Y LOS NIVELES DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO

I. Datos Generales

- Dirección Regional de Educación: Callao
- Institución Educativa : N° 5143 - Escuela de Talentos
- Área Curricular : Matemática – Geometría
- Duración : Del 12 de setiembre al 2 de diciembre
- Horas Semanales : 4
- Director : José Luis Solis Toscano
- Docente : Amador Gonzáles Baldeón

II. Presentación

A continuación se presenta el desarrollo del Programa de intervención basado en el modelo de Van Hiele para la mejora de la competencia geométrica y los niveles de razonamiento geométrico, dirigido a los estudiantes del 4to Grado de Educación Secundaria de la I.E. 5143 "Escuela de Talentos", de la Región Callao.

El diseño de investigación es cuasi-experimental, lo cual implica que el Programa de intervención es aplicado sólo a los veinticinco estudiantes de la sección de 4 "B", quienes son parte del grupo experimental (GE). El Programa se desarrolla durante doce semanas, teniendo cuatro horas de aplicación semanal.

En ese sentido mediante el Programa se pretende mejorar los niveles en del logro del área de Matemáticas-Geometría del grupo experimental según los contenidos temáticos previstos.

III. Fundamentación:

El Programa se ejecuta atendiendo a las demandas de los estudiantes, luego de haber realizado la planificación de las acciones que responden al modelo que propone Van Hiele, respecto a las fases de la enseñanza para la geometría y los niveles de razonamiento geométrico.

El Programa de Intervención, está basado en el modelo de Van Hiele, es una estrategia pedagógica orientada para mejorar el desarrollo de las competencias geométricas y de los niveles de razonamiento en de los estudiantes de 4to año de Secundaria. Este responde a un modelo de enseñanza que busca dar a los docentes las pautas que debe seguir para poder enseñar a sus estudiantes las definiciones, los procesos y las situaciones relacionadas con la enseñanza de la Geometría.

En ese sentido a través de este Programa de Intervención se propone la mejora de los aprendizajes de los estudiantes y de sus niveles de razonamiento geométrico de alta complejidad en esta disciplina. Los participantes reforzarán aquellas competencias geométricas y los docentes tendrán la posibilidad de seguir un modelo de enseñanza que respeta los procesos de aprendizaje de la geometría en los estudiantes.

IV. Objetivos

4.1 General

Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la competencia y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

4.2 Específicos

- Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad matematizar situaciones de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

- Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad comunica y representa ideas de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

- Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad razona y argumenta de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

- Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en la capacidad elabora y usa estrategias de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

- Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de visualización de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

- Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de análisis de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

- Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de deducción informal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.
- Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de deducción formal de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

- Determinar el efecto de la aplicación del Programa basado en el modelo de Van Hiele en el nivel de razonamiento geométrico de rigor de los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa N° 5143 – Escuela de Talentos del Callao, 2016.

V. **Contenidos temáticos y cronograma:**

N° SESION	**CONTENIDOS TEMÁTICOS**	**CRONOGRAMA**
Sesión 01	“Los segmentos en mi vida”	13 y 15 de setiembre
Sesión 02	“Ángulos: complementos y suplementos”	20 y 22 de setiembre
Sesión 03	“Ángulos entre dos rectas paralelas”	27 y 29 de setiembre
Sesión 04	“Los triángulos en nuestra existencia”	4 y 6 de octubre
Sesión 05	“Los diseños cusqueños y los triángulos”	11 y 13 de octubre

Sesión 06	“Identificamos semejanza y congruencias de triángulos en la chacana”	18 y 20 de octubre
Sesión 07	“Líneas y puntos notables”	25 y 27 de octubre
Sesión 08	“Elaboramos presupuestos para realizar el pintado de una casa”	2 y 4 de noviembre
Sesión 09	“Calculando distancias y pendientes en mapas topográficos”	8 y 10 de noviembre
Sesión 10	“El área y volumen de los prismas, pirámides y conos	15 y 17 de noviembre
Sesión 11	Poliedros y cuerpos de revolución	22 y 24 de noviembre
Sesión 12	Transformaciones geométricas	29 de noviembre y 2 de diciembre

VI. Planificación de la Unidad Didáctica

Planificación de la Unidad Didáctica N° 08- III Trimestre

Del: 12 de Setiembre al 2 de Diciembre el 2016

Título de la Unidad:

Iniciándome en la geometría plana

Situación significativa

La Geometría es una parte importante de la cultura del hombre, no es fácil encontrar contextos en que la geometría no aparezca de forma directa o indirecta. Actividades tan variadas como el deporte, la jardinería o la arquitectura, por citar algunas, se sirven de la utilización, consciente o no, de procedimientos geométricos.

El objetivo más importante de la enseñanza de la Geometría es que nuestros estudiantes integren el hecho que las propiedades, teoremas, y formulas han sido creadas para anticipar un resultado, ya sea porque no tenemos un medio experimental directo de encontrarlo, o bien, porque queremos confirmarlo dentro del modelo adecuado.

Competencias

- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

Capacidades

- Matematiza situaciones
- Comunica y representa ideas matemáticas
- Razona y argumenta.
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados con segmentos y figuras geométricas.
- Identifica y analiza las propiedades de los segmentos, triángulos y cuadriláteros.
- Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla.
- Formula y justifica conjeturas sobre relaciones entre propiedades de formas geométricas trabajadas; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.

Campo temático:

- Los segmentos en mi vida
- Ángulos : complementos y suplementos
- Ángulos entre dos rectas paralelas
- Los triángulos en nuestra existencia
- Los diseños cuzqueños y los triángulos
- Semejanza y congruencia de triángulos
- Líneas y puntos notables en el triángulo
- Elaborar propuestas para el pintado de una casa
- Distancia y pendientes en el plano
- Calculamos el área y volumen de los prismas, pirámides y conos
- Poliedros y de revolución
- Transformaciones geométricas

Producto(s) más importante (s):

- Elaboración de graficas utilizando el programa Geogebra.
- Desarrollo de talleres colaborativos utilizando recursos de la web 2.0. como es el google drive.

Secuencia de las sesiones de aprendizaje

Nombres de la Sesión N° 01 (4 horas):

Los segmentos

Indicador (es):

- Identifica y analiza las propiedades de los segmentos.
- Resuelve ejercicios de segmentos de una batería de ejercicios.
- Expresa las distancias y medidas de planos o mapas usando escalas.

Campo temático:

- Segmentos
- Teoremas
- Razón de dos segmentos

Nombres de la Sesión N° 02 .(4 horas):

Los ángulos en la vida

Indicador (es):

- Identifica y analiza las propiedades de los ángulos
- Resuelve ejercicios de suplementos y complementos de una batería de ejercicios.

Campo temático:

- Definición y elementos
- Clasificación de los ángulos
- Suplementos y complementos

Nombres de la Sesión N° 03 .(4 horas):

Ángulos entre rectas paralelas

Indicador (es):

- Identifica y analiza las propiedades de los ángulos formados por dos rectas y una secante
- Resuelve ejercicios utilizando los ángulos formados por dos rectas y una secante.

Campo temático:

- Posiciones relativas de dos rectas en el plano
- Ángulos formados por dos rectas al ser cortadas por una secante

Nombres de la Sesión N° 04. (4 horas):

Los triángulos en nuestra existencia

Indicador (es):

- Identifica y analiza las propiedades de los triángulos.
- Resuelve ejercicios utilizando las líneas y puntos notables de los triángulos de una batería de ejercicios.

Campo temático:

- Triángulos, clasificación
- Líneas y puntos notables
- Teoremas fundamentales.
- Teorema de Thales en el triángulo.
- Teorema de la bisectriz interior y exterior
- Teorema del incentro.
- Teorema de dos aturas
- Teorema de la altura y bisectriz interior

Nombres de la Sesión N° 05 (4 horas):

Los diseños cuzqueños y los triángulos

Indicador (es):

- Representa triángulos a partir de reconocer sus lados, ángulos, altura, bisectriz y otros.
- Plantea conjeturas sobre las propiedades de ángulos determinados por bisectrices.
- Justifica la clasificación de polígonos.

Campo temático:

- Propiedades de los triángulos
- Polígonos y clasificación

Nombres de la Sesión N° 06 (4 horas):

Semejanza y congruencia de triángulos

Indicador (es):

- Expresa relaciones y propiedades de los triángulos relacionados a su congruencia, semejanza y relaciones de medida
- Emplea la relación proporcional entre las medidas de los lados correspondientes a triángulos semejantes.
- Usa estrategias para ampliar y reducir triángulos usando instrumentos de dibujo y empleando sus propiedades, semejanza y congruencia.

Campo temático:

- Semejanza de triángulos

Nombres de la Sesión N° 07 (4 horas):

Líneas y puntos notables en el triángulo

Indicador (es):

- Halla valores de ángulos, lados y proyecciones en razón a características, clases, líneas y puntos notables de triángulos, al resolver problemas.
- Expresa líneas y puntos notables del triángulo usando terminologías matemáticas.

Campo temático:

- Líneas Notables
- Pintos notables

Nombres de la Sesión N° 08. (4 horas):

Elaborar propuestas para el pintado de una casa

Indicador (es):

- Selecciona información para obtener datos relevantes en situaciones de superficies, para expresar un modelo referido a relaciones métricas o el teorema de Pitágoras.
- Selecciona y combina estrategias para resolver problemas de área y volumen de cuerpos geométricos compuestos

Campo temático:

- Teorema de Pitágoras
- áreas

Nombres de la Sesión N° 09 (4 horas):

Distancia y pendientes en el plano

Indicador (es):

- Adapta y combina estrategias al resolver problemas con mapas o planos usando recursos gráficos y otros
- Describe diseños de planos a escala con regiones y formas bidimensionales.

Campo temático:

- Área de regiones poligonales
- Plano, escalas

Nombres de la Sesión N° 10 (4 horas):

Calculamos el área y volumen de los prismas, pirámides y conos

Indicador (es):

- Selecciona un modelo relacionado a prismas o pirámides al plantear y resolver problemas.
- Halla el área, perímetro y volumen de prismas y pirámides descomponiendo formas geométricas cuyas medidas son conocidas, usando recursos gráficos y otros.

Campo temático:

- Pirámides, elementos

Nombres de la Sesión N° 11 (4 horas):

Poliedros y de revolución

Indicador (es):

- Selecciona y combina estrategias para resolver problemas de área y volumen de cuerpos geométricos compuestos, poliedros y de revolución.
- Examina modelos basados en cuerpos geométricos compuestos y de revolución al plantear y resolver problemas.

Campo temático:

- Poliedros
- Cuerpos geométricos

Nombres de la Sesión N° 12 (4 horas):

Transformaciones geométricas

Indicador (es):

- Examina propuestas de modelos que combinan traslación, rotación y reflexión de figuras respecto a un eje de simetría.
- Realiza proyecciones y composición de transformaciones de traslación, rotación, reflexión y de homotecia con segmentos, rectas y formas geométricas en el plano cartesiano al resolver problemas, usando recursos gráficos y otros.

Campo temático:

- Traslaciones
- Rotaciones

Matriz de evaluación:

Competencia

- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.

Capacidades

- Matematiza situaciones
- Comunica y representa ideas matemáticas
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Organiza medidas, características y propiedades geométricas de figuras y superficies, y las expresa en un modelo referido a figuras poligonales.
- Describe las relaciones de paralelismo y perpendicularidad en formas bidimensionales (triángulo, rectángulo, cuadrado y rombo) y sus propiedades usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas.
- Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos, para resolver problemas de perímetro y área del triángulo, rectángulo, cuadrado, rombo.
- Justifica la relación entre áreas de sus bases y superficies laterales del cubo, prismas y cilindro. Explica como varía las relaciones entre los elementos de prismas y cilindros, al

Instrumentos de evaluación

- Lista de cotejo
- Rubricas
- Pruebas de desarrollo

Materiales y recursos:

Materiales:

Pizarra interactiva, software ActivInspire

Recursos digitales:

A Presentador de diapositivas, Calameo, Formulario Google Drive, box, slideboom

URL:

- Sites : http://etgeometria4.blogspot.pe/
- Correo :**agonzalesb26@gmail.com**
- Facebook : Área Curricular de Matemática 2016 / **https://www.facebook.com/amadeuss9/**

Bibliografía:

- Matemática de 4°. – MINEDU
- Matemática de 4°. - Manuel Coveñas. Editorial COVEÑAS
- Matemática de 4°. - Alfonso Rojas. Editorial SAN MARCOS

Setiembre del 2016

VII. Desarrollo de las sesiones

Planificación de Sesión de Aprendizaje
Area: Matemática

Número de Sesión: 01

Título de la Sesión:

"Los segmentos en mi vida"

Situación significativa

El objetivo más importante de la enseñanza de la Geometría es que nuestros estudiantes integren el hecho que las propiedades, teoremas, y formulas han sido creadas para anticipar un resultado, ya sea porque no tenemos un medio experimental directo de encontrarlo, o bien, porque queremos confirmarlo dentro del modelo adecuado- Para ello se les presenta diversas situaciones contextualizadas donde se aplicarán todos los conceptos anteriores.

Competencias

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.

Capacidades

- Matematiza situaciones
- Comunica y representa ideas matemáticas
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados a segmentos.
- Adapta y combina estrategias heurísticas relacionadas a segmentos.
- Expresa las distancias y medidas de planos o mapas usando escalas.

Instrumentos de evaluación:

- Lista de cotejo
- Evaluación colaborativa utilizando el google drive
- Prácticas calificada

Secuencia didáctica:

Información:

Observa detenidamente la imagen ¿Qué relaciones entre las porciones de segmentos se pueden visualizar en el enunciado del problema? a partir de sus respuestas se consolidará lo planteado en el problema y se activaran sus saberes previos que son requisitos para el tema que viene a continuación.

Los estudiantes mencionaran las características de las relaciones entre los segmentos. Luego de consolidar sus respuestas, el docente les presenta una situación problemática:

“Según el enunciado del problema, cual es el número mínimo de variables que se utilizaría.”, generándoles un conflicto cognitivo preguntándoles: ¿Cuánto seria los metros de alambre que compro Félix?

Luego se les menciona el propósito de la clase:

- ***Identifica y analiza la relación entre las longitudes de los segmentos valorando, su importancia en la vida diaria.***

Orientación dirigida:

El docente les presenta un recurso tecnológico como es el presentador de google drive, donde además haciendo uso de la pizarra interactiva, con ayuda de los estudiantes se construye su aprendizaje. Para ello el docente interactuara con los estudiantes para reconocer y dibujar correctamente los datos en las porciones de segmentos para consolidar la parte teórica, se realizan los cálculos algebraicos.

A estas alturas ya pueden resolver el conflicto cognitivo, señalando las relaciones entre los segmentos.

Explicación:

En esta fase los estudiantes intercambiaran sus experiencias por medio del recurso web 2,0 como es el google drive, donde de manera colaborativa darán sus opiniones acerca de la situación planteada, y otras parecidas.
La interacción entre pares es importante, porque obliga a los propios estudiantes a ordenar sus ideas, y argumentar de modo comprensible para los demás.

Orientación libre

Para la transferencia a situaciones nuevas, el docente les presenta diferentes ejercicios, utilizando un recurso tecnológico como es el Calameo y una actividad multimedia interactiva en flash, para que relacionen las propiedades de las razones trigonométricas en grupos de 2. Se les indicara que realicen los problemas de la batería de ejercicios

Integración

- Se les solicitara luego a un integrante de cada grupo que explique haciendo uso de la pizarra interactiva su solución. De esta manera toda clase tendrá resuelto todos los problemas
- Así mismo reconocerán en que situaciones de la vida cotidiana se reflejan la aplicación de las relaciones entre segmentos
- También se les mostrara link de páginas web interactivas, para que consoliden su aprendizaje.

En un formulario de Google drive, responderán las siguientes interrogantes: ¿Has encontrado En un formulario de Google drive, responderán las siguientes interrogantes ¿Que aprendí hoy? ¿Qué estrategia personal facilitó mi aprendizaje? ¡Qué me gusto de la clase? ¿Cómo participe en la clase

Materiales y recursos:

Materiales:

- **Pizarra, mota, plumones de colores.**

Recursos digitales:

- **Pizarra interactiva, internet, videos**

URL:

- **http://etgeometria4.blogspot.pe/**

Anexos:

- Libros digitales, practicas calificadas
- http://matematica.carpetapedagogica.com/2012/03/definiciones-basicas-segmentos-y.html
- https://www.youtube.com/watch?v=xwyEhApWzo0
- http://es.slideshare.net/karlosnunez/practica-1-de-geometria-segmentos-y-angulos
- http://matematica-a1.blogspot.pe/2013/03/segmentos-angulos-ejercicios.html

ANEXO Nº 01

GUIA DE OBSERVACIÒN

Nombre: **Grado y Sección:** **Fecha:**

Nº	INDICADORES	S	AV	N/O
01	Escucha atentamente la explicación de la clase y las indicaciones del docente para la realización de las actividades			
02	Participa activamente en las actividades			
03	Resuelve las actividades con responsabilidad			
04	Se relaciona de manera pertinente con sus compañeros			
05	Realiza preguntas que se relacionan con el contenido de la clase			
06	Se dirige al docente y compañeras con respeto			
07	**Apoya a sus compañeras que le solicitan ayuda**			
08	Aprovecha sus errores para mejorar su trabajo			
09	Argumenta sus razonamientos			
10	Demuestra haber logrado el aprendizaje			

Leyenda:

S: Siempre **AV: A veces** **N/O : No se observó**

Planificación de Sesión de Aprendizaje
Area: Matemática

Número de Sesión: 02

Título de la Sesión:

"ANGULOS: COMPLEMENTOS Y SUPLEMENTOS"

Situación significativa

El objetivo más importante de la enseñanza de la Geometría es que nuestros estudiantes integren el hecho que las propiedades, teoremas, y formulas han sido creadas para anticipar un resultado, ya sea porque no tenemos un medio experimental directo de encontrarlo, o bien, porque queremos confirmarlo dentro del modelo adecuado- Para ello se les presenta diversas situaciones contextualizadas donde se aplicarán todos los conceptos anteriores.

Competencias

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.

Capacidades

- Matematiza situaciones
- Comunica y representa ideas matemáticas
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar Complementos y suplementos
- Adapta y combina estrategias heurísticas relacionadas a resolver problemas de ángulos
- Identifica y analiza la relación entre los suplementos y complementos de ángulos.

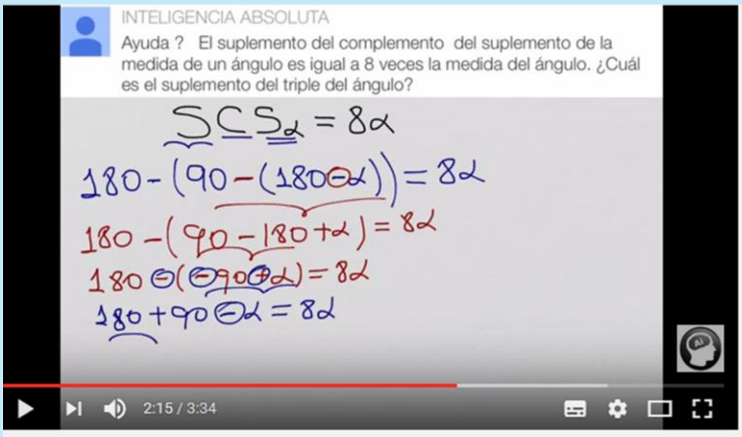
Instrumentos de evaluación:

- Lista de cotejo
- Evaluación colaborativa utilizando el google drive
- Prácticas calificada

Secuencia didáctica:

Información:

Observa detenidamente el video "Complemento y Suplemento de un ángulo" del canal de youtube, cuya dirección web es : https://www.youtube.com/watch?v=ZyF68DLgc-A



Luego realizan comentarios en el blog ¿Qué relaciones entre los ángulos se aprecian en el video? a partir de sus respuestas se consolidará lo apreciado en el video y se activaran sus saberes previos que son requisitos para el tema que viene a continuación.

Los estudiantes mencionaran las características de las relaciones entre los suplementos y complementos de un ángulo.

Luego de consolidar sus respuestas, el docente les presenta una situación problemática:

El complemento de la diferencia entre el suplemento y el complemento de un ángulo "X" es igual al duplo del complemento del ángulo "X". Calcule la medida del ángulo "X". Luego se les menciona el propósito de la clase :

- ***Identifica y analiza la relación entre las suplementos y complementos de un ángulo y aplicarlos en la vida diaria.***

Orientación dirigida:

El docente les presenta un recurso tecnológico como es el presentador de google drive, donde además haciendo uso de la pizarra interactiva, con ayuda de los estudiantes se construye su aprendizaje. Para ello el docente interactuara con los estudiantes para reconocer y plantear correctamente los datos aplicando las propiedades de los ángulos , para consolidar la parte teórica, se realizan los cálculos algebraicos.

A estas alturas ya pueden resolver el conflicto cognitivo, señalando las estrategias para resolverlos.

Orientación libre

Para la transferencia a situaciones nuevas, el docente les presenta diferentes ejercicios, utilizando un recurso tecnológico como es el Calameo y una actividad multimedia interactiva en flash, para que relacionen las propiedades de los ángulos . Se les indicara que realicen los problemas de la batería de ejercicios

Integración

- Se les solicitara luego a un integrante de cada grupo que explique haciendo uso de la pizarra interactiva su solución. De esta manera toda clase tendrá resuelto todos los problemas
- Así mismo reconocerán en que situaciones de la vida cotidiana se reflejan la aplicación de las relaciones entre segmentos
- También se les mostrara link de páginas web interactivas, para que consoliden su aprendizaje.

En un formulario de Google drive, responderán las siguientes interrogantes: ¿Has encontrado En un formulario de Google drive, responderán las siguientes interrogantes ¿Que aprendí hoy? ¿Qué estrategia personal facilitó mi aprendizaje? ¡Qué me gusto de la clase? ¿Cómo participe en la clase

Materiales y recursos:

Materiales:

- **Pizarra, mota, plumones de colores.**

Recursos digitales:

- **Pizarra interactiva, internet, videos**

URL:

- **http://etgeometria4.blogspot.pe/**

Anexos:

- Libros digitales, practicas calificadas
- http://matematica.carpetapedagogica.com/2012/03/definiciones-basicas-segmentos-y.html
- https://www.youtube.com/watch?v=xwyEhApWzo0
- http://es.slideshare.net/karlosnunez/practica-1-de-geometria-segmentos-y-angulos
- http://matematica-a1.blogspot.pe/2013/03/segmentos-angulos-ejercicios.html

Planificación de Sesión de Aprendizaje
Area: Matemática

Número de Sesión: 03

Título de la Sesión: "ANGULOS ENTRE DOS RECTAS PARALELAS"

Situación significativa

El objetivo más importante de la enseñanza de la Geometría es que nuestros estudiantes integren el hecho que las propiedades, teoremas, y formulas han sido creadas para anticipar un resultado, ya sea porque no tenemos un medio experimental directo de encontrarlo, o bien, porque queremos confirmarlo dentro del modelo adecuado- Para ello se les presenta diversas situaciones contextualizadas donde se aplicarán todos los conceptos anteriores.

Competencias

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.

Capacidades

- Matematiza situaciones
- Comunica y representa ideas matemáticas
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar Complementos y suplementos
- Adapta y combina estrategias heurísticas relacionadas a resolver problemas de ángulos
- Identifica y analiza la relación entre los ángulos determinados entre dos rectas y una secante.

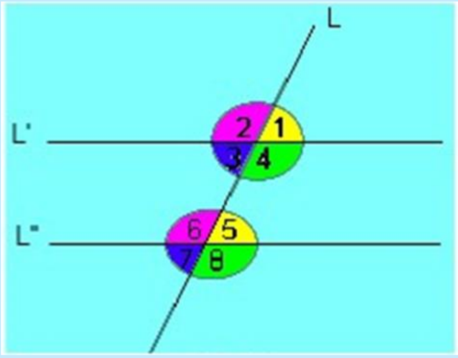
Instrumentos de evaluación:

- Lista de cotejo
- Evaluación colaborativa utilizando el google drive
- Prácticas calificada

Secuencia didáctica:

Información:

Observa detenidamente la siguiente imagen:



Que relación existirán entre los números que representan a los ángulos formados entre dos rectas y una secante.

Los estudiantes mencionaran las características de las relaciones entre los ángulos.

Se les menciona el propósito de la clase :

- ***Identifica y analiza la relación entre los ángulos determinados entre dos rectas y una secante y aplicarlos en la vida diaria.***

Orientación dirigida:

El docente les presenta un recurso tecnológico como es el presentador de google drive, donde además haciendo uso de la pizarra interactiva, con ayuda de los estudiantes se construye su aprendizaje. Para ello el docente interactuara con los estudiantes para reconocer y dibujar correctamente los datos en las porciones de segmentos para consolidar la parte teórica, se realizan los cálculos algebraicos.

A estas alturas ya pueden resolver el conflicto cognitivo, señalando las relaciones entre los segmentos.

Explicación:

En esta fase los estudiantes intercambiaran sus experiencias por medio del recurso web 2,0 como es el google drive, donde de manera colaborativa darán sus opiniones acerca de la situación planteada, y otras parecidas.
La interacción entre pares es importante, porque obliga a los propios estudiantes a ordenar sus ideas, y argumentar de modo comprensible para los demás.

Orientación libre

Para la transferencia a situaciones nuevas, el docente les presenta diferentes ejercicios, utilizando un recurso tecnológico como es el Calameo y una actividad multimedia interactiva en flash, para que relacionen las propiedades de las razones trigonométricas en grupos de 2. Se les indicara que realicen los problemas de la batería de ejercicios

Integración

- Se les solicitara luego a un integrante de cada grupo que explique haciendo uso de la pizarra interactiva su solución. De esta manera toda clase tendrá resuelto todos los problemas
- Así mismo reconocerán en que situaciones de la vida cotidiana se reflejan la aplicación de las relaciones entre segmentos
- También se les mostrara link de páginas web interactivas, para que consoliden su aprendizaje.

En un formulario de Google drive, responderán las siguientes interrogantes: ¿Has encontrado En un formulario de Google drive, responderán las siguientes interrogantes ¿Que aprendí hoy? ¿Qué estrategia personal facilitó mi aprendizaje? ¡Qué me gusto de la clase? ¿Cómo participe en la clase

Materiales y recursos:

Materiales:

- **Pizarra, mota, plumones de colores.**

Recursos digitales:

- **Pizarra interactiva, internet, videos**

URL:

- **http://etgeometria4.blogspot.pe/**

Anexos:

- Libros digitales, practicas calificadas
- http://matematica.carpetapedagogica.com/2012/03/definiciones-basicas-segmentos-y.html
- https://www.youtube.com/watch?v=xwyEhApWzo0
- http://es.slideshare.net/karlosnunez/practica-1-de-geometria-segmentos-y-angulos
- http://matematica-a1.blogspot.pe/2013/03/segmentos-angulos-ejercicios.html

Planificación de Sesión de Aprendizaje
Área: Matemática

Número de Sesión: 04

Título de la Sesión:

"Los triángulos en nuestra existencia"

Situación significativa

Al observar el mundo que nos rodea, podemos confirmar la existencia y presencia de las más variadas formas en los cuerpos materiales con los que convivimos. Los diferentes tipos de necesidades a las cuales se ha ido enfrentando el hombre a través de los años, han generado en el mismo la exigencia de pensar y a estudiar diferentes técnicas que le permitan, por ejemplo, efectuar mediciones, realizar desplazamientos o elaborar construcciones; y en este camino, se ha devenido hacia la concepción y el uso de las diversas figuras geométricas.

El estudio de los triángulos, conocida como una de las figuras geométricas más simples y utilizadas; ha sido de mucha importancia a través de la historia del hombre y existe una parte de la matemática encargada de realizar dicho estudio.

Competencias

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.

Capacidades

- Matematiza situaciones
- Comunica y representa ideas matemáticas
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Organiza datos y los expresa de forma algebraica a partir de situaciones para expresar modelos analíticos relacionados triángulos
- Identifica los elementos y los tipos de triángulos.
- Adapta y combina estrategias heurísticas relacionadas a triángulos

Instrumentos de evaluación:

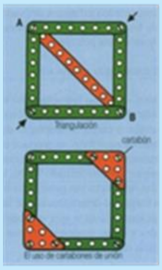
- Lista de cotejo
- Evaluación colaborativa utilizando el google drive
- Prácticas calificada

Secuencia didáctica:

Información:

Se Presenta el siguiente dialogo

Tello: Mira, Olga….En estas estructuras metálicas, una horizontal y otra vertical, se forman triángulos de diferentes tipos……
Olga: Eso se debe a que los triángulos les dan rigidez: en cambio, otras formas, como los cuadriláteros, harían que las estructuras colapsen fácilmente.
Si construyes un triángulo y un rectángulo podrás comprobar que el primero no se puede deformar y el otro sí. ¿Qué podrías hacer para que dicho rectángulo no se deforme?



Los estudiantes emiten sus respuestas para de esta forma determinar los saberes previos que poseen. Luego de consolidar sus respuestas, el docente les presenta una nueva situación problemática:
Se le presenta una serie de figuras **Anexo 01** y se le plantea las siguientes interrogantes:

1.-¿Qué tipo de triángulos observas? 2.-¿Cuánto miden los lados de los triángulos? 3.- ¿Cuál es el lado más grande de cada triángulo? 4.- Define un triángulo rectángulo y un triángulo obtuso. 5.- Se observa, en un triángulo, a mayor lado mayor ángulo. En que triángulos se puede aplicar esta propiedad.

Luego se les menciona el propósito de la clase: ***Identifica y analiza los elementos y propiedades de los triángulos, así como su importancia en la vida diaria.***

Orientación dirigida:

A estas alturas ya pueden resolver el conflicto cognitivo, señalando las relaciones entre los segmentos.

Los estudiantes exploran el tema de estudio con ayuda del **Anexo 02**, que previamente se preparó, completando los datos, para ello se pueden agrupar en parejas, de tal forma que cualquier estudiante que no sepa abordar la situación planteada pueda ser ayudado directamente por su compañero.

Explicación:

En esta fase los estudiantes intercambiaran sus experiencias por medio del recurso web 2,0 como es el google drive, así también se valen del **Anexo 03**, contestando las preguntas.

Orientación libre

Para la transferencia a situaciones nuevas, el docente les presenta diferentes ejercicios, utilizando el **Anexo 04**, donde se aprecian actividades que demandan razonamientos más complejos, induciendo a los estudiantes a justificar sus respuestas de manera consistente.

Integración

- Se les solicitara luego a un integrante de cada grupo que explique haciendo uso de la pizarra interactiva su solución. De esta manera toda clase tendrá resuelto todos los problemas
- Así mismo reconocerán en que situaciones de la vida cotidiana se reflejan la aplicación de las relaciones entre segmentos
- También se les mostrara link de páginas web interactivas, para que consoliden su aprendizaje.

En un formulario de Google drive, responderán las siguientes interrogantes: ¿Has encontrado En un formulario de Google drive, responderán las siguientes interrogantes ¿Que aprendí hoy? ¿Qué estrategia personal facilitó mi aprendizaje? ¡Qué me gusto de la clase? ¿Cómo participe en la clase

Materiales y recursos:

Materiales:

- **Pizarra, mota, plumones de colores.**

Recursos digitales:

- **Pizarra interactiva, internet, videos**

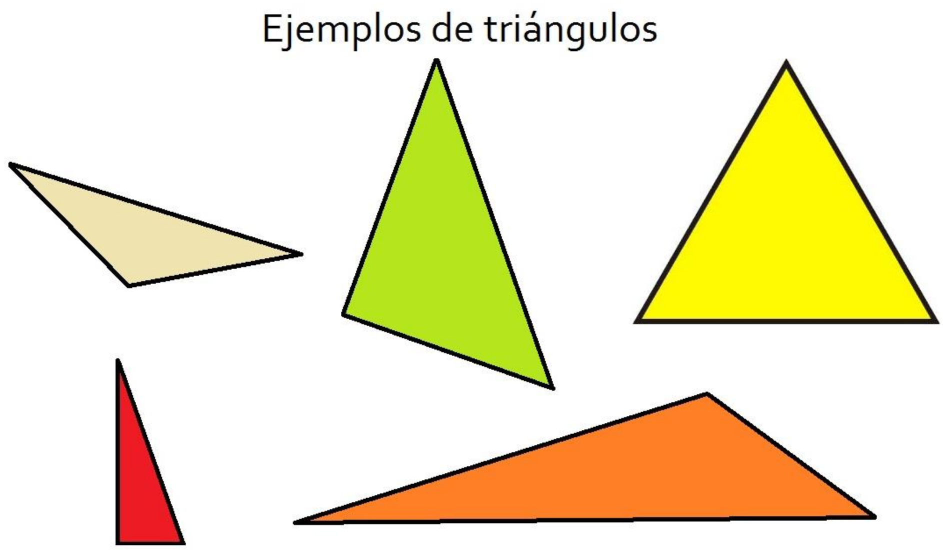
URL:

- **http://etgeometria4.blogspot.pe/**

Anexos:

- Libros digitales, practicas calificadas
- http://matematica.carpetapedagogica.com/2012/03/definiciones-basicas-segmentos-y.html
- https://www.youtube.com/watch?v=xwyEhApWzo0
- http://es.slideshare.net/karlosnunez/practica-1-de-geometria-segmentos-y-angulos
- http://matematica-a1.blogspot.pe/2013/03/segmentos-angulos-ejercicios.html

Anexo 01



Anexo 02

6.- Mida la longitud de los lados de cada triangulo que encontraron y anote las medidas (como A, B, C), en la siguiente tabla

Triángulo	**Medida de los lados**		
	A	**B**	**C (lado mayor)**

7.- Utilice las medidas de los lados de cada triangulo para completar la siguiente tabla.

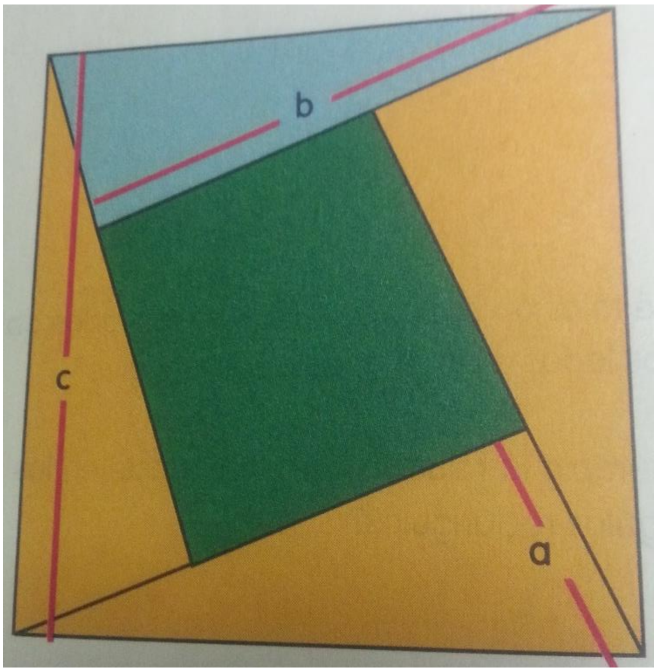
Triángulo	**Medida de los lados**			
	A^2	B^2	$A^2 + B^2$	C^2

8.- ¿Qué relación observan entre los resultados obtenidos a partir de las medidas de los lados de los triángulos rectángulos?

9.- ¿se cumple la relación que encontraste en los triángulos rectángulos?

Anexo 03

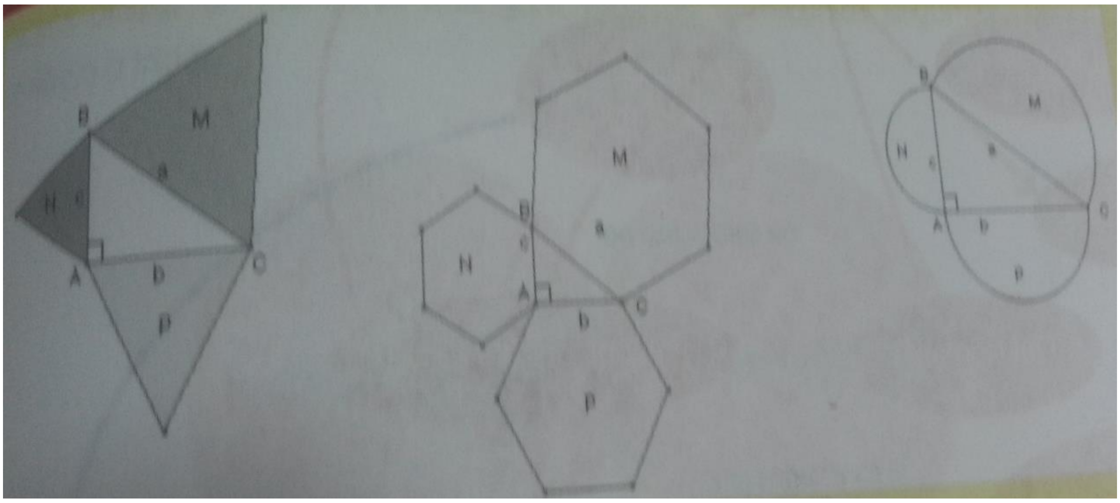
10.- ¿Creen que en cualquier triangulo rectángulo la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa? ¿Por qué?

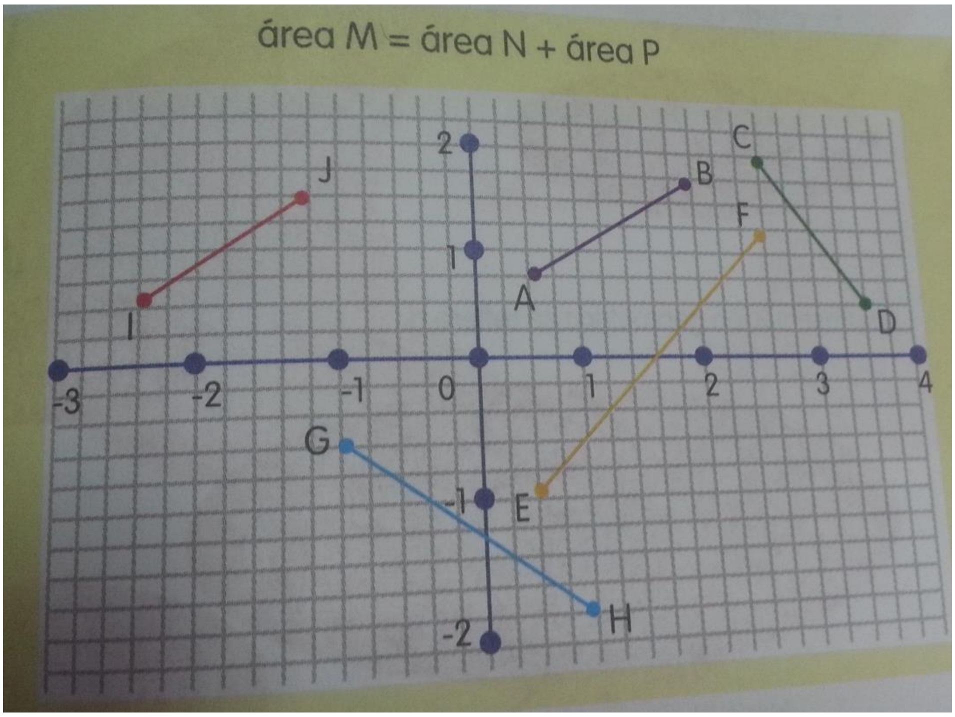


11.- En tu cuaderno, construye cuatro triángulos rectángulos iguales entre si y acomódalos como se indica en la figura (“a” es la medida del cateto menor, “b” la del mayor y “c” la de la hipotenusa)

- ¿El cuadrilátero que forman las hipotenusas de los cuatro triángulos rectángulos es un cuadrado? ¿Qué razones darías para asegurarlo?
- El cuadrilátero que se forma en el interior de la figura es también un cuadrado? ¿Por qué? ¿Cuánto mide por lado ese cuadrado)

Anexo 04





Planificación de Sesión de Aprendizaje
Área: Matemática

Número de Sesión: 05

Título de la Sesión:

"Los diseños cusqueños y los triángulos"

Situación significativa

Al observar el mundo que nos rodea, podemos confirmar la existencia y presencia de las más variadas formas en los cuerpos materiales con los que convivimos. Los diferentes tipos de necesidades a las cuales se ha ido enfrentando el hombre a través de los años, han generado en el mismo la exigencia de pensar y a estudiar diferentes técnicas que le permitan, por ejemplo, efectuar mediciones, realizar desplazamientos o elaborar construcciones; y en este camino, se ha devenido hacia la concepción y el uso de las diversas figuras geométricas.

El estudio de los triángulos, conocida como una de las figuras geométricas más simples y utilizadas; ha sido de mucha importancia a través de la historia del hombre y existe una parte de la matemática encargada de realizar dicho estudio.

Competencias

ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN.

Capacidades

- Matematiza situaciones
- Comunica y representa ideas matemáticas
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Representa triángulos a partir de reconocer sus lados, ángulos, altura, bisectriz y otros.
- Plantea conjeturas sobre las propiedades de ángulos determinados por bisectrices.
- Justifica la clasificación de polígonos.

Instrumentos de evaluación:

- Lista de cotejo
- Evaluación colaborativa utilizando el google drive
- Prácticas calificada

Secuencia didáctica:

Información:

El docente inicia la sesión dando la bienvenida a los estudiantes . Luego presenta el propósito de la sesión de clase: representar triángulos a partir de sus elementos, emitiendo juicios sobre las propiedades de ángulos y bisectrices, así como justificar la clasificación de polígonos.
El docente organiza grupos de trabajo de cuatro integrantes cada uno. Luego presenta la lectura titulada "El valle sagrado de los incas", el cual se encuentra en el siguiente enlace:
http://sacredvalley.blogspot.pe/2006_02_01_archive.html

El docente plantea las siguientes interrogantes:

- ¿A qué se dedican los miembros de la comunidad de Cuncani?
- ¿Qué figuras geométricas representan en sus trabajos?
- ¿Cuál es la figura geométrica más representativa de los tejidos?
- ¿Cuáles son los elementos de la figura representativa?
- ¿Puedes indicar algunas propiedades de dicha figura?

- Los estudiantes responden a las interrogantes a manera de lluvia de ideas y se disponen a desarrollar las actividades de la sesión de clase.

Luego se les menciona el propósito de la clase: ***representar triángulos a partir del reconocimiento de sus lados, ángulos, altura y bisectriz, así como su importancia en la vida diaria.***

Orientación dirigida:

- Los estudiantes desarrollan la actividad 1 (anexo 2), la cual consiste en determinar la clasificación de polígonos y representar triángulos a partir de identificar sus elementos y otros.
- El docente presenta imágenes de tres tipos de tejidos elaborados con motivos ancestrales.

- Luego que los estudiantes observan, el docente formula las siguientes preguntas:
  - **a)** ¿Qué figuras geométricas observas?
  - **b)** Dibuja todos los polígonos que encuentres, clasificándolos.
  - **c)** ¿Qué criterios has tomado para la clasificación de los polígonos? Justifica tu respuesta
- En esta actividad, el docente está atento para orientar a los estudiantes en la clasificación de los polígonos a partir de su construcción.
- Los estudiantes deben llegar a establecer la siguiente clasificación: **Anexo 01**

Orientación libre

- Luego pasan a la fase de orientación dirigida, donde el docente toma el rol protagónico a fin de orientar didácticamente los aprendizajes. Para ello, se propone una pequeña particularización e interrogantes.
  - Se ha extraído una parte del cinturón, realice los trazos necesarios para determinar el valor de los ángulos de todos los triángulos que identificaste

  - Los estudiantes realizan trazos, indagan valores y determinan el valor de los ángulos de los triángulos, luego deducen que hay triángulos isósceles. **ANEXO 02**

Integración

- El docente reflexiona con los estudiantes mediante las interrogantes siguientes:
  - ¿Cuándo un triángulo es isósceles? ¿Cuáles son sus características?
  - ¿Qué propiedades se cumplen en los triángulos equiláteros?
  - ¿En qué otras situaciones de la vida real se usan los triángulos? **ANEXO 03**

Materiales y recursos:

Materiales:

- Pizarra, mota, plumones de colores.

Recursos digitales:

- Pizarra interactiva, internet, videos

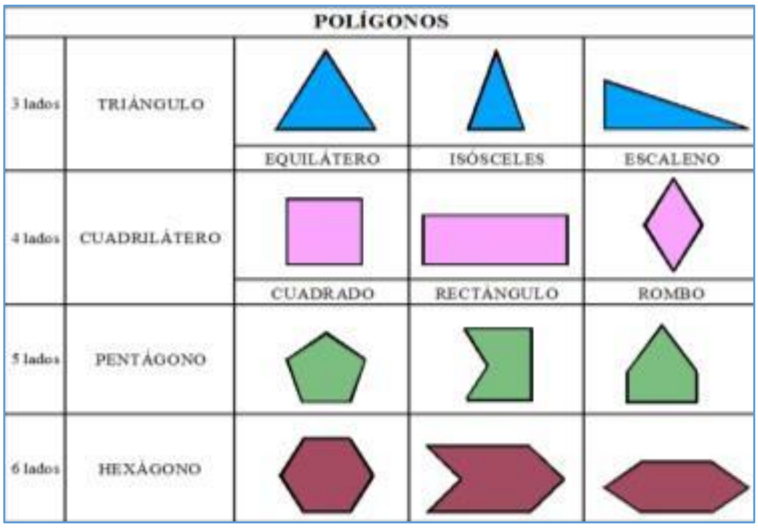
URL:

- http://etgeometria4.blogspot.pe/

Anexos:

- Libros digitales, practicas calificadas
- http://www.paredro.com/para-la-elaboracion-de-logotipos-el-triangulo-es-una-figura-muy-atractiva/
- https://prezi.com/p88qvfncdxv8/aplicacion-de-triangulos-en-el-diseno-arquitectonico/
- https://aula.tareasplus.com/Juan-Jose-Ortiz/Curso-Geometria-Basica/Triangulos-y-su-clasificacion-segun-sus-lados-y-sus-angulos

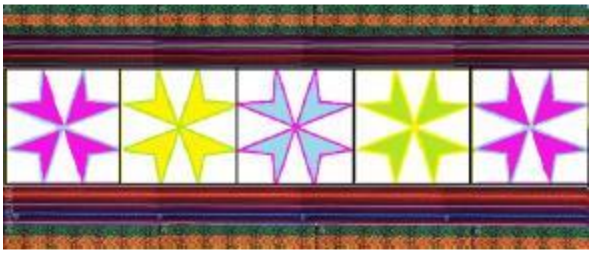
Anexo 1



Tomado de: https://terceroamordedios.wordpress.com/category/matematicas/

- Pueden revisar la página 104 de su libro de texto.
- Los estudiantes, en grupos de trabajo, desarrollan la actividad 2 (anexo 2) resolviendo la siguiente situación:

Para la celebración del día del Inti Raymi, un diseñador del Cusco ha propuesto la confección de un cinturón a base de diseños de triángulos. Expresa que todos sus lados tienen la misma medida.



- El docente propone que desarrollen la ficha. Para la primera fase, el docente plantea las siguientes interrogantes:
    - **a)** ¿Qué tipo de triángulos identificas en el tejido?
    - **b)** ¿Todos los triángulos son iguales?
    - **c)** ¿Cómo son sus lados? Justifica tu respuesta.
    - **d)** ¿Cuáles son las medidas de los ángulos interiores de un cuadrado?

LECTURA
Hoja de lectura

Propósito:

- Recoger información acerca de la actividad económica de las comunidades andinas.
- Extraer datos relacionados a los tejidos incaicos.

Integrantes:

Actividad 1. Conociendo la confección de los tejidos de nuestra textilería andina.

El Valle Sagrado de los incas

Una de las experiencias tan inolvidables que tuve la oportunidad de vivir es compartir con los miembros de la comunidad de Cuncani, que se encuentra ubicada en las alturas del distrito y provincia de Urubamba, su impresionante textilería andina, que es trabajada por las mujeres y algunos varones con destrezas en el tejido. La complejidad de sus tejidos, realizados con lana de alpaca y oveja, utiliza diferentes figuras de animales, flores y demás detalles del paisaje en el cual viven. Además también hace uso de una variedad de colores naturales obtenidos de plantas y rocas especialmente seleccionadas. Estos tejidos son la representación de la cultura preincaica e incaica. Cada miembro de la comunidad mantiene sus costumbres con mucha humildad y gran fortaleza para el trabajo; es por este motivo que la ONG Sacred Valley-Helping viene promoviendo el proyecto de comercialización de su textilería con el único fin de apoyar el desarrollo de las comunidades pobres del Valle Sagrado de los Incas.

La finalidad de este proyecto es buscar enlaces, contactos con tiendas y personas extranjeras, que quieran comprar directamente los tejidos realizados por las comunidades. De esta forma se busca generar un medio de ingreso económico para cada una de las familias. En este trabajo están más identificadas las madres y sus hijas que apoyan con su habilidad a la economía de la familia.

Con el fondo obtenido por la venta de los tejidos, primeramente, se pagara a cada miembro de la comunidad por su tejido. Luego las ganancias obtenidas serán destinada a crear un banco rural en cada comunidad, que será administrado por la ONG con la finalidad de ahorrar el capital acumulado por las ventas y, con este mismo, desarrollar los proyectos más urgentes que tienen las comunidades, tal como está mencionados en la carta de presentación de la ONG. De esta forma, se motiva a los miembros de la comunidad para que con su propio esfuerzo puedan ser partícipes activos de su desarrollo comunal.

Uno de los proyectos de la ONG es la construcción de un salón comunal multiusos en cada comunidad, que tiene la finalidad de que cada madre o hija de cada una de las casas pueda reunirse en este salón comunal y trabajar de forma más eficiente, intercambiando habilidades; mejorando el acabado de sus tejidos; recibiendo talleres de tejido, teñido y control de calidad; etc. Actualmente no sucede esto, ya que cada miembro trabaja en forma aislada en su casa.

Tomado de http://sacredvalley.blogspot.pe/2006_02_01_archive.html

Anexo 2

Propósito:
- Determinar la clasificación de polígonos.
- Representar triángulos a partir de identificar sus elementos, altura, bisectriz y otros.

Integrantes:

Actividad 1
LAS FIGURAS DE LOS MANTOS ANDINOS

La comunidad de Cuncani se caracteriza por elaboración de tejido con motivos andinos y simbología ancestral, como el sol, la luna y las estrellas. Ellos nos han proporcionado tres modelos de mantas para usarlos en la fiesta del Inti Raymi. Estudiemos: ¿cómo son las figuras de cada manto?

http://tecuentaelquelovivio.blogspot.pe/2013_02_01_archive.html
http://sacredvalley.blogspot.pe/2006_02_01_archive.html

a) ¿Qué figuras geométricas observas?

………

b) Dibuja todos los polígonos que encuentres y clasifícalos.

c) ¿Qué criterios has tomado para la clasificación de los polígonos? Justifica tu respuesta.

………

………

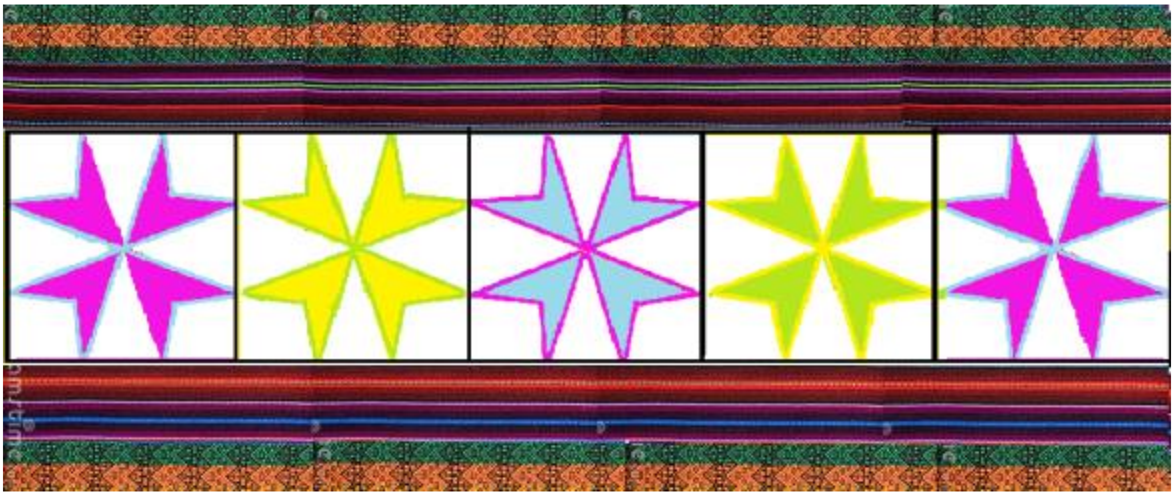
………

Actividad 2

EL CINTURÓN A BASE DE TRIÁNGULOS

Para la celebración del día del Inti Raymi, un diseñador del Cusco ha propuesto la confección de un cinturón a base de diseños de triángulos y cuadriláteros. Identifica los triángulos y describe su característica, verifica si sus lados tienen la misma medida.

http://www.artelista.com/obra/9711119515985587-cinturonincaicokmk.html



Interrogación:

a) ¿Qué tipo de triángulos identificas en el tejido?

……

b) ¿Todos los triángulos son iguales?

……

c) ¿Cómo son sus lados? Justifica tu respuesta.

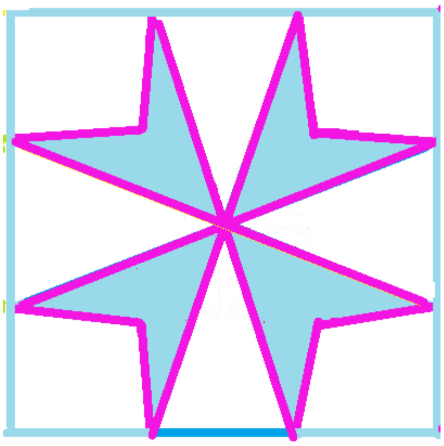
d) ¿Cuáles son las medidas de los ángulos interiores de un cuadrado?

ANEXO 02

- Los estudiantes expresan sus saberes previos y responden a las interrogantes. Luego pasan a la fase de orientación dirigida, donde el docente toma el rol protagónico a fin de orientar didácticamente los aprendizajes. Para ello, se propone una pequeña particularización e interrogantes.

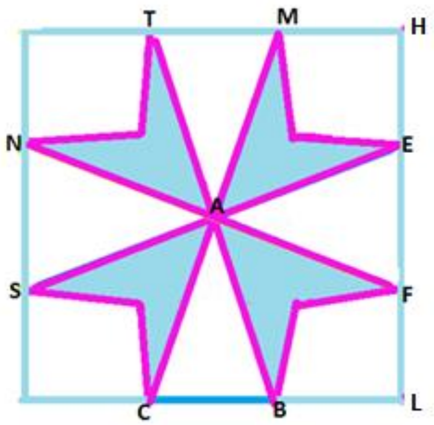
Orientación dirigida

e) Se ha extraído una parte del cinturón, realice los trazos necesarios para determinar el valor de los ángulos de todos los triángulos que identificaste. ¿Qué tipo de triángulos identificaste?



Explicitación

f) Sustente en términos matemáticos y por escrito, ¿por qué el triángulo ABC es isósceles?

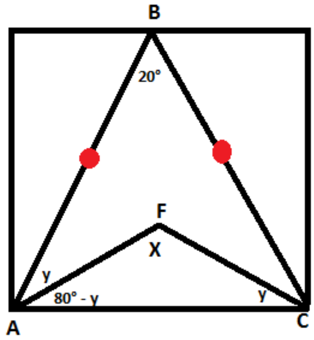


Traza un segmento horizontal desde A hasta el lado HL, ¿cómo serán los ángulos que se forman al interior del triángulo EAF? ¿Cómo se denomina esta línea?

Orientación libre:

Situación:

El diseño de cinturón realizado por don Juan, tiene el siguiente modelo. Determine el valor de ángulo AFC, con la finalidad de tener exactitud en la reproducción
del diseño.

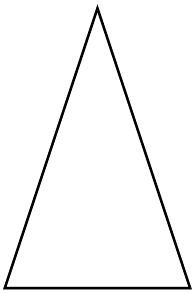
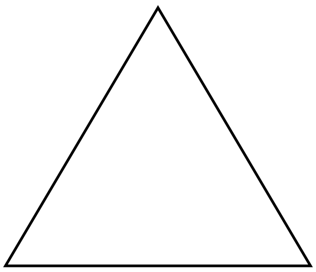


ANEXO 03

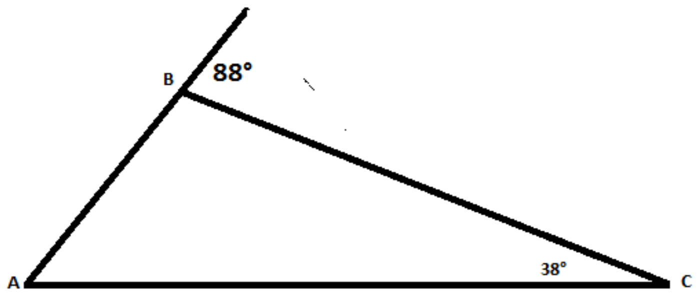
- El docente reflexiona con los estudiantes mediante las interrogantes siguientes:
  - ¿Cuándo un triángulo es isósceles? ¿Cuáles son sus características?
  - ¿Qué propiedades se cumplen en los triángulos equiláteros?
  - ¿En qué otras situaciones de la vida real se usan los triángulos?
- Complementa presentando la siguiente información:

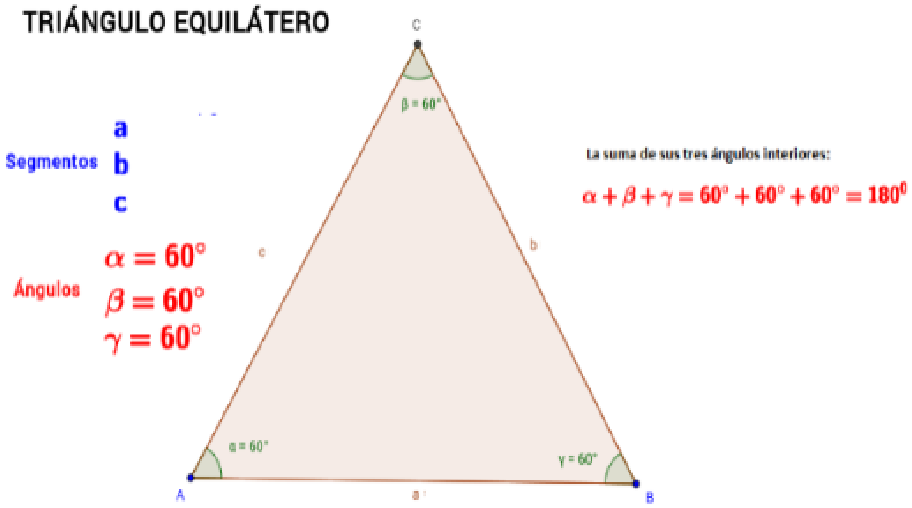
Integración

Clasifica los triángulos según sus lados, describe sus características.

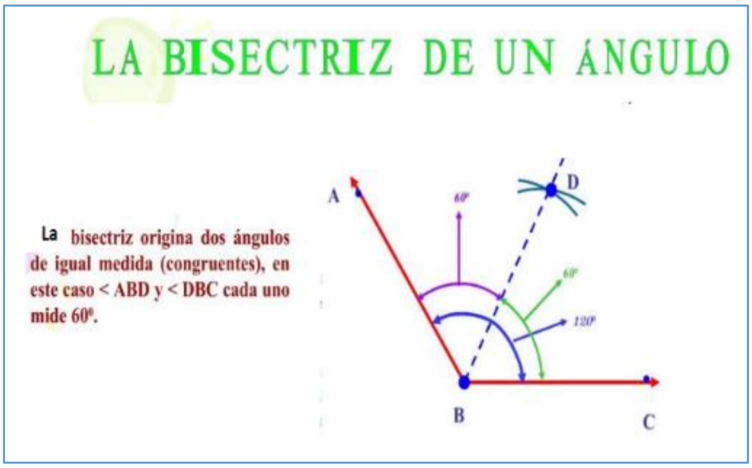
Triángulo isósceles	Triángulo equilátero
	

En siguiente triángulo, trace la bisectriz del ángulo B y C, luego determine el valor de los ángulos formados.





Adaptado de http://www.geogebra.org/m/1260069



Planificación de Sesión de Aprendizaje
Área: Matemática

Número de Sesión: 06

Título de la Sesión:

"Identificamos semejanza y congruencias de triángulos en la chacana"

Situación significativa

Al observar el mundo que nos rodea, podemos confirmar la existencia y presencia de las más variadas formas en los cuerpos materiales con los que convivimos. Los diferentes tipos de necesidades a las cuales se ha ido enfrentando el hombre a través de los años, han generado en el mismo la exigencia de pensar y a estudiar diferentes técnicas que le permitan, por ejemplo, efectuar mediciones, realizar desplazamientos o elaborar construcciones; y en este camino, se ha devenido hacia la concepción y el uso de las diversas figuras geométricas.

El estudio de los triángulos, conocida como una de las figuras geométricas más simples y utilizadas; ha sido de mucha importancia a través de la historia del hombre y existe una parte de la matemática encargada de realizar dicho estudio.

Competencias

ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN.

Capacidades

- Comunica y representa ideas matemáticas
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Expresa relaciones y propiedades de los triángulos relacionados a su congruencia, semejanza y relaciones de medida
- Emplea la relación proporcional entre las medidas de los lados correspondientes a triángulos semejantes.
- Usa estrategias para ampliar y reducir triángulos usando instrumentos de dibujo y empleando sus propiedades, semejanza y congruencia.

Instrumentos de evaluación:

- Lista de cotejo
- Evaluación colaborativa utilizando el google drive
- Prácticas calificada

Secuencia didáctica:

Información:

- El docente saluda a los estudiantes y presenta el propósito de la sesión de clase: expresar relaciones y propiedades entre dos triángulos, para identificar semejanza o congruencia, así como ampliar y reducir un triángulo usando instrumentos.
- El docente organiza grupos de trabajo. Luego presenta un video titulado *La chacana*.
  https://www.youtube.com/watch?v=nPUovcVX3F4

- Finalizado el video, los estudiantes dialogan sobre él de manera indistinta.

El docente plantea las siguientes interrogantes:

- ¿Qué es la chacana? ¿Qué significó para los incas?
- ¿Cuál era su primera representación? ¿Para qué servía la chacana?
- ¿Cuál fue el referente para construcción de la chacana?
- ¿Qué instrumentos se habrán usado para dibujar la chacana?
- ¿Qué tipo de figuras geométricas se forman en la chacana?
- ¿Podemos evidenciar propiedades geométricas de triángulos?

- Los estudiantes responden a las interrogantes a manera de lluvia de ideas y se disponen a desarrollar las actividades de la sesión de clase.
- Luego se les menciona el propósito de la clase: ***Expresa relaciones y propiedades de los triángulos relacionados a su congruencia, semejanza y relaciones de medida***

Orientación dirigida:

El docente entrega la ficha de trabajo para que los estudiantes desarrollen la actividad 1 (anexo 1) a partir de la siguiente situación:

La chacana es una representación ancestral. Su origen está relacionado con la Cruz del Sur. Se han encontrado diversas representaciones de la chacana como las figuras, responde:

Figura 1

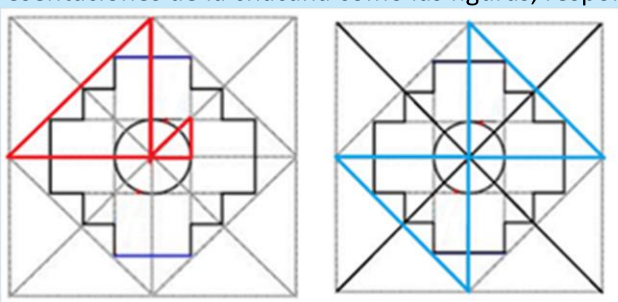


Figura 2

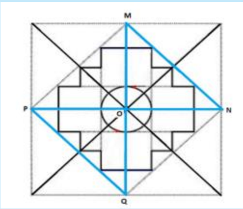
- ¿Qué propiedades guardan los triángulos formados en la figura 1?
- ¿Cómo son los lados de los triángulos de la figura 2?
- ¿Qué relación hay entre los lados de los triángulos de la figura 1?
- ¿Qué instrumentos usamos para poder ampliar o reducir el dibujo de una chacana?

- Los estudiantes inician el desarrollo de la actividad 1 (anexo 1).
  - ¿Qué tipo de triángulos están marcados en la figura 1 y 2?
  - Define un triángulo rectángulo.
  - Señala un par de ángulos opuestos por el vértice en la figura 2. ¿Cómo son sus medidas?

Orientación libre

- Luego se pasa a la fase de orientación dirigida. En la ficha se proponen interrogantes para la figura 2, de modo que logren determinar que los triángulos MON y POQ son congruentes.
- Para determinar la congruencia, se proponen actividades detalladas:
  - Suponiendo que MO = x, complete los valores de los lados de los triángulos MON y POQ.

¿Qué relación hay entre los lados: PO y NO; QO y MO; PQ y MN?



Veamos con los ángulos:
¿Los ángulos POQ y MON son iguales? ¿Sucede lo mismo para los ángulos OPQ y ONM?
¿Y cómo es para los ángulos PQO y NMO? Es decir que…
Por tanto: ¿cómo son los triángulos MON y POQ? Son congruentes.

Integración

- El docente induce a los estudiantes a llegar a las siguientes conclusiones : En la semejanza de triángulos, existen tres casos para reconocer dos triángulos semejantes: **caso AA, caso LAL, caso LLL.**

En la congruencia de triángulos existen tres casos en los que con solo tres pares de elementos congruentes se puede determinar la congruencia de triángulos: **caso LAL, caso ALA y caso LLL**

- El docente plantea las siguientes interrogantes: ¿qué aprendimos? ¿Cómo lo aprendimos? ¿Nos sirve lo que aprendimos? ¿Dónde podemos utilizar lo que aprendimos?

Materiales y recursos:

Materiales:

- Pizarra, mota, plumones de colores.

Recursos digitales:

- Pizarra interactiva, internet, videos

URL:

- http://etgeometria4.blogspot.pe/

Anexos:

- Libros digitales, practicas calificadas
- https://www.youtube.com/watch?v=qnQF4UaQfzA
- http://www.galeon.com/jjisach/geometriametrica.pdf
-

Anexo 1

Ficha de trabajo

Propósito: reconociendo relaciones y propiedades de los triángulos relacionados a su semejanza y congruencia.

Integrantes:

Actividad 1. Conociendo figuras y propiedades de los triángulos.

La chacana es una representación ancestral. Su origen está relacionado con la Cruz del Sur. Suponiendo que se han encontrado diversas representaciones de la chacana como las que se muestran en las figuras, responde:

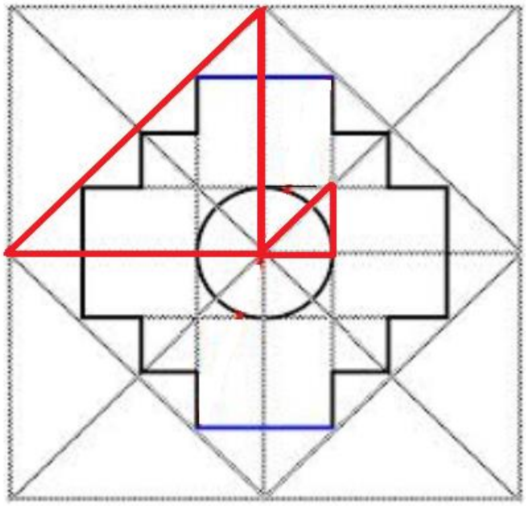


Figura 1

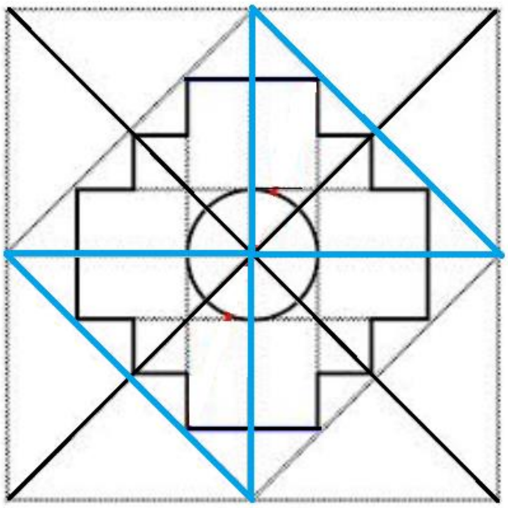


Figura 2

- ¿Qué propiedades guardan los triángulos formados en la figura 1?
- ¿Cómo son los lados de los triángulos de la figura 2?
- ¿Qué relación hay entre los lados de los triángulos de la figura 1?
- ¿Qué instrumentos usamos para ampliar o reducir el dibujo de una chacana?
- Antes de desarrollar las actividades, vamos a nombrar los vértices (usa letras mayúsculas).
-

Interrogación:

1. ¿Qué tipo de triángulos están marcados en la figura 1? Justifica tu respuesta.

2. ¿Qué tipo de triángulos están marcados en la figura 2? Justifica tu respuesta.

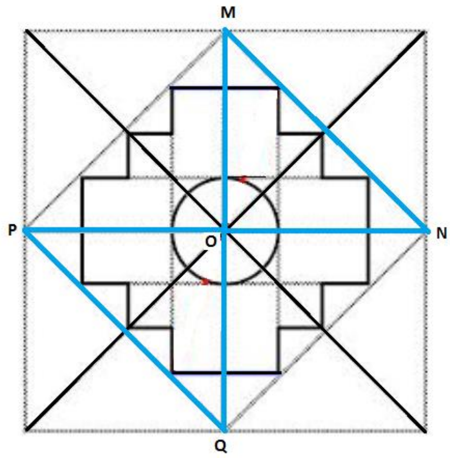
3. Define un triángulo rectángulo.

4. Señala un par de ángulos opuestos por el vértice en la figura 2. ¿Cómo son sus medidas?

Orientación dirigida:

Para la figura 2:

5. ¿Cuánto miden los ángulos interiores de los triángulos POQ y MON?



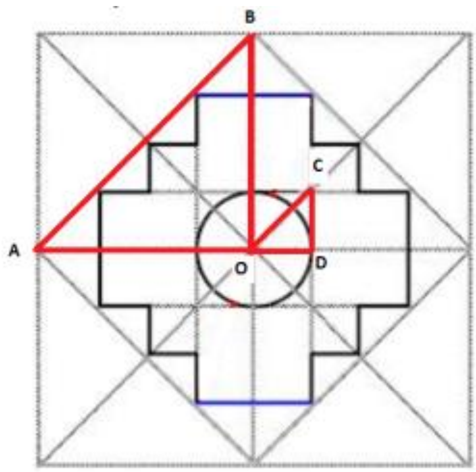
6. ¿Cómo son las medidas de sus lados? ¿Todos son iguales? Justifica tu respuesta.

7. Veamos en profundidad:
   Suponiendo que MO = *x*, complete los valores de los lados de los triángulos MON y POQ .
   ¿Qué relación hay entre…?
   PO y NO ______________________________
   QO y MO ____________________________
   PQ y MN ______________________________
   Veamos con los ángulos:
   ¿Los ángulos POQ y MON son iguales?______________ ¿Sucede lo mismo para los ángulos OPQ y ONM?_______ ¿Y cómo es para los ángulos PQO y NMO?__________________

   Es decir que: ____

   Por tanto, ¿cómo son los triángulos MON y POQ?
   Conclusión:

Para la figura 1:



8. ¿Cuánto miden los ángulos interiores de triángulo AOB y el triángulo COD? ¿Son iguales o diferentes?

9. ¿Qué relación hay entre las medidas de los lados de ambos triángulos? Justifica tu respuesta.

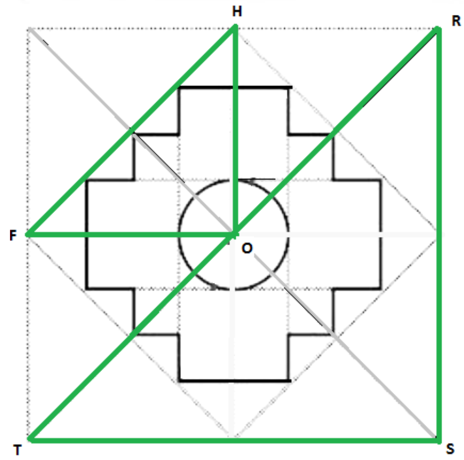
10. Observa la nueva figura de la Chacana, figura 3. ¿Guardan la misma relación los triángulos FHO y TRS?

Suponiendo que el lado FO = 2*a*, ¿cuánto mediría el lado TS? ___________ ¿Son proporcionales?

Los lados OH Y RS y los lados FH Y TR, ¿son proporcionales? Justifica tu respuesta.

____

____



11. Por tanto, ¿los triángulos FHO y TRS guardan una proporcionalidad? Justifica tu respuesta.

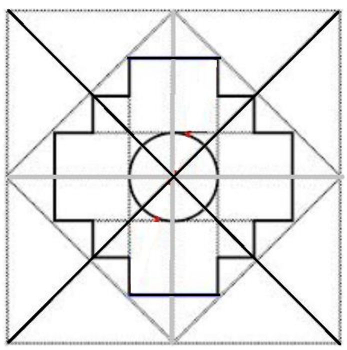
Figura 3

____

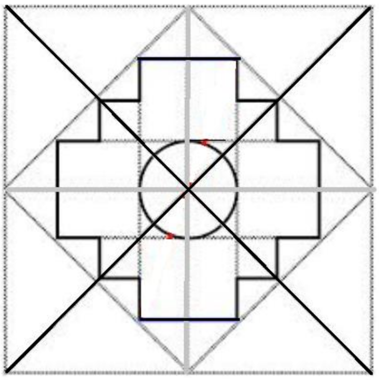
____

Explicitación

12. En la figura de la chacana, identifica otro par de triángulos congruentes, trázalos con lápiz de color, luego nombra sus vértices, relaciona sus medidas y justifica a qué caso de congruencia cor



13.En la figura de la chacana, traza dos triángulos semejantes con lápiz de color y justifica a qué caso corresponde.



14.¿Es lo mismo decir semejante que congruente?

____

____

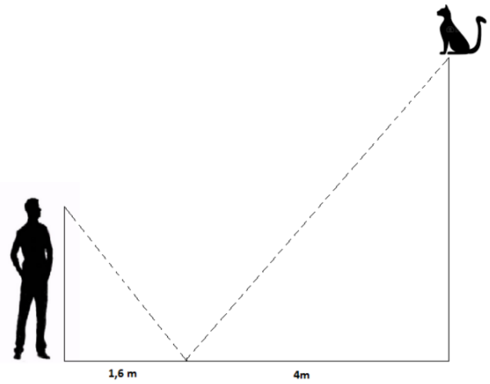
En conclusión:

✓ Dos triángulos son congruentes si tiene igual medida en sus _________________ y sus _________.

✓ Dos triángulos son semejantes si los ángulos correspondientes son ________y los lados correspondientes. _________________

<u>Orientación libre</u>

15.Diego observa en un charco el reflejo de su gato que se encuentra en lo alto de un poste. Si la altura del piso a los ojos de Diego es de 144 cm, diseña un procedimiento para saber a qué altura se encuentra el gato.



Integración:

Sistematiza toda la información en el siguiente cuadro:

Congruencias de triángulos

CASO	**CASO**	**CASO**

Semejanza de triángulos

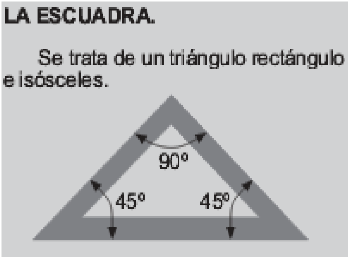
CASO	**CASO**	**CASO**

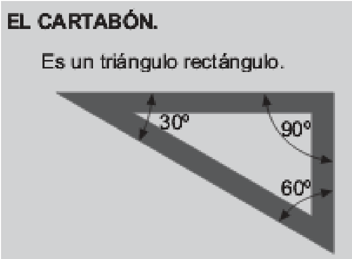
Anexo 3

Actividad 2. Ampliando triángulos.

Instrumentos:

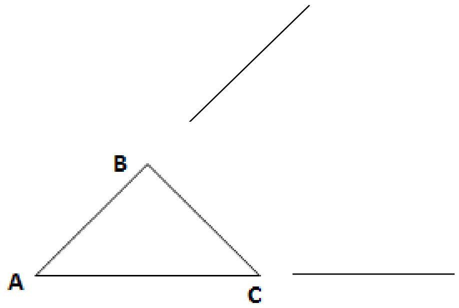
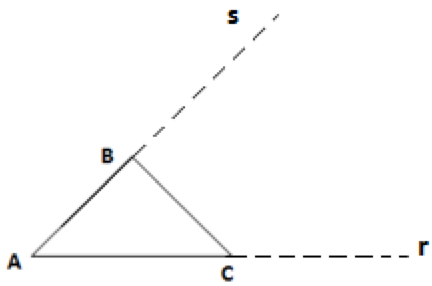
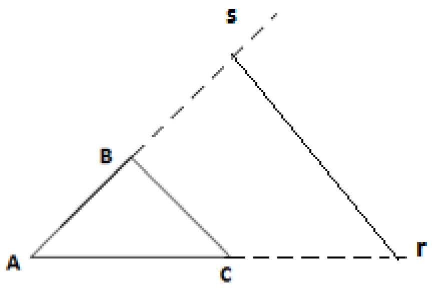
- ✓ Escuadra.
- ✓ Cartabón.
- ✓ Lápiz.

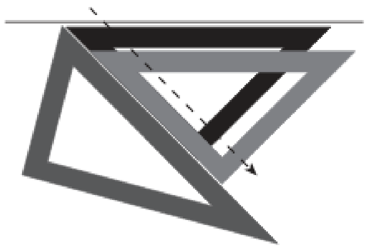
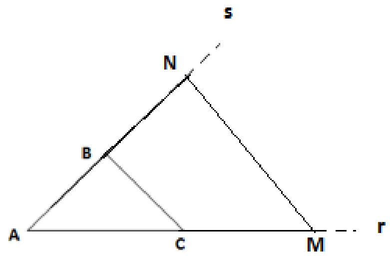




Sigue los pasos:

- **a.** Trazamos un triángulo cualquiera.
- b. Fijamos el punto A como centro, y trazamos un arco de radio 17 cm.
- **c.** Con centro en C, trazamos otro arco de radio 15 cm.; obteniendo el punto de intersección B.
- **d.** Se unen los puntos A, B y C; obteniendo así el triángulo ABC.

Pasos	Trazos
1. Trazamos un triángulo cualquiera y nombramos sus vértices.	
2. Partiendo de A, se amplía la recta r y s, usando escuadra.	
3. **Traza una paralela a lado BC.** Sigue el modelo, considerando el cartabón como plantilla fija, se desliza la escuadra sobre el cartabón la distancia requerida.	

	
4. Representa los puntos M y N, luego traza los segmentos BN y CM.	

Responde:

1. ¿Cómo son los triángulos ABC y ANM, semejantes o congruentes?

2. ¿Cómo se relacionan sus lados?

3. ¿Cómo son sus ángulos?

Planificación de Sesión de Aprendizaje
Área: Matemática

Número de Sesión: 07

Título de la Sesión:

"Líneas y puntos notables"

Situación significativa

Al observar el mundo que nos rodea, podemos confirmar la existencia y presencia de las más variadas formas en los cuerpos materiales con los que convivimos. Los diferentes tipos de necesidades a las cuales se ha ido enfrentando el hombre a través de los años, han generado en el mismo la exigencia de pensar y a estudiar diferentes técnicas que le permitan, por ejemplo, efectuar mediciones, realizar desplazamientos o elaborar construcciones; y en este camino, se ha devenido hacia la concepción y el uso de las diversas figuras geométricas.

El estudio de los triángulos, conocida como una de las figuras geométricas más simples y utilizadas; ha sido de mucha importancia a través de la historia del hombre y existe una parte de la matemática encargada de realizar dicho estudio.

Competencias

ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN.

Capacidades

- Comunica y representa ideas matemáticas
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Halla valores de ángulos, lados y proyecciones en razón a características, clases, líneas y puntos notables de triángulos, al resolver problemas.
- Expresa líneas y puntos notables del triángulo usando terminologías matemáticas.

Instrumentos de evaluación:

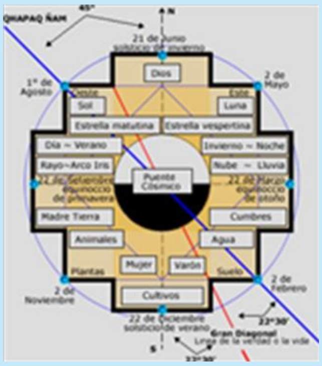
- Lista de cotejo
- Evaluación colaborativa utilizando el google drive
- Prácticas calificada

Secuencia didáctica:

Información:

- El docente inicia la sesión dando la bienvenida a los estudiantes. Además, señala el propósito de la sesión, el cual consiste en determinar líneas y puntos notables en un triángulo, y hallar valores de ángulos y lados al resolver problemas.
- A continuación, el docente presenta a los estudiantes una lectura relacionada con el significado y origen de la chacana (anexo 1).
- El docente plantea las siguientes interrogantes: (anexo 2).

> - **¿Cuál es el origen de la representación de la chacana?**
> - **¿Qué festividad está relacionada con la chacana?**
> - **¿Cuándo se celebra esta festividad?**
> - **¿En qué regiones del Perú se celebra esta festividad?**
> - **¿Qué datos matemáticos se representan en la figura de la chacana?**
> - **¿Qué tipos de ángulos identificas?**
> - **¿Cuáles son las medidas de los ángulos formados en la representación gráfica del símbolo de la chacana?**

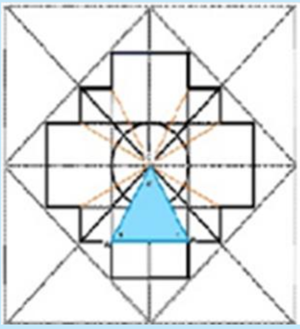


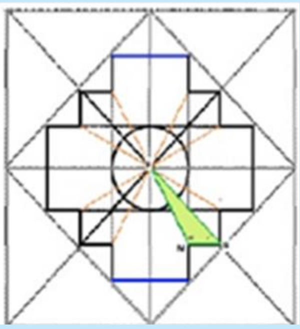
Orientación dirigida:

El docente escucha atento las respuestas, sistematiza y anota en la pizarra los aportes. Luego plantea las siguientes pautas de trabajo que serán consensuadas con los estudiantes.

- Se organizan en parejas.
- Trabajan en equipo y se apoyan mutuamente en las actividades para lograr un mejor aprendizaje.
  - El docente entrega a las parejas la ficha de trabajo 1 (anexo 3) para que desarrollen las actividades.
  - Los estudiantes leen la situación planteada en la actividad 1. Luego realizan el cálculo de ángulos, para lo cual se apoyan en los datos que proporciona la lectura y la imagen de la chacana (anexos 1 y 2).

> Luego el docente sigue con la fase de **orientación dirigida**, en la que se proponen interrogantes para indagar, relacionar y realizar inferencias, con la finalidad de determinar los valores de los ángulos de cada situación propuesta.





Explicación:

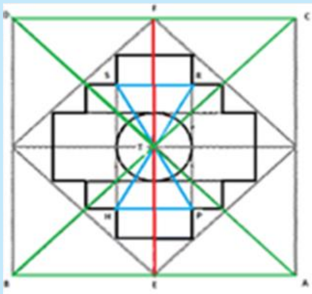
- En la fase de **explicitación,** el docente propone una situación similar a las anteriores y deja que los estudiantes interactúen, indaguen y determinen la solución a la problemática planteada.

Orientación libre

En la fase de **orientación libre,** los estudiantes aplican sus aprendizajes en otra situación propuesta por el docente; finalizada su solución, comunican sus procesos

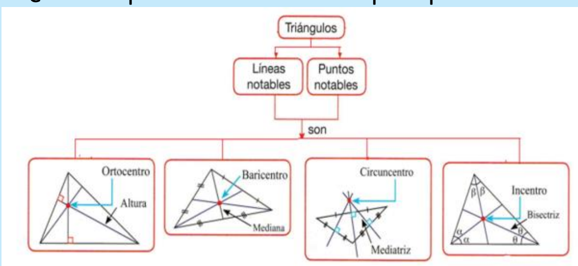
Luego el docente hace entrega de la ficha de trabajo 2 (anexo 4) con el propósito de determinar líneas y puntos notables en un triángulo.

Se muestra la representación de la Chacana en la que se resaltan dos triángulos. Se solicita que, mediante la indagación de información y demostración, identifiquen la bisectriz, mediana, altura y mediatriz de dicho triángulo. Para apoyar la indagación y sus aprendizajes, el docente proporciona una ficha informativa sobre líneas y puntos notables



Integración

- El docente, junto con los estudiantes, consolidan los aprendizajes mediante un organizador gráfico (anexo 5).
- El docente plantea las siguientes interrogantes: ¿qué aprendimos? ¿Cómo lo aprendimos? ¿Nos sirve lo que aprendimos? ¿Dónde podemos utilizar lo que aprendimos?



Materiales y recursos:

Materiales:

- **Pizarra, mota, plumones de colores.**
- **Recursos digitales:** URL: http://etgeometria4.blogspot.pe/

Pizarra interactiva, internet, videos

Anexos:

- Libros digitales, practicas calificadas
- https://www.youtube.com/watch?v=qnQF4UaQfzA
- http://www.galeon.com/jjisach/geometriametrica.pdf

Anexo 1. Ficha de lectura

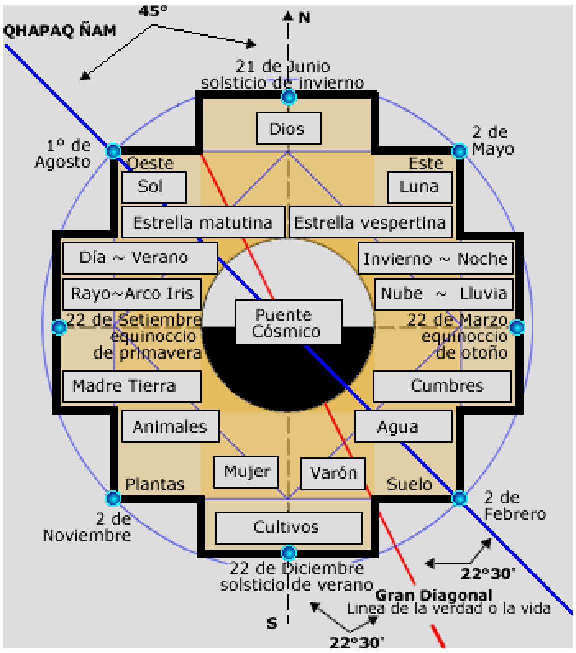
CHAKANA (CHACANA) O CRUZ ANDINA

Las culturas andinas festejan el día de la chacana cada 3 de mayo. Aquí una explicación de su significado. El mes de mayo es considerado el mes de la cruz porque es el mes de la cosecha. ¿Pero qué tiene que ver la cruz con la cosecha? Muy simple. Existe la costumbre serrana de colocar cruces que protejan los cultivos durante todo el año agrícola. Entonces, cuando se lleva a cabo la recolección se agradece a las cruces por la protección que han prodigado a los campos. Se honran con la fiesta de la Cruz Velacuy (3 de Mayo) que consiste en velar las cruces durante cinco días. Ese día es cuando la Cruz del Sur adquiere la forma astronómica de una cruz perfecta.

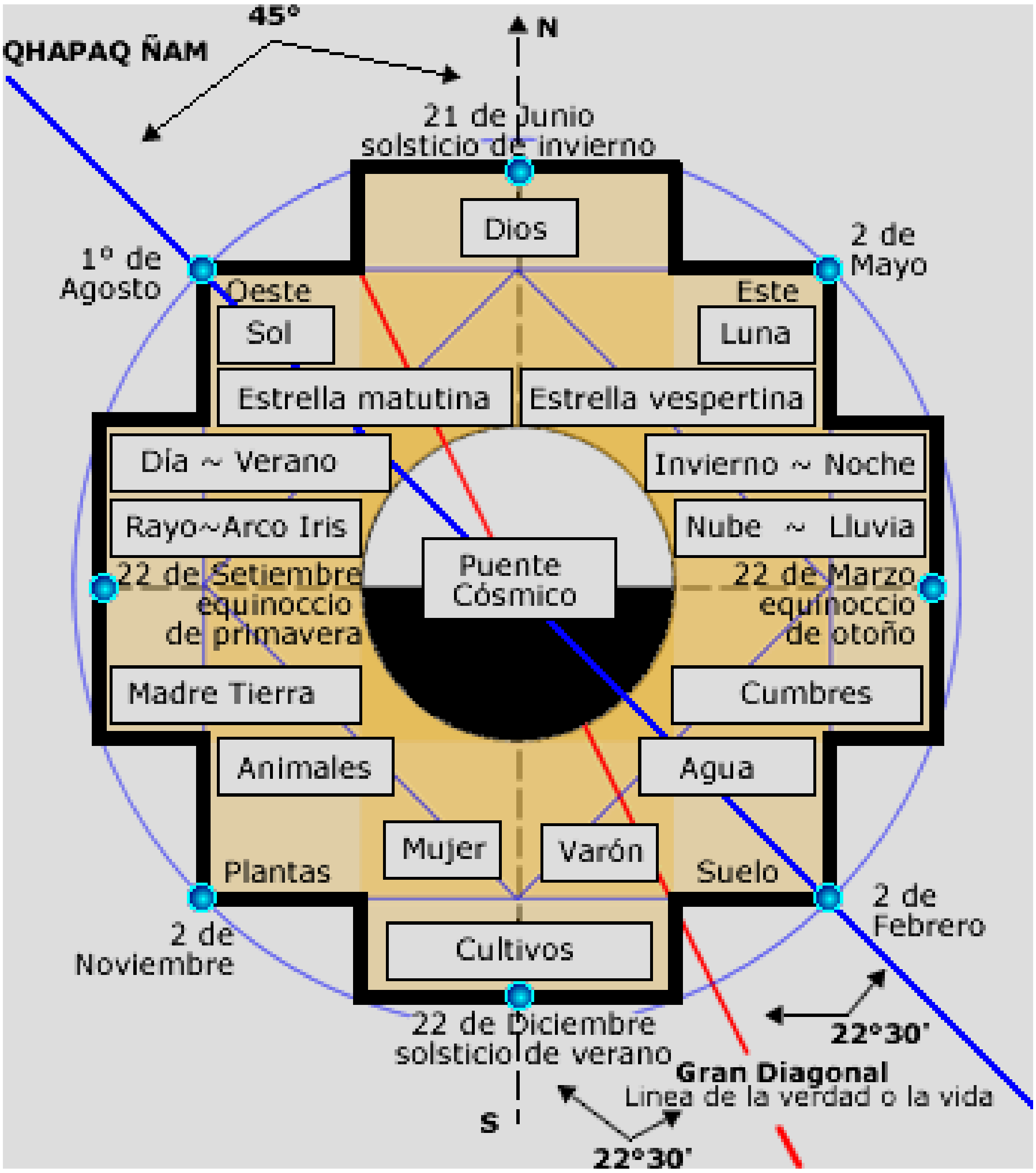
La Constelación de La Cruz del Sur era venerada por los antiguos andinos. Así se observa, por ejemplo, en el altar del Qoricancha dibujado por el cronista indio Santa Cruz Pachacuti Salqamaywa. A esa Cruz Astronómica le dieron el nombre de chacana. Es un símbolo que vemos representado en muchos petroglifos como en Tiawuanaco, mantos paracas y cerámicas chavín.

Ya Huamán Poma mencionaba esa fecha como la celebración de la Vela Cruz. Sin embargo, la velación de la cruz posee raíces andinas muchísimo más profundas en el tiempo. Así, muchos investigadores sostienen que ya antes que pisara Colón tierras americanas, los incas rendían culto al símbolo de la cruz.

Esta es una costumbre en la que los habitantes andinos conocemos la raíz profunda de nuestras creencias y prácticas, lo que nos permitirá fortalecer más nuestra identidad y seguir cultivándola.



Anexo 2



45°
QHAPAQ ÑAM
N
21 de Junio
solsticio de invierno
Dios
1° de
Agosto
2 de
Mayo
Oeste
Este
Sol
Luna
Estrella matutina
Estrella vespertina
Día ~ Verano
Invierno ~ Noche
Rayo~Arco Iris
Nube ~ Lluvia
22 de Setiembre
equinoccio
de primavera
Puente
Cósmico
22 de Marzo
equinoccio
de otoño
Madre Tierra
Cumbres
Animales
Agua
Mujer
Varón
Plantas
Suelo
2 de
Noviembre
2 de
Febrero
Cultivos
22 de Diciembre
solsticio de verano
22°30'
Gran Diagonal
Línea de la verdad o la vida
S
22°30'

Anexo 3

Ficha de trabajo 1

Propósito: hallar el valor de ángulos y lados en la Chacana.

Integrantes:

Actividad 1

La maestra Lili hizo entrega a Lupe y Martín de una representación gráfica de la chacana. Ella les solicita a los estudiantes que la ayuden a completar los datos referidos a la medida de los ángulos de los triángulos mostrados en cada una de las figuras. Para ello, deberán considerar la información que trae la figura de la lectura anterior.

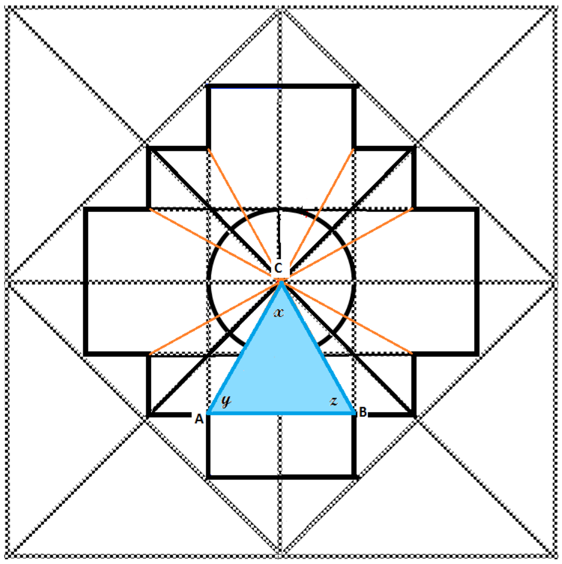


Figura 1

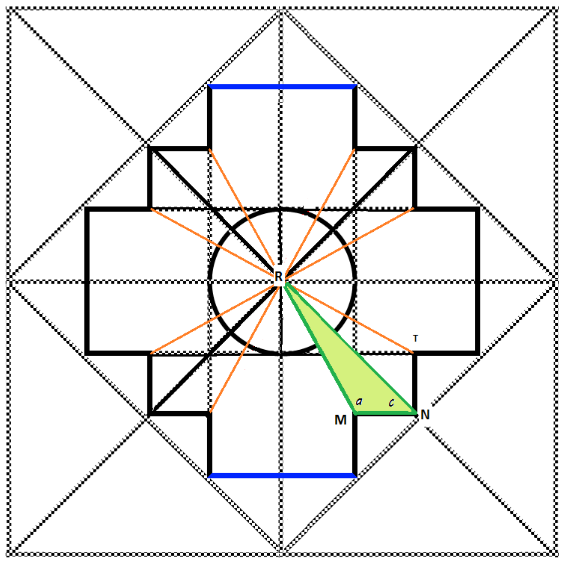


Figura 2

Interrogación

¿Qué tipo de triángulos, según su ángulo, se muestran en las figuras 1 y 2?

____

____

¿Reconoces alguna de las medidas de los ángulos en la figura? Exprésalo.

____

____

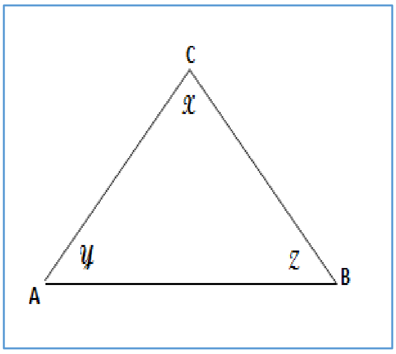
____

Señala con lápiz rojo, un ángulo agudo y otro obtuso.

Exprese la propiedad relacionada a la suma de los ángulos interiores de todo triángulo.

Orientación dirigida:

En la figura 1



Indaga cuál es la medida del ángulo *x*__________ Justifica tu respuesta:

____

Realiza una representación del triángulo ABC.
¿Cuánto es la suma de los ángulos internos? Represéntalo con las variables
***X* + *Y* + *Z* =** ______
Si se sabe que *x* = _____, entonces, reemplazamos ***x*** y resolvemos.

X + Y + **Z** = 180°

____

____

Deducimos los valores de *y* y *z* ¿Cómo son las medidas de los lados AC y BC? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

____

Suponiendo que AB = 8m ¿Cuánto vale BC? Justifica tu respuesta

____

Entonces, ¿cómo son los ángulos *y* y *z*? ¿Por qué?

____

Cuál es la propiedad que justifica esta relación:

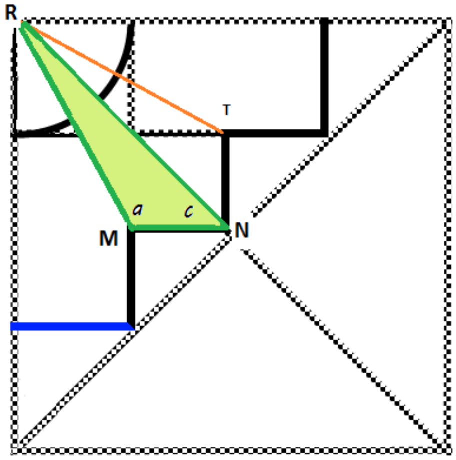
____

____

Reemplaza *y* o *z*:

____________________________ Por lo tanto: ***X* =** ***Y* =** ***Z*=**

En la figura 2



¿Cuál es la medida del ángulo que corresponde al vértice *R*? ¿Por qué tiene ese valor? Justifica tu respuesta.

____

Realiza trazos y proyecciones necesarias y determina el valor del ángulo *c*. Justifica tu respuesta.

____

____

Aplica la propiedad de la suma de los ángulos internos y resuelve:

$a + c + R = 180°$

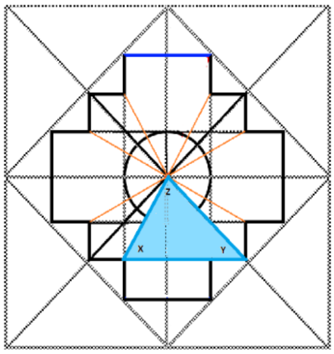
____

____

Finalmente: *a*=_____ *c* =______ *R* = ____

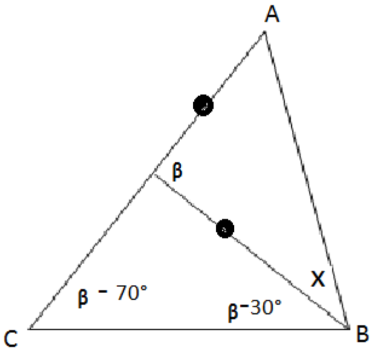
<u>Explicitación</u>

En el gráfico siguiente, determina el valor de los ángulos considerando los datos de la lectura.



<u>Orientación libre</u>

Determina el valor de *x* en la figura siguiente:



<u>Integración</u>

Sistematizamos toda la información mediante un organizador gráfico.

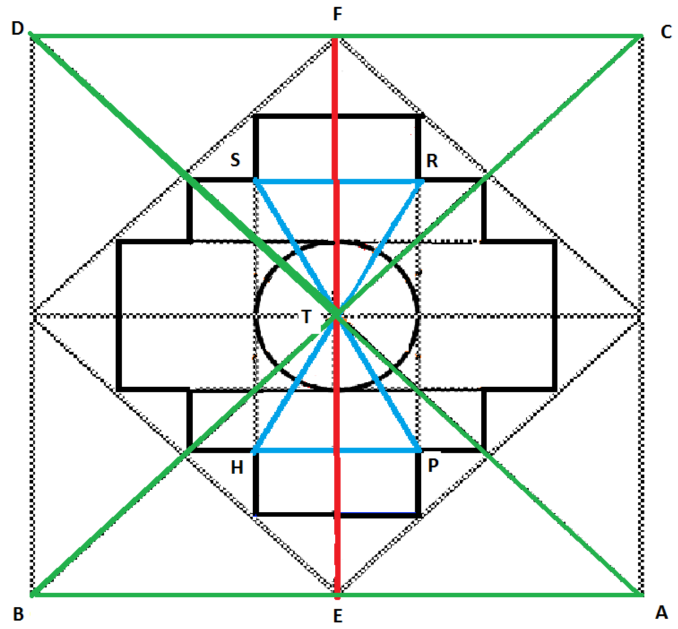
Anexo 4

Ficha de trabajo 2

Propósito: determinando líneas y puntos notables en un triángulo.

Integrantes:

Responde a las interrogantes para el triángulo ATB



Antes de responder, indaga la información del anexo 5, dialoga con tus compañeros y responde las interrogantes.

¿Cuál de los segmentos representa una bisectriz? Justifica tu respuesta.

¿Cuántas bisectrices se pueden trazar en el triángulo ATB?

¿Cuál de los segmentos representa una mediana? Justifica tu respuesta.

¿Cuántas bisectrices se pueden trazar en el triángulo ATB?

¿Cuál de los segmentos representa una mediatriz? Justifica tu respuesta.

¿Cuál de los segmentos representa su altura? Justifica tu respuesta.

¿Se cumplirán estas mismas propiedades para el triángulo HTP?

Tome como ejemplo el triángulo PTR, identifica su mediatriz, mediana, bisectriz y altura.

Planificación de Sesión de Aprendizaje
Area: Matemática

Número de Sesión: 08

Título de la Sesión:

"Elaboramos presupuestos para realizar el pintado de una casa"

Situación significativa

Al observar el mundo que nos rodea, podemos confirmar la existencia y presencia de las más variadas formas en los cuerpos materiales con los que convivimos. Los diferentes tipos de necesidades a las cuales se ha ido enfrentando el hombre a través de los años, han generado en el mismo la exigencia de pensar y a estudiar diferentes técnicas que le permitan, por ejemplo, efectuar mediciones, realizar desplazamientos o elaborar construcciones; y en este camino, se ha devenido hacia la concepción y el uso de las diversas figuras geométricas.

El estudio de los triángulos, conocida como una de las figuras geométricas más simples y utilizadas; ha sido de mucha importancia a través de la historia del hombre y existe una parte de la matemática encargada de realizar dicho estudio.

Competencias

ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN.

Capacidades

- Comunica y representa ideas matemáticas
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Selecciona información para obtener datos relevantes en situaciones de superficies, para expresar un modelo referido a relaciones métricas o el teorema de Pitágoras.
- Selecciona y combina estrategias para resolver problemas de área y volumen de cuerpos geométricos compuestos.
- Justifica sus conjeturas por medio de argumentaciones que incluyan puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades matemáticas.

Instrumentos de evaluación:

- Lista de cotejo
- Evaluación colaborativa utilizando el google drive
- Prácticas calificada

Secuencia didáctica:

Información:

Se les presenta una situación a los estudiantes:

La familia Gonzales ahorro en un tiempo determinado 650 soles, los cuales se han reservado para el pintado de su casa y algunas refacciones. Como parte de las mejoras de la casa se construyó un techo inclinado para proteger la casa de las lluvias, debido a este cambio, el pintor manifiesta que el costo del pintado se incrementará debido a que se pintará 30% más de superficie de pared. ¿Estás de acuerdo con ello? ¿Cuánto realmente aumentará el costo del pintado al variar la altura de los techos?

- El docente recoge las respuestas de sus estudiantes, procurando anotar aquellas que afirman un acuerdo o desacuerdo con lo planteado por el pintor, en base a este recojo reconoce qué saben y qué no saben respecto del cálculo de áreas de cuerpos compuestos y de las relaciones métricas.
- A continuación, el docente presenta el propósito de la sesión; recoge expectativas y absuelve dudas referidas a saberes previos : ***Selecciona datos relevantes de situaciones referidas a superficies y los expresa con modelos referido a relaciones métricas, teorema de Pitágoras o superficies de cuerpos geométricos.***

Orientación dirigida:

El docente invita a los estudiantes a organizarse en equipos para resolver la situación propuesta, e indica que inicien con la primera actividad, que implica analizar los cambios que se han producido en la casa antes y después de la mejora del techo. Cada grupo observa las imágenes de la casa antes y después de la refacción del techo, procurando interpretar los cambios que se han producido

- Los estudiantes se organizan y comparten sus ideas para dar respuesta a la siguiente interrogante:

  ¿Qué cambios se produjeron en los ambientes debido a la variación de la altura? Descríbelos y represéntalo en un gráfico.

Explicación:

- Luego de esta actividad los estudiantes comparten su conclusiones con toda la clase, el docente procura que comparen sus puntos de vista y valoren las conclusiones o condiciones identificados por el resto de equipos.
- Nuevamente luego del intercambio grupal, los equipos vuelven a sus grupos y plantean al menos dos estrategias de solución, que les permita estimar cuanta superficie más de pared se ha incrementado en toda la casa.
- Los estudiantes proceden a resolver la situación aplicando las estrategias planteadas, el docente recuerda que se procuren integrar las distintas opiniones y formas de resolver, calcular, representar o justificar los procesos de cada miembro del equipo, en especial el de los compañeros de menor rendimiento.

Orientación libre

- El docente monitorea el desarrollo de la actividad planteada, realiza seguimiento a los equipos e identifica quienes han propuesto soluciones innovadoras, formales, sintéticas o gráficas. Para decidir en qué orden se presentaran, la idea es que se de oportunidades a los distintos puntos de vista y formas de resolver, dando prioridad a estas en las exposiciones.
- Finalizada esta parte, invita a cada equipo a exponer la solución del problema, procurando elegir soluciones distintas pero acertadas, procurando que inicie la exposición a aquel que tiene una solución acertada pero que genere discusiones constructivas y nuevas perspectivas del problema.

Recuerda a los equipos elegir un compañero quien estará a cargo de presentar el trabajo.

Integración

- El docente felicita a los estudiantes por su participación en la actividad y destaca los conceptos o relaciones geométricas que les ayudaron a resolver la situación planteada.
  - Relaciones métricas en formas triangulares, teorema de Pitágoras
  - Composición o descomposición de formas en áreas equivalentes.
  - Área de formas geométricas compuestas.
  - Altura promedio frente a alturas variadas.

El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:

- ¿En qué porcentaje se aumentó la superficie a pintar? ¿Qué estimación le propondrías hacer a la familia Gonzales? Proponles un procedimiento más corto y fácil de realizar.
- ¿Alcanzó el dinero de los ahorros para realizar el repintado de paredes?

Materiales y recursos:

Materiales:

- Pizarra, mota, plumones de colores.
- Recursos digitales: URL: http://etgeometria4.blogspot.pe/

Pizarra interactiva, internet, videos

Anexos:

- Libros digitales, practicas calificadas
- Sitio web donde se brinda sugerencias para elaborar presupuestos de pintado de casas. http://es.wikihow.com/calcular-costos-de-trabajos-de-pintura

Anexo 1

Ficha de trabajo

Propósito:

- Hacer uso de los sistemas de ecuaciones para dar solución a la situación presentada.

Nombre del grupo:			Fecha: .../.../.........
Integrantes de grupo:			

Actividad 1

CALCULANDO COSTOS POR SERVICIO DE PINTADO

La familia Rodríguez ha ahorrado en los últimos meses 650 soles, los cuales se destinaran para el pintado y refacción de las paredes interiores de su casa. Como parte de las mejoras de la casa, se trasformó el techo haciéndolo inclinado para proteger la casa de las lluvias; debido a este cambio el pintor manifiesta que el costo del pintado se incrementará en un 30% más, porque se ha aumentado la superficie de las paredes.

Observa las imágenes de la casa antes y después de la refacción del techo.

1. ¿Estás de acuerdo con lo señalado por el pintor? ¿Por qué?

…….
…….
…….
…….

1. ¿Cuánto realmente aumentará el costo del pintado al variar la altura de los techos? Considera que el pedido de la familia era pintar los interiores de la casa usando 3 colores distintos, además solo las paredes de los baños son ásperas.

<u>Toma en cuenta que el pintor:</u>

Elabora su presupuesto considerando la cantidad de metros cuadrados de pared, la cantidad de pintura que usará, la dificultad del trabajo, los gastos de traslado que se requieran y el costo de la mano de obra.

El albañil manifiesta que, el costo por mano de obra es:

- 3 soles por cada metro cuadrado si pinta las paredes de un solo color.

- 5 soles cada metro cuadrado si hace dos cambios de colores.

- 7 soles cada metro cuadrado si hace tres o cuatro cambios de colores.

Si las paredes son muy ásperas cobrará S/. 1 más por metro cuadrado puesto que requieren ser empastada y alisada. Finalmente sumaría al costo total 50 soles por gastos de traslado de materiales.

Sustenta tu propuesta usando tablas, gráficos, cálculos o tus conocimientos matemáticos.

Planificación de Sesión de Aprendizaje
Área: Matemática

Número de Sesión: 09

Título de la Sesión:

"Calculando distancias y pendientes en mapas topográficos"

Situación significativa

Al observar el mundo que nos rodea, podemos confirmar la existencia y presencia de las más variadas formas en los cuerpos materiales con los que convivimos. Los diferentes tipos de necesidades a las cuales se ha ido enfrentando el hombre a través de los años, han generado en el mismo la exigencia de pensar y a estudiar diferentes técnicas que le permitan, por ejemplo, efectuar mediciones, realizar desplazamientos o elaborar construcciones; y en este camino, se ha devenido hacia la concepción y el uso de las diversas figuras geométricas.

El estudio de los triángulos, conocida como una de las figuras geométricas más simples y utilizadas; ha sido de mucha importancia a través de la historia del hombre y existe una parte de la matemática encargada de realizar dicho estudio.

Competencias

ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN.

Capacidades

- Comunica y representa ideas matemáticas
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Adapta y combina estrategias al resolver problemas con mapas o planos usando recursos gráficos y otros
- Describe diseños de planos a escala con regiones y formas bidimensionales.

Instrumentos de evaluación:

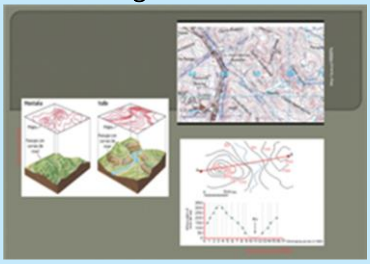
- Lista de cotejo
- Evaluación colaborativa utilizando el google drive
- Prácticas calificada

Secuencia didáctica:

Información:

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y presenta imágenes de tipos de mapa a escala (ver anexo 2). Se recoge los saberes previos, planteando las siguientes interrogantes :

  - ¿Qué representan cada uno de los dibujos?
  - ¿Qué características se puede observar en cada uno de las imágenes?
  - ¿En qué mapa podemos identificar el nivel de ubicación, es decir a que altitud se encuentra dicha ciudad con respecto al mar u otra ciudad?
  - ¿Es fácil calcular la distancia de dos ciudades en un plano topográfico?

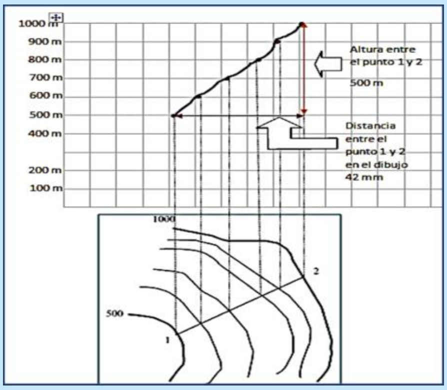


Los estudiantes responden a las interrogantes en tarjetas de cartulina, el docente organiza y sistematiza la información de acuerdo a los conocimientos previos. Luego se brinda el propósito de la clase: Determinan *distancias, altitud, altura, pendiente en mapas topográficos.*

Orientación dirigida:

- El docente invita a los estudiantes a leer la información que se presenta en el anexo 1 sobre diferentes mapas y que significa cada uno de ellos, (ver anexo 1).
- Los estudiantes de forma individual leen la información que se presenta en el anexo 1 "Puno: deslizamiento de cerro aísla al distrito de Ollachea".
- Los estudiantes de forma individual responden a la interrogante:
  a. De acuerdo a la información puedes determinar la distancia de la ciudad de Ollachea hasta el cerro Coytapata.
  b. ¿Cómo podemos determinar la pendiente del cerro Coytapata respecto a la ciudad de Ollachea?

Los estudiantes de manera individual realizan la actividad 1 (ver ficha de anexo 1), en esta actividad los estudiantes determinan la distancia real haciendo uso de la escala que se muestra en la imagen, calculan la pendiente haciendo uso de una fórmula y una calculadora científica del siguiente enlace http://goo.gl/SHnTSi
El docente brinda apoyo a los estudiantes para el cálculo de las distancias y pendientes mostrando el siguiente gráfico en un PPT



Explicación:

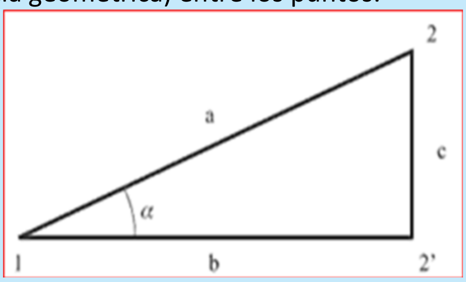
En el triángulo adjunto se representa los puntos 1 y 2, así como los datos conocidos (distancia altimétrica o altura entre los dos puntos0 y calculados (distancia geométrica) entre los puntos.

b: distancia geométrica entre 1 y 2
c: distancia altimétrica entre las curvas de nivel 1000 – 500 =.......

$$Pendiente\ \% = \frac{Distancia\ en\ vertical}{Distancia\ en\ horizontal} \cdot 100$$

$$Tangente\ \alpha = \frac{distancia\ en\ vertical}{distancia\ en\ horizontal}$$

$$arcTangente\left(\frac{distancia\ en\ vertical}{distancia\ en\ horizontal}\right) = \alpha$$



- El docente monitorea y tomará atención sobre el cálculo de los datos que realizan los estudiantes.
- Los estudiantes formados en equipo, desarrollan la actividad 2 (ver ficha de anexo 1), en esta actividad los estudiantes realizan mediciones en el dibujo para encontrar la medida real de las distancias entre dos puntos y la pendiente entre estos, haciendo uso de la escala indicada en el mapa. El docente monitorea el desarrollo de las preguntas propuestas y toma atención a los cálculos que realizan los estudiantes.

Orientación libre

- Los estudiantes en equipo de trabajo realizan la actividad 03 (ver ficha de anexo 1), en esta actividad los estudiantes encontrarán pendientes y distancias entre dos puntos del distrito de Ollachea, para el cálculo de las pendiente hacen uso una calculadora científica o una calculadora en la web http://goo.gl/SHnTSi .
- Finalmente, el docente invita a que cada grupo exponga sus resultados de las actividades desarrolladas. Indica que el propósito de esta parte es compartir las dificultades y formas en que fueron superadas, así como los resultados obtenidos y el margen de error que tienen sus medidas.

Integración

- El docente con la ayuda de los estudiantes plantean las siguientes conclusiones:
  - Las curvas de nivel sirven para representar relieves y altitudes.
  - La pendiente es la relación constante entre la distancia vertical y la distancia horizontal de cualquiera de dos puntos en el espacio

Materiales y recursos:

Materiales:

- Pizarra, mota, plumones de colores.
- Recursos digitales: URL: http://etgeometria4.blogspot.pe/

  Pizarra interactiva, internet, videos

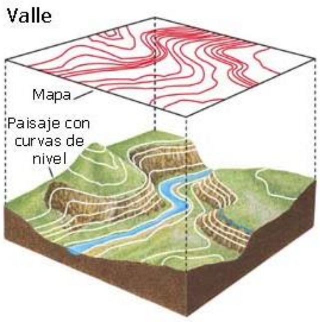
Anexos:

- Libros digitales, practicas calificadas
- https://geoiesblasdeotero.wordpress.com/2014/09/21/como-calcular-distancias-y-pendientes-en-un-mapa-topografico/
- https://es.scribd.com/doc/301715814/Distancias-y-Pendientes
- http://enciclopedia.us.es/index.php/C%C3%A1lculo_de_la_pendiente

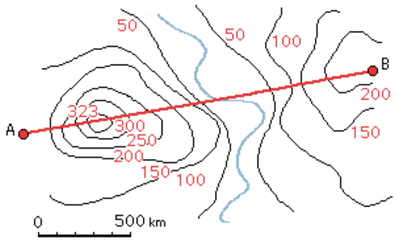
Anexo 01. Lecturas

Lectura 1: <u>Para informarse:</u>

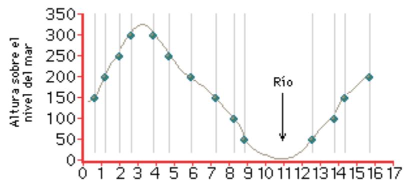
Cuando se camina por nuestra ciudad o fuera de ella es importante no sólo conocer las distancias que hay que recorrer sino también el desnivel de los distintos tramos del recorrido que se está llevando a cabo. Para esto existen mapas que representan en el plano las distintas alturas: las siguientes imágenes te ayudarán a entender cómo realizar los mapas y cómo hay que interpretarlos.



Dada la forma tridimensional de una parte de terreno, se dibujan sobre una superficie plana algunas líneas curvas, llamadas curvas denivel, en las que confluyen todos los puntos que tienen la misma cota.



Cerca de algunas curvas de nivel se indica la altura en metros respecto al nivel del mar.



El gráfico representa un perfil altimétrico del sendero. Por ejemplo, cuando hemos recorrido 300 metros del camino nos encontramos en una cota de unos 150 metros.

Lectura:

<u>Puno: deslizamiento de cerro aísla al distrito de Ollachea</u>

Domingo, 26 de Enero 2014 | 11:22 am

El deslizamiento del cerro Coytapata ha dejado incomunicado al distrito de Ollachea, ubicado en la provincia puneña de Carabaya, y además pueblos que se encuentran en la ruta del corredor vial Interoceánico Sur.

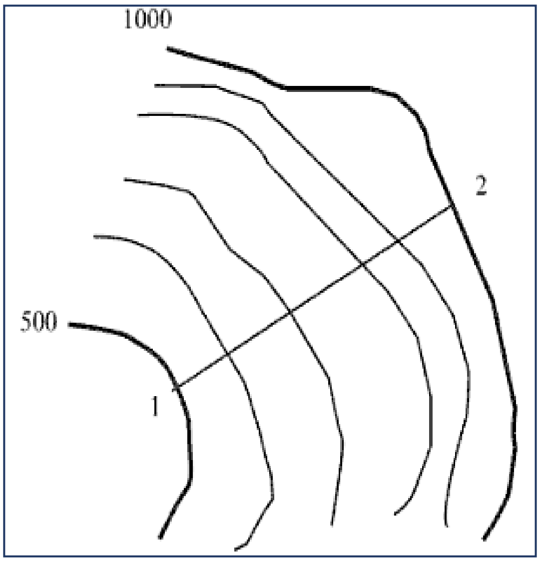
En la zona cae una torrencial lluvia, lo que pone en riesgo la salud de los pasajeros que se encuentran varados. Incluso algunos vehículos provenientes de Madre de Dios han decido retornar.

a. De acuerdo a la información puedes determinar la distancia de la ciudad de Ollachea hasta el cerro Coytapata.
b. ¿Cómo podemos determinar la pendiente del cerro Coytapata respecto a la ciudad de Ollachea?

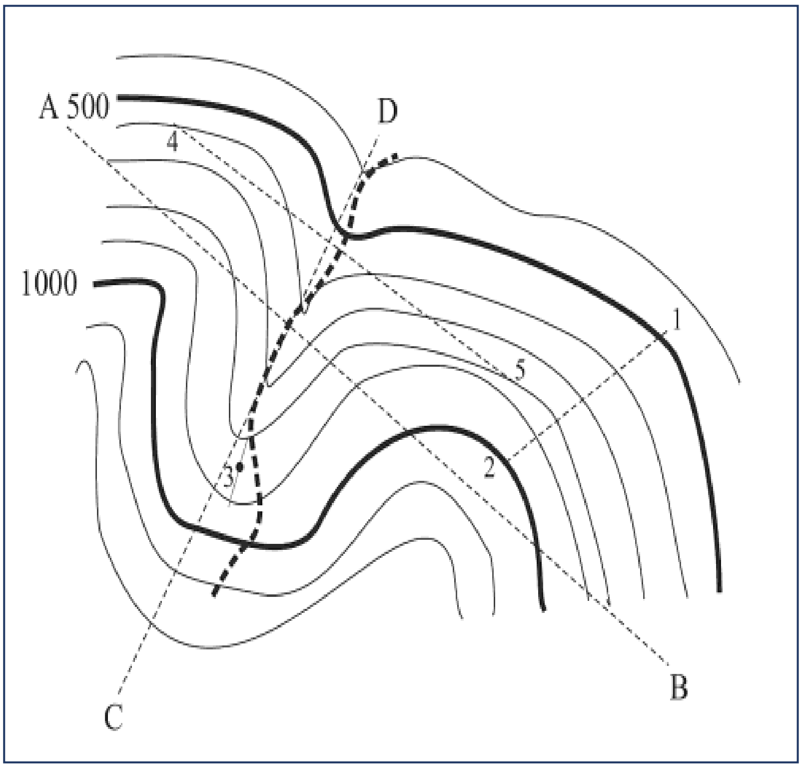
Anexo 2: Ficha de trabajo

Nombre del grupo:			Fecha: …/…/………
Integrantes de grupo:			

Actividad 1: El siguiente gráfico muestra las curvas de nivel de un mapa topográfico. Si la distancia del punto 1 al punto 2 es de 42 mm en el mapa. Determina la distancia real, si la escala es de 1:25000, (aquí la distancia que se halla es la distancia horizontal)

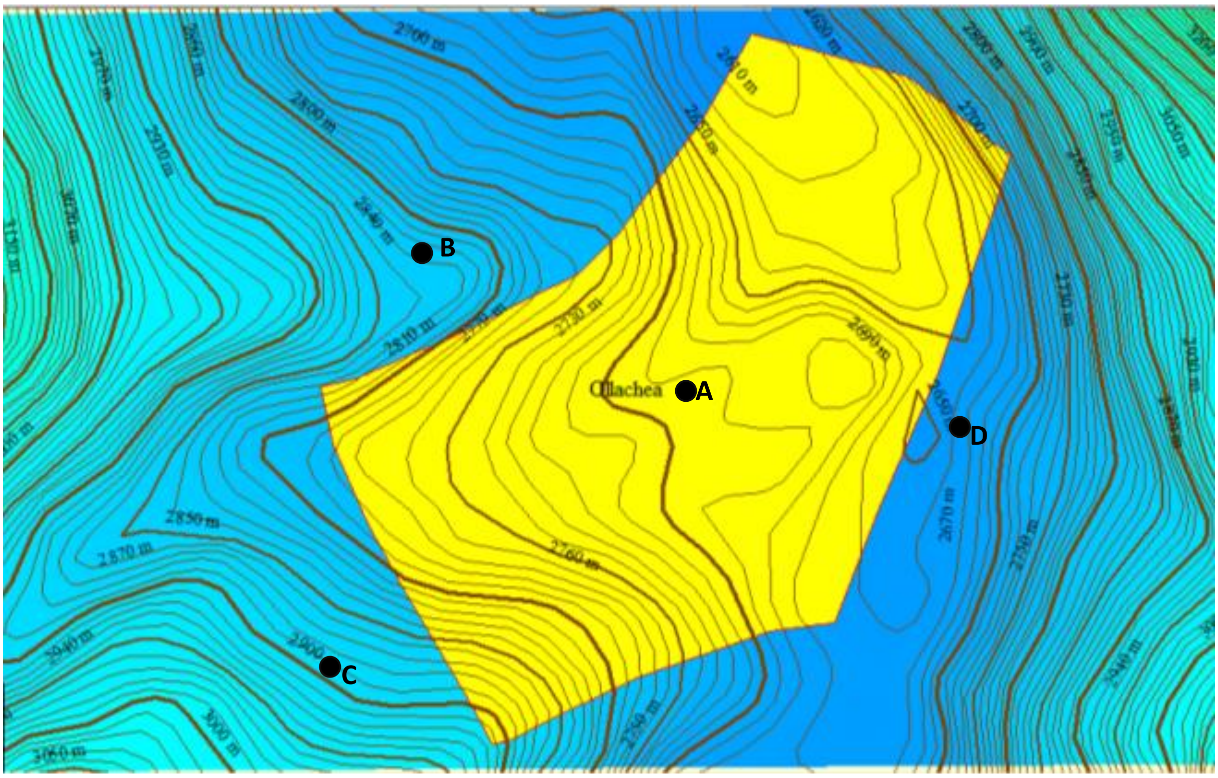


Actividad 2: El gráfico muestra un mapa topográfico de una región a una escala de 1: 25000, mediante una regla realiza mediciones y calcula:



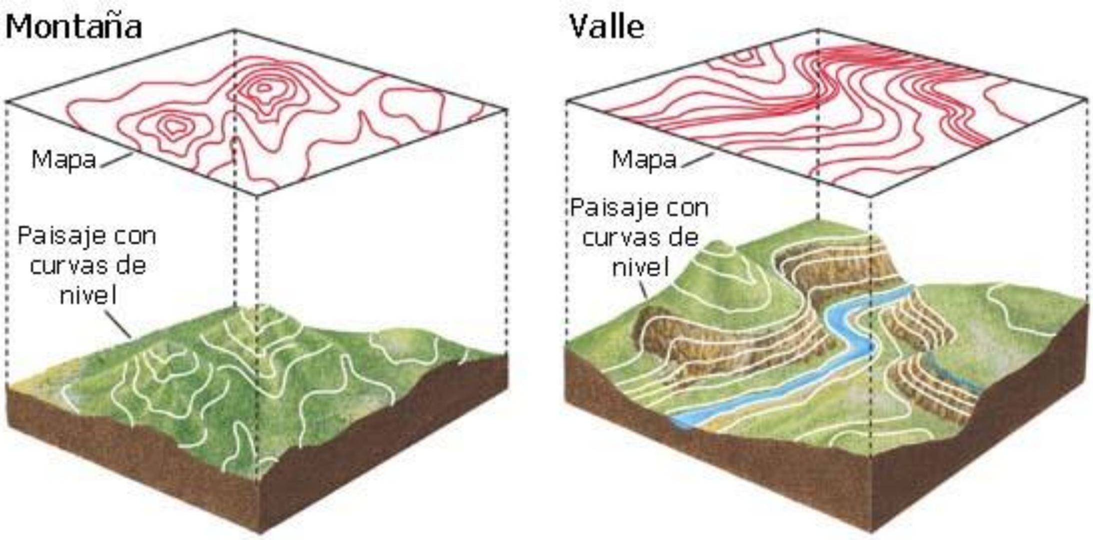
a. La distancia real entre los puntos 1 y 2.
b. La pendiente de los puntos 1 y 2.
c. La distancia y su pendiente entre los puntos 4 y 5.
d. La altitud aproximada del punto 3.

Actividad 3: En el mapa aparecen las curvas de nivel del distrito de Ollachea, los puntos negros indican zonas donde se originan algunos riesgos de deslizamiento de tierra por las lluvias fuertes producidas en Ollachea.

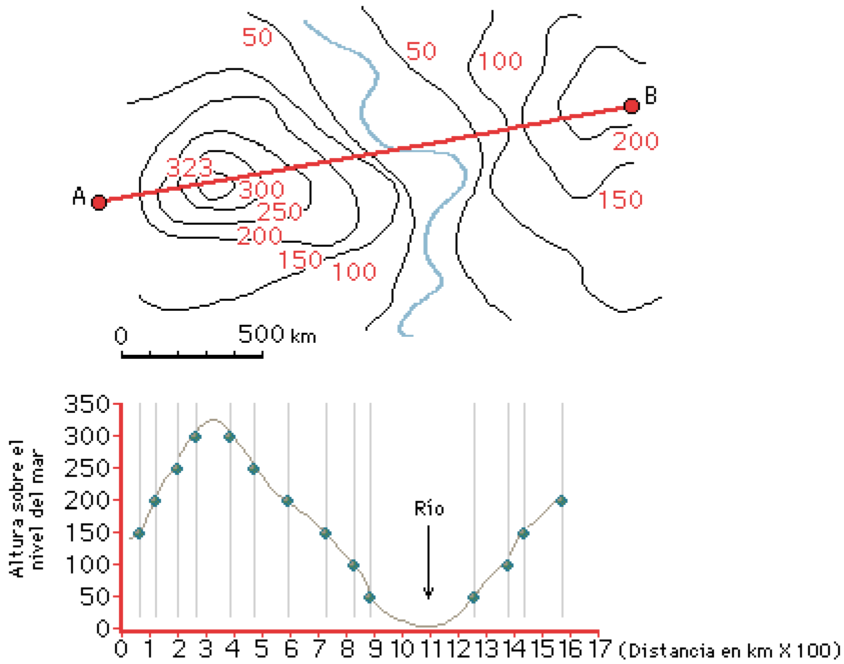


a. Calcula la distancia y la pendiente entre los puntos A y C.
b. Calcula la distancia y la pendiente entre los putos D y C.
c. Determina la altitud aproximada del Punto B

ANEXO 03: IMÁGENES



http://goo.gl/IvBwv6



http://goo.gl/79K5Es

Planificación de Sesión de Aprendizaje
Área: Matemática

Número de Sesión: 10

Título de la Sesión:

"Calculamos el área y volumen de los prismas, pirámides y conos"

Situación significativa

Al observar el mundo que nos rodea, podemos confirmar la existencia y presencia de las más variadas formas en los cuerpos materiales con los que convivimos. Los diferentes tipos de necesidades a las cuales se ha ido enfrentando el hombre a través de los años, han generado en el mismo la exigencia de pensar y a estudiar diferentes técnicas que le permitan, por ejemplo, efectuar mediciones, realizar desplazamientos o elaborar construcciones; y en este camino, se ha devenido hacia la concepción y el uso de las diversas figuras geométricas.

El estudio de los triángulos, conocida como una de las figuras geométricas más simples y utilizadas; ha sido de mucha importancia a través de la historia del hombre y existe una parte de la matemática encargada de realizar dicho estudio.

Competencias

ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN.

Capacidades

- Matematiza situaciones
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Selecciona un modelo relacionado a prismas o pirámides al plantear y resolver problemas.
- Halla el área, perímetro y volumen de prismas y pirámides descomponiendo formas geométricas cuyas medidas son conocidas, usando recursos gráficos y otros.

Instrumentos de evaluación:

- Lista de cotejo
- Evaluación colaborativa utilizando el google drive
- Prácticas calificada

Secuencia didáctica:

Información:

- El docente organiza grupos de trabajo de 4 integrantes cada uno. Luego, presenta el video titulado: “Riego tecnificado para pequeños agricultores de Cascas”, el cual se encuentra en el siguiente enlace: https://www.youtube.com/watch?v=ba_A8bytk9c (Tiempo sugerido 3:26m)
    - El docente plantea las siguientes interrogantes:

¿Qué características tiene el reservorio de agua?
¿Qué forma tendrán las caras laterales y la cara del fondo del reservorio?
En tu localidad existen construcciones de reservorios. ¿Qué forma tienen?

- El docente da a conocer el propósito de la sesión, que consiste en ***seleccionar diseños de construcción relacionadas a prismas y pirámides para dar solución a problemas sobre áreas y volúmenes.***

Orientación dirigida:

- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, desarrollan la actividad 1 (anexo 1):

1. Se presentan una variedad de reservorios de agua que han sido construidos por diferentes comunidades para regar sus sembríos.

- De los reservorios de agua mostrados:
    - **a.** Describe las características de cada uno de ellos.
    - **b.** Selecciona aquellos cuyas construcciones representan prismas. Justifica tu respuesta.
    - **c.** Selecciona el modelo de prisma que representa a los reservorios 1 y 3, encerrándolos con una circunferencia.

2. Identifica si cada figura corresponde a la de un sólido. Es decir si se puede doblar y se forma un sólido. Puedes hacerlo con solo observar el dibujo. De no ser así, se sugiere recortar una copia del dibujo y tratar de doblarla. Si la figura corresponde a un sólido, describe la forma que crea. Si no, explica en qué está mal.

Explicación:

- En esta actividad el docente orienta a los estudiantes a seleccionar de un conjunto de figuras, describir un modelo que corresponde al de un prisma o el de una pirámide, que representen sus construcciones.
- Los estudiantes en equipos de trabajo desarrollan la actividad 2 (anexo 1) que consiste en resolver problemas relacionada al cálculo de áreas y volúmenes de prismas, pirámides y conos.

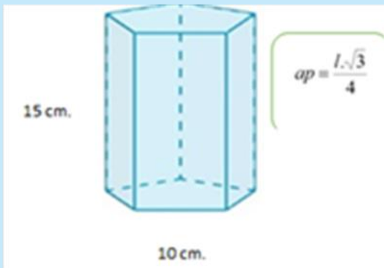
1.- El reservorio de agua presentado en el video contiene un volumen de 3 100 m^3 de agua, además, se sabe que tiene una altura de 4 m.

2.- La edificación del "*The Westin Lima Hotel & Convention Center*" ubicado en nuestra capital, tiene una altura de 120 m. Se sabe que este representa a un prisma cuadrangular cuya superficie (área lateral) es de 72 000 m^2.

a. Calcular el lado de la base de dicho edificio.
b. ¿Cuántos m^2 de vidrio se consideró en cada cara lateral sabiendo que el 20% del área se prevé para la separación entre vidrio y vidrio?
c. Calcular el volumen

3.- Manuel, empleado de una vidriería, aprovecha las piezas sobrantes para elaborar depósitos de azúcar. Observa el modelo que hizo:

Calcular:
a. El total de vidrio que utilizó
b. El volumen de azúcar que puede depositar



4.- Eloy compra un helado de fresa. Tomando las medidas se da cuenta que el radio del barquillo mide 2 cm y la altura 8 cm.

a. ¿Qué cantidad de helado disfrutará Eloy sabiendo que dicho helado se encuentra al ras del barquillo?
b. Describe geométricamente el barquillo y calcula la cantidad de galleta que se utiliza**.**

Orientación libre

- En esta actividad el docente orienta a los estudiantes para resolver problemas a partir de modelos relacionadas a los prismas y pirámides haciendo uso de propiedades y diversas estrategias de solución.

- Los estudiantes, en equipo de trabajo, resuelven los problemas empleando representaciones gráficas y usando modelos reconociendo las características y los elementos de los prismas, pirámides y conos así como empleando diversas estrategias.

Integración

- El docente promueve la reflexión de los estudiantes sobre situación desarrollada y da énfasis a la importancia de resolver problemas de contexto relacionadas a los prismas y pirámides.

- Un hexágono regular está formado por 6 triángulos equiláteros. Como el área de un triángulo equilátero de lado "l" es $\frac{l^2.\sqrt{3}}{4}$, entonces el área de la región hexagonal es 6 veces esa cantidad.
- La apotema es el segmento perpendicular trazada desde el centro de un polígono regular a cualquiera de sus lados.

$$ap = \frac{l.\sqrt{3}}{4}$$

- El docente finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes: ¿En qué otras situaciones encontramos los números fraccionarios y porcentajes? ¿Qué aprendimos? ¿Cómo lo aprendimos? ¿Nos sirve lo que aprendimos? ¿Dónde podemos utilizar lo que aprendimos?

Materiales y recursos:

Materiales:

- Pizarra, mota, plumones de colores.
- Recursos digitales: URL: http://etgeometria4.blogspot.pe/

Pizarra interactiva, internet, videos

Anexos:

- Libros digitales, practicas calificadas
- http://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/prismas.html
- http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/prisma/
- http://www.aulafacil.com/cursos/l7710/secundaria-eso/matematicas-secundaria-eso/matematicas-segundo-eso-13-anos/piramides
- http://www.matematicasvisuales.com/html/geometria/planenets/cone.html

Planificación de Sesión de Aprendizaje
Área: Matemática

Número de Sesión: 11

Título de la Sesión:

" Poliedros y cuerpos de revolución"

Situación significativa

Al observar el mundo que nos rodea, podemos confirmar la existencia y presencia de las más variadas formas en los cuerpos materiales con los que convivimos. Los diferentes tipos de necesidades a las cuales se ha ido enfrentando el hombre a través de los años, han generado en el mismo la exigencia de pensar y a estudiar diferentes técnicas que le permitan, por ejemplo, efectuar mediciones, realizar desplazamientos o elaborar construcciones; y en este camino, se ha devenido hacia la concepción y el uso de las diversas figuras geométricas.

El estudio de los triángulos, conocida como una de las figuras geométricas más simples y utilizadas; ha sido de mucha importancia a través de la historia del hombre y existe una parte de la matemática encargada de realizar dicho estudio.

Competencias

ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN.

Capacidades

- Matematiza situaciones
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Selecciona y combina estrategias para resolver problemas de área y volumen de cuerpos geométricos compuestos, poliedros y de revolución.
- Examina modelos basados en cuerpos geométricos compuestos y de revolución al plantear y resolver problemas.

Instrumentos de evaluación:

- Lista de cotejo
- Evaluación colaborativa utilizando el google drive
- Prácticas calificada

Secuencia didáctica:

Información:

- El docente da la bienvenida a los estudiantes, luego les presenta imágenes de tachos de basura de diferentes formas en un PPT, fotocopia o papelote o recortes de catálogos.

El docente recoge los saberes previos mediante las siguientes interrogantes

- ¿Qué formas tienen los recipientes que se muestran en la imagen? ¿Por qué? Determina cuál es su capacidad.
- Elige un modelo y calcula su volumen. Explica el procedimiento que utilizaste.
  El docente organiza la información, pero no emite juicios de valor sobre si las respuestas son correctas o incorrectas.
- El docente presenta los propósitos de la sesión: ***Identifica qué cuerpos geométricos componen el sólido representado por el tacho para calcular su área y volumen.***

Orientación dirigida:

- Los estudiantes desarrollan en equipo la actividad 1 de la ficha de trabajo (anexo 2). En esta actividad, los estudiantes observan solidos geométricos compuestos, identifican que solidos geométricos lo componen o puede unir para construirlos. Calculan su volumen total, buscan la relación entre los volúmenes, determinan la cantidad de CO_2 que se ahorraría en cada uno de los recipientes y determinan el que tenga mayor capacidad.

Explicación:

- Durante el proceso de solución, el docente monitorea el trabajo, si es necesario, brinda sugerencias a los estudiantes en la realización de sus cálculos.
- Luego, desarrollan la actividad 2 (anexo 2). En esta actividad, los estudiantes calculan el volumen y área total de los tipos de recipientes que se presenta en una imagen y calculan la cantidad de CO_2 que se ahorraría en cada uno de ellos. El docente brinda apoyo a los estudiantes durante el proceso.

Orientación libre

- Los estudiantes, organizados en equipos de trabajo, desarrollan la actividad 3 (anexo 2). En esta actividad, los estudiantes calculan la cantidad de material ECOMAT que se requiere para levantar una casa ecológica, que está representada mediante un plano, determinan la cantidad de plástico que se reutilizó para levantar las paredes y cuántos kilogramos de CO2 se ahorrarían al reutilizar el plástico.
- El docente monitorea y brinda apoyo a los estudiantes absolviendo las dudas que se puedan presentar al realizar la actividad. Además, toma nota de cómo los estudiantes realizan sus cálculos.

Integración

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
  - **¿Qué estrategia realizaste para calcular el volumen de un cuerpo geométrico compuesto?**
  - **¿Para qué nos sirve el desarrollo del tema tratado?**

• Los estudiantes durante la última semana que dura la unidad, deben ir seleccionando los recursos trabajados en las sesiones, para incorporarlas en los trípticos informativos. Recomienda a los equipos, definir aspectos clave en la información producida, por ejemplo: qué es el calentamiento global, qué lo produce, cuál es la cantidad de gases, qué hacer para prevenir la emanación de CO2, y cuáles son las alternativas para el reciclaje de la basura en su institución educativa.

Materiales y recursos:

Materiales:

- **Pizarra, mota, plumones de colores.**
- **Recursos digitales:** URL: **http://etgeometria4.blogspot.pe/**

  Pizarra interactiva, internet, videos

Anexos:

- Libros digitales, practicas calificadas
- http://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/prismas.html
- http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/prisma/
- http://www.aulafacil.com/cursos/l7710/secundaria-eso/matematicas-secundaria-eso/matematicas-segundo-eso-13-anos/piramides
- http://www.matematicasvisuales.com/html/geometria/planenets/cone.html

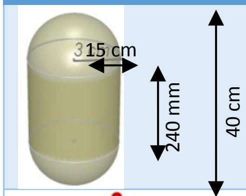
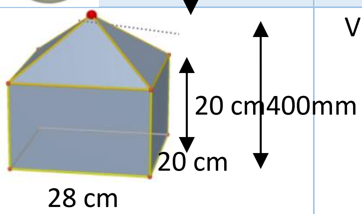
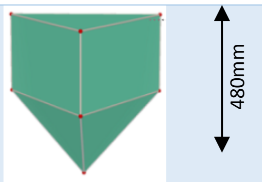
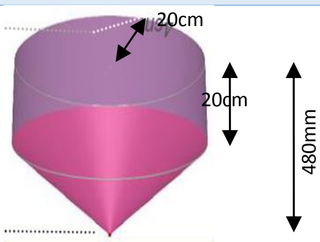
Anexo 1

Ficha de trabajo

Nombre del grupo:			Fecha: ...../....../.........
Integrantes de grupo:			

Actividad 1

Para mejorar el manejo de la basura en las calles, algunos alcaldes distritales de la ciudad de Lima han visto necesario tener recipientes de basura clasificados por colores: el verde para el vidrio, el anaranjado para la materia orgánica, el azul para el papel y el cartón, y el amarillo para el aluminio. A continuación se muestran algunos modelos:

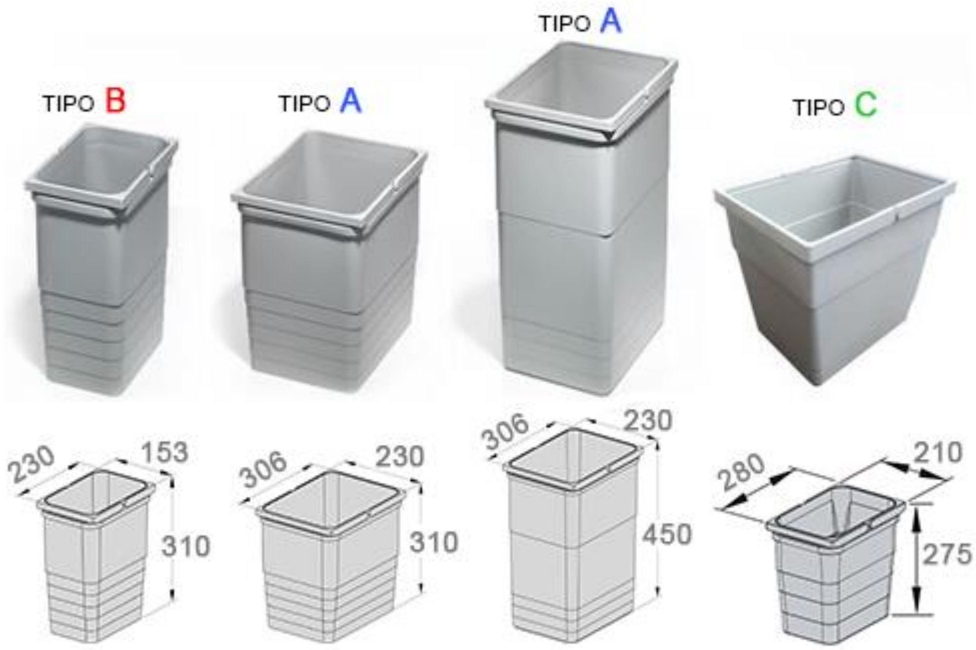
Forma del recipiente	Fórmula del volumen 1:	Fórmula del volumen 2:	Fórmula del volumen total:	¿Cuál es la relación del volumen 1 respecto al volumen 2?
	Volumen de la semiesfera:	Volumen del cilindro:		
	Volumen de la pirámide:	Volumen del prisma rectangular:		
 **Si el tetraedro tiene como arista 20 cm.**	Volumen del prisma triangular:	Volumen de la pirámide triangular:		
	Volumen del cono:	Volumen del cilindro:		

- Usando los datos de la tabla, ordena los contenderos de basura en función a su volumen.

- Calcula la cantidad de CO2 que se ahorraría por la cantidad total de basura contenida en cada uno de los recipientes, si se recicla adecuadamente la materia orgánica. Justifica tu respuesta usando tus conocimientos matemáticos y los datos sobre el CO2 producido por la basura.

Actividad 2

Después de reunir fondos, una institución educativa decidió comprar tachos para reciclar papeles, plástico y vidrios. Las dimensiones están en milímetros.



A partir de los datos del gráfico mostrado:

a. Calcula el volumen de cada uno de los tipos de recipientes.
b. Calcula la cantidad de CO2 que se ahorraría por cada uno de los recipientes, si se recicla adecuadamente el vidrio molido.

Actividad 3

El ECOMAT

ECOMAT es un material de construcción inventado por Ecomat Research, que funciona como piezas de *Lego* y que está construido 100% con plástico reciclado de vertedero. Con estos ladrillos se pueden construir paredes rápida y fácilmente (no necesitan mortero, ni conocimientos especiales) y, además, tienen excelentes propiedades anti-sísmicas y resistencia superior al fuego, pesan poco, y son buenos aislantes del ruido y la temperatura.

http://goo.gl/TOlpQ2

El diseño consiguió el Premio al Producto Innovador 2008 del Ministerio de Infraestructuras italiano.

Tiene las siguientes dimensiones:

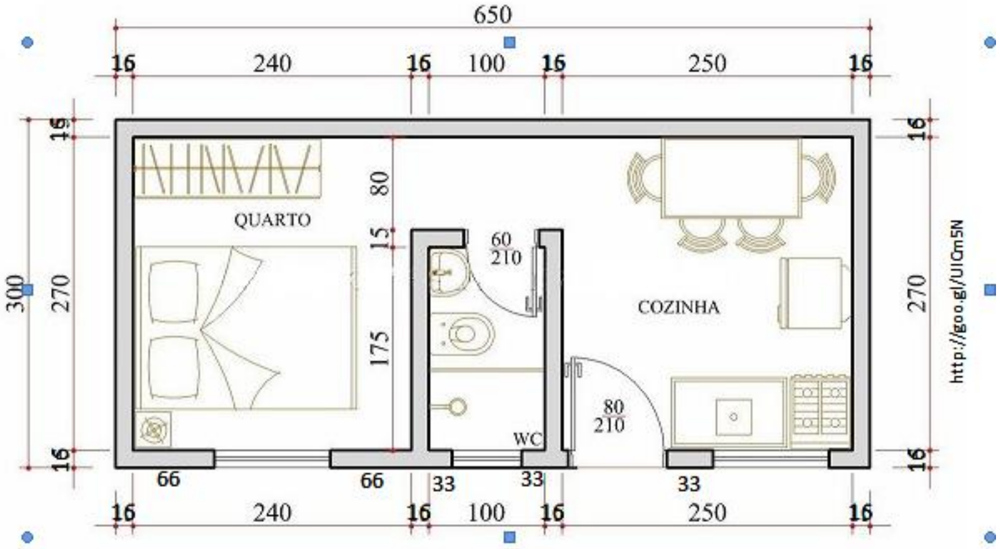
8,00 x 25,00 x 33,00 cm. – 1.49 kg de peso.
16,00 x 25,00 x 33,00 cm. – 3,32 kg de peso.

Ecomat Research Ltd es el primer productor y proveedor en el mundo de un sistema de construcción ecológica y eco-compatibles, con altos niveles de desempeño tecnológico.

http://goo.gl/TOlpQ2

http://goo.gl/DFjj1J

a. Calcula la cantidad de ladrillos ECOMAT que entran en los muros del siguiente plano (las medidas están dadas en cm, la altura de las paredes es de 2,10 m, la altura en que se encuentran las ventanas es de 4 ladrillos ECOMAT).



b. Determina cuántos kilogramos de plástico se reutilizaron para alzar las paredes de la casa.
c. ¿Cuántos kilogramos de CO2 ahorramos al reutilizar el plástico?

Anexo 2:
LISTA DE COTEJO

UNIDAD 8
4to de Secundaria
SESIÓN 11/12

Sección: …………………..

Docente responsable: ……………………………………………………………………………

N°	Estudiantes	Selecciona y combina estrategias para resolver problemas de área y volumen de cuerpos geométricos compuestos, poliedros y de revolución.				Examina modelos basados en cuerpos geométricos compuestos y de revolución al plantear y resolver problemas.			
		Seleccionan conceptos, procedimiento y estrategias de solución para calcular el área o volumen		Adaptan o combinan estrategias para resolver una situación por un método de manera más eficiente.		Identifica qué cuerpos geométricos conocidos componen el sólido representado por el tacho para calcular su área y volumen.		Establece relación entre los datos de la situación y los elementos o propiedades de solidos geométricos.	
		Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									
22									
23									
24									
25									

Planificación de Sesión de Aprendizaje
Area: Matemática

Número de Sesión: 12

Título de la Sesión:

" Transformaciones geométricas en los Tocapus Incas"

Situación significativa

Al observar el mundo que nos rodea, podemos confirmar la existencia y presencia de las más variadas formas en los cuerpos materiales con los que convivimos. Los diferentes tipos de necesidades a las cuales se ha ido enfrentando el hombre a través de los años, han generado en el mismo la exigencia de pensar y a estudiar diferentes técnicas que le permitan, por ejemplo, efectuar mediciones, realizar desplazamientos o elaborar construcciones; y en este camino, se ha devenido hacia la concepción y el uso de las diversas figuras geométricas.
El estudio de los triángulos, conocida como una de las figuras geométricas más simples y utilizadas; ha sido de mucha importancia a través de la historia del hombre y existe una parte de la matemática encargada de realizar dicho estudio.

Competencias

ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN.

Capacidades

- Matematiza situaciones
- Razona y argumenta
- Elabora y usa estrategias

Indicadores

- Examina propuestas de modelos que combinan traslación, rotación y reflexión de figuras respecto a un eje de simetría.
- Realiza proyecciones y composición de transformaciones de traslación, rotación, reflexión y de homotecia con segmentos, rectas y formas geométricas en el plano cartesiano al resolver problemas, usando recursos gráficos y otros.

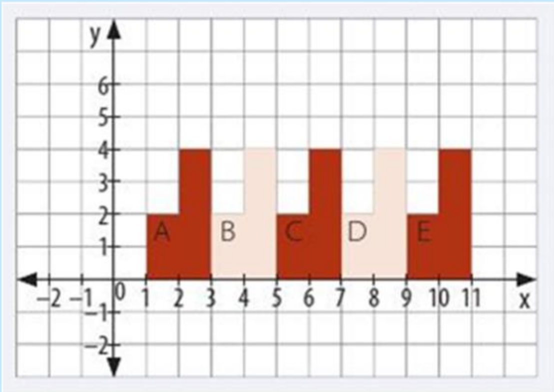
Instrumentos de evaluación:

- Lista de cotejo
- Evaluación colaborativa utilizando el google drive
- Prácticas calificadas

Secuencia didáctica:

Información:

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y presenta la siguiente situación a los estudiantes.
  Felipe quiere pintar un jarrón estilo inca, para lo cual diseñó el patrón en una hoja cuadriculada.



- El docente recoge los saberes previos planteando interrogantes:
  - ¿Qué transformaciones se aplicaron a la figura A y B para obtener las figuras C, D y E?
  - ¿Cuántos espacios se han traslado los vértices de la figura B para obtener la figura C? ¿De qué forma se ha realizado el desplazamiento?
  - ¿Cuántos espacios se han traslado los vértices de la figura C para obtener la figura D? ¿De qué forma se ha realizado el desplazamiento?
- Los estudiantes responden a las interrogantes en hojas de papel o tarjetas de cartulina.
- El docente organiza y sistematiza la información de acuerdo a los conocimientos previos de los estudiantes.
- El docente presenta los propósitos de la sesión son: **Identificar transformaciones geométricas en diseños incas, Realizar traslaciones de figuras donde se observan transformaciones geométricas.**

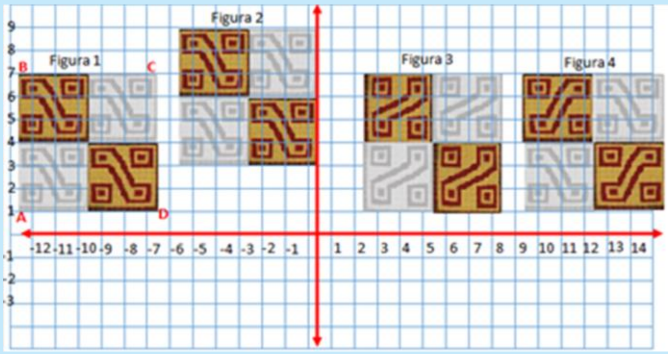
Orientación dirigida:

- El docente comunica a los estudiantes dónde priorizará la observación de las acciones realizadas por el estudiante para lograr el propósito de la sesión.
- El docente brinda indicaciones sobre los compromisos para el desarrollo de las actividades.
  - Organizarse en equipos para que todos los estudiantes tengan un nivel de participación equitativo en el desarrollo de las actividades.
  - Realizar las actividades de acuerdo a las indicaciones del docente.
  - Compartir sus ideas y procedimientos con todos los integrantes del equipo.
    Respetar la participación y opinión de los integrantes del equipo para el adecuado desarrollo de las actividades.
  - Se toman en cuenta las participaciones de los estudiantes para el desarrollo de las actividades.
  - Se organizar en cuanto al rol debe cumplir cada uno de los integrantes del grupo para el desarrollo de las actividades.

Explicación:

- Los estudiantes en equipo, y con el apoyo de la sesión anterior, realizan la actividad 1 de la ficha de trabajo (anexo 1). En esta actividad, el estudiante evalúa y verifica el desplazamiento horizontal y vertical de cada una de las figuras, así como el reconocimiento del ángulo de giro respecto a un punto, y el eje de simetría respecto a una figura inicial.

En esta actividad se presenta un plano cartesiano en el que se está representando por partes el diseño del tocapu



De acuerdo a las figuras presentadas en el plano cartesiano, los estudiantes evalúan las siguientes condiciones:

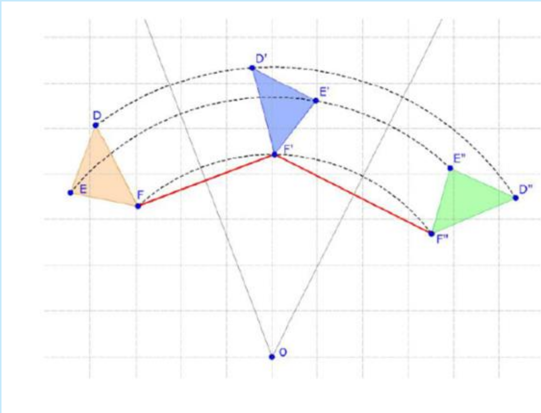
- La figura 1, respecto al punto A, se ha desplazado horizontalmente 7 y verticalmente 2 para dar origen a la figura 2.
- La figura 1, respecto al punto B, ha girado 50° para dar origen a la figura 3.
  Los estudiantes explican sus respuestas.

Orientación libre

- Los estudiantes formados en equipos de trabajo realizan la actividad 2 de la ficha de trabajo (anexo 1). En esta actividad, se presenta una breve información sobre los textiles de la cultura Chancay. Los estudiantes realizan proyecciones para determinar el resultado de la imagen cuando gira un ángulo de 60° y 45°. Para ello, los estudiantes:
  - Trazan una línea que une el punto P con el punto A.
  - Haciendo centro en P, y con un transportador, miden el ángulo de 60°, señalan y trazan una línea (color rojo) punteada como se muestra en la cuadrícula.
  - Miden la distancia de P a A con una regla y realizan la misma medición en el segmento punteado al medir el ángulo de 60°.
  - En el mismo segmento, realizan la medición de la distancia del punto P al punto B y trasladan la medición desde el punto P en la línea (color guinda) formada por el ángulo de 60°.
  - Trazan otra línea (color verde) que une los puntos P y C. Luego, miden con el transportador un ángulo de 60°. Siguen el mismo procedimiento anterior.
- El docente monitorea y brinda apoyo indicando los procedimientos al realizar giros de figuras e invita a los estudiantes a presentar su trabajo realizado en equipo.

Integración

Composición de transformaciones geométricas: Se llama así al proceso por el cual a una figura se le aplican dos o más movimientos sucesivamente. Dichos movimientos pueden ser de diferente tipo.



- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
  - ¿Qué pasos has seguido para desarrollar cada una de las actividades?
  - ¿Cuáles de estos pasos te presentaron mayor dificultad?

¿Cómo lograste superar estas dificultades?

- El docente invita a los estudiantes a que ellos planteen un diseño inca y realicen transformaciones geométricas que implican traslaciones, rotaciones y reflexiones.

Materiales y recursos:

Materiales:

- Pizarra, mota, plumones de colores.
- Recursos digitales: URL: http://etgeometria4.blogspot.pe/

  Pizarra interactiva, internet, videos

Anexos:

- Libros digitales, practicas calificadas
- http://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/prismas.html
- http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/prisma/
- http://www.aulafacil.com/cursos/l7710/secundaria-eso/matematicas-secundaria-eso/matematicas-segundo-eso-13-anos/piramides
- http://www.matematicasvisuales.com/html/geometria/planenets/cone.html

Anexo 1 – Ficha de trabajo

Integrantes del equipo:

NOMBRE:...

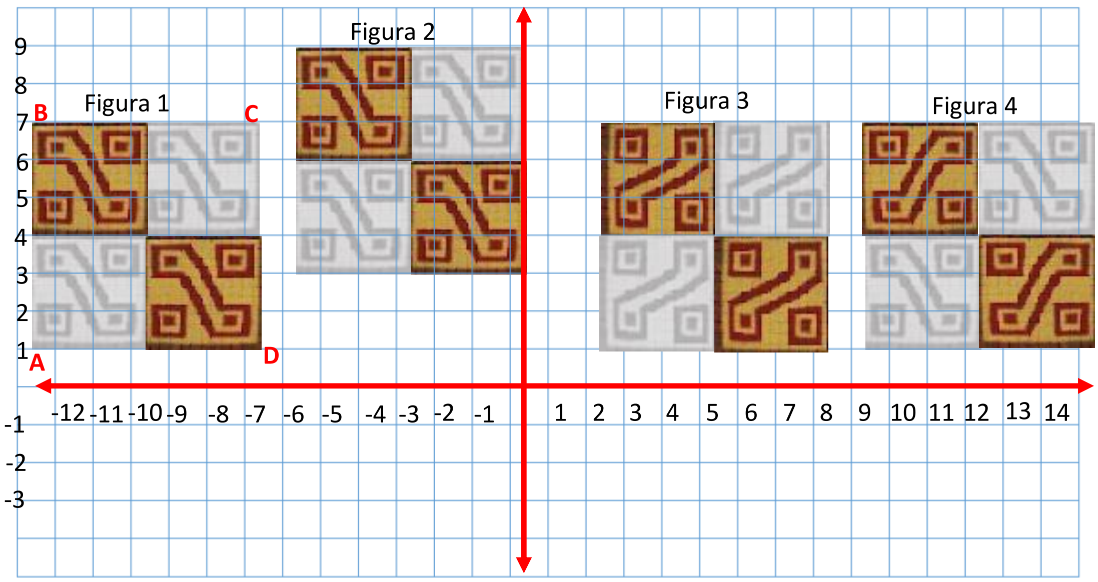
NOMBRE:...

NOMBRE:...

NOMBRE:...

NOMBRE:...

Actividad 1: En el plano cartesiano, se está representando por partes el diseño tocapu:



De acuerdo a las figuras presentadas en el plano cartesiano, evalúa las siguientes condiciones: para efectos de:

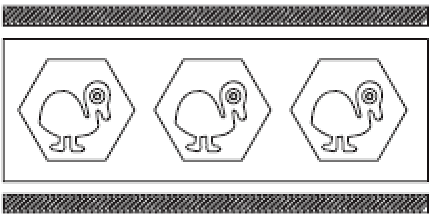
a. La figura 1, respecto al punto A se ha desplazado horizontalmente 7 y verticalmente 2, para dar origen a la figura 2. Explica tu respuesta.
b. La figura 1, respecto al punto B ha girado 50° para dar origen a la figura 3. Explica tu respuesta.

Actividad 2

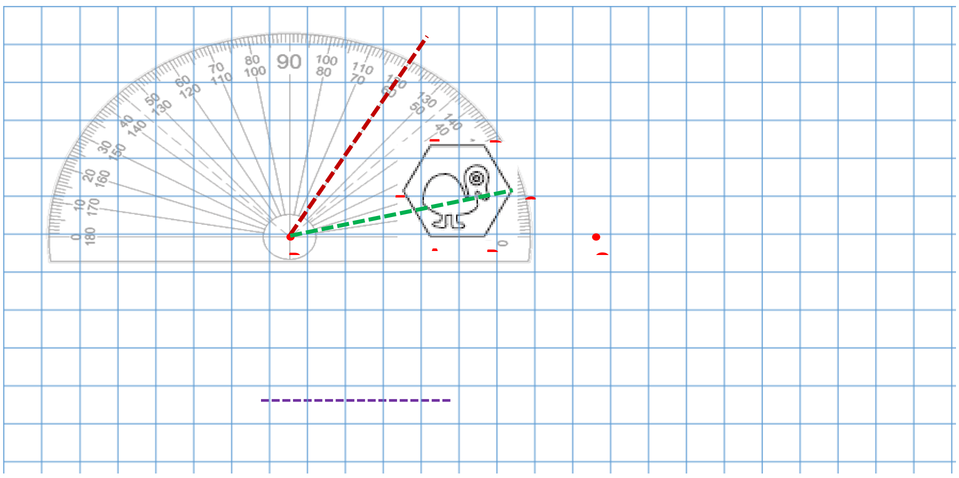
La cultura Chancay

Sus textiles con encajes, bordados con agujas, y los tapices fueron de singular notoriedad; fueron elaborados con algodón, lana, gasa y plumas. Los efectos técnicos para ese entonces se consideran inigualados.

Sobresalió notoriamente el brocado, la tecnología de la gasa decorada y el textil pintado habiendo sido decorados con peces, aves y también con dibujos de forma geométrica. Respecto a las gasas, fueron tejidas en algodón con los que se confeccionaban artículos ligeros de forma cuadrangular de diferentes tamaños teniendo en algunas prendas dibujos de peces, felinos y aves.



En la cuadrícula siguiente, se ha tomado en cuenta un fragmento de un tejido de la cultura Chancay. Se brinda el procedimiento para realizar el giro de la figura 60° respecto al punto P, y 45° respecto al punto Q.



- Traza una línea que une el punto P con el punto A.
- Haciendo centro en P, y con un transportador, mide el ángulo de 60°, señala y traza una línea (color guinda) punteada como se muestra en la cuadrícula.
- Mide la distancia de P a A con una regla y realiza la misma medición en el segmento punteado al medir el ángulo de 60°.
- En el mismo segmento, realiza la medición de la distancia del punto P al punto B y también traslada la medición desde el punto p en la línea (color guinda) formada por el ángulo de 60°.
- Traza otra línea (color verde) que une los puntos P y C. Luego, mide con el transportador un ángulo de 60°.
- Sigue el mismo procedimiento para realizar el giro de la figura 45° respecto al punto Q.