



**ESCUELA DE POSGRADO**  
UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

Programa de Educación Adaptativa en el desarrollo de las  
competencias matemáticas en los estudiantes. El Porvenir

2017

**TESIS PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:  
DOCTOR EN EDUCACIÓN**

**AUTOR:**

Mg. Neyra Castillo, Oswaldo

**ASESORA:**

Dra. Silva Balarezo, Mariana Geraldine

**SECCIÓN:**

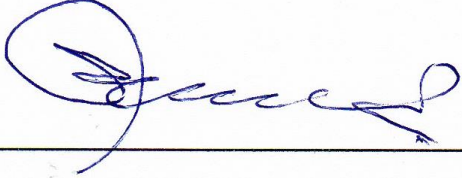
Educación e Idiomas

**LINEA DE INVESTIGACIÓN:**

Innovaciones Pedagógicas

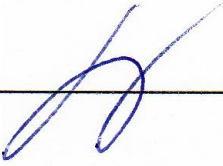
**PERÚ- 2018**

## PÁGINA DEL JURADO



---

Dr. Yengle Ruíz, Carlos Alberto  
**Presidente**



---

Dra. Vitvitskaya, Olga Bogdanovna  
**Secretario**



---

Dra. Silva Balarezo, Mariana Geraldine  
**Vocal**

## DEDICATORIA

Esta tesis lo dedico con aprecio, a mis queridos padres, que desde el cielo me acompañan en mi diario vivir y me dan un dulce consuelo a mi existencia.

A mis estudiantes, por sus grandes lecciones de vida y esperanza.

## **AGRADECIMIENTO**

A mis padres, por su tiempo, apoyo y consejos que me transmiten durante mi existencia personal y profesional y, por haber fomentado en mi persona, el deseo de superación y anhelo de triunfo en la vida.

A mis amigos y compañeros de estudios, por contribuir a arribar al final del camino y por haberme permitido cultivar su amistad de manera permanente.

A los docentes de la Universidad César Vallejo, de la escuela de posgrado, por su excelencia académica y sus nobles enseñanzas de vida que nos permitieron conocer y ser parte de una gran familia.

¡Gracias!

El autor

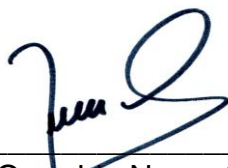
## DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD

Yo, Oswaldo Neyra Castillo, estudiante del Programa de Doctorado en Educación de la Escuela de Posgrado de la Universidad César Vallejo, identificado con DNI N° 17839424 con la tesis titulada “Programa de educación adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del Segundo Grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez. El Porvenir 2017”, declaro bajo juramento que:

- 1) La tesis es de mi autoría.
- 2) He respetado las normas internacionales de citas y referencias para las fuentes consultadas; por lo tanto, el presente informe de investigación no ha sido copia ni total ni en fragmento.
- 3) La tesis no ha sido auto plagiada; es decir, no ha sido publicada ni presentada anteriormente para obtener algún grado académico o título profesional.
- 4) Los datos presentados en los resultados no han sido falsificados ni duplicados, ni copiados; y por lo tanto los resultados que se presentan en la tesis se constituyen en aportes a la realidad investigadora.

De identificarse fraude (datos falsos), plagio (información sin citar a autores), auto plagio (presentar como nuevo algún trabajo de investigación propio que ya ha sido publicado), piratería (uso ilegal de información ajena) o falsificación (representar falsamente las ideas de otros), asumo las consecuencias y sanciones que de mi acción se deriven, sometiéndome a la normatividad vigente de la Universidad César Vallejo.

Trujillo, Febrero del 2018



---

Mg. Oswaldo Neyra Castillo  
DNI N° 17839424

## **PRESENTACIÓN**

### **Señores miembros del jurado:**

Cumpliendo con las disposiciones vigentes por el Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad César Vallejo, presento ante ustedes y someto a vuestro criterio profesional la evaluación de la tesis titulada “Programa de educación adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes del Segundo Grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez. El porvenir 2017”, la cual ha sido elaborada con la finalidad de aportar a la investigación científica y a la comunidad educativa, así mismo poder obtener el Grado Académico de Doctor en Educación.

La tesis se ha elaborada tomando en cuenta los pasos y procedimientos del método científico y las orientaciones generales, que establece para los trabajos de investigación, la Universidad César Vallejo.

Con la convicción de que se le otorgará el valor justo y mostrando apertura a sus observaciones, le agradezco por anticipado las sugerencias y apreciaciones que se brinden a la investigación.

El autor

## ÍNDICE

Página del jurado .....	ii
Dedicatoria .....	iii
Agradecimiento .....	iv
Declaratoria de autenticidad.....	v
Presentación .....	vi
Índice .....	vii
Resumen.....	xii
Abstract.....	xiii
<b>I. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>14</b>
1.1. Realidad problemática.....	14
1.2. Trabajos previos.....	17
1.3. Teorías relacionadas al tema.....	21
1.4. Formulación del problema.....	41
1.5. Justificación del estudio.....	42
1.6. Hipótesis.....	43
1.7. Objetivos.....	44
<b>II. MÉTODO.....</b>	<b>46</b>
2.1. Diseño de investigación.....	46
2.2. Variables y Operacionalización .....	46
2.3. Población y muestra.....	50
2.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos, validez y confiabilidad .....	52
2.5. Métodos de análisis de datos.....	53
2.6. Aspectos éticos.....	54
<b>III. RESULTADOS.....</b>	<b>55</b>
<b>IV. DISCUSIÓN .....</b>	<b>84</b>
<b>V. CONCLUSIONES.....</b>	<b>86</b>
<b>VI. RECOMENDACIONES.....</b>	<b>87</b>
<b>VII PROPUESTA.....</b>	<b>88</b>
<b>VIII REFERENCIAS .....</b>	<b>89</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>93</b>

## ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

### TABLAS:

<b>Tabla 1</b>	: Distribución de la población de estudio.....	50
<b>Tabla 2</b>	: Distribución de la muestra de estudio.....	51
<b>Tabla 3</b>	: Niveles de la variable competencias matemáticas.....	55
<b>Tabla 4</b>	: Niveles de las competencias matemáticas en su dimensión: Resuelve problemas de cantidad .....	57
<b>Tabla 5</b>	: Niveles de las competencias matemáticas en su dimensión Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	59
<b>Tabla 6</b>	: Niveles de las competencias matemáticas en su dimensión: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.....	61
<b>Tabla 7</b>	: Niveles de las competencias matemáticas en su dimensión: Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre...	63
<b>Tabla 8</b>	: Tabla comparativa de resultados obtenidos en el pre- test y post- test del grupo control y grupo experimental según medidas estadísticas.....	65
<b>Tabla 9</b>	: Pruebas de normalidad.....	68
<b>Tabla 10</b>	: Prueba de equivalencia entre el grupo experimental y de control en el pre test.....	69
<b>Tabla 11</b>	: Prueba de comparación entre el pre test y el pos test del del grupo control.....	70
<b>Tabla 12</b>	: Prueba de comparación entre pre test y pos test del grupo experimental.....	70
<b>Tabla 13</b>	: Prueba de comparación entre los pos test de los grupos experimental y de control.....	71
<b>Tabla 14</b>	: Prueba de equivalencia entre el grupo experimental y de control en el pre test en la dimensión resuelve problemas de cantidad.....	72
<b>Tabla 15</b>	: Prueba de comparación entre el pre test y pos test del grupo control en la dimensión resuelve problemas de cantidad.....	72
<b>Tabla 16</b>	: Prueba de comparación entre el pre test y pos test del grupo	



	Experimental en la dimensión resuelve problemas de cantidad.....	73
<b>Tabla 17 :</b>	Prueba de comparación entre el pos test de los grupos experimental y el control en la dimensión resuelve problemas de cantidad.....	74
<b>Tabla 18 :</b>	Prueba de equivalencia entre el grupo experimental y de control en el pre test en la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio .....	75
<b>Tabla 19 :</b>	Prueba de comparación entre el pre test y pos test del grupo control en la dimensión: resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.....	75
<b>Tabla 20 :</b>	Prueba de comparación entre el pre test y pos test del grupo Experimental en la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.....	76
<b>Tabla 21:</b>	Prueba de comparación entre el pos test de los grupos experimental y el control en la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.....	77
<b>Tabla 22 :</b>	Prueba de equivalencia entre el grupo experimental y de control en el pre test en la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización.....	77
<b>Tabla 23:</b>	Prueba de comparación entre el pre test y pos test del grupo de control en la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización.....	78
<b>Tabla 24 :</b>	Prueba de comparación entre el pre test y pos test del grupo experimental en la dimensión .resuelve problemas de forma, movimiento y localización.....	79
<b>Tabla 25:</b>	Prueba de comparación entre el pos test de los grupos experimental y el de control en la dimensión. Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.....	79
<b>Tabla 26:</b>	Prueba de equivalencia entre el grupo experimental y de control en el pre test en la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.....	80

<b>Tabla 27:</b>	Prueba de comparación entre el pre test y pos test del grupo control en la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.....	81
<b>Tabla 28:</b>	Prueba de comparación entre el pre test y pos test del grupo experimental en la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.....	82
<b>Tabla 29:</b>	Prueba de comparación entre el pos test de los grupos experimental y de control en la dimensión: resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.....	82

## **FIGURAS:**

<b>Figura 1 :</b>	Niveles de la variable competencias matemáticas	55
<b>Figura 2 :</b>	Niveles de la competencia matemática en su dimensión. Resuelve problemas de cantidad	57
<b>Figura 3 :</b>	Niveles de la competencia matemática en su dimensión. Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	59
<b>Figura 4 :</b>	Niveles de la competencia matemática en su dimensión. Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	61
<b>Figura 5 :</b>	Niveles de la competencia matemática en su dimensión. Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	63

## **ANEXOS**

<b>ANEXO 1 :</b>	Ficha técnica e instrumentos .....	93
<b>ANEXO 2 :</b>	Validez y confiabilidad de los instrumentos .....	111
<b>ANEXO 3 :</b>	Matriz de consistencia .....	117
<b>ANEXO 4 :</b>	Constancia emitida por la institución .....	125
<b>ANEXO 5 :</b>	Base de datos .....	126
<b>ANEXO 6 :</b>	Resultados del pre test y pos test del grupo experimental y grupo control .....	128
<b>ANEXO 7 :</b>	Resultados del pre test y pos test del grupo experimental y grupo control en la dimensión Resuelve problemas de cantidad .....	130

<b>ANEXO 8 :</b> Resultados del pre test y pos test del grupo experimental y grupo control en la dimensión: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio .....	132
<b>ANEXO 9 :</b> Resultados del pre test y pos test del grupo Experimental y grupo control en la dimensión: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización .....	134
<b>ANEXO 10 :</b> Resultados del pre test y pos test del grupo Experimental y grupo control en dimensión: Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre .....	136
<b>ANEXO 11 :</b> Fotografías .....	138
<b>ANEXO 12 :</b> Consentimiento informado y Asentimiento Informado.	140
<b>ANEXO 13:</b> Citas de texto .....	147

## RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo general determinar la influencia de la aplicación de un Programa de Educación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir, 2017.

Se desarrolló una investigación de tipo experimental con un diseño de investigación de tipo cuasi experimental, utilizándose una población de 221 estudiantes, con una muestra no probabilística intencional de 102 estudiantes. Como técnicas de investigación se utilizaron: la prueba de rendimiento académico y la observación sistemática, y los instrumentos de recolección de datos fueron: una prueba objetiva y una lista de cotejos. Para la validez del contenido se utilizó el coeficiente V de Aiken (V) con un promedio de 97%, y la confiabilidad se realizó a través del coeficiente de Kulder Richarson debido a que los datos son dicotómicos obteniendo un valor de 0.88.

Los resultados de la investigación muestran que los estudiantes del grupo experimental en el nivel Inicio, obtuvieron un porcentaje 70.59% en el pre test y 0% en el pos test. En el nivel Proceso, se obtuvo 29.41%, en el pre test, y 68,63%, en el post test. En el nivel Logrado hubo 0%, en el pre test, mientras que en el post test hubo un 25,49%. De igual modo, en el nivel Destacado en el pre test, hubo 0%, mientras que, en el post test, se alcanzó el 5.88%.

En base a los resultados obtenidos se concluye que el Programa de Educación Adaptativa influye significativamente en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir, 2017.

**Palabras clave:** Educación adaptativa, competencias matemáticas, capacidades, equivalencia y cambio, movimiento y localización, gestión de datos.

## ABSTRACT

The general objective of this research was to determine the influence of the application of an Adaptive Education Program in the development of the mathematical competencies of the students of the second grade of secondary school of Educational Institution N ° 80026 "Horacio Zevallos Gámez" El Porvenir, 2017.

An experimental research was developed with a research design of quasi-experimental type, using a population of 221 students, with an intentional non-probabilistic sample of 102 students. As research techniques were used: the test of academic performance and systematic observation, and the data collection instruments were: an objective test and a list of comparisons For the validity of the content we used the coefficient V of Aiken (V) with an average of 97%, and the reliability was realized through the coefficient of Kulder Richarson because the data are dichotomous obtaining a value of 0.88.

The results of the investigation show that the students of the experimental group at the Beginning level obtained a percentage of 70.59% in the pre-test and 0% in the post-test. At the Process level, 29.41% were obtained, in the pre-test, and 68.63%, in the post-test. In the Achieved level there was 0% in the pretest, while in the post test there was 25.49%. Similarly, at the Highlight level in the pre-test, there was 0%, while in the post test, 5.88% was reached.

Based on the results obtained, it is concluded that the Adaptive Education Program has a significant influence on the development of the mathematical competences of the second grade students of the Educational Institution N ° 80026 "Horacio Zevallos Gámez" El Porvenir, 2017.

**Keywords:** Adaptive education, mathematical competences, abilities, equivalence and change, movement and location, data management.

## **I. INTRODUCCIÓN**

### **1.1. Realidad Problemática:**

En el ámbito mundial, y particularmente en América Latina, existe bajo desarrollo en el aprendizaje significativo que los alumnos logran alcanzar en el Área de Matemática, principalmente en la resolución de problemas matemáticos (André, 2006). Así, muchos son los estudiantes, que presentan serias dificultades para comprender enunciados de los problemas, no captan adecuadamente la información que les ofrece el enunciado, no encuentran la conexión entre los datos y la incógnita así como, no establecen estrategias adecuadas para la correcta solución a la situación problemática planteada.

El Perú es un país en proceso de desarrollo y, en el marco de las nuevas políticas educativas, exige a las instituciones educativas lograr que los alumnos y alumnas sean competentes. En los últimos años, nuestro país viene implementando grandes esfuerzos para mejorar sustancialmente el desempeño de algunos indicadores educativos a raíz de que, se obtuvieron muy bajos resultados, cuando se aplicó la prueba PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes) en el 2012 y en las últimas Evaluaciones Censales de Estudiantes (ECE).

En lo que respecta a PISA, el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes, por sus siglas en inglés, se ejecuta cada 3 años y está especializada en evaluar a estudiantes de 15 años que cursan algún grado de secundaria. La instancia responsable de elaborar y aplicar la evaluación PISA es la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos (OCDE) quien hizo público los resultados de la evaluación aplicada, en el 2012, donde el Perú intervino junto a 65 países.

De América Latina participaron Chile, Uruguay, Costa Rica, Argentina, Brasil, México, Colombia y Perú. Al observar el puntaje promedio por país, se observó que, en matemáticas, el puntaje mínimo fue de 494 puntos. El Perú no alcanzó, en ningún caso, este puntaje mínimo, obteniendo un promedio de 368 puntos, siendo superado por 64 países, de los 65 participantes. Los resultados PISA ubican a los estudiantes en 6 niveles, el promedio de

calificación de los estudiantes peruanos determinó que sean ubicados en el nivel uno, es decir en el nivel de logro: inicio.

Por otro lado, la Evaluación Censal de Estudiantes del año 2015, aplicado en el Perú, arroja un resultado nacional preocupante para el país, sobre todo en el área de matemática, obteniéndose un promedio de tan solo 9,5% de estudiantes en el nivel Satisfactorio y un 77,8% como promedio, en los niveles de Inicio y Previo al Inicio.

En la Región La Libertad, los resultados obtenidos en la ECE - 2015, de igual modo son calamitosos. Solo el 9% de estudiantes del segundo grado del nivel secundaria obtuvieron un nivel de logro Satisfactorio, mientras que el 78,4% se ubica en los niveles de Inicio y Previo al Inicio.

A nivel de la provincia de Trujillo, los resultados muestran un 11,5% de estudiantes ubicados en el nivel Satisfactorio, frente a un preocupante 72,5% en situación de Inicio y Previo al Inicio.

A nivel de la UGEL 01 El Porvenir, zona en donde se ubica la institución educativa objeto de estudio, los resultados obtenidos también son alarmantes: tan solo el 6,5% de estudiantes obtienen el nivel Satisfactorio, mientras que un 79,86% se ubican en los niveles de Inicio y Previo al Inicio.

Los resultados obtenidos, de la evaluación ECE, en la I.E. "Horacio Zevallos Gámez", no difieren en mucho de los anteriores contextos: en el nivel Satisfactorio se ubican un 18% de estudiantes, mientras que un 65%, en el nivel de Inicio y Previo al Inicio. A ello se suma que, los resultados de las Actas finales de Evaluación del año 2015 arrojan que un 19% de estudiantes del segundo grado resultaron desaprobados y que un 23% pasaron al Programa de Recuperación Pedagógica.

A partir de la realidad observado podemos concluir que tenemos un escenario que si no le prestamos la debida atención desde las instituciones educativas, generaría una crisis no solo en los centros escolares, sino que afectaría al mismo sistema educativo implementado en el país., por los deficientes resultados obtenidos en un área curricular fundamental para la formación cognoscitiva de los estudiantes.

En este contexto, se ha logrado determinar que los estudiantes presentan dificultades para comprender el problema, precisar la incógnita,

determinar si los datos son irrelevantes o contradictorios, así como establecer estrategias de solución pertinentes a la situación problemática planteada. Aparte de ello, no se está tomando en cuenta los elementos que participan en el proceso de desarrollo de las competencias y capacidades matemáticas como son: el conocimiento de base, los saberes previos, los aspectos metacognitivos, afectivos y la valoración de las actividades de extensión. La enseñanza en la actualidad se reduce a niveles simbólicos, abstractos y mecanicista, con sesiones de aprendizaje totalmente descontextualizadas para los alumnos, lo que los conduce a la rutina y al aburrimiento.

La inquietud por el bajo rendimiento en el área de matemáticas induce a promover, entonces, la averiguación de nuevas fórmulas de actuación docente. La Educación Adaptativa sostiene que el éxito o el fracaso escolar dependen del ajuste del método educativo a las naturales diferencias personales del alumno significativos para el aprendizaje de una determinada materia. Su objetivo es conseguir que todos los estudiantes alcance los estándares del grado y ciclo académico, atendiendo particularmente a la diversidad. En un marco sociocultural concreto, como el que evidencia la realidad de las aulas del nivel Secundaria, se debe enfrentar dicha diversidad desde una posición reflexiva y flexible, dando una respuesta educativa adaptada a las demandas que sugiere cada situación

Ante este problema, es necesario, atender esta situación y, debido a ello, planteamos la implementación de un Programa de Educación Adaptativa, como una propuesta que traduce una real alternativa de solución a esa problemática, pues parte de una diagnóstico acerca de las competencias matemáticas reales de los estudiantes, para que, en base a ello, aborde el trabajo pedagógico en forma diferencial, atendiendo a cada quien, en base a sus capacidades, estilos, ritmos de aprendizaje, sus actitudes frente al área, sus aptitudes, sus habilidades cognitivas, entre otros aspectos a considerar, atendiendo integralmente los cuatro competencias básicas del área de matemáticas establecidas por el Ministerio de educación .



## 1.2. Trabajos previos

De la revisión bibliográfica a nivel del contexto nacional, regional y local, no se han encontrado trabajos de investigación relacionadas a la educación adaptativa, sólo se hallaron antecedentes a nivel internacional, las que presentamos a continuación.

Paredes, (2008), en su tesis: “Una propuesta de incorporación de los estilos de aprendizaje a los modelos de usuario en sistemas de enseñanza adaptativos”, presentada en le Universidad Autónoma de Madrid, sostiene que, cada estudiante tiene difere3ntes necesidades y características, sus peculiares estilos de aprendizaje, sus saberes previos y su motivación. Se recalca el hecho de que cada vez, se ofrece un mayor énfasis a los estilos de aprendizaje y su impacto en el aprendizaje, y cómo los sistemas educativos pueden tener en cuenta esta peculiaridad..

El planteamiento que se muestra en este trabajo se centra en la ianexión de los estilos de aprendizaje al modelo de usuario en un sistema hipermedia adaptativo, de acuerdo con el modelo de Felder-Silverman. En la fase de inicialización del modelo, este trabajo sugiere el uso de un cuestionario adaptativo, basado en el cuestionario Index of Learning Styles, para la identificación del estilo de aprendizaje del estudiante

. De las conclusiones extraídas se ha ejecutado un algoritmo de agrupación y se ha implementado una herramienta de agrupación supervisada llamada TOGETHER. TOGETHER hace posible la visualización de los resultados de agrupamiento y el cambio de algunos parámetros para conseguir el resultado anhelado. La evaluación de TOGETHER indica que los alumnos agrupados con ella consiguieron mejores resultados. Concretamente los grupos formados por TOGETHER respondieron adecuadamente a 1.25 preguntas más, de un total de 10, que los otros grupos. De igual modo TOGETHER ha sido usado directamente por un grupo de maestros con el propósito de obtener su opinión sobre la importancia de la misma para el

agrupamiento supervisado. .El estudio se llevó a cabo con 166 estudiantes, utilizándose una muestra no probabilística. Como instrumento se utilizó un cuestionario Index of Learning Styles (ILS) y como criterio de confiabilidad test de t-Student,

García (2009), en su tesis. “Rendimiento en matemáticas y actitud hacia la materia en centros inclusivos de la comunidad de Madrid” presentada en la Universidad Complutense de Madrid, señala que su estudio enfrenta el problema del bajo rendimiento en matemáticas desde la Teoría Adaptativa. Se parte del supuesto de que, una escuela que valore la diversidad en los espacios educativos, planificará estrategias educativas adaptadas a las diferencias de los estudiantes, obteniendo mejores resultados que los centros que proyectan únicamente para el grupo. Así, a través de un diseño de investigación cuasiexperimental, se comparan tres tipos de intervención diferenciada en función del grado de inclusividad de sus proyectos. La muestra la conforman 437 alumnos de 2º de ESO (Escuela secundaria Obligatoria) de diferentes centros de la Comunidad de Madrid, que efectúan pruebas de rendimiento matemático y responden una escala de actitud hacia la materia. Se desarrollan análisis de contraste antes-después de la intervención y se comprueba que los resultados indican diferencias en el rendimiento en matemáticas a favor de los centros inclusivos, Concluye que la intervención adaptativa produce mejoras estadísticamente significativas en la línea esperada en cuanto al rendimiento en matemáticas. Para su estudio planteó un diseño de investigación cuasiexperimental, incorporando una evaluación antes-después, con un grupo de intervención y dos grupos de control no equivalentes. Se toma como variable independiente la propuesta de intervención adaptativa y como variables dependientes el rendimiento en matemáticas y la actitud hacia las mismas. Se plantean como referencia los estándares en matemáticas para el 2º curso de la ESO de la Comunidad de Madrid (RD 34/2002). Los estudiantes efectúan dos pruebas para la evaluación del rendimiento, una antes del tratamiento, y otra al finalizar el mismo, El autor refiere una fiabilidad  $\alpha$  de Cronbach =

0.8410 Los datos conseguidos en la investigación fueron contrastados, utilizando el programa SPSS 19.0 para Windows, a través de análisis estadísticos de t de Student, ANCOVA y la prueba de rangos con signos de Wilcoxon.

Arteaga (2006), en su tesis “La educación adaptativa: una propuesta para la mejora del rendimiento en matemáticas de los alumnos de enseñanza secundaria obligatoria”, presentada en la Universidad Complutense de Madrid, señala que, su investigación parte de los supuestos de la Educación Adaptativa y valora, si el rendimiento en matemáticas de los estudiantes de secundaria mejora tras el ajuste de los procedimientos educativos empleados, a las características de los estudiantes. La propuesta abarca el diagnóstico de características diferenciales de los alumnos, un programa de formación de los docentes y el diseño de materiales particulares siguiendo las recomendaciones adaptativas. El diseño de investigación, pre-postest, se ha focalizado en los estudiantes de 2º y 4º de ESO, seleccionando 5 centros de la provincia de Cuenca. La muestra definitiva ha abarcado 8 grupos de 2º de ESO (un total de 193 estudiantes) y 8 grupos de 4º (181 estudiantes). Tras la aplicación de la metodología adaptativa, los datos se han analizado a través de técnicas de varianza, de regresión y no-paramétricas, poniéndose de manifiesto que: las aptitudes para las matemáticas son un constructo compuesto de componentes cognitivo-educativos, actitudinales y procesuales. Las estrategias y materiales diseñados mejoran el rendimiento en matemáticas de los alumnos de 4º curso de ESO pero no el de 2º curso de ESO; no se han observado modificaciones en la actitud hacia las matemáticas de ningún grupo de estudiantes; y, finalmente, que la utilización de estrategias adaptativas es posible en un sistema comprensivo y con los recursos que habitualmente tiene la escuela, siempre que exista un equipo cooperativo, flexible, formado en estrategias de adaptación y coordinado desde los principios adaptativos de intervención. Los instrumentos utilizados para esta investigación son los cuestionarios. De acuerdo al diseño de la investigación pre y pos test, se basan

principalmente en comparaciones estadísticas de los test medidos antes y después de la intervención, a través del análisis descriptivo, parámetros de centralización y dispersión: media, mediana, moda, desviación típica y coeficiente de variación, contraste t-Student para datos pareados y contraste de Wilcoxon.

Gutiérrez (2006), en su tesis “Programa educativo EPROMAT en el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de segundo grado de secundaria de la I.E Alfonso Ugarte”, 2016, considera como objetivo determinar el efecto del programa en el desarrollo de las competencias matemáticas mediante la resolución de situaciones problemáticas en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa Emblemática “Alfonso Ugarte”; del distrito de San Isidro, UGEL 03,

La investigación responde a la aplicación del enfoque cuantitativo, tipo aplicada, desarrollado en el diseño experimental, en su categoría cuasi experimental y se aplicó el método hipotético deductivo. Se empleó KR 20 para determinar la confiabilidad de la prueba de matemática como instrumento de recolección de datos, la misma que fue aplicada a una muestra de 60 estudiantes del segundo grado de la Institución Educativa Emblemática “Alfonso Ugarte”, del distrito de San Isidro, UGEL 03, distribuidos en dos grupos intactos, secciones “A” y “B” de 30 estudiantes cada uno: grupo de control y grupo experimental respectivamente. Después de haber realizado la descripción y discusión de resultados, mediante la prueba U de Mann-Witney, se llegó a la siguiente conclusión: La aplicación del Programa Educativo “EPROMAT”, sí tiene un efecto significativo en el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes del segundo grado de secundaria de la IEE “Alfonso Ugarte”, del distrito de San Isidro, UGEL 03; habiéndose obtenido en la prueba U de Mann-Witney=65,000 y un p-valor=0,000.

Baltodano (2016), en su tesis “El método ABP para el logro de las competencias de matemática en situaciones de cantidad y regularidad, equivalencia y cambio”. tuvo como propósito establecer el efecto de la

aplicación del método del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) en el logro de las competencias matemáticas en situaciones de cantidad y regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes de secundaria de la I.E. 7096 “Príncipe de Asturias” de Villa el Salvador. La investigación se efectuó a través del diseño cuasi experimental. La muestra estuvo compuesta por 46 alumnos del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa 7096 “Príncipe de Asturias” de Villa el Salvador. Para la recopilación de datos se utilizó cuatro instrumentos. Se confirmó la hipótesis general de la investigación mediante la prueba no paramétrica de U de Mann-Whitney. Se comprobó que la aplicación de la estrategia del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) tiene un efecto positivo en el logro de la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad y regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes de secundaria de la I.E. 7096 de Villa el Salvador, con un nivel de significancia de 5%, de confianza de 95% y en escala vigesimal, se logró verificar que se ha ganado en promedio, entre 4 y 8 puntos con la aplicación de la estrategia ABP.

### **1.3. Teorías relacionadas al tema**

#### **1.3.1. Competencias Matemáticas**

**1.3.1.1. La matemática en el Sistema Educativo Peruano.** Una de las preguntas que nos hacemos siempre los docentes que enseñamos matemática es: ¿Por qué el estudiante le tiene terror al curso?, y cuando llegamos al aula estamos deseosos de querer comprender la respuesta a esta interrogante. Y es que, en muchos de los casos, no es que debemos enseñar matemática, si no es que, debemos hacer que nuestros estudiantes amen las matemáticas y estén deseosos de querer aprender dicha materia, pues, todo lo que gira alrededor de ellos está relacionado con ella: al mirar televisión, al estar en internet, en los juegos de videos, en los deportes, en las fiestas, en los bailes, etc. Debemos hacer entender a nuestros estudiantes que siempre vivirán con las matemáticas en su entorno.

En los últimos años, el Ministerio de Educación, ha ido adecuándose a esta visión por lo que en sus programaciones que se encuentran en sus

portales, han hecho que la Matemática sea entendida o vista a través de cuatro pilares básicos tal como así lo manifiestan: científicamente, financieramente, en la prevención de riesgos y en la interculturalidad.

Se acuerdo al Minedu. (2016), en el mundo globalizado en que vivimos. la matemática juega un papel fundamental que implica desarrollar habilidades, en los estudiantes, como seleccionar, procesar y gestionar la copiosa información existente, para que ellos puedan interpretar situaciones, resolver problemas y tomar decisiones adecuadas.

**1.3.1.2 Competencias Matemáticas.** García y Sabán (2008) sostienen que partir de la década del 1990:

La comunidad educativa empezó a aceptar el modelo por competencias porque brindaba respuestas adecuadas y claras en torno al currículo, el aprendizaje, la evaluación y la gestión educativa docente, generando nuevas formas de mediar los procesos de aprendizaje y de evaluación de los estudiantes. (p.7)

Según Tobón, Pimienta y García (2010), el modelo por competencias: responde a problemas que modelos tradicionales como el conductismo y el constructivismo no abordan con claridad y coherencia para asegurar la calidad del aprendizaje en un marco sistémico, y lograr que el currículo, los procesos de aprendizaje y evaluación sean pertinentes para los estudiantes. El modelo por competencias se orienta a formar personas con habilidades críticas, reflexivas, analíticas y creativa para afrontar los problemas cotidianos de la vida integrando y movilizándolo el saber ser, el saber hacer y el saber conocer, considerando los retos del contexto,. (p. 38).

A decir, de Tobón (2010) los principios con mayor consenso en el modelo de competencias son:

a) **Pertinencia.** Las instituciones educativas deben generar sus propuestas de formación articulando su visión y filosofía con los retos del contexto y las políticas educativas vigentes, (b) **Calidad.** Los procesos

educativos deben asegurar la calidad del aprendizaje en correspondencia con un determinado perfil de formación, considerando la participación de la comunidad, (c) **Formar competencias** Los docentes deben orientar sus acciones a formar competencias y no a enseñar contenidos, los cuales deben ser sólo medios, (d) **Papel del docente**. Los docentes deben ante todo ser guías dinamizadores y mediadores, para que los estudiantes aprendan y refuercen las competencias. No deben ser sólo transmisores de contenidos, (e) **Generación del cambio**. El cambio educativo se genera mediante la reflexión y la formación de directivos, maestros y maestras. No se genera en las políticas ni en las reformas del currículo, (f) **Esencia de las competencias**. Las competencias son actuaciones o desempeños ante actividades y situaciones cotidianas que articulan y movilizan recursos personales y del contexto externo, (g) **Componentes de una competencia**. Lo más acordado es que una competencia se compone de conocimientos, habilidades y actitudes en forma articulada. (p. 6).

Según el MINEDU, (Currículo nacional 2016, p, 21) la competencia matemática se define como un saber actuar, en un contexto particular, para resolver problemas, con un sentido ético (más información el Anexo N° 1)

En el área de matemática se impulsa el desarrollo de aprendizajes matemáticos a través de cuatro competencias:

**1.3.1.3 Dimensiones de las competencias matemáticas.** Para poder lograr que nuestros estudiantes sean capaces de solucionar sus propios problemas haciendo uso de las matemáticas, el Minedu ha creído conveniente considerar los ejes principales de las matemáticas en cuatro competencias, que en el presente estudio corresponden a las dimensiones, las cuales traducen la implicancia de cada una de ellas en el quehacer educativo del estudiante:

**Resuelve problemas de cantidad.** Implica que el estudiante diferencie tanto la información como las relaciones que se producen en las diversas situaciones en las que una cantidad contiene a otra y sus aumentos y

descuentos respectivos. Selecciona y emplea la estrategia más adecuada para una determinada situación permitiéndole resolverla.

**Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** Induce a que el estudiante discrimine variables y las relaciones que se dan entre éstas, así mismo establece el modelo matemático más pertinente para solucionar y comprobar una situación problemática.

**Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** En esta capacidad, el estudiante debe expresar modelos matemáticos, seleccionar los modelos más apropiados, comprobar si se resolvió el problema y expresarse haciendo uso de terminologías, reglas y convenciones matemáticas.

**Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre,** implica que el estudiante exprese, mediante modelos, las situaciones discretas y continuas con tendencia central y probabilidad, seleccionar el modelo más adecuado, así mismo, expresar, elaborar y emplear el diseño que soluciona problemas haciendo uso de estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos

#### **1.3.1.4 Criterios de evaluación para cada una de las competencias.**

Los criterios de evaluación según cada competencia son:

##### **Resuelve problemas de cantidad:**

- Identifica los Números racionales de un conjunto de números.
- Aplica aumentos y descuentos porcentuales en problemas cotidianos.
- Expresa el porcentaje en una expresión decimal y fraccionaria
- Usa las reglas de la proporcionalidad para resolver situaciones cotidianas.

##### **Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio:**

- Resuelve problemas que involucran ecuaciones lineales.
- Identifica y establece relaciones de proporcionalidad en situaciones diversas.
- Reconoce reglas de correspondencia en funciones lineales y afines.
- Aplica la funcionalidad en la resolución de problemas.

##### **Resuelve problemas de forma, movimiento y localización:**

- Usa las escalas en los mapas o planos para la solución de situaciones



diversas

- Calcula el área y perímetro de polígonos regulares en situaciones reales.
- Resuelve problemas calculando el volumen y el área lateral y total de un prisma.
- Aplica la composición de transformaciones a figuras geométricas planas.

**Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre:**

- Elabora tablas de frecuencia con datos agrupados y no agrupados.
- Organiza información mediante gráficos estadísticos.
- Interpreta gráficos estadísticos.
- Utiliza la probabilidad de sucesos para resolver situaciones de probabilidad.

**1.3.1.5 Capacidades Matemáticas.** De acuerdo al Ministerio de Educación las capacidades son:

Recursos para actuar de manera competente. Estos recursos son los conocimientos, habilidades y actitudes que los estudiantes utilizan para afrontar una situación determinada. Estas capacidades suponen operaciones menores implicadas en las competencias, que son operaciones más complejas.

Los conocimientos son las teorías, conceptos y procedimientos legados por la humanidad en distintos campos del saber. La escuela trabaja con conocimientos contruidos y validados por la sociedad global y por la sociedad en la que están insertos. De la misma forma, los estudiantes también construyen conocimientos. De ahí que el aprendizaje es un proceso vivo, alejado de la repetición mecánica y memorística de los conocimientos preestablecidos.

Las habilidades hacen referencia al talento, la pericia o la aptitud de una persona para desarrollar alguna tarea con éxito. Las habilidades pueden ser sociales, cognitivas, motoras.

Las actitudes son disposiciones o tendencias para actuar de acuerdo o en desacuerdo a una situación específica. Son formas habituales de pensar, sentir y comportarse de acuerdo a un sistema de valores que se

va configurando a lo largo de la vida a través de las experiencias y educación recibida. (Currículo Nacional, 2016, p.21-22)

El logro de las competencias matemáticas se realiza precisamente por medio de las capacidades matemáticas que se interrelacionan en formas, actuaciones y pensamientos del estudiante en diversos contextos.

### **1.3.2. Educación adaptativa**

**1.3.2.1 Desarrollo de la educación adaptativa.** Según Cronbach y Snow (1977) y García (1991,1994, 1997, 2005) el concepto de Educación Adaptativa es utilizado por primera vez en el año 1977 con el surgimiento del ltexto Adaptive Education de Glaser .

La Educación Adaptativa sostiene que el éxito o el fracaso de los estudiantes dependen de la adecuación del método educativo, a las diferencias individuales del alumno relevantes para el aprendizaje de un determinado campo temático. Se propone conseguir que todos los estudiantes alcancen las competencias del nivel, atendiendo específicamente a la diversidad.. Las bases que fundamentan la construcción de esta propuesta, se resumen en los siguientes términos.

- Otorgar importancia a las diferencias individuales de aprendizaje de todos los alumnos fundamentalmente. al nivel de los saberes previos en vez de limitaciones en la capacidad de procesamiento de la información (Glaser, 1988). También se adicionan otras variables como la autorregulación, la motivación, la atención, etc.
- Considerar a la inteligencia, y otras habilidades cognitivas como procesos susceptibles de ser cambiados haciéndose uso de estrategias educativas adecuadas. Cada estudiante, según sus características, debe adquirir los conocimientos con una estrategia diferente que valore tanto las características que posee, como las oportunidades que se presenta en su entorno familiar y social. (Glaser, 1988).
- Los logros que adquieren los alumnos son consecuencia tanto de los procesos cognitivos como de las situaciones de aprendizaje que se crean para que aprendan..

- Existen marcadas diferencias entre una institución educativa no adaptativa frente a una adaptativa. La institución no adaptativa diseña procesos de aprendizajes únicos y los aplica a todos los estudiantes de un aula o de un grado, sin tomar en cuenta que esos estudiantes tienen diferentes niveles de saberes previos, diferentes estilos, diferentes ritmos de aprendizajes y diferentes actitudes. En la escuela adaptativa en cambio se toman en cuenta las diferencias personales y los diferentes contextos que hacen que cada estudiante sea único, y por tanto, no reciben una sola forma de enseñar. (García 1991).

**1.3.2.2. Teoría Adaptativa: supuestos básicos.**, García (1991) propone, entre otros, los siguientes supuestos básicos de la educación adaptativa:

1° Brinda las condiciones educativas amoldables a los procesos cognitivos de los estudiantes y de su rectificación y adecuación progresiva.

2°. La adaptación educativa presenta las siguientes características:

- **Procesual**, puesto que requiere de un andamiaje activo e interactiva entre la acción educativa, el aprendizaje, la aptitud y la situación de aprendizaje.
- **Sistemática y controlada** debido a que obliga a delinear y controlar la situación de aprendizaje con el objetivo de desplegar la aptitud para las actividades de aprendizaje.
- **Temporal y dinámica** debido a que obliga a adecuar la mediación educativa en relación a los diferentes alumnos y de un alumno ante distintas actividades.
- **Funcional y aplicada** ya que plantea que la mediación se oriente en la optimización de los procesos aptitudinales del alumno y en la calidad de los aprendizajes.

3° La adaptación educativa responde a las necesidades de aprendizaje de cada alumno y de la sociedad, desarrollando tratamientos alternativos ajustados al propósito educativo y a las aptitudes del estudiante.

4” La metodología y las tareas de instrucción varían en función de la demanda del procesamiento de la información individual de los estudiantes

**1.3.2.3. La adaptabilidad educativa** Se entiende como la capacidad de un sistema educativo, de adaptarse, ajustando sus componentes, a la complejidad actitudinal del estudiante.

Los métodos educativos, así como las estrategias, son buenos en general, pero no son buenos para todos los estudiantes. De acuerdo a la educación adaptativa, cada estudiante requiere de las estrategias que según sus características se deben aplicar.

**1.3.2.4. Principios de intervención adaptativa en la institución escolar**

- Los estudiantes en general deben conocer los propósitos establecidos en las sesiones de aprendizaje,
- Disminuir la diferencia de resultados entre los estudiantes de distintos niveles de aprendizaje.
- Las adaptaciones promovidas deben ser pertinentes y contextualizadas.
- La meta para orientar la educación adaptativa debe ser la de lograr que los alumnos sean capaces de conseguir los propósitos de enseñanza..
- La aptitud para aprender significa la interacción de los saberes previos sobre el tema y la motivación, perseverancia y compromiso con el aprendizaje.
- Las estrategias se concentrarán en las exigencias de aprendizaje de los estudiantes y en el conocimiento de los objetivos de las unidades didácticas establecidas.

**1.3.2.5. El papel del profesor.** De acuerdo a Arteaga (2006), en la educación adaptativa, los procesos de enseñanza suponen :

Una concepción de la relación docente - discente centrada en el aprendizaje, cooperación y respeto mutuo. El profesor tiene la función de coordinar, ajustar y adecuar el proceso de enseñanza-aprendizaje. En este sistema, la información y explicaciones a todo el grupo disminuyen para aumentar las tareas de planificación, previa a la situación

instructiva, y de supervisión, orientación individual y evaluación de las actividades de aprendizaje, durante el proceso instructivo. La preparación previa que existe de las unidades instructivas permite que el profesor, mientras los alumnos realizan sus actividades, se mueva por el aula, observando e interactuando con los alumnos para orientarles en sus trabajos, desarrollando la retroalimentación, corrigiendo o asignando nuevas actividades, planteando cuestiones o facilitando la solución; es decir, ajustándose a las necesidades de aprendizaje que vayan surgiendo durante el proceso educativo. (p. 19).

De acuerdo a García (2005), el rol o tareas del profesor en el aula Adaptativa son de carácter motivacional, de asesoramiento, de diagnóstico, retroalimentación, supervisión, entre otros aspectos ( más información en Anexo N° 2)

**1.3.2.6. Diferencias entre los estudiantes** La enseñanza Adaptativa plantea que los estudiantes presentan disimilitudes importantes que son, fundamentalmente, de tipo personal, y se definen en términos de aptitud (Swanson,1990). Aptitud es un concepto que abarca diversas cualidades, sea cognitiva, afectiva, volitiva, motora, los cuales pueden ser importantes en función al aprendizaje requerido al alumno, en concordancia con la consecución de los objetivos educacionales (Taylor, 1980) .

Entre las diferencias que existen en los estudiantes, podemos citar: los ritmos de aprendizaje, las necesidades de los estudiantes, la motivación, las habilidades cognitivas, los estilos de aprendizaje, los intereses, las actitudes las aptitudes y las conductas de aprendizaje, desde un planteamiento personal (García, 2005). Especial cuidado se debe tener al momento de planificar la tarea, Al respecto. Snow, (1997) señala que se debe tener especial cuidado, entre las aptitudes de los estudiantes y la situación de enseñanza.

. Glaser, (1988.) sostiene que “Aunque el conocimiento previo y los componentes cognitivos son importantes a la hora de ajustar la intervención, parece que la ineptitud no sólo está vinculada al nivel cognitivo del estudiante” (p.74) Otro aspecto importante que debemos destacar es el

interés del estudiante frente a las actividades de aprendizaje planificadas puesto que a mayor interés , mejores probabilidades de éxito exhibirá el alumno.

En conclusión, las capacidades de los estudiantes tendrán peculiar relevancia cuando se enfrente a actividades de alta dificultad o cuando la metodología o estrategia de enseñanza no sea la más adecuada para él y su aprendizaje, (García, 1997)..

En definitiva, existe, lo que Corno y Snow (1986) denominaron un “complejo aptitudinal”, un constructo que pone en relevancia el tipo de mediación que el estudiante debe recibir cuando tenga ciertas dificultades al momento de su desempeño frente a la tarea, en situaciones diversas.

**1.3.2.7. Tratamientos educativos diferenciados.** Ruiz, (1994), sostiene que la diversidad educativa de los estudiantes se encuentra en diversos campos. métodos, estrategias, estilos, ritmos de aprendizaje, materiales y recursos educativos .Enfatiza que los métodos educativos por sí mismos requieren de prerequisites que no están al alcance de los estudiantes lo que le convierte en poco eficaces para un sector de los mismos. Para (Ruiz 1994), el tratamiento educativo es eficaz cuando se acomoda a las características y necesidades de los estudiantes

Si la eficacia está estrechamente vinculada con la consecución de metas, se debe adecuar la intervención, empleando tratamientos de distintos niveles de mediación que se relacione a la variedad de aptitudes de los estudiantes.

Al respecto, Dijkstra (1997) manifiesta que, en función a los objetivos establecidos se deben implementar estrategias de creciente gradualidad, llegando a las más complejas que consideren aprendizajes exploratorios y de experimentación.

De igual modo, Cronbach, y Snow, (1977), plantean la elaboración de un diagnóstico integral lo que permitirá conocer las características del estudiante, la prescripción, el tratamiento a seguir, y la evaluación, permitirá ir conociendo los niveles de avance académico. De esa manera, la enseñanza adaptativa hace posible que sea el mismo estudiante quien determine si logra

sus propias metas de aprendizaje, si es meta cognitivo y si autorregula sus aprendizajes

**1.3.2.8. Dimensiones de la educación adaptativa:** En este estudio se toman en cuenta un conjunto de características que posee el estudiante y que tienen fuerte relación de influencia en el logro de las competencias matemáticas.

**1.3.2.8.1 Las necesidades de los estudiantes** La necesidad se define como la ausencia de algo que al estar presente pretende el bienestar de la persona o que facilita su comportamiento habitual. Este concepto de necesidad, promueve a la persona a buscar lo que le falta, es decir, le motiva a satisfacer una necesidad que puede ser de tipo material, cognitivo o social.

Las necesidades en su mayor parte son adquiridas, lo que permite afirmar que existe una estrecha relación entre objetivos y necesidades. En la enseñanza es importante que tales objetivos sean los que busca la Educación y, además, que sean buscados por la misma persona..

**Las necesidades escolares.** Se relacionan con la vida escolar del alumno.. Algunas de ellas son:

- comprender la razón de las áreas de estudio,
- Disponer de técnicas para aprender,
- Establecer estilos de estudio
- Asumir normas y cumplir reglamentos.
- Adaptarse al ambiente escolar,
- Implementar hábitos de trabajo y estudio.
- Agenciarse de los recursos y materiales solicitados
- Mantener una convivencia armoniosa con los docentes y semejantes.
- Ser tratado con consideración. Sentirse valorado.

**1.3.3.8.2 .Los intereses de los estudiantes.** Para que el aprendizaje tenga valor para los estudiantes resulta fundamental conectarlos con sus intereses y aspiraciones.

Esto implica ayudarles a comprender los objetivos de aprendizaje y descubrir su utilidad. Requiere adaptar los objetivos curriculares a su contexto real, el uso de casos de la vida real, así como el empleo de noticias, vídeos y música cercanos a la población estudiantil.

Necesitamos conocer dónde se encuentran los estudiantes en sus progresos de aprendizaje, para poder identificar los retos que les harán avanzar a etapas superiores de desarrollo en términos de conocimientos y destrezas (Griffin y Care, 2012). Esto lo logramos acercándonos a cada estudiante e identificando las dificultades que está experimentando, para determinar cómo ayudarle a superarlas.

Para conseguir que el estudiante demuestre interés por la escuela se debe establecer una buena comunicación con ellos, un clima de confianza para que disfrute la clase y pueda expresar lo que siente. Cuando al estudiante se le motiva adecuadamente, su participación en el grupo es activa y más provechosa, pues empiezan a participar a través de preguntas, exponiendo sus dudas, haciendo observaciones y comentando sobre el tema, es decir, muestran interés.

**1.3.2.8.3 Los estilos de aprendizaje.** Según Martínez (1999) los estilos de aprendizaje son la forma personal en que los datos se procesan. Asimismo Cazau (1999), sostiene que los estilos de aprendizaje “son los modos característicos por los que un individuo procesa la información, siente y se comporta en La situaciones de aprendizaje” (p. 73)

Los estilos de aprendizaje son las diversas maneras de aprender influenciados por circunstancias tales como: el modo en que se acoge la información, la forma en que se organiza la información y la manera como se interpretan tales informaciones. Es muy importante que los estudiantes identifiquen su peculiar estilo de aprendizaje porque ello hará factible que ellos mismos examinen sus propios aprendizajes, diagnostiquen sus



fortalezas y debilidades e identifiquen las condiciones en que aprenderán mejor,

### **Características de los estilos de aprendizaje de Honey y Mumford.**

Honey y Mumford (1988), determinaron cuatro estilos de aprendizaje: activo, reflexivo, teórico y pragmático.

- **Estilo de aprendizaje activo.-** Se orienta a los resultados, los niños aprenden haciendo, le gustan los retos, les encanta hacer grupos y son de mente abierta.
- **Estilo de aprendizaje reflexivo.-** Usan mucho el razonamiento y el análisis, tienen una alta imaginación, no accionan ni ejecutan.
- **Estilo de aprendizaje teórico.-** Aprenden de conceptos abstractos, les gusta leer y ordenar información. Son dialécticos y les gusta investigar.
- **Estilo de aprendizaje pragmático.-** Aplican lo que aprenden a situaciones nuevas, aprenden por experiencias directas, les gusta actuar rápidamente y con seguridad con aquellas ideas que les atraen.-

**1.3.2.8.4 Los ritmos de aprendizaje.** Se define como la aptitud que tiene un estudiante para aprender de forma rápida o lenta un contenido. .Ostentan especial conexión con los siguientes factores: edad física, edad mental, motivación, conocimientos previos, dominio de estrategias, uso de inteligencias múltiples y nutrición

Gaviria, Martínez y Torres. (2014) Manifiestan que un estudiante con alto ritmo de aprendizaje afrontará con mayor ventajas las actividades de aprendizaje en relación a aquel estudiante con bajo ritmo de aprendizaje, pues éstos presentan dificultades a nivel de memoria, dificultades de atención y concentración, desequilibrio cognitivo recurrente, pobre motivación y baja autoestima. A estos alumnos no se les puede catalogar como estudiantes con retardo mental y tampoco presentan alteraciones en su desarrollo sensorial.

**1.3.2.8.5 Las habilidades cognitivas.** Chadwick Y Rivera, (2001), definen a las habilidades cognitivas como operaciones de carácter mental lo cual integra a sus estructuras mentales (más información en Anexo N° 3)

Un estudiante muestra sus habilidades cognitivas cuando demuestran capacidad para: estructurar información, solidez de argumentos, efectuar exposiciones, evidencia elevadas habilidades para analizar, sintetizar y extraer información sustantiva, memorizar acontecimientos relevantes. Gallego Codes (2007), plantea las siguientes habilidades cognitivas básicas que los alumnos del nivel secundaria deben desarrollar::

**a. Habilidades cognitivas de percepción.** Son las sensaciones cognoscitivas a nivel interno que resulta de las impresiones alcanzadas a través de los sentidos. Entre ellas sobresalen: la atención, la concentración y la memorización

**b. Habilidades cognitivas de procesamiento de la información:** Son el conjunto de procesos que debe recibir un texto o mensaje para ser aceptablemente asimilado. Aquí destacan las habilidades de. Codificación, decodificación, selección de ideas y contenidos, análisis y síntesis, ordenar , organizar y elaborar.

**c. Habilidades Cognitivas crítico- reflexivas.** Son competencias relacionadas a la elaboración de opiniones o criterios acerca de un tema después de haberlo analizado. Aquí sobresalen las siguientes habilidades cognitivas: creatividad, comparación, clasificación y autocontrol de procesos.

**1.3.2.8.6 El rendimiento académico.** Requena (1998), sostiene que el rendimiento académico es el resultado del esfuerzo del estudiante, de su capacidad de trabajo intelectual y manual, y, de su dedicación al estudio. Muchas veces es confundido tan solo como el resultado de notas o calificaciones

Los indicadores del rendimiento académico son. La tasa de éxito, la tasa de repitencia y la tasa de deserción.

**1.3.2.8.7 La motivación.** Según Pila (2012), es “aquello que impulsa a una persona a realizar determinadas acciones y a persistir en ellas hasta el

cumplimiento de sus objetivos” (p.17). Se podría definir también como la voluntad para realizar un esfuerzo y lograr ciertas metas.. Cuando un individuo está motivada a “algo”, estima que ese “algo” es necesario o conveniente. Malow (2010,), señala que “La motivación es el lazo que lleva una acción a satisfacer una necesidad” (p.10).

#### **Clasificación de la motivación.**

- **Motivación Intrínseca.** Se origina cuando el estudiante fija su interés por el estudio o trabajo pero por sí mismo, por razones internas,
- **Motivación Extrínseca.** Se origina cuando el estudiante fija su interés por razones externas, impulsado por las obtención de prebendas personales o sociales.

**1.3.2.8.8 La actitud.** Es la voluntad o disposición que posee un individuo para realizar una determinada actividad. Es el comportamiento habitual que se produce en diferentes circunstancias. Es la manera de reaccionar frente a las situaciones de la vida. Las actitudes se demuestran en las reacciones repetidas que efectúa el ser humano. Al respecto, Hurtado (2010) sostiene que “la actitud es la manifestación o el ánimo con el que frecuentamos una determinada situación” (p.20),

Las actitudes se manifiestan a través de actitudes positivas o actitudes negativas.

**La actitud positiva.** Traduce una disposición de enfrentar la realidad y sus múltiples situaciones de una forma, positiva y efectiva.

**la actitud negativa.** Traduce una disposición de obligación, de frustración, que no permiten el alcance de los objetivos trazados.

Las actitudes como factores que participan en toda acción humana, presentan tres componentes principales: el afectivo, el cognitivo y el conductual.

- **En lo afectivo,** va asociado con los sentimientos que influyen en cómo se percibe el objeto o situación, Dichos sentimientos pueden ser agradables o desagradables,
- **En lo cognitivo,** las actitudes se convierten en conjuntos organizados de creencias, valores y conocimientos relativamente estables..

- **En lo conductual**, se muestra a través de acciones favorables o desfavorables.

En esa misma línea, Bolívar (1999) afirma que “las actitudes una vez formadas, predisponen a una respuesta valorativa que manifiesta abiertamente los componentes afectivos, cognoscitivos y conductuales generando a su vez una respuesta de tipo afectivo, cognitivo o de conducta.” (p. 44)

Al respecto, Álvarez de Zayas (1997), señala que “para hablar de las actitudes en los adolescentes se puede decir que siempre hay que tomar en cuenta que las actitudes se adquieren, se aprenden y se forman a través de las experiencias y que a pesar de su relativa estabilidad pueden ser cambiadas apoyándose siempre en experiencias”.(p. 56)

**1.3.2.8.9 Las aptitudes.** Es la idoneidad que posee una persona para ejercer una función o servicio. Es la capacidad para el buen desempeño de una determinada función. La palabra aptitud proviene del latín aptus que significa “capaz para”. Las aptitudes para el aprendizaje, en tal razón, son aquellas habilidades necesarias para efectuar satisfactoriamente los aprendizajes establecidos.

Si tales habilidades están adecuadamente desarrolladas se considera que el estudiante está listo para aprender. Tal y como lo afirman Coll, Marchesi y Palacios (2001), “si se fuerza a un alumno a aprender un contenido que sobrepasa sus capacidades, muy probablemente el resultado, si es que se obtiene un resultado, sería de pura memorización mecánica o la comprensión incorrecta”. (p.87). de ahí que, es esencial aplicar estos principios para desarrollar los contenidos de enseñanza con su respectiva gradualidad

Los estudios efectuados por Piaget (1984) de igual modo consideran que, en las diferentes etapas de desarrollo, las personas cambian sus estrategias y operaciones cognoscitivas. Por tal razón, el maestro debería permanecer atento para hacerles las exigencias adecuada y organizar situaciones de aprendizaje en consonancia con su desarrollo. (Sarmiento, 2007)

### 1.3.3. El programa educativo

**1.3.3.1. Definición.** Santrock (2005), lo define como la planificación de un conjunto de sesiones para desarrollar metódicamente una variable. De igual modo, Bartolomé (1997), manifiesta que el programa es un proceso de previsión donde se distribuye las diferentes estrategias y actividades en el tiempo, orientadas a efectuar experiencias significativas y lograr un propósito determinado

**1.3.3.2 Tipos de Programa.** Bartolomé (1997), establece los siguientes tipos de programas

De acuerdo al tiempo el programa puede ser:

- De corta duración. El programa dura una semana, quince días, un mes o dos meses
- De larga duración.: El programa dura un ciclo, un año o toda una carrera

De acuerdo a la metodología, Santrock (2005), propone clasifica los programas en:

- Programas centrados en el Maestro (Conductual):
- Programas centrados en el Aprendizaje (Constructivista).

#### 1.3.3.3 Proceso para el planteamiento de un programa:

**Diagnóstico:** Es la etapa de análisis. Consiste en detallar las situaciones del contexto para identificar problemas y establecer las demandas, las que se convertirán en propósitos educativos.

**Planificación:** Es la etapa de previsión. Consiste en el establecimiento de acciones y objetivos, programándolas según secuencia, para implementarlas con estrategias que garanticen su consecución,.

**Implementación:** Es la etapa de provisión. Consiste en otorgar al programa de lo necesario para ser usado en las sesiones. En esta etapa se provee de personal, materiales, infraestructura, mobiliario y equipos.

**Ejecución:** Es la etapa de concreción. Consiste en la realización de todo lo planificado, interrelacionando los diversos elementos del programa.

**Evaluación:** Es la etapa de comprobación. Compara los resultados y logros conseguidos con los objetivos establecidos a efectos de señalar si los objetivos propuestos han sido logrados

#### **1.3.4. Teorías de aprendizaje que sustentan la investigación.**

**1.3.4.1 La pedagogía diferencial.** La educación adaptativa es un enfoque de la pedagogía diferencial que establece los principios básicos de adaptación de los procesos y actividades educativas a las diferencias personales de todos los alumnos.

Orden (1975) define la Pedagogía Diferencial de un modo progresivo. En una primera instancia, la define como conocimiento científico de la educación diferenciada, apoyada en las diferentes características de los grupos y personas. Después, resume su posición señalando que la Pedagogía Diferencial es la ciencia que tiene como objeto el estudio de las diferencias significativas entre los seres humanos en cuanto educandos y sus implicancias, en la medida en que determinan modos diferenciados y diferenciadores de educación.

Por otro lado, Pérez (1980), señala, sin definirla explícitamente, que es una disciplina que se interesa por dos grandes núcleos de contenidos, el referente al estudio de las diferencias humanas y el correspondiente a la adecuación de la acción educativa a tales diferencias.

Así mismo, Bartolomé (1983) la define como ciencia que estudia aquellas cuestiones pedagógicas fundamentadas en la incidencia que las diferencias humanas y ambientales tienen sobre el proceso educativo y que permiten una cierta tipificación de su tratamiento.

De igual modo, Jiménez (1987) la define como la ciencia que estudia la incidencia que, sobre el proceso y producto educativo, ejercen las diferencias humanas en interacción con ambientes particulares, en cuanto determinantes de patrones de intervención diferenciados que afectan la calidad de dicho proceso y producto.

En resumen, podemos afirmar que la pedagogía diferencial reflexiona acerca de como actuar desde el sistema educativa para logra una educación de calidad, para todos, conjugando la experiencia, la igualdad y la equidad desde la diversidad.

Esta pedagogía, entonces, asume un nuevo enfoque, que busca adecuarse a las características diversas de nuestros estudiantes, con ritmos y estilos de aprendizaje diferentes. De ahí que, surge la necesidad de replantear la adecuación de la educación a tales diferencias. Así la Pedagogía Diferencial, se orienta a las diferencias humanas para adaptarlas a la educación y al proceso de enseñanza-aprendizaje (Jiménez 1987).

La Pedagogía Diferencial consistiría, entonces, en la adecuación del proceso educativo a tales diferencias, pues se fundamenta en las características individuales de cada persona en particular..

**1.3.4.2 La teoría constructivista de Jean Piaget.** .Esta teoría, también llamada “Psicología Genética” estudió la estructuración del conocimiento y el origen y desarrollo de las capacidades cognitivas desde su base orgánica, biológica y genética, determinando que cada persona se desenvuelve por si mismo y en forma independiente. Considera al pensamiento y la inteligencia como procesos cognitivos que se desarrollan en forma paralela a la maduración y el crecimiento biológico

Good y Brophy (1997) afirman que Piaget “fue uno de los primeros psicólogos que reconocieron que nacemos como procesadores de información, activos y exploratorios, y que construimos nuestro conocimiento en lugar de tomarlo ya hecho en respuesta a la experiencia o la instrucción”. (p. 29). .Del mismo modo, Woolfolk (1999), señala que “el desarrollo cognoscitivo supone mucho más que la adición de nuevos hechos e ideas a un almacén de información”.(p. 27).

, La parte fundamental de esta teoría, en lo relacionado a la construcción del conocimiento es la adaptación, La adaptación se origina mediante dos procesos estrictamente relacionados y dependientes: la asimilación, que es el proceso por el cual la nueva información se integra a las estructuras

mentales ya existentes y, la acomodación, que es la modificación que sufre las estructuras mentales al integrar la nueva información.

Piaget planteó cuatro estadios de desarrollo del pensamiento las mismas desenvuelven por medio de niveles sucesivamente superiores de organización e integración a los que él denominó estadios: Así :planteó: el estadios sensorio– motor (0 – 2 años), el estadios pre-operacional (2 - 7 años), el estadios de las operaciones concretas (7 - 12 años) y el estadios de las operaciones formales (12 – hacia adelante)..

Good y Brophy (2006) manifiestan que, la etapa de las operaciones formales, es la que experimenta el estudiante en el nivel secundario y la que se va consolidando a lo largo de toda su vida

En lo referente a esta última estadio, Woolfolk (1999:) afirma que “en el nivel de las operaciones formales siguen dándose las operaciones y habilidades dominadas en etapas anteriores, es decir el pensamiento formal es reversible e interno y está organizado en un sistema de elementos independientes” (p. 37). No obstante,, el centro del pensamiento cambia de lo que “es” a lo que “puede ser”, puede razonar deductivamente a partir de una situación hipotética, desarrollar observaciones particulares para identificar principios generales, entre otros aspectos abstractas.

**1.3.4.3 La teoría sociocultural de Lev Vigotsky.** Lev Vigotsky plantea que el conocimiento es la resultante de la interacción de la persona con su medio sociocultural, de modo que, a mayor interacción social, mayor conocimiento. Estima al sujeto como el producto de un proceso histórico y social, en el cual el lenguaje desempeña un papel esencial.

Woolfolk (1996), con relación al pensamiento de Vygotsky señala que, “el desarrollo cognoscitivo ocurre a partir de las conversaciones e intercambios que el niño sostiene con miembros más conocedores de la cultura, adultos o compañeros más capaces”. (p. 47).

Los conceptos fundamentales de la teoría de Vigotsky son: las funciones mentales, las habilidades psicológicas, las zonas de desarrollo próximo, las herramientas psicológicas y la mediación.



De todas ellas, destacan las zonas de desarrollo pues están íntimamente ligada a la construcción del conocimiento. Vigotsky nos habla, de una zona de desarrollo próximo, que es la situación que afronta el estudiante, frente al nuevo conocimiento, sin ningún tipo de influencia o apoyo. Describe asimismo otra zona, la zona de desarrollo próximo, en la cual el estudiante recibe una serie de apoyos, a través de mediadores, para enfrentar el nuevo conocimiento y, por último, describe a la zona de desarrollo potencial, en donde ubica al estudiante resolviendo los nuevos conocimientos después de haber recibido el andamiaje correspondiente

Al respecto, Flores (2000) sostiene que: “en la educación escolar hay que distinguir entre aquello que el alumno es capaz de aprender y hacer por sí solo y, lo que es capaz de aprender con la ayuda de otras personas.” (p.130). El docente debe participarespecíficamente en aquellas actividades en donde los alumnos todavía no son capaces de realizarlas por sí mismos. A ese proceso se le denomina, el andamiaje, lo cual se traduce en proporcionar información complementaria al estudiante, brindarle ánimos, revisar conjuntamente los pasos de un problema, plantearle preguntas que reorientes la atención de los estudiantes en la tarea, revisando los ejercicios dados, entre otras acciones. Pero el andamiaje, no solo lo brinda el docente, ésta también lo puede dar, en el aula, el compañero que más sabe, y en el hogar, toda persona que apoye al estudiante y que le permita avanzar en su formación, Todo ello posibilitará gradualmente que los alumnos trabajen las cosas por sí mismos, siempre con la perspectiva de lograr cada vez, aprendizajes autónomos y pertinentes.

Para Vygotsky, en la medida en que una persona se movilice de su zona real actual a un posible potencial inmediato, en la escuela o fuera de ella, basta ese tránsito, para que se produzca la adquisición de conocimientos, la apropiación de habilidades. Es fundamental para la construcción de los aprendizajes, momentos de interacción de la persona que aprende con otras que le ayuden a moverse de un “no saber” a “saber”, de un “no poder hacer” a “saber hacer”, y lo que es más importante de un “no ser” a “ser”,

#### **1.4 Formulación del problema:**

¿Cómo influye la aplicación de un Programa de Educación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017?

#### **1.5 Justificación del estudio**

**Justificación práctica:** La presente investigación, permitirá adoptar los correctivos oportunos frente al problema planteado, debido a que en la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez” de El Porvenir, encontramos estudiantes, que muestran tener un limitado desarrollo de las competencias matemáticas, lo cual se evidencia en las dificultades para comprender situaciones planteadas en los problemas de cantidad, de equivalencia y cambio, de formas y movimiento y localización y, de gestión de datos e incertidumbre. Asimismo, los docentes demuestran, escasa planificación de estrategias en la acción pedagógica, que va acompañado de un inadecuado uso de estrategias metodológicas en la enseñanza del área de matemática, lo que se refleja en el rendimiento académico desfavorable de los alumnos.

**Justificación metodológica:** En respuesta a estas situaciones que limitan el aprendizaje, se deben trabajar con los estudiantes diversas estrategias que se sustentan en los principios de la educación adaptativa,

El presente trabajo se muestra como una real alternativa para atender satisfactoriamente ciertas dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, a partir de la utilización de un programa que puede servir como referente para abordar de manera práctica y metodológica este recurrente problema que los docentes afrontamos en nuestras aulas, en el desarrollo del área de matemática.

**Justificación social:** La sociedad actual se centra en la innovación, por lo tanto la presente investigación trata de lograr el aprendizaje diversificado planteando la teoría de la educación adaptativa como respuesta para lograr mejores niveles de rendimiento académico escolar de los estudiantes..

## **1.6. HIPÓTESIS**

### **1.6.1 Hipótesis general**

Hi: El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente las competencias matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N<sup>o</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir-2017.

H0: El programa de Educación Adaptativa no mejora significativamente las competencias matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N<sup>o</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir -2017.

### **1.6.2 Hipótesis específicas**

H<sub>1</sub>. El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión resuelve problemas de cantidad en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N<sup>o</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017.

Ho<sub>1</sub>. El programa de Educación Adaptativa no mejora significativamente la dimensión resuelve problemas de cantidad en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N<sup>o</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017.

H<sub>2</sub>. El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N<sup>o</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017.

Ho<sub>2</sub>. El programa de Educación Adaptativa no mejora significativamente la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N<sup>o</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 20167.

H<sub>3</sub>. El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión problemas de forma, movimiento y localización en situaciones del

entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017.

Ho<sub>3</sub>. El programa de Educación Adaptativa no mejora significativamente la dimensión problemas de forma, movimiento y localización en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017.

H<sub>4</sub>. El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión problemas de gestión de datos e incertidumbre en situaciones del entorno de los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017.

Ho<sub>4</sub>. El programa de Educación Adaptativa no mejora significativamente la dimensión problemas de gestión de datos e incertidumbre en situaciones del entorno de los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017.

## **1.7 Objetivos:**

### **1.7.1 Objetivo General**

Determinar la influencia de la aplicación de un Programa de Educación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir, 2017.

### **1.7.2 Objetivos específicos:**

- Identificar el nivel de las competencias matemáticas en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria, de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”, el Porvenir, 2017, mediante la aplicación del pre test y post test al grupo de control y experimental.
- Identificar el nivel de las competencias matemáticas en la dimensión resuelve problemas de cantidad en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria, de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio

Zevallos G3mez", el Porvenir, 2017, mediante la aplicaci3n del pre test y post test al grupo de control y experimental.

- Identificar el nivel de las competencias matem3ticas en la dimensi3n resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del segundo grado de educaci3n secundaria, de la Instituci3n Educativa N° 80026 "Horacio Zevallos G3mez", el Porvenir, 2017, mediante la aplicaci3n del pre test y post test al grupo de control y experimental.
- Identificar el nivel de las competencias matem3ticas en la dimensi3n resuelve problemas de forma, movimiento y localizaci3n en los estudiantes del segundo grado de educaci3n secundaria, de la Instituci3n Educativa N° 80026 "Horacio Zevallos G3mez", el Porvenir, 2017, mediante la aplicaci3n del pre test y post test al grupo de control y experimental.
- Identificar el nivel de las competencias matem3ticas en la dimensi3n resuelve problemas de gesti3n de datos e incertidumbre en los estudiantes del segundo grado de educaci3n secundaria, de la Instituci3n Educativa N° 80026 "Horacio Zevallos G3mez", el Porvenir, 2017, mediante la aplicaci3n del pre test y post test al grupo de control y experimental.
- Aplicar el Programa de Adaptaci3n Educativa a los estudiantes del segundo grado de educaci3n secundaria de la Instituci3n Educativa N° 80026 "Horacio Zevallos G3mez" del distrito de El Porvenir, 2017.
- Contrastar los resultados obtenidos del pre test y post test aplicados al grupo de control y experimental sobre el desarrollo de las competencias matem3ticas.

## II. MÉTODO

### 2.1. Diseño de investigación

El diseño de la investigación corresponde a los denominados diseños experimentales del tipo cuasi experimental, debido a que los sujetos incluidos en los grupos de estudio, no se asignan al azar, ya están previamente asignados o constituidos, antes del experimento, y consiste en que una vez que se dispone de los dos grupos, se debe evaluar a ambos en la variable dependiente, luego a un grupo se expone a la presencia de la variable independiente (tratamiento experimental) y el otro no. Posteriormente, los dos grupos se comparan para saber si el grupo expuesto a la variable independiente difiere del grupo que no fue expuesto.

El diagrama del diseño específico es el siguiente:

GE: O <sub>1</sub>	X	O <sub>2</sub>
GC: O <sub>3</sub>	—	O <sub>4</sub>

Dónde:

GE = Grupo Experimental

GC = Grupo Control

O<sub>1</sub> = Pre test al grupo experimental

O<sub>2</sub> = Post test al grupo experimental

X = Programa de Educación Adaptativa

O<sub>3</sub> = Pre test al grupo Control

O<sub>4</sub> = Post test al grupo Control

### 2.2 Variables, Operacionalización

#### 2.2.1 Variables

- Variable independiente:  
Programa de Educación Adaptativa
- Variable dependiente:  
Competencias matemáticas

#### 2.2.2 Operacionalización de variables

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala de medición
Programa de Educación Adaptativa	La Educación Adaptativa es una disciplina centrada en la conceptualización y estudio de los procesos y modelos educativos para adecuarlos a las capacidades de los estudiantes. Esto es, intenta explicar cómo adaptar la intervención educativa a las diferencias individuales de cada estudiante de tal manera que, todos alcancen los objetivos establecidos, aumente el rendimiento individual y el promedio de la clase y, que no se produzcan desigualdades entre los alumnos respecto a los objetivos comunes. (Gláser, Cronbach, Snow y García)	Es la planificación de 16 sesiones las cuales ponen atención en las características diferenciadas de los estudiantes como: sus necesidades, intereses, estilos y ritmos de aprendizaje, habilidades cognitivas, rendimiento académico, motivación, actitudes y aptitudes, para atenderlas, según su realidad personal, con estrategias pertinentes y personalizadas, de tal forma que pueda ir forjando una identidad propia, procesar adecuadamente la información, tomar decisiones, pensar en forma crítica y lograr desenvolverse independientemente en el entorno en donde se desenvuelve	Las necesidades de los estudiantes	Atiende con coherencia las necesidades escolares de los estudiantes	Nominal
			Los intereses de los estudiantes	Guarda correspondencia con los intereses de los estudiantes	
			Los estilos de aprendizaje	Desarrolla el estilo pragmático en la solución de ejercicios	
			Los ritmos de aprendizaje	Ejecuta sus actividades en un tiempo adecuado a su ritmo de aprendizaje	
			Las habilidades cognitivas	Desarrolla las habilidades cognitivas de percepción, de procesamiento de la información y crítico-reflexivo	
			El rendimiento académico	Establece la tasa de éxito, de repitencia y deserción escolar.	
			La motivación	incentiva la motivación intrínseca hacia la realización de la tarea	
			Las actitudes	Genera actitudes positivas en los estudiantes.	
Las aptitudes	Desarrolla las capacidades necesarias para realizar satisfactoriamente los aprendizajes				

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala de medición
Competencias matemáticas	La competencia matemática se define como la facultad que tiene una persona de combinar un conjunto de capacidades a fin de lograr un propósito específico en una situación determinada, actuando de manera pertinente y con sentido ético (Currículo Nacional – 2016)	Es la aplicación de un instrumento consistente en dos pruebas objetiva de 40 ítems cada una que miden 4 dimensiones: problemas de cantidad, problemas de regularidad, problemas de equivalencia y cambio, problemas de forma, movimiento y localización y, por último, problemas de gestión de datos e incertidumbre	Problemas de cantidad	Reconoce relaciones no explícitas en problemas multiplicativos de proporcionalidad y lo expresa en un modelo basado en proporcionalidad directa e indirecta.	Ordinal
				Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros para resolver problemas relacionado al aumento o descuento porcentual sucesivo	
				Representa aumentos y descuentos porcentuales sucesivos empleando diagramas, gráficos entre otros.	
			Problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas relacionados a la proporcionalidad.	
				Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una proporcionalidad inversa, función lineal y lineal afín.	
				Usa modelos de variación referidos a la función lineal al plantear y resolver problemas.	
				Describe gráficos y tablas que expresan funciones lineales, afines y constantes.	



				<p>Grafica transformaciones geométricas de rotar, trasladar, reflejar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula</p>
				<p>Describe el desarrollo de prismas, pirámides y conos considerando sus elementos</p>
			Problemas de forma, movimiento y localización	<p>Calcula el perímetro y área de figuras poligonales regulares y compuestas, triángulos, círculos componiendo y descomponiendo en otras figuras cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros. .</p>
				<p>Diferencia y usa planos o mapas a escala al plantear y resolver problemas.</p>
				<p>Plantea conjeturas para reconocer las propiedades de los lados y ángulos de los polígonos regulares.</p>
			Problemas de gestión de datos e incertidumbre	<p>Expresa información presentada en tablas y gráficos estadísticos para datos no agrupados y agrupados</p>
				<p>Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas</p>
				<p>Usa las propiedades de la probabilidad en el modelo de Laplace al resolver problemas</p>
				<p>Plantea y resuelve problemas sobre la probabilidad de un evento en una situación aleatoria a partir de un modelo referido a la probabilidad.</p>

## 2.3. Población y muestra

### Población

La población del estudio está constituida por los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la de la I.E. N<sup>a</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir- 2017 y de la I.E. “Francisco Lizarzaburo” – El Porvenir-2017, matriculados en el año lectivo 2017, haciendo un total de 221, tal como se aprecia en la siguiente tabla.

**Tabla 1**

*Distribución de la población de estudio*

Institución Educativa	Sección	Cantidad
I.E. N <sup>a</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez”	A	26
	B	26
	C	29
I.E. “Francisco Lizarzaburo”	A	26
	B	26
	C	30
	D	29
	E	29
TOTAL		221

**Nota:** Nominas de Matricula de la I.E. N<sup>a</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez” y de la I.E. “Francisco Lizarzaburo” El Porvenir - 2017

### Muestra

La muestra está conformada por los estudiantes del segundo grado A y B de educación secundaria de la I.E. N<sup>a</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir- 2017 y de la I.E. “Francisco Lizarzaburo” – El Porvenir-2017, matriculados en el año lectivo 2017, haciendo un total de 102, tal como se aprecia en la siguiente tabla.

**Tabla 2**

*Distribución de la muestra de estudio*

<b>Institución Educativa</b>	<b>Sección</b>	<b>Grupo</b>	<b>Cantidad</b>
I.E. N <sup>o</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez”	A	Experimental	26
	B	Experimental	25
I.E. “Francisco Lizarzaburo”	A	Control	26
	B	Control	25
<b>TOTAL</b>			<b>102</b>

**Nota:** Nominas de Matricula de la I.E. N<sup>o</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez” y de la I.E. “Francisco Lizarzaburo” El Porvenir – 2017

### **Muestreo**

La muestra fue seleccionada mediante un muestreo no probabilístico intencional o de conveniencia.

Este tipo de muestreo se caracteriza por un esfuerzo deliberado de obtener muestras "representativas" mediante la inclusión en la muestra de grupos supuestamente típicos, es decir el investigador seleccione directa e intencionadamente los individuos de la población.

En nuestro caso se optó por este tipo de muestreo por la facilidad de acceso a los estudiantes de las instituciones educativas “Horacio Zevallos Gámez” y “Francisco Lizarzaburo”, ambas instituciones ubicadas en el distrito El Porvenir.

## **2.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos, validez y confiabilidad**

### **2.4.1 Técnicas e instrumentos de recolección de datos:**

Para la presente investigación se ha utilizado las siguientes técnicas :e instrumentos.

- La prueba de rendimiento académico el cual tuvo como instrumento a la prueba objetiva.
- La observación sistemática, que tuvo como instruemnto a la lista de cotejos

### **2.4.2 Descripción**

Según la clase de instrumento es de rendimiento. De igual modo, según el tipo de instrumento o test es de rendimiento, con un tiempo límite de 120 minutos por evaluación. Así mismo, de acuerdo al tipo de aplicación es individual. En esa misma línea, el instrumento según el tipo de ítems es de elección múltiple y según su presentación presenta ítems escritos.

Por otro lado, según su significación esta prueba, está compuesta por 40 ítems por cada evaluación, que miden el aprendizaje y las competencias matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria, en situaciones de contexto real, matemático o científico. La información que ofrece la prueba corresponde a las competencias de cantidad; regularidad, equivalencia y cambio; forma, movimiento y localización de cuerpos y, gestión de datos e incertidumbre, que se miden mediante las capacidades y estas a través de los indicadores. con niveles de calificación:: inicio, proceso logrado y satisfactorio

### **2.4.3 Validez del instrumento**

El instrumento fue validado por juicio de expertos, en la que participaron cinco profesionales especialistas en el tema. Luego se calculó del coeficiente V de Aiken obteniendo un promedio de 97% aproximadamente, lo que significa que nuestro instrumento es válido.

#### **2.4.4 Confiabilidad del instrumento**

La confiabilidad se realizó a través del coeficiente de Kulder Richarson debido a que los datos son dicotómicos. El cálculo de dicho coeficiente se realizó utilizando el programa Excel, obteniendo un valor de 0.86, lo cual nos permite afirmar que el instrumento es confiable.

#### **2.5 Métodos de análisis de datos**

Para realizar el análisis respectivo se tomó en cuenta la información recolectada tanto en el pre y post test, de acuerdo a las dimensiones de la atención sostenida. Los pasos que se siguieron para realizar este análisis fueron.:

- a) Elaboración de la matriz de la base de datos para digitar la información recabada.
- b) Realizar el análisis estadístico descriptivo: calcular los promedios y totales de la variable y dimensiones en el pre test y post test tanto en el grupo experimental como en el de control; determinar los niveles por variable y dimensión; representar los resultados en tablas y gráficos estadísticos para interpretar la información.
- c) Realizar el análisis estadístico inferencial: contrastar las hipótesis con la finalidad de dar respuesta a nuestro problema y hacer las comparaciones en cada uno de las dimensiones de la variable en estudio.

Para probar las hipótesis planteadas se utilizaron pruebas no paramétricas debido a que los datos obtenidos no tenían una distribución normal.

La prueba de hipótesis se realizó en cuatro pasos:

1. La prueba de hipótesis para verificar si los grupos de estudio son equivalentes al inicio del experimento, considerando un 95% de confianza. Se evalúa el promedio del pre test tanto del grupo experimental como del grupo de control.
2. La prueba de hipótesis para las medianas evaluando el pre test y post test del grupo control, con el objetivo de analizar la homogeneidad del grupo durante el experimento. También se utilizará un 95% de confianza.

3. La prueba de hipótesis para las medianas evaluando el pre test y post test del grupo experimental, con el objetivo de analizar el impacto después de aplicar el programa. También se utilizará un 95% de confianza.
4. La prueba de hipótesis para verificar la equivalencia de grupos al final del experimento, se evalúa el promedio del post test tanto del grupo experimental como del grupo de control. También se utilizará un 95% de confianza. Esta es la prueba que nos concluirá si hay un impacto significativo del programa.

Para el procesamiento, presentación y análisis de los datos se utilizó el programa Excel y el Paquete de Análisis Estadístico para la Investigación en Ciencias Sociales SPSS (Statistical Package for the Social Sciences)

## **2.6. Aspectos éticos**

Para poder llevar a cabo el desarrollo de la investigación se tuvo en cuenta los siguientes criterios:

1. Solicitar permiso al director de la institución educativa donde se aplicaría el pre y post test.
2. Solicitar el apoyo del docente a cargo del aula donde se aplicaría el pre y post test.
3. Solicitar el apoyo a los padres de familia de los estudiantes para dar su Consentimiento informado para dar inicio a la investigación con la aplicación del pre y post test de ambas IE.
4. Solicitar el asentimiento informado de los estudiantes de ambas IE para poder iniciar la investigación con la aplicación del pre y post test.
5. Se respetó el derecho de autor.
6. La investigación es original respaldado por los procedimientos de investigación establecidos por la universidad "César Vallejo"

### III. RESULTADOS

#### 3.1. DESCRIPCIÓN DE RESULTADO

##### 3.1.1. RESULTADOS A NIVEL DE VARIABLE

Corresponde a la hipótesis general: El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente las competencias matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N<sup>o</sup> 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir-2017.

**Tabla 3**

*Niveles de la variable competencias matemáticas*

NIVEL	GRUPO EXPERIMENTAL				GRUPO DE CONTROL			
	PRE TEST		POST TEST		PRE TEST		POST TEST	
	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%
INICIO	36	71%	0	0%	35	69%	29	57%
PROCESO	15	29%	35	69%	16	31%	22	43%
LOGRADO	0	0%	13	25%	0	0%	0	0%
SATISFACTORIO	0	0%	3	6%	0	0%	0	0%
Total	51	100%	51	100%	51	100%	51	100%

**Nota:** Resultados de la aplicación de la prueba para evaluar la competencia matemática.

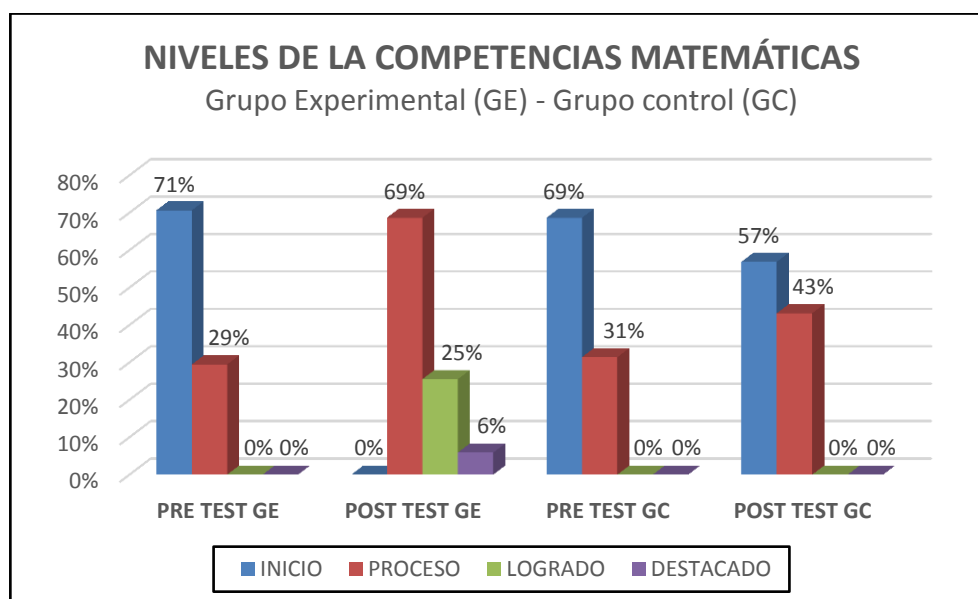


Figura 1. Niveles de la variable competencias matemáticas

### **Interpretación**

Como podemos observar de la tabla 3 y figura 1 en base a los resultados del pre test los estudiantes del grupo experimental se ubican en los niveles de Inicio con un 71% y Proceso con 29%, mientras que los resultados del post test muestran una mejora considerable, pues ahora los estudiantes se ubican en los niveles de Proceso, Logrado y Satisfactorio. El nivel predominante en el post test es de Proceso, con un 69%.

Del mismo modo, en base a los resultados del pre test los estudiantes del grupo de control se ubican en los niveles de Inicio con un 69% y Proceso con 31%, mientras que, los resultados del post test muestran que se mantienen dichos niveles, aunque con una ligera variación porcentual pues ahora el nivel de Inicio tiene un 57% y el nivel Proceso tiene 43%.



### 3.1.2. RESULTADOS A NIVEL DE DIMENSIONES

#### Dimensión 1

Corresponde a la hipótesis específica: El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión resuelve problemas de cantidad en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017.

**Tabla 4**

*Niveles de la competencia matemática en su dimensión: Resuelve problemas de cantidad*

NIVEL	GRUPO EXPERIMENTAL				GRUPO DE CONTROL			
	PRE TEST		POST TEST		PRE TEST		POST TEST	
	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%
INICIO	40	78%	0	0%	35	69%	37	73%
PROCESO	11	22%	36	71%	16	31%	14	27%
LOGRADO	0	0%	11	22%	0	0%	0	0%
SATISFACTORIO	0	0%	4	8%	0	0%	0	0%
Total	51	100%	51	100%	51	100%	51	100%

**Nota:** Resultados de la aplicación de la prueba para evaluar la competencia matemática.

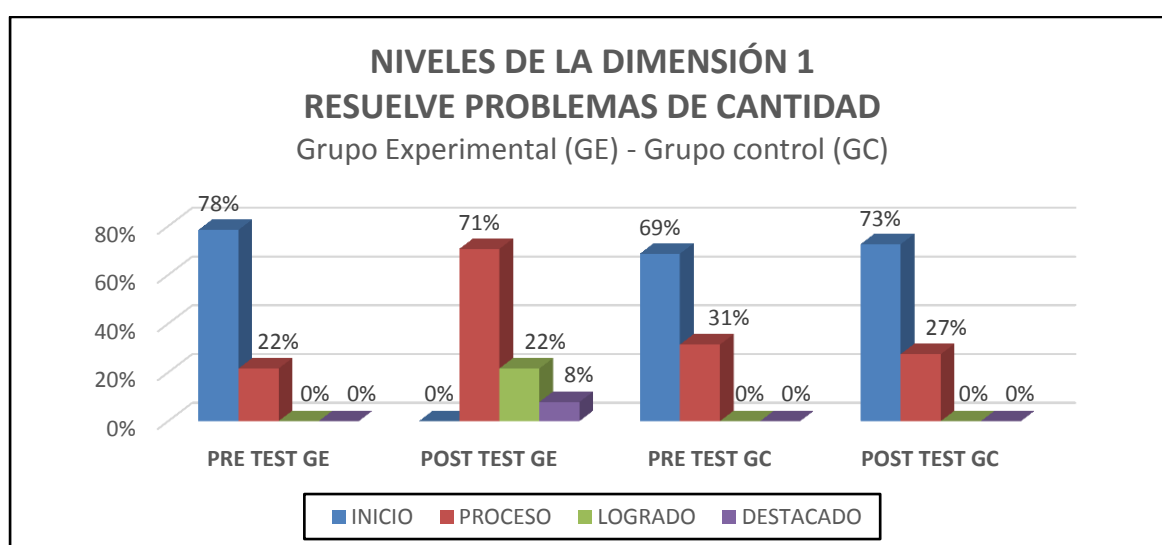


Figura 2. Niveles de la competencia matemática en su dimensión Resuelve problemas de cantidad

Como podemos observar de la tabla 4 y figura 2, en base a los resultados del pre test los estudiantes del grupo experimental se ubican en los niveles de Inicio con un 78% y Proceso con 22% en la competencia. Resuelve problemas de cantidad. Los resultados del post test muestran una mejora considerable, pues ahora los estudiantes se ubican en los niveles de Proceso, Logrado y Satisfactorio en la competencia: Resuelve problemas de cantidad, con un nivel predominante de Proceso con un 71%.

Del mismo modo, en base a los resultados del pre test los estudiantes del grupo de control se ubican en los niveles de Inicio con un 69% y Proceso con 31% en la dimensión Resuelve problemas de cantidad, mientras que los resultados del post test muestran que se mantienen dichos niveles, aunque con una ligera variación porcentual pues ahora el nivel de Inicio tiene un 73% y el nivel Proceso tiene 27%

## Dimensión 2

Corresponde a la hipótesis específica: El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017.

**Tabla 5**

*Niveles de la competencia matemática en su dimensión: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio*

NIVEL	GRUPO EXPERIMENTAL				GRUPO DE CONTROL			
	PRE TEST		POST TEST		PRE TEST		POST TEST	
	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%
INICIO	41	80%	2	4%	38	75%	41	80%
PROCESO	10	20%	37	73%	13	25%	10	20%
LOGRADO	0	0%	10	20%	0	0%	0	0%
SATISFACTORIO	0	0%	2	4%	0	0%	0	0%
Total	51	100%	51	100%	51	100%	51	100%

**Nota:** Resultados de la aplicación de la prueba para evaluar la competencia matemática.

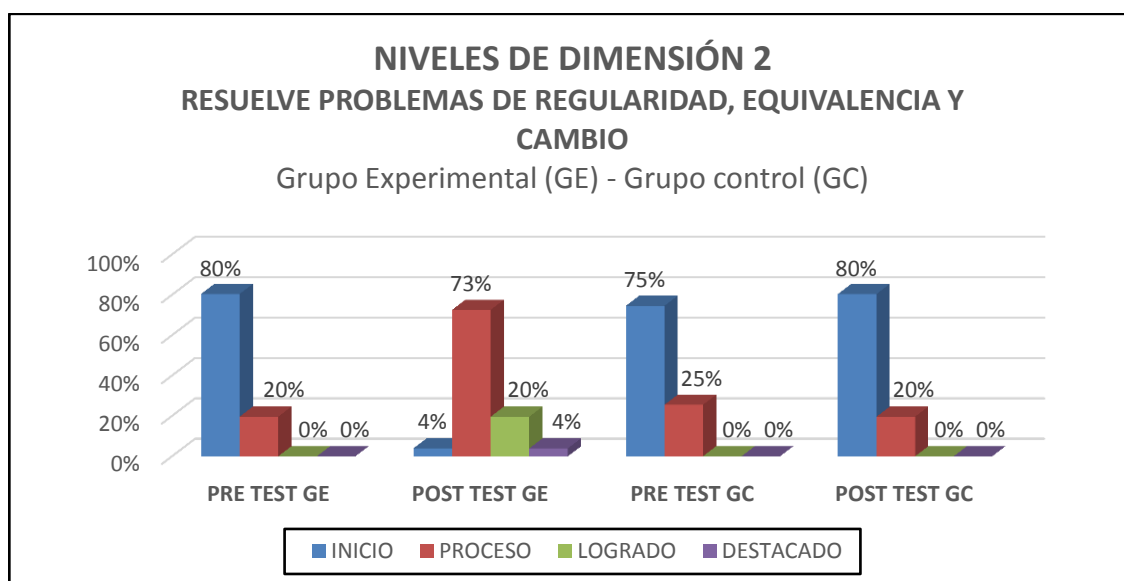


Figura 3. Niveles de la competencia matemática en su dimensión: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Como podemos observar de la tabla 5 y figura 3, en base a los resultados del pre test los estudiantes del grupo experimental se ubican en los niveles de Inicio con un 80% y Proceso con 20% en la competencia. Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. Los resultados del post test muestran una mejora considerable, pues ahora los estudiantes se ubican en los niveles de Inicio, Proceso, Logrado y Satisfactorio, con un nivel predominante Del nivel Proceso con un 73%.

Del mismo modo, en base a los resultados del pre test los estudiantes del grupo de control se ubican en los niveles de Inicio con un 75% y Proceso con 25% en la dimensión Resuelve problemas de regularidad, equivalencia, mientras que, los resultados del post test muestran que se mantienen dichos niveles, aunque con una ligera variación porcentual, pues ahora el nivel de Inicio tiene un 80% y el nivel Proceso tiene 20%.

### Dimensión 3

Corresponde a la hipótesis específica: El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión problemas de forma, movimiento y localización en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017.

**Tabla 6**

*Niveles de la competencia matemática en su dimensión Resuelve problemas de forma, movimiento y localización*

NIVEL	GRUPO EXPERIMENTAL				GRUPO DE CONTROL			
	PRE TEST		POST TEST		PRE TEST		POST TEST	
	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%
INICIO	39	76%	0	0%	35	69%	34	67%
PROCESO	12	24%	36	70%	16	31%	17	33%
LOGRADO	0	0%	10	20%	0	0%	0	0%
SATISFACTORIO	0	0%	5	10%	0	0%	0	0%
Total	51	100%	51	100%	51	100%	51	100%

**Nota:** Resultados de la aplicación de la prueba para evaluar la competencia matemática.

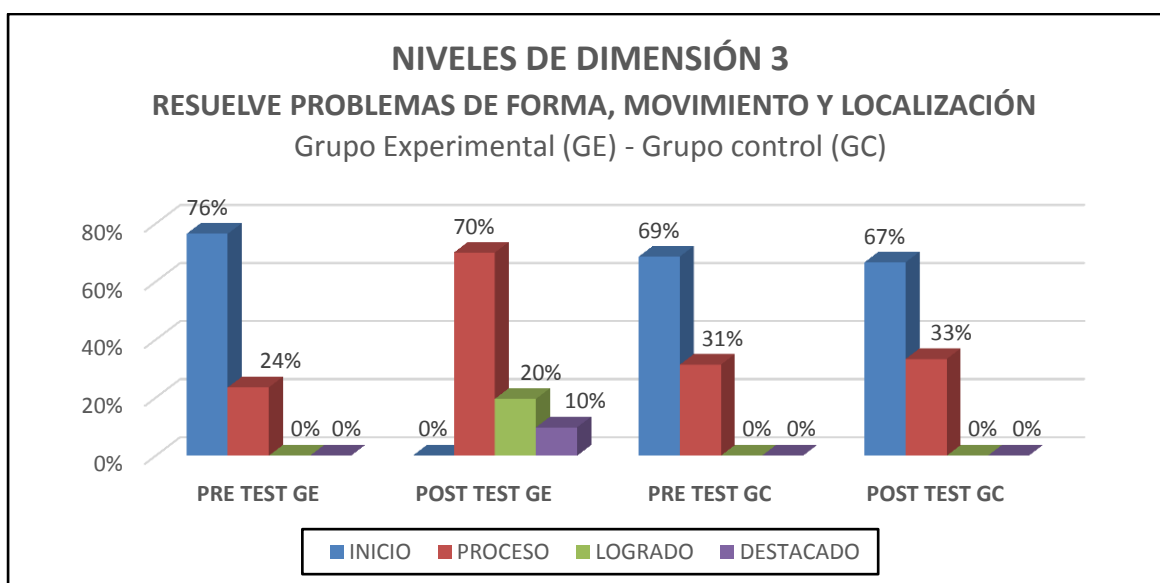


Figura 4. Niveles de las competencias matemáticas en su dimensión: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

Como podemos observar de la tabla 6 y figura 4, en base a los resultados del pre test los estudiantes del grupo experimental se ubican en los niveles de Inicio con un 76% y Proceso con 24% en la competencia: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización. Los resultados del post test muestran una mejora considerable, pues ahora los estudiantes se ubican en los niveles de, Proceso con 70% Logrado 20% y Satisfactorio 10%.

También podemos observar que en base a los resultados del pre test los estudiantes del grupo de control se ubican en los niveles de Inicio con un 69% y Proceso con 31% en la dimensión Resuelve problemas de forma, movimiento y localización, mientras que los resultados del post test muestran que se mantienen dichos niveles, aunque con una ligera variación porcentual pues ahora el nivel de Inicio tiene un 67% y el nivel proceso tiene 33%

#### Dimensión 4

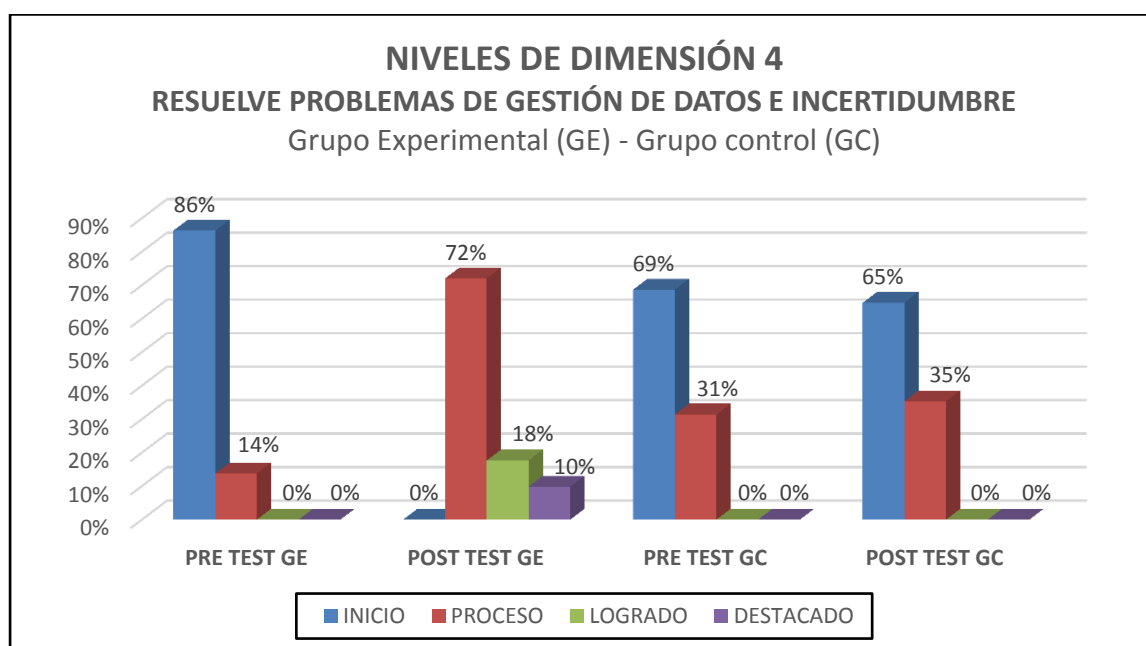
Corresponde a la hipótesis específica. El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión problemas de gestión de datos e incertidumbre en situaciones del entorno de los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017.

**Tabla 7**

*Niveles de la competencia matemática en su dimensión: Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre*

NIVEL	GRUPO EXPERIMENTAL				GRUPO DE CONTROL			
	PRE TEST		POST TEST		PRE TEST		POST TEST	
	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes	%
INICIO	44	86%	0	0%	35	69%	33	65%
PROCESO	7	14%	37	72%	16	31%	18	35%
LOGRADO	0	0%	9	18%	0	0%	0	0%
SATISFACTORIO	0	0%	5	10%	0	0%	0	0%
Total	51	100%	51	100%	51	100%	51	100%

**Nota:** Resultados de la aplicación de la prueba para evaluar la competencia matemática.



. Figura 5. Niveles de las competencia matemática en su dimensión Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Como podemos observar de la tabla 7 y figura 5, en base a los resultados del pre test, los estudiantes del grupo experimental, se ubican en los niveles de Inicio con un 86% y Proceso con 14% en la dimensión Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre. En tanto, los resultados del post test muestran una mejora considerable, pues ahora los estudiantes se ubican en los niveles de, Proceso con 72%, Logrado 18% y Satisfactorio 10%.

También podemos observar que en base a los resultados del pre test los estudiantes del grupo de control se ubican en los niveles de Inicio con un 69% y Proceso con 31% en la dimensión Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre; mientras que, los resultados del post test muestran que se mantienen dichos niveles, aunque con una ligera variación porcentual pues ahora el nivel de Inicio tiene un 65% y el nivel Proceso tiene 35%



**Tabla 8**

*Tabla comparativa de resultados obtenidos en el pre-test y post-test del grupo de control y grupo experimental según medidas estadísticas*

	GRUPO EXPERIMENTAL							GRUPO CONTROL							
	Pre test			Post test				Diferencia	Pre test			Post test			
	Media	DS	CV	Media	DS	CV	Media		DS	CV	Media	DS	CV	Diferencia	
Dimensión 1	10.12	1.59	16%	14.08	1.89	13%	3.96	10.40	1.76	17%	10.28	1.76	17%	-0.12	
Dimensión 2	9.80	1.77	18%	13.64	1.84	13%	3.84	10.40	1.56	15%	10.08	1.66	17%	-0.32	
Dimensión 3	10.08	1.71	17%	14.12	1.96	14%	4.04	10.28	1.40	14%	10.32	1.42	14%	0.04	
Dimensión 4	9.56	1.42	15%	14.16	1.89	13%	4.60	10.08	2.28	23%	10.40	1.76	17%	0.32	
Competencias Matemática	10.02	1.41	14%	14.18	1.90	13%	4.16	10.42	1.72	16%	10.48	1.58	15%	0.06	

**Nota:** Resultados de la aplicación de la prueba para evaluar la competencia matemática.

En la tabla 8, se presenta los puntajes promedio, desviación estándar (DS) y coeficiente de variación (CV) obtenidos por los estudiantes después de aplicar el pre test y post test, para cada una de las dimensiones así como para la variable Competencias Matemáticas, tanto del grupo experimental como del grupo control.

En lo que respecta a la dimensión 1, en el grupo experimental se observa una mejora pues el puntaje promedio obtenido en el pre-test es 10.12, mientras que en el post test se obtuvo 14.08, lo que representa un incremento de 3.96. Del mismo modo el coeficiente de variación en el pre test es de 16%, mientras que en el post test disminuyó a 13% lo cual indica una mejor homogeneidad de los datos. Con relación al grupo de control podemos observar que no existen variaciones relevantes, pues su puntaje promedio es 10.40 y 10.28 en el pre test y post test respectivamente.

En lo que respecta a la dimensión 2, podemos observar que en el grupo experimental se pasa de un puntaje promedio de 9.80 en el pre test a 13.64 en post test, presentando un incremento de 3.84. Del mismo modo el coeficiente de variación en el pre test es de 18%, mientras que en el post test disminuyó a 13% lo cual indica que se mejoró la homogeneidad de los datos. Con relación al grupo de control podemos observar que existen variaciones muy pequeñas, pues su puntaje promedio es 10.40 y 10.08 en el pre test y post test respectivamente.

En lo que respecta a la dimensión 3, podemos observar que en el grupo experimental se pasa puntaje promedio de 10.08 en el pre test a 14.12 en el post test, presentando un incremento de 4.04. Del mismo modo el coeficiente de variación en el pre test es de 17%, mientras que en el post test disminuyó a 14% lo cual indica que los datos son muy homogéneos. Con relación al grupo de control podemos observar que no existen variaciones relevantes pues su puntaje promedio es 10.28 y 10.32 en el pre test y post test respectivamente.

En lo que respecta a la dimensión 4, podemos observar que en el grupo experimental se pasa de un puntaje promedio de 9.56 en el pre test a 14.16 en el post test, presentando un incremento de 4.60. Lo cual indica que es esta dimensión en la que se obtuvo mejores resultados, por tener el mayor

incremento en relación a las otras dimensiones. Del mismo modo el coeficiente de variación en el pre test es de 15%, mientras que en el post test disminuyó a 13% lo cual indica que se mejoró la homogeneidad de los datos.

Con relación al grupo de control podemos observar que existen variaciones casi imperceptibles pues su puntaje promedio es 10.08 y 10.40 en el pre test y post test respectivamente.

De la misma manera, en lo que respecta a la variable Competencias Matemáticas, podemos observar que el grupo experimental pasa de un puntaje promedio de 10.02, en el pre test, a un puntaje promedio de 14.18, en el post test lo que representa un incremento de 4.16 puntos en el puntaje promedio. Del mismo modo el coeficiente de variación en el pre test es de 14%, mientras que en el post test disminuyó a 13% lo cual indica que se mejoró la homogeneidad de los datos. Con relación al grupo de control podemos observar que presenta variaciones muy pequeñas pues en el pre test tiene un puntaje promedio de 10.42 y un coeficiente de variación del 16%, mientras que en el post test presenta un puntaje promedio de 10.48 y 15% en su coeficiente de variación.

En base a los resultados observados, podemos afirmar que el Programa de Educación Adaptativa ha tenido un efecto significativo en la mejora de la Competencias Matemáticas de los estudiantes del grupo experimental.

## 3.2. CONTRASTACIÓN DE HIPÓTESIS

### 3.2.1. ANÁLISIS DE NORMALIDAD

**Tabla 9**

*Pruebas de normalidad*

	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Pre test GE dimensión 1	.304	51	.000	.825	51	.000
Post test GE dimensión 1	.214	51	.000	.845	51	.000
Pre test GC dimensión 1	.254	51	.000	.891	51	.000
Post test GC dimensión 1	.268	51	.000	.886	51	.000
Pre test GE dimensión 2	.244	51	.000	.881	51	.000
Post test GE dimensión 2	.248	51	.000	.875	51	.000
Pre test GC dimensión 2	.333	51	.000	.815	51	.000
Post test GC dimensión 2	.313	51	.000	.836	51	.000
Pre test GE dimensión 3	.265	51	.000	.884	51	.000
Post test GE dimensión 3	.222	51	.000	.842	51	.000
Pre test GC dimensión 3	.252	51	.000	.804	51	.000
Post test GC dimensión 3	.242	51	.000	.803	51	.000
Pre test GE dimensión 4	.281	51	.000	.845	51	.000
Post test GE dimensión 4	.250	51	.000	.845	51	.000
Pre test GC dimensión 4	.304	51	.000	.835	51	.000
Post test GC dimensión 4	.217	51	.000	.900	51	.000
Pre test GE variable CM	.217	51	.000	.930	51	.005
Post test GE variable CM	.215	51	.000	.871	51	.000
Pre test GC variable CM	.266	51	.000	.884	51	.000
Post test GC variable CM	.168	51	.001	.943	51	.016

**Nota..** Corrección de significación de Lilliefors

Como podemos observar de la tabla 9, existen dos pruebas Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk; para nuestro caso debido a que nuestra muestra es mayor que 50 (51 estudiantes) trabajaremos con la prueba de Kolmogorov-Smirnov .

En base a los resultados del pre test y post test del grupo experimental y de control a nivel de la variable y dimensiones de las Competencias matemática podemos observar que los datos no se ajustan a una distribución normal ( $p < 0.05$ ) para un nivel de confianza del 95%.

### 3.2.2. PRUEBA DE HIPÓTESIS

#### 3.2.2.1. Prueba de Hipótesis General

**Tabla 10**

Prueba de equivalencia entre el grupo experimental y de control en el pre test

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La distribución del Grupo experimental y el Grupo de control en el Pre Test es la misma	Prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes	0.313	Conserve la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es mayor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,313 ( $p > 0,05$ ) se puede decir que no existe diferencia estadísticamente significativa entre las medias de los grupos experimental y de control, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que los grupos experimental y de control son equivalentes al inicio del experimento.

**Tabla 11**

Prueba de comparación entre pre test y pos test del grupo control

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La mediana de las diferencias entre el Pre Test y el Post Test del grupo control a nivel de la variable es igual a 0.	Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas	0.518	Conserve la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es mayor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,518 ( $p > 0,05$ ) se puede decir que no existe diferencia estadísticamente significativa entre las medianas del post test y pre test del grupo de control, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que el grupo de control se mantiene homogéneo durante todo el experimento.

**Tabla 12**

Prueba de comparación entre pre test y pos test del grupo experimental

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La mediana de las diferencias entre Pre Test y el Post Test del grupo experimental a nivel de la variable es igual a 0.	Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas	,000	Rechace la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es menor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,000 ( $p < 0,05$ ) se puede decir que existe diferencia estadísticamente significativa entre las medianas del post test y pre test del grupo experimental, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test y pre test aplicado al grupo experimental. Por lo tanto, se deduce que fue efectivo el tratamiento en los estudiantes que participaron en el grupo experimental y hubo mejoras en el desarrollo de las Competencias Matemática.

**Tabla 13**

Prueba de comparación entre los pos test de los grupos experimental y control

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La distribución del Grupo experimental y el Grupo de control en el Post Test es la misma	Prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes	,000	Rechace la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es menor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,000 ( $p < 0,05$ ) se puede decir que existe diferencia estadísticamente significativa entre las medias de los grupos experimental y de control en el post test, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test aplicado a los grupos experimental y de control. Por ello, se deduce que hubo mejores resultados en el desarrollo de las Competencias Matemática en los estudiantes que participaron en el Programa de Educación Adaptativa en comparación con los estudiantes que integraban el grupo de control que no participaron de dicho programa.

### 3.2.2.2. Prueba de Hipótesis Específicas

**Tabla 14**

Prueba de equivalencia entre el grupo experimental y de control en el pre test en la dimensión resuelve problemas de cantidad

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La distribución del Grupo experimental y el Grupo de control en el Pre Test en la dimensión 1 es la misma	Prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes	0.368	Conserve la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es mayor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,368 ( $p > 0,05$ ) se puede decir que no existe diferencia estadísticamente significativa entre las medias de los grupos experimental y de control, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que los grupos experimental y de control son equivalentes al inicio del experimento en relación a la dimensión resuelve problemas de cantidad.

**Tabla 15**

Prueba de comparación entre pre test y pos test del grupo control en la dimensión resuelve problemas de cantidad

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La mediana de las diferencias entre el Pre Test y el Post Test del grupo control a nivel de la dimensión 1 es igual a 0.	Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas	0.366	Conserve la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es mayor que 0,05.



Como el p-valor para el test es de 0,366 ( $p > 0,05$ ) se puede decir que no existe diferencia estadísticamente significativa entre las medianas del post test y pre test del grupo de control, para un nivel de confianza del 95%.

Se concluye, entonces, que el grupo de control se mantiene homogéneo durante todo el experimento en relación a la dimensión resuelve problemas de cantidad.

**Tabla 16**

Prueba de comparación entre pre test y pos test del grupo experimental en la dimensión resuelve problemas de cantidad

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La mediana de las diferencias entre Pre Test y el Post Test del grupo experimental a nivel de la dimensión 1 es igual a 0.	Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas	,000	Rechace la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es menor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,000 ( $p < 0,05$ ) se puede decir que existe diferencia estadísticamente significativa entre las medianas del post test y pre test del grupo experimental, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test y pre test aplicado al grupo experimental. Por lo tanto, se deduce que fue efectivo el tratamiento en los estudiantes que participaron en el grupo experimental y hubo mejoras en el desarrollo de las Competencias Matemáticas en relación a la dimensión resuelve problemas de cantidad.

**Tabla 17**

Prueba de comparación entre el pos test de los grupos experimental y el control en la dimensión resuelve problemas de cantidad

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La distribución del Grupo experimental y el Grupo de control en el Post Test en la dimensión 1 es la misma	Prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes	,000	Rechace la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es menor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,000 ( $p < 0,05$ ) se puede decir que existe diferencia estadísticamente significativa entre las medias de los grupos experimental y de control en el post test, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test aplicado a los grupos experimental y de control. Por ello, se deduce que hubo mejores resultados en el desarrollo de las Competencias Matemática en relación a la dimensión resuelve problemas de cantidad, en los estudiantes que participaron en el Programa de Educación Adaptativa en comparación con los estudiantes que integraban el grupo de control que no participaron de dicho programa.

**Tabla 18**

Prueba de equivalencia entre el grupo experimental y de control en el pre test en la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La distribución del Grupo experimental y el Grupo de control en el Pre Test en la dimensión 2 es la misma	Prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes	0.055	Conserve la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es mayor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,055 ( $p > 0,05$ ) se puede decir que no existe diferencia estadísticamente significativa entre las medias de los grupos experimental y de control, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que los grupos experimental y de control son equivalentes al inicio del experimento en relación a la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**Tabla 19**

Prueba de comparación entre pre test y pos test del grupo control en la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La mediana de las diferencias entre el Pre Test y el Post Test del grupo control a nivel de la dimensión 2 es igual a 0.	Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas	0.021	Rechace la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es mayor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,021 ( $p < 0,05$ ) se puede decir que existe diferencia estadísticamente significativa entre las medianas del post test y pre test del grupo de control, para un nivel de confianza del 95%.

Se concluye, entonces, que existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test y pre test aplicado al grupo de control en el desarrollo de las Competencias Matemáticas en relación a la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

**Tabla 20**

Prueba de comparación entre pre test y pos test del grupo experimental en la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La mediana de las diferencias entre Pre Test y el Post Test del grupo experimental a nivel de la dimensión 2 es igual a 0.	Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas	,000	Rechace la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es menor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,000 ( $p < 0,05$ ) se puede decir que existe diferencia estadísticamente significativa entre las medianas del post test y pre test del grupo experimental, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test y pre test aplicado al grupo experimental. Por lo tanto, se deduce que fue efectivo el tratamiento en los estudiantes que participaron en el grupo experimental y hubo mejoras en

el desarrollo de las Competencias Matemáticas en relación a la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**Tabla 21**

Prueba de comparación entre el pos test de los grupos experimental y el control en la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La distribución del Grupo experimental y el Grupo de control en el Post Test en la dimensión 2 es la misma	Prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes	,000	Rechace la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es menor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,000 ( $p < 0,05$ ) se puede decir que existe diferencia estadísticamente significativa entre las medias de los grupos experimental y de control en el post test, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test aplicado a los grupos experimental y de control. Por ello, se deduce que hubo mejores resultados en el desarrollo de las Competencias Matemática en relación a la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, en los estudiantes que participaron en el Programa de Educación Adaptativa en comparación con los estudiantes que integraban el grupo de control que no participaron de dicho programa.

**Tabla 22**

Prueba de equivalencia entre el grupo experimental y de control en el pre test en la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La distribución del Grupo experimental y el Grupo de control en el Pre Test en la dimensión 3 es la misma	Prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes	0.382	Conserve la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es mayor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,382 ( $p > 0,05$ ) se puede decir que no existe diferencia estadísticamente significativa entre las medias de los grupos experimental y de control, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que los grupos experimental y de control son equivalentes al inicio del experimento en relación a la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

**Tabla 23**

Prueba de comparación entre pre test y pos test del grupo control en la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La mediana de las diferencias entre el Pre Test y el Post Test del grupo control a nivel de la dimensión 3 es igual a 0.	Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas	0.317	Conserve la hipótesis nula

**Nota.** El nivel de significación es mayor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,317 ( $p > 0,05$ ) se puede decir que no existe diferencia estadísticamente significativa entre las medianas del post test y pre test del grupo de control, para un nivel de confianza del 95%.

Se concluye, entonces, que no existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test y pre test aplicado al grupo de control en el desarrollo de las Competencias Matemáticas en relación a la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización

**Tabla 24**

Prueba de comparación entre pre test y pos test del grupo experimental en la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La mediana de las diferencias entre Pre Test y el Post Test del grupo experimental a nivel de la dimensión 3 es igual a 0.	Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas	,000	Rechace la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es menor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,000 ( $p < 0,05$ ) se puede decir que existe diferencia estadísticamente significativa entre las medianas del post test y pre test del grupo experimental, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test y pre test aplicado al grupo experimental. Por lo tanto, se deduce que fue efectivo el tratamiento en los estudiantes que participaron en el grupo experimental y hubo mejoras en el desarrollo de las Competencias Matemáticas en relación a la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización

**Tabla 25**

Prueba de comparación entre el pos test de los grupos experimental y el control en la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización

hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La distribución del Grupo experimental y el Grupo de control en el Post Test en la dimensión 3 es la misma	Prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes	,000	Rechace la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es menor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,000 ( $p < 0,05$ ) se puede decir que existe diferencia estadísticamente significativa entre las medias de los grupos experimental y de control en el post test, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test aplicado a los grupos experimental y de control. Por ello, se deduce que hubo mejores resultados en el desarrollo de las Competencias Matemática en relación a la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización, en los estudiantes que participaron en el Programa de Educación Adaptativa en comparación con los estudiantes que integraban el grupo de control que no participaron de dicho programa.

### Tabla 26

Prueba de equivalencia entre el grupo experimental y de control en el pre test en la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre



Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La distribución del Grupo experimental y el Grupo de control en el Pre Test en la dimensión 4 es la misma	Prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes	0.567	Conserve la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es mayor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,567 ( $p > 0,05$ ) se puede decir que no existe diferencia estadísticamente significativa entre las medias de los grupos experimental y de control, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que los grupos experimental y de control son equivalentes al inicio del experimento en relación a la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

### Tabla 27

Prueba de comparación entre pre test y pos test del grupo control en la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La mediana de las diferencias entre el Pre Test y el Post Test del grupo control a nivel de la dimensión 4 es igual a 0.	Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas	0.088	Conserve la hipótesis nula

**Nota.** El nivel de significación es mayor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,088 ( $p > 0,05$ ) se puede decir que no existe diferencia estadísticamente significativa entre las medianas del post test y pre test del grupo de control, para un nivel de confianza del 95%.

Se concluye, entonces, que no existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test y pre test aplicado al grupo de control en el desarrollo de las Competencias Matemáticas en relación a la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

**Tabla 28**

Prueba de comparación entre pre test y pos test del grupo experimental en la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La mediana de las diferencias entre Pre Test y el Post Test del grupo experimental a nivel de la dimensión 4 es igual a 0.	Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas	,000	Rechace la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es menor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,000 ( $p < 0,05$ ) se puede decir que existe diferencia estadísticamente significativa entre las medianas del post test y pre test del grupo experimental, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test y pre test aplicado al grupo experimental. Por lo tanto, se deduce que fue efectivo el tratamiento en los estudiantes que participaron en el grupo experimental y hubo mejoras en el desarrollo de las Competencias Matemáticas en relación a la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

**Tabla 29**

Prueba de comparación entre el pos test de los grupos experimental y el control en la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Hipótesis nula	Prueba	Sig. asintótica (bilateral)	Decisión
La distribución del Grupo experimental y el Grupo de control en el Post Test en la dimensión 4 es la misma	Prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes	,000	Rechace la hipótesis nula.

**Nota.** El nivel de significación es menor que 0,05.

Como el p-valor para el test es de 0,000 ( $p < 0,05$ ) se puede decir que existe diferencia estadísticamente significativa entre las medias de los grupos experimental y de control en el post test, para un nivel de confianza del 95%

Se concluye, entonces, que existen diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del post test aplicado a los grupos experimental y de control. Por ello, se deduce que hubo mejores resultados en el desarrollo de las Competencias Matemática en relación a la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre, en los estudiantes que participaron en el Programa de Educación Adaptativa en comparación con los estudiantes que integraban el grupo de control que no participaron de dicho programa.

## IV DISCUSIÓN

En base a los resultados presentados anteriormente podemos afirmar lo siguiente:

En los resultados del pre test los estudiantes del grupo experimental se ubican en los niveles de Inicio con un 70.59% y Proceso con 29.41%, resaltando que, ningún estudiante, obtuvo el nivel Logrado, ni destacado, lo cual concuerda con (André, 2006), quien manifestó que existe bajo desarrollo en el aprendizaje significativo que los alumnos logran alcanzar en el Área de Matemática, principalmente en la resolución de problemas matemáticos, lo cual es concordante con los resultados nacionales, regionales, provinciales y distritales de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE), 2015, que presentan indicadores mínimos (Minedu, 2015)..

Esta situación implicaba, asumir el desafío de revertir esta situación, partir del conocimiento del nivel de desarrollo de las competencias alcanzadas por los estudiantes mediante un diagnóstico que permita identificar sus necesidades e intereses, y sea el punto de partida para el logro de las metas que corresponden al VI ciclo (Minedu – 2016). Ello significaba entonces, aceptar que cada estudiante, según sus características, debe adquirir los conocimientos con una estrategia diferente que valore tanto las características que posee como las oportunidades que le presenta a su entorno familiar y social. . (Glaser, 1988)..

La enseñanza Adaptativa plantea que los estudiantes presentan diferencias relevantes que son, principalmente, de carácter individual, y se definen en términos de aptitud (Swanson,1990). Entre las diferencias que existen en los estudiantes, podemos citar: las habilidades cognitivas, los estilos de aprendizaje, las estrategias metacognitivas, la motivación de logro, la auto-percepción, los conocimientos previos, los intereses, las actitudes y las conductas de aprendizaje, desde un planteamiento individual (García, 2005). Por lo tanto, el docente debe estar alerta para hacerles las exigencias adecuadas, organizar situaciones de aprendizaje

acordes a su desarrollo y así lograr su participación activa, como persona con afectos y vivencias particulares (Sarmiento. 2007)

Por otro lado, los resultados del post test, en el grupo experimental, muestran una mejora considerable, pues ahora ningún estudiante se ubica en el nivel de Inicio, un 68.63% se ubica en el nivel Proceso, 25,49% en el nivel Logrado y un 5,88% en el nivel Destacado, siendo el nivel de Proceso el predominante en cuanto a resultados, lo cual es concordante con lo señalado por García (2009), que en su tesis. “Rendimiento en matemáticas y actitud hacia la materia en centros inclusivos de la comunidad de Madrid” afirma que si en una escuela, se practica estrategias educativas adaptativas basándose en las diferencias de los estudiantes, ellos logran mejores resultados aprendiendo a su propio ritmo. En esa misma línea, Arteaga (2009), en su tesis, “Diseño y evaluación de estrategias adaptativas para la mejora del rendimiento en matemáticas” señaló que, adaptando la enseñanza a las características de cada estudiante, a través de estrategias centradas en la realidad de cada alumno, se adaptan mejor a lo que ellos necesita aprender, promocionando al rendimiento académico y disminuyendo la deserción escolar. De igual modo Gláser (1988), en su libro “La educación adaptativa: la diversidad individual y el aprendizaje”, señalaba que, cada estudiante, según sus características, debe adquirir los conocimientos con una estrategia diferente que valore tanto las características que posee como las oportunidades que le presenta a su entorno familiar y social. Asimismo, Ruiz (1994), en su obra “concepciones de los alumnos de secundaria sobre la noción de función” afirmaba que el tratamiento educativo es eficaz cuando se ajuste a las características y necesidades de los estudiantes.

Por tanto, la educación adaptativa al adecuarse a las diferencias individuales para adaptarlas al proceso de enseñanza-aprendizaje, permite lograr mejoras significativas en el logro de aprendizajes de los estudiantes.

## **.V. CONCLUSIONES**

El Programa de Educación Adaptativa influye significativamente en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir, 2017.

El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión: resuelve problemas de cantidad, según los resultados que muestra el pos test en los niveles de proceso, en un 70,59%, Logrado en 21,57% y Satisfactorio en 7,84%

El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión: resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, según los resultados que muestra el pos test en los niveles de Inicio en 3,92%, Proceso en un 72,95%, Logrado en 19,61% y Satisfactorio en 3,92%

El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión: resuelve problemas de forma, movimiento y localización, según los resultados que muestra el pos test en los niveles de Proceso, en un 70,59%, Logrado en 19,61% y Satisfactorio en 9,80%

El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión: resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre,, según los resultados que muestra el pos test en los niveles de Proceso, en un 72,55%, Logrado en 17,65% y Satisfactorio en 9,80%

Los resultados obtenidos en el pos test, determina que, en general, el programa de Educación Adaptativa mejora significativamente las competencias matemáticas en los estudiantes, mejorando el nivel de Proceso en un 68,63%, nivel Logrado en un 25,49% y destacado en 5,88%

## VI. RECOMENDACIONES

1. El director de la la UGEL debe incentivar el desarrollo de programas educativos innovadores, que permitan mejorar las estrategias de enseñanza aprendizaje de los docentes y estudiantes, particularmente en el área de competencias matemáticas y el desarrollo de sus competencias.
2. El personal directivo de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir, 2017, en base a los resultados obtenidos en la presente investigación, debe considerar en su Plan Anual de Trabajo, al Programa de Educación Adaptativa, como un proyecto innovador, sensibilizando su aplicación en los docentes del área de matemática en la perspectiva de mejorar el desempeño de los propios docentes y el de los estudiantes.
3. Los docentes debemos buscar permanentemente estrategias novedosas, teniendo en cuenta el contexto de la enseñanza y las características de los estudiantes, para optimizar los logros de aprendizajes en el área de matemática.
4. A los investigadores, se recomienda profundizar sus estudios en este tema de investigación con la finalidad de desarrollar nuevos aportes que permitan enriquecer la teoría y afinar su aplicación en las instituciones educativas.

## **VII. PROPUESTA**



## VIII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez de Zayas, R. M. (1997). *Hacia un currículo integral y contextualizado*. Tegucigalpa. Honduras. Universitaria.
- Bartolomé M. (1983): *Pedagogía Diferencial. Aproximación a una ciencia*. Universidad de Barcelona.
- Bolívar, A. (1999). *La evaluación de valores y actitudes*. (4ª ed.). Madrid. Anaya.
- Corno, I. y Snow R. (1986) *La adaptación de la enseñanza a las diferencias individuales entre los aprendices*. Manual de investigación sobre la enseñanza. Nueva york: MacmillaN.
- Cronbach, L y Snow, R. (1977) *Las aptitudes y métodos de instrucción un manual para la investigación de interacciones*. Nueva york: Irvington editores,
- Dijkstra, S. (1997) *La integración de los modelos de diseño de sistemas instrucción y principios de diseño constructivista*. Instrucción Science.
- Flores, M (2000). *Teorías Cognitivas y Educación. Fuentes Pedagógicas del Paradigma Cognitivo, Ecológico y Contextual (Constructivismo)*. Lima – Perú: Editorial San Marcos.
- García, M. (1991) *Proyecto docente de Pedagogía Diferencial*. Madrid: MIDE.
- García, M. (1994) *Toda Educación es adaptativa*.- Revista Complutense de Educación.
- García.,M.(1997) *Educación adaptativa*. Revista de Investigación Educativa.
- García, M. (2000) *Orientaciones Para Hacer viables las Estrategias de adaptación en Educación Secundaria Obligatoria*. Revista de Orientación y Psicopedagogía,
- García, M. (2005) *Educación y adaptativa Escuela inclusiva: Una forma de Atender las diferentes de todos los Estudiantes*. En C. Jiménez (coord.) pedagogía diferencial. Diversidad y equidad. Madrid: Pearson Educación.
- Gaviria, Martínez y torres, (2014). *Ritmos y Estilos de Aprendizaje en el nivel preescolar en la Corporación Instituto Educativo del Socorro*. Universidad de Cartagena. Colombia

- Glaser, R. (1977) *La educación adaptativa: la diversidad individual y el aprendizaje*. Nuevo York: Holt, Rinehart y Winston
- Glaser, R. (1988) *Las ciencias cognoscitivas y La Educación*. Revista Internacional
- Good, T. y Brophy, J. (1997). *Psicología Educativa Contemporánea*. (2° ed.) México: Editorial Mc – Graw – Hill.
- Honey P. y Mumford A. (1988.) *The Manual of learning styles*. Berkshire, Ardingly, house.
- Hurtado L.. *Actitud de los estudiantes del ciclo común con respecto a la asignatura de La educación física*. (Tesis licenciatura) Tegucigalpa. Honduras. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Mozarán
- Jiménez C. (1987): *Cuestiones sobre Bases Diferenciales de la Educación*. UNED, Madrid.
- Martínez H. (1999) *.Los estilos de aprendizaje, Metodologías de Enseñanza y contenidos Culturalmente Pertinentes en la interculturalidad*. Universidad Pedagógica Nacional . Valles.
- MINEDU. (2015). *Fascículo general de matemática*. Lima – Perú. Editorial: Metrocolor S.A.MINEDU.
- Orden A. (1988): *Conceptualización de la Pedagogía Diferencial*. Sordón,
- Piaget J. (1984) El juicio y el razonamiento en el niño. En R. Zazzo (Ed.) *Manual para el examen psicológico del niño*. Tomo I. (7ª ed.) .Paris. Delachaux et Niestle
- Pérez, R. (1980): *Memoria de Pedagogía Experimental y Diferencial. Memoria de acceso a Cátedra*, inédito, Madrid.
- Pila E. (2012). *La motivación como estrategia de aprendizaje en el desarrollo de las competencias comunicativas en los estudiantes de I-II nivel del convenio Héroe del Cénepa-ESPE de la ciudad de Quito*, (Tesis Maestría). Ecuador..
- Resnick, L.B. y FORD, E.W. (1981). *The psychology of mathematics for instruction*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Snow. R. (1997) *Aptitudes y sistemas de símbolos en el aula de adaptación*. Revista Enseñando.

- Snow, Nieve, R.. y Yalow, E. (1988 ) *Educación e inteligencia* . En R. J. Sternberg (2°ed.) *Inteligencia humana III: sociedad, cultura e inteligencia*. Barcelona: Paidós,
- Swanson, J.H. (1990) *La eficacia de las estrategias de tutoría: una experimental evaluación*. Reunión Anual de la American Educational Research Asociación, Boston,
- Tobón, S. (2010). *Formación basada en competencias..* (2°ed.) Colombia. ECOE ediciones.
- Tobón S., Pimienta J. y García J. (2010). *Secuencias didácticas: Aprendizaje y evaluación por competencias*. México: Pearson Educación.
- Wang, M.. (1994) *Atención a la Diversidad del alumno*. Madrid: Narcea
- Woolfolk, A.. (1999). *Psicología Educativa*. (7° ed.) México: Editorial Mexicana.
- Arteaga B. (2006). *La educación adaptativa: una propuesta para la mejora mejora del rendimiento en matemáticas de los alumnos de enseñanza secundaria obligatoria. (tesis doctoral)*. Universidad complutense de Madrid.
- Baltodano, R. /2016). *El método ABP para el logro de las competencias de Matemática en situaciones de cantidad y regularidad, equivalencia y cambio. /Tesis doctoral)*. Lima. Universidad César Vallejo.
- Carrillo, J. (1996). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones. (Tesis Doctoral)*. Universidad de Sevilla. España
- García M. (2008). *Rendimiento en matemáticas y actitud hacia la materia en centros inclusivos: (Tesis doctoral)* Universidad Complutense de Madrid
- Gutiérrez K. (2016). *Programa educativo “EPROMAT” en el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de segundo grado de secundaria de la IEE, Alfonso Ugarte*. (Tesis doctoral). Lima. Universidad César Vallejo
- Pedro B. (2008) *Una propuesta de incorporación de los estilos de aprendizaje a los modelos de usuario en sistemas de enseñanza adaptativos (tesis doctoral)*. Universidad Autónoma de Madrid. Madrid.

Sarmiento, M. (2007). *La enseñanza de la matemática y las NTIC. Una estrategia de formación permanente*. (Tesis doctoral). Universidad Rovira Virgil. Tarragona. Recuperada de <http://www.tdx.cat/handle/10803/8927>.

## ANEXOS

### ANEXO 1

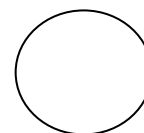
#### FICHA TÉCNICA DEL INSTRUMENTO

Las características de forma del instrumento son:

Nombre de la Prueba:	PRUEBA DE MATEMÁTICA
Autor:	Oswaldo Neyra Castillo
Procedencia:	El Porvenir
Administración:	Individual
Tiempo de aplicación:	120 minutos en cada evaluación
Ámbito de aplicación:	Estudiantes de Segundo Grado de Secundaria
Significación:	Esta prueba está compuesta por 40 ítems, aplicados en dos momentos, que miden el nivel de logro de las competencias matemáticas de los estudiantes en situaciones de contexto real, matemático o científico. La información que ofrece la prueba corresponde a las competencias de cantidad, gestión de datos e incertidumbre, regularidad, equivalencia y cambio, y forma, movimiento y localización de cuerpos; que se miden mediante las capacidades y estas a través de los indicadores.

Las características de contenido del instrumento son:

DIMENSIONES	DEFINICIÓN
<b>CANTIDAD</b>	Consiste en que el estudiante resuelva problemas que implican la construcción y uso de números y operaciones, empleando diversas representaciones y estrategias para obtener soluciones pertinentes al contexto.
<b>GESTIÓN DE DATOS E INCERTIDUMBRE</b>	Consiste en que el estudiante resuelva problemas que implican acciones de exploración e investigación, empleando la recopilación, procesamiento y evaluación de datos, así como el uso de técnicas estadísticas y probabilísticas que permitan la toma de decisiones adecuadas
<b>REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO</b>	Consiste en que el estudiante resuelva problemas de regularidad, equivalencias y cambio que implican desarrollar patrones, establecer relaciones con variables, proponer y usar modelos, empleando diversas formas de representación y lenguaje simbólico que permitan generalizar una situación.
<b>FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN DE CUERPOS</b>	Consiste en que el estudiante resuelva problemas que implican su construcción y uso en el plano, y el espacio, empleando relaciones geométricas, atributos medibles, la visualización y el uso de herramientas diversas que permitan conceptualizar el entorno físico.



## INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN - PRE-TEST Y POS-TEST

Apellidos Y Nombres:..... Nº de orden:.....

Grado y sección:..... Fecha de aplicación:...../...../..... Tiempo de duración 90 min.

Docente: Oswaldo Neyra Castillo

Estimado estudiante la presente es una prueba objetiva que consta de 40 preguntas, cada pregunta tiene 4 alternativas, de la cuales solo una es la respuesta correcta. Te agradezco de antemano por tus respuestas y te pido que respondas con sinceridad cada una de las preguntas planteadas.

### DIMENSIONES:

1. Resuelve problemas de cantidad.
2. Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

### I. INSTRUCCIÓN: Encierra con un círculo la letra de la alternativa correcta.

- 1) Se requiere contratar 80 trabajadores para que durante 30 días construyan un edificio. Si solo se pudo contratar a 48 trabajadores, ¿Cuántos días más demoraran aproximadamente en construir dicho edificio?  
a) 12 días                      b) 18 días                      c) 20 días                      d) 50 días
- 2) Juana es una señora que vende refresco de chicha morada y maracuyá a la salida del colegio; ella se ha dado cuenta que por cada 10 vasos de chicha morada vende 24 vasos de maracuyá, ¿cuántos vasos de maracuyá vendió el día lunes, si se vendieron 25 vasos de chicha morada?  
a) 20 vasos.                      b) 24 vasos.                      c) 30 vasos.                      d) 60 vasos.
- 3) Una feria exhibe un puesto de vasijas. Durante el día en este puesto se vendieron 6 de cada 10 vasijas que se trajeron. Si finalmente quedan 12 vasijas, ¿cuántas vasijas se trajeron?  
a) 20 vasijas.                      b) 28 vasijas.                      c) 30 vasijas.                      d) 60 vasijas.
- 4) En una fábrica de colchones se contrata 30 personas para que confeccionen un pedido en 15 días; si se triplica el número de trabajadores, ¿En cuántos días se confeccionara el mismo pedido?  
a) 45 días                      b) 30 días                      c) 15 días                      d) 5 días
- 5) En una feria artesanal se vende Juanes a razón de 9 soles por 6 juanes; si María quiere gastar 36 soles en juanes, ¿Cuántos juanes comprara?  
a) 20 juanes                      b) 22 juanes                      c) 24 juanes                      d) 26 juanes
- 6) Juan quiere construir una casa, para lo cual contrata doce trabajadores, los que le dicen que construirán dicha casa en 40 días. Si Juan quiere que su casa sea acabada en 30 días solamente, ¿Cuántos trabajadores más deberá contratar?  
a) 10 trabajadores                      b) 12 trabajadores                      c) 14 trabajadores                      d) 16 trabajadores
- 7) La producción de zapatos está relacionada a la cantidad de operarios que existen; si 8 operarios producen 10 docenas de zapatos por día; ¿Cuánto será la producción diaria si se triplica el número de operarios?  
a) 20 docenas                      b) 30 docenas                      c) 40 docenas                      d) 50 docenas

- 8) Para la reconstrucción de las viviendas afectadas por los huaycos, el alcalde de El Porvenir contrato 120 personas, las que reconstruirán dichas casa en 90 días. Si se contrata 80 personas más, ¿En cuántos días se reconstruirán dichas casas?
- a) 50 días                      b) 54 días                      c) 58 días                      d) 62 días
- 9) Un automóvil cuesta 10 000 dólares. Si después de un año su precio se reduce en 20% y al año siguiente se reduce en 10%, ¿cuál será su nuevo valor después de los dos años?
- a) \$12 000                      b) \$8 400                      c) \$7 200                      d) \$7 500
- 10) María dice que si vendiera su pulsera a 40% menos de su valor, esta costaría S/. 12. ¿Cuál es el precio real de la pulsera?
- a. S/. 20                      b. S/. 30                      c. S/. 50                      d. S/. 80
- 11) Gabriela quiere comprarse un vestido que cuesta S/.260 A ella le falta el 30% de lo que tiene para poder comprarlo. ¿Cuánto dinero tiene Gabriela?
- a) S/.100                      b) S/.200                      c) S/.300                      d) S/.400
- 12) Anita tiene una tela de forma rectangular. Ella recorta el 10% del ancho y 20% del largo. La tele ahora tiene  $36 \text{ m}^2$  de área. Si antes de cortarla medía 2 m de ancho, ¿cuál fue la longitud del largo antes de ser cortada?
- a) 20m                      b) 24m                      c) 25m                      d) 28m
- 13) En una tienda se observa la siguiente oferta: “Solo por hoy 30% de descuento en todos los productos más 20% adicional si compra con tarjeta de crédito. ¿Cuál será el verdadero descuento si se tiene tarjeta de crédito?
- a) 50%                      b) 56%                      c) 40%                      d) 44%
- 14) Si por la compra de una moto Javier paga S/ 4000, ¿Cuánto hubiera pagado si le hubieran descontado el 10% por ser cliente y el 20% adicional si lo hubiera comprado con tarjeta?
- a) S/ 1120                      b) S/ 2800                      c) S/ 2880                      d) S/ 1200
- 15) Si el largo de un rectángulo aumenta un 10% y el ancho disminuye en 10%, ¿En cuánto varia su área?
- a) Aumenta en un 20%    b) Aumenta en un 19%    c) Disminuye en un 20%    d) Disminuye en un 19%
- 16) ¿Cuál es el descuento único aplicado en dos descuentos sucesivos del 15% y 25%?
- a) 40%                      b) 35%                      c) 36,25%                      d) 37%
- 17) Un Nintendo II cuesta S/. 1 003. Si en el precio está incluido el 18% del IGV, ¿cuánto será su valor original?
- a) S/.700                      b) S/.750                      c) S/. 800                      d) S/. 850
- 18) Una colección de libros de matemáticas tiene como precio de lista S/.700. Si en el precio no está incluido el IGV, ¿cuánto será su valor final incluyendo el IGV? (IGV 18%)
- a) S/. 100                      b) S/. 400                      c) S/. 826                      d) S/. 706
- 19) Por liquidación una tienda comercial está ofertando un Play Station 3 por S/ 1416, incluido el IGV, ¿Cuál es la cantidad que se paga por el IGV? (IGV 18%)
- a) 200 soles                      b) 216 soles                      c) 180 soles                      d) 100 soles

- 20) La docena de juegos de ajedrez imantados cuesta S/ 200, sin incluir el IGV, ¿Cuánto será su precio incluido el IGV? (IGV 18%)  
 a) 200 soles                      b) 216 soles                      c) 226 soles                      d) 236 soles
- 21) Dos amigos han obtenido la misma calificación en dos exámenes de Matemática con distinta cantidad de preguntas. Todos los ejercicios tenían la misma puntuación. Si Sergio resolvió correctamente 24 de las 30 preguntas que tenía su examen, ¿cuántos aciertos tuvo Jorge si su prueba constaba de 20 preguntas?  
 a) 14 aciertos.                      b) 16 aciertos.                      c) 20 aciertos.                      d) 24 aciertos
- 22) El precio de un pasaje varía inversamente con relación al número de pasajeros. Si para 14 pasajeros el precio es S/. 15, ¿cuántos pasajeros habrá cuando el pasaje cuesta S/.6?  
 a) 35 pasajeros                      b) De 5 a 6 pasajeros                      c) 84 pasajeros                      d) 56 pasajeros
- 23) En una prueba de ciclismo se reparte un premio de S/. 9250 entre los tres primeros corredores que lleguen a la meta, de modo inversamente proporcional al tiempo que han tardado en llegar. El primero tarda 12 min; el segundo, 15 min, y el tercero, 18 min. ¿Cuánto le corresponde a cada uno, según el orden de llegada?  
 a. S/. 2472; S/. 3090 y S/. 3708 respectivamente.  
 b. S/. 2466,72; S/. 3083,40 y S/. 3700,08 respectivamente.  
 c. S/. 2466,60; S/. 3083,25 y S/. 3699,90 respectivamente.  
 d. S/. 3750; S/. 3000 y S/. 2500 respectivamente.
- 24) Se necesita envasar 600 L de una sustancia química en recipientes. Hay recipientes de 10; 15; 20; 25; 30; 40 y 50 L. Además, se quiere envasar el total de la sustancia en un solo tipo de recipiente. ¿Qué cantidad mínima de envases se puede utilizar para envasar los 600 L de la sustancia química?  
 a) 15 envases.                      b) 12 envases.                      c) 10 envases.                      d) 14 envases.
- 25) En un establecimiento de venta de salchipapas se gastan S/. 105 al día por el servicio y limpieza del local. Además, cada plato de salchipapas cuesta S/ 5, pero tiene un costo de preparación de S/. 1,50. ¿Cuántos platos de salchipapas se deben vender como mínimo para no perder dinero?  
 a) 21 platos de salchipapas.                      c) 70 platos de salchipapas.  
 b) 30 platos de salchipapas.                      d) 105 platos de salchipapas
- 26) El precio de un diamante es directamente proporcional al cuadrado de su peso. Si un diamante que pesa 80 g cuesta S/. 3200, ¿Cuánto valdrá otro diamante de 100 g de peso?  
 a. S/. 5000                      b. S/. 4000                      c. S/. 2048                      d. S/. 50
- 27) En una institución educativa, de los 210 estudiantes de segundo grado de secundaria, se inscriben en una actividad extraescolar 170; mientras que de los 160 alumnos de tercer grado, se apuntan 130. ¿Cuál de los grados ha mostrado más interés por la actividad?  
 a. Han mostrado más interés los estudiantes de tercer grado porque va más del 90 %.  
 b. Han mostrado más interés los estudiantes de segundo grado porque van más estudiantes que tercero: en segundo van 170, mientras que en tercero solo van 130.  
 c. Han mostrado más interés los estudiantes de tercero porque va el 81,25 %, mientras que en segundo solo va el 80,95 %.  
 d. Han mostrado el mismo interés tanto los estudiantes de segundo y tercer grado.



- 28) Con 2 L de leche, César puede alimentar a sus cachorros durante 6 días. ¿Para cuántos días tendrá comida si compra una caja de 5 L de leche?
- a. 15 días.                      b. 2,4 días.                      c. 24 días.                      d. 18 días.
- 29) La entrada general al Play Land Park es de S/. 3 y para subir a cualquier juego cuesta S/. 5. Si Juan pretende subirse a 5 juegos. ¿Cuánto gastará en el Play Land Park?
- a) S/. 24                      b) S/. 26                      c) S/. 28                      d) S/. 30
- 30) El precio de una radio es de S/. 200 al contado, pero si lo compra en cuotas, le cobra un interés mensual fijo de S/. 11. ¿Cuál es la expresión matemática que representa la relación del costo de la radio con el número de cuotas y cuánto debe pagarse si se compra en 12 cuotas?
- a)  $y = 11x$ ; 132 soles.                      b)  $y = 200 + 11x$ ; 200  
c)  $y = 200 + 11x$ ; 332 soles                      d)  $y = 200 + 11x$ ; 211
- 31) Un gasfitero cobra por visita domiciliaria S/ 30 soles y por cada hora de trabajo S/ 15, ¿Cuánto pagara el papá de Pedro, si para arreglar el inodoro el gasfitero se demoró 6 horas?
- a) 90 soles                      b) 100 soles                      c) 120 soles                      d) 140 soles
- 32) Un técnico en computación instala un negocio de reparación de computadoras y asesoría en cómputo. Después de hacer cálculos, estima que el costo mensual por mantener el negocio, se describe con la ecuación:  $y = 20x + 460$ , donde  $x$  es el número de clientes. ¿Cuántos clientes se atendió en el mes de febrero si se obtuvo S/ 3460?
- a) 100 clientes                      b) 150 clientes                      c) 200 clientes                      d) 250 clientes
- 33) Un fabricante de ventanas cuadradas cobra a razón de S/. 15 por cada metro de marco y S/. 60 por el cristal, sean cuales sean las dimensiones. Encuentra la expresión que dé el precio de la ventana en función de las dimensiones y calcula el costo de una ventana de 2 m de lado.
- a)  $F(x) = 60 + 15x$ ; 90    b)  $F(x) = 15 + 60x$ ; 495    c)  $F(x) = 15 + 60x$ ; 180    d)  $F(x) = 60 + 15x$ ; 180
- 34) Un autobús sale de la ciudad de Lima y se dirige a Huancayo a una velocidad promedio de 80 km/h. Una hora después, sale otro autobús también de la ciudad de Lima y con la misma dirección y destino que el anterior, a una velocidad promedio de 90 km/h. ¿En cuánto tiempo y a qué distancia de la ciudad de Lima alcanzará el segundo autobús al primero?
- a) 5 horas / 450 km                      b) 7 horas / 630 km                      c) 8 horas / 720 km                      d) 7 horas / 720 km
- 35) El padre de familia de un estudiante de segundo grado le enseña a su hijo la factura de gas natural que llegó, y le pide que le ayude a averiguar el costo del  $m^3$  de gas y la fórmula para calcular el costo total del recibo en función de los  $m^3$  de gas consumido.
- a. 0,15;  $f(x) = 7,74 + 0,15x$   
b. 15;  $f(x) = 7,74 + 15x$   
c. 0,15;  $f(x) = 0,15 + 7,74x$   
d. 15;  $f(x) = 15 + 7,74x$
- | Conceptos             |           |
|-----------------------|-----------|
| Cargo fijo            | S/. 7,74  |
| Consumo ( $111 m^3$ ) | S/. 16,65 |
| Total                 | S/. 24,39 |
- 36) El gimnasio Power Gym cobra un derecho de inscripción de 260 soles y una mensualidad de 120 soles, mientras que el gimnasio Gym Extreme cobra 140 soles por derecho de inscripción y 160 soles de mensualidad. Ambos gimnasios se ubican en la misma avenida, tienen instalaciones semejantes y las mismas máquinas. ¿En qué mes se paga la misma cantidad en ambos gimnasios?
- a) Primer mes                      b) Segundo mes                      c) Tercer mes                      d) Cuarto mes

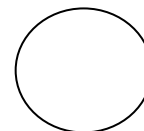
- 37) ¿Cuáles de las siguientes situaciones son funciones lineales?
- El costo de una llamada por celular está dado por los segundos consumidos.
  - Un electricista que da servicios a domicilio cobra S/. 20 por cada hora de trabajo más S/. 50 por la visita.
  - El precio en soles que hay que pagar por un viaje de  $x$  km viene dado por la expresión  $y = 2x + 1,5$ .
- a) II y III.                      b) Solo I.                      c) Solo II.                      d) Solo III.
- 38) Jorge consigue un trabajo en telefonía móvil donde le pagan diariamente. Por día, le pagan 15 soles, adicionalmente le dan 2 soles por cada chip de celular que vende. ¿Cuál es el modelo matemático que representa dicha situación y cuántos chips de celular vendió si recibió ese día la suma de 43 soles?
- a)  $f(x) = 15x + 2$  ; 8 chips                      b)  $f(x) = 15 + 2x$  ; 14 chips  
c)  $f(x) = 15 + 2x$  ; 29 chips                      d)  $f(x) = 2x$  ; 21 chips
- 39) La utilidad anual en soles de un almacén de neumáticos está representado por “ $v$ ” y puede estimarse por medio de la función  $v(n) = 20n - 30\,000$ , en la que “ $n$ ” es el número de neumáticos vendidos por año, ¿Cuál será el número de neumáticos que se deben vender para que la compañía no pierda ni gane?
- a) 1500 neumáticos                      b) 3000 neumáticos                      c) 4500 neumáticos                      d) 0 neumáticos
- 40) Una piscina es llenada por una manguera en forma constante de modo que la altura alcanzada por el agua aumenta 20 cm por cada hora que transcurre. Si inicialmente el agua que había en la piscina llegaba a una altura de 1,2 m, ¿cuál es la ecuación de la función que determina la altura ( $h$ ) del agua después de transcurridas “ $t$ ” horas?
- a)  $h(t) = 1,2t + 0,2t$                       b)  $h(t) = 1,2t + 0,2$                       c)  $h(t) = 1,2 + 0,2t$                       d)  $h(t) = 1,2 + 20t$

## LISTA DE COTEJO - Dimensión 1 y 2

Estudiante:.....

Íte m	Indicador	SI	NO
1	Reconoce datos desconocidos en un problema basado en la proporcionalidad indirecta		
2	Relaciona datos para solucionar un problema de proporcionalidad directa		
3	Usa un modelo de proporcionalidad directa para resolver un problema		
4	Emplea la regla de proporcionalidad indirecta para resolver un problema		
5	Utiliza estrategias propias de la proporcionalidad directa para resolver un problema		
6	Usa un modelo de proporcionalidad indirecta para resolver un problema		
7	Emplea reglas de proporcionalidad directa para resolver problemas		
8	Determina datos desconocidos en un problema basado en la proporcionalidad indirecta		
9	Deduce el costo de un bien aplicando la regla de los descuentos porcentuales		
10	Hace uso de los descuentos porcentuales para determinar el nuevo valor de un bien		
11	Halla el valor faltante de una prenda considerando los porcentajes		
12	Emplea los descuentos sucesivos para hallar las medidas originales de un rectángulo		
13	Aplica la regla de descuentos sucesivos para hallar el verdadero descuento		
14	Hace uso de descuentos sucesivos para reconocer el descuento real de un bien		
15	Aplica la regla de variación porcentual basándose en descuentos sucesivos		
16	Halla el descuento único aplicando la regla de los descuentos sucesivos		
17	Encuentra el valor original de un artefacto sin aplicar el IGV.		
18	Determina el valor final de un producto aplicando el IGV		
19	Determina el valor del IGV en un determinado bien		
20	Calcula el precio final de un producto aplicando el IGV		
21	Predice el comportamiento de dos variables al resolver problemas de proporcionalidad		

<b>22</b>	Usa la relación entre variables para resolver un problema relacionada a la proporcionalidad		
<b>23</b>	Hace uso de la proporcionalidad para un reparto equitativo de una determinada cantidad		
<b>24</b>	Emplea estrategias propias de la proporcionalidad para solucionar un problema		
<b>25</b>	Resuelve un problema aplicando reglas del reparto proporcional		
<b>26</b>	Relaciona la proporcionalidad con el uso de magnitudes al resolver problemas		
<b>27</b>	Usa la relación de variables propias de la proporcionalidad para resolver problemas		
<b>28</b>	Emplea recursos de la proporcionalidad para hallar el valor de una magnitud		
<b>29</b>	Determina el valor de la variable dependiente aplicando las reglas de la función lineal afín.		
<b>30</b>	Representa la relación entre dos variables considerando las reglas de la función lineal afín		
<b>31</b>	Determina el valor final de un servicio aplicando la función lineal afín		
<b>32</b>	Determina el valor de una variable aplicando las reglas de la función lineal afín		
<b>33</b>	Traduce un relato problemático en una expresión matemática, referido a la función lineal afín.		
<b>34</b>	Usa las reglas de la proporcionalidad para resolver un problema de móviles		
<b>35</b>	Traduce un problema matemático en una relación de variables usando la función lineal afín		
<b>36</b>	Establece la relación entre variables de una función lineal afín para resolver un problema		
<b>37</b>	Señala las situaciones que representan funciones lineales.		
<b>38</b>	Expresa un problema real, en un modelo matemático, aplicando las reglas de la función lineal afín		
<b>39</b>	Traduce una expresión matemática en un lenguaje funcional para resolver un problema		
<b>40</b>	Determina la expresión matemática adecuada para resolver un problema basado en la función lineal afín		



### INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN - PRE-TEST Y POS-TEST

Apellidos Y Nombres:..... Nº de orden:.....

Grado y sección:..... Fecha de aplicación:...../...../..... Tiempo de duración 60 min.

Docente: Oswaldo Neyra Castillo

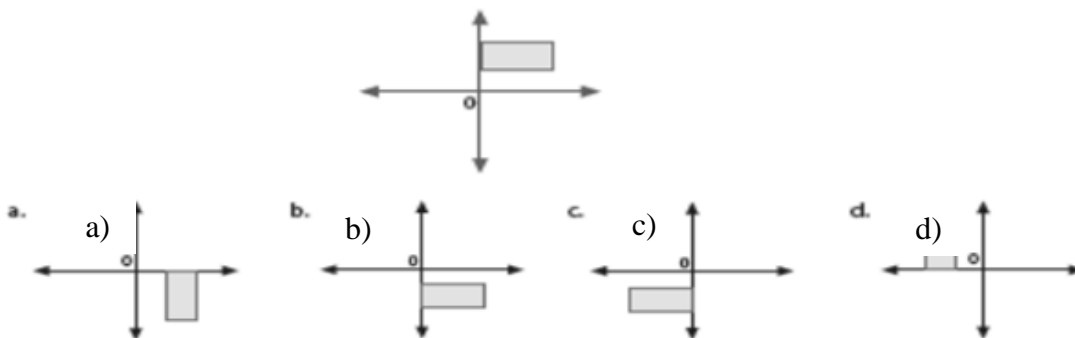
Estimado estudiante la presente es una prueba objetiva que consta de 40 preguntas, cada pregunta tiene 4 alternativas, de la cuales solo una es la respuesta correcta. Te agradezco de antemano por tus respuestas y te pido que respondas con sinceridad cada una de las preguntas planteadas.

#### DIMENSIONES:

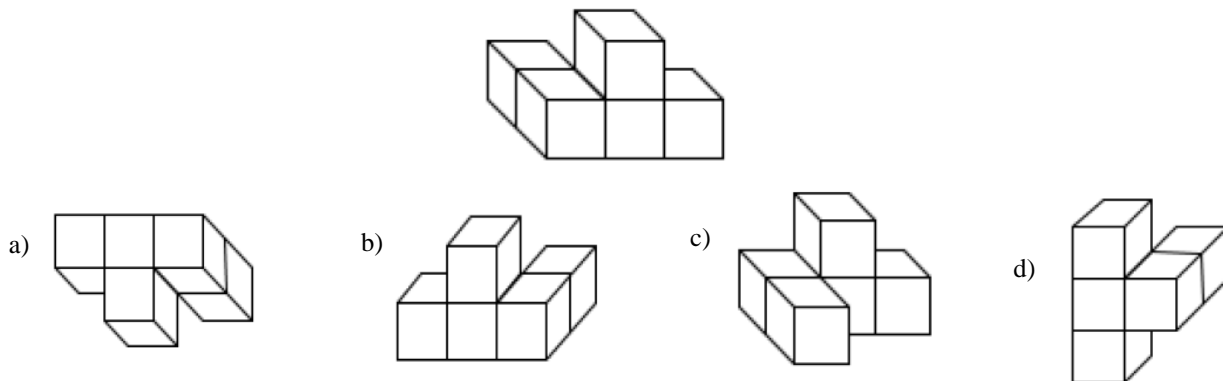
3. Resuelve problemas de forma, movimiento y localización

4. Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

41) ¿Cuál de las siguientes opciones muestra el resultado de rotar la figura en 180° en sentido horario alrededor del punto "O"?



42) ¿Cuál de las siguientes sería una imagen de la figura original bajo rotación?



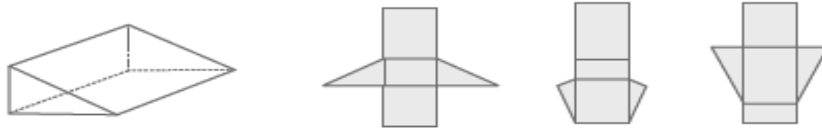
43) Si al punto A(2; 3); se traslada 4 unidades a la derecha y 5 unidades hacia arriba, ¿Cuáles serán las coordenadas del nuevo punto trasladado?

- a) A'(3;3)
- b) A'(-2;-3)
- c) A'(4;5)
- d) A'(6;8)

44) Se tiene el triángulo rectángulo cuyos vértices son los puntos A(-3;4), B(-3;1) y C(-1;1). Si se quiere reflejar dicho triángulo respecto al eje y, ¿Cuáles serían las coordenadas del triángulo reflejado?

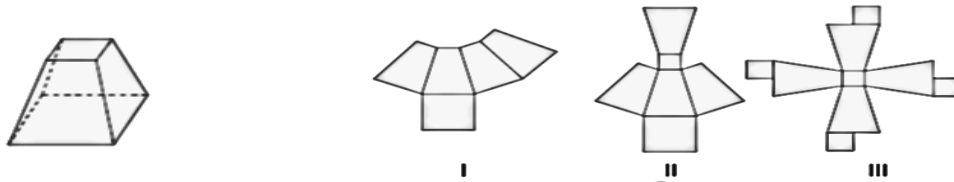
- a) A'(3;4), B'(-3;1) y C'(1;1)
- a) A'(-3;4), B'(3;1) y C'(1;1)
- b) A'(3;4), B'(3;1) y C'(1;1)
- a) A'(3;4), B'(3;1) y C'(-1;1)

45) ¿Cuáles de los desarrollos corresponden al sólido mostrado?



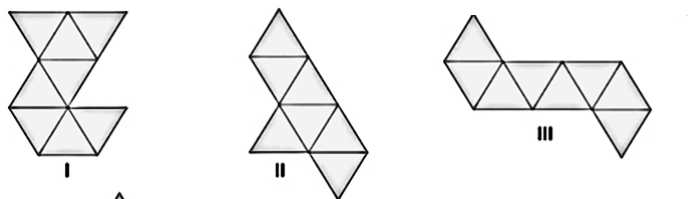
- a) Solo I.                      b) Solo II.                      c) Solo III.                      d) II y III.

46) ¿Cuáles de los desarrollos corresponden al sólido mostrado?



- a. I y III.                      b. I y II.                      c. Solo III.                      d. II y III.

47) De las siguientes figuras ¿Cuál o cuáles son las que forman un sólido geométrico?



- a. Solo I.                      b. Solo II.                      c. Solo III.                      d. I y III.

48) En el pueblo de Moche hacen bufandas de rayas transversales de diversos colores. Si una bufanda mide 150 cm de largo y 30 cm de ancho; si cada franja mide 10 cm de ancho. ¿Cuántas franjas de colores tendrá cada bufanda?

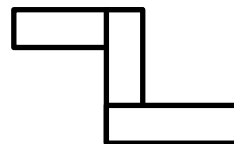
- a. 8 colores.                      b. 15 colores.                      c. 120 colores.                      d. 40 colores.

49) Una sala cuadrada tiene una superficie de  $50 \text{ m}^2$ . Si se desea colocar cerámicas cuadradas de 25 cm de lado, ¿Cuántas cerámicas son necesarias?

- a) 800 cerámicas                      b) 1250 cerámicas                      c) 400 cerámicas                      d) 50 cerámicas

50) Tres rectángulos de 7 cm de largo y 2 cm de ancho se han superpuesto de la manera que se indica en la figura. ¿Cuál es el perímetro de la figura resultante?

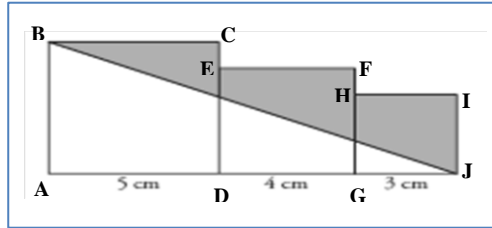
- a. 28 cm  
b. 38 cm  
c. 30 cm  
d. 50 cm



51) Si se tiene 200 losetas cuadradas de 20 cm de lado, ¿Cuál será el área necesaria para colocar dichas losetas?

- a)  $80\,000 \text{ m}^2$                       b)  $80\,000 \text{ cm}^2$                       c)  $8 \text{ m}^2$                       d)  $200 \text{ cm}^2$

52) Se tiene los siguientes cuadrados ABCD, DEFG y GHIJ; tal como se muestra en la figura ¿Cuál será el área de la parte coloreada?



- a)  $20 \text{ cm}^2$       a)  $10 \text{ cm}^2$       a)  $60 \text{ cm}^2$       a)  $50 \text{ cm}^2$

53) Si la distancia entre dos pueblos es de 3 km. ¿A qué distancia se encontrarán en un mapa a escala 1:60 000?

- a) 3 cm      b) 4 cm      c) 5 cm      d) 6 cm

54) En un mapa a escala 1: 60 000 la distancia entre dos pueblos es 12 cm. ¿Cuál será la distancia real?

- a) 12 km.      b) 35 km.      c) 50 km.      d) 72 km.

55) Si el largo de un campo deportivo es de 20 m; ¿Cuál será la escala utilizada si en el dibujo dicho largo mide 10 cm?

- a) 1:200      a) 1:2      a) 1:20000      a) 1:2000

56) En el plano de la casa de Manuel se observa la siguiente escala 1: 150; si el ancho de su cuarto mide 2,5 cm en el plano, ¿Cuánto será su medida real?

- a) 3 m      a) 4,5 m      a) 3,75 m      a) 4,75 m

57) Una porción de papel tiene forma de hexágono regular de 15 cm de lado, al cortarse por una de sus diagonales, se obtienen dos pedazos en forma de cuadriláteros. ¿Cuál es el perímetro de cada cuadrilátero?

- a) 75cm      b) 65cm      c) 60cm      d) 45cm

58) ¿Cuál es el polígono que tiene la misma cantidad de lados y de diagonales?

- a) Cuadrilátero      b) Pentágono      c) Octágono      d) Eneágono

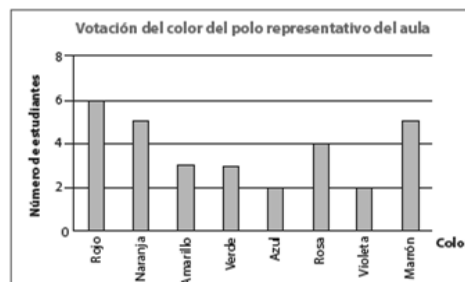
59) ¿Cuántas diagonales se pueden trazar en un octágono regular?

- a) 50 diagonales      b) 40 diagonales      c) 30 diagonales      d) 20 diagonales

60) ¿Cuál es la medida del ángulo interno de un decágono regular?

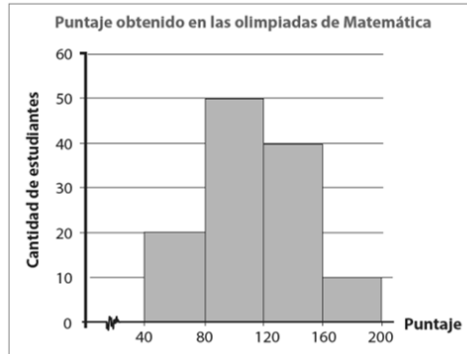
- a)  $146^{\circ}$       b)  $120^{\circ}$       c)  $144^{\circ}$       d)  $140^{\circ}$

61) En el aula de segundo de Secundaria, se realizó una votación para decidir el color del polo que usarán para representar al aula en las olimpiadas deportivas. El siguiente gráfico de barras muestra estos resultados. ¿Qué colores tuvieron más de 3 votos?



- a) Rojo.      b) Amarillo y verde.      c) Azul y violeta.      d) Rojo, naranja, rosa y marrón.

62) El siguiente histograma de frecuencias muestra el puntaje obtenido por un grupo de estudiantes en las olimpiadas de Matemática de un distrito. Según el gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta?



- a) El histograma registra las notas de 120 estudiantes que participaron en las olimpiadas de Matemática.  
 b) El 75 % de estos estudiantes obtuvieron puntajes mayores que 80 y menores que 160.  
 c) 20 estudiantes obtuvieron los mínimos puntajes de las olimpiadas.  
 d) 50 estudiantes obtuvieron los máximos puntajes de las olimpiadas.

63) En una encuesta, se les preguntó a los estudiantes de un grupo sobre su comida favorita. Algunos resultados se presentan en la siguiente tabla:

Comida	Arroz con pollo	Cebiche	Ají de gallina	Otros	Total de encuestados
Cantidad de estudiantes	4	20	¿?	3	36

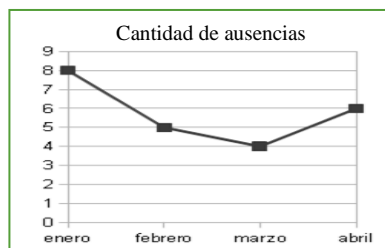
¿Cuál o cuáles de los siguientes datos se pueden obtener a partir de la información presentada?

- I. El número de estudiantes del grupo que prefiere arroz con pollo.  
 II. El número de estudiantes del grupo que prefiere seco a la norteña.  
 III. El porcentaje de estudiantes del grupo que prefiere cebiche.

- a) I solamente.      b) III solamente.      c) I y II solamente.      d) I y III solamente.

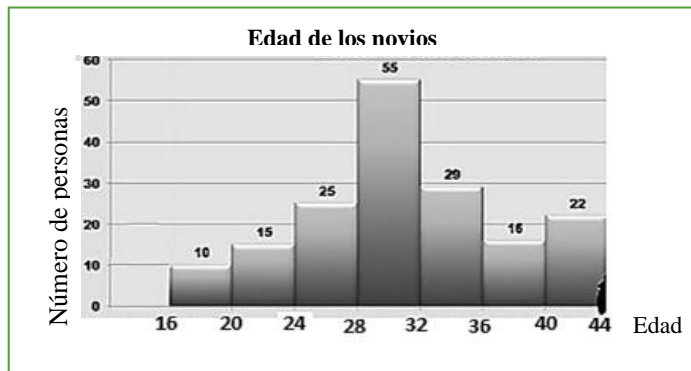
64) La siguiente gráfica representa el número de ausencias del personal de una empresa de lácteos durante cuatro meses. ¿Entre qué mes o meses se produjo la reducción de las ausencias en dicha empresa?

- a. En marzo.  
 b. De febrero a abril.  
 c. De enero a marzo.  
 d. De enero a abril.





65) El histograma de frecuencias muestra las edades de los novios que contrajeron matrimonio en la municipalidad de un distrito. Según el gráfico, ¿Cuántos novios oscilan entre los 20 y 40 años?



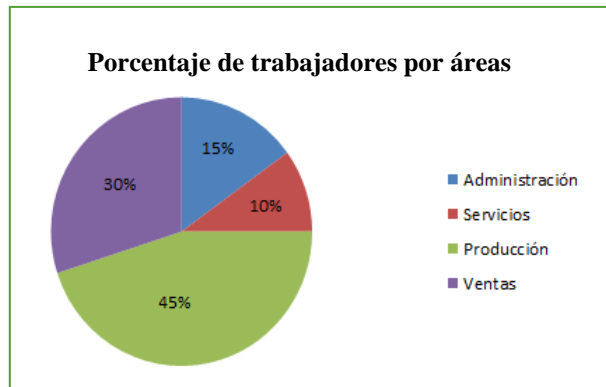
- a) 140 novios                      b) 120 novios                      c) 200 novios                      d) 172 novios

66) En una escuela se realizó una encuesta sobre las tallas de zapatos de sus estudiantes, obteniéndose los siguientes resultados: 38, 42, 35, 23, 24, 43, 22, 36, 37, 20, 32, 35, 40, 21, 41, 42, 24, 38, 40, 38, 30, 34, 42, 28, 42, 36, 38, 24, 30 y 28; si se quiere agrupar dichos datos, ¿Cuántos intervalos serán necesarios?

- a) 3 intervalos                      b) 4 Intervalos                      c) 5 Intervalos                      d) 10 Intervalos

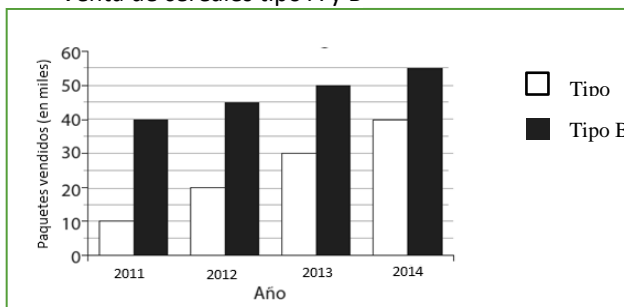
67) En una empresa de embutidos, los trabajadores se distribuyen en diferentes áreas, tal como muestra el gráfico. Si en total hay 120 trabajadores, ¿Cuántos trabajadores más hay en producción que en ventas?

- a) 10 trabajadores  
b) 14 trabajadores  
c) 18 trabajadores  
d) 15 trabajadores



68) El gráfico muestra la venta de dos tipos de cereales, A y B, durante 4 años. Si la tendencia en la venta de los cereales continúa durante los próximos 10 años, ¿En qué año la venta de los cereales A será igual a la de los cereales B?

Venta de cereales tipo A y B



- a. 2024                      b. 2018  
c. 2017                      d. 2015

69) Un estudiante dejó caer una pelota 6 veces desde la azotea de un edificio de 20 m de altura. En la siguiente tabla, el estudiante registró el tiempo que tardó la pelota en llegar al suelo en cada una de las caídas. ¿Cuál es el promedio del tiempo que demora en caer la pelota?

Número de caída	Tiempo de caída (segundos)
Primera	2
Segunda	2,1
Tercera	1,9
Cuarta	2
Quinta	1,8
Sexta	2,2

- a) 1,8 segundos.      b) 1,9 segundos.      c) 2 segundos.      d) 2,2 segundos.

70) En un estudio socioeconómico, se registró el salario mensual de un grupo de padres de familia de una sección de segundo grado de secundaria.

S/. 1700	S/. 2300	S/. 1000	S/. 1250	S/. 1000
S/. 1300	S/. 1250	S/. 1000	S/. 1700	S/. 1000
S/. 1700	S/. 2300	S/. 1000	S/. 2000	S/. 1000
S/. 1300	S/. 1250	S/. 1000	S/. 1250	S/. 1000
S/. 1250	S/. 2300	S/. 1000	S/. 1000	S/. 1700

¿Cuántos padres de familia de esta sección perciben un salario menor que el promedio de este grupo?

- a) 13 padres de familia      b) 15 padres de familia      c) 17 padres de familia      d) 19 padres de familia

71) Un estudiante del 2º grado revisa sus notas de los tres primeros bimestres, que son: 14; 16 y 15. Si quiere tener un promedio final de 16; ¿Cuánto debe sacarse en su último bimestre?

- a) 15      b) 16      c) 17      d) 18

72) En una encuesta sobre la cantidad de hermanos se obtuvo las siguientes respuestas: 1; 2; 1; 2; 3; 0; 2; 3; 4; 0; 1; 2. ¿Cuál será la mediana de dichos datos?

- a) 0      b) 1      c) 2      d) 3

**LA RULETA:** Una empresa de telefonía, para premiar a sus clientes por su preferencia, fabrica esta ruleta y hace que cada cliente elegido la haga girar para determinar el obsequio que le dará. Observa la ruleta:



Con esta información responde las preguntas 73 a la 76.

73) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente, al hacer girar esta ruleta, obtenga como obsequio 10 SMS?

- a.  $\frac{3}{10}$       b.  $\frac{1}{12}$       c.  $\frac{1}{3}$       d.  $\frac{1}{4}$

74) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente, al hacer girar esta ruleta, no obtenga obsequio?

- b. 1      b.  $\frac{1}{12}$       c. 0      d.  $\frac{1}{2}$

75) ¿Cuál es la probabilidad de que al girar la ruleta se obtenga como obsequio premio o 10 SMS?

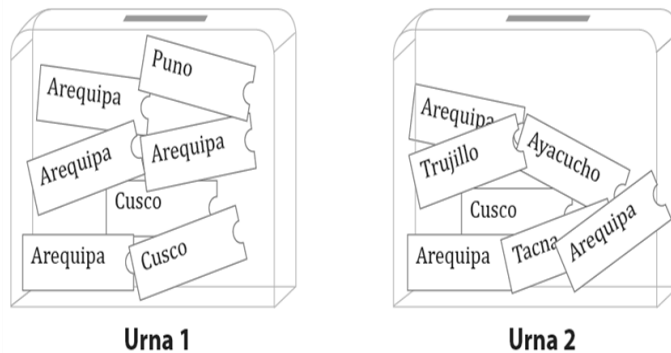
- a.  $\frac{3}{10}$       b.  $\frac{8}{12}$       c.  $\frac{1}{3}$       d.  $\frac{3}{4}$

76) ¿Cuál es la probabilidad de obtener cualquier obsequio?

- a. .0      b.  $\frac{1}{2}$       c. 1      d.  $\frac{1}{12}$

### **EMPRESA DE TRANSPORTE**

Una empresa de transporte desea premiar a sus pasajeros más frecuentes con boletos de viaje ida y vuelta a diversos destinos nacionales, para lo cual prepara dos urnas idénticas donde deposita los boletos con los diversos destinos de viaje.



Con esta información responde las preguntas 77 a la 80.

77) Un pasajero desea ir a Arequipa, ¿Cuál de las urnas le convendría escoger para extraer el boleto con ese destino?

- a) Urna 1      b) Urna 2      c) Ninguna de las dos      d) Cualquiera de las dos

78) ¿Qué boletos se deben sacar de la urna 1 para que la probabilidad de extraer un boleto con destino a Cusco sea del 50%?

- a) Sacar 2 de Cusco      b) Sacar 3 de Arequipa  
c) Sacar 3 de Arequipa y 1 de Puno      d) Sacar 2 de Cusco y 1 de Puno

79) Si un pasajero escoge la urna 1 para ser premiado, ¿Qué ciudad debe escoger para tener más probabilidad de ganar un destino turístico?

- a) Arequipa      b) Cusco      c) Trujillo      d) Puno

80) Si a un pasajero le dan a elegir la urna 2, ¿Cuál es el destino con más probabilidad que tendría para viajar?

- a) Trujillo      b) Arequipa      c) Cusco      d) Puno

## LISTA DE COTEJO – Dimensiones 3 y 4

Estudiante:.....

Íte m	Indicador	SI	NO
41	Muestra el resultado de aplicar el movimiento geométrico de rotación, teniendo en cuenta el ángulo de giro de una figura.		
42	Encuentra la nueva imagen originada a partir de un movimiento de rotación		
43	Determina el nuevo punto originado por un movimiento de traslación		
44	Halla los vértices del triángulo reflejado teniendo en cuenta su eje de simetría		
45	Identifica el desarrollo de un sólido geométrico.		
46	Determina el desarrollo de un sólido geométrico		
47	Selecciona las figuras que representan el desarrollo de un sólido geométrico		
48	Usa las estrategias de las superficies planas para resolver problemas		
49	Estima la cantidad de cerámicas que se necesita para cubrir una superficie.		
50	Halla el perímetro de una figura poligonal, aplicando la descomposición en figuras conocidas		
51	Determina el área a cubrir con losetas de forma cuadrada		
52	Calcula el área sombreada de una figura plana usando las áreas de figuras conocidas		
53	Calcula la distancia de dos pueblos en un mapa haciendo uso de escalas.		
54	Determina la distancia real entre ciudades haciendo de escalas numéricas		
55	Relaciona medidas reales y del dibujo para hallar la escala correspondiente		
56	Hace uso de escalas para hallar la distancia en una situación real		
57	Aplica las propiedades de los polígonos regulares para determinar el perímetro de un cuadrilátero		
58	Establece la relación entre los lados y diagonales de un polígono regular para determinar su nombre característico		
59	Utiliza las propiedades de los polígonos regulares para hallar el número de diagonales		
60	Determina la medida del ángulo interno de un polígono regular usando sus propiedades		
61	Interpreta gráficos estadísticos relacionadas a datos no agrupados		

<b>62</b>	Describe la información presentada en un gráfico para datos agrupados.		
<b>63</b>	Analiza la tabla de distribución de frecuencias de datos no agrupados para obtener datos		
<b>64</b>	Interpreta la información presentada en un gráfico para datos no agrupados		
<b>65</b>	Deduces información presentada en un gráfico sobre datos agrupados		
<b>66</b>	Determina la cantidad de intervalos necesarios para agrupar datos, considerando el número de datos		
<b>67</b>	Relaciona el gráfico circular con la frecuencia de datos no agrupados al resolver un problema		
<b>68</b>	Analiza información presentada en un gráfico para hacer las proyecciones en un problema		
<b>69</b>	Halla el promedio como medida central de un conjunto de datos.		
<b>70</b>	Emplea el promedio para determinar la cantidad de datos que están por debajo de dicha medida de tendencia central		
<b>71</b>	Determina el dato necesario para establecer el promedio en un grupo de datos no agrupados		
<b>72</b>	Halla la mediana como medida de tendencia central en datos no agrupados		
<b>73</b>	Usa el modelo de Laplace al resolver un problema de probabilidad.		
<b>74</b>	Calcula la probabilidad de un evento usando la regla de Laplace		
<b>75</b>	Determina la probabilidad de uno o más eventos con ayuda de la regla de Laplace		
<b>76</b>	Establece cuando la probabilidad de un evento es seguro que suceda		
<b>77</b>	Predice la probabilidad de un evento a partir de un modelo probabilístico.		
<b>78</b>	Usa el modelo de la probabilidad para predecir un evento aleatorio		
<b>79</b>	Analiza la probabilidad de que pueda suceder un evento		
<b>80</b>	Establece la relación entre el número de eventos posibles y el número de eventos probables		

## Organización de ítems:

COMPETENCIA	CAPACIDAD	INDICADORES	ITEMS
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas	○ Reconoce relaciones no explícitas en problemas multiplicativos de proporcionalidad y lo expresa en un modelo basado en proporcionalidad directa e indirecta.	1,2,3,4 5,6,7,8
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	○ Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros para resolver problemas relacionado al aumento o descuento porcentual sucesivo.	9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	○ Explica el significado del IGV y cómo se calcula	17, 18, 19, 20
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales	○ Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas relacionados a la proporcionalidad.	21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	○ Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una proporcionalidad inversa, función lineal y lineal afín.	29, 30, 31, 32
	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas	○ Usa modelos de variación referidos a la función lineal y lineales afín al plantear y resolver problemas	33, 34, 35, 36
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas	○ Describe gráficos y tablas que expresan funciones lineales, afines y constantes.	37, 38, 39, 40
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	○ Grafica transformaciones geométricas de rotar, trasladar, reflejar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula. ○ Describe el desarrollo de prismas, pirámides y conos considerando sus elementos.	41,42, 43, 44 45, 46, 47, 48
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	○ Calcula el perímetro y área de figuras poligonales regulares y compuestas, triángulos, círculos componiendo y descomponiendo en otras figuras cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros.	49, 50, 51, 52
	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones	○ Diferencia y usa planos o mapas a escala al plantear y resolver problemas.	53, 54, 55, 56
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	○ Plantea conjeturas para reconocer las propiedades de los lados y ángulos de los polígonos regulares.	57, 58, 59, 60
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos	○ Expresa información presentada en tablas y gráficos estadísticos para datos no agrupados y agrupados.	61, 62, 63, 64. 65, 66, 67, 68
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos	○ Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas. ○ Usa las propiedades de la probabilidad en el modelo de Laplace al resolver problemas.	69, 70, 71, 72 73, 74, 75, 76
	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas	○ Plantea y resuelve problemas sobre la probabilidad de un evento en una situación aleatoria a partir de un modelo referido a la probabilidad.	77, 78, 79, 80

## ANEXO 2

### VALIDEZ Y CONFIABILIDAD DEL INSTRUMENTO

#### VALIDEZ DEL INSTRUMENTO

##### Evaluación por juicio de expertos

La evaluación por juicio de expertos se llevó a cabo por los siguientes profesionales:

<b>N<sup>a</sup></b>	<b>Apellidos y Nombres</b>	<b>Grado Académico</b>	<b>Institución donde labora</b>
1	Oriz Gavars Teresa	Doctora en Educación	Universidad Nacional de Trujillo
2	Mostacero Cosavalente Antonio	Doctor en Educación	Institución Educativa "El Modelo"
3	Silva Balarezo Mariana Geraldine	Doctora en Psicología Infantil	Universidad César Vallejo – Universidad Católica de Trujillo
4	Gil Garcia Camilo	Doctor en Educación	Universidad Nacional de Trujillo
5	García Quiroz Manuel Jesús	Doctor en Educación	Institución Educativa "Antenor Orrego"

##### **Coeficiente V de Aiken**

Se obtuvo un coeficiente de 97% aproximadamente, lo que significa que nuestro instrumento es válido.





### V DE AIKEN PARA COHERENCIA DE LOS ÍTEMS

		ITEMS																																												
JUECES		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40					
1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
2		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
3		1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1		
4		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
5		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
SUMA		5	4	5	5	5	4	5	5	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5		
PROMEDIO		1.00	0.80	1.00	1.00	1.00	0.80	1.00	1.00	1.00	1.00	0.80	0.80	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.80	1.00	1.00	1.00	0.80	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.80	1.00	1.00	1.00	1.00			

		ITEMS																																													
Jueces		41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80						
1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
2		1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
3		1	1	1	1	1	0	0.3	0.3	0.3	0	0.3	0.3	0	0	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
4		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
5		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
SUMA		5	5	5	5	5	4	4.3	4.3	4.3	3	4.3	4.3	4	4	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5		
PROMEDIO		1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.80	0.87	0.87	0.87	0.60	0.87	0.87	0.80	0.80	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.80	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00			

V AIKEN 0.94

### V DE AIKEN PARA RELEVANCIA DE LOS ÍTEMS

		ITEMS																																											
JUECES	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40					
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.3	1	1	1	1	1	0.3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
3	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
SUMA	5	5	5	5	4	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4.3	5	5	5	5	5	4.3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
PROMEDIO	1.00	1.00	1.00	1.00	0.80	1.00	0.80	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.87	1.00	1.00	1.00	1.00	0.87	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

		ITEMS																																														
Jueces	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80								
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
SUMA	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
PROMEDIO	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

V AIKEN	0.99
---------	------

## CONFIABILIDAD DEL INSTRUMENTO

La confiabilidad se realizó a través del coeficiente de Kulder Richarson debido a que los datos son dicotómicos. El cálculo de dicho coeficiente se realizó utilizando el programa Excel, obteniendo un valor de 0.86, lo cual nos permite afirmar que el instrumento es confiable.

Nº ORDEN	DIMENSIÓN 1																				DIMENSIÓN 2																									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40						
1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1			
2	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0		
3	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1		
5	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1		
6	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0		
7	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1		
9	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0		
10	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0			
11	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0		
12	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1		
13	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
14	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1		
15	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0		
16	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	
17	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	
18	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
19	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
20	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	
21	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	
22	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1		
23	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
24	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1		
TRC	8	17	13	11	15	10	8	16	9	9	12	16	9	7	12	17	7	17	15	11	7	16	10	8	10	10	5	18	7	7	9	12	6	8	5	15	5	11	16	10	10	10				
p	0.3	0.7	0.5	0.5	0.6	0.4	0.3	0.7	0.4	0.4	0.5	0.7	0.4	0.3	0.5	0.7	0.3	0.7	0.6	0.5	0.3	0.7	0.4	0.3	0.4	0.4	0.2	0.8	0.3	0.3	0.4	0.5	0.3	0.3	0.2	0.6	0.2	0.5	0.7	0.4	0.4	0.4				
q	0.7	0.3	0.5	0.5	0.4	0.6	0.7	0.3	0.6	0.6	0.5	0.3	0.6	0.7	0.5	0.3	0.7	0.3	0.4	0.5	0.7	0.3	0.6	0.7	0.6	0.6	0.8	0.3	0.7	0.7	0.6	0.5	0.8	0.7	0.8	0.4	0.8	0.5	0.3	0.6	0.6	0.6				
p*q	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2		
Sp*q	17.0																																													
VT	113.2																																													
KR-20	0.86																																													

Nº ORDEN	DIMENSIÓN 3															DIMENSIÓN 4															X1											
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70		71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	
1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	37
2	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	28
3	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	49
5	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	36	
6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	48	
7	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	45	
9	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	36	
10	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	44
11	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	41	
12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	39	
13	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	43
14	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	45	
15	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	51
16	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	53
17	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	57	
18	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	49	
19	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	54	
20	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	57	
21	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	65	
22	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	68	
23	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	56	
24	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	68	
TRC	6	13	7	6	9	8	6	16	5	7	14	8	6	5	5	18	4	10	8	6	5	13	9	4	9	8	6	19	6	8	15	13	5	6	6	16	6	8	11	7		
p	0.3	0.5	0.3	0.3	0.4	0.3	0.3	0.7	0.2	0.3	0.6	0.3	0.3	0.2	0.2	0.8	0.2	0.4	0.3	0.3	0.2	0.5	0.4	0.2	0.4	0.3	0.3	0.8	0.3	0.3	0.6	0.5	0.2	0.3	0.3	0.7	0.3	0.3	0.5	0.3		
q	0.8	0.5	0.7	0.8	0.6	0.7	0.8	0.3	0.8	0.7	0.4	0.7	0.8	0.8	0.8	0.3	0.8	0.6	0.7	0.8	0.8	0.5	0.6	0.8	0.6	0.7	0.8	0.2	0.8	0.7	0.4	0.5	0.8	0.8	0.8	0.3	0.8	0.7	0.5	0.7		
p*q	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2		
Sp*q	17.0																																									
VT	113.2																																									
KR-20	0.86																																									

**ANEXO 3**  
**MATRIZ DE CONSISTENCIA**

Título:

Problema	Variables	Objetivo	Hipótesis	Dimensiones	Población y Muestra	Diseño	Técnicas e Instrumentos validez y confiabilidad	Prueba de hipótesis
<p><b>FORMULACIÓN DEL PROBLEMA</b> ¿Cómo influye la aplicación de un Programa de Educación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes de segundo grado de secundaria de la</p>	<p><b>INDEPENDIENTE</b> Programa de Educación adaptativa</p> <p><b>DEPENDIENTE</b> Competencias matemáticas</p>	<p><b>GENERAL</b> Determinar la influencia de la aplicación de un Programa de Educación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir, 2017</p> <p><b>ESPECÍFICOSS</b></p>	<p><b>GENERAL</b> Hi: El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente las competencias matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir-2017</p> <p>H0: El programa de Educación Adaptativa no mejora</p>	<p><b>VARIABLE INDEPENDIENTE</b></p> <p>Las necesidades de los estudiantes</p> <p>Los intereses de los estudiantes</p> <p>Los estilos de aprendizaje</p> <p>Los ritmos de aprendizaje</p> <p>Las habilidades cognitivas</p> <p>El rendimiento académico</p> <p>La motivación</p> <p>Las actitudes</p>	<p><b>POBLACIÓN</b></p> <p>La población del estudio está constituida por los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la de la I.E. N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir- 2017 y de la I.E. “Francisco Lizaraburo” – El Porvenir-2017, matriculados en el año</p>	<p><b>DISEÑO</b></p> <p>El diseño de la investigación corresponde a los denominados diseños experimentales del tipo cuasi experimental, debido a que los sujetos incluidos en los grupos de estudio, no se asignan al azar, ya están previamente asignados o constituidos, antes del experimento, y consiste en que</p>	<p><b>TÉCNICAS</b></p> <p><b>Prueba de rendimiento académico</b></p> <p>Son procedimientos sistemáticos que utiliza el docente con el fin de determinar el nivel de conocimientos de los estudiantes en una disciplina determinada, en este caso, el área de matemática, antes, durante y</p>	<p>La prueba de hipótesis se realizó en cuatro pasos.</p> <p><b>1.</b> La prueba de hipótesis para verificar si los grupos de estudio son equivalentes al inicio del experimento, considerando un 95% de confianza. Se evalúa el promedio del pre test tanto del grupo</p>

<p>Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017?</p>		<p>Identificar el nivel de las competencias matemáticas en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria, de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”, el Porvenir, 2017, mediante la aplicación del pre test y post test al grupo de control y experimental.</p> <p>Identificar el nivel de las competencias matemáticas en la dimensión resuelve problemas de cantidad en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria, de</p>	<p>significativamente las competencias matemáticas de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir -2017</p> <p><b>ESPECÍFICOS</b></p> <p>H<sub>1</sub>. El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión resuelve problemas de cantidad en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos</p>	<p>Las aptitudes</p> <p><b>VARIABLE DEPENDIENTE</b></p> <p>Problemas de cantidad</p> <p>Problemas de cantidad</p> <p>Problemas de forma, movimiento y localización</p> <p>Problemas de gestión de datos e incertidumbre</p>	<p>lectivo 2017, haciendo un total de 221</p> <p><b>MUESTRA</b></p> <p>La muestra está constituida por los estudiantes del segundo grado A y B de educación secundaria de la I.E. N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez” El Porvenir- 2017 y de la I.E. “Francisco Lizarzaburo” – El Porvenir-2017, matriculados en el año lectivo 2017, haciendo un total de 102</p> <p><b>MUESTREO</b></p> <p>La muestra fue</p>	<p>una vez que se dispone de los dos grupos, se debe evaluar a ambos en la variable dependiente, luego a un grupo se expone a la presencia de la variable independiente (tratamiento experimental) y el otro no. Posteriormente, los dos grupos se comparan para saber si el grupo expuesto a la variable independiente difiere del grupo que no fue expuesto</p> <p>El diagrama del diseño específico es el siguiente</p>	<p>al final de un período académico</p> <p><b>La observación sistemática</b></p> <p>Es un Proceso por el cual un observador o grupo de observadores desarrollan un conjunto de normas sistemáticas para registrar y clasificar los sucesos de clase</p> <p><b>INSTRUMENTO</b></p> <p><b>Prueba objetiva.</b></p> <p>Las pruebas objetivas están integradas por ítems que se caracterizan por su brevedad y por</p>	<p>experimental como del grupo de control</p> <p><b>2.</b> La prueba de hipótesis para las medianas evaluando el pre test y post test del grupo control, con el objetivo de analizar la homogeneidad del grupo durante el experimento. También se utilizará un 95% de confianza</p> <p><b>3.</b> La prueba de hipótesis para las medianas evaluando el</p>
--	--	---	---	---	---	--	--	--

	<p>la Institución Educativa N° 80026 "Horacio Zevallos Gámez", el Porvenir, 2017, mediante la aplicación del pre test y post test al grupo de control y experimental</p> <p>Identificar el nivel de las competencias matemáticas en la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria, de la Institución Educativa N° 80026 "Horacio Zevallos Gámez", el Porvenir, 2017, mediante la</p>	<p>Gámez"-El Porvenir – 2017 Ho<sub>1</sub>. El programa de Educación Adaptativa no mejora significativamente la dimensión resuelve problemas de cantidad en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 "Horacio Zevallos Gámez"-El Porvenir – 2017</p> <p>H<sub>2</sub>. El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y</p>	<p>seleccionada mediante un muestreo no probabilístico intencional o de conveniencia</p> <p>Este tipo de muestreo se caracteriza por un esfuerzo deliberado de obtener muestras "representativas" mediante la inclusión en la muestra de grupos supuestamente típicos, es decir el investigador seleccione directamente e intencionadamente los individuos de la población</p>	<p>GE: O<sub>1</sub> X O<sub>2</sub></p> <p>GC: O<sub>3</sub> O<sub>4</sub></p>	<p>la rapidez con que pueden ser respondidos</p> <p>Los ítems de las pruebas objetivas son seleccionados cuidadosa y sistemáticamente para que constituyan una muestra representativa del contenido abarcado y de las competencias evaluadas</p> <p><b>Lista de cotejos</b></p> <p>Es un instrumento que permite identificar comportamiento con respecto a actitudes, habilidades y destrezas. Contiene un</p>	<p>pre test y post test del grupo experimental , con el objetivo de analizar el impacto después de aplicar el programa. También se utilizará un 95% de confianza</p> <p><b>4. La prueba de hipótesis para verificar la equivalencia de grupos al final del experimento, se evalúa el promedio del post test tanto del grupo experimental como del</b></p>
--	---	---	--	---	--	---

	<p>aplicación del pre test y post test al grupo de control y experimental</p> <p>Identificar el nivel de las competencias matemáticas en la dimensión resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria, de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”, el Porvenir, 2017, mediante la aplicación del pre test y post test al grupo de control y experimental</p>	<p>cambio en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017</p> <p>Ho<sub>2</sub>. El programa de Educación Adaptativa no mejora significativamente la dimensión resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos</p>			<p>listado de indicadores de logro en el que se constata, en un solo momento, la presencia o ausencia de estos mediante la actuación de los estudiantes..</p> <p><b>VALIDO DEZ</b> El instrumento fue validado por juicio de expertos, en la que participaron cinco profesionales especialistas en el tema. Luego se calculó del coeficiente V de Aiken obteniendo un promedio de 97% aproximadam</p>	<p>grupo de control. También se utilizará un 95% de confianza. Esta es la prueba que nos concluirá si hay un impacto significativo del programa</p> <p>Para el procesamiento, presentación y análisis de los datos se utilizó el programa Excel y el Paquete de Análisis Estadístico para la Investigación en Ciencias</p>
--	---	---	--	--	---	--



		<p>Identificar el nivel de las competencias matemáticas en la dimensión resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria, de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”, el Porvenir, 2017, mediante la aplicación del pre test y post test al grupo de control y experimental</p> <p>Aplicar el Programa de Adaptación Educativa a los estudiantes del segundo grado de educación</p>	<p>Gámez”-El Porvenir – 20167</p> <p>H<sub>3</sub>. El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión problemas de forma, movimiento y localización en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017</p> <p>Ho<sub>3</sub>. El programa de Educación Adaptativa no mejora significativamente la dimensión</p>			<p>ente, lo que significa que nuestro instrumento es válido</p> <p><b>CONFIABILIDAD</b></p> <p>La confiabilidad se realizó a través del coeficiente de Kulder Richarson debido a que los datos son dicotómicos. El cálculo de dicho coeficiente se realizó utilizando el programa Excel, obteniendo un valor de 0.86, lo cual nos permite afirmar que el instrumento es confiable</p>	<p>Sociales SPSS (Statistical Package for the Social Sciences)</p>
--	--	---	--	--	--	---	--

		<p>secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez” del distrito de El Porvenir, 2017</p> <p>Contrastar los resultados obtenidos del pre test y post test aplicados al grupo de control y experimental sobre el desarrollo de las competencias matemáticas</p>	<p>problemas de forma, movimiento y localización en situaciones del entorno de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017</p> <p>H<sub>4</sub>. El programa de Educación Adaptativa mejora significativamente la dimensión problemas de gestión de datos e incertidumbre en situaciones del entorno de los</p>					
--	--	--	--	--	--	--	--	--

			<p>estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa N° 80026 “Horacio Zevallos Gámez”-El Porvenir – 2017</p> <p>Ho4. El programa de Educación Adaptativa no mejora significativamente la dimensión problemas de gestión de datos e incertidumbre en situaciones del entorno de los estudiantes de segundo grado de</p>					
--	--	--	--	--	--	--	--	--

			secundaria de la Institución Educativa N° 80026 "Horacio Zevallos Gámez"-El Porvenir – 2017					
--	--	--	---	--	--	--	--	--

## ANEXO 4

### CONSTANCIA EMITIDA POR LA INSTITUCIÓN



INSTITUCIÓN EDUCATIVA N° 80026  
"Horacio Zevallos Gámez"  
Unión, Estudio y Trabajo



**EL SUBDIRECTOR DE LA INSTITUCIÓN "HORACIO ZEVALLOS GAMÉZ"  
DEL DISTRITO DE EL PORVENIR, HACE CONSTAR QUE EL :**

**Mg. OSWALDO NEYRA CASTILLO**

ESTUDIANTE DEL V CICLO DEL PROGRAMA DE DOCTORADO EN EDUCACIÓN DE LA UNIVERSIDAD "CESAR VALLEJO", SEDE TRUJILLO, HA APLICADO EL PROGRAMA DE EDUCACIÓN ADPTATIVA, CONSISTENTE EN EL DESARROLLO DE 16 SESIONES DE APRENDIZAJE, A LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO, DEL NIVEL SECUNDARIA DE NUESTRA INSTITUCIÓN EDUCATIVA, DURANTE LOS MESES DE MAYO A JULIO, DEL AÑO EN CURSO.

SE EXPIDE LA PRESENTE, A SOLICITUD DE LA PARTE INTERESADA, PARA LOS FINES QUE CREA CONVENIENTE

EL PORVENIR, 24 DE NOVIEMBRE DEL 2017

I.E. N° 60026 "HORACIO ZEVALLOS GAMÉZ"  
Edgar Velásquez Acuña  
SUB-DIRECTOR

**ANEXO 5**  
**BASE DE DATOS**

SUJETOS	Dimensión 1				Dimensión 2				Dimensión 3				Dimensión 4				VARIABLE: CAPACIDAD MATEMÁTICA			
	GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL	
	PRE TEST	POST TEST	PRE TEST	POST TEST	PRE TEST	POST TEST	PRE TEST	POST TEST	PRE TEST	POST TEST	PRE TEST	POST TEST	PRE TEST	POST TEST	PRE TEST	POST TEST	PRE TEST	POST TEST	PRE TEST	POST TEST
1	8	12	6	6	6	10	8	8	6	12	8	8	6	12	6	6	7	12	7	7
2	8	12	8	8	6	10	8	10	6	12	8	8	6	12	6	8	7	12	8	9
3	10	14	8	8	8	12	8	10	8	14	8	8	8	14	6	8	9	14	8	9
4	10	14	10	10	8	12	10	10	8	14	10	10	8	14	10	10	9	14	10	10
5	10	14	12	14	8	12	10	10	8	14	12	12	8	14	12	12	9	14	12	12
6	12	18	10	8	12	16	10	8	10	16	10	10	10	16	10	8	11	17	10	9
7	10	14	10	8	12	14	10	8	10	14	10	10	8	14	10	8	10	14	10	9
8	10	14	10	10	12	14	10	10	10	14	10	10	8	14	10	10	10	14	10	10
9	10	14	8	10	12	14	8	6	10	14	8	8	8	14	6	10	10	14	8	9
10	12	14	10	12	12	14	10	10	12	14	10	10	10	16	10	10	12	15	10	11
11	10	12	12	12	10	12	10	10	12	12	12	12	10	16	12	12	11	13	12	12
12	10	16	10	10	10	14	10	10	12	16	10	10	10	16	10	12	11	16	10	11
13	10	14	12	10	10	12	10	10	10	14	12	12	10	14	12	12	10	14	12	11
14	10	14	10	10	10	12	10	10	10	14	10	10	10	14	10	12	10	14	10	11
15	12	16	10	10	10	14	10	10	10	16	10	10	12	18	10	12	11	16	10	11
16	12	16	14	12	10	14	14	12	10	16	12	12	12	18	14	12	11	16	14	12
17	10	14	10	10	10	14	10	10	10	14	10	10	10	14	10	10	10	14	10	10
18	10	12	10	10	10	12	10	10	10	12	10	10	10	14	10	10	10	13	10	10
19	10	14	10	10	10	14	10	10	10	14	10	10	10	14	10	10	10	14	10	10
20	8	12	10	10	8	12	10	10	10	12	10	10	8	12	10	10	9	12	10	10
21	12	18	12	10	10	16	12	10	12	18	12	12	12	18	12	12	12	18	12	11
22	10	14	10	10	8	14	10	10	10	14	10	10	10	14	10	10	10	14	10	10
23	10	12	10	10	8	12	10	10	10	12	10	10	10	12	10	10	10	12	10	10

24	12	16	12	10	12	16	12	10	12	18	12	12	12	18	12	12	12	17	12	11
25	10	14	12	10	8	14	12	12	12	14	12	12	10	14	12	12	10	14	12	12
26	14	18	10	10	14	18	10	10	14	18	10	10	10	16	10	12	13	18	10	11
27	14	16	12	12	14	16	12	10	14	18	12	12	10	16	12	12	13	17	12	12
28	14	18	12	12	14	18	12	12	14	18	12	12	10	16	12	12	13	18	12	12
29	12	16	14	14	12	16	14	14	12	16	12	12	12	18	14	14	12	17	14	14
30	10	14	14	14	10	14	14	14	10	14	12	12	10	14	14	14	10	14	14	14
31	10	16	14	14	10	16	14	14	10	16	12	12	10	16	14	14	10	16	14	14
32	8	12	8	8	8	12	10	8	8	12	8	8	8	12	6	8	8	12	8	8
33	10	14	12	12	10	14	12	12	10	14	12	12	10	14	12	12	10	14	12	12
34	10	12	10	12	10	12	10	10	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12	10	12
35	10	12	10	10	10	12	10	10	10	12	10	10	10	12	10	10	10	12	10	10
36	8	14	10	10	8	14	10	10	8	14	10	10	8	14	10	10	8	14	10	10
37	8	12	8	8	8	12	10	8	8	12	8	8	8	12	6	8	8	12	8	8
38	10	12	10	10	10	12	10	10	10	12	10	10	10	12	10	10	10	12	10	10
39	12	16	12	12	10	16	12	12	12	16	12	12	10	14	12	10	11	16	12	12
40	10	12	6	6	10	12	8	6	10	12	8	8	10	12	6	6	10	12	7	7
41	10	12	8	8	10	12	8	8	10	12	8	8	10	12	6	8	10	12	8	8
42	8	12	12	12	8	12	12	12	8	12	12	12	8	12	12	10	8	12	12	12
43	10	16	8	8	10	16	8	8	10	16	8	8	10	14	6	8	10	16	8	8
44	8	12	8	8	8	12	8	8	8	12	8	8	8	12	6	8	8	12	8	8
45	8	16	10	10	8	16	10	10	8	16	10	10	8	14	10	10	8	16	10	10
46	8	12	10	10	8	12	10	10	8	12	10	10	8	12	10	10	8	12	10	10
47	8	12	10	10	8	12	10	10	12	12	10	10	8	12	10	10	9	12	10	10
48	10	12	10	10	10	12	10	10	10	12	10	10	12	12	10	10	11	12	10	10
49	8	14	10	10	8	14	10	10	8	14	10	10	8	14	10	10	8	14	10	10
50	10	16	10	10	10	16	10	10	10	16	10	10	12	16	10	10	11	16	10	10
51	10	14	12	12	10	14	12	12	10	14	12	12	10	14	12	10	10	14	12	12

## ANEXO 6

### *Resultados del pre test y pos test del grupo experimental y grupo control*

SUJETOS	VARIABLE CAPACIDAD MATEMÁTICA							
	GRUPO EXPERIMENTAL				GRUPO CONTROL			
	PRE TEST	NIVEL	POST TEST	NIVEL	PRE TEST	NIVEL	POST TEST	NIVEL
1	7	INICIO	12	PROCESO	7	INICIO	7	INICIO
2	7	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	9	INICIO
3	9	INICIO	14	PROCESO	8	INICIO	9	INICIO
4	9	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
5	9	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
6	11	PROCESO	17	LOGRADO	10	INICIO	9	INICIO
7	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	9	INICIO
8	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
9	10	INICIO	14	PROCESO	8	INICIO	9	INICIO
10	12	PROCESO	15	LOGRADO	10	INICIO	11	PROCESO
11	11	PROCESO	13	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
12	11	PROCESO	16	LOGRADO	10	INICIO	11	PROCESO
13	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	11	PROCESO
14	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	11	PROCESO
15	11	PROCESO	16	LOGRADO	10	INICIO	11	PROCESO
16	11	PROCESO	16	LOGRADO	14	PROCESO	12	PROCESO
17	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
18	10	INICIO	13	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
19	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
20	9	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
21	12	PROCESO	18	SATISFACTORIO	12	PROCESO	11	PROCESO
22	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
23	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
24	12	PROCESO	17	LOGRADO	12	PROCESO	11	PROCESO



25	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
26	13	PROCESO	18	SATISFACTORIO	10	INICIO	11	PROCESO
27	13	PROCESO	17	LOGRADO	12	PROCESO	12	PROCESO
28	13	PROCESO	18	SATISFACYTORIO	12	PROCESO	12	PROCESO
29	12	PROCESO	17	LOGRADO	14	PROCESO	14	PROCESO
30	10	INICIO	14	PROCESO	14	PROCESO	14	PROCESO
31	10	INICIO	16	LOGRADO	14	PROCESO	14	PROCESO
32	8	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
33	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
34	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	12	PROCESO
35	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
36	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
37	8	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
38	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
39	11	PROCESO	16	LOGRADO	12	PROCESO	12	PROCESO
40	10	INICIO	12	PROCESO	7	INICIO	7	INICIO
41	10	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
42	8	INICIO	12	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
43	10	INICIO	16	LOGRADO	8	INICIO	8	INICIO
44	8	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
45	8	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
46	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
47	9	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
48	11	PROCESO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
49	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
50	11	PROCESO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
51	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO

**Fuente:** Resultados de la aplicación de la prueba para evaluar la competencia matemática

## ANEXO 7

*Resultados del pre test y pos test del grupo experimental y grupo control en la dimensión: Resuelve problemas de cantidad*

SUJETOS	DIMENSIÓN 1: RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD							
	GRUPO EXPERIMENTAL				GRUPO CONTROL			
	PRE TEST	NIVEL	POST TEST	NIVEL	PRE TEST	NIVEL	POST TEST	NIVEL
1	8	INICIO	12	PROCESO	6	INICIO	6	INICIO
2	8	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
3	10	INICIO	14	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
4	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
5	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	14	PROCESO
6	12	PROCESO	18	SATISFACTORIO	10	INICIO	8	INICIO
7	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	8	INICIO
8	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
9	10	INICIO	14	PROCESO	8	INICIO	10	INICIO
10	12	PROCESO	14	PROCESO	10	INICIO	12	PROCESO
11	10	INICIO	12	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
12	10	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
13	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	10	INICIO
14	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
15	12	PROCESO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
16	12	PROCESO	16	LOGRADO	14	PROCESO	12	PROCESO
17	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
18	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
19	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
20	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
21	12	PROCESO	18	SATISFACTORIO	12	PROCESO	10	INICIO
22	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO

23	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
24	12	PROCESO	16	LOGRADO	12	PROCESO	10	INICIO
25	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	10	INICIO
26	14	PROCESO	18	SATISFACTORIO	10	INICIO	10	INICIO
27	14	PROCESO	16	LOGRADO	12	PROCESO	12	PROCESO
28	14	PROCESO	18	SATISFACTORIO	12	PROCESO	12	PROCESO
29	12	PROCESO	16	LOGRADO	14	PROCESO	14	PROCESO
30	10	INICIO	14	PROCESO	14	PROCESO	14	PROCESO
31	10	INICIO	16	LOGRADO	14	PROCESO	14	PROCESO
32	8	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
33	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
34	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	12	PROCESO
35	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
36	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
37	8	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
38	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
39	12	PROCESO	16	LOGRADO	12	PROCESO	12	PROCESO
40	10	INICIO	12	PROCESO	6	INICIO	6	INICIO
41	10	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
42	8	INICIO	12	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
43	10	INICIO	16	LOGRADO	8	INICIO	8	INICIO
44	8	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
45	8	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
46	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
47	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
48	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
49	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
50	10	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
51	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO

**Nota.** Fuente: Resultados de la aplicación de la prueba para evaluar la competencia matemática.

## ANEXO 8

***Resultados del pre test y pos test del grupo experimental y grupo control en la dimensión: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio***

SUJETOS	DIMENSIÓN 2: RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO							
	GRUPO EXPERIMENTAL				GRUPO CONTROL			
	PRE TEST	NIVEL	POST TEST	NIVEL	PRE TEST	NIVEL	POST TEST	NIVEL
1	6	INICIO	10	INICIO	8	INICIO	8	INICIO
2	6	INICIO	10	INICIO	8	INICIO	10	INICIO
3	8	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	10	INICIO
4	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
5	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
6	12	PROCESO	16	LOGRADO	10	INICIO	8	INICIO
7	12	PROCESO	14	PROCESO	10	INICIO	8	INICIO
8	12	PROCESO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
9	12	PROCESO	14	PROCESO	8	INICIO	6	INICIO
10	12	PROCESO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
11	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
12	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
13	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
14	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
15	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
16	10	INICIO	14	PROCESO	14	PROCESO	12	PROCESO
17	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
18	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
19	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
20	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
21	10	INICIO	16	LOGRADO	12	PROCESO	10	INICIO
22	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO

23	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
24	12	PROCESO	16	LOGRADO	12	PROCESO	10	INICIO
25	8	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
26	14	PROCESO	18	SATISFACTORIO	10	INICIO	10	INICIO
27	14	PROCESO	16	LOGRADO	12	PROCESO	10	INICIO
28	14	PROCESO	18	SATISFACTORIO	12	PROCESO	12	PROCESO
29	12	PROCESO	16	LOGRADO	14	PROCESO	14	PROCESO
30	10	INICIO	14	PROCESO	14	PROCESO	14	PROCESO
31	10	INICIO	16	LOGRADO	14	PROCESO	14	PROCESO
32	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	8	INICIO
33	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
34	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
35	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
36	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
37	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	8	INICIO
38	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
39	10	INICIO	16	LOGRADO	12	PROCESO	12	PROCESO
40	10	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	6	INICIO
41	10	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
42	8	INICIO	12	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
43	10	INICIO	16	LOGRADO	8	INICIO	8	INICIO
44	8	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
45	8	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
46	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
47	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
48	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
49	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
50	10	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
51	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO

**Fuente:** Resultados de la aplicación de la prueba para evaluar la competencia matemática.

## ANEXO 9

***Resultados del pre test y pos test del grupo experimental y grupo control en la dimensión: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización***

SUJETOS	DIMENSIÓN 3: RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN							
	GRUPO EXPERIMENTAL				GRUPO CONTROL			
	PRE TEST	NIVEL	POST TEST	NIVEL	PRE TEST	NIVEL	POST TEST	NIVEL
1	6	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
2	6	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
3	8	INICIO	14	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
4	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
5	8	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
6	10	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
7	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
8	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
9	10	INICIO	14	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
10	12	PROCESO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
11	12	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
12	12	PROCESO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
13	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
14	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
15	10	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
16	10	INICIO	16	LOGRADO	12	PROCESO	12	PROCESO
17	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
18	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
19	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
20	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
21	12	PROCESO	18	SATISFACTORIO	12	PROCESO	12	PROCESO
22	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
23	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO

24	12	PROCESO	18	SATISFACTORIO	12	PROCESO	12	PROCESO
25	12	PROCESO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
26	14	PROCESO	18	SATISFACTORIO	10	INICIO	10	INICIO
27	14	PROCESO	18	SATISFACTORIO	12	PROCESO	12	PROCESO
28	14	PROCESO	18	SATISFACTORIO	12	PROCESO	12	PROCESO
29	12	PROCESO	16	LOGRADO	12	PROCESO	12	PROCESO
30	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
31	10	INICIO	16	LOGRADO	12	PROCESO	12	PROCESO
32	8	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
33	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
34	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	12	PROCESO
35	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
36	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
37	8	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
38	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
39	12	PROCESO	16	LOGRADO	12	PROCESO	12	PROCESO
40	10	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
41	10	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
42	8	INICIO	12	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
43	10	INICIO	16	LOGRADO	8	INICIO	8	INICIO
44	8	INICIO	12	PROCESO	8	INICIO	8	INICIO
45	8	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
46	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
47	12	PROCESO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
48	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
49	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
50	10	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
51	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO

**Nota.** Fuente: Resultados de la aplicación de la prueba para evaluar la competencia matemática.

## ANEXO 10

***Resultados del pre test y pos test del grupo experimental y grupo control en la dimensión: Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre***

SUJETOS	DIMENSIÓN 4: RESUELVE PROBLEMAS DE GESTIÓN DE DATOS E INCERTIDUMBRE							
	GRUPO EXPERIMENTAL				GRUPO CONTROL			
	PRE TEST	NIVEL	POST TEST	NIVEL	PRE TEST	NIVEL	POST TEST	NIVEL
1	6	INICIO	12	PROCESO	6	INICIO	6	INICIO
2	6	INICIO	12	PROCESO	6	INICIO	8	INICIO
3	8	INICIO	14	PROCESO	6	INICIO	8	INICIO
4	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
5	8	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
6	10	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	8	INICIO
7	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	8	INICIO
8	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
9	8	INICIO	14	PROCESO	6	INICIO	10	INICIO
10	10	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
11	10	INICIO	16	LOGRADO	12	PROCESO	12	PROCESO
12	10	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	12	PROCESO
13	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
14	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	12	PROCESO
15	12	PROCESO	18	SATISFACTORIO	10	INICIO	12	PROCESO
16	12	PROCESO	18	SATISFACTORIO	14	PROCESO	12	PROCESO
17	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
18	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
19	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
20	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
21	12	PROCESO	18	DESTACADO	12	PROCESO	12	PROCESO
22	10	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
23	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO



24	12	PROCESO	18	SATISFACTORIO	12	PROCESO	12	PROCESO
25	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
26	10	INICIO	16	LOGRADO	10	INICIO	12	PROCESO
27	10	INICIO	16	LOGRADO	12	PROCESO	12	PROCESO
28	10	INICIO	16	LOGRADO	12	PROCESO	12	PROCESO
29	12	PROCESO	18	SATISFACTORIO	14	PROCESO	14	PROCESO
30	10	INICIO	14	PROCESO	14	PROCESO	14	PROCESO
31	10	INICIO	16	LOGRADO	14	PROCESO	14	PROCESO
32	8	INICIO	12	PROCESO	6	INICIO	8	INICIO
33	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	12	PROCESO
34	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	12	PROCESO
35	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
36	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
37	8	INICIO	12	PROCESO	6	INICIO	8	INICIO
38	10	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
39	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	10	INICIO
40	10	INICIO	12	PROCESO	6	INICIO	6	INICIO
41	10	INICIO	12	PROCESO	6	INICIO	8	INICIO
42	8	INICIO	12	PROCESO	12	PROCESO	10	INICIO
43	10	INICIO	14	PROCESO	6	INICIO	8	INICIO
44	8	INICIO	12	PROCESO	6	INICIO	8	INICIO
45	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
46	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
47	8	INICIO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
48	12	PROCESO	12	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
49	8	INICIO	14	PROCESO	10	INICIO	10	INICIO
50	12	PROCESO	16	LOGRADO	10	INICIO	10	INICIO
51	10	INICIO	14	PROCESO	12	PROCESO	10	INICIO

**Fuente:** Resultados de la aplicación de la prueba para evaluar la competencia matemática.

ANEXO 11  
EVIDENCIA FOTOGRÁFICA





## ANEXO 12

### CONSENTIMIENTO Y ASENTIMIENTO INFORMADOS

#### CONSENTIMIENTO INFORMADO

Estimado Padre/Madre de familia.

Ante usted me presento y le expongo lo siguiente: Yo Oswaldo Neyra Castillo, estudiante del programa de Doctorado en Educación de la Escuela de Posgrado de la UCV, estoy realizando una investigación titulada "Programa de Educación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas, El Porvenir 2017", como requisito para obtener el grado de Doctor en Educación. El objetivo la investigación es determinar si la aplicación del programa de Educación Adaptativa optimiza el rendimiento escolar en los estudiantes del 2° del nivel secundaria , en el área de matemáticas. Bajo este motivo es que solicito a usted, la autorización para que su hijo(a) participe voluntariamente en esta investigación.

La investigación consiste en responder dos prueba objetivas que miden el rendimiento escolar, el cual contiene 40 preguntas cada una, cuya opción de respuesta es única, el mismo que le tomará contestarlo aproximadamente 90 minutos en cada momento. Así mismo participar del programa de Educación Adaptativa. Debe saber que el proceso será estrictamente confidencial y el nombre no será utilizado en la investigación. La participación o no participación no afectará el desarrollo de sus actividades académicas, ni la nota del estudiante.

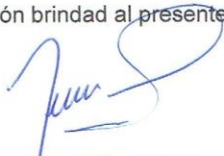
La participación es voluntaria. Tanto usted y su hijo(a) tienen el derecho de retirar el consentimiento para la participación en cualquier momento que considere necesario. El estudio no conlleva ningún riesgo para el estudiante, tampoco recibirá alguna compensación por participar. Los resultados de manera general, obtenidos en la investigación, podrán ser solicitados a mi persona o a la Institución Educativa, al término de la investigación.

Si tiene alguna duda o consulta sobre esta investigación, se puede comunicar con el investigador al 987516199 o con mi asesor(a) de investigación Dra. Silva Balarezo Mariana Geraldine al 994477861.

Si usted está de acuerdo en que su hijo(a) participe, por favor llenar el formulario de autorización y enviar con su hijo(a) para la recepción por parte del investigador.

Agradeciéndole de antemano por la atención brindada al presente.

Atentamente

  
\_\_\_\_\_  
Mag. Oswaldo Neyra Castillo

### Formulario de Consentimiento

Habiendo recibido información clara y necesaria sobre la investigación titulada "Programa de Adaptación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas" en los Estudiantes de Segundo Grado, El Porvenir 2016" la cual se desarrollará en la institución educativa a la que asiste mi hijo(a) y conociendo los procedimientos que se llevarán a cabo, accedo de manera voluntaria y doy mi consentimiento para que mi menor hijo(a) Gean Franco Bacilio Angeles participe en la investigación realizada por el Mg. Oswaldo Neyra Castillo, con fines académicos.

Cabe precisar que, he recibido copia de este procedimiento.



Padre/madre

Amalpo Nori Bacilio Ciudad  
DNI NR 18193340

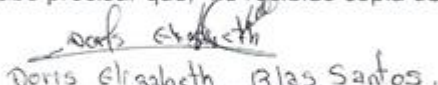
El Porvenir, 13 de nov. 2017

Lugar y fecha

### Formulario de Consentimiento

Habiendo recibido información clara y necesaria sobre la investigación titulada "Programa de Adaptación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas" en los Estudiantes de Segundo Grado, El Porvenir 2016" la cual se desarrollará en la institución educativa a la que asiste mi hijo(a) y conociendo los procedimientos que se llevarán a cabo, accedo de manera voluntaria y doy mi consentimiento para que mi menor hijo(a) Luis Anthony Alvarado Blas participe en la investigación realizada por el Mg. Oswaldo Neyra Castillo, con fines académicos.

Cabe precisar que, he recibido copia de este procedimiento.



Doris Elizabeth Blas Santos.  
Padre/madre

El Porvenir, 10 de noviembre del 2017

Lugar y fecha

### Formulario de Consentimiento

Habiendo recibido información clara y necesaria sobre la investigación titulada "Programa de Adaptación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas" en los Estudiantes de Segundo Grado, El Porvenir 2016" la cual se desarrollará en la institución educativa a la que asiste mi hijo(a) y conociendo los procedimientos que se llevarán a cabo, accedo de manera voluntaria y doy mi consentimiento para que mi menor hijo(a) Alexandra Doris Mercedes Pastor Gil participe en la investigación realizada por el Mg. Oswaldo Neyra Castillo, con fines académicos.

Cabe precisar que, he recibido copia de este procedimiento.

Rosa Gil Pajilla  
Padre/madre

El Porvenir, 10 de nov. 2017  
Lugar y fecha

Rosa Elvira Gil Pajilla

### ASENTIMIENTO INFORMADO

El presente documento de asentimiento informado es para estudiantes del 2° grado del nivel secundaria, que asisten a la Institución Educativa N° 80026 "Horacio Zevallos Gámez", en el distrito El Porvenir, a quienes se le invita a participar en la investigación denominada: Programa de Educación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas, El Porvenir 2017. A continuación se procederá a dar la explicación sobre la investigación.

Estimado estudiante, mi nombre es Oswaldo Neyra Castillo, soy estudiante del programa de Doctorado en educación y estoy realizando un estudio el cual consiste en investigar si la aplicación de un Programa de educación Adaptativa fortalece el rendimiento escolar en los estudiantes. El programa consiste en el desarrollo de 16 sesiones de aprendizaje, con evaluaciones de pretest y postest. Así mismo te invito a participar de esta investigación. Puedes elegir si participar o no. Debes saber que tus padres u apoderado(a) ya han sido informados y tiene conocimiento pleno, por consiguiente, saben que te estamos preguntando a ti también para que puedas aceptar de manera voluntaria. Si vas a participar en la investigación, tus padres o apoderado también procederán a aceptar tu participación. Pero si no deseas formar parte en la investigación no tienes por qué hacerlo, aun cuando tus padres lo hayan aceptado. Puedes conversar al respecto con tus padres antes de tomar una decisión. Si hubiese alguna consulta o duda, puedes hacérmelo saber que estaré atento a responderte.

El objetivo de la investigación es determinar la influencia de la aplicación de un programa de Educación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas. Se te invita a participar a ti porque queremos mejorar tu rendimiento escolar, pero debes saber que tu participación es voluntaria, si en algún momento deseas retirarte de la investigación no habrá ningún problema. La investigación consiste en el desarrollo de 16 sesiones de aprendizaje. Esta investigación no es peligrosa, ni te generará molestias, más bien es muy beneficiosa para tu rendimiento escolar. La información que recojamos al final de la investigación es confidencial, pero si podrás saber cómo concluyo.

Si ya decidiste formar parte de esta investigación, te daré una copia de la información para que puedas examinarla junto a tus padres o apoderado.

### Formulario de Asentimiento

Yo, tengo conocimiento sobre la investigación denominada " Programa de Educación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas en los Estudiantes, El Porvenir 2017". Sé que me tomarán dos pruebas (una antes y después) de haberse desarrollado las actividades del Programa. Sé que mi participación es voluntaria y en caso de que en algún momento desee no continuar, podre retirarme de la investigación sin ningún problema. He leído detenidamente la información o (se me ha leído con detenimiento la información) y la comprendo, además sé, que si tengo dudas, podré preguntar y me responderán amablemente. En tal sentido acepto participar en esta investigación

Nombre del niño (a): Alexandra Doris Mercedes Pastor Gil

Firma o huella : 

Fecha : 12/06/17

Habiendo estado presente, al momento de que se le ha explicado y dado lectura del documento sobre la participación en la investigación y el asentimiento informado, así mismo, que se le ha respondido de manera clara a las preguntas realizadas por el niño (a). Confirмо de que voluntariamente a dado su asentimiento.

Edgar Velásquez Riquipo  
Nombre del testigo

12-06-2017  
Fecha

El Padre/madre/apoderado ha firmado un consentimiento informado Si ( ) No (ONC). Iniciales del investigador.



### Formulario de Asentimiento

Yo, tengo conocimiento sobre la investigación denominada " Programa de Educación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas en los Estudiantes, El Porvenir 2017". Sé que me tomarán dos pruebas (una antes y después) de haberse desarrollado las actividades del Programa. Sé que mi participación es voluntaria y en caso de que en algún momento desee no continuar, podre retirarme de la investigación sin ningún problema. He leído detenidamente la información o (se me ha leído con detenimiento la información) y la comprendo, además sé, que si tengo dudas, podré preguntar y me responderán amablemente. En tal sentido acepto participar en esta investigación

Nombre del niño (a): Gean Franco Basilio Angeles

Firma o huella : 

Fecha : 12/06/17

Habiendo estado presente, al momento de que se le ha explicado y dado lectura del documento sobre la participación en la investigación y el asentimiento informado, así mismo, que se le ha respondido de manera clara a las preguntas realizadas por el niño (a). Confirmando de que voluntariamente a dado su asentimiento.

Edgar Velásquez Campo  
Nombre del testigo

12-06-2017  
Fecha

El Padre/madre/apoderado ha firmado un consentimiento informado Si ( ) No (ONC ). Iniciales del investigador.

### Formulario de Asentimiento

Yo, tengo conocimiento sobre la investigación denominada " Programa de Educación Adaptativa en el desarrollo de las competencias matemáticas en los Estudiantes, El Porvenir 2017". Sé que me tomarán dos pruebas (una antes y después) de haberse desarrollado las actividades del Programa. Sé que mi participación es voluntaria y en caso de que en algún momento desee no continuar, podre retirarme de la investigación sin ningún problema. He leído detenidamente la información o (se me ha leído con detenimiento la información) y la comprendo, además sé, que si tengo dudas, podré preguntar y me responderán amablemente. En tal sentido acepto participar en esta investigación

Nombre del niño (a): Luis Alvarado Blas .

Firma o huella : H

Fecha : 12/06/17

Habiendo estado presente, al momento de que se le ha explicado y dado lectura del documento sobre la participación en la investigación y el asentimiento informado, así mismo, que se le ha respondido de manera clara a las preguntas realizadas por el niño (a). Confirмо de que voluntariamente a dado su asentimiento.

Edgar Velásquez Campo  
Nombre del testigo

12-06-2017  
Fecha

El Padre/madre/apoderado ha firmado un consentimiento informado Si ( ) No (ONC). Iniciales del investigador.

## ANEXO N° 13

**ANEXO N° 1** :Según el MINEDU, la competencia matemática se define como “la facultad que tiene una persona de combinar un conjunto de capacidades a fin de lograr un propósito específico en una situación determinada, actuando de manera pertinente y con sentido ético” Es decir, es una actuación que moviliza e integra actitudes ya sea para resolver un problema o para cumplir un propósito, haciendo uso flexible y creativo de sus conocimientos, habilidades y destrezas, la información o las herramientas que tenga disponibles y considere apropiadas. (Currículo Nacional, 2016, p.21).

**ANEXO N° 2.** El rol o tareas del profesor en el aula Adaptativa son: (García, 2005, p.28:)

- Motivar y reforzar a los alumnos para que se impliquen en el aprendizaje.
- Ayudar a los alumnos que piden o necesitan ayuda.
- Diagnosticar las dificultades de aprendizaje.
- Retroalimentar contenidos anteriores.
- Corregir las actividades terminadas.
- Proporcionar información al alumno sobre cómo ha realizado las tareas y cómo progresa.
- Decidir y proporcionar nuevas actividades de refuerzo o ampliación.
- Supervisar y registrar el progreso individual y grupal de los alumnos.
- Determinar el agrupamiento más adecuado para la consecución de los objetivos.
- Evaluar la consecución de los objetivos de la unidad y tomar las medidas oportunas

**ANEXO N° 3:** Chadwick Y Rivera, (2001), definen a las habilidades cognitivas como “:Un conjunto de Operaciones; mentales, cuyo objetivo es que el alumno integre la información adquirida a través de los sentidos, en una estructura de conocimiento que tenga sentido para él” (p. 36). Es decir, aprende no solamente lo que aprendió sino como lo aprendió.



**ESCUELA DE POSGRADO**  
UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

# **Programa de Educación Adaptativa**

**AUTOR:**

Mg. Neyra Castillo, Oswaldo

**ASESORA:**

Dra. Silva Balarezo, Mariana Geraldine

**SECCIÓN:**

Educación e Idiomas

**LINEA DE INVESTIGACIÓN:**

Innovaciones Pedagógicas

**PERÚ- 2018**



## "PROGRAMA DE ADAPTACIÓN EDUCATIVA"

### I. TITULO: Potenciando el pensamiento matemático, para resolver problemas.

### II. DATOS INFORMATIVOS

1.1. DRE	LA LIBERTAD
1.2. UGEL	: 01 EL PORVENIR
1.3. I.E.	: 80026 HORACIO ZEVALLOS GAMEZ
1.4. NIVEL	: SECUNDARIA
1.5. PROVINCIA	TRUJILLO
1.6. DISTRITO	: EL PORVENIR
1.8. PROF. RESPONSABLE	OSWALDO NEYRA CASTILLO
1.9. AREA	MATEMATICA
1.10. GRADO	2° "A" Y "B"
1.11. DURACION	DEL 10 DE JULIO AL 30 DE AGOSTO

### III. JUSTIFICACION

En razón al bajo nivel de logro alcanzado por un buen porcentaje de estudiantes de nuestra institución en la última Evaluación censal, así como, vistos, los resultados de las Actas de evaluación del año precedente y los calificativos bimestrales del año en curso, sumados a los resultados de la ONEM resulta de inevitable urgencia la necesidad de implementar y ejecutar nuevas estrategias orientadas a atender y resolver la problemática planteada.

Era necesario y prioritario entonces, nuevas fórmulas de actuación docente, nuevas estrategias de trabajo, que surjan a partir de un diagnóstico real que traduzca los problemas de aprendizaje de los estudiantes, Así nació el planteamiento de la elaboración de un programa que acoja a todos y cada uno de nuestros estudiantes, potenciando el aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias de manera individual y grupal, aceptando el hecho de que, los estudiantes, presentan muchas diferencias entre sí, con características diversas y con ritmos y estilos de aprendizaje diferentes., lo que conllevó al planteamiento orientado a individualizar la educación y, por tanto, la enseñanza,, adecuándolas a tales diferencias. Así surgió el presente Programa de educación Adaptativa.

La Educación Adaptativa plantea que el éxito o el fracaso escolar dependen del ajuste del método educativo a las diferencias individuales del estudiante relevantes para el aprendizaje de un determinado contenido Se propone lograr que todo el alumnado alcance los objetivos básicos de la etapa, atendiendo específicamente a la diversidad.

En un marco sociocultural concreto, como el que presenta la realidad de las aulas de Secundaria, debe afrontarse la diversidad desde una posición reflexiva y

flexible, ofreciendo una respuesta educativa ajustada a las demandas que plantea cada situación.

#### **IV. OBJETIVOS**

1. Implementar y ejecutar el Programa de Adaptación Educativa para la mejora del logro de los aprendizajes de los estudiantes.
2. Potenciar el pensamiento matemático de los alumnos y alumnas de la I.E. Horacio Zevallos Gámez.
3. Elevar el porcentaje de nivel de logro de aprendizaje (logrado y satisfactorio) en los alumnos y alumnas de la I.E. Horacio Zevallos Gámez, en el área de matemática.
4. Incorporar en nuestras programaciones, estrategias, que despierten el interés y las necesidades de los alumnos.
5. Descubrir procedimientos y estrategias utilizadas en la resolución de problemas matemáticos, a partir de información recopilada en su entorno mediato.
6. Mejorar en los estudiantes su capacidad de análisis deductivo y habilidades para formular y resolver problemas de la vida diaria.
7. Concientizar a los PP.FF. para que participen en el quehacer educativo de sus hijos a través de charlas motivacionales, talleres de acompañamiento

#### **V. METAS**

1. Aumentar en un 10 % la cantidad de alumnos que se encuentra en el nivel de logro satisfactorio, en las secciones seleccionadas.
2. Aumentar en un 20 % los alumnos y alumnas que se encuentran en el nivel de logrado como resultado de la aplicación del programa .
3. Disminuir en un 30 % el número de alumnos que se encuentren en los niveles de logro en proceso y en inicio.
4. Realizar por lo menos dos concursos internos de matemática en nuestra institución.

#### **VI. CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL PROGRAMA**

Bartolomé (1997), sostiene que el programa es un proceso de previsión donde se distribuye las diferentes estrategias y actividades en el tiempo, orientadas a suscitar experiencias significativas en los participantes y lograr un propósito determinado.. Los programas traducen secuencia de acciones cuya finalidad es atender carencias demandadas por una población

El programa parte de un diagnóstico a los estudiantes, que se efectuará a través de diferentes test, cuestionarios y entrevistas, lo cual permitirá perfilar las diversas características de los discentes a efectos de identificar: sus necesidades, intereses, estilos de aprendizaje, sus ritmos de aprendizaje, sus habilidades cognitivas, rendimiento académico, su motivación, sus actitudes y aptitudes que presentan

El programa se ha planificado para ser ejecutado en dieciséis sesiones de trabajo programadas en función a una secuencia didáctica orientada a lograr los objetivos previstos. .

Antes de iniciar el programa a los estudiantes se les aplicará un pre test evaluación. Culminado el programa, se aplicará un pos test para comparar los resultados y poder determinar los efectos del programa y plantear las acciones de realimentación necesarias.

El programa proporciona experiencias que responden a las necesidades concretas de los estudiantes.

- Plantea diseños de objetivos realistas que priorizan el desarrollo de capacidades
- Hace factible la flexibilización de los tiempos, actividades de aprendizaje y procedimientos de evaluación
- Resalta una alta implicación y compromiso del equipo docente;
- Brinda atención a la persona en su conjunto;
- Enfatiza el trabajo contextualizado en cuanto a la preparación de las estrategias y materiales;
- Se orienta hacia la consecución del aprendizaje, enfatizando más los procesos que los resultados;
- Busca afianzar un clima de confianza, tolerancia y respeto a las diferencias.
- Se modifica la organización espacial de las aulas para facilitar el trabajo tanto grupal como individual a diferente ritmo.
- Se enfatiza un agrupamiento que permita al docente que su interacción didáctica se ajuste a las características de la diversidad individual de su grupo

## **VII. ESTRATEGIAS**

- A. Las estrategias educativas se centrarán en los intereses y necesidades de aprendizaje de los alumnos
- B. Cada unidad parte de una prueba inicial para determinar la preparación del estudiante para afrontarla y prescribir diferentes actividades: de repaso de conceptos previos para los estudiantes que no dominan los contenidos iniciales y, de aprendizaje de los nuevos conceptos de la unidad si superan la prueba inicial.
- C. Determinar los conceptos previos que debe tener el alumno antes de iniciar la unidad, que deben ser objeto de atención educativa en el caso de que el alumno los careciera, asignando actividades específicas y el tiempo adecuado
- D. Incluir en las sesiones el uso de las TIC.
- E. Trabajar con grupos individualizados.
- F. Realizar juegos con nuestros estudiantes o plantearles retos.
- G. Atención personalizada.
- H. Las sesiones se desarrollarán en forma individual y grupal. Los grupos se constituirán en función a la coincidencia de las capacidades de los estudiantes para facilitar la mediación del docente.
- I. Elaborar un número suficiente de actividades de aprendizaje, que permitan una suficiente práctica y ejercitación del objetivo, a ser posible variadas (en cuanto al tipo de estrategias cognitivas utilizadas) y secuenciadas de lo simple a lo complejo.

- J. Se deben incluir actividades de refuerzo y de ampliación o profundización para cada objetivo, asignándolas en función del logro de los objetivos y de las necesidades de cada estudiante
- K. Llevar a cabo reuniones periódicas con los PP.FF, para informarles sobre los avances y/o dificultades de sus hijos e hijas.
- L. Dotar de los recursos y materiales necesarios para poner en práctica las actividades programadas, clasificados por unidades, objetivos y características de los alumnos
- M. Integrar diversas áreas al trabajo matemático.
- N. Las sesiones se desarrollarán en forma individual y grupal. Los grupos se constituirán en función a la coincidencia de las capacidades de los estudiantes para facilitar la mediación del docente.
- O. Al término de cada sesión se aplicará una práctica calificada
- P. Establecer un sistema de evaluación que permita determinar en qué grado cada alumno domina los objetivos. Es necesario, plantear una evaluación frecuente y continua, que informe al alumno de su situación de aprendizaje y resultado y sirva, al equipo docente, para tomar decisiones sobre qué prescribir o cómo continuar. Dicho sistema debe incluir una ficha de seguimiento del aprendizaje de los alumnos, las pruebas con los correspondientes criterios de consecución y los momentos de evaluación de los objetivos de la unidad.

## **VIII. LAS SESIONES DE APRENDIZAJE**

En total se desarrollarán 16 sesiones Su ejecución está prevista para dos horas pedagógicas a la semana dentro de las horas asignadas en el Plan de Estudios y dentro de la jornada laboral del profesor

En las sesiones los estudiantes desarrollan actividades en las que se enfrentan a situaciones o problemas reales o simulados con la finalidad de resolverlos aplicando estrategias que ayudarán a desarrollar las competencias, capacidades y contenidos temáticos planteados y desarrollados en las diversas unidades didácticas del año escolar.

Los docentes desarrollarán los procesos pedagógicos que permitirán acompañar a los estudiantes durante: la resolución de problemas matemáticos, comprensión de textos, situaciones de indagación y análisis e interpretación de hechos históricos; identificando las dificultades y debilidades que tienen los estudiantes para fortalecer sus capacidades y competencias ya adquiridas.

Las sesiones comprenden dos momentos:

En un primer momento los estudiantes resuelven problemas, desarrollan las lecturas, realizan indagaciones, construyen interpretaciones históricas y/o analizan asuntos públicos con apoyo de los docentes, quienes identifican las debilidades que presentan los estudiantes, de la misma manera refuerza las capacidades y conocimientos ya adquiridos permitiendo que ellos y ellas resuelvan con éxito los retos que se les presentan.

En un segundo momento los estudiantes se enfrentan de manera individual o en grupos, sin apoyo del docente (evaluación formativa) a problemas similares en donde deberán demostrar el nivel de competencia alcanzado.



Los resultados obtenidos, en este momento de evaluación, serán procesados en cada sesión desarrollada. Esto permitirá al docente observar la evolución de las capacidades en cada estudiante para tomar decisiones respecto a los procesos de aprendizaje posteriores.

Es importante proporcionar esta información a los estudiantes después de cada proceso para que reflexionen acerca de las capacidades logradas e identifiquen las que debe potencializar.

## **IX. SECUENCIA DIDÁCTICA DE LAS SESIONES DE APRENDIZAJE**

### **Primer momento: INICIO**

En este momento el docente establece una relación de afecto y familiaridad con el estudiante interesando por su estado de ánimo y la predisposición que tiene para comenzar la sesión.

En esta parte de la sesión se presenta una situación problemática de alta demanda cognitiva y que sea del interés del estudiante, que se extrae del contexto, con lo que se pretende establecer una relación entre sus conocimientos previos y el conflicto cognitivo; a través de una serie de preguntas que se extrae de dicha situación.

En esta parte, también se procede a formar los grupos de trabajo en función a las características de los estudiantes, colocando a los estudiantes que más destacan como responsables del grupo y que desarrollen una actitud colaborativa entre ellos.

Al final de este momento se manifiesta el propósito de la sesión y se describe las actividades en las cuales se centrará la atención para el logro de los aprendizajes.

### **Segundo Momento: DESARROLLO**

Este momento se trabaja en 3 secuencias las cuales van a determinar en forma secuencial los aprendizajes que se espera que logren los estudiantes.

#### **1. Aprendemos**

En esta secuencia se presenta al estudiante los conceptos, leyes y algoritmos matemáticos que serán necesarios para comprender y resolver la situación inicial; en otras palabras, es en este momento en que se desarrolla con ayuda de los estudiantes el campo temático que es necesario conocer para lograr desarrollar las capacidades y competencias a trabajar en dicha sesión.

#### **2. Analizamos**

En esta parte de la sesión se entrega a cada grupo de trabajo 4 problemas relacionados a las competencias y capacidades de aprendizaje, cada uno de ellos con su respectivo desarrollo; para que en forma individual lo lean y analicen las estrategias usadas en su

desarrollo así como identifiquen lo que no comprenden para que con ayuda del docente puedan entender la resolución de dicho problema y luego les expliquen a los integrantes de su grupo.

Con este momento lo que se pretende es que cada estudiante se familiarice con las estrategias de solución que se usa para resolver problemas matemáticos; así como la correcta esquematización del lenguaje verbal al lenguaje matemático. Del mismo modo lo que se pretende también es que refuercen los conocimientos adquiridos así como sus capacidades, para poder hacer frente a otras situaciones problemáticas parecidas o iguales a las presentadas.

### **3. Practicamos**

Aquí es donde se presenta la evaluación formativa de los estudiantes, pero no se les deja solos, el docente en todo momento está acompañándolos, ya sea absolviendo dudas u orientándolos para hallar la correcta solución a la situación presentada.

Se le entrega a cada estudiante un listado de 10 a más problemas propuestos y se les pide que resuelvan por lo menos 10 de ellos.

En esta parte el docente está atento según los avances mostrados por los estudiantes hasta el momento de la sesión, para ver si resuelven los problemas en forma individual o en pares, asignándoles un tiempo prudencial.

Todo esto va a depender en la medida de las circunstancias teniendo en cuenta los diversos ritmos y estilos de aprendizaje de cada estudiante.

#### **Tercer momento: CIERRE**

En este momento el docente pide a los estudiantes que si quedaron algunos problemas sin resolver los terminen en su cuaderno.

Del mismo modo se realiza las preguntas de Metacognición, con el propósito de que los estudiantes y el docente reflexionen sobre los aprendizajes logrados en esta sesión y sus implicancias que pueda tener en su vida diaria.

#### **Cuarto momento: EVALUACIÓN**

Estas evaluaciones comprenden

- a. Evaluaciones al final de cada sesión e aprendizaje
- b. Evaluaciones semanales:

Permite que cada docente pueda medir el avance de sus estudiantes a partir del desarrollo de los ítems planteados en las fichas de trabajo, Los resultados de las mismas serán para el manejo interno de los docentes y análisis periódico de los progresos de los estudiantes.

- c. Evaluaciones de corte:

Las evaluaciones a aplicar durante el programa son las siguientes:

Primera Evaluación, permite registrar el nivel de logro de los estudiantes durante el desarrolla de ocho sesiones.

Segunda Evaluación, permite medir las competencias de los estudiantes a mediados del programa y la comparación de sus resultados con aquellos que obtuvieron en las evaluaciones anteriores.

Tercera evaluación, permite medir las competencias de los estudiantes al finalizar el programa

**X. FINANCIAMIENTO:**

El financiamiento para lograr a cabo nuestras metas será con recursos propios del programa, a través del aporte de los padres y madres de familia cuyos hijos e hijas participen en el programa y donaciones.

**XI. EVALUACION:**

La evaluación del presente plan, tanto desde su inicio hasta su culminación, estará a cargo del Director de la Institución, así como del equipo responsable. Al finalizar el presente plan, se realizará un informe pormenorizado, el cual se estará haciendo llegar a las autoridades correspondientes.

***El Porvenir, Junio del 2017.***

## SESIÓN DE REFUERZO N° 1

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Los proyectos mejoran nuestra comunidad”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	10 de julio	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usa modelos aditivos que expresan soluciones con decimales, fracciones y porcentajes al plantear y resolver problemas.</li> <li>• Reconoce relaciones no explícitas en problemas multiplicativos de proporcionalidad y lo expresa en un modelo basado en proporcionalidad directa e indirecta.</li> </ul>

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>1.El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego, escribe en la pizarra: <b>¿Qué son los proyectos comunitarios?</b> y solicita a los estudiantes que reflexionen y den ejemplos de los proyectos que se hayan ejecutado en la comunidad. El docente anota las participaciones espontáneas y solicita formar equipos de trabajo en pares.</p> <p>2.A continuación, se presenta una imagen de la municipalidad y la situación propuesta en la ficha de trabajo y se les pide que libremente participen acerca de las funciones que cumple el municipio en nuestra comunidad.</p> <p>Luego se proponen las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué tipo de actividades ejecuta la municipalidad de tu distrito?</li> <li>• ¿A qué proyectos ha destinado esta partida de dinero la municipalidad de tu distrito?</li> <li>• ¿Qué fracción del dinero se ha destinado a cada uno de los proyectos mencionados?</li> <li>• ¿Qué parte o fracción del dinero ha sido destinado a otros proyectos?</li> <li>• ¿Qué parte del dinero se va utilizar en el proyecto “Cuidando la salud más que en el proyecto construcción de la loza deportiva?</li> <li>• ¿El dinero destinado a los proyectos comunitarios se habrá repartido equitativamente?</li> </ul> <p>Los estudiantes, organizados en pares, dialogan y escriben sus respuestas en papelógrafos, luego los colocan en la pizarra.</p> <p>3.El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: <b>Resolver problemas referidos a la proporcionalidad usando modelos aditivos y multiplicativos con números racionales.</b></p>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p> <p>Papelote, plumones, masking.</p>	10 min

**Desarrollo**

**Aprendemos**

El docente procede a repartir las tarjetas recortadas de la ficha adicional 3 (cuadrados con transparencias). Las transparencias pueden elaborarse con micas y así mismo reparte plumones de colores a cada equipo de trabajo.

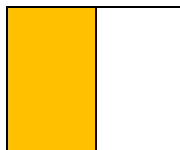
El docente coloca sobre la pizarra la siguiente pregunta:

**¿Cuánto es  $1/2$  más  $1/3$  ?**

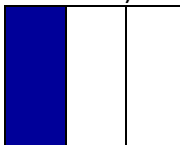
Los estudiantes responden con lluvia de ideas, el docente toma nota en la pizarra e inicia la actividad.

Solicita a los estudiantes:

- a) Coger una tarjeta y representar  $1/2$  (el estudiante debe de colorear).



- b) Coger una transparencia y representa  $1/3$  (el estudiante debe de colorear)



- c) Ahora el docente solicita colocar como base la tarjeta y sobre ella se colocará la transparencia (se rota 90° en sentido horario).



- d) Ahora realizamos en conteo general,  
**¿En cuántas partes ha quedado dividida la figura?**

Se observa que en total la figura inicial quedó dividida en 6 partes iguales, el cual representa el todo.

**¿Cuántas partes han quedado coloreadas, contando ambas tarjetas?**

$$\frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

El docente reparte tarjetas a cada mesa la cual contiene adiciones de fracciones, las cuales serán desarrolladas con las tarjetas y las transparencias, con ayuda de la teoría de la sección aprendemos y así se pueda verificar las respuestas dadas en la situación inicial.

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9}$$

Luego el docente coloca en la pizarra la siguiente pregunta:

**¿Cuánto es  $1/2 \times 1/3$ ?**

Los estudiantes responden con lluvia de ideas, el docente toma

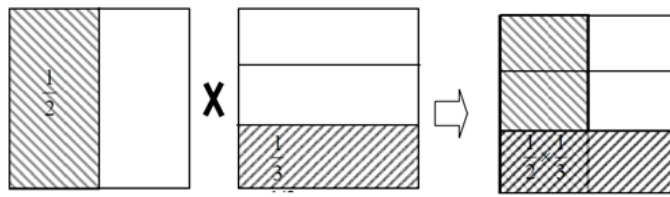
Teoría básica de la Ficha

30 m

Tarjetas  
Micas  
Plumones  
tijeras

Ficha de trabajo

nota en la pizarra e inicia la actividad.



**¿En cuántas partes ha quedado dividida la figura?**

La figura ha quedado dividida en seis partes iguales.

**¿Cuántas partes tienen doble pintado?**

Se cuenta la intersección de las figuras

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Luego el docente presenta la siguiente situación: “En un aula de segundo de Secundaria, hay 21 varones y 14 mujeres. ¿Cuál es la razón entre mujeres y varones? ¿Es la misma que entre varones y mujeres?”

El docente pide a los estudiantes resolverlo con ayuda de la teoría de la ficha de trabajo.

- Razón entre mujeres y varones:

$$\frac{\text{Mujeres}}{\text{Varones}} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3} \quad \text{Por cada 2 mujeres, hay 3 varones.}$$

- Razón entre varones y mujeres:

$$\frac{\text{Varones}}{\text{Mujeres}} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2} \quad \text{Por cada 3 varones, hay 2 mujeres.}$$

Luego el docente solicita leer la sección aprendemos sobre multiplicación y división de fracciones y sobre proporcionalidad

#### **Analizamos**

A continuación en equipos de 2 estudiantes, el docente indica que cada uno de ellos analice uno de los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue.

El docente puede explicar o resolver alguno de los problemas por considerarlo interesante, difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.

#### **Practicamos**

El docente indica que en los 45 minutos respondan solamente 7 ítems. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz 2B y borrador.

La sección practicamos se desarrolla de manera individual.

Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de respuestas con sus datos respectivos.

Ficha de trabajo

10 min

15 min

Problemas propuestos de la Ficha

45 min

#### **Cierre**

Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.

Formulen problemas parecidos en su cuaderno

#### **Metacognición**

- ✓ ¿Qué aprendí hoy?
- ✓ ¿Cómo usamos las relaciones de magnitudes en nuestra vida cotidiana?
- ✓ ¿Qué dificultades encontraste y cómo pudiste superarlo?

Cuaderno de trabajo

10min

	✓ ¿cómo te sentiste en clases? El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado.		
EVALUACION			
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS	
<b>Traduce cantidades a expresiones numéricas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Usa modelos aditivos que expresan soluciones con decimales, fracciones y porcentajes al plantear y resolver problemas.</li> <li>✓ Reconoce relaciones no explícitas en problemas multiplicativos de proporcionalidad y lo expresa en un modelo basado en proporcionalidad directa e indirecta.</li> </ul>	✓ 1, 3, 4, 5, 10	✓ 2, 6, 7, 8, 9

## Ficha de trabajo: “Los proyectos mejoran nuestra comunidad”

Las municipalidades distritales reciben partidas de dinero para financiar proyectos en bien de la comunidad. La municipalidad del Distrito El Porvenir ha destinado esta partida para la implementación de los siguientes proyectos:

✓ Proyecto áreas verdes	S/. 12 000
✓ Proyecto Cuidando la Salud:	S/. 16 000
✓ Proyecto Mejoro mi Barrio:	S/. 20 000
✓ Proyecto Construcción de loza deportiva:	S/. 12 000
✓ Proyecto Leo para aprender:	S/. 15 000
✓ Otros proyectos:	S/. 25 000

Responde a continuación:

1. ¿Qué tipo de actividades ejecuta la municipalidad de tu distrito?  
\_\_\_\_\_
2. ¿A qué proyectos ha destinado esta partida de dinero la municipalidad de tu distrito?  
\_\_\_\_\_
3. ¿Qué fracción del dinero se ha destinado a cada uno de los proyectos mencionados?  
\_\_\_\_\_
4. ¿Qué parte o fracción del dinero se ha destinado a otros proyectos?  
\_\_\_\_\_
5. ¿Qué parte o fracción del dinero se va utilizar en el Proyecto Cuidando la Salud más que en el Proyecto construcción de la loza deportiva?  
\_\_\_\_\_
6. ¿El dinero destinado a los proyectos comunitarios se habrá repartido equitativamente?  
\_\_\_\_\_

Ahora, veamos información importante para comprender la situación planteada.

### APRENDEMOS

#### OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

Para operar con números racionales, podemos utilizar su expresión fraccionaria o decimal; el resultado en ambos casos debe ser el mismo.

#### Adición y sustracción

- Podemos encontrarnos con dos casos al momento de sumar o restar fracciones: en el primero, las fracciones poseen el mismo denominador, en el segundo cuentan con diferentes denominadores. En el primer caso basta con sumar o restar los numeradores y escribir el mismo denominador. En el segundo caso primero debemos homogeneizar las fracciones (amplificando o simplificando) y luego procedemos como en el primer caso.

Ejemplos:

$$\frac{2}{15} + \frac{7}{15} - \frac{4}{15} = \frac{2+7-4}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{25}{30} + \frac{18}{30} - \frac{10}{30} = \frac{25+18-10}{30} = \frac{33}{30} = \frac{11}{10}$$

- Para sumar o restar decimales, debemos considerar las cifras enteras y las cifras decimales, ya que en todo momento es necesario mantener la posición de la coma. En el caso de la resta, si el minuendo cuenta con menos cifras decimales que el sustraendo, debemos agregar ceros para obtener la misma cantidad de cifras decimales.

Ejemplos:

$$3,57 + 2,106 = 5,676$$

$$4,25 - 3,248 = 4,250 - 3,248 = 1,002$$

(Agregamos un cero a la derecha de 4,25).



## Multiplicación y división

- El producto de dos fracciones es otra fracción. En ella el numerador es el producto de los numeradores y el denominador es el producto de los denominadores.

Ejemplos:

$$\frac{6}{14} \times \frac{5}{9} = \frac{6 \times 5}{14 \times 9} = \frac{30}{126} = \frac{5}{21} \qquad \frac{18}{28} \times \frac{21}{12} = \frac{9}{14} \times \frac{7}{4} = \frac{9 \times 7}{14 \times 4} = \frac{9}{8}$$

(Simplificamos previamente, siempre que sea posible).

- Para dividir dos fracciones, multiplicamos la primera por la inversa de la segunda fracción.

Ejemplo:

$$\frac{21}{20} : \frac{12}{5} = \frac{21}{20} \times \frac{5}{12} = \frac{21 \times 5}{20 \times 12} = \frac{7 \times 1}{4 \times 4} = \frac{7}{16}$$

En el caso de los números decimales, la multiplicación se realiza prescindiendo de las comas, además, en el resultado de derecha a izquierda se sitúa la coma según la suma del número de cifras decimales de ambos factores.

Ejemplos:

$$2,8 \times 3,16 = 8,848$$

$$15,56 \times 10,2 = 158,712$$

Para dividir dos números decimales, se iguala la cantidad de cifras decimales en ambos números; si es necesario, se agregan ceros al número con menos cifras decimales. Luego se eliminan las comas y se divide como si fueran números enteros.

Ejemplos:

$$8,26 : 1,6 = 8,26 : 1,60 = 826 : 160 = 5,1625$$

$$4,5 : 2,75 = 4,50 : 2,75 = 450 : 275 = 1,6363\dots$$

## MAGNITUDES PROPORCIONALES

**MAGNITUD:** Una magnitud es todo aquello que se puede medir y sufrir una variación, ya sea de aumento o de disminución. Por ejemplo: el peso, la estatura, la edad, el tiempo, la longitud o la velocidad.

**RAZÓN:** La razón es el resultado de comparar dos cantidades mediante la división.

$$\begin{array}{l} \text{Antecedente} \longrightarrow a \\ \text{Consecuente} \longrightarrow b \end{array} \longrightarrow \frac{a}{b} = k \longleftarrow \text{Constante}$$

**Por ejemplo:** Carmen tiene 12 años y su IMC es de 16; mientras que su madre tiene 36 años y su IMC es de 32. ¿La razón de sus edades y la razón de sus índices de masa corporal son iguales?

$$k_1 = \frac{\text{Edad de Carmen}}{\text{Edad de su madre}} = \frac{12 \text{ años}}{36 \text{ años}} = \frac{1}{3} \quad \text{La razón de sus edades es de 1 a 3.}$$

$$k_2 = \frac{\text{IMC de Carmen}}{\text{IMC de su madre}} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \quad \text{La razón de sus índices de masa corporal es de 1 a 2.}$$

Se puede observar que las **razones son diferentes**. La edad de la madre es el triple de la de su hija y su IMC, el doble.

**PROPORCIÓN:** Una proporción es la igualdad de dos o más razones de una misma clase, donde el producto de los términos extremos es igual al producto de los términos medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

En el ejemplo anterior, las dos razones  $\frac{1}{3} = \frac{1}{2}$  no constituyen una proporción, porque son diferentes. Para corroborar esto, aplicamos la definición de proporcionalidad:  $(1) (2) = (1) (3)$   
 $2 = 3$  (F)

### ¿Qué entendemos por magnitudes directamente proporcionales?

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando ambas aumentan o disminuyen en la misma proporción. Es decir, al multiplicar o dividir una de ellas, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

Si dos magnitudes A y B son directamente proporcionales, su relación se denota A (DP) B.

**Por ejemplo:** Si la longitud de los lados de un terreno cuadrangular de 20 m de lado se duplica, ¿El perímetro también se duplica?

- ✓ Si el terreno cuadrangular mide 20 metros por lado, su perímetro es de 80 metros. Pero si la longitud se duplica, su lado medirá 40 metros y su perímetro, 160 metros.
- ✓ Se observa que la longitud del lado y la del perímetro de un cuadrado se han duplicado. Entonces, podemos afirmar que son magnitudes proporcionales porque han aumentado en la misma cantidad.

### Proporcionalidad directa:

Las relaciones de proporcionalidad directa pueden expresarse en una regla de tres. Es decir, como la igualdad entre dos fracciones, de modo que las cantidades que se refieren a la misma magnitud ocupan el mismo lugar.

**Por ejemplo:** Si 8 boletos de rifa cuestan 40 soles, ¿cuánto cuestan 12 boletos?

**Resolución:**

$$\frac{8 \text{ boletos de rifa}}{40 \text{ soles}} = \frac{12 \text{ boletos de rifa}}{x} \Rightarrow x = \frac{40 \text{ soles} \cdot 12 \text{ boletos de rifa}}{8 \text{ boletos de rifa}} = \frac{480 \text{ soles}}{8} = 60 \text{ soles}$$

**Respuesta:** 12 boletos de rifa cuestan 60 soles.

### ANALIZAMOS

1. Elena dibujó en su cuaderno un rectángulo y coloreó solo la pregunta en negrita  $\frac{5}{12}$  de un color y  $\frac{2}{7}$  de otro dejando el resto sin colorear. **¿Qué parte del rectángulo está coloreada?**

#### RESOLUCIÓN

Para saber qué parte está coloreada, consideramos los  $\frac{5}{12}$  que Elena pintó de un color y le

adicionamos los  $\frac{2}{7}$  que pintó de otro color.

Procedemos a realizar dicha suma.

$$\text{Parte coloreada} = \frac{5}{12} + \frac{2}{7}$$

$$\text{Parte coloreada} = \frac{35}{84} + \frac{24}{84}$$

$$\text{Parte coloreada} = \frac{59}{84}$$

Respuesta: la parte coloreada es  $\frac{59}{84}$  del rectángulo.

2. Tres amigos se asocian para montar un negocio de comidas. Alberto aporta  $\frac{1}{6}$  del capital; Bertha,

$\frac{2}{5}$ ; y César, el resto del capital. **¿Qué fracción del capital aportó César más que Bertha?**

#### RESOLUCIÓN

Debemos comprender que en este problema intervienen tres personas. Cada una de ellas aporta una parte del capital necesario para montar el negocio de comidas.

Lo solicitado en el problema es saber qué fracción aportó más César que Bertha. Sin embargo, para dar respuesta a esta interrogante, necesitamos saber qué parte del capital aportó César.

Entonces, vamos a representar con la letra "C" lo aportado por César.

Luego:  $\frac{1}{6} + \frac{2}{5} + C = 1$ . Homogeneizando denominadores tenemos que  $\frac{5}{30} + \frac{12}{30} + C = \frac{30}{30}$ . Por tanto,

la parte que aportó César constituye  $\frac{13}{30}$  del capital.

Finalmente, hallamos la diferencia entre  $\frac{13}{30}$  y  $\frac{2}{5}$  para saber qué fracción aportó César más que

Bertha. Esa diferencia es  $\frac{1}{30}$  del capital.

**Respuesta:** César aportó  $\frac{1}{30}$  del capital más que Bertha.

3. Para tarrajear el techo de forma rectangular de una sala, un albañil cobra S/. 18 por cada m<sup>2</sup>. Si el techo de la sala mide 4,60 m y 3,40 m, **¿cuánto cobrará el albañil por el trabajo?**

#### RESOLUCIÓN

Para resolver esta incógnita, debemos considerar el cálculo del área del techo que se va a tarrajear. Como es de forma rectangular, hallamos el área multiplicando sus dimensiones. Así:

Área del techo = 4,60 m x 3,40 m

Área del techo = 15,64 m<sup>2</sup>

Sabemos que el albañil cobra S/. 18 por cada m<sup>2</sup>.

Entonces, por el trabajo cobrará S/. 18 x 15,64 m<sup>2</sup> = S/. 281,52.

**Respuesta:** el albañil cobrará S/. 281,50 (la cifra se redondea debido a que en nuestro sistema monetario no es común el uso de monedas menores de 10 céntimos).

4. En una reunión, hay 40 invitados entre varones y mujeres. Si la razón entre la cantidad de mujeres y varones es de 5 a 3, ¿cuántos varones asistieron a dicha reunión?

#### RESOLUCION

La razón nos indica que por cada 5 mujeres hay 3 varones. Entonces, en cada grupo hay 8 personas. Como son 40 invitados, hay 5 grupos de 8 invitados.

Hallamos la razón equivalente:  $\frac{\text{Numero de mujeres}}{\text{Numero de varones}} = \frac{5}{3} = \frac{5x5}{3x5} = \frac{25}{15}$

**Respuesta:** el número de varones es 15.

#### PRACTICAMOS

1. Ángel y Daniel aportaron dinero para montar un negocio. Ángel aportó S/. 17 564,30 y Daniel aportó el resto de dinero. Si Ángel dio S/. 4 874,50 más que Daniel, **¿cuánto dinero reunieron para hacer el negocio?**
  - a. S/. 22 438,80
  - b. S/. 30 254,10
  - c. S/. 35 128,60
  - d. S/. 12 689,90
2. El dormitorio de Edson es de forma rectangular. Sus dimensiones son 3,50 m y 3,20 m. Si desea colocar mayólicas cuadradas de  $\frac{1}{4}$  m de longitud, **¿cuántas mayólicas como mínimo necesitará su dormitorio?**
  - a. 182 mayólicas.
  - b. 180 mayólicas.
  - c. 179 mayólicas.
  - d. 54 mayólicas.

3. Laura compró  $2\frac{3}{4}$  kilogramos de arroz y los colocó en bolsas de  $\frac{1}{4}$  kg. **¿Cuántas bolsas obtuvo con esa cantidad de arroz?**
- 2  $\frac{1}{2}$  bolsas.
  - 3 bolsas.
  - 4 bolsas.
  - 11 bolsas.
4. En una asamblea se discuten temas sobre participación ciudadana, pero tras la primera hora se observa que  $\frac{3}{8}$  del total de asistentes se retira, y después de la segunda hora,  $\frac{1}{6}$  del total. **¿Qué parte del total de asistentes aún queda en la asamblea?**
5. Cinthia tiene una madera de 50 pulgadas de longitud para enmarcar su cuadro. Las dimensiones del cuadro son  $23\frac{1}{4}$  pulgadas y  $35\frac{1}{4}$  pulgadas. **¿Cuántas pulgadas de madera le faltan para enmarcar dicho cuadro?**
- 117 pulgadas.
  - 67 pulgadas.
  - 58,5 pulgadas.
  - 8,5 pulgadas.
6. El diámetro de un plato circular es de 20 cm. Para saber la medida aproximada del contorno del plato se multiplica por 3,14. **¿Cuál es la medida aproximada del contorno de otro plato cuyo diámetro es 1,5 veces el diámetro del primero?**
- 94,20 cm
  - 67,51 cm
  - 62,80 cm
  - 30,00 cm
7. Una feria exhibe un puesto de vasijas. Durante el día en este puesto se vendieron 6 de cada 10 vasijas que se trajeron. Si finalmente quedan 12 vasijas, **¿cuántas vasijas se trajeron?**
- 20 vasijas.
  - 28 vasijas.
  - 30 vasijas.
  - 60 vasijas.
8. En un establecimiento de venta de salchipapas se gastan S/. 105 al día por el servicio y limpieza del local. Además, cada plato de salchipapa cuesta S/. 5, pero tiene un costo de preparación de S/. 1,50. **¿Cuántos platos de salchipapas se deben vender como mínimo para no perder dinero?**
- 21 platos de salchipapas.
  - 30 platos de salchipapas.
  - 70 platos de salchipapas.
  - 105 platos de salchipapas.
9. Un padre de familia gasta 40 % de su sueldo mensual en alimentos, 25 % en el pago de servicios, 15 % en entretenimiento y el resto lo ahorra. **¿Qué porcentaje de su sueldo ahorra mes a mes?**
- 85 %
  - 80 %
  - 20 %
  - 15 %

10. Un albañil debe ejecutar  $\frac{6}{7}$  de una obra en 3 días. Para esto, cada día trabaja de forma constante.  
**¿Qué parte de la obra avanzará diariamente?**

## SESIÓN DE REFUERZO N° 2

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Los porcentajes y las compras”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	12 de julio	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de cantidad	Comunica su comprensión sobre los números y operaciones.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Expresa la equivalencia de los números racionales, potencias de base 10 y porcentajes usando soportes gráficos y otros.</li><li>• Explica el significado del IGV y cómo se calcula.</li></ul>
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros para resolver problemas relacionado al aumento o descuento porcentual sucesivo.</li></ul>

SECUENCIA DIDÁCTICA																																		
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO																															
<b>Inicio</b>	<p>1.El docente expresa su satisfacción por iniciar una nueva sesión de aprendizaje. Manifiesta que alcanzar la competencia prevista requiere del entusiasmo, empeño orden y responsabilidad de cada participante.</p> <p>2.El docente escribe en la pizarra: <b>RECLAMANDO NUESTRO COMPROBANTE DE PAGO</b> y se solicita a los estudiantes que manifiesten sus opiniones, de esta manera los motiva a la reflexión sobre los criterios pertinentes para tomar decisiones. El docente anota las participaciones espontáneas.</p> <p>A continuación, se da lectura a la información de la ficha y analizando la imagen, preguntamos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Por qué es importante reclamar el comprobante de pago al realizar una compra?</li> <li>• ¿Qué es el IGV?</li> <li>• ¿Cuál es el porcentaje que corresponde al IGV?</li> </ul> <p>Los estudiantes contestan a manera de lluvia de ideas y el docente toma nota de las participaciones voluntarias.</p> <p>Se pide a los estudiantes que se organicen en parejas, para que analicen la situación presentada en la ficha.</p> <p><i>María y su mamá fueron a comprar y al realizar el pago de dicha compra le entregaron el siguiente ticket.</i></p> <p>a) <i>¿Cuánto representa el IGV según el comprobante?</i></p> <p>b) <i>¿Cuánto es 6,49 en porcentaje con respecto al subtotal</i></p> <p>Los estudiantes, organizados en parejas, dialogan y escriben sus respuestas en papelógrafos, luego los colocan en la pizarra.</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: <b>Resolver problemas reales aplicando las conjeturas sobre el porcentaje.</b></p>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p> <p>Ficha</p>	15 m																															
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>El docente plantea una dinámica con el objetivo de formar los grupos de trabajo.</p> <p>Dinámica: <b>DESTACANDO NUESTRAS CUALIDADES.</b></p> <p>Secuencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada estudiante recibe una tarjeta con diversas inscripciones. Las cuales son: exitoso, excelente, extraordinario, insuperable, formidable y fabuloso.</li> <li>• Teniendo en cuenta que tengan la misma inscripción, se les indica que formen grupos de cuatro estudiantes.</li> <li>• Cada equipo elige un coordinador, quien asume la responsabilidad de informar todo lo concerniente a la participación de sus compañeros. Para ello empleará una lista de cotejo supervisado en todo momento</li> </ul> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="4">LISTA DE COTEJO</th> </tr> <tr> <th colspan="4">NOMBRE DEL EQUIPO:</th> </tr> <tr> <th rowspan="2">INDICADORES</th> <th colspan="3">NIVEL DE LOGROS</th> </tr> <tr> <th>INICIADO</th> <th>EN PROCESO</th> <th>CONSOLIDADO</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Desarrollan la ficha</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Emplean el liderazgo compartido</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Participan organizadamente</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Entregan oportunamente el</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	LISTA DE COTEJO				NOMBRE DEL EQUIPO:				INDICADORES	NIVEL DE LOGROS			INICIADO	EN PROCESO	CONSOLIDADO	Desarrollan la ficha				Emplean el liderazgo compartido				Participan organizadamente				Entregan oportunamente el				<p>Tarjetas de cualidades</p> <p>Material impreso</p>	30 min
LISTA DE COTEJO																																		
NOMBRE DEL EQUIPO:																																		
INDICADORES	NIVEL DE LOGROS																																	
	INICIADO	EN PROCESO	CONSOLIDADO																															
Desarrollan la ficha																																		
Emplean el liderazgo compartido																																		
Participan organizadamente																																		
Entregan oportunamente el																																		

	<p>trabajo requerido</p> <p>En esta sección, el docente indica que en equipo de cuatro estudiantes desarrollen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la ficha. Luego de analizar el texto, verifican que las respuestas dadas en la situación inicial sean las correctas. El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende asociar la teoría básica sobre porcentaje.</p> <p><b>Analizamos</b> A continuación en equipos de 4 estudiantes, y conjuntamente con el docente se desarrollan cada uno de los ejemplos, prestando mucha atención en lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que se plantea, para luego explicárselo a sus otros 3 compañeros (Estrategia del Especialista). El docente realiza un acompañamiento a los estudiantes con preguntas reflexivas para la comprensión de los problemas resueltos y los aprendizajes esperados y si es necesario puede explicar o resolver alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.</p> <p><b>Practicamos</b> A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán 6 problemas propuestos como mínimo. El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 40 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz y borrador. La sección practicamos se desarrolla de manera individual. El docente realiza un acompañamiento a sus estudiantes monitoreando el trabajo, absolviendo dudas o afirmando conceptos. Finalizado el tiempo, los estudiantes corregirán sus fichas de respuestas con apoyo del docente.</p>	<p>Teoría básica de la Ficha</p> <p>Problemas propuestos de la Ficha</p>	<p>20 min</p> <p>40 min</p>
<p><b>Cierre</b></p>	<p>Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.</p> <p><b>Metacognición</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué aprendí hoy?</li> <li>✓ ¿Cómo usamos los porcentajes en nuestra vida cotidiana?</li> <li>✓ ¿Qué dificultades encontraste y cómo pudiste superarlo?</li> <li>✓ ¿cómo te sentiste en clases?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Porcentaje o tanto por ciento representa la razón que indica el número de unidades que se toma por cada cien.</li> <li>• Una fracción se puede expresar como decimal o porcentaje.</li> <li>• DESCUENTOS SUCESIVOS, Son descuentos que se realizan uno a continuación del otro, considerando como el nuevo 100% a la cantidad que va quedando.</li> <li>• AUMENTOS SUCESIVOS, Son los aumentos que se realizan uno a continuación del otro, considerando como el nuevo 100% a la cantidad que se va formando.</li> <li>• El 18 % del I.G.V es el impuesto general a las rentas</li> <li>• Es importante reclamar el comprobante de pago al realizar una compra.</li> </ul>	<p>Cuaderno de trabajo</p>	<p>15 min</p>



EVALUACION		
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS
Comunica su comprensión sobre los números y operaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa la equivalencia de los números racionales, potencias de base 10 y porcentajes usando soportes gráficos y otros.</li> <li>• Explica el significado del IGV y cómo se calcula.</li> </ul>	1, 3, 4  7, 8
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros para resolver problemas relacionado al aumento o descuento porcentual sucesivo.</li> </ul>	2,5,6,9,10

## Ficha de trabajo: “RECLAMANDO NUESTRO COMPROBANTE DE PAGO”

El comprobante de pago es un documento que acredita la transferencia de bienes, la entrega en uso o la prestación de servicios. El comprobante de pago es un documento formal que avala una relación comercial. Se usan varios tipos de comprobantes de pago como la factura, la boleta de venta, el recibo por honorarios, etc.

Es importante pedir o emitir el comprobante de pago para evitar la evasión de impuestos, de esta manera, el Estado puede obtener los recursos para poder brindar educación, salud, seguridad, justicia, obras públicas y apoyo a los más necesitados, entre otros beneficios.



<https://doloresojeda19.wordpress.com/2013/09/29/comprobantes-de-pago/>

### Responde las siguientes preguntas

1. ¿Por qué es importante reclamar el comprobante de pago al realizar una compra?

---

2. ¿Qué es el IGV?

---

3. ¿Cuál es el porcentaje que corresponde al IGV?

---

4. María y su mamá fueron a comprar aceite Primor y aceite de oliva. Luego de pagar esa compra, recibieron el comprobante de venta que se observa en la imagen.

a) ¿Cuánto es el IGV que se aplica, según el comprobante?

---

b) ¿Cuánto es 6,49 en porcentaje con respecto al subtotal?

---

CANT		DESCRIPCION	IMPORTE
1		ACEITE PRIMOR PREMIUM ENVASE X 1 LT X 2.55	2.55
2		ACEITE OLIVA EXTRA VIRGEN ENVASE X500 ML X 1.50	3.00
SUBTOTAL:			S/. 5.55
IGV:			S/. 1.05
TOTAL:			S/. 6.60

TICKET #. 001 - 000009  
Caja Predeterminada  
Cliente: PUBLICO EN GENERAL 11/07/2014  
Usuario: ADMINISTRADOR 11:04:17a.m.

PUNTO DE VENTA  
PSJE- LAS BRISAS - HUARAL  
TEL: 246-1117  
R.U.C 12347654454

SON: SEIS NUEVOS SOLES CON 60/100 CENTIMOS.

IGRACIAS POR SU COMPRA!  
NO SE ACEPTAN CAMBIOS NI DEVOLUCIONES

**APRENDEMOS**

Respecto al problema anterior, debemos saber a cuánto equivale el 18% que corresponde al IGV (el cual se aplica a cada compra de un producto). Para ello, es importante entender lo siguiente:

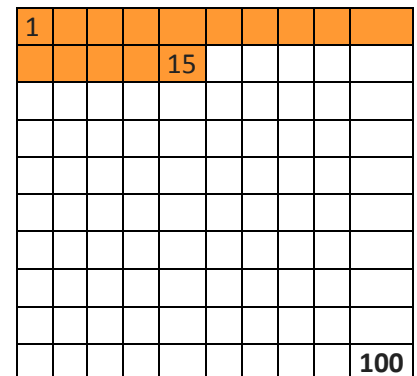
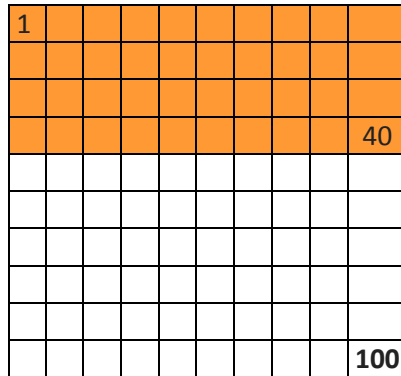
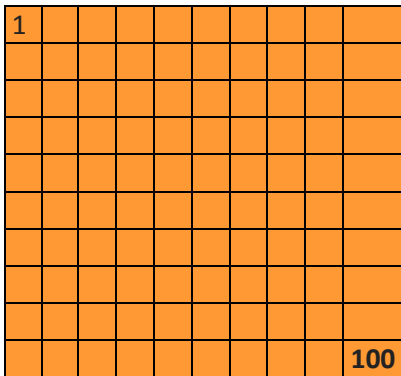
**¿QUÉ SABEMOS SOBRE PORCENTAJE?**

Porcentaje o tanto por ciento representa la razón que indica el número de unidades que se toma por cada 100 partes.

El 100%

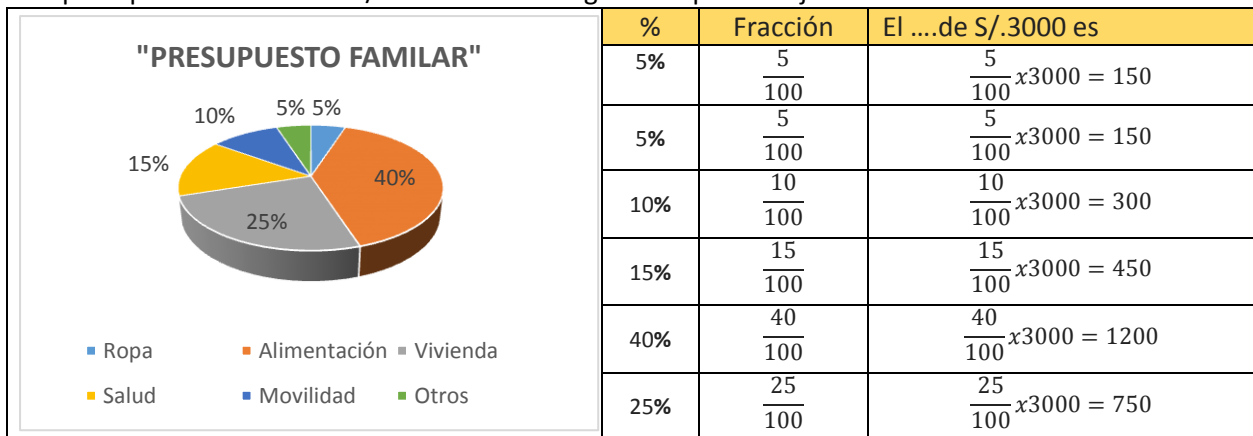
El 40% =  $\frac{40}{100}$

El 15% =  $\frac{15}{100}$

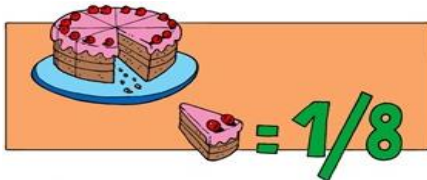


Observemos un ejemplo:

Un presupuesto familiar de S/. 3000 tiene los siguientes porcentajes:



El mismo valor se puede expresar de la siguiente manera:



**Un octavo** se puede escribir...

- Como fracción:  $\frac{1}{8}$
- Como decimal: 0,125
- Como porcentaje:  $0,125 \times 100 = 12,5\%$

**Un cuarto** se puede escribir...

- Como fracción:  $\frac{1}{4}$
- Como decimal: 0,25
- Como porcentaje:  $0,25 \times 100 = 25\%$

**Importante:**

Toda cantidad representa el 100%:

- Si a una cantidad le restamos el 15% nos queda el 85% de la cantidad.
- Si a una cantidad le sumamos el 20% de sí misma entonces tendremos el 120% de la cantidad.

### Ejemplos:

En la clase de matemática Juanito completó el siguiente cuadro y luego lo explicó.

¿Con tus palabras explica el siguiente cuadro?

Si pierdo	Queda	Si gano	Resulta
15%	85%	20%	120%
27%	73%	10%	110%
10%	90%	12,5%	112,5%
A%	(100-A)%	A%	(100+A)%

### ¿A QUÉ LLAMAMOS DESCUENTOS SUCESIVOS?

Son descuentos que se aplican, uno a continuación del otro. De esta manera, la cantidad que resulta es considerada el nuevo 100% hasta la aplicación del siguiente descuento.

Importante: los descuentos sucesivos de 20% y 10% no significan un descuento único de 30%

#### Ejemplo:

Si se aplican dos descuentos sucesivos de 20% y 10% a una Tablet que cuesta 300 soles, ¿cuál será su nuevo precio?

Resolución:	Primer descuento	Segundo descuento
Precio inicial: 300	20% de 300 = 60 Nuevo precio es 300 - 60 = 240	10% de 240 = 24 Precio final 240 - 24 = 216 soles.

### ¿A QUÉ LLAMAMOS AUMENTOS SUCESIVOS?

Son los aumentos que se realizan uno a continuación del otro, de manera que el nuevo 100% es la cantidad que va resultando.

Importante: los aumentos sucesivos de 20% y 25% no significan un aumento único de 45%

#### Ejemplo:

Si el precio de una lavadora es 960 soles y se le asigna dos aumentos sucesivos de 20% y 25% ¿cuál será su nuevo precio?

Resolución:	Primer aumento:	Segundo aumento:
Precio inicial: 960	20% de 960 = $\frac{20}{100} \times 960 = 192$ El nuevo precio es 960 + 192 = 1152	25% de 1152 = $\frac{25}{100} \times 1152 = 288$ El precio final es 1152 + 288 = 1440

### Observación:

#### Aumento único:

$$AU = \left( A + B + \frac{AB}{100} \right) \%$$

#### Ejemplo:

¿A qué aumento único equivalen dos aumentos sucesivos de 15% y 40%?

Resolución:

$$AU = \left( 15 + 40 + \frac{15 \times 40}{100} \right) \% = 61\%$$

#### Descuento único:

$$DU = \left( A + B - \frac{AB}{100} \right) \%$$

#### Ejemplo:

¿A qué descuento único equivalen dos descuentos sucesivos de 10% y 30%?

Resolución:

$$DU = \left( 10 + 30 - \frac{10 \times 30}{100} \right) \% = 37\%$$

## ANALIZAMOS

1. Completa el siguiente cuadro para conocer los resultados de una encuesta realizada a 600 personas sobre los medios de transporte que utilizan.

Medios de transporte		%	Fracción	El ...de S/.600 es
<p>A pie chart titled 'Medios de transporte' showing the distribution of transport methods used by 600 people. The chart is divided into four segments: AUTO (45%, blue), BICLETA (40%, yellow), CAMION (5%, grey), and MOTO (10%, orange). A legend below the chart identifies the colors: AUTO (blue), MOTO (orange), CAMION (grey), and BICLETA (yellow).</p>	5%	5/100	$\frac{5}{100} \times 600 = 150$	
	45%		$\frac{45}{100} \times 600 =$	
	40%		$\frac{40}{100} \times 600 =$	
	10%		$\frac{10}{100} \times 600 =$	
	5%			

2. Un microondas cuesta 1300 soles si se hace dos descuentos sucesivos del 30% y 10%, ¿cuál será su nuevo precio?

Resolución:	Primer descuento	Segundo descuento
Precio inicial:		

3. Si el precio de una moto es 4800 soles y se le aplican dos aumentos sucesivos de 20% y 15%, ¿cuál será su nuevo precio?

Resolución:	Primer aumento:	Segundo aumento:
Precio inicial:		

4. Si se compra un equipo de sonido que cuesta S/ .1500 incluido el I.G.V., ¿cuánto es el importe que se ha pagado por este impuesto?

## PRACTICAMOS

1) Relaciona

- a) El 20% de 420 ( ) 900  
 b) El 25% de qué número es 225 ( ) 30  
 c) El 30% de 700 ( ) 45  
 d) El 25% del 30% de 600 ( ) 84  
 e) 12 es el 40% de ... ( ) 210

2) Si se vende un artículo en 40% menos, costaría S/.24. ¿Cuál es el precio real de dicho artículo?

- a) S/.40                      b) S/.30                      c) S/.50                      d) S/.80

3) Gabriela quiere comprarse un vestido que cuesta S/.260. A ella le falta el 30% de lo que tiene para poder comprarlo. ¿Cuánto dinero tiene Gabriela?

- a) S/.100                      b) S/.200                      c) S/.300                      d) S/.400

4) En la panadería "Luchita" ha preparado 160 galletitas para la venta, después de dos horas aún le quedan 116, ¿en qué porcentaje disminuyó dicha cantidad?

- a) 35,2%                      b) 18,7 %                      c) 4,5%                      d) 27,5%.

5) Un automóvil cuesta 20 000 dólares si pasado un año su precio se reduce en un 20% y al año siguiente se reduce en un 10%, ¿cuál será su nuevo valor?

- a) \$12 000                      b) \$14 400                      c) \$15 000                      d) \$16 500

6) En una tienda de ropa de moda los precios de las prendas de vestir de algunas marcas tienen un descuento solo por hoy, pero mañana se incrementarán. ¿Cuál será el precio final en ambos casos?

MARCAS	PRECIO NORMAL	DESCUENTO por hoy día	PRECIO FINAL	Aumento para mañana	Precio final
TYFY	S/.30	10%		3%	
SILVE	S/.40	5%		2%	
GENUINO	S/.35	10%		3%	
PERUANO	S/.50	15%		5%	
ELEGANTE	S/.45	20%		4%	
MODA	S/.20	12%		2%	

7) Joaquín quiere comprar una moto que cuesta S/.11900 incluido el 18% del I.G.V.

¿Cuánto es el costo real de la moto? Explica por qué razón.

- a) S/.8 900                      b) S/.9 000                      c) S/.9 500                      d) S/.1 800

8) Una colección de cuentos de Julio Cortázar tiene un costo de S/.833. Si en el precio está incluido el IGV, ¿cuánto será su valor original?

- a) 100                      b) 400                      c) 600                      d) 706

9) Ayer, el costo de un SMARTTV fue de S/.3000, pero hoy su precio es de S/.2901.

¿Cuál es el porcentaje de diferencia entre ambas cantidades?

- a) 3,3%                      b) 4,3%                      c) 2,2%                      d) 3,1%

10) Anita tiene una tela de forma rectangular. Ella recorta el 10% del ancho y 20% del largo. La tela ahora tiene 36 m<sup>2</sup> de área. Si antes de cortarla medía 2 m de ancho, ¿cuál fue la longitud del largo antes de ser cortada?

- a) 20m                      b) 24m                      c) 25m                      d) 28m

### SESIÓN DE REFUERZO N° 3

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Albergando perros abandonados en la calle”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	17 de julio	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas relacionados a la proporcionalidad.</li> </ul>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una proporcionalidad inversa, función lineal y lineal afín</li> </ul>

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>1.El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego, escribe en la pizarra: <b>¿SABÍAN QUE HAY PERROS ABANDONADOS EN LA CALLE?</b> y solicita a los estudiantes que reflexionen sobre los cuidados que debe tener una mascota en casa. El docente resalta la importancia de cumplir las normas de convivencia y comunica las actividades que van a realizar el día de hoy y cómo van a ser evaluados. Además, les informa a los estudiantes que trabajarán en tres tiempos: <b>Aprendemos, analizamos y practicamos.</b></p> <p>El docente solicita formar equipos de trabajos de cuatro integrantes cada uno y pide leer a todos la pág. 1 de la ficha “Albergando perros abandonados en la calle”</p> <p>2.A continuación, se presenta la imagen (en PPT) referida al albergue de perros de una sociedad protectora de animales desamparados.</p> <p>3.El docente coloca sobre la pizarra la primera situación:</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><b>Primera situación:</b>  <i>Se sabe que en dicho albergue hay 16 perros adultos sin adoptar y cada uno de ellos consume dos bolsas de alimentos durante 30 días.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Establece en una tabla de doble entrada la relación que hay entre el número de perros y la ración de alimento mensual sugerido por el veterinario (ver tabla de la izquierda).</li> <li>2. ¿Cuántas bolsas se necesitarán para alimentar a 16 perros durante un mes?</li> <li>3. Generaliza la relación encontrada.</li> <li>4. Grafica en el plano cartesiano dicha situación.</li> </ol> </div> <p>El docente reparte papelotes a cada equipo de trabajo, para que desarrollen de la situación 1, solicita que los peguen en la pizarra</p>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p> <p>Plumones masking papelografos Ficha de trabajo</p>	20 minutos

	<p>y socializan sus respuestas sin juzgar la validez de las mismas. El docente socializa los papelógrafos con la participación de los estudiantes y pregunta a partir del cuadro.</p> <p>A mayor número de perros en el albergue <b>¿Qué debe pasar con los alimentos?</b></p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>Se debe de inducir a partir de la reflexión con los estudiantes al concepto de <b>magnitud directamente proporcional</b> v el análisis de su gráfica.</p> </div> <p>El docente reparte a cada equipo otro papelote y solicita que desarrollen sobre él la segunda situación:</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 25px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><b>Segunda situación:</b>  <b>Si a dicho albergue llegaron 8 familias y cada una adopto un perro.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ahora para cuántos días les alcanza el alimento para los perros que quedaron en el albergue.</li> <li>2. Elabora una tabla de doble entrada y encuentra la relación que hay entre el número de perros y el número de días que alcanza los alimentos.</li> <li>3. Generaliza la relación encontrada.</li> <li>4. Grafica en el plano cartesiano dicha situación.</li> </ol> </div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>Se debe de inducir a partir de la reflexión con los estudiantes al concepto de <b>magnitud inversamente proporcional</b> y el análisis de su gráfica.</p> </div> <p>4.El docente a partir del análisis de las gráficas, señala el propósito de la sesión: <b>Resolver problemas referidos a proporcionalidad.</b></p>		
<p><b>Desarrollo</b></p>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>En esta sección, el docente indica que en pares realicen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la sección aprendemos de la ficha y realiza las siguientes preguntas  ¿Qué es una magnitud? ¿Qué es una proporción?  El docente propone la siguiente actividad <b>Completa de manera que obtengas una proporción.</b></p> <p style="text-align: center;">a) <math>\frac{3}{8} = \frac{\quad}{\quad}</math>      b) <math>\frac{7}{9} = \frac{\quad}{\quad}</math>      c) <math>\frac{48}{84} = \frac{\quad}{\quad}</math></p> <p>Luego el docente pregunta: ¿Cuándo una magnitud es directamente proporcional? ¿Qué ocurre?  Los estudiantes responden con lluvia de ideas y el docente consolida los conceptos en la pizarra.  El docente solicita a los equipos identificar cuál de los papelógrafos corresponde a la magnitud directamente proporcional y colocar el título el título correspondiente. El docente consolida:</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0; text-align: center;"> <p><b>Magnitud Directamente Proporcional (MDP)</b></p> <math display="block">\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = k</math> <p>.Es decir, si A es DP a B, entonces <math>K = \frac{A}{B}</math></p> </div> <p>El docente solicita a los equipos identificar cuál de los papelógrafos corresponde a la magnitud inversamente proporcional colocar el título correspondiente. El docente consolida:</p>	<p>Ficha de trabajo</p>	<p style="text-align: center;">10 minutos</p>



	<p style="text-align: center;"><b>Magnitud Inversamente Proporcional (MDP)</b>  <math>a1.b1 = a2.b2 = a3.b3 = a4.b4 = k</math> .Es decir, si A es IP a B, entonces. <math>K= A \times B</math>.</p> <p>El docente propone 5 relaciones entre magnitudes para que las clasifiquen en MDP y MIP. Indica que tienen 5 minutos para realizar la actividad.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) La distancia recorrida y el tiempo</li> <li>2) La velocidad del tren y la distancia recorrida</li> <li>3) El descuento salarial al número de minutos de tardanza</li> <li>4) El rendimiento en hacer la obra y el tiempo</li> <li>5) El número de obreros y el número de días.</li> </ol> <p>El docente a partir de las respuestas de los estudiantes establece la diferencia entre MDP y MIP.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>El docente plantea los criterios con que se va a evaluar el trabajo grupal:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Guardar silencio</li> <li>2. Uso y optimización del tiempo</li> <li>3. Compromiso de los integrantes del equipo por el cumplimiento del objetivo</li> <li>4. Argumentación</li> </ol> <p>El docente presenta el problema 1 de <b>Analizamos</b> para que en equipos de 4 estudiantes analicen el proceso de resolución del problema. Propone a los estudiantes que analicen los dos problemas siguientes. Después, deben explicar a un compañero del grupo.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán 6 problemas propuestos.</p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 30 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas.</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes, intercambian sus hojas de respuestas con sus datos respectivos para ser revisadas entre ellos con ayuda del docente.</p>		<p style="text-align: center;">20 min</p> <p style="text-align: center;">20 minutos</p> <p style="text-align: center;">40 minutos</p>
<p style="text-align: center;"><b>Cierre</b></p>	<p>Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.</p> <p><b>Metacognición</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué aprendí hoy?</li> <li>✓ ¿Cómo usamos las relaciones de magnitudes en nuestra vida cotidiana?</li> <li>✓ ¿Qué dificultades encontraste y cómo pudiste superarlo?</li> <li>✓ ¿cómo te sentiste en clases?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado.</p>	<p style="text-align: center;">Cuaderno de trabajo</p>	<p style="text-align: center;">10min</p>

EVALUACIÓN		
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS
Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas relacionados a la proporcionalidad.</li> </ul>	✓ 1, 2, 6, 7, 8,
Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una proporcionalidad inversa, función lineal y lineal afín</li> </ul>	✓ 3, 4, 5, 9, 10

## Ficha de trabajo: Albergando perros abandonados en la calle

Para alimentar a un perro adulto durante 30 días se necesita dos bolsas de alimento.

Una sociedad protectora de animales alberga en una casa a todos los perros que encuentra abandonados en la calle. El veterinario de dicha sociedad tiene dificultades para dar en adopción a los perros en edad adulta, por ello da a conocer la ración de alimento que consumen buscando sensibilizar a sus visitantes, ya sea para su adopción o para que realicen donaciones.

A continuación se nos presentan dos situaciones:

**Primera situación:** Se sabe que en dicho albergue hay 16 perros adultos sin adoptar y cada uno de ellos consume dos bolsas de alimento durante 30 días.

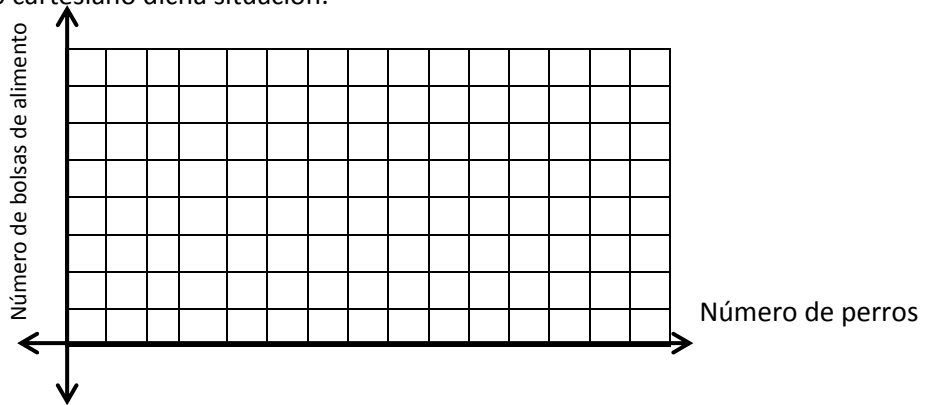
1. Establece en una tabla de doble entrada una relación que hay entre el número de perros y la ración de alimento mensual sugerido por el veterinario.

<b>Número de perros</b>							
<b>Número de bolsas de alimento</b>							

2. ¿Cuántas bolsas se necesitará para alimentar a los 16 perros durante un mes?  
.....

3. Generaliza la relación encontrada.  
.....

4. Grafica en el plano cartesiano dicha situación.



**Segunda situación:** Se sabe que, 32 bolsas de alimento alcanzan para alimentar a los 16 perros del albergue durante 30 días.

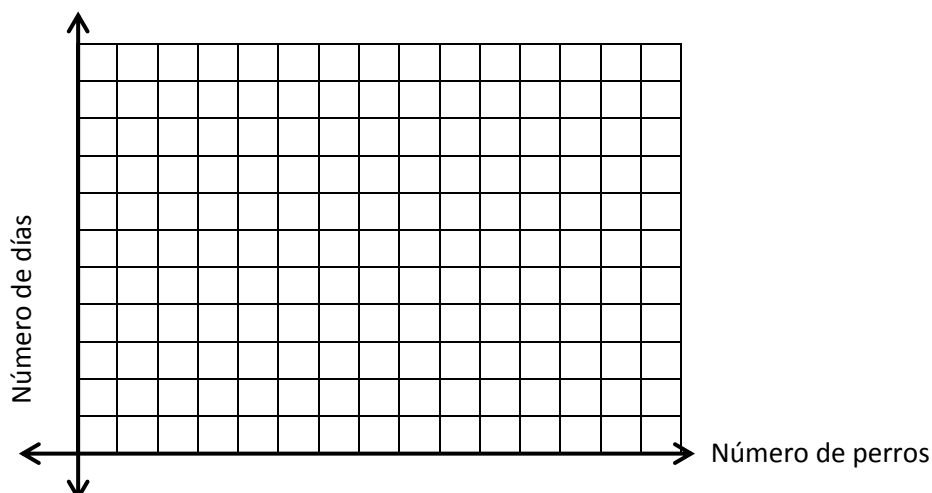
1. Si llegaron varias familias y adoptaron 8 perros, ¿cuántos días les alcanzará las bolsas de alimento para los perros que quedaron en el albergue?

2. Elabora una tabla de doble entrada y encuentra la relación que hay entre el número de perros y el número de días para los que alcanza el alimento

<b>Número de perros</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>Número de días</b>								

3. Generaliza la relación encontrada.  
.....

4. Grafica en el plano cartesiano dicha situación.



### Aprendemos

Respecto a la situación planteada en el texto “Albergando perros abandonados en la calle”, observamos que hay dos situaciones distintas y sus correspondientes problemas. Con el propósito de encontrar las soluciones, planteamos aplicar la estrategia de ensayo y error, para lo cual escribimos los valores en una tabla de doble entrada y analizamos el comportamiento de estos datos, tanto en la tabla como en el plano cartesiano. También es necesario conocer:

#### Proporcionalidad

**Magnitud.** Es todo aquello susceptible de sufrir variación, ya sea de aumento o disminución, y que puede ser medido.

Ejemplos: peso, tiempo, rapidez, número de obreros, eficiencia, entre otros.

**Proporción.** Es la igualdad de dos razones de una misma clase. Ejemplo:

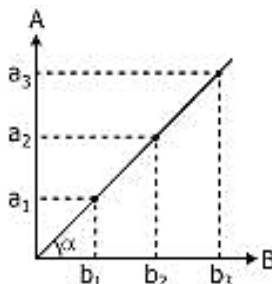
$$\frac{6}{2} = \frac{15}{5} = 3$$

**Magnitudes proporcionales.** Entre las magnitudes proporcionales tenemos:

- Magnitudes directamente proporcionales (DP).** Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al multiplicar o dividir la primera por un número, la segunda queda multiplicada por el mismo número. La razón de proporcionalidad directa  $k$  se obtiene mediante el cociente de cualquiera de los valores de una variable y los correspondientes de la otra. Veamos la tabla:

<b>Magnitud A</b>	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
<b>Magnitud B</b>	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$

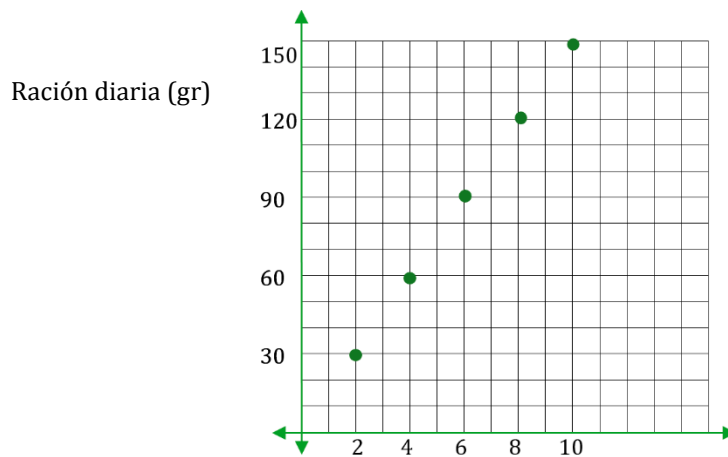
$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = k$ . Es decir, si A es DP a B, entonces  $K = \frac{A}{B}$ . Gráficamente:



Ejemplo: la siguiente tabla representa una relación de magnitudes directamente proporcionales entre el peso del perro y la ración de alimento que le corresponde según la sugerencia del veterinario.

<b>Peso (kg)</b>	2	4	6	8	10
<b>Ración diaria (g)</b>	30	60	90	120	150

Observamos:  $\frac{30}{2} = \frac{60}{4} = \frac{90}{6} = \frac{120}{8} = \frac{150}{10} = 15$ , entonces la razón de proporcionalidad directa es  $k = 15$

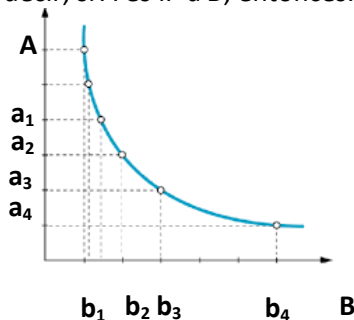


A este tipo de proporción directa se le conoce como función lineal; es decir:  $y = 15x$ , donde 15 es la constante proporcionalidad. Además, si trazamos una línea recta por los puntos, esta pasa por el origen de las coordenadas, lo cual es requisito para ser una función lineal. Si no pasa por el origen, se le conoce como función afín y es de la forma:  $y = mx + n$ .

**2. Magnitudes inversamente proporcionales (IP).** Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al multiplicar o dividir la primera por un número, la segunda queda dividida o multiplicada respectivamente por el mismo número. La razón de proporcionalidad inversa  $k$  se obtiene mediante el producto de cualquiera de los valores de una variable y los correspondientes de la otra. Veamos la siguiente tabla:

<b>Magnitud A</b>	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
<b>Magnitud B</b>	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$

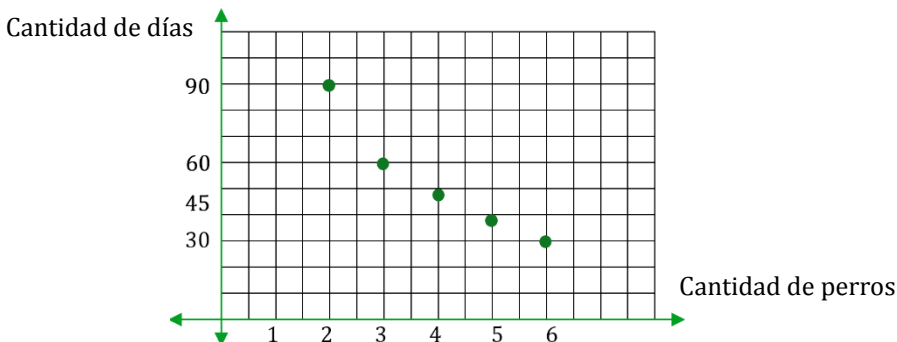
$a_1.b_1 = a_2.b_2 = a_3.b_3 = a_4.b_4 = k$ . Es decir, si A es IP a B, entonces.  $K = A \times B$ , gráficamente:



Ejemplo: la siguiente tabla representa una relación de magnitudes directamente proporcionales:

<b>Número de perros</b>	6	5	4	3	2	1
<b>Número de días</b>	30	36	45	60	90	180

Observamos que  $6 \times 30 = 5 \times 36 = 4 \times 45 = 3 \times 60 = 1 \times 180 = 180$ , entonces la razón de proporcionalidad inversa es  $k = 180$ .



Nota: Como vemos en la gráfica, si unimos los puntos, nos dará una curva, la cual gráfica una proporción inversa. En este caso no la trazamos por tratarse de una situación con cantidades enteras.

### Analizamos

- El tutor de los estudiantes de segundo grado planifica un viaje a Chiclayo para el 19 de septiembre por el Día de la Juventud. Para ello, cada estudiante debe juntar S/. 120; la condición es que cada estudiante aporte la misma cantidad cada día hasta reunir el dinero que le corresponde. Completa la siguiente tabla donde se relaciona el valor del aporte diario y el número de días necesario para que cada estudiante logre reunir todo el dinero.

<b>Aporte de dinero diario</b>	1			4		6		10	12
<b>Número de días</b>	120	60			24	20	15	12	10

Si estamos en la quincena de agosto y solo se da la cuota fija en los días que se va al colegio (de lunes a viernes), ¿cuál será la cuota mínima que debe aportar el estudiante para lograr reunir el dinero antes de la fecha del paseo?

### Resolución

Completamos la tabla aplicando la estrategia heurística ensayo y error.

Aporte de dinero diario	1	2	3	4	5	6	8	10	12
Número de días	120	60	40	30	24	20	15	12	10

Observamos que se trata de magnitudes inversamente proporcionales, ya que:

$(1)(120) = (2)(60) = (3)(40) = (4)(30) = (5)(24) = (6)(20) = (8)(15) = (10)(12) = (12)(10) = 120$ , entonces la razón de proporción inversa es 120.

Luego  $k = (\text{aporte de dinero diario}) (\text{número de días})$ .

Como desde la quincena del mes de agosto hasta el 19 de setiembre hay solo 24 días sin contar sábados ni domingos (tomamos 24 para obtener la cuota fija), entonces hallamos la cuota mínima que debe aportar el estudiante para lograr reunir el dinero antes de la fecha del paseo.

$(1)(120) = (x)(24)$ , entonces  $x = 5$

**Respuesta:** la cuota mínima que debe aportar el estudiante para lograr reunir el dinero es de S/. 5 por día, sin contar los sábados ni domingos, tal como señala la condición del problema.

- Los médicos utilizan el índice de masa corporal (IMC) para evaluar el nivel de grasa en las personas. El IMC varía directamente en relación con el peso de una persona e inversamente con relación a la estatura de la persona al cuadrado. Diversos estudios realizados han concluido que el grupo de mejor salud corresponde a un IMC comprendido entre 20 y 25 kg/m<sup>2</sup>. Juan mide 1,7 m con un peso de 66 kg y un IMC de 23, por lo que se considera que está dentro del grupo de las personas que tienen buena salud. Averigua si Sheyla se encuentra en el mismo grupo si mide 1,6 m y su peso es de 54 kg.

### Resolución:

Del enunciado del problema, sabemos que el IMC es DP al peso e IP al cuadrado de la estatura, es decir:

$$k = IMC = \frac{\text{peso}}{(\text{estatura})^2}$$

Resolviendo la ecuación tenemos:  $IMC_{\text{Sheyla}} = 21,24$ .

**Respuesta:** Sheyla se encuentra con buena salud porque su IMC es 21,24 y dicho valor está entre 20 y 25 kg/m<sup>2</sup>.

- En una pequeña industria en Gamarra, se confeccionan tres pantalones por hora. Completa la información de la tabla

<b>Tiempo (horas)</b>	1		6	7		10	
<b>Cantidad de pantalones</b>		9	18		27		36

De la situación dada:

- ¿En cuánto tiempo se confeccionarán 60 pantalones?

.....

- ¿Cuántos pantalones se confeccionarán en 8 horas?

- .....
4. Al dejar caer una pelota, tarda diez segundos en llegar al suelo. Como la velocidad depende del tiempo transcurrido, se anotaron sus valores en distintos momentos y resultó la siguiente tabla. El tiempo está dado en segundos y la velocidad en metros por segundo.

<b>Tiempo (s)</b>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Velocidad (m/s)</b>	0	9,8	19,6	29,4	39,2	49	58,8	68,6	78,4	88,2	98

Contesta las siguientes preguntas:

- a. ¿Qué velocidad llevaba la pelota a los 6,5 s?

\_\_\_\_\_

- b. ¿Cuántos segundos más demoraría si al tocar el suelo hubiera alcanzado una velocidad de 117,6 m/s?

\_\_\_\_\_

**Practicamos**

1. Observa el anuncio de rebajas:

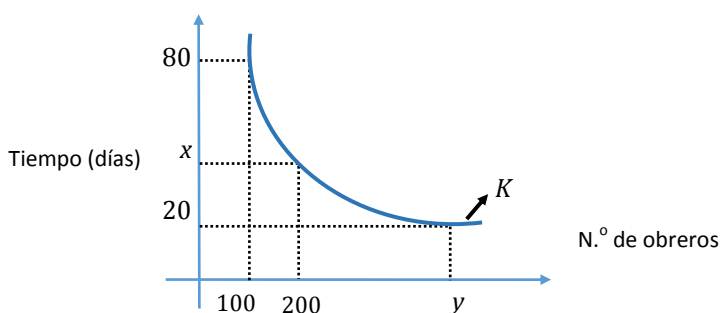
Antes: S/. 63,00  
Ahora: S/. 47,80



Antes: S/. 119,70  
Ahora: S/. 100,00

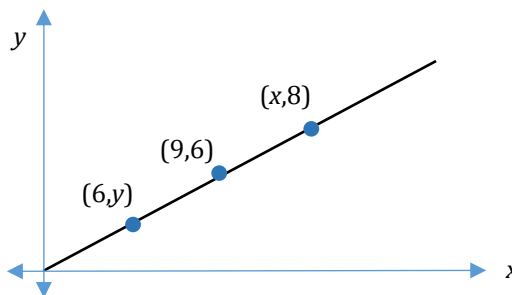
- a. ¿Están rebajados estos artículos proporcionalmente?  
.....
- b. Si la respuesta anterior es negativa, responde: ¿Cuál de las dos prendas han rebajado más?  
.....
2. En una prueba de ciclismo se reparte un premio de S/. 9250 entre los tres primeros corredores que lleguen a la meta, de modo inversamente proporcional al tiempo que han tardado en llegar. El primero tarda 12 min; el segundo, 15 min, y el tercero, 18 min. ¿Cuánto le corresponde a cada uno, según el orden de llegada?
- S/. 2472; S/. 3090 y S/. 3708 respectivamente.
  - S/. 2466,72; S/. 3083,40 y S/. 3700,08 respectivamente.
  - S/. 2466,60; S/. 3083,25 y S/. 3699,90 respectivamente.
  - S/. 3750; S/. 3000 y S/. 2500 respectivamente.
3. El precio de un pasaje varía inversamente con relación al número de pasajeros. Si para 14 pasajeros el pasaje es S/.15, ¿Cuántos pasajeros habrá cuando el pasaje cuesta S/. 6?
- 35 pasajeros.
  - De 5 a 6 pasajeros.
  - 84 pasajeros.
  - 56 pasajeros.
4. El precio de un diamante es directamente proporcional al cuadrado de su peso. Si un diamante que pesa 80 g cuesta S/. 3200, ¿Cuánto valdrá otro diamante de 100 g de peso?
- S/. 5000
  - S/. 4000
  - S/. 2048
  - S/. 50
5. El gráfico muestra el comportamiento de dos magnitudes (cantidad de obreros y tiempo); halla numéricamente el valor de y/x.

- a. 440
- b. 10
- c. 275
- d. 6



6. El siguiente gráfico ilustra dos variables,  $x$  e  $y$ , en proporcionalidad directa. Señale el valor de  $x \cdot y$

- a. 3
- b. 16
- c. 48
- d. 60,75



7. Dos amigos han obtenido la misma calificación en dos exámenes de Matemática con distinta cantidad de preguntas. Todos los ejercicios tenían la misma puntuación. Si Sergio resolvió correctamente 24 de las 30 preguntas que tenía su examen, ¿Cuántos aciertos tuvo Jorge si su prueba constaba de 20 preguntas?

- a. 14 aciertos.
- b. 16 aciertos.
- c. 20 aciertos.
- d. 24 aciertos.

8. Se necesita envasar 600 L de una sustancia química en recipientes. Hay recipientes de 10; 15; 20; 25; 30; 40 y 50 L. Además, se quiere envasar el total de la sustancia en un solo tipo de recipiente. Completa la tabla con el volumen del recipiente y la cantidad de los recipientes necesarios.

<b>Volumen</b>	10									
<b>Cantidad</b>	60									

¿Qué cantidad mínima de envases se puede utilizar para envasar los 600 L de la sustancia química?

- a. 15 envases.
- b. 12 envases.
- c. 10 envases.
- d. 14 envases.

9. En una institución educativa, de los 210 estudiantes de segundo grado de secundaria, se inscriben en una actividad extraescolar 170; mientras que de los 160 alumnos de tercer grado, se apuntan 130. ¿Cuál de los grados ha mostrado más interés por la actividad?

- a. Han mostrado más interés los estudiantes de tercer grado porque va más del 90 %.
- b. Han mostrado más interés los estudiantes de segundo grado porque van más estudiantes que tercero: en segundo van 170, mientras que en tercero solo van 130.
- c. Han mostrado más interés los estudiantes de tercero porque va el 81,25 %, mientras que en segundo solo va el 80,95 %.
- d. Han mostrado el mismo interés tanto los estudiantes de segundo y tercer grado.

10. Con 2 L de leche, César puede alimentar a sus cachorros durante 6 días. ¿Para cuántos días tendrá comida si compra una caja de 5 L de leche?

- a. 15 días.
- b. 24 días.
- c. 2,4 días.
- d. 18 días.



## SESIÓN DE REFUERZO N° 4

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Carrera entre amigos”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	19 de julio	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa modelos de variación referidos a la función lineal y lineal afín al plantear y resolver problemas.</li> </ul>
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe gráficos y tablas que expresen funciones lineales, afines y constantes.</li> </ul>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una función lineal y lineal afín.</li> <li>Justifica, a partir de ejemplos, el comportamiento de funciones lineales y lineales afines reconociendo la pendiente y la ordenada al origen.</li> </ul>

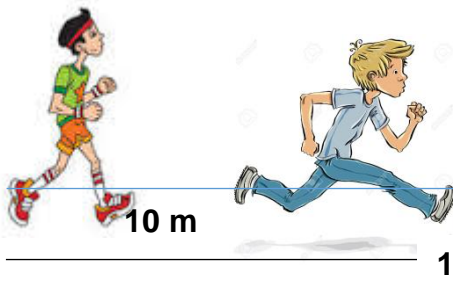
SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
<b>Inicio</b>	<p>El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego, presenta en la pizarra la siguiente pregunta: <b>¿Cuántos metros corren diariamente, como parte de una actividad física importante para nuestra salud?</b>, solicitando a los estudiantes que expresen de manera voluntaria si realizan o no esta actividad física, de esta manera el docente logra que los estudiantes tomen conciencia sobre la importancia de realizar deportes para preservar nuestra buena salud. El docente anota en la pizarra las participaciones espontáneas y reflexionar sobre el tiempo que han dado los estudiantes para realizar deportes.</p> <p>A continuación, se presenta la situación inicial “Carreras entre amigos” con la imagen respectiva, de la ficha de trabajo.</p> <p>El docente pide que respondan las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿En cuánto tiempo alcanzará Mauricio a su amigo Héctor?</li> <li>✓ Determina la expresión matemática que represente la distancia que recorre cada uno de ellos</li> <li>✓ ¿En cuánto tiempo terminará cada uno la carrera?</li> <li>✓ Grafica el recorrido de los dos amigos en un diagrama cartesiano e identifica la función lineal y la función afín.</li> <li>✓ ¿Durante cuánto tiempo de la carrera Mauricio correrá detrás de su amigo Héctor, si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de 10 metros que lleva Héctor?</li> <li>✓ ¿Durante cuánto tiempo de la carrera Mauricio va delante de su amigo Héctor, si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de 10 metros que lleva Héctor?</li> </ul>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p> <p>papelografos, plumones, masking.</p>	15 minutos

	<p>✓ ¿En qué tiempo Mauricio irá ganando por 8 metros, si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de 10 metros que lleva Héctor?</p> <p>Los estudiantes, organizados en pares, dialogan y construyen sus tablas, gráficos y las expresiones matemáticas, identificando y diferenciando una función lineal de una función lineal afín, con las indicaciones dadas y presentan sus respuestas en papelógrafos, luego los colocan en la pizarra.</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y a partir de sus respuestas, señala el propósito de la sesión: <b>Reconocer y utilizar modelos referidos a funciones lineales y lineales afines al plantear y resolver problemas o situaciones de la vida real.</b></p>		
<p><b>Desarrollo</b></p>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>En esta sección, el docente indica que en equipo de cuatro estudiantes desarrollen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada. Luego de analizar el texto, verifican que las respuestas, dadas a la situación inicial, sean las correctas. El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende asociar la teoría básica sobre Funciones lineales y lineales afines con las preguntas realizadas. Además, el docente plantea la siguiente interrogantes:</p> <p><b>¿Qué diferencia hay entre función lineal y función lineal afín?</b>  <b>¿Qué gráfico tiene una función lineal?</b>  <b>¿Qué es una pendiente de una recta y la ordenada en el origen?</b>  <b>¿Se puede graficar en el plano cartesiano la función lineal o lineal afín, usando la pendiente y la ordenada en el origen? ¿Cómo se graficaría?</b>  <b>¿Cuándo una función lineal se transforma en una ecuación lineal?</b>  <b>¿Qué significa una modelación matemática?</b></p> <p>Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones, en los casos que sean necesarios.</p> <p>Se responde a las interrogantes.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>A continuación los estudiantes forman equipos de 4 integrantes. El docente indica que analicen cada problema y completen su resolución, guiados por el docente quien atiende las interrogantes de los estudiantes. Los estudiantes trabajan cooperativamente ayudando a sus compañeros. El docente realiza un acompañamiento a los estudiantes con preguntas reflexivas para la comprensión de los problemas presentados y los aprendizajes esperados.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán hasta 7 problemas propuestos distribuidos en equipos de trabajo compuesto por tres estudiantes (puede ser dos problemas por equipo)</p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 40 minutos y que le pueden realizar las consultas que sean necesarias. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz 2B y borrador. La sección practicamos también se puede hacer de</p>	<p>Teoría básica de la Ficha</p> <p>Ficha</p> <p>Ficha</p> <p>Problemas propuestos de la Ficha</p>	<p>25 minutos</p> <p>20 minutos</p> <p>45 minutos</p>

	<p>manera individual o en pares.</p> <p>El docente realiza un acompañamiento a sus estudiantes monitoreando el trabajo, absolviendo dudas o afirmando conceptos.</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de resolución y respuestas con sus datos respectivos.</p> <p>El docente podría aplicar la heteroevaluación, haciendo una retroalimentación adecuada, o podría aplicar la coevaluación o autoevaluación, para lograr la participación de los estudiantes y desarrollar su capacidad crítica.</p>		
<b>Cierre</b>	<p>Para el cierre de la sesión se realiza las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué parte del campo temático has tenido mayor dificultad? ¿Qué hiciste para superarlo?</li> <li>✓ ¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de cada uno de los problemas?</li> <li>✓ ¿Qué conceptos nuevos aprendiste en esta sesión?</li> <li>✓ De la situación inicial, ¿Habría otra forma de encontrar los resultados sin aplicar ningún modelo matemático?</li> <li>✓ ¿Cómo te has sentido en la sesión realizada?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La gráfica de una función lineal es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas, mientras que la gráfica de una función lineal afín pasa por la coordenada (0;b). donde "b" es la ordenada en el origen.</li> <li>- La pendiente indica la inclinación de la recta respecto al eje "x".</li> <li>- Las funciones matemáticas, en el sentido más simple y amplio, son relaciones numéricas que sirven para representar o modelar las relaciones existentes en el mundo. Así, cuando una magnitud variable depende de otra, decimos que la primera es función de la segunda. Desde este punto de vista, la función puede concebirse como una relación de dependencia.</li> </ul>	Cuaderno	15 minutos

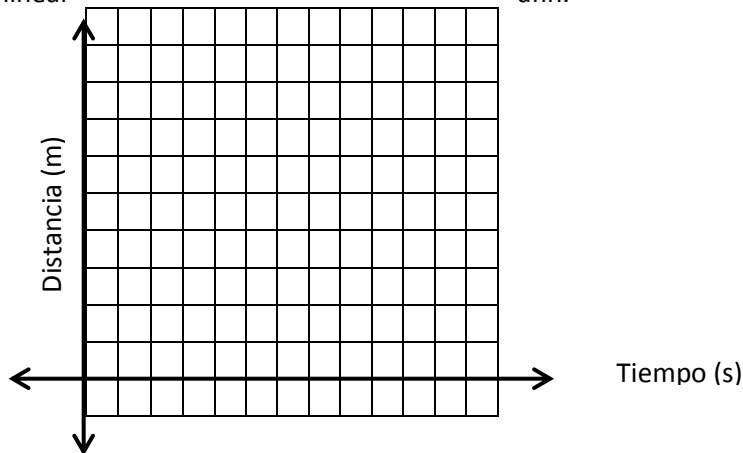
EVALUACION		
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS
Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usa modelos de variación referidos a la función lineal y lineal afín al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	1, 2, 10
Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Describe gráficos y tablas que expresen funciones lineales, afines y constantes.</li> </ul>	4, 6,
Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una función lineal y lineal afín.</li> <li>• Justifica, a partir de ejemplos, el comportamiento de funciones lineales y lineales afines reconociendo la pendiente y la ordenada al origen.</li> </ul>	7, 8, 9 3, 5

## Ficha de Trabajo: "CARRERA ENTRE AMIGOS"



Mauricio le propone a su amigo Héctor hacer una carrera de 100 metros. Como Mauricio es un atleta, le da a su amigo una ventaja de 10 metros (para calcular las medidas de las distancias, ellos aprovechan que en la pista atlética de su colegio las distancias están indicadas). Si Héctor recorre 4 metros por cada segundo y Mauricio recorre 6 metros en el mismo tiempo, además, estas velocidades son constantes en todo el recorrido, entonces:

1. ¿En cuánto tiempo alcanzará Mauricio a su amigo Héctor?  
\_\_\_\_\_
2. Establece la expresión matemática que represente la distancia que recorre cada uno de ellos en un determinado tiempo e identifica la función lineal y la función lineal afín.  
\_\_\_\_\_
3. ¿En cuánto tiempo terminará cada uno la carrera?  
\_\_\_\_\_
4. Grafica el recorrido de los dos amigos en un diagrama cartesiano e identifica la función lineal y la función afín.



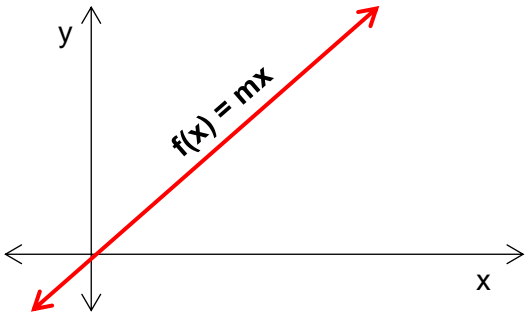
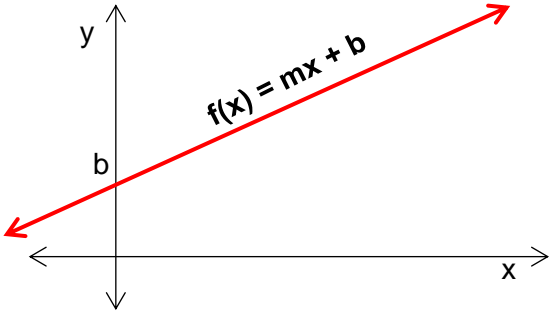
5. ¿Durante cuánto Mauricio correrá detrás de su amigo Héctor si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de 10' metros que lleva Héctor?  
\_\_\_\_\_
6. ¿Durante cuánto tiempo Mauricio irá delante de su amigo Héctor si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de 10 metros que lleva Héctor?  
\_\_\_\_\_
7. ¿En qué tiempo Mauricio perderá por 3 metros si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de 10 metros que lleva Héctor?  
\_\_\_\_\_
8. ¿En qué tiempo Mauricio irá ganando por ocho metros si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de diez metros que lleva Héctor?  
\_\_\_\_\_

## APRENDEMOS

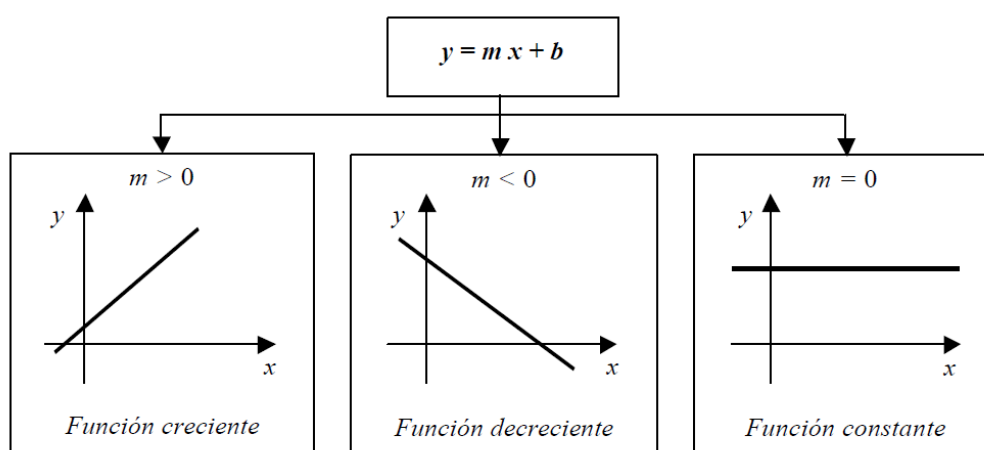
Respecto a la situación planteada “Carrera entre amigos”, pretendemos que el estudiante modele la situación dada y diferencie una función lineal de la función lineal afín. Asimismo, se dé cuenta de la necesidad de las ecuaciones para responder algunas interrogantes.

También es necesario conocer:

### Funciones y ecuaciones lineales

FUNCIÓN LINEAL	FUNCIÓN LINEAL AFÍN
$f(x) = mx$ (notación de función) $y = mx$ (notación de ecuación)	$f(x) = mx + b$ (notación de función) $y = mx + b$ (notación de ecuación)
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Su gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas (0;0).</li> <li>➤ “m” es la pendiente de la recta, el cual indica la inclinación de la recta respecto al eje “x”.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Su gráfico es una recta que no pasa por el origen de coordenadas.</li> <li>➤ “m” es la pendiente de la recta, el cual indica la inclinación de la recta respecto al eje “x”.</li> <li>➤ “b” es la ordenada en el origen. Es decir la recta corta al eje de ordenadas en el punto (0;b).</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El conjunto de valores que toma “x” se le llama dominio.</li> <li>➤ El conjunto de valores que toma “y” se le llama conjunto imagen o rango.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Su gráfico es:</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Su gráfico es:</li> </ul> 

Continuemos analizando la pendiente de una recta.



Podemos distinguir que la pendiente indica el número de unidades que incrementa o disminuye “y”, cuando “x” aumenta. La ordenada al origen es la distancia del origen al punto (0;b), este punto se encuentra sobre el eje “y”, y es la intersección con la recta.

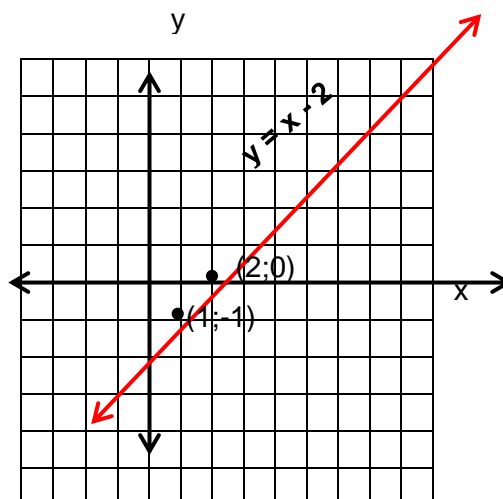
Para graficar una función lineal es suficiente conocer la ordenada en el origen y la pendiente. Además podemos graficar de otra forma como emplear representaciones tabulares, tal como se aprecia en el siguiente ejemplo:

$y = x - 2$

x	y
1	-1
2	0

Dom (f) = R

Ran(f) = R



**Analizamos**

- Un automóvil tiene 8 años de antigüedad y su valor actual es de 20 000 soles, pero hace 4 años su valor era de 45 000 soles. Si el valor del sistema varía de forma lineal con el tiempo, determina:
  - ¿Cuál es el modelo matemático que expresa el valor del automóvil respecto al tiempo transcurrido?
  - ¿Cuál fue el costo inicial del automóvil?
  - ¿Cuál será su valor después de 10 años de antigüedad?
  - ¿Cuál es la depreciación del sistema por año?
  - ¿Dentro de cuántos años aproximadamente el valor del sistema será nulo, considerándolo contablemente?

**Resolución:**

- Para hallar el modelo matemático, antes completamos la siguiente tabla, teniendo en cuenta que varía linealmente

Valor (S/.)	20 000				45 000	...	
tiempo	8	7	6	5	4	...	0

Blue arrows indicate a difference of 25 000 between the values at t=8 and t=4, and a difference of 4 years between t=8 and t=4.

Si al valor en soles del automóvil le asignamos la letra "v" y al tiempo "t".

El modelo matemático es:  $v = \text{_____} \cdot t + \text{_____}$

- Según el modelo matemático, el costo inicial del automóvil fue de \_\_\_\_\_ soles.
- Si Reemplazamos en el modelo matemático el valor de 10 en "t", obtenemos:
- La depreciación del sistema por año es \_\_\_\_\_ soles.
- Hacemos  $v = 0$  y obtenemos la ecuación: \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = 0  
T = \_\_\_\_\_

Luego, el tiempo aproximado será de \_\_\_\_\_ años.

- El gimnasio Power Gym cobra un derecho de inscripción de 260 soles y una mensualidad de 120 soles, mientras que el gimnasio Gym Extreme cobra 140 soles por derecho de inscripción y 160 soles de mensualidad. Ambos gimnasios se ubican en la misma avenida, tienen instalaciones semejantes y las mismas máquinas. ¿Por cuántos meses se paga la misma cantidad en ambos gimnasios?

**Resolución**

- a. Determinamos la función de lo que se paga en Poer Gym en  $t$  meses.

$$P(t) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} t$$

- b. Determinamos la función de lo que se paga en Gym Extreme en  $t$  meses.

$$P(t) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} t$$

- c. Igualamos ambas funciones para averiguar por cuántos meses se paga lo mismo en los dos gimnasios.

$$\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} t = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} t$$

Luego:  $t = \underline{\hspace{2cm}}$  meses.

3. La utilidad anual en soles de un almacén de neumáticos está representado por "u" y puede estimarse por medio de la función  $v(n) = 20n - 30\,000$ , en la que "n" es el número de neumáticos vendidos por año.

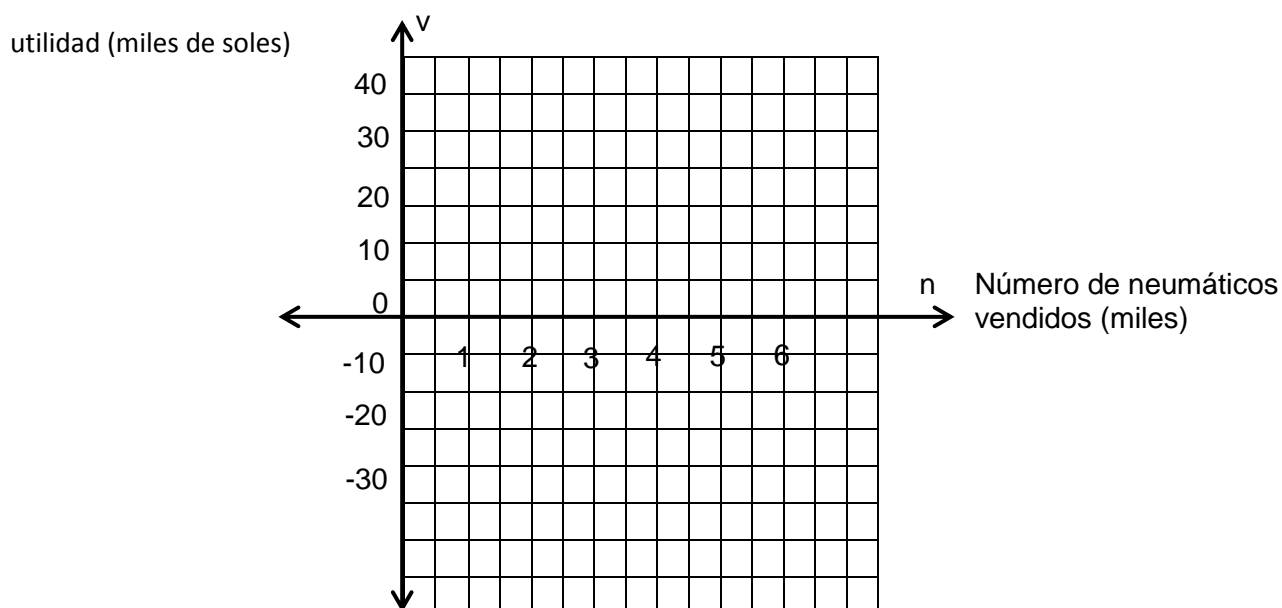
- a) Dibuja una gráfica de la utilidad, en relación con los neumáticos vendidos anualmente.

- b) Estima el número de neumáticos que se deben vender para que la compañía no pierda ni gane.

- c) Estima el número de neumáticos vendidos, si la compañía tuvo una utilidad de 70 000 soles.

**Resolución:**

- a) Comprendiendo el problema, el número de neumáticos vendidos representa la variable independiente y lo ponemos en el eje horizontal, mientras que en el eje vertical ubicamos la utilidad que representa la variable dependiente. Si 30 000 representa la ordenada en el origen y 20 la pendiente, entonces el gráfico será el siguiente:



- b) Para estimar el número de neumáticos que se debe vender para que la compañía no gane ni pierda hacemos  $v = 0$

$$0 = \underline{\hspace{1cm}} n - \underline{\hspace{1cm}}$$
$$n = \underline{\hspace{1cm}}$$

Respuesta: \_\_\_\_\_

- c) En este caso reemplazamos  $v = 70\,000$

$$70\,000 = \underline{\hspace{1cm}} n - \underline{\hspace{1cm}}$$
$$n = \underline{\hspace{1cm}}$$

Respuesta: \_\_\_\_\_

## PRACTICAMOS

1. Un autobús sale de la ciudad de Lima y se dirige a Huancayo a una velocidad promedio de 80 km/h. Una hora después, sale otro autobús también de la ciudad de Lima y con la misma dirección y destino que el anterior, a una velocidad promedio de 90 km/h. ¿En cuánto tiempo y a qué distancia de la ciudad de Lima alcanzará el segundo autobús al primero?
2. Una empresa vende un producto en S/. 65 la unidad. Los costos por unidad son de S/. 20 por materiales y S/. 27.50 por trabajo. Los costos fijos anuales son S/. 100 000. ¿Cuál es la función de la utilidad de la empresa y cuánto de utilidad se obtuvo, si la venta anual fue de 20 000 unidades?
3. Los lados de un cuadrado de 3 centímetros de longitud se aumentan “x” centímetros.
  - a) ¿Cuál es la función que relaciona el perímetro con el lado del cuadrado?
  - b) Si el perímetro fue de 104 cm, ¿cuánto se le aumentó a cada lado del cuadrado original?
  - b) Representa la gráfica de la función.
4. Jorge consigue un trabajo en telefonía móvil donde le pagan diariamente. Por día, le pagan 15 soles, adicionalmente le dan 2 soles por cada chip de celular que vende. ¿Cuál es el modelo matemático que representa dicha situación y cuántos chips de celular vendió si recibió ese día la suma de 43 soles?
  - a)  $f(x) = 15x + 2$  ; 8 chips
  - b)  $f(x) = 15 + 2x$  ; 14 chips
  - c)  $f(x) = 15 + 2x$  ; 29 chips
  - d)  $f(x) = 2x$  ; 21 chips
5. Un técnico en computación instala un negocio de reparación de computadoras y asesoría en cómputo. Después de hacer cálculos, estima que el costo mensual por mantener el negocio, se describe con la ecuación:  $y = 20x + 460$ , donde x es el número de clientes. Asimismo, concluye que sus ingresos mensuales se representan con la ecuación:  $y = 65x - 1 700$ . ¿Cuántos clientes necesita para no ganar ni perder dinero y cuánto ganaría si tuviera 74 clientes?
  - a) 48 clientes; 1 170 soles
  - b) 28 clientes; 1170 soles
  - c) 26 clientes; 1170 soles
  - d) 84 clientes; 1170 soles

## EL DELFIN MULAR O PICO DE BOTELLA.

El delfín mular mide 1.5 metros al nacer y pesa alrededor de 30 kilogramos. Los delfines jóvenes son amamantados durante 15 meses, al final de dicho periodo estos cetáceos miden 2.7 metros y pesan 375 kilogramos.

6. Siendo L la longitud en metros y P el peso en kilogramos de un delfín mular de t meses, expresa L en términos de t, si la relación entre L y t es lineal.
  - a)  $L = \frac{2}{25} \cdot t + \frac{3}{2}$
  - b)  $L = \frac{1}{25} \cdot t + \frac{3}{2}$
  - c)  $L = \frac{25}{2} \cdot t + \frac{2}{3}$
  - d)  $L = \frac{2}{25} \cdot t + \frac{1}{2}$
7. De acuerdo con la información dada acerca del delfín mular, ¿Cuál es el aumento diario de la longitud para un delfín joven?
  - a) 0,0267 m
  - b) 0,00267 m
  - c) 0,00276 m
  - d) 0,0276 m
8. El precio de una radio es de S/. 200 al contado, pero si lo compra en cuotas, le cobra un interés mensual fijo de S/. 11. ¿Cuál es la expresión matemática que representa la relación del costo de la radio con el número de cuotas y cuánto debe pagarse si se compra en 12 cuotas?
  - a)  $y = 11x$ ; 132 soles.
  - b)  $y = 200 + 11x$ ; 200
  - c)  $y = 200 + 11x$  ; 332 soles
  - d)  $y = 200 + 11x$ ; 211



9. Una empresa en la que se fabrican computadoras tiene por concepto de pago de luz, agua y renta del local, una cantidad mensual fija de S/. 2 500 y por cada computadora producida gasta 900 soles por materia prima y 350 soles por mano de obra. Si vende cada computadora a S/ 1500, ¿cuál es la utilidad al vender 300 computadoras al final del mes?
- a) 102 500 soles.
  - b) 72 500 soles.
  - c) 267 500 soles
  - d) 75 200 soles.

10. El padre de familia de un estudiante de segundo grado le enseña a su hijo la factura de gas natural que llegó, y le pide que le ayude a averiguar el costo del  $m^3$  de gas y la fórmula para calcular el costo total del recibo en función de los  $m^3$  de gas consumido.

- a.  $0,15; f(x) = 7,74 + 0,15x$
- b.  $15; f(x) = 7,74 + 15x$
- c.  $0,15; f(x) = 0,15 + 7,74x$
- d.  $15; f(x) = 15 + 7,74x$

**Conceptos**

Cargo fijo	S/. 7,74
Consumo (111 $m^3$ )	S/. 16,65
Total	S/. 24,39

## SESIÓN DE REFUERZO N° 5

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Transformaciones geométricas con azulejos”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	7 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones	✓ Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combina transformaciones geométricas.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	✓ Grafica transformaciones geométricas de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	✓ Plantea conjeturas con respecto a las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	✓ Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas utilizando recursos gráficos y otros.

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>1. El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego, presenta la situación problemática entregando la ficha respectiva: <b>TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS CON AZULEJOS</b>, invita a los estudiantes que comenten sobre lo observado en la imagen presentada en la situación problemática. El docente anota las participaciones espontáneas.</p> <p>2. A continuación, los estudiantes responden las preguntas presentadas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cómo son las figuras que observas en los azulejos?</li> <li>✓ ¿Se pueden observar cambios de posición con respecto a una figura determinada en los diseños de los azulejos?</li> <li>✓ ¿Qué se entiende por transformaciones geométricas?</li> <li>✓ ¿Qué transformaciones geométricas se han aplicado en las paredes del convento de Santo Domingo?</li> <li>✓ ¿Conoces otro tipo de transformaciones geométricas?</li> </ul> <p>3. El docente recibe las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: <b>Expresar y graficar modelos que combinan transformaciones geométricas de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula.</b></p>	<p>Pizarra, plumones Ficha de trabajo</p> <p>Imagen digital</p>	10 m

Desarrollo

### Aprendemos

En esta sección, el docente indica formar equipos de trabajo de cuatro integrantes cada uno. Luego presenta la siguiente imagen:



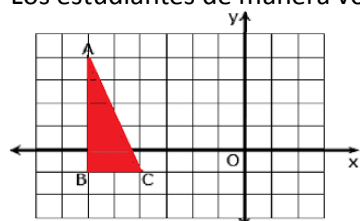
Pregunta, **¿Qué paso con el automóvil?, ¿Cambio de forma? ¿Cambio de tamaño? ¿Qué significa traslación?**

Los estudiantes responden a través de la lluvia de ideas, se movió, se desplazó, cambió de lugar, se trasladó, etc. Así mismo responden que el automóvil no cambio de forma ni de tamaño.

La **traslación** es una transformación geométrica que se realiza en el plano. En esta transformación, las figuras solo cambian su posición, es decir, solo es un cambio de lugar. Su orientación, tamaño y formas se mantienen.

El docente presenta en geogebra el sistema, luego ubica un triángulo y solicita a los estudiantes que realicen la traslación al vector:  $(5,1)$ ;  $(3,2)$ ;  $(-2,5)$ .

Los estudiantes de manera voluntaria realizan la traslación.



El docente a manera de ejemplo presenta la siguiente situación:

María desea colocar un cuadro en la sala de su casa, para ello clava dos clavos en la pared a cada extremo del cuadro, al verificar si quedó bien, se da con la sorpresa que se salió el clavo de la parte derecha y el cuadro se inclinó como muestra la figura 2.



El docente realiza las siguientes preguntas:

**¿Qué ocurrió con el cuadro?, ¿Cuántos grados rotó el cuadro?, ¿Qué significa rotación?**

Los estudiantes responden a través de la lluvia de ideas.

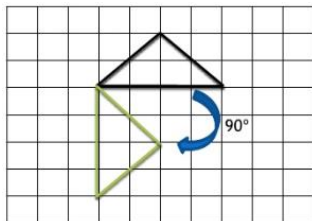
Las **rotaciones** o giros son movimientos en el plano que realizan las figuras alrededor de un punto fijo. En las rotaciones las figuras conservan su forma, tamaño y ángulos. Las transformaciones por rotación pueden ser positivas o negativas dependiendo del sentido del giro.

El docente presenta el sistema de coordenadas e geogebra y luego ubica un triángulo y solicita a los estudiantes que realicen la

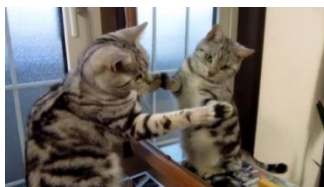
Ficha de trabajo

30 m

rotación en sentido horario de  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ .



Luego el docente presenta la imagen donde se observa la reflexión de un gato en el espejo y realiza las siguientes preguntas:



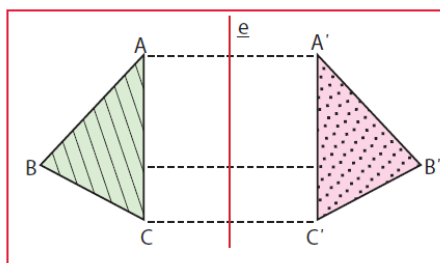
**¿Qué sucede cuando el gato se asoma al espejo?**

**¿Cambia su forma? ¿Cambia su tamaño?**

Los estudiantes dan sus respuestas de manera espontánea.

Luego se solicita que realicen la lectura de la página 53 para analizar el texto y así pueda verificar que las respuestas dadas a la situación inicial sean las correctas. El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende **asociar la teoría básica** con las preguntas realizadas.

La **reflexión** es la imagen de un objeto o ser vivo que se muestra en el espejo. Para obtener la reflexión de una figura, se utiliza una recta, que recibe el nombre de eje de reflexión



Además el docente propone la siguiente interrogante:

**¿Cómo podemos determinar el perímetro y área de polígonos regulares?**

La respuesta a esta pregunta la comparte en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios.

**Analizamos**

A continuación el docente indica que cada uno de los estudiantes analice los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue, para de esta manera explicárselo a sus otros compañeros de grupo. El docente puede explicar alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.

**Practicamos**

Con la finalidad de afianzar los aprendizajes, los estudiantes

Ficha de  
trabajo  
(Problemas  
resueltos)

20 min

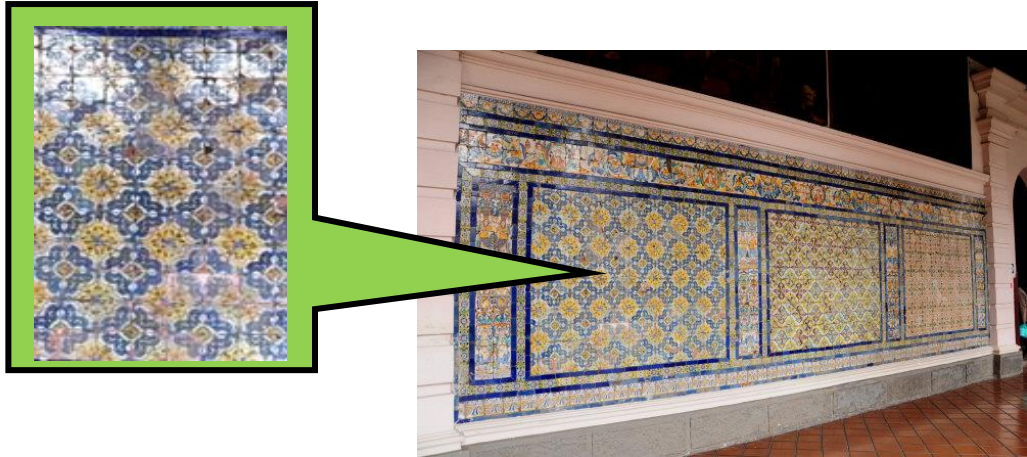
	<p>resolverán 10 de los problemas propuestos.</p> <p>El docente debe acompañara a los equipos de trabajo gestionando el aprendizaje y absolviendo dudas (evaluación formativa). Se recomienda a los estudiantes realizar los procedimientos de manera legible y en forma individual.</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes entregaran la solución de los problemas consignando sus datos respectivos.</p> <p>El docente podría aplicar la heteroevaluación o podría aplicar la coevaluación o autoevaluación.</p>	Ficha de trabajo (Problemas propuestos)	50 min								
<b>Cierre</b>	<p>Para el cierre de la sesión el docente entrega a cada estudiantes el siguiente cuadro de doble entrada:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%; padding: 5px;">¿Qué aprendiste?</td> <td style="width: 25%; padding: 5px;">¿Qué parte de la sesión te ha parecido más complicado?</td> <td style="width: 25%; padding: 5px;">¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de los problemas?</td> <td style="width: 25%; padding: 5px;">¿Cómo aplicas lo aprendido en tu vida diaria?</td> </tr> <tr> <td style="height: 30px;"></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Las transformaciones geométricas nos permite realizar composiciones artísticas.</li> <li>- En la traslación solo cambia la posición de la figura, pero su orientación, tamaño y forma se mantienen.</li> <li>- En la rotación se debe tener en cuenta el giro del ángulo positivo o negativo.</li> <li>- En la simetría se invierten la figura con respecto a un eje de simetría.</li> <li>- La homotecia nos permite hacer ampliaciones y reducciones a partir de una figura.</li> </ul>	¿Qué aprendiste?	¿Qué parte de la sesión te ha parecido más complicado?	¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de los problemas?	¿Cómo aplicas lo aprendido en tu vida diaria?					Ficha de Metacognición	10 min
¿Qué aprendiste?	¿Qué parte de la sesión te ha parecido más complicado?	¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de los problemas?	¿Cómo aplicas lo aprendido en tu vida diaria?								

EVALUACION		
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS
Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones	✓ Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combina transformaciones geométricas.	✓ 1, 9, 13
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	✓ Grafica transformaciones geométricas de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula.	✓ 2, 6, 7, 14, 15
Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	✓ Plantea conjeturas con respecto a las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación.	✓ 3, 4, 8
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	✓ Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas utilizando recursos gráficos y otros.	✓ 5, 10, 11, 12

## Ficha de trabajo: “Transformaciones geométricas con azulejos”

En pleno centro trujillano se encuentra el convento de Santo Domingo. En su interior se puede observar, en la decoración del patio, esplendidos azulejos que fueron traídos desde Sevilla, ciudad en la que los fabricó el taller de Hernando de Valladares. Los azulejos sevillanos fueron colocados utilizando algunas transformaciones geométricas.

El enorme claustro está decorado por azulejos en todas sus paredes hasta una altura de 240 cm. y que culmina en una cenefa en la que se representan los grandes personajes de la orden dominica. En los grandes paneles de azulejos sevillanos se intercalan algunos de tipo limeño y que se caracterizan por una superficie más porosa y sin el vidriado de los españoles.



1. ¿Cómo son las figuras que ves en los azulejos?  
\_\_\_\_\_
2. ¿Se pueden observar cambios de posición con respecto a una figura determinada en los diseños de los azulejos?  
\_\_\_\_\_
3. ¿Qué se entiende por *transformaciones geométricas*?  
\_\_\_\_\_
4. ¿Qué transformaciones geométricas se han aplicado en las paredes del convento de Santo Domingo?  
\_\_\_\_\_
5. ¿Conoces otros tipos de transformaciones geométricas?  
\_\_\_\_\_

### **Aprendemos:**

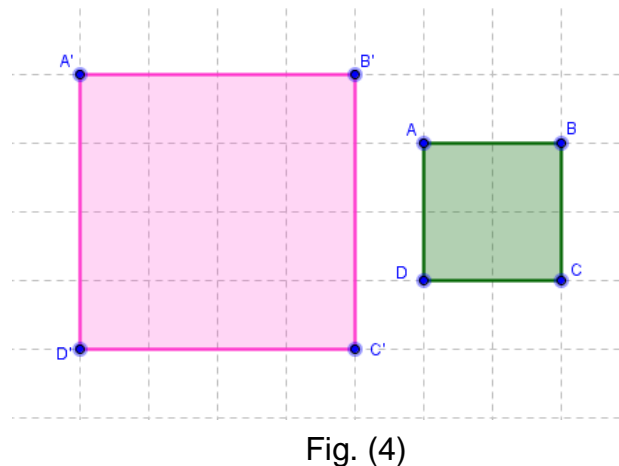
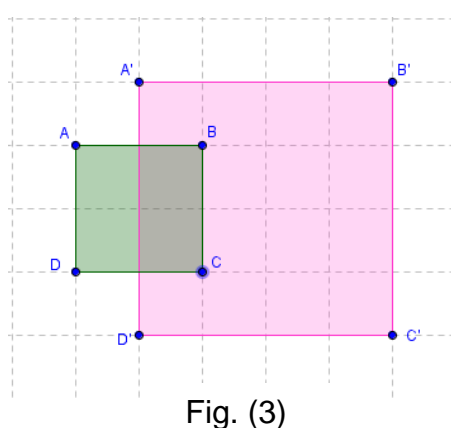
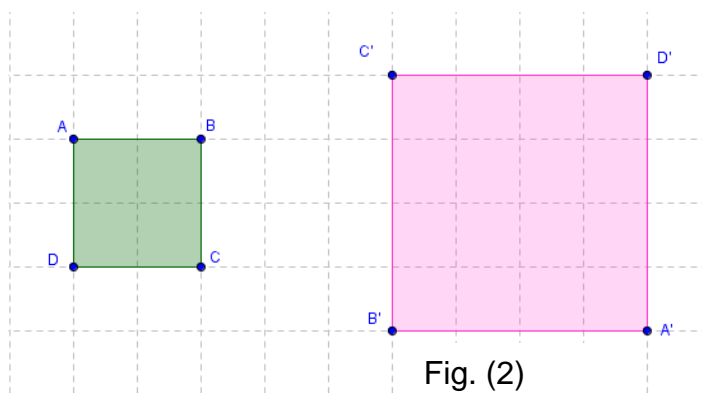
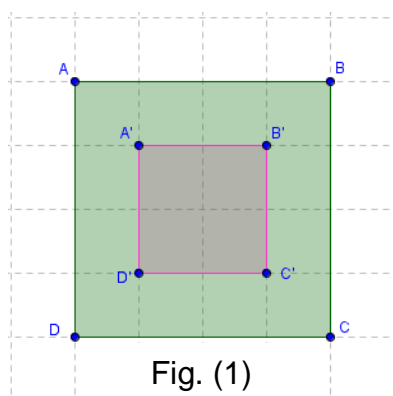
Respecto a la situación planteada “Transformaciones geométricas con azulejos”, se observan que los diseños utilizados en las paredes están formados por cuatro azulejos los cuales para la decoración de toda la superficie se aplican las transformaciones geométricas: simetría, traslación y rotación.

## TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS

TRASLACIÓN	<p>Es una transformación geométrica que se realiza en el plano. En esta transformación, las figuras solo cambian su posición, es decir, solo cambian de lugar. Su orientación, tamaño y formas se mantienen.</p>	
ROTACIÓN O GIRO	<p>Es una transformación en la que los movimientos de la figura alrededor de un punto fijo en el plano. En las rotaciones, las figuras conservan su forma, tamaño y ángulos. Si el giro es en sentido anti horario, será positivo, y será negativo cuando sea un sentido horario.</p>	
SIMETRÍA	<p>Son aquellas transformaciones que invierten los puntos y figuras del plano, puede ser respecto de un punto (simetría central o puntual) o respecto de una recta (simetría axial)</p>	<p>La cancha de fútbol es simétrica</p> <p style="text-align: center;">Eje de reflexión</p>
HOMOTECIA	<p>Es la transformación geométrica que no tiene una imagen congruente, ya que, a partir de una figura dada, se obtiene una o varias figuras de mayor o menor que la figura inicial. Para ello se parte de un punto escogido arbitrariamente, el cual se llama centro de homotecia (O). Desde él se trazan tanto segmentos de recta como vértices tenga la figura que se va a transformar. Se debe considerar la razón de homotecia (k), que viene a ser la escala en la que se realiza la reproducción.</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Ampliación</p> <math display="block">K = \frac{\text{Razón de homotecia}}{=2}</math> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Reducción</p> <math display="block">K = \frac{\text{Razón de homotecia}}{= \frac{1}{2}}</math> </div> </div>

## Analizamos

1. Señala el centro (o) y la razón de homotecia en los siguientes casos.



## RESOLUCIÓN

Se considera a los cuadrados ABCD como la figura original y los cuadrados A'B'C'D' como la figura transformada de acuerdo a una razón.

Para determinar el centro de homotecia trazamos rectas que pasen por los vértices A y A', B y B', y así sucesivamente; el punto de intercepción será el centro de homotecia.

La razón de homotecia (k) se calcula:

$$\frac{\text{Medida de lado original}}{\text{Medida del lado transformado}} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{AD}{A'D'} = K$$

Si los vértices están a un mismo lado del centro de homotecia (O), se dice que la homotecia es directa, por lo tanto la razón será positiva.

Si los vértices están a distinto lado del centro de homotecia (O), se dice que la homotecia es inversa, por lo tanto la razón será negativa.

Entonces:

En la figura 1: la razón de homotecia es: \_\_\_\_\_ porque: \_\_\_\_\_

En la figura 2: la razón de homotecia es: \_\_\_\_\_ porque: \_\_\_\_\_

En la figura 3: la razón de homotecia es: \_\_\_\_\_ porque: \_\_\_\_\_



En la figura 4: la razón de homotecia es: \_\_\_\_\_ porque: \_\_\_\_\_

2. Observa la siguiente figura:



¿Cuál de las siguientes figuras se obtiene al aplicarle una rotación de centro O y ángulo de giro de  $90^\circ$ ?



(a)



(b)



(c)



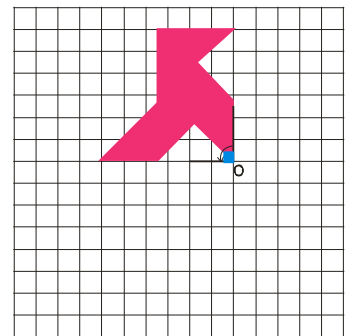
(d)

**RESOLUCIÓN:**

Cuando no se indica el sentido de giro, se entiende que es anti horario (+).

Desde el punto O, se hace el giro de  $90^\circ$  con ayuda del transportador.

Por tanto, la respuesta es la figura C.



3. Se desea enchapar el piso del parque municipal con el siguiente diseño. ¿Podrías determinar qué tipo de transformación geométrica se realizaron para ubicar las piezas desde la A hasta la F?

**Resolución:**

Desde la posición A hasta la posición F, la transformación geométrica utilizada ha sido la rotación, con respecto a un punto.

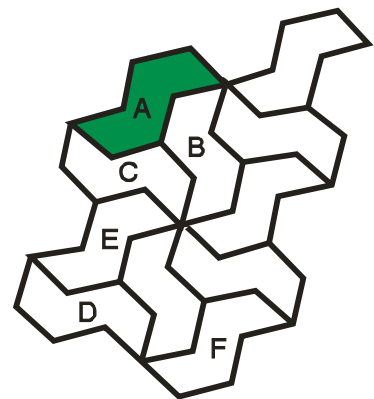
Desde A hasta B: Rotación  $60^\circ$  Anti horario

Desde B hasta C: \_\_\_\_\_

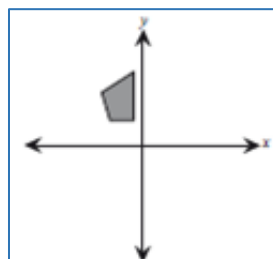
Desde C hasta D: \_\_\_\_\_

Desde D hasta E: \_\_\_\_\_

Desde E hasta F: \_\_\_\_\_



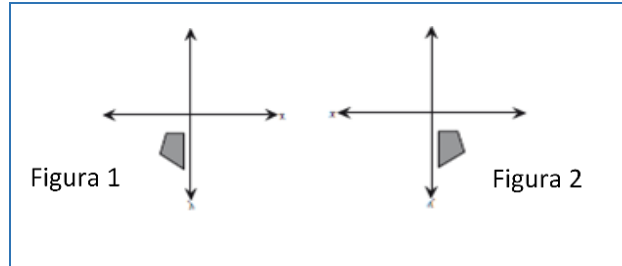
4. La siguiente figura muestra un polígono irregular ubicado en uno de los cuadrantes del plano cartesiano:



¿Cómo quedará finalmente la figura si se aplican dos movimientos sucesivos: el primero, una reflexión respecto al eje  $X$ , y luego un reflexión con respecto al eje  $Y$ ?

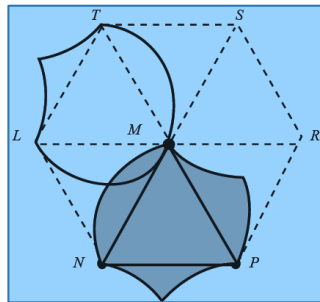
**Resolución**

Sabemos que si consideramos al eje  $X$  como eje de reflexión, la figura tendrá que reflejarse hacia abajo, como en la figura 1. Y si a este resultado le aplicamos una reflexión tomando como punto el eje  $Y$ , el polígono regular tendrá que reflejarse hacia la derecha, y quedará como la figura 2:



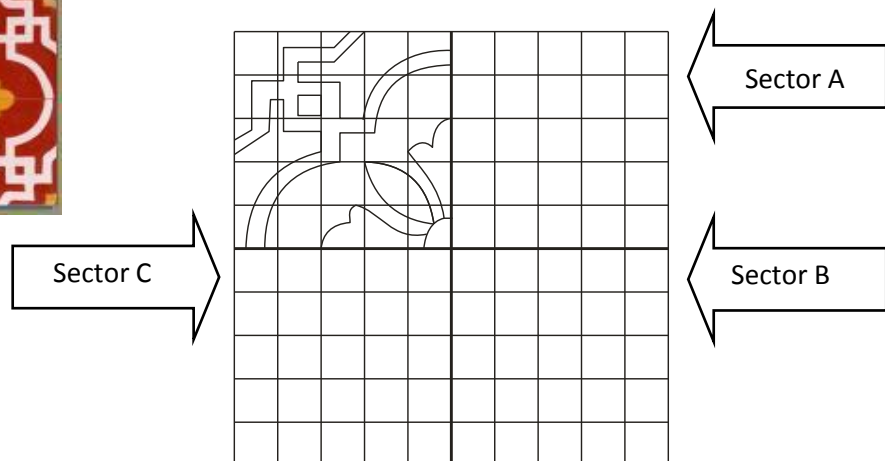
**PRACTICAMOS**

1. Para la decoración del aula, Patricia decide hacer figuras sobre un hexágono regular. En la imagen siguiente, se observa una región sombreada y la silueta que resulta de aplicarle un movimiento a dicha región.



Señala qué movimiento se le aplicó a la región sombreada para obtener su imagen.

- a. Una reflexión tomando como eje el segmento  $\overline{NS}$ .
  - b. Una reflexión tomando como eje el segmento  $\overline{LR}$ .
  - c. Una rotación de  $30^\circ$  con centro en el punto  $L$ .
  - d. Una rotación de  $120^\circ$  con centro en el punto  $M$ .
2. Usa la siguiente cuadrícula y dibuja el mosaico mostrado, sombrea de modo que el sombreado reproduzca la composición dada.

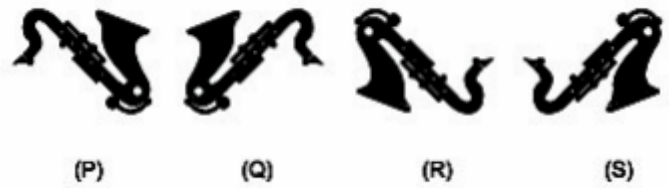


- a) ¿Qué tipo de transformación geométrica has empleado en el sector A?

b) ¿Qué tipo de transformación geométrica has empleado en el sector B?

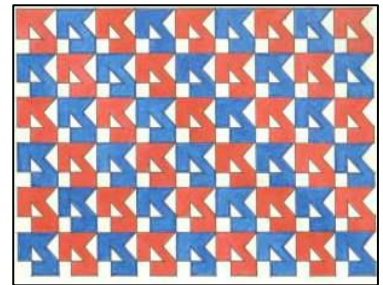
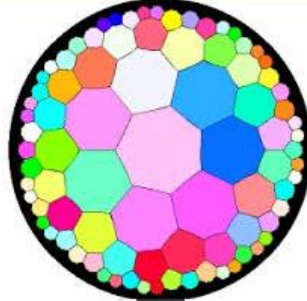
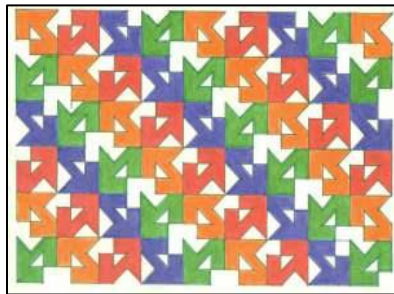
3. Considere la siguiente figura:

- I) Q es una traslación de P
- II) R es una rotación en  $180^\circ$  de P
- III) S es un rotación en  $180^\circ$  de R.



- a) Sólo II
- b) Sólo III
- c) Sólo I y II
- d) Sólo II y III

4. Por aniversario del IE Juan Pablo, se convocó al concurso de diseños artísticos, quedando tres finalistas. Relaciona los diseños finalistas con el tipo de transformación geométrica utilizado.

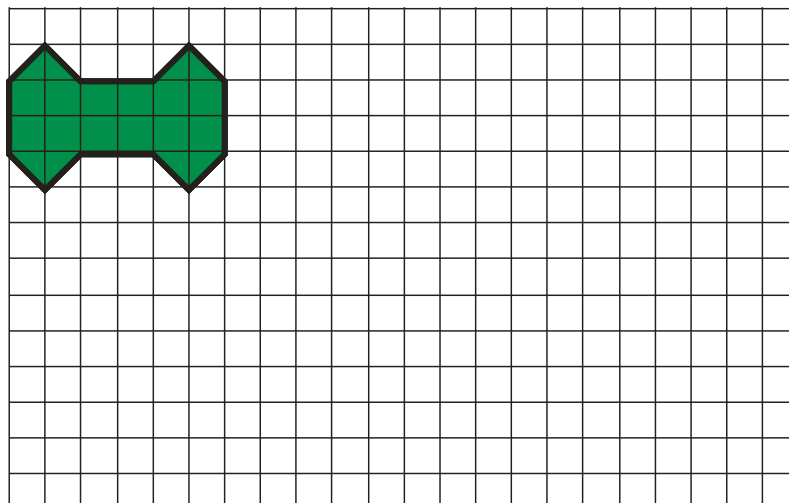


↑  
Traslación

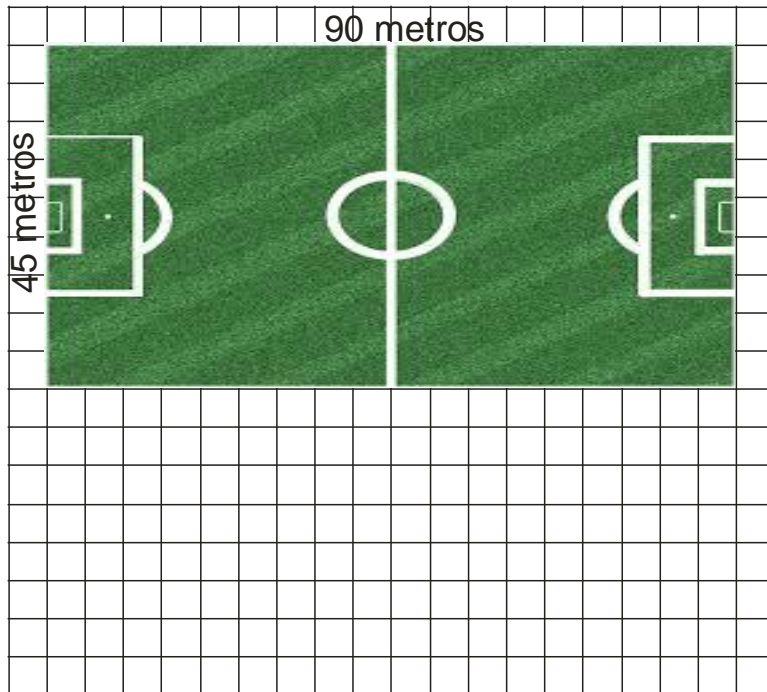
↑  
Rotación

↑  
Homotecia

5. A partir del diseño mostrado, completa toda la cuadrícula utilizando las transformaciones geométricas más convenientes.



6. La figura muestra las medidas de un campo de futbol de una asociación comunal, Felipe quiere realizar la representación reduciendo las medidas en su tercera parte. Grafica el campo de futbol y ¿cuánto mide el perímetro del campo reducido?

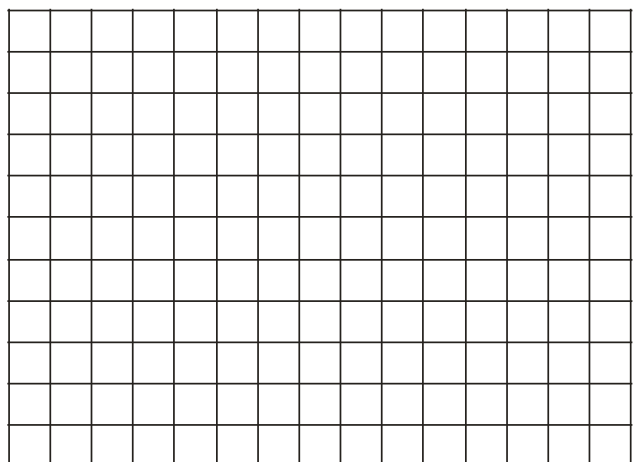
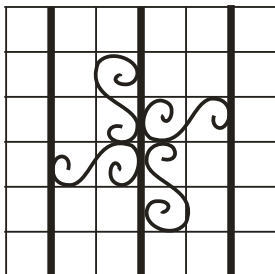


- a) 60 m
- b) 90 m
- c) 135m
- d) 270 m

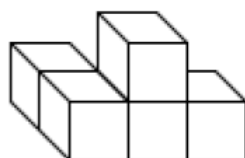
7. Gerardo necesita cercar su jardín y decide elaborar una reja utilizando las transformaciones geométricas. Diseña dos modelos diferentes de reja decorativa a partir de figura mostrada, similares al diseño de abajo.

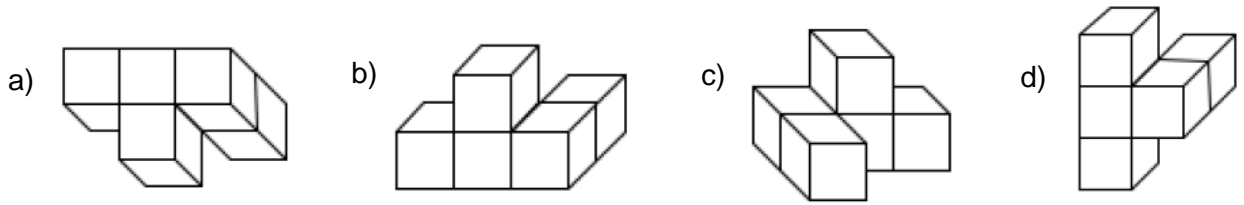


Similares al diseño mostrado.

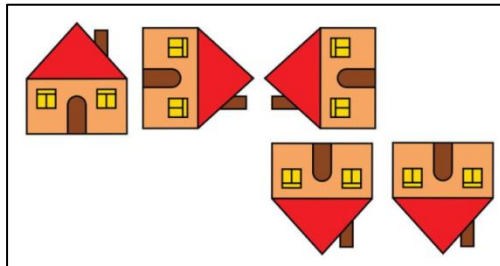


8. ¿Cuál de las siguientes sería una imagen de la figura original bajo rotación?

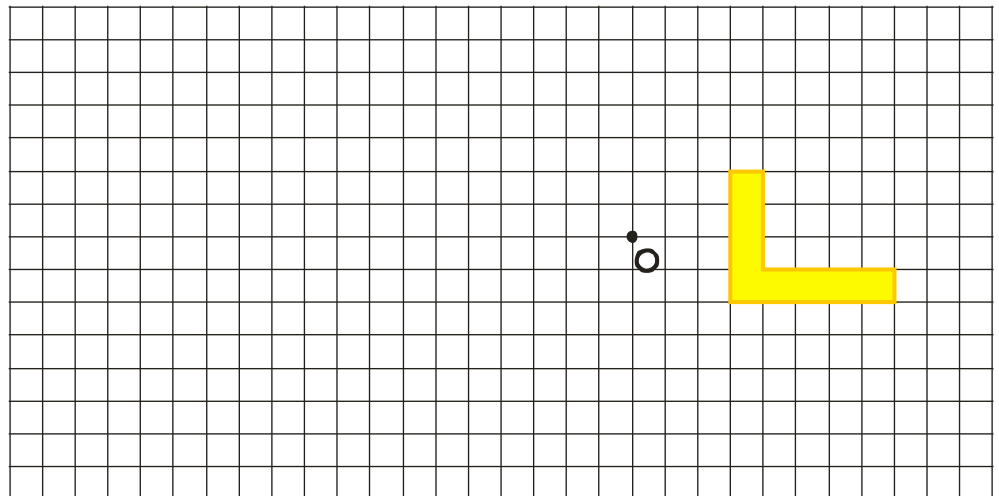




9. Encuentre el patrón con el que fueron generadas las figuras. ¿Cuál sería la figura que sigue?



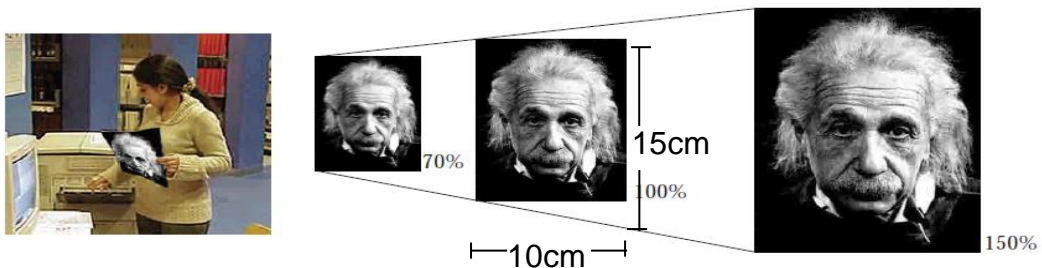
10. Si a la siguiente figura le haces una homotecia cuyo centro sea O y su razón sea  $-2$ . Representa la figura que obtendrías dentro de la cuadrícula y determina su perímetro. Considerar



- a) 100 cm
- b) 150 cm
- c) 180 cm
- d) 200 cm

### Homotecia y tecnología

Al fotocopiar la fotografía de Albert Einstein con la finalidad de colocarlo en el periódico mural del aula de 2do grado de secundaria se pide una ampliación, pero la encargada de fotocopiar dicha foto, por error programa a la fotocopiadora un zoom del 70%.



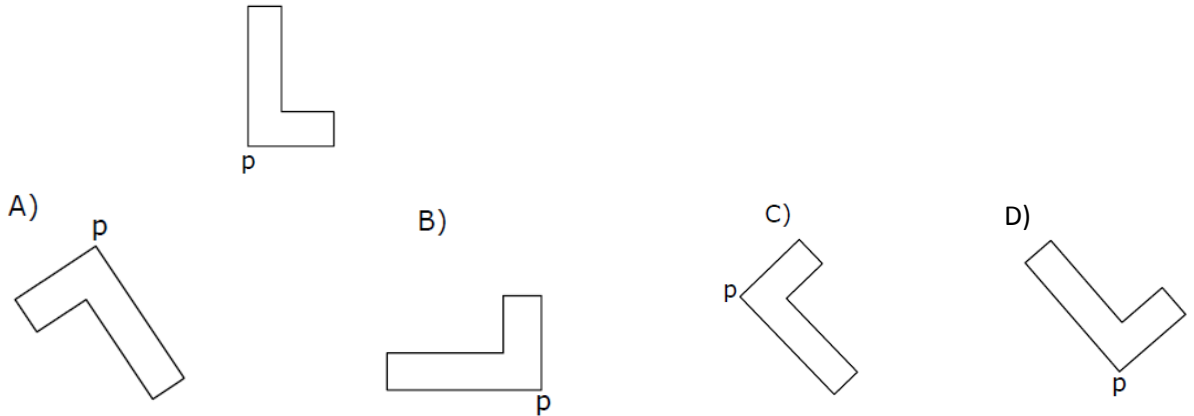
11. ¿Cuáles son sus dimensiones?

- a) 10,5 x 7 cm    b) 9 x 6 cm    c) 7,5 x 5 cm    d) 6 x 5 cm

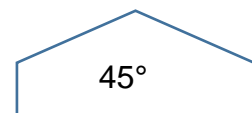
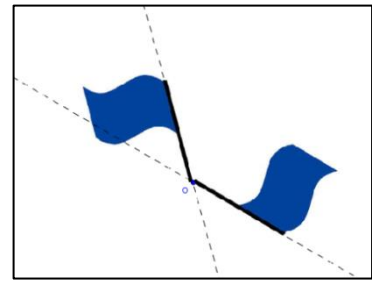
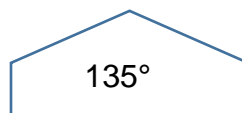
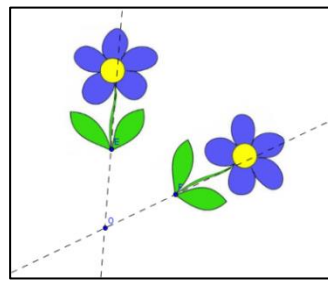
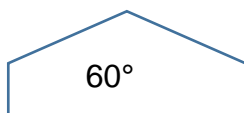
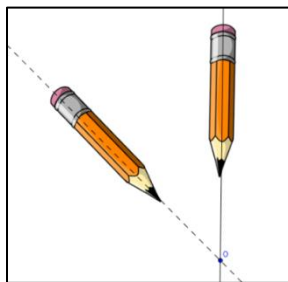
12. Si se programa la fotocopidora a un 150%. ¿Cuáles serían las dimensiones de la fotografía obtenida?

- a) 30 x 20 cm    b) 25 x 8 cm    c) 22,5 x 15 cm    d) 20 x 10 c

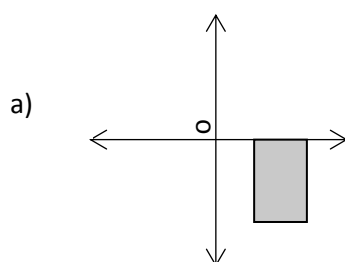
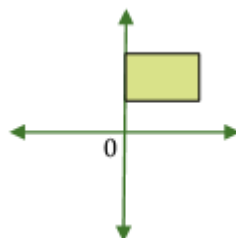
13. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa una rotación de la figura en  $45^\circ$  con centro P?



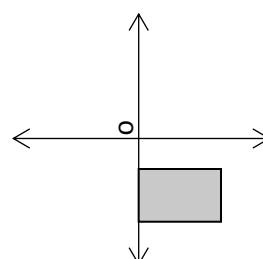
14. Con el transportador determina el ángulo de giro de las figuras mostradas y relaciona su medida.



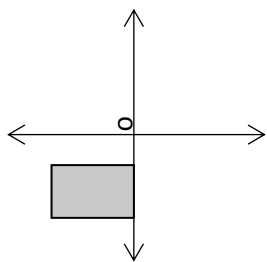
15. ¿Cuál de las siguientes opciones muestra el resultado de rotar la figura en  $180^\circ$  sentido horario alrededor del punto O?



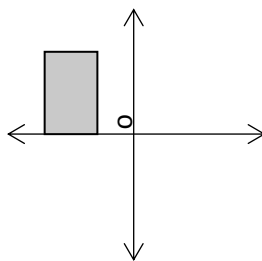
b)



c)



d)

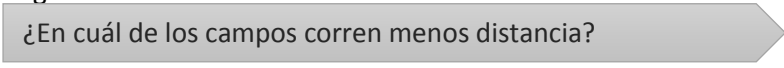
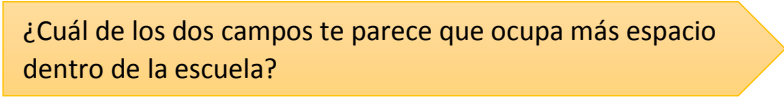
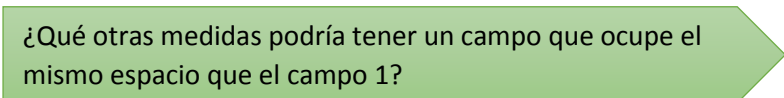


## SESIÓN DE REFUERZO N° 6

**TÍTULO DE LA SESIÓN: “La importancia del calentamiento muscular previo a realizar un deporte”**

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	9 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	✓ Calcula el perímetro y área de figuras poligonales regulares y compuestas, triángulos, círculos componiendo y descomponiendo en otras figuras cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	✓ Describe el desarrollo de prismas, pirámides y conos considerando sus elementos.

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>1.El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes, comunica las actividades que van a realizar durante la sesión, forman equipos de trabajo de cuatro estudiantes.</p> <p>2.El docente escribe en la pizarra: <b>¿ustedes creen que es importante realizar el calentamiento corporal antes de jugar un partido de fútbol o vóley?</b> y solicita a los estudiantes que manifiesten sus opiniones, de esta manera propicia la reflexión sobre el cuidado de su cuerpo y la salud.</p> <p>3.El docente reparte las fichas de trabajo e invita a un voluntario dar lectura de la situación problemática, <b>“La importancia del calentamiento muscular previo a realizar un deporte”</b>. El docente pega carteles en la pizarra con las siguientes preguntas:</p> <p style="text-align: center;">      </p> <p>4. Los estudiantes dialogan y escriben sus respuestas en carteles y luego las colocan en la pizarra</p> <p>5. El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión que consiste en: <b>Calcular el perímetro y área de polígonos en situaciones de la vida y describir el desarrollo de prismas, pirámides y conos.</b></p>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Ficha de trabajo</p> <p>papelografos, plumones, masking.</p>	10 m



**Desarrollo**

**Aprendemos**

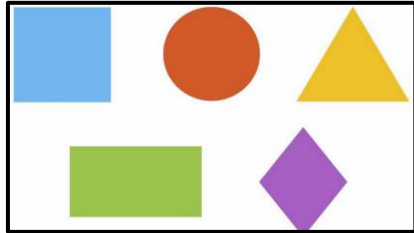
El docente para rescatar los saberes previos realiza las siguientes preguntas:

- ✓ ¿Qué entiendes por perímetro?
- ✓ ¿Cuál es el perímetro del campo 1?
- ✓ ¿Qué entienden por área?
- ✓ ¿Cuál será el área del campo 1?
- ✓ ¿Por qué los resultados del cálculo de áreas se dan en unidades cuadráticas?
- ✓ ¿Qué fórmulas para calcular áreas te acuerdas?

Los estudiantes responden con lluvia de ideas y el docente sistematiza la información

**Perímetro:** Es la suma de todas las longitudes de los lados de una figura geométrica.  
**Área:** es una medida de extensión de una superficie, expresada en unidades de medida denominadas unidades de superficie.

El docente reparte papelotes, plumones, reglas y diferentes figuras geométricas a cada mesa de trabajo de acuerdo a las páginas 62 y 63 de la ficha de trabajo, a partir de los cuales los estudiantes hallaran el perímetro y el área de la figura asignada.



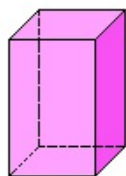
Al concluir el trabajo procederán a exponer sus conclusiones y el docente sistematiza la información.

El docente debe incidir en lo siguiente: ***“La superficie es la porción de plano contenida dentro de una línea cerrada y el área es la medida de esa superficie”***

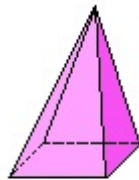
Luego el docente presenta tres sólidos geométricos a los estudiantes y lanza las siguientes preguntas:

- ✓ ¿Cómo se llaman?
- ✓ ¿Cuáles son sus elementos?

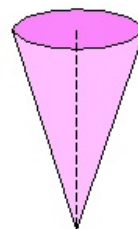
Los estudiantes responden con lluvia de ideas y con ayuda de la ficha logran identificar los sólidos y sus elementos.



**Prisma recto**



**Pirámide**



**Cono**

Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios. Se responde a las interrogantes.

Luego el docente indica que vuelvan a resolver el problema: **“la importancia del calentamiento muscular previo a realizar un**

Ficha de trabajo (Teoría básica)

30 min

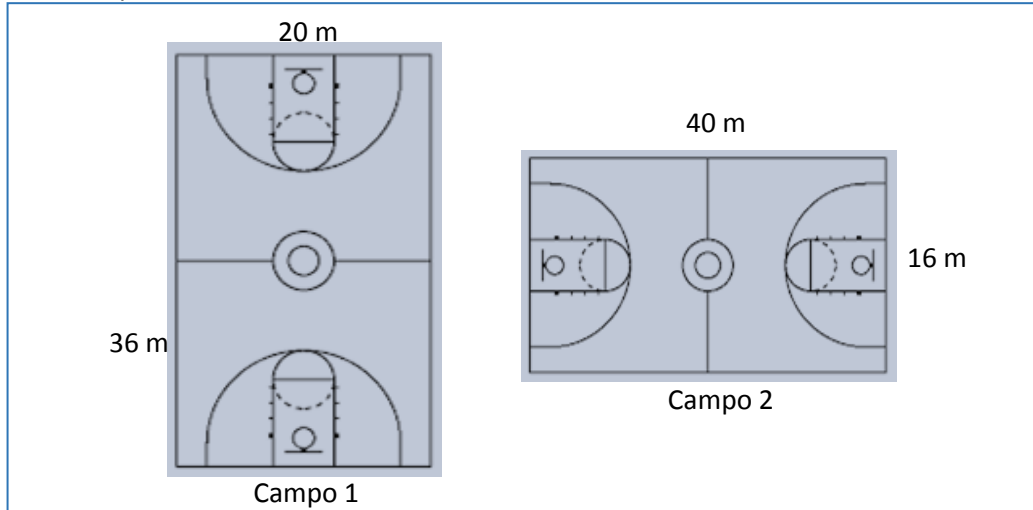
papelote plumones

	<p><b>deporte”</b> y comprueban sus resultados con los mostrados inicialmente.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>A continuación en equipos de 4 estudiantes, el docente indica que cada uno de ellos analice dos de los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue, para de esta manera explicárselo a sus otros 3 compañeros. El docente puede explicar alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil, o hacer que algún estudiante explique los procedimientos realizados.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>Con la finalidad de afianzar los aprendizajes, los estudiantes resolverán 10 o más de los problemas propuestos, según los ritmos y estilos de aprendizaje.</p> <p>El docente debe garantizar la resolución de los problemas 2, 3, 5, 9 y 10 para lo cual indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos, durante dicho tiempo el docente acompañara a los equipos de trabajo gestionando el aprendizaje y absolviendo dudas (evaluación formativa).</p> <p>El docente recomienda a los estudiantes realizar los procedimientos de manera legible y en forma individual.</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes entregaran la solución de los problemas consignando sus datos respectivos.</p>	Ficha de trabajo (Problemas resueltos)	20 min
		Ficha de trabajo (Problemas propuestos)	50 min
<b>Cierre</b>	<p>Los estudiantes juntamente con el docente arriban a las siguientes conclusiones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ El perímetro de una figura plana es la suma de las longitudes de sus lados.</li> <li>✓ El área de una figura corresponde a la medida de la superficie que dicha figura ocupa.</li> </ul> <p>Metacognición</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué aprendí hoy?</li> <li>✓ ¿Cómo usamos el cálculo de áreas en la vida cotidiana?</li> <li>✓ ¿Qué dificultades encontraste y cómo pudiste superarlo?</li> <li>✓ ¿cómo te sentiste en clases?</li> </ul> <p>El docente solicita a los estudiantes que resuelvan en casa de manera autónoma los problemas que no fueron resueltos en clase.</p>	Cuaderno	10 min

EVALUACION		
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS
Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	✓ Calcula el perímetro y área de figuras poligonales regulares y compuestas, triángulos, círculos componiendo y descomponiendo en otras figuras cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros.	✓ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 13, 14
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	✓ Describe el desarrollo de prismas, pirámides y conos considerando sus elementos.	✓ 9, 10, 15

## Ficha de trabajo: “Importancia del calentamiento muscular previo a realizar un deporte”

El profesor de Educación Física planificó realizar partidos de fútbol y vóley para la sesión de hoy día, pero antes les pide a sus estudiantes que den 3 vueltas alrededor de uno de los campos de su preferencia, como parte del calentamiento de rutina.



Responde las siguientes preguntas:

1. ¿En cuál de los campos corren menos distancia?  
\_\_\_\_\_
2. ¿Cuál de los dos campos te parece que ocupa más espacio dentro de la escuela?  
\_\_\_\_\_
3. ¿Qué otras medidas podría tener un campo que ocupe el mismo espacio que el campo 1?  
\_\_\_\_\_

### Aprendemos

Respecto a la situación planteada en el texto “Importancia del calentamiento muscular previo a realizar un deporte”, tenemos que tener en cuenta que los campos deportivos presentados son regiones de forma rectangular. El espacio que ocupan estos campos —y cualquier otra forma— se conoce como superficie, y a su contorno se le llama perímetro.

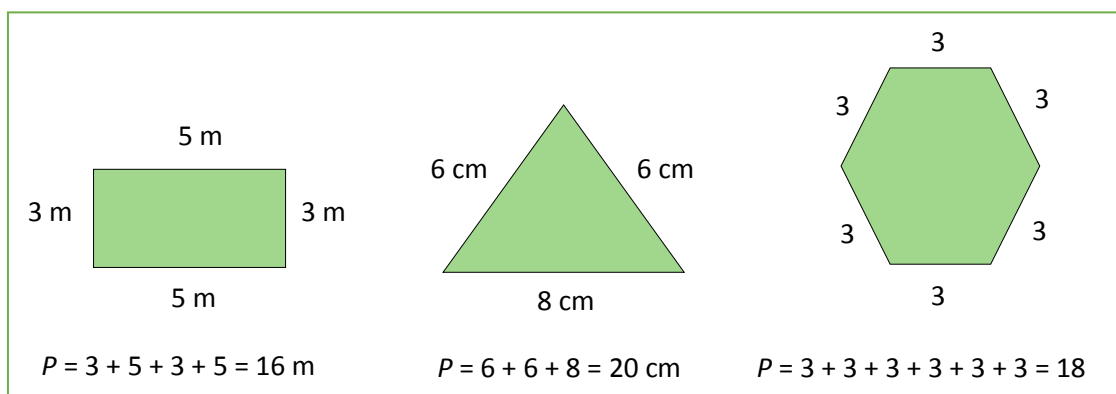
Es importante que realicemos varios ejemplos con dimensiones diferentes para que nos demos cuenta de cuál es la relación que hay entre el perímetro de una forma y el espacio que esta ocupa.

También es necesario conocer:

### Perímetro

El perímetro ( $P$ ) de un polígono es la suma de las longitudes de sus lados.

Ejemplos:



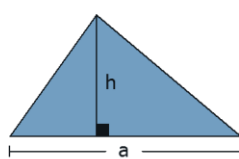
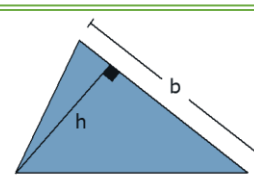
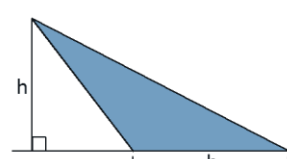
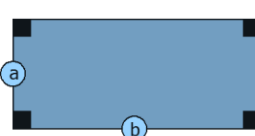
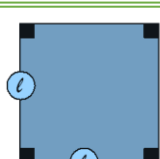
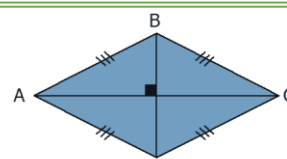
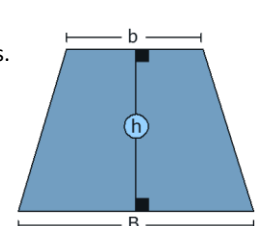
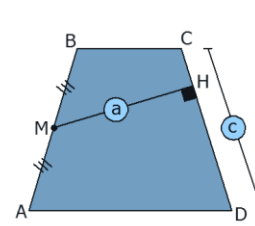
## Área

El área de una superficie es un número que indica las veces que una cierta unidad de superficie está contenida en la superficie total.

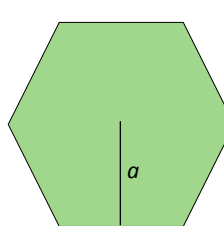
Para medir superficies, las unidades se usan elevadas al cuadrado. Su nombre y valor se derivan de las unidades de longitud; por ejemplo, si la medida es un cuadrado de 1 cm por lado, se denomina 1 cm<sup>2</sup> y se lee *un centímetro cuadrado*.

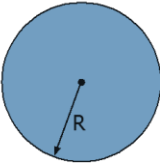
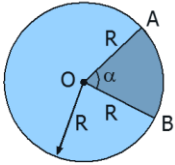
Como ya dijimos, el área es la medida de una superficie y, por lo tanto, se expresa en unidades cuadradas del sistema métrico decimal, como el mm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, dm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>, hm<sup>2</sup>, km<sup>2</sup>.

Veamos algunas fórmulas de regiones notables:

Área de la región triangular		
 $A = \frac{a \cdot h}{2}$	 $A = \frac{b \cdot h}{2}$	 $A = \frac{b \cdot h}{2}$
Rectángulo	Cuadrado	Rombo
 $A = a \times b$	 $A = l^2$	 $A = \frac{(AC)(BD)}{2}$
Trapecio		
<p>En el trapecio, B y b son bases.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <math display="block">A = \frac{(B + b)}{2} h</math> </div> <div style="text-align: center;">  <p style="font-size: small;"> <math>\overline{BC} // \overline{AD}</math>                      M → punto medio de <math>\overline{AB}</math>  <math>\overline{MH} \perp \overline{CD}</math>                      ⇒ <math>A = a \times c</math> </p> </div> </div>		

Otras fórmulas importantes:

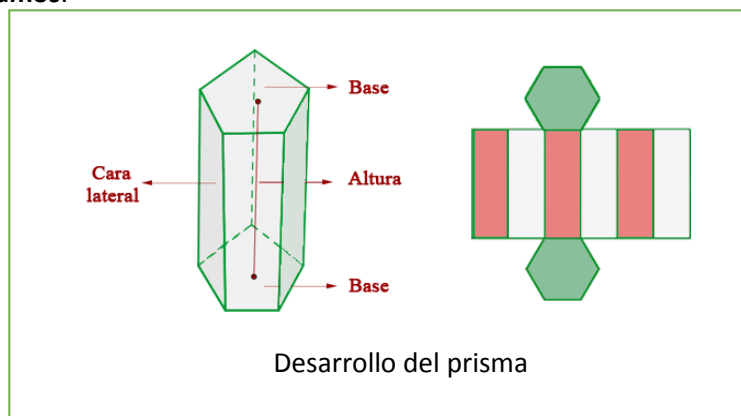
Polígono regular	
	$A = \frac{p \cdot a}{2}$ <p style="font-size: small;">                     p = perímetro                      a = apotema                 </p>

Área del círculo	Área del sector circular
$A = \pi \cdot R^2$ $\pi = 3,1416$ 	$A = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$ 

Veamos algunos sólidos geométricos con sus elementos y su respectivo desarrollo.

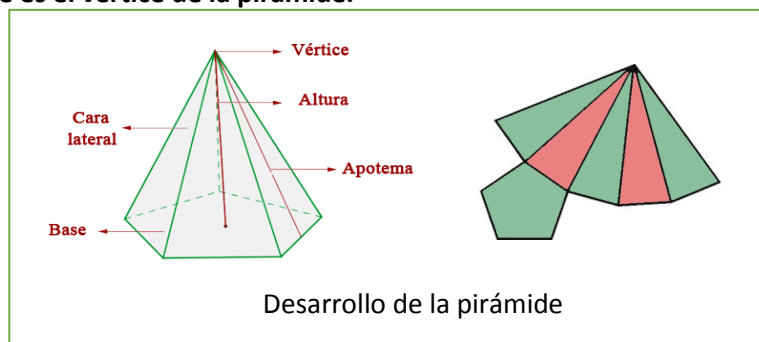
### Prismas

Los **prismas** son **poliedros** que tienen **dos caras paralelas e iguales** llamadas **bases**, y **caras laterales** que son **paralelogramos**.



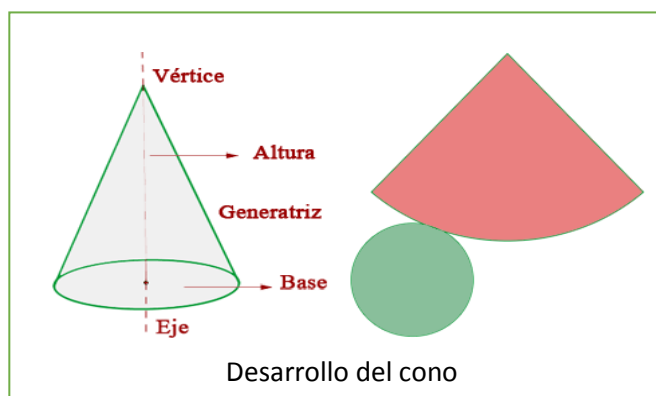
### Pirámides

Son **poliedros** cuya **base es un polígono cualquiera** y **cuyas caras laterales son triángulos con un vértice común**, que es el **vértice de la pirámide**.



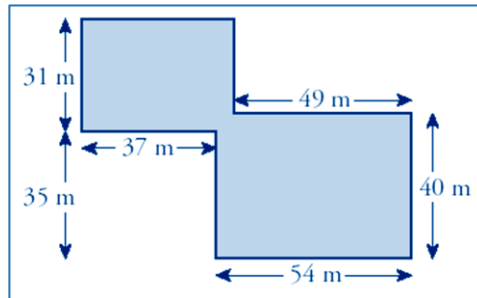
### Cono

Es el **cuerpo de revolución** obtenido al hacer girar un **triángulo rectángulo** alrededor de uno de sus **catetos**.

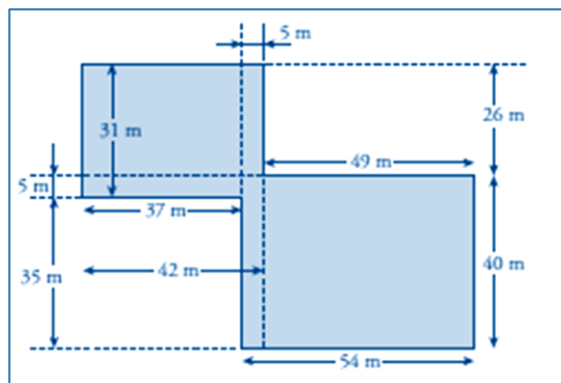


**Analizamos**

1. El siguiente gráfico representa los patios de una institución educativa. A Daniel, un estudiante de segundo grado, le han dejado como actividad que calcule el área total de los patios. ¿Cuánto mide dicha superficie?



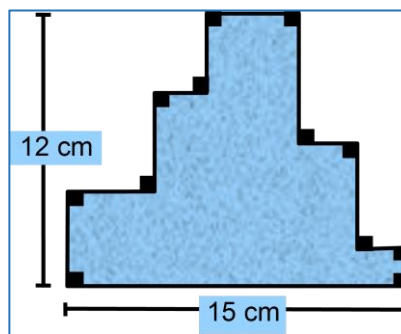
**Resolución**



$$A = 42 \times 31 + 54 \times 40 - 5^2 = 3437 \text{ m}^2$$

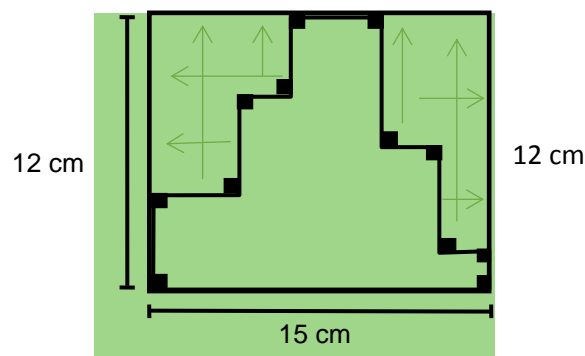
$$P = 54 + 40 + 49 + 26 + 42 + 31 + 37 + 35 = 314 \text{ m}$$

2. ¿Cuál es el perímetro de la región sombreada?



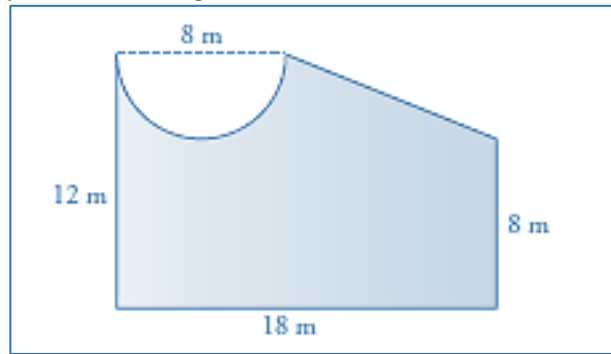
**Resolución**

Trasladando los lados de la figura, se llega a obtener un rectángulo. Luego, sumando sus lados, obtenemos el perímetro pedido. 15 cm



$$P = 12 + 15 + 12 + 15 = 54 \text{ m}$$

3. Calcula el perímetro y el área de la figura sombreada.



**Resolución**

$$x = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116} \approx 10,77 \text{ m}$$

$$A_{\text{RECTÁNGULO}} = 18 \cdot 8 = 144 \text{ m}^2$$

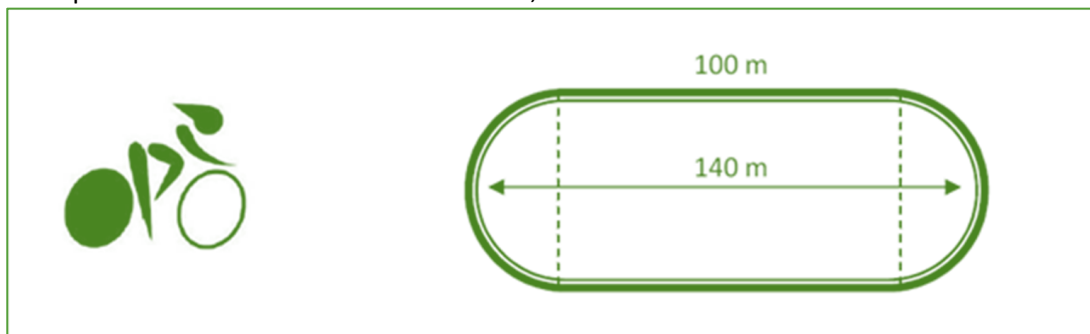
$$A_{\text{TRAPECIO}} = \frac{8 + 18}{2} \cdot 4 = 52 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{1/2 CÍRCULO}} = \frac{\pi \cdot 4^2}{2} \approx 25,12 \text{ m}^2$$

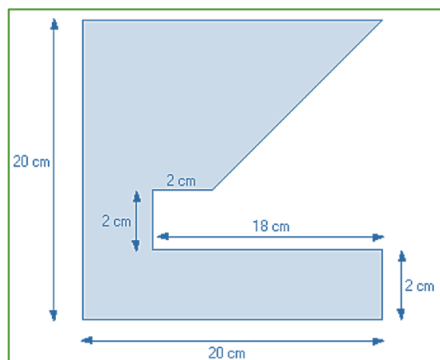
$$A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{RECTÁNGULO}} + A_{\text{TRAPECIO}} - A_{\text{1/2 CÍRCULO}} = 144 + 52 - 25,12 = 170,88 \text{ m}^2$$

$$P = 18 + 8 + 10,77 + \frac{2\pi \cdot 4}{2} + 12 \approx 61,33 \text{ m}$$

4. María entrena con su bicicleta en un campo de deportes que tiene las medidas del siguiente gráfico. Su entrenador le dice que tiene que hacer 12 km sin parar. ¿Cuántas vueltas tiene que dar al campo de entrenamiento? Considera  $\pi = 3,14$ .

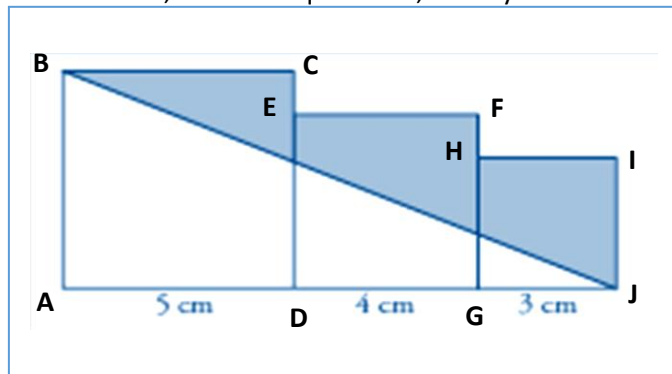


5. Calcular el área de la región sombreada.

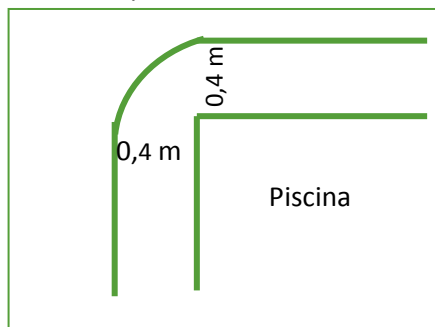


**Practicamos**

1. Calcula el área de la zona coloreada, si se sabe que  $ABCD$ ,  $DEFG$  y  $GHIJ$  son cuadrados.

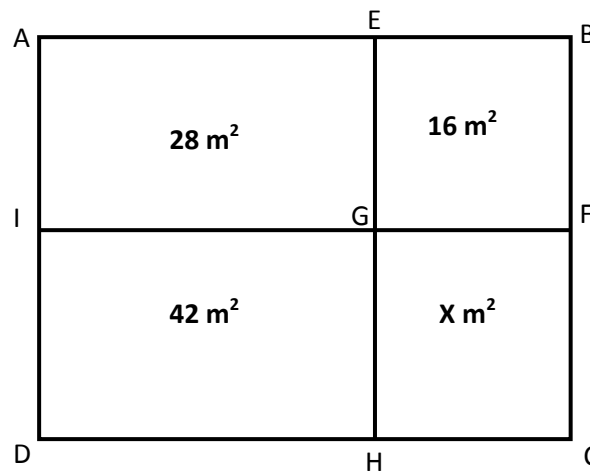


2. Una piscina rectangular de 10 m de largo por 5 m de ancho está rodeada por un paseo de 40 cm. ¿Cuánto mide el borde exterior del paseo? Considera  $\pi = 3,14$ .



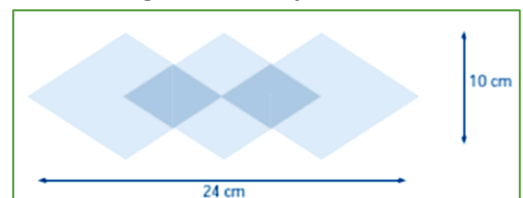
3. Sea el rectángulo  $ABCD$  y el cuadrado  $EBFG$ , calcular el área de la región de forma rectangular  $GFCH$ .

- a.  $24 \text{ m}^2$
- b.  $16 \text{ m}^2$
- c.  $28 \text{ m}^2$
- d.  $44 \text{ m}^2$



4. La chompa de Teresa tiene un dibujo de rombos como el de la figura. La franja mide 24 cm de largo y 10 cm de ancho. Calcula el área total de la figura.

- a.  $240 \text{ cm}^2$
- b.  $34 \text{ cm}^2$
- c.  $150 \text{ cm}^2$
- d.  $90 \text{ cm}^2$



5. Un salón cuadrado tiene una superficie de  $50 \text{ m}^2$ . Si se ha embaldosado con losetas cuadradas de 25 cm de lado, ¿cuántas losetas son necesarias?

- a. 800 losetas.
- b. 1250 losetas.
- c. 400 losetas.

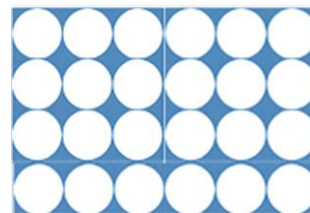


- d. 50 losetas.
6. Para cubrir un patio rectangular, se han usado 540 baldosas de  $600 \text{ cm}^2$  cada una. ¿Cuántas baldosas cuadradas de 20 cm de lado serán necesarias para cubrir el patio idéntico?
- 810 baldosas de 20 cm de lado.
  - 600 baldosas de 20 cm de lado.
  - 540 baldosas de 20 cm de lado.
  - 20 baldosas de 20 cm de lado.
7. Lucía está haciéndose una bufanda de rayas transversales de muchos colores. La bufanda mide 120 cm de largo y 30 cm de ancho y cada franja mide 8 cm de ancho. ¿Cuántas rayas de colores tiene la bufanda?
- 8 colores.
  - 15 colores.
  - 120 colores.
  - 40 colores.

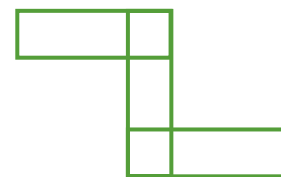
8. El perímetro del cuadrado interior es de 32 cm. Calcula el perímetro del cuadrado exterior.
- 128 cm
  - 64 cm
  - 32 cm
  - 182 cm



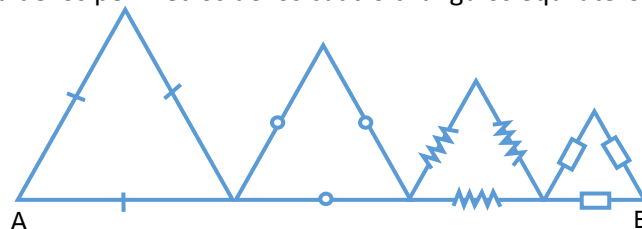
9. Después de sacar las latas de leche de una caja, las marcas que quedan al fondo de esta tienen forma circular de 7,4 cm de diámetro cada uno. Calcula el área de la región sombreada. Considerar  $\pi = 3,14$ .
- $2346 \text{ cm}^2$
  - $828,48 \text{ cm}^2$
  - $282,48 \text{ cm}^2$
  - $1314,24 \text{ cm}^2$



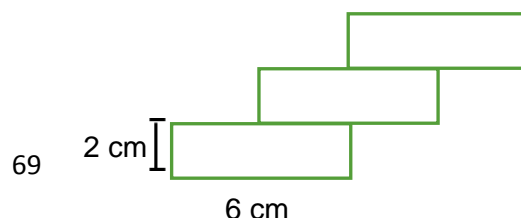
10. Tres rectángulos de 7 cm de largo y 2 cm de ancho se han superpuesto de la manera que se indica en la figura. ¿Cuál es el perímetro de la figura resultante?
- 28 cm
  - 38 cm
  - 30 cm
  - 50 cm



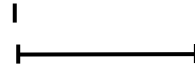
11. Si  $AB = 40 \text{ m}$ , calcula la suma de los perímetros de los cuatro triángulos equiláteros.
- 160 m
  - 180 m
  - 120 m
  - 480 m



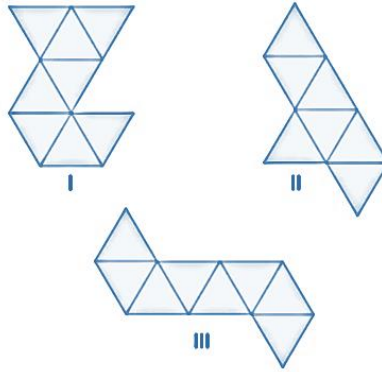
12. En la figura existen 3 rectángulos iguales. Calcular el perímetro de la figura si el extremo de uno coincide con el centro del otro.
- 36 cm
  - 38 cm
  - 32 cm



d. 30 cm

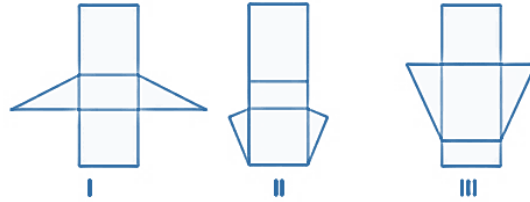
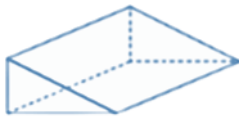


13. ¿Cuál o cuáles de los siguientes desarrollos forman un sólido geométrico?



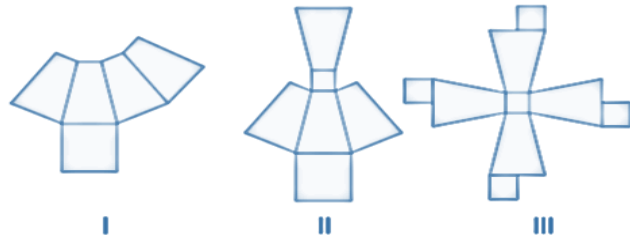
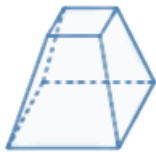
- a. Solo I.      b. Solo II.      c. Solo III.      d. I y III.

14. ¿Cuáles de los desarrollos corresponden al sólido mostrado?



- a. Solo I.      b. Solo II.      c. Solo III.      d. II y III.

15. ¿Cuáles de los desarrollos corresponden al sólido mostrado?



- a. I y III.      b. I y II.      c. Solo III.      d. II y III.

## SESIÓN DE REFUERZO N° 7

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Visitando el famoso parque de las leyendas”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	14 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Expresa diseños de planos a escala con regiones y formas.</li> <li>➤ Diferencia y usa planos o mapas a escala al plantear y resolver problemas.</li> </ul>
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Usa estrategias y procedimientos relacionados a la proporcionalidad entre las medidas de lados de figuras semejantes al resolver problemas con mapas o planos a escala, usando recursos gráficos y otros.</li> </ul>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Justifica la localización de cuerpos a partir de sus coordenadas (con signo positivo y negativo).</li> </ul>

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
<b>Inicio</b>	<p>1. El docente saluda a los estudiantes, les da la bienvenida, luego, escribe en la pizarra: <b>¿Saben ustedes cuál es la utilidad de un mapa?</b> y solicita a los estudiantes que manifiesten sus opiniones, de esta manera los motiva a la reflexión para tomar decisiones sobre los conceptos. El docente anota las participaciones espontáneas.</p> <p>2. A continuación, se da lectura a la información de la ficha y el docente vuelve a preguntar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué utilidad se le puede dar a un mapa?</li> <li>• ¿Qué es un plano cartesiano?</li> <li>• ¿Qué es una escala?</li> <li>• ¿Qué indica el origen de coordenadas?</li> </ul> <p>Los estudiantes contestan a manera de lluvia de ideas y el docente toma nota de las participaciones voluntarias.</p> <p>3. Se pide a los estudiantes que se organicen en pares, que observen la imagen presentada y resuelvan la situación presentada en la ficha.</p> <p><i>Al ingresar Antonio al Parque de Las Leyendas le reparten a modo de volante un mapa de todo el lugar como se muestra inicialmente, donde cada cuadrícula que se forma tiene 20m por cada lado. ¿A qué distancia se encuentra el auditorio central de la entrada?</i></p> <p>Los estudiantes usando criterio de conversión de unidades de longitud además de proporcionalidad o empleando cualquier otro</p>	<p>Pizarra, plumones Ficha de trabajo</p> <p>Imagen digital</p>	20 min

	<p>método hacen el respectivo cálculo; dialogan y escriben sus respuestas en papelógrafos, luego los colocan en la pizarra. (Todos los grupos deben de desarrollar todas las preguntas en las fichas de trabajo).</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: <b>Plantear conjeturas respecto a planos y escalas a partir de ejemplos de la vida real, así mismo su respectiva interpretación, y el uso del plano cartesiano.</b></p>	papelografos, plumones, masking.	
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>En esta sección, el docente indica que en equipo de cuatro estudiantes desarrollen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la ficha. Luego de analizar el texto, verifican que las respuestas dadas en la situación inicial sean las correctas.</p> <p>El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende asociar la teoría básica de mapas y escala con las preguntas realizadas.</p> <p>Además el docente plantea la siguiente interrogantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <b>Para realizar el plano de una casa ¿Qué medidas se usa?</b></li> <li>✓ <b>¿Para qué se utiliza las escalas?</b></li> <li>✓ <b>¿En alguna oportunidad has hecho el uso de un mapa? ¿En qué situaciones?</b></li> </ul> <p>Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>A continuación en equipos de 4 estudiantes, y conjuntamente con el docente desarrollan cada uno de los ejemplos, prestando mucha atención en lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que se plantea, para luego explicárselo a sus otros 3 compañeros (Estrategia del Especialista). El docente realiza un acompañamiento a los estudiantes con preguntas reflexivas para la comprensión de los problemas resueltos y los aprendizajes esperados y si es necesario puede explicar o resolver alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán 10 problemas propuestos como mínimo, se recomienda desarrollar los números <b>1, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12 y 14.</b></p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz 2B y borrador. La sección practicamos se desarrolla de manera individual.</p> <p>El docente realiza un acompañamiento a sus estudiantes monitoreando el trabajo, absolviendo dudas o afirmando conceptos Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de respuestas con sus datos respectivos.</p>	<p>Teoría básica de la Ficha</p> <p>Ficha</p> <p>Ficha de trabajo problemas resueltos</p> <p>Problemas propuestos de la Ficha</p>	<p>20 min</p> <p>20 min</p> <p>50 min</p>

<b>Cierre</b>	<p>Para el cierre de la sesión se realiza las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cómo te has sentido con la sesión realizada?</li> <li>✓ ¿Qué conocimientos nuevos aprendiste en esta sesión?</li> <li>✓ ¿Qué parte de los temas te ha parecido más complicado? ¿Qué hiciste para superarlo?</li> <li>✓ ¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de cada uno de los problemas?</li> <li>✓ De la situación inicial: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Habrá otra forma de calcular la distancia ente la puerta de ingreso y el auditorio central?</li> <li>- ¿Se podrá determinar aproximadamente el perímetro que tiene la “Laguna recreativa”?</li> </ul> </li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El plano cartesiano nos sirve para ubicar ciertos objetos respecto a un punto de referencia.</li> <li>➤ El punto de referencia es el origen de un plano cartesiano.</li> <li>➤ El mapa es una representación de algún territorio sobre un papel en forma proporcional.</li> <li>➤ La escala es la relación que existe entre la realidad y el dibujo que la representa.</li> </ul>	Cuaderno	10 min
---------------	--	----------	--------

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Expresa diseños de planos a escala con regiones y formas.</li> <li>➤ Diferencia y usa planos o mapas a escala al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 8,10,12</li> <li>✓ 3,4,6,7</li> </ul>
Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Usa estrategias y procedimientos relacionados a la proporcionalidad entre las medidas de lados de figuras semejantes al resolver problemas con mapas o planos a escala, usando recursos gráficos y otros.</li> </ul>	✓ 5,9,11,13,14, 15
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Justifica la localización de cuerpos a partir de sus coordenadas (con signo positivo y negativo).</li> </ul>	✓ 1, 2

## Ficha de trabajo: “Visitando el famoso parque de las leyendas”

Aprovechando las vacaciones de medio año Antonio y su familia fueron de paseo al parque de las leyendas en la ciudad de Lima y al ingresar encontraron un letrero con el mapa del parque.



[http://www.leyendas.gob.pe/patpal/pdf/mapa\\_del\\_parque\\_de\\_las\\_leyendas\\_2015.pdf](http://www.leyendas.gob.pe/patpal/pdf/mapa_del_parque_de_las_leyendas_2015.pdf)

- |                              |                                    |                       |
|------------------------------|------------------------------------|-----------------------|
| A. Ingreso y estacionamiento | G. Acuario de peces                | L. Espejo de agua     |
| B. Mesa de partes            | H. Museo Kallinowsky               | M. Sallqa Yachay Wasi |
| C. Boleterías                | I. Museo de Sitio Ernst Middendorf | N. Boletería de botes |
| D. Garita de control         | J. Felinario                       | O. Zona de juegos     |
| E. Mina modelo               | K. Museo del petróleo              | P. Caballero Carmelo  |
| F. Auditorio Chabuca G.      |                                    | Q. Auditorio central  |

### Responde las siguientes preguntas

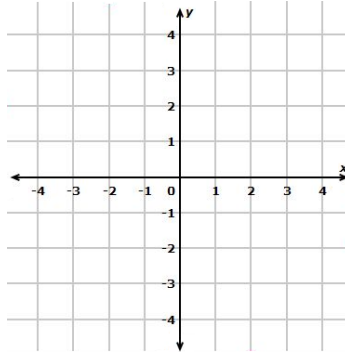
- ¿Qué utilidad se le puede dar al mapa? \_\_\_\_\_
- ¿Qué es un plano cartesiano? \_\_\_\_\_
- ¿Qué es una escala? \_\_\_\_\_
- ¿Qué indica el origen de coordenadas? \_\_\_\_\_
- En el mapa que le entregaron a Antonio al ingresar al parque, cada cuadrícula que se forma equivale a 20 m por lado. ¿A qué distancia se encuentra el auditorio central de la entrada?  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

## **APRENDEMOS**

La situación planteada involucra interpretar la escala de un mapa mediante la proporcionalidad, así como también conocer un punto de referencia para conocer distancias y ubicarnos dentro de un plano en nuestra vida real. Para esto reconozcamos algunos conceptos que nos ayudarán a comprender mejor la situación.

### **¿Qué es un plano cartesiano?**

El plano cartesiano está formado por dos rectas numéricas perpendiculares que se cortan en un punto llamado origen, la recta horizontal la cual es el eje x, tiene el nombre de abscisas y la recta vertical la cual es el eje y, tiene el nombre de ordenadas; la finalidad del plano cartesiano es describir la posición de los puntos los cuales se representan por coordenadas o pares ordenados, un par ordenado está dado por  $P(x;y)$ .



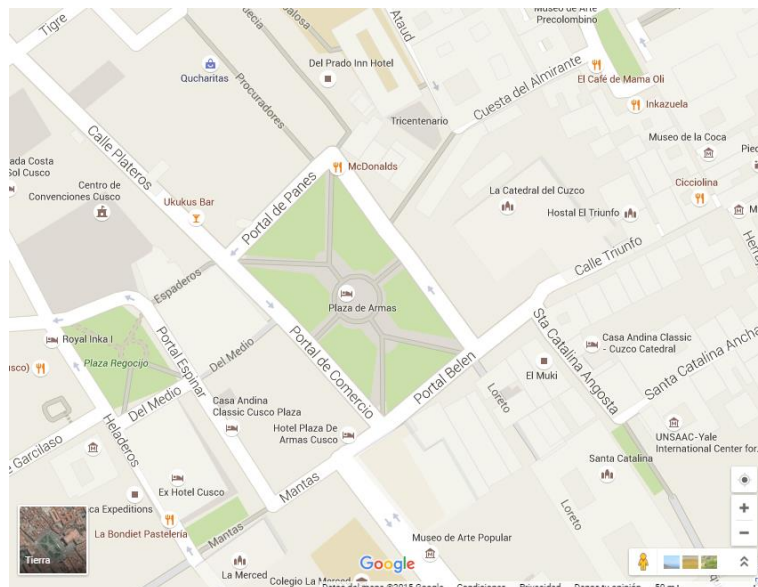
El plano cartesiano tiene cuatro cuadrantes, en el primer cuadrante se ubican los "X" positivos y "Y" positivos, en el segundo cuadrante se ubican los "X" negativos y "Y" positivos, en el tercer cuadrante ambos son negativos y en el cuarto cuadrante se ubican los "X" positivos y los "Y" negativos.

### **¿Qué es un punto de referencia?**

La idea que se tiene de punto de referencia es asociado al lugar que ocupa un observador dentro de un cierto espacio, también es una indicación que permite conocer una posición.

### **¿Qué es un mapa?**

Es un dibujo o esquema que representa a un territorio sobre una determinada superficie en dos dimensiones la cual tradicionalmente es plana como un papel, aunque también puede ser esférica tal como un globo terráqueo. Por ejemplo, nuestro planeta puede ser dibujado en un plano (como el mapamundi). Los mapas ayudan a medir superficies y distancias con gran exactitud; permiten que una persona se ubique en un territorio y pueda saber qué caminos son los mejores para llegar a un destino específico. El territorio representado en el mapa y el territorio real guardan una semejanza, por lo que sus medidas son proporcionales a una escala particular.



### ¿Qué es una escala?

Es la relación entre el mapa y la realidad, como es imposible hacer mapas con las mismas dimensiones que la realidad, se utilizan las escalas que son una relación matemática entre su dimensión real y el mapa. Con la escala se puede saber cuánto se redujo la representación de un lugar para mostrarlo en un mapa, y nos permite calcular las distancias verdaderas del lugar.

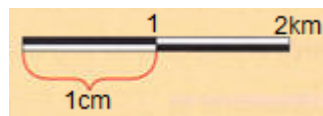
La escala puede representarse de dos maneras, de forma numérica y de forma gráfica.

### ESCALA NUMÉRICA

Indica la cantidad de veces que tendría que aumentar el mapa para que tuviese el tamaño real. Se expresa con un número o una fracción. Por ejemplo la escala 1:100 se lee “uno a cien”, indica una reducción de la realidad del mapa de cien veces en el mapa.

### ESCALA GRÁFICA

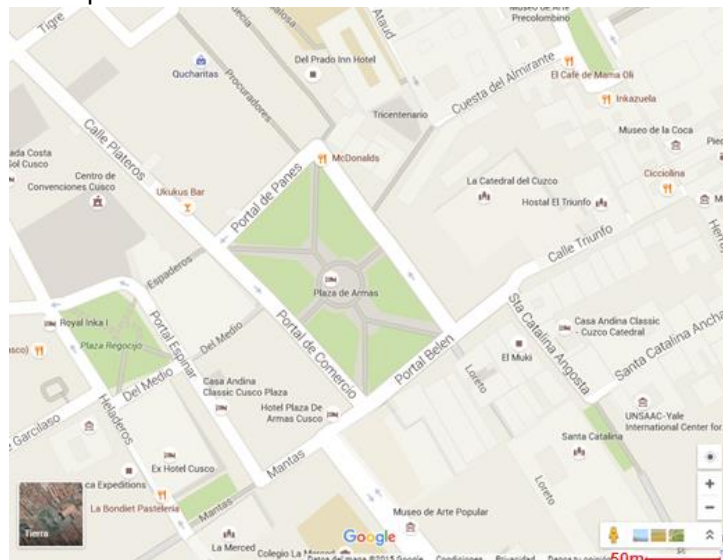
Es una línea recta dividida en unidades iguales, que pueden ser centímetros, pulgadas u otra medida. Cada unidad de la escala gráfica equivale a determinada distancia del lugar real.



Según esta escala, cada centímetro del mapa será equivalente a 1km.

### ANALIZAMOS

1. Se desea poner flores alrededor de toda la plaza de armas de esta ciudad. Según el siguiente mapa, ¿cuál es el perímetro de la plaza?



### Resolución:

En la parte inferior derecha del mapa se indica una escala, donde ese segmento mide \_\_\_\_\_ y eso equivale a \_\_\_\_\_ en la vida real.

Se sabe que 1m = \_\_\_\_\_ cm

Por lo que 50m = \_\_\_\_\_ cm

Entonces 1cm en el mapa equivale a \_\_\_\_\_ en la vida real.

Por lo que la escala es \_\_\_\_\_ :

Midiendo el perímetro del parque en el mapa resulta \_\_\_\_\_ por lo que en la vida real será \_\_\_\_\_ cm y para convertir a metros se divide entre \_\_\_\_\_ y se obtiene:

\_\_\_\_\_



2. La distancia que hay entre la Tierra y el Sol es 149 600 000km y la distancia de la Tierra a la Luna es 384 400km. Si desea realizar un dibujo con las distancias proporcionales. Para ello, se ubica a la Luna en un punto L y la Tierra en un punto T separados por 1mm. ¿A qué distancia en centímetros se colocará la Tierra del Sol, punto S, sabiendo que la Luna se encuentra entre ambos?

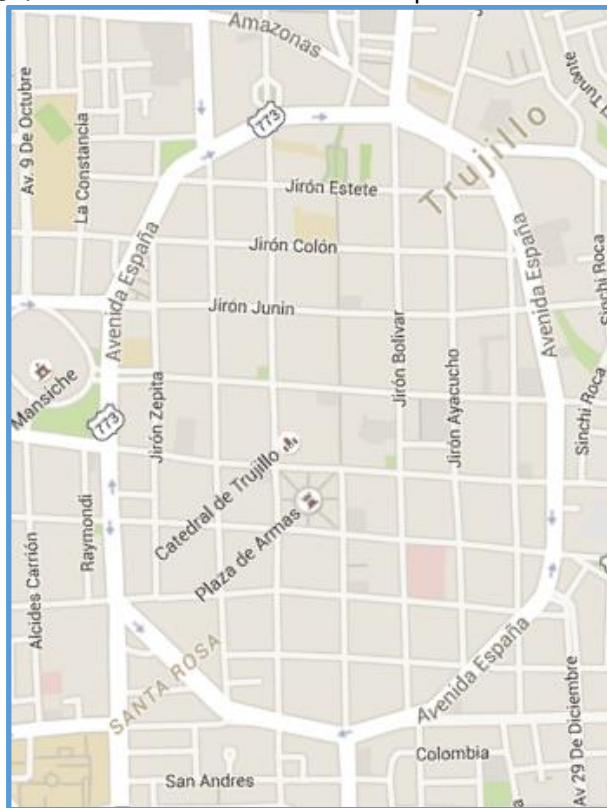
**Resolución:**

La escala es una proporción entre las distancias reales y las hechas en el dibujo, por lo que:

$$\frac{\boxed{\phantom{000000}}}{\boxed{\phantom{000000}}} = \frac{\boxed{ST}}{\boxed{\phantom{000000}}}$$

Se eliminan las unidades de km y ST = \_\_\_\_\_ mm, como 1cm = \_\_\_\_\_ mm  
 Entonces se dividirá entre \_\_\_\_\_ y ST = \_\_\_\_\_ cm

3. En la ciudad de Trujillo, Enrique se tiene que encontrar con su primo Felipe que viene desde Pucallpa y no conoce el lugar. Felipe le indica que se encuentra en la Catedral de Trujillo y que debe hacer para llegar a su casa para luego conocer el Estadio Mansiche. Si Enrique vive en el cruce de la Av. España y Jirón Colón. ¿Qué indicaciones le debe dar a su primo?



**RESOLUCIÓN:**

Primero que la catedral sea su punto de referencia u origen de coordenadas. Que a cada cuadra le corresponde un número, y que su casa se ubique en el par ordenado (\_\_\_\_;\_\_\_\_).

Si quiere conocer primero el Estadio Mansiche debe seguir las coordenadas (\_\_\_\_;\_\_\_\_)  
 Si primero llega a la casa de su primo y toma como punto de referencia dicha casa. Las coordenadas para llegar al estadio sería (\_\_\_\_;\_\_\_\_)

4. Sara tiene que exponer sobre geografía por lo que debe dibujar un mapa para su exposición. El dibujo que tiene se encuentra en una hoja de 20cm x 15cm en forma vertical y lo tiene que dibujar en un papelógrafo de tamaño 100cm x 70cm. ¿Qué se recomendaría para que su dibujo sea semejante al original? ¿Cuál es la escala que se debería utilizar? ¿Cuánto de espacio le debe sobrar para el título?

**RESOLUCIÓN:**

Se le recomendaría realizar cuadrículas en el dibujo y luego en forma proporcional en el papelógrafo. Luego mirar las proporciones de la hoja donde se encuentra el dibujo y el papelógrafo

$$\frac{\boxed{\phantom{00}}}{20\text{cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{y} \quad \frac{\boxed{\phantom{00}}}{15\text{cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

De estos resultados se escogerá convenientemente el menor número entero entre ellos, por lo que sería  $\underline{\hspace{2cm}}$

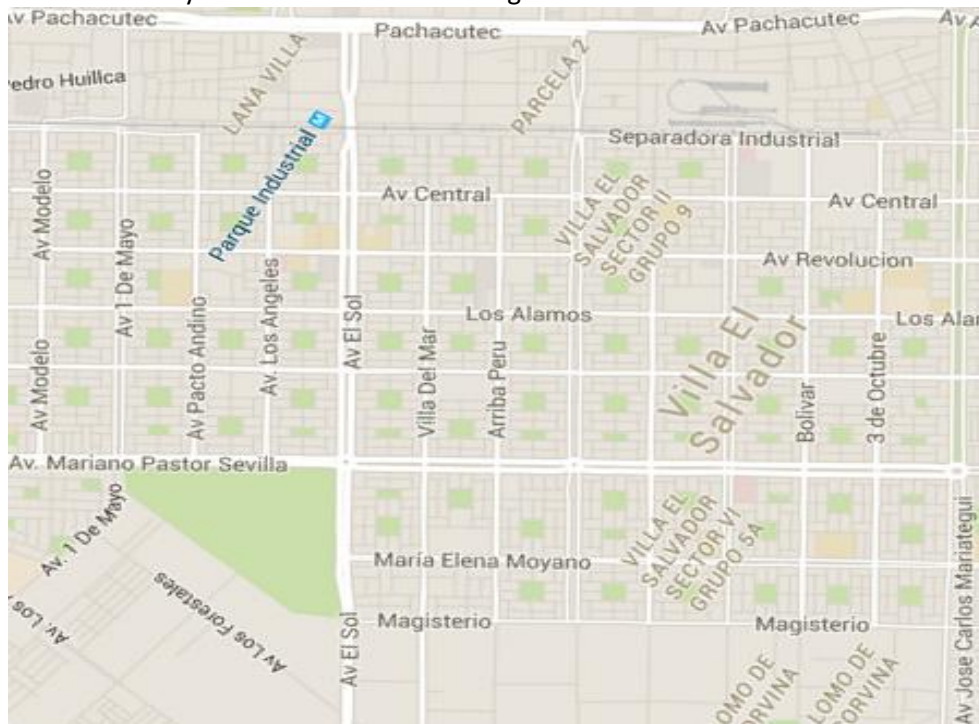
Por lo que la escala sería de 1:  $\underline{\hspace{2cm}}$

Entonces la altura del dibujo tendrá un tamaño de 20 x  $\underline{\hspace{2cm}}$  =  $\underline{\hspace{2cm}}$

Por lo tanto tendrá un espacio de 100cm –  $\underline{\hspace{2cm}}$  =  $\underline{\hspace{2cm}}$  cm para el título.

## PRACTICAMOS

1. En el siguiente mapa se presenta un pequeño territorio del Distrito de Villa el Salvador, Provincia de Lima. Si se toma como punto de referencia el cruce de la Av. Mariano Pastor Sevilla y Av. El Sol. ¿En qué cuadrante se encuentra el parque industrial y cuál sería la coordenada del cruce de la Av. Separadora Industrial y la Av. José Carlos Mariátegui?



- a) I Cuadrante – (8;5)
  - b) II Cuadrante – (8;5)
  - c) I Cuadrante – (5;8)
  - d) II Cuadrante – (5;8)
2. Si los números correspondientes a un par ordenado son negativos, **¿en qué cuadrante del plano cartesiano se encuentran?**  


---
  3. En un mapa a escala 1: 60000 la distancia entre dos pueblos es 12 cm. ¿Cuál será la distancia real?  


---
  4. De la pregunta anterior si la distancia entre dos pueblos es 3km. ¿A qué distancia se encontrarán en el mapa?

- a) 3cm
- b) 4cm
- c) 5cm
- d) 6cm

5. Si en el plano de una habitación de 9m de largo y 6m de ancho, el largo de la habitación mide 12cm. ¿Cuánto medirá el ancho?

- a) 6cm
- b) 8cm
- c) 10cm
- d) 12cm

6. En un mapa de América del sur construido a escala de 1:84000000 la mayor distancia de norte a sur corresponde a dos puntos situados a 120mm, y la mayor distancia de este a oeste corresponde a 100mm aproximadamente. ¿Cuántos kilómetros representan estas distancias?

---



---

7. Una célula humana mide 4 millonésimas de metro de diámetro, y en la pantalla de un microscopio electrónico se ve con un diámetro de 2cm. ¿Qué escala se ha empleado?

---



---

8. Determina la escala que se aplica cuando se hace una fotocopia reducida al 25%.

- a) 1:4
- b) 1:5
- c) 1:25
- d) 1:100

9. Desde una vista aérea se toma una foto a las líneas de Nazca, sabiendo que el largo del colibrí es 260m. ¿Cuánto es la distancia más corta entre el mono y la plaza de armas?



- a) 1,5km
- b) 1km
- c) 2,5km
- d) 2km

10. En un dibujo de escala 1:3. ¿En cuánto varía el área con respecto al original?

- a) Disminuye a su tercera parte

- b) Disminuye a su sexta parte
- c) Disminuye a su novena parte
- d) Disminuye a veintisieteava parte.

11. En el mapa del Perú durante el Virreinato tomando como punto de referencia la ciudad de Tarma. ¿Cuántas ciudades se muestran en el cuarto cuadrante?



- a) 1
- b) 4
- c) 5
- d) 8

12. ¿Cuál escala que se encuentran estos mapas?



- a) 1:1
- b) 1:2
- c) 1:4
- d) 1:8

13. Haciendo el uso de una regla ¿Cuál es la escala utilizada en la siguiente imagen sabiendo que el ancho de la casa es 8m?



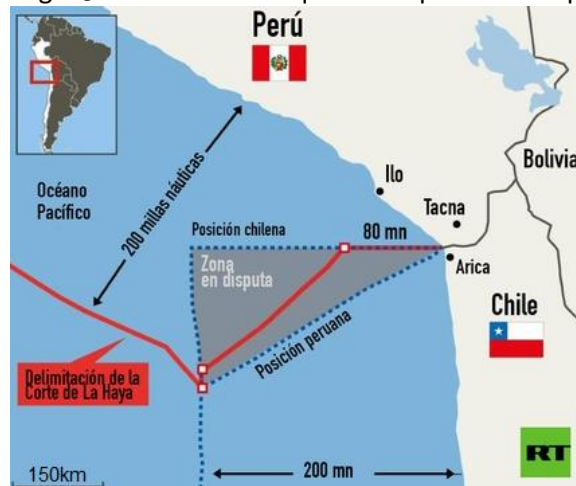
- a) 1:100
- b) 1:150
- c) 1:200
- d) 1:250

14. Siendo la medida de la cama grande 2m x 2m. ¿Cuál es el área de la casa?



- a) 58m<sup>2</sup>
- b) 77m<sup>2</sup>
- c) 98m<sup>2</sup>
- d) 117m<sup>2</sup>

15. Haciendo el uso de una regla ¿Cuál es la escala que corresponde al mapa?




- a) 1:100 000
- b) 1:1 000 000
- c) 1:10 000 000
- d) 1:100 000 000

## SESIÓN DE REFUERZO N° 8

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Las figuras geométricas en nuestro uso cotidiano”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	16 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	➤ Describe las relaciones de paralelismo y perpendicularidad en polígonos regulares y compuestos, y sus propiedades usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	➤ Plantea conjeturas para reconocer las propiedades de los lados y ángulos de los polígonos regulares. ➤ Justifica enunciados relacionados a ángulos formados por líneas perpendiculares y oblicuas a rectas paralelas.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	➤ Emplea las propiedades de los lados y ángulos de polígonos regulares al resolver problemas.

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>1.El docente saluda a los estudiantes, les da la bienvenida, luego, presenta en la pizarra: <b>¿Cuál es la necesidad de haber empleado figuras geométricas en vestimentas antiguas y en la actualidad?</b> y se solicita a los estudiantes que manifiesten sus opiniones, de esta manera los motiva a la reflexión sobre los criterios pertinentes para tomar decisiones. El docente anota las participaciones espontáneas en la pizarra para luego formalizar las ideas.</p> <p>2. A continuación, se da lectura a la información de la ficha y volvemos a preguntar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿En qué regiones se desarrollaron las culturas Nazca y Wari?</li> <li>• ¿Qué diseños tienen en común los ponchos actuales y los uncu?</li> <li>• ¿Cuántos lados tienen las figuras del uncu?</li> </ul> <p>Los estudiantes contestan a manera de lluvia de ideas y el docente toma nota de las participaciones voluntarias.</p> <p>3.Se pide a los estudiantes que se organicen en pares, que observen la imagen presentada y resuelvan la situación problemática presentada en la ficha de trabajo.</p> <p>- <i>En un poncho se desea realizar un diseño por el ancho de manera horizontal, donde los lados de las figuras son de la misma medida. ¿Cuánto será la medida del ancho del poncho si se sabe que hay diez figuras de lado 4cm ?</i></p> 	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Ficha de trabajo</p> <p>Imagen digital</p>	15 min

	<p>El docente les dice a los estudiantes que hagan sus cálculos solo en un hexágono.</p> <p>Los estudiantes, organizados en pares, dialogan y escriben sus respuestas en papelógrafos, luego los colocan en la pizarra. (Todos los grupos deben de desarrollar todas las preguntas en las fichas de trabajo).</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: <b>Describe las relaciones de paralelismo y perpendicularidad en polígonos regulares y compuestos, y el empleo de las propiedades de los polígonos.</b></p>	papelógrafos, plumones, masking.	
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>En esta sección, el docente indica a los estudiantes que formen grupo de cuatro estudiantes, luego desarrollen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la ficha. Luego de analizar el texto, verifican que las respuestas dadas en la situación inicial sean las correctas. El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende asociar la teoría básica paralelismo, perpendicular y propiedades de polígonos con las preguntas realizadas.</p> <p>Además el docente plantea la siguiente interrogantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Se podrá calcular el área de superficies curvas usando rectángulos? ¿De qué manera?</li> <li>✓ ¿Has empleado alguna vez el perímetro? ¿En qué situaciones?</li> <li>✓ ¿En alguna oportunidad has utilizado el paralelismo y perpendicular? ¿En qué situaciones?</li> </ul> <p>Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>A continuación en equipos de 4 estudiantes, y conjuntamente con el docente se desarrollan cada uno de los ejemplos, prestando mucha atención en lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que se plantea, para luego explicárselo a sus otros 3 compañeros (Estrategia del Especialista). El docente realiza un acompañamiento a los estudiantes con preguntas reflexivas para la comprensión de los problemas resueltos y los aprendizajes esperados y si es necesario puede explicar o resolver alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán 10 problemas propuestos como mínimo, se recomienda desarrollar los números <b>1, 2, 4, 6, 7, 8, 12, 13, 14 y 15.</b></p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de dudas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz y borrador. La sección practicamos se desarrolla de manera individual.</p> <p>El docente realiza un acompañamiento a sus estudiantes</p>	<p>Teoría básica de la Ficha</p> <p>Ficha</p> <p>Ficha de trabajo Problemas resueltos</p> <p>Problemas propuestos de la Ficha</p>	<p>15 min</p> <p>20 min</p> <p>50 min</p>

	<p>monitoreando el trabajo, absolviendo dudas o afirmando conceptos</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de respuestas con sus datos respectivos.</p> <p>El docente aplicar la heteroevaluación haciendo una retroalimentación adecuada.</p>		
<b>Cierre</b>	<p>Para el cierre de la sesión se realiza las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cómo te has sentido con la sesión realizada?</li> <li>✓ ¿Qué conocimientos nuevos aprendiste en esta sesión?</li> <li>✓ ¿En qué parte de los temas has tenido mayor dificultad? ¿Qué hiciste para superarlo?</li> <li>✓ ¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de cada uno de los problemas?</li> <li>✓ De la situación inicial:¿Qué tanto cambiaría el ancho del poncho si las figuras estuvieran unidas por los lados y no por los vértices ?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El paralelismo y perpendicularidad se puede dar cuando las rectas se encuentran en un mismo plano.</li> <li>➤ Para que un polígono sea regular este debe ser equilátero y equiángulo.</li> <li>➤ Para usar las propiedades para un ángulo interior o exterior es cuando el polígono es equiángulo.</li> <li>➤ La propiedad para la suma de ángulos internos se puede emplear para cualquier polígono.</li> <li>➤ La propiedad de la suma de ángulos externos solo es para polígonos convexos.</li> <li>➤ Lo recomendable para calcular áreas de polígonos irregulares es dividirlos en triángulos o figuras conocidas.</li> </ul>	Cuaderno	10 min

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Describe las relaciones de paralelismo y perpendicularidad en polígonos regulares y compuestos, y sus propiedades usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas</li> </ul>	✓ 11, 13
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Plantea conjeturas para reconocer las propiedades de los lados y ángulos de los polígonos regulares.</li> <li>➤ Justifica enunciados relacionados a ángulos formados por líneas perpendiculares y oblicuas a rectas paralelas.</li> </ul>	✓ 6, 7, 14 ✓ 8, 9
Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Emplea las propiedades de los lados y ángulos de polígonos regulares al resolver problemas.</li> </ul>	✓ 1, 2, 3, 4, 5, 10, 12, 15



## Ficha de trabajo: “FIGURAS GEOMÉTRICAS EN NUESTRAS ROPAS”

Los diseños que tienen nuestras ropas y vestidos tienen en sus moldes figuras geométricas, y esto vienen desde nuestros antepasados. En la visita al Museo de Arte de Lima (MALI), observamos este unku con diseños escalonados y lineales que data entre los años 500 y 700 de nuestra era, el diseño según los historiadores corresponde a las culturas Nazca y Wari; el unku es la prenda anterior al poncho y así de a poco se ha ido modernizando hasta la actualidad, pero siempre sin olvidar los diseños que se encuentran en la vestimenta.



Responde las siguientes preguntas:

a) ¿En qué departamentos se desarrollaron las culturas Nazca y Wari?

---

b) ¿Qué diseños tienen en común los ponchos actuales y los uncus?

---

c) ¿Cuántos lados tienen las figuras del unku?

---

**SITUACIÓN PROBLEMÁTICA:** En un poncho, se desea realizar un diseño por el ancho de manera horizontal, donde los lados de las figuras son de la misma medida. ¿Cuál será la medida del ancho del poncho, si se sabe que hay diez figuras de 4 cm de lado?



---

---

### APRENDEMOS

Respecto a la situación planteada anteriormente, se observa que los diseños son figuras geométricas con algunas similitudes y también diferencias, a todas las formas geométricas similares a las de la imagen son llamadas polígonos, los cuales tienen muchas características, y para su mejor comprensión daremos unos conceptos previos.

**¿Cuándo dos rectas son paralelas?**

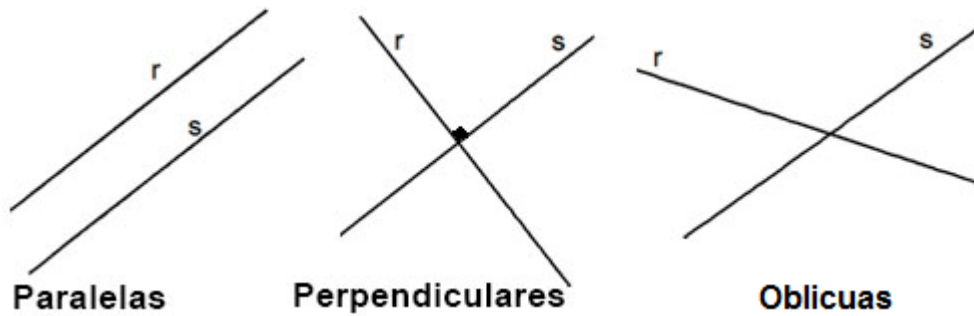
Cuando tienen la misma dirección; es decir, cuando nunca se interceptarán.

**¿ Cuándo dos rectas son perpendiculares?**

Cuando se interceptan y forma  $90^\circ$  entre ellas.

**¿Cuándo dos rectas son oblicuas?**

Cuando se interceptan y forman un ángulo diferente de  $90^\circ$

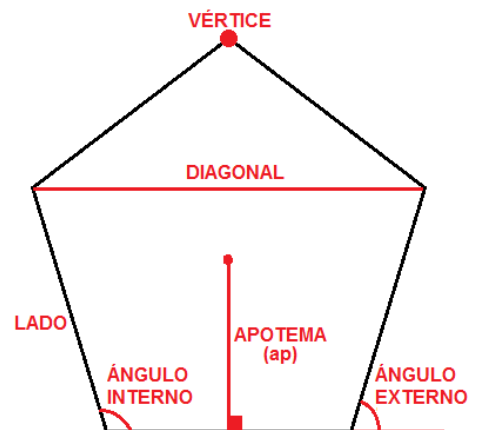


**¿Qué es un polígono?**

Es una figura cerrada compuesta por una secuencia limitada de segmentos, el interior de un polígono es llamado área.

Sus elementos son los siguientes:

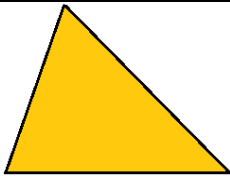
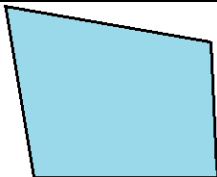
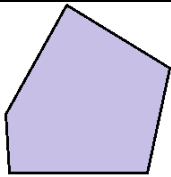
1. Lado: Es cada segmento que limita al polígono.
2. Vértice: Es la unión de dos lados.
3. Angulo interno: Es la porción de espacio que forman dos lados consecutivos del polígono.
4. Angulo externo: Es la porción de espacio que forma la prolongación de un lado con un lado consecutivo.
5. Diagonal: Es el segmento que une dos vértices no consecutivos.
6. Apotema: Sólo para polígonos regulares, es la distancia del centro del polígono al punto medio de cada lado.



**CLASIFICACIÓN**

Se clasifican según tres criterios: cantidad de lados, convexidad y medida de sus lados y ángulos.

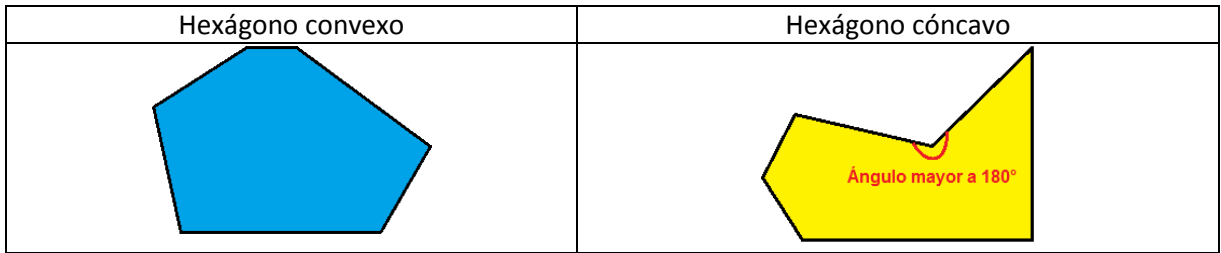
a) Según su cantidad de lados, pueden ser los siguientes:

Triángulo (3 lados)	Cuadrilátero (4 lados)	Pentágono (5 lados)
		

Así, sucesivamente como el hexágono (6 lados), heptágono (7 lados), octágono u octógono (8 lados), nonágono o eneágono (9 lados), decágono (10 lados), undecágono o endecágono (11 lados), dodecágono (12 lados), pentadecágono (15 lados), icoságono (20 lados), triacontágono (30 lados) y el tetracontágono (40 lados).

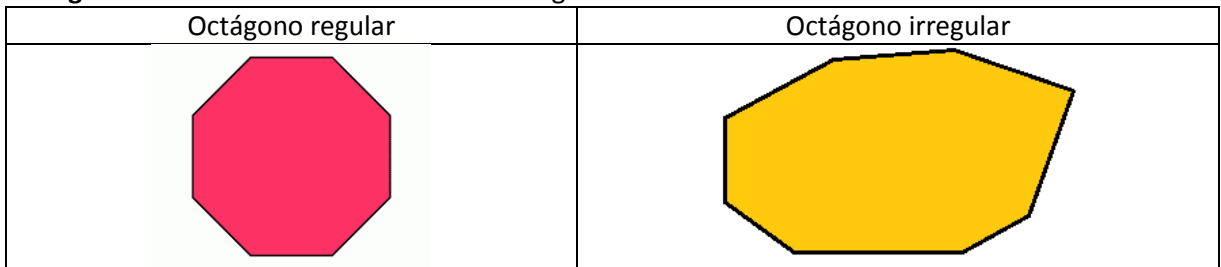
b) Según su convexidad: Estos pueden ser:

- **Convexo:** Cuando todos sus ángulos internos sean menores que 180°.
- **Cóncavo:** Llamado también no convexo, es cuando por lo menos un ángulo interno sea mayor a 180°.



c) Según las medidas de sus lados y ángulos: Estos pueden ser regulares e irregulares.

- **Regulares:** Cuando la medida de sus lados y ángulos son iguales. Los polígonos que tienen lados iguales son llamados equiláteros, como por ejemplo el rombo, y los polígonos que tienen ángulos de igual medida son llamados equiángulos, por ejemplo el rectángulo. Esto quiere decir, que para ser un polígono regular debe ser equilátero y equiángulo a la vez.
- **Irregulares:** Cuando un lado o uno de sus ángulos tiene diferente medida.

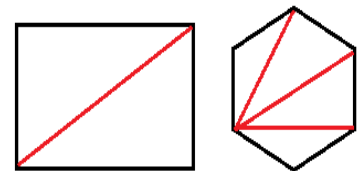


### PROPIEDADES DE LOS POLÍGONOS:

Un polígono de “n” lados tiene igual cantidad de vértices, de ángulos internos, de ángulos externos.

#### 1. ¿Cómo se calcula el total de diagonales en un polígono convexo?

Las diagonales trazadas desde un vértice de un polígono convexo de “n” lados está dado por “n – 3”, esto es, si el polígono tiene 4 lados, desde un vértice solo se podrá trazar 1 diagonal, y si es un hexágono, es quiere decir que n = 6, se podrá trazar 3 diagonales desde un solo vértice.



Para calcular el total de diagonales que se pueden trazar en un polígono convexo de “n” lados se usará:

$$D = \frac{n(n - 3)}{2}$$

Al reemplazar en lá fórmula tenemos que:

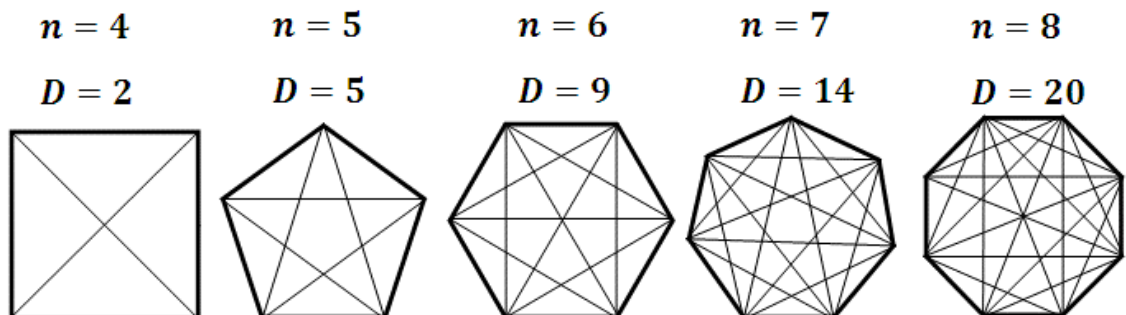
$$n = 4: D = \frac{4(4-3)}{2} = 2$$

$$n = 5: D = \frac{5(5-3)}{2} = 5$$

$$n = 6: D = \frac{6(6-3)}{2} = 9$$

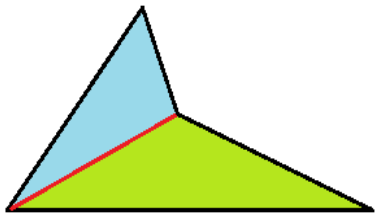
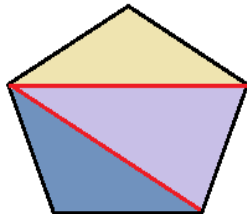
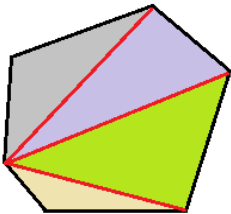
$$n = 7: D = \frac{7(7-3)}{2} = 14$$

$$n = 8: D = \frac{8(8-3)}{2} = 20$$



**2. ¿Cómo se calcula la suma de ángulos internos de un polígono?**

La suma de ángulo internos de cualquier polígono se justifica por la descomposición de este polígono en triángulos. Se sabe la suma de ángulos internos de un cada triángulo formado es 180°.

Cuadrilátero (4 lados)	Pentágono (5 lados)	Hexágono (6 lados)
		
Suman $180^\circ(2) = 180^\circ(4-2)$	Suman $180^\circ(3) = 180^\circ(5-2)$	Suman $180^\circ(4) = 180^\circ(6-2)$

Generalizando  $S_i = 180^\circ(n - 2)$

Para conocer la medida de cada ángulo interno, si el polígono fuera regular solo se dividirá entre el número total de ángulos, es decir "n".

$$i = \frac{180^\circ(n - 2)}{n}$$

Por ejemplo si queremos saber cuál es la suma de todas medidas de ángulos internos de un decágono, y cuanto mide un solo ángulo interno, haremos lo siguiente:

$$n = 10$$

$$S_i = 180^\circ (10 - 2) = 180^\circ \cdot (8) = 1440^\circ$$

Luego, para el caso de un decágono regular y para saber la medida del ángulo interno, se divide entre 10.

$$i = 1440^\circ / 10 = 144^\circ$$

**3. ¿Cómo se calcula la suma de ángulos externos de un polígono?**

Como un ángulo interno y un ángulo externo son suplementarios, es decir, forman 180°, entonces:

$$i + e = 180^\circ$$

$$\frac{180^\circ(n - 2)}{n} + e = 180^\circ$$

$$e = 180^\circ - \frac{180^\circ(n - 2)}{n} = \frac{180^\circ n - 180^\circ(n - 2)}{n} = \frac{180^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ}{n}$$

Por lo que la medida de un ángulo externo está dado por:  $e = \frac{360^\circ}{n}$

Esto es siempre y cuando el polígono sea regular.

Por ejemplo para calcular la medida de un ángulo externo o exterior de un decágono regular:

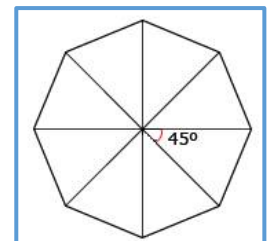
$$n = 10$$

$$e = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

Para el caso de la suma de los ángulos externos de cualquier polígono convexo, es así  $S_e = 360^\circ$

**4. ¿Cómo se calcula la medida de un ángulo central?:**

En un polígono regular, desde el centro se trazan segmentos hacia los vértices, estos son llamados radios, y cada ángulo que forman los radios se llama ángulo central. Como se forman tantos ángulos centrales como lados tiene el polígono, cada ángulo central está dado por:  $\frac{360^\circ}{n}$



Por ejemplo para calcular cuál es la medida del ángulo central de un octágono regular.

Sabemos que, en el octágono el número de lados es 8, entonces:  $\frac{360^\circ}{n} = 45^\circ$

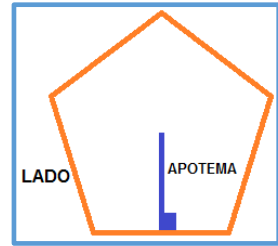
Por tanto, el ángulo central de un octágono regular mide  $45^\circ$ .

**5. ¿Cómo se calcula el perímetro de un polígono?:**

El perímetro de un polígono regular es igual a la cantidad de lados por la longitud del lado.

$$\text{Perímetro} = n \times \text{lado}$$

El perímetro de los polígonos irregulares es la suma de las medidas de todos los lados del polígono.



**6. ¿Cómo se calcula el área de un polígono?:**

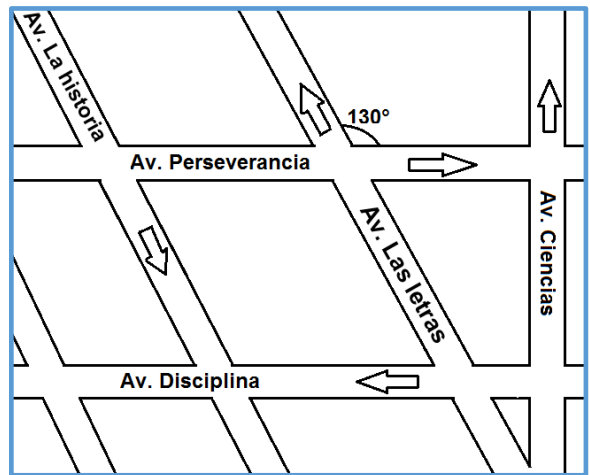
El Área de un polígono regular se halla aplicando la siguiente fórmula:

$$\text{Área} = \frac{\text{Perímetro} \times \text{Apotema}}{2}$$

**ANALIZAMOS**

1. Observa las calles y responde:

- ¿Cuál es la medida del mayor ángulo entre la Av. La historia a la Av. Perseverancia? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál es la medida del menor ángulo que hay entre las avenidas Las letras y Disciplina? \_\_\_\_\_
- Las avenidas Perseverancia y Disciplina representan a rectas \_\_\_\_\_
- La Av. Perseverancia y la Av. Ciencias representan a rectas \_\_\_\_\_
- La Av. Las letras y la Av. Ciencias representan a rectas \_\_\_\_\_



2. En la naturaleza tenemos a la Ipomoea o Morning Glory es el nombre que reciben cientos de plantas herbáceas trepadoras cuyas flores nacen y mueren cada día.

- Esta flor de esta planta tiene \_\_\_\_\_ lados y tiene la forma de un polígono llamado \_\_\_\_\_.
- Se observa que cada lado tiene la misma \_\_\_\_\_ y también sus \_\_\_\_\_ internos, por lo que el polígono es \_\_\_\_\_.

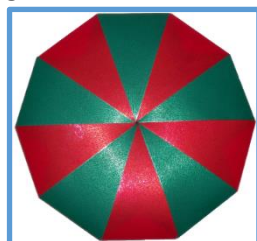


3. ¿Cuál es la medida de un ángulo interior de un polígono regular que desde un vértice se puede trazar tres diagonales?

$n - 3 =$  \_\_\_\_\_, de aquí,  $n =$  \_\_\_\_\_. Reemplazando en la fórmula de ángulo interior tenemos:

$$\frac{180^\circ(n - 2)}{n} = \frac{180^\circ(\text{_____} - 2)}{\text{_____}} = \text{_____}$$

4. A continuación se muestra una sombrilla vista desde arriba, y se desea saber la medida de los ángulos de cada paño triangular.



**Resolución:**

La figura es un \_\_\_\_\_ por lo que el valor de “n” es \_\_\_\_\_

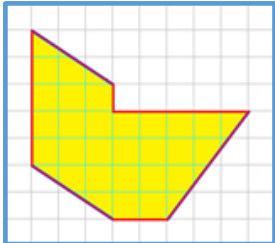
Se observa que se divide en \_\_\_\_\_ paños triangulares iguales, por lo que el ángulo central está dado por:  $\frac{360}{\text{_____}} = \text{_____}$ . Cada ángulo interno está dado por:  $\frac{180(\text{_____}-2)}{\text{_____}} = \text{_____}$ , esta medida se divide entre dos para obtener la otra medida del ángulo del triángulo y es \_\_\_\_\_. Por lo que las medidas de los ángulos de cada paño son: \_\_\_\_\_

**PRACTICAMOS:**

1. Relaciona ambas columnas mediante flechas.

Tiene once lados.	Eneágono
No tiene diagonales.	Hexágono
Su ángulo externo es el doble de su ángulo interno.	Cuadrado
Su ángulo central es recto.	Endecágono
Se puede dividir en nueve triángulos congruentes desde su centro.	Triángulo

2. Calcula el área sombreada sabiendo que cada cuadrícula es de 1cm de longitud.



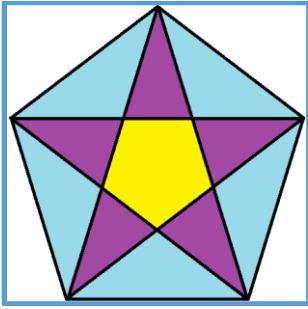
3. En la siguiente figura se puede observar una estrella de mar disecada la cual se desea poner en una vitrina circular de menor radio posible. ¿Cada punta de la estrella rozará la vitrina? Explica



4. ¿Cuál es la suma de ángulos internos del cuerpo de la guitarra que tiene forma de estrella?



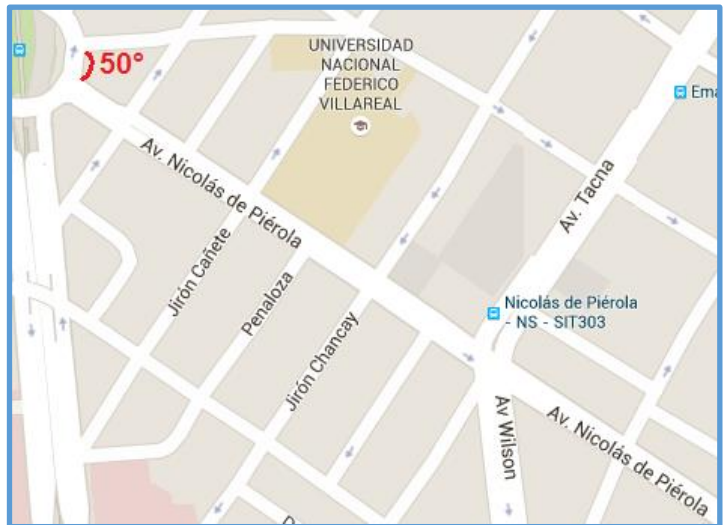
5. Se tiene un cometa con el siguiente diseño, ¿Cuáles son las medidas de los tres ángulos que tiene el triángulo obtuso más pequeño?



6. Una porción de papel tiene forma de hexágono regular de 15cm de lado, al cortarse por una de sus diagonales, se obtienen dos pedazos en forma de cuadriláteros. ¿Cuál es el perímetro de cada cuadrilátero?
- a) 75cm      b) 65cm      c) 60cm      d) 45cm
7. ¿Cuál es el polígono que tiene la misma cantidad de lados y de diagonales?
- a) Cuadrilátero  
b) Pentágono  
c) Octágono  
d) Eneágono

8. Indica si es verdadero (V) o falso (F) cada una de las siguientes afirmaciones:

- I. Av. Tacna y Av. Wilson son perpendiculares.  
II. El menor ángulo formado por las Av. Wilson y Nicolás de Piérola es  $50^\circ$ .  
III. El Jr. Cañete y la Av. Tacna son paralelas.  
IV. Las avenidas Wilson y Nicolás de Piérola son oblicuas.



- a) FFVF  
b) FFVV  
c) VFFF  
d) VVVF

9. Del mapa anterior. ¿Cuál es el ángulo obtuso que forman las avenidas Nicolás de Piérola y Wilson?
- a)  $40^\circ$       b)  $50^\circ$       c)  $130^\circ$       d)  $140^\circ$

10. ¿Qué polígono representa los adoquines que se han puesto en un estacionamiento?



- a) Hexágono regular  
b) Hexágono convexo  
c) Hexágono cóncavo  
d) Heptágono cóncavo

11. ¿Cuál de los polígonos mencionados tienen lados paralelos y perpendiculares?

- a) Romboide
- b) Rombo
- c) Trapecio
- d) Rectángulo

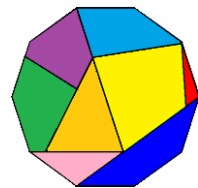
12. Se desea hacer una réplica de la ventana presentada, si se sabe que tiene los lados iguales. ¿Qué ángulo forman cada lado?

- a)  $120^\circ$
- b)  $128,6^\circ$
- c)  $252^\circ$
- d)  $102,9^\circ$



13. Dentro del presente decágono regular se muestran ocho polígonos de diferente tamaño. ¿Qué medida tiene el menor ángulo formado entre el lado del decágono y la diagonal trazada?

- a)  $144^\circ$
- b)  $136^\circ$
- c)  $44^\circ$
- d)  $36^\circ$



14. La cantidad total de diagonales de un polígono regular es igual al triple de número de vértices. Calcule la medida de un ángulo central.

- a)  $10^\circ$
- b)  $20^\circ$
- c)  $30^\circ$
- d)  $40^\circ$

15. Si un decágono regular tiene 15cm de lado y la distancia del centro a uno de sus lados es 23,08cm. ¿Cuál es el área del decágono?

- a)  $173,1\text{cm}^2$
- b)  $346,2\text{cm}^2$
- c)  $1731\text{cm}^2$
- d)  $3462\text{cm}^2$



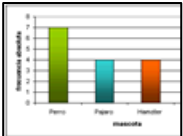
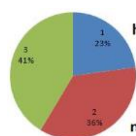
## SESIÓN DE REFUERZO N° 9

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Visitando el famoso parque de las leyendas”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	21 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos	✓ Expresa información presentada en tablas y gráficos estadísticos para datos no agrupados y agrupados.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos	✓ Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas.

SECUENCIA DIDÁCTICA																					
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO																		
Inicio	<p>1. El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes y procede a repartir las fichas de trabajo. Luego, escribe en la pizarra: <b>¿Por qué es importante saber interpretar cuadros, gráficos y medidas estadísticas?</b> y solicita a los estudiantes que reflexionen y den ejemplos donde se evidencie la importancia de tener un manejo adecuado de la estadística para tomar las mejores decisiones. El docente anota las participaciones espontáneas.</p> <p>2. A continuación, se pide a todos los estudiantes organizados en pares que lean la la ficha de trabajo e intenten responder las preguntas propuestas.</p> <p><i>“Situación que hace referencia a los puntos anotados por dos jugadores de básquet en los últimos 5 partidos jugados por cada uno. Dicha información debe servir al entrenador para decidir cuál de los dos ingresará al campo”.</i></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">Partidos Jugadores</th> <th style="text-align: center;">1°</th> <th style="text-align: center;">2°</th> <th style="text-align: center;">3°</th> <th style="text-align: center;">4°</th> <th style="text-align: center;">5º</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">Pablo</td> <td style="text-align: center;">14</td> <td style="text-align: center;">14</td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">20</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Claudio</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td style="text-align: center;">16</td> <td style="text-align: center;">13</td> <td style="text-align: center;">15</td> <td style="text-align: center;">14</td> </tr> </tbody> </table> <p>Luego el docente coloca las preguntas solicitadas de la ficha en un PPT y procede a asignar a cada grupo una pregunta y a repartir hojas donde colocaran sus resultados y procederán a pegarlo en la pizarra</p> <p>✓ <b>¿De qué manera crees que podrían ayudar los datos presentados en tomar una decisión?</b></p> <p>✓ <b>¿Conoces las medidas de tendencia central? ¿Sabes cuáles son?</b></p> <p>✓ <b>Determina el promedio, mediana y moda de los puntos de cada uno de los jugadores.</b></p>	Partidos Jugadores	1°	2°	3°	4°	5º	Pablo	14	14	10	6	20	Claudio	12	16	13	15	14	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p>	10 min
Partidos Jugadores	1°	2°	3°	4°	5º																
Pablo	14	14	10	6	20																
Claudio	12	16	13	15	14																

	<p>✓ <b>¿Qué diferencias observas entre los promedios, medianas y modas en ambos jugadores?</b></p> <p>✓ <b>¿Por cuál de los dos jugadores te inclinarías tú y por qué?</b></p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala las actividades a desarrollarse durante la sesión y el propósito de la sesión: <b>Interpretar cuadros y gráficos estadísticos; así como analizar las medidas de tendencia central en situaciones problemáticas.</b></p>																																			
<p><b>Desarrollo</b></p>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>A continuación el docente lleva al aula botellas de bebidas gaseosas o recortes sobre etiquetas los coloca sobre la pizarra y pregunta ¿Cuál de las gaseosas presentadas es su favorita? Luego presenta un cuadro en PPT, para ir registrando las respuestas de los estudiantes, los estudiantes levantan la mano al elegir su gaseosa favorita y el docente con ayuda de todos realiza el conteo y toma nota sobre la tabla.</p> <table border="1" data-bbox="336 770 1086 943"> <thead> <tr> <th>Gaseosas</th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Coca cola</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Inca Kola</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Pepsi cola</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Guarana</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Luego pregunta ¿Recuerdan cómo se llama a fi y que representa? Los estudiantes responden con lluvia de ideas y a partir de ello el docente consolida la idea y coloca fi sobre la columna correspondiente.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Frecuencia Absoluta (fi)</b>, es el número de veces que se repite un valor en un conjunto de datos.</li> </ul> </div> <p>¿Cuál será el % de preferencia de cada bebida gaseosa? Los estudiantes en pares resuelven la pregunta y brindan su respuesta con lluvia de ideas, a partir ellas el docente completa el cuadro, ¿Qué representa hi%?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Frecuencia relativa (hi)</b>, es el cociente entre la frecuencia absoluta de un determinado valor y el número total de datos. Se expresa también como porcentaje (hi%) multiplicando por 100 dicho cociente.</li> </ul> </div> <table border="1" data-bbox="336 1514 1086 1715"> <thead> <tr> <th>Gaseosas</th> <th>fi</th> <th>hi%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Coca cola</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Inca Kola</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Pepsi cola</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Guaraná</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>El docente solicita a los estudiantes que en grupo de dos grafiquen en una hoja la preferencia de medidas gaseosas y los peguen en la pizarra. El docente analiza las gráficas presentadas y realiza la retroalimentación sobre ellas.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="336 1861 730 2063"> <p><b>Gráfico de barras:</b> En el eje horizontal se ubican las categorías y en el eje vertical las frecuencias.</p>  </div> <div data-bbox="730 1861 1125 2063"> <p><b>Gráfico Circular.</b> Se representan en un círculo dividido en</p>  </div> </div>	Gaseosas			Coca cola			Inca Kola			Pepsi cola			Guarana			Gaseosas	fi	hi%	Coca cola			Inca Kola			Pepsi cola			Guaraná			Total			<p>Envases descartables o recortes de etiquetas de gaseosas</p> <p>plumones, masking. Papelógrafos Cinta de embalaje Papel bond</p>	<p>30 min</p>
Gaseosas																																				
Coca cola																																				
Inca Kola																																				
Pepsi cola																																				
Guarana																																				
Gaseosas	fi	hi%																																		
Coca cola																																				
Inca Kola																																				
Pepsi cola																																				
Guaraná																																				
Total																																				

sectores.

¿Cuáles con los tipos de variables?

**Las variables cualitativas** se refieren a **características o cualidades** que **no** pueden ser medidas con **números**.

**Variable cuantitativa** es la que se **expresa mediante un número**, por tanto se pueden realizar operaciones aritméticas con ella.

¿Con qué tipo de variable hemos trabajado?

Esta actividad, le permite saber al estudiante, que la estadística es parte de su realidad y reconoce el conteo de datos, aprende a obtener % y a realizar gráficos e identificar el tipo de variable.

El docente pide que en pares hagan una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la ficha. Luego de analizar el texto, verifiquen que las respuestas dadas a la situación inicial sean las correctas.

#### **Analizamos**

A continuación en equipos de 4 estudiantes se pide que analicen la pregunta 1 mientras el docente coloca dicha pregunta en la pizarra.

#### **Edades de los jóvenes del equipo de futbol**

Edad	fi
16	7
17	8
18	5
19	4
20	6
Total	30

Determina el valor del promedio, mediana y moda de las edades de estos jóvenes.

Los estudiantes salen a la pizarra y explican los procedimientos de solución detectados en la ficha y el docente consolida con ellos los conceptos de promedio, mediana y moda, a través de preguntas de reflexión.

El docente presenta la siguiente información en un PPT:

Teoría  
básica  
de la  
Ficha

Ficha de  
trabajo  
problemas  
resueltos

20 m

	<p>La <b>mediana</b> de un conjunto de datos es un valor del mismo tal que el número de datos menores que él es igual al número de datos mayores que él.</p> <p><b>Ejemplo:</b> Los pesos, en kilogramos, de 7 jugadores de un equipo de fútbol son: 72, 65, 71, 56, 59, 63, 72</p> <p>1°. Ordenamos los datos: → 56, 59, 63, <b>65</b>, 71, 72, 72</p> <p>2°. El dato que queda en el centro es <b>La mediana vale 65.</b></p> <p><b>Caso:</b> Si el número de datos fuese par, la mediana es la media aritmética de los dos valores centrales.</p> <p>Para el conjunto 56, 57, 59, 63, 65, 71, 72, 72, la mediana es: <math>\frac{63+65}{2} = 64</math></p> <p>El docente indica que cada grupo analice uno de los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue, para de esta manera explicárselo a sus otros 3 compañeros.</p> <p>El docente puede explicar alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.</p> <p>Además el docente plantea la siguiente interrogante: ¿Para qué me sirve conocer las medidas de tendencia central?</p> <p>Las respuestas a esta pregunta las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán hasta 10 problemas propuestos.</p> <p>El docente les indica que acompañará en todo momento las diferentes mesas de trabajo y que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz 2B y borrador.</p> <p>La sección practicamos se hará en pares.</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de respuestas con sus datos respectivos.</p>	<p>Problemas propuestos de la Ficha</p>	<p>50 min</p>
<p><b>Cierre</b></p>	<p>Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.</p> <p>El docente realiza las preguntas de Metacognición</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué aprendí hoy?</li> <li>✓ ¿Consideras importante la representación de datos en tablas y gráficos estadísticos? ¿Por qué?</li> <li>✓ ¿Tuviste dificultades en hallar la mediana?</li> <li>✓ ¿Qué estrategias utilizaste para realizar gráficos de pastel o circulares?</li> <li>✓ ¿En qué situación de contexto real puedes utilizar la estadística?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado.</p> <p><b><i>Sobre los tipos de variables, las diferentes gráficos estadísticos, aplicaciones al contexto del promedio, mediana y moda y sobre la importancia de la estadística.</i></b></p>	<p>Cuaderno Problemas propuestos de la ficha</p>	<p>10 min</p>

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos	✓ Expresa información presentada en tablas y gráficos estadísticos para datos no agrupados y agrupados.	✓ 1, 2, 3, 4, 9, 11, 12, 14, 15
Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos	✓ Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas.	✓ 5, 6, 7, 8, 10, 13

## Ficha de trabajo: Buscando argumentos para tomar una buena decisión

El entrenador deportivo de una institución educativa debe elegir a uno de los dos jugadores que están en la banca para que ingrese al campo en un partido de básquet decisivo durante los Juegos Deportivos Escolares Nacionales 2015. Para tomar la decisión, consulta con su asistente, que le muestra una tabla con la efectividad de cada uno de ellos en los partidos anteriores.

Los puntos anotados por cada jugador en los cinco últimos partidos figuran en la siguiente tabla:

Jugadores \ Partidos	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
Pablo	14	14	10	6	20
Claudio	12	16	13	15	14

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿De qué manera crees que los datos presentados podrían ayudar a tomar una decisión?

\_\_\_\_\_

2. ¿Conoces las medidas de tendencia central? ¿Sabes cuáles son?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. Determina el promedio, mediana y moda de los puntos de cada uno de los jugadores.

	Pablo	Claudio
Promedio aritmético		
Mediana		
Moda		

4. ¿Qué diferencias observas entre los promedios, medianas y modas en ambos jugadores?

\_\_\_\_\_

5. ¿Por cuál de los dos jugadores te inclinarías tú y por qué?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Aprendemos

### Tabla de distribución de frecuencias

La distribución de frecuencias o tabla de frecuencias es una ordenación de datos estadísticos en la que se asigna a cada dato la frecuencia que le corresponde.

#### Tipos de frecuencia

- **Frecuencia Absoluta (fi)** es el número de veces que se repite un valor en un conjunto de datos.
- **Frecuencia Absoluta acumulada (Fi)** es la suma de las frecuencias absolutas de todos los valores inferiores o iguales al valor considerado.
- **Frecuencia relativa (hi)**, es el cociente entre la frecuencia absoluta de un determinado valor y el número total de datos.
- **Frecuencia porcentual (h%)**, se halla multiplicando por 100 a la frecuencia relativa

#### Tabla de frecuencias para datos no agrupados

**Ejemplo:** durante la primera quincena del mes de julio, en una ciudad se han registrado las siguientes temperaturas máximas en grados Celsius (°C): 32, 31, 28, 29, 30, 31, 31, 30, 31, 31, 28, 28, 29, 30 y 31.

La tabla de frecuencias correspondiente a estos datos no agrupados es la siguiente:

### Temperaturas en la primera quincena de julio

Temperatura máxima (°C)	fi	Fi	hi	hi %
28	3	3	0,20	20 %
29	2	5	0,13	13 %
30	3	8	0,20	20 %
31	6	14	0,40	40 %
32	1	15	0,07	7 %
Total	15		1,00	100 %

#### Tabla de frecuencias para datos agrupados

**Ejemplo:** una empresa de calzado anotó las tallas de zapatos de treinta de sus clientes: 38, 42, 35, 23, 24, 43, 22, 36, 37, 20, 32, 35, 40, 21, 41, 42, 24, 38, 40, 38, 30, 34, 42, 28, 42, 36, 38, 24, 30 y 28.

Como la variable tallas de zapato tiene muchos valores, se deben agrupar los datos en intervalos. Seguimos los siguientes pasos:

- Determinamos el número de intervalos ( $k$ ) con esta ecuación:  $k = \sqrt{n}$ , donde  $n$  es el número de datos.

$$k = \sqrt{30} \approx 5,48, \text{ entonces } k = 5$$

- Encontramos el rango o recorrido:  $R = \text{dato mayor} - \text{dato menor} = 43 - 20 = 23$ .

- Determinamos la amplitud del intervalo ( $A$ )

$$A = R/k = 23/5 = 4,6 \approx 5$$

- Formamos el primer intervalo:

Límite inferior = 20

Límite superior =  $20 + 5 = 25$

Entonces el primer intervalo es  $[20; 25[$

- Por otro lado, la marca de clase ( $xi$ ) es el punto medio de un intervalo. Es el valor representativo de una clase.

$$xi = \frac{Li + Ls}{2} = \frac{20 + 25}{2} = 22,5$$

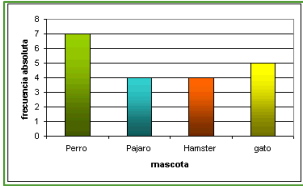

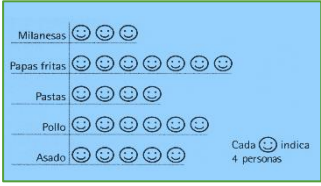
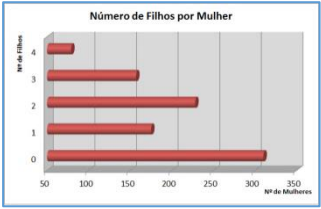
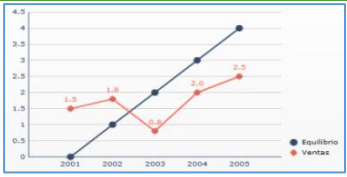
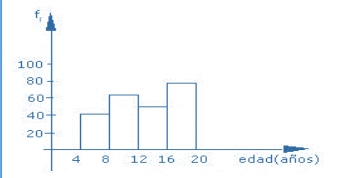
- Por tanto, la tabla de frecuencias correspondiente a estos datos es la que sigue:

Tallas de zapatos de los clientes de una empresa de calzado

Tallas de zapato	xi	fi	Fi	hi	hi%
[20; 25[	22,5	7	7	0,23	23 %
[25; 30[	27,5	2	9	0,07	7 %
[30; 35[	32,5	4	13	0,13	13 %
[35; 40[	37,5	9	22	0,30	30 %
[40; 45[	42,5	8	30	0,27	27 %
Total		30		1,00	100 %

## Elección de un gráfico estadístico según el tipo de variable

Por ser más adecuados, se recomienda el uso de estos gráficos según el tipo de variable.

Tipo de variable	Gráfico estadístico	Representación
Variable cualitativa o nominal	<b>Gráfico de barras.</b> Puede ser simple o múltiple, vertical u horizontal. En un eje se ubican las categorías y en el otro eje, las frecuencias.	
	<b>Gráfico circular.</b> Se representa en un círculo dividido en sectores. Cada sector es proporcional a las frecuencias relativas.	
	<b>Pictogramas.</b> Son gráficos con dibujos alusivos al carácter que se está estudiando y cuyo tamaño es proporcional a la frecuencia que representan.	
Variable cuantitativa	<b>Gráfico de barras.</b> También se utilizan para datos cuantitativos discretos.	
	<b>Gráfico lineal.</b> Se utiliza para representar una serie de datos registrados en un tiempo determinado y observar variaciones y tendencias.	
	<b>Histogramas.</b> Se usa para datos cuantitativos, continuos o discretos, agrupados. La base está dada por cada intervalo y la altura es la frecuencia correspondiente.	

## Medidas de tendencia central

Son valores que permiten representar un conjunto de datos. Estos son los siguientes:

- **La media aritmética o promedio** ( $\bar{x}$ ) es resultado de dividir la suma de todos los datos entre la cantidad total de datos.
- **La mediana (Me)** es el valor correspondiente a la posición central del conjunto de datos ordenados de manera creciente o decreciente.
- **La moda (Mo)** es el valor que más se repite, es decir, el valor que tiene mayor frecuencia absoluta.



## Analizamos

1. Las edades de los jóvenes que entrarán en un equipo de fútbol se muestran en la siguiente tabla:

Edades de los jóvenes del equipo de fútbol

Edad	fi
16	7
17	8
18	5
19	4
20	6
Total	30

Determina el valor del promedio, mediana y moda de las edades de estos jóvenes.

### Resolución:

Para determinar el promedio de las edades, debemos sumar las edades de todos los jóvenes y luego lo dividiremos entre la cantidad de jóvenes. Así:

$$\bar{x} = \frac{7(16) + 8(17) + 5(18) + 4(19) + 6(20)}{30} = \frac{534}{30} = 17,8$$

Por lo tanto, el promedio de edad de los jóvenes que entrenan en este equipo de fútbol es 17,8 años.

Debemos considerar que, al tener un número par de datos, vamos a encontrar dos valores centrales, aquellos ubicados en la posición 15 y 16 respectivamente. Por tanto, para determinar la mediana se debe sacar el promedio de ambos valores.

Tenemos 15 jóvenes que tienen 16 años y 17 años, entonces la edad en la posición 15 es 17 años y en la posición 16 es 18 años. Luego

$$Me = \frac{17 + 18}{2} = 17,5$$

Por lo tanto, la mediana de la edad de los jóvenes es 17,5 años.

La moda es el valor que se repite con mayor frecuencia; entonces, la moda de las edades es 17 años porque, a diferencia de las otras edades, hay más jóvenes con esa edad en los entrenamientos del equipo.

2. El histograma de frecuencias muestra las edades de los novios que contrajeron matrimonio en la municipalidad de un distrito. Según el gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta?



- a. El histograma registra las edades de 172 personas que contrajeron matrimonio en ese distrito.
- b. Menos del 8 % de los novios tienen más de 16 años y menos de 20 años.
- c. 55 novios que contrajeron matrimonio tienen la mayor edad registrada.
- d. Más de la mitad de los novios tienen más de 24 años y menos de 36 años.

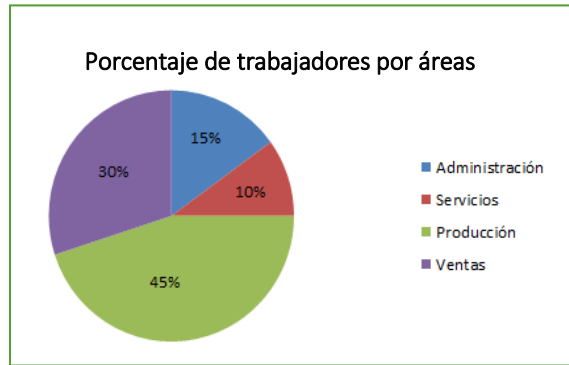
### Resolución

La alternativa (a) es correcta, ya que si sumamos las frecuencias el resultado es 172.

La alternativa (b) también es correcta, ya que  $10/172 = 0,058 = 5,8 \%$ ; por tanto, efectivamente, es menor al 10 % el total.

La alternativa (c) hace referencia a la cantidad de novios cuyas edades están entre los 28 y 32 años, que no es la mayor edad registrada; por lo tanto, esta es la afirmación incorrecta.

3. En una empresa de embutidos, los trabajadores se distribuyen en diferentes áreas, tal como muestra el gráfico.



Si en la empresa hay un total de 120 trabajadores, elabora una tabla de frecuencias con estos datos.

**Resolución**

Si el total es 120, determinamos la cantidad de trabajadores en cada área.

Administración:  $15/100 (120) = 18$

Servicios:  $10/100 (120) = 12$

Producción:  $45/100 (120) = 54$

Ventas:  $30/100 (120) = 36$

Con estos datos procedemos a elaborar una tabla de frecuencias.

**Practicamos**

1. La posta médica registró las edades de 30 de sus pacientes adultos mayores. Con estos datos construyeron una tabla de frecuencias.

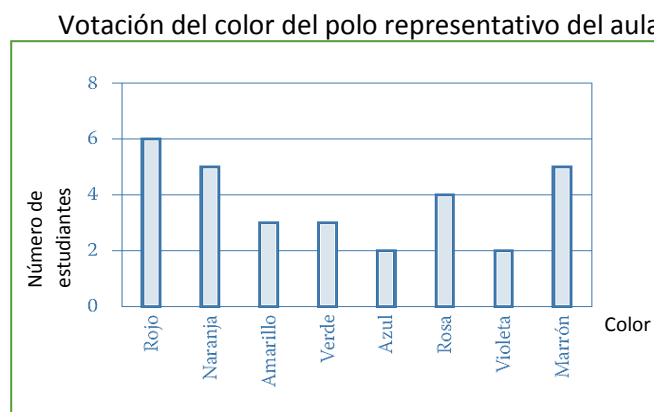
Pacientes adultos mayores de la posta médica

Edad	Marca de clase (xi)	fi	hi	hi (%)
[54; 60[	57	9	0,3	30 %
[60; 66[	63			
[66; 72[	69	5	0,17	
[72; 78[	75	4	0,13	13 %
[78; 84[	81	6		
Total		30	1	100 %

Completa la tabla y determina el porcentaje de pacientes adultos mayores que tienen al menos 72 años de edad.

- a. 13 %      b) 33 %      c) 50 %      d) 67 %

2. En el aula de segundo de secundaria, se realizó una votación para decidir el color del polo que usarán para representar al aula en las olimpiadas deportivas. El siguiente gráfico de barras muestra estos resultados.



¿Qué colores tuvieron más de 3 votos?

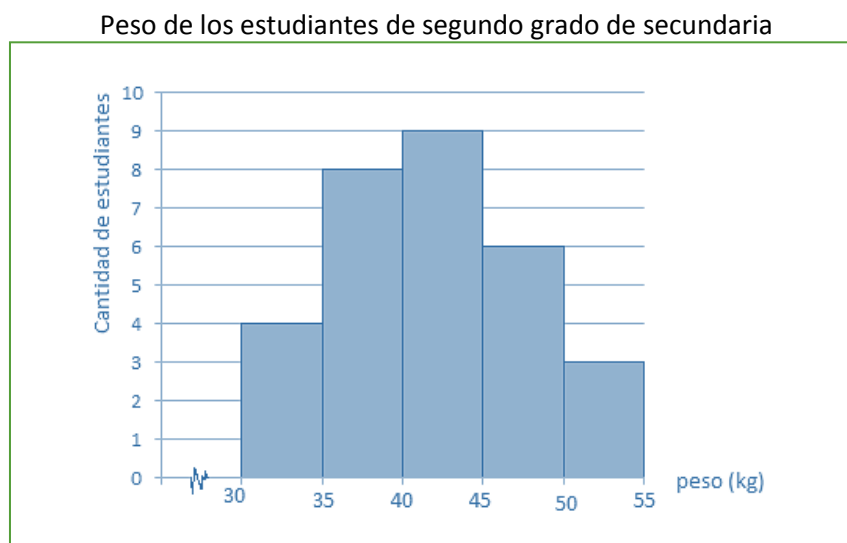
- a. Rojo.
- b. Azul y violeta.
- c. Amarillo y verde.
- d. Rojo, naranja, rosa y marrón.

3. El gráfico muestra la venta de dos tipos de cereales, A y B, durante 4 años. Si la tendencia en la venta de los cereales continúa durante los próximos 10 años, ¿en qué año la venta de los cereales A será igual a la venta de los cereales B?



- a. 2024
- b. 2018
- c. 2017
- d. 2015

4. El profesor de Educación Física registró en el siguiente gráfico el peso de los estudiantes de segundo grado de secundaria.



¿Cuál de los siguientes cuadros corresponde a los datos del gráfico?

a.

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35[	4
[35; 40[	8
[40; 45[	9
[45; 50[	6
[50; 55]	3

b.

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35[	4
[35; 40[	12
[40; 45[	21
[45; 50[	27
[50; 55]	30

c.

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35[	30
[35; 40[	35
[40; 45[	40
[45; 50[	45
[50; 55]	50

d.

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35[	3
[35; 40[	4
[40; 45[	6
[45; 50[	8
[50; 55]	9

5. Un estudiante dejó caer una pelota 6 veces desde la azotea de un edificio de 20 m de altura. En la siguiente tabla, el estudiante registró el tiempo que tardó la pelota en llegar al suelo en cada una de las caídas. ¿Cuál es el promedio del tiempo que demora en caer la pelota?

- a. 1,8 segundos.
- b. 1,9 segundos.
- c. 2 segundos.
- d. 2,2 segundos.

Número de caída	Tiempo de caída (segundos)
Primera	2
Segunda	2,1
Tercera	1,9
Cuarta	2
Quinta	1,8
Sexta	2,2

6. En un estudio socioeconómico, se registró el salario mensual de un grupo de padres de familia de una sección de segundo grado de secundaria.

S/. 1700	S/. 2300	S/. 1000	S/. 1250	S/. 1000
S/. 1300	S/. 1250	S/. 1000	S/. 1700	S/. 1000
S/. 1700	S/. 2300	S/. 1000	S/. 2000	S/. 1000
S/. 1300	S/. 1250	S/. 1000	S/. 1250	S/. 1000
S/. 1250	S/. 2300	S/. 1000	S/. 1000	S/. 1700

¿Cuántos padres de familia de esta sección perciben un salario menor que el promedio de este grupo?

---



---

7. Para saber si nuestra nota se encuentra entre los que sacaron más o los que sacaron menos en un examen de Matemática, debemos tomar como referencia una de las notas obtenidas por los estudiantes. Si las notas obtenidas son: 08, 14, 15, 18, 10, 10, 09, 11, 13, 14, 15, 08, 09, 10, 14, 12, 15, 18, 20, 16, 10, 11, 16, 18, 08, 13 y 18, ¿cuál es esa nota que nos servirá como referencia?

- a. 14
- b. 13
- c. 11
- d. 08

8. A una charla informativa sobre orientación vocacional asistieron jóvenes de distintas edades.

Edad	Cantidad de jóvenes
15	12
16	15
17	13
18	16
19	8

Determina la diferencia entre la mediana y la moda del conjunto de datos.

---



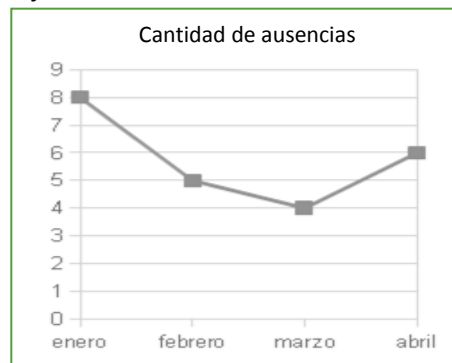
---

9. En una encuesta, se les preguntó a los estudiantes de un grupo sobre su comida favorita. Algunos resultados se presentan en la siguiente tabla:

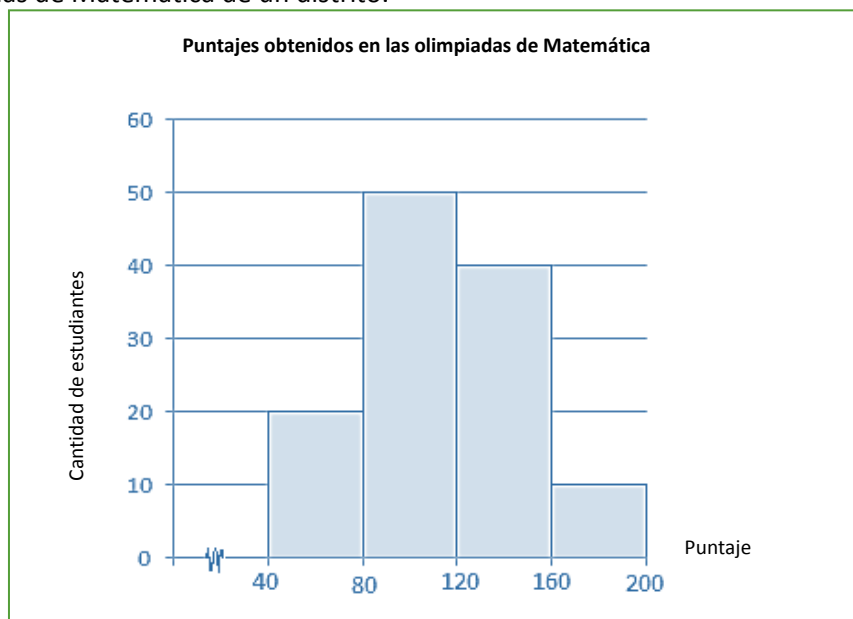
Comida	Arroz con pollo	Cebiche	Ají de gallina	Otros	Total de encuestados
Cantidad de estudiantes	4	20	¿?	3	36

- ¿Cuál o cuáles de los siguientes datos se pueden obtener a partir de la información presentada?
- El número de estudiantes del grupo que prefiere arroz con pollo.
  - El número de estudiantes del grupo que prefiere seco a la norteña.
  - El porcentaje de estudiantes del grupo que prefiere cebiche.
- I solamente.
  - III solamente.
  - I y II solamente.
  - I y III solamente.
10. Paola estudia en un instituto de enseñanza del idioma inglés. Ella obtuvo las siguientes notas en los tres primeros exámenes: 12, 20 y 15. Solo le falta el cuarto examen para terminar el ciclo. Si ella desea tener una nota final de 16 en el rubro de exámenes, ¿cuál es la mínima nota que debe obtener en el cuarto examen si en este instituto no se otorga puntos a favor?
- 17
  - 16
  - 18
  - 15

11. La siguiente gráfica representa el número de ausencias del personal de una empresa de lácteos durante cuatro meses. ¿Entre qué meses se produjo la reducción de las ausencias en dicha empresa?
- En marzo.
  - De febrero a abril.
  - De enero a marzo.
  - De enero a abril.



12. El siguiente histograma de frecuencias muestra el puntaje obtenido por un grupo de estudiantes en las olimpiadas de Matemática de un distrito.



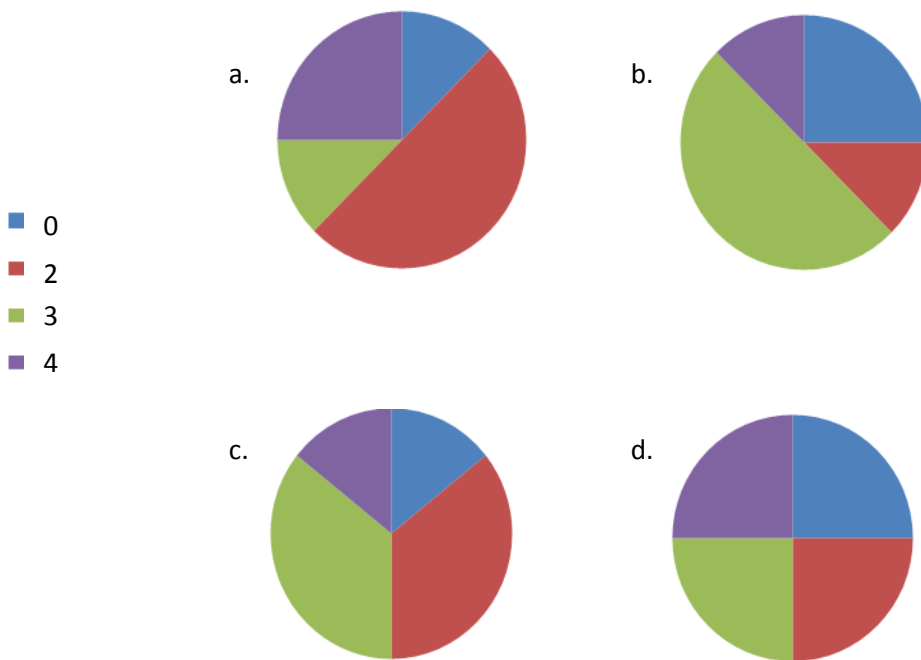
Según el gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta?

- a. El histograma registra las notas de 120 estudiantes que participaron en las olimpiadas de Matemática.
- b. El 75 % de estos estudiantes obtuvieron puntajes mayores que 80 y menores que 160.
- c. 20 estudiantes obtuvieron los mínimos puntajes de las olimpiadas.
- d. 50 estudiantes obtuvieron los máximos puntajes de las olimpiadas.

13. Se les preguntó a 32 personas de un distrito por el número de horas diarias que dedican a ver televisión. Los resultados son estos: 0, 2, 4, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 0, 2, 4, 2, 2, 4, 0, 4, 2, 2, 4, 2, 2, 3, 3, 2, 2, 2, 4, 4 y 0. ¿Cuál es la moda de estos datos?

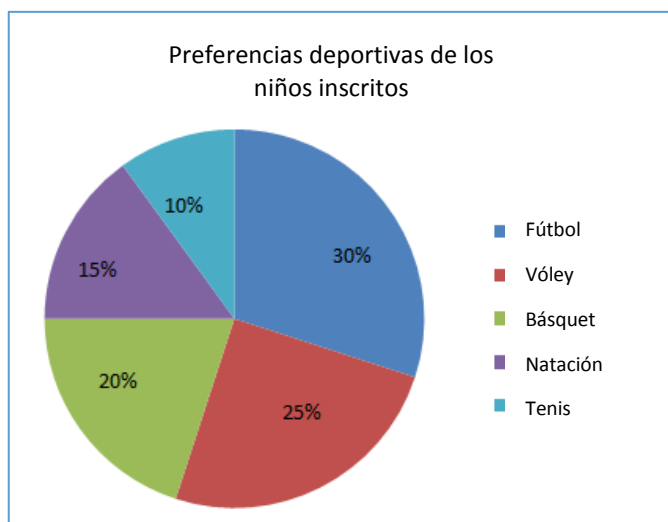
- a. 0
- b. 2
- c. 3
- d. 4

14. De la información anterior, ¿cuál de los gráficos circulares corresponde a los datos recogidos con respecto a la cantidad de horas que 32 personas dedican a ver televisión? Los datos están representados en la leyenda.



15. Se registraron en un gráfico circular las preferencias de los niños inscritos durante la primera semana en un club deportivo. Si sabemos que 8 niños prefieren básquet, ¿cuántos niños se inscribieron en dicho club en la primera semana?

- a. 100 niños.
- b. 40 niños
- c. 30 niños.
- d. 20 niños.



## SESIÓN DE REFUERZO N° 10

**TÍTULO DE LA SESIÓN: “Las medidas de tendencia central en el historial medallero de los Juegos Panamericanos”**

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	23 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Sustenta conclusiones o decisiones basado en información obtenida	✓Argumenta procedimientos para hallar la media, la mediana y la moda de datos agrupados y no agrupados; determina la medida más representativa de un conjunto de datos y su importancia en la toma de decisiones.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos	✓Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas. ✓Determina el rango o recorrido de una variable y la usa como una medida de dispersión.

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>El docente saluda a los estudiantes, da la bienvenida y luego plantea una pregunta en la pizarra: <b>¿Qué tendríamos que hacer para nombrar adecuadamente al alumno que nos represente en una competencia olímpica?</b> Solicita a los estudiantes que manifiesten sus opiniones motivándolos siempre a la reflexión. El docente anota las participaciones espontáneas.</p> <p>Posteriormente se da lectura a la información de la ficha de trabajo, observan la fotografía y volvemos a preguntar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué son los Juegos Panamericanos?</li> <li>¿En dónde y cada cuantos años se celebra?</li> <li>¿Cuántos deportistas y en cuántas disciplinas participan?</li> <li>¿Dónde será la próxima sede?</li> </ul> <p>Los estudiantes contestan a manera de lluvia de ideas y el docente toma nota de las participaciones voluntarias.</p> <p>Luego el docente indica a los estudiantes que se organicen en pares, que observen la imagen presentada y resuelvan la situación problemática sobre los países que ganaron más medallas de oro en los últimos cuatro Juegos Panamericanos presentado en un cuadro en la ficha, pagina 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Qué país ha destacado más en los cuatro últimos juegos panamericanos? ¿Cuánto es el promedio de sus medallas de oro?</li> <li>➤ Al ordenar de menor a mayor la cantidad de medallas de cada país ¿cuál es el promedio de las dos cantidades que quedan al centro?</li> </ul>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p>	20 min

	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ¿Qué países tienen la misma cantidad de medallas en dos o tres Juegos Panamericanos? ¿Cuál es esa cantidad en cada caso?</li> <li>➤ ¿Qué nombre reciben los valores hallados anteriormente?</li> </ul> <p>Los estudiantes, organizados en pares, dialogan y escriben sus respuestas en papelógrafos, luego lo colocan en la pizarra.</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión de clase: <b>Reconocer la medida de tendencia central más representativa de un conjunto de datos</b>, para luego aplicarlos a otros ejemplos concretos de la vida diaria.</p> <p>Es importante que los estudiantes comprendan que cada ficha consta de tres momentos y que se irán desarrollando gradualmente. Aprendemos, analizamos y practicamos. Este último asociado a la resolución de problemas propuestos.</p>	Papelógrafos, plumones, cinta adhesiva.	
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>En esta sección, el docente indica que en equipo de cuatro estudiantes desarrollen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la ficha. Luego de analizar el texto, verifican que las respuestas dadas en la situación inicial sean las correctas. El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende <b>relacionar la teoría básica de medidas de tendencia central y sus aplicaciones</b> con las preguntas realizadas.</p> <p>Además el docente plantea la siguiente interrogantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué son medidas de tendencia central?</li> <li>✓ ¿Cuáles son las más conocidas?</li> <li>✓ ¿Cómo se halla cada uno de ellas? Y con datos agrupados, ¿el procedimiento es el mismo?</li> <li>✓ ¿Cómo se puede saber qué medida de tendencia central es la más representativa?</li> <li>✓ ¿En qué situación debemos conocer el rango de un conjunto de datos?</li> </ul> <p>Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>El docente indica que en equipos de 4 estudiantes, analicen el primer ejemplo y compartan sus respuestas. Luego cada estudiante resuelve un ejercicio propuesto, fijándose en el proceso de resolución que se plantea, para luego explicar a sus otros compañeros (Estrategia del Especialista).</p> <p>El docente realiza un acompañamiento a los estudiantes con preguntas reflexivas para la comprensión de los problemas resueltos y los aprendizajes esperados, si es necesario el docente puede resolver alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán 10 problemas propuestos como mínimo de la sección</p>	Teoría básica de la Ficha de trabajo	20 min
		Ficha de trabajos resueltos	20 min



	<p>practicamos de manera individual. Se recomienda desarrollar los números <b>1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 11 12 y 13.</b></p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz y borrador.</p> <p>El docente monitorea el trabajo de sus estudiantes, absolviendo dudas o afirmando conceptos</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de respuestas con sus datos respectivos.</p>	Problemas propuestos de la Ficha de trabajo	50 min
<b>Cierre</b>	<p>Para el cierre de la sesión se realiza las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cómo te has sentido con la sesión realizada? ¿Qué es lo más te ha gustado?</li> <li>✓ ¿Qué nuevos conocimientos aprendiste?</li> <li>✓ ¿Qué parte te ha parecido más difícil? ¿Qué hiciste para superarlo?</li> <li>✓ ¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de cada uno de los problemas?</li> <li>✓ De la situación inicial: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué país tiene mayor promedio en medallas de oro ganado en los diferentes juegos panamericanos?</li> <li>- ¿Dónde se celebrará los próximos juegos panamericanos?</li> </ul> </li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Las medidas de tendencia central son representativas en un conjunto de datos. Su objetivo es resumir la información en un solo valor, las más usadas son la media, mediana y moda.</li> <li>➤ Las medidas de dispersión miden el grado de alejamiento o separación de los datos con respecto a las medidas de tendencia central.</li> <li>➤ El rango nos indica si los datos están dispersos, cuanto mayor es el rango, más dispersos están los datos de un conjunto.</li> </ul>	Cuaderno Problemas propuestos de la ficha de trabajo	10 min

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Sustenta conclusiones o decisiones basado en información obtenida	✓ Argumenta procedimientos para hallar la media, la mediana y la moda de datos agrupados y no agrupados; determina la medida más representativa de un conjunto de datos y su importancia en la toma de decisiones.	✓ 3, 6; 7; 8; 12,14
Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas.</li> <li>✓ Determina el rango o recorrido de una variable y la usa como una medida de dispersión.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 1; 4; 5; 10; 11; 13,15.</li> <li>✓ 2; 9.</li> </ul>

## Ficha de trabajo: “Las medidas de tendencia central en el historial medallero de los Juegos Panamericanos”



Los **Juegos Panamericanos** se celebran cada cuatro años en nuestro continente entre los países de América; miles de atletas participan en diversas disciplinas deportivas. La ciudad de Lima será la próxima sede de los Juegos Panamericanos.

La ciudad anfitriona es elegida por la Organización Deportiva Panamericana y es responsable de organizar y financiar una celebración acorde con la Carta Olímpica y las reglas de los deportes que se disputarán. Las ceremonias de apertura y clausura dan un gran realce a esta celebración, pues abarcan muchos rituales y símbolos, como la bandera y la antorcha.

Más de 5000 atletas compiten en los Juegos Panamericanos en 36 deportes y cerca de 400 eventos. Los puestos primero, segundo y tercero en cada evento reciben medallas de oro, plata y bronce, respectivamente.

El siguiente cuadro muestra a los países que ganaron más medallas de oro en los últimos cuatro Juegos Panamericanos:

PAÍSES	SANTO DOMINGO 2003	RÍO DE JANEIRO 2007	GUADALAJARA 2011	TORONTO 2015
Estados Unidos	117	97	92	103
Cuba	72	59	59	36
Canadá	30	39	30	78
Brasil	29	54	48	42
México	20	18	42	15
Argentina	16	11	22	22

### Responde las siguientes preguntas:

- ¿Qué país ha destacado más en los cuatro últimos Juegos Panamericanos? ¿Cuál es el promedio de sus medallas de oro?  
.....
- Al ordenar de menor a mayor la cantidad de medallas de cada país ¿cuál es el promedio de las dos cantidades que quedan al centro?  
.....
- ¿Qué países tienen la misma cantidad de medallas en dos o tres Juegos Panamericanos? ¿Cuál es esa cantidad en cada caso?  
.....
- ¿Qué nombre reciben los valores hallados anteriormente?

.....

### Aprendemos

Respecto a las preguntas anteriores, estas buscan explorar acerca de las medidas de tendencia central, que son la media, mediana y moda. Estas medidas son representativas en un conjunto de datos. Para una mejor comprensión es necesario que profundicemos sobre el tema.

#### ¿Qué son las medidas de tendencia central?

Son medidas estadísticas cuyo objetivo es resumir la información de un conjunto de datos en un solo valor. Las medidas de tendencia central más utilizadas son: la media o promedio, la mediana y la moda.

#### La media o promedio ( $\bar{x}$ )

La media o “promedio”, es el valor que se obtiene sumando todos los datos y dividiendo la suma entre el número de datos. Se simboliza con “ $\bar{x}$ ” y se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Por ejemplo, en el siguiente cuadro se muestra la cantidad de medallas de oro que Estados Unidos obtuvo en los cuatro últimos Juegos Panamericanos:

PAÍS	SANTO DOMINGO 2003	RÍO DE JANEIRO 2007	GUADALAJARA 2011	TORONTO 2015
Estados Unidos	117	97	92	103

El promedio o la medida de dichas cantidades se hallaría de la siguiente manera:

$$\bar{x} = \frac{117 + 97 + 92 + 103}{4} = \frac{409}{4} = 102,25$$

Por tanto, el promedio del número de medallas obtenido por Estados Unidos en los cuatro últimos Juegos Panamericanos es 102, 25 medallas.

#### ¿Cómo se calcula la Media para datos agrupados?

Para calcular la media aritmética para datos agrupados en intervalos de clase se procede de la siguiente manera:

- a) Cada intervalo se representa por su marca de clase:  $Mi = \frac{\text{Limite inferior} + \text{Limite superior}}{2}$
- b) Cada marca de clase se multiplica por su respectiva frecuencia absoluta, luego se suman los productos obtenidos.
- c) La media aritmética se obtienen al dividir la suma de los productos obtenidos entre la suma de las frecuencias absolutas.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot m_i}{N}$$

Por ejemplo, cuando queremos obtener el promedio del peso de 100 personas, registrados en la siguiente tabla de frecuencia, con datos agrupados en intervalos.

Peso (kg)	Frecuencia (f <sub>i</sub> )
[ 40 – 50 ]	10
[ 50 – 60 ]	18
[ 60 – 70 ]	32
[ 70 – 80 ]	36
[ 80 – 90 ]	4
Total	100

Entonces, para calcular la media aritmética aplicamos los pasos señalados anteriormente, trabajando con las marcas de clase en vez de los intervalos.

Peso (kg)	Marca de Clase $M_i$	Frecuencia $(f_i)$	Marcas de clase x Frecuencias: $(M_i).(f_i)$
[ 40 – 50[	45	10	45 x 10 = 450
[ 50 – 60[	55	18	55 x 18 = 990
[ 60 – 70[	65	32	65 x 32 = 2080
[ 70 – 80[	75	36	75 x 36 = 2700
[ 80 – 90[	85	4	85 x 4 = 340
<b>Total</b>	-	<b>100</b>	<b>6560</b>

Luego, aplicando la fórmula para datos agrupados tenemos:

$$\bar{x} = \frac{6560}{100} = 65,6 \text{ kg}$$

Finalmente el promedio de las medidas de los pesos de estas personas es **65,6 kg**.

### La mediana ( $m_e$ )

En un conjunto ordenado de datos, creciente o decreciente, la mediana es el valor que divide al conjunto en dos subconjuntos con la misma cantidad de elementos cada uno. La mitad de los datos son menores que la mediana y la otra mitad son mayores. Para establecer la mediana, se debe considerar también lo siguiente:

- Si el número de datos es impar, la mediana es el dato que se encuentra en el centro.
- Si el número de datos es par, la mediana es la media o promedio de los dos datos que se encuentra en la mitad de dicha lista ordenada.

En los Juegos Panamericanos, la cantidad de medallas de oro que obtuvo Brasil en los cuatro últimos Juegos Panamericanos fueron estas:

PAÍSE	SANTO DOMINGO 2003	RÍO DE JANEIRO 2007	GUADALAJARA 2011	TORONTO 2015
<b>Brasil</b>	29	54	48	42

Para hallar la mediana de dichos valores, primero se los ordena de menor a mayor: 29; 42; 48; 54, y se obtiene el promedio de los dos datos del centro. Entonces, 45 es el valor de la mediana de este conjunto de datos.

### **¿Cómo se calcula la mediana para datos agrupados?**

Para datos agrupados en intervalos de clases, se siguen los siguientes pasos:

- Se busca el lugar de la mediana  $\frac{n}{2}$  y se reconoce la clase mediana.
- Se suman las frecuencias para saber en qué intervalo se encuentra la mediana del conjunto de datos.
- Se calcula el ancho de la clase mediana: A
- Se interpola los valores faltantes para alcanzar la mediana utilizando para ello la frecuencia y el ancho de la clase mediana.
- Por último se suma el límite inferior de la clase mediana y el valor de la interpolación.

Por ejemplo, si queremos calcular la mediana del peso de un grupo de 100 personas registradas en la tabla de la sección “¿cómo se calcula la media para los datos agrupados?” registrados en el cuadro anterior.

Procedemos de la siguiente manera:

- Buscamos el lugar de la mediana:  $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$
- Para ubicar la clase mediana, vamos sumando las frecuencias hasta llegar a la posición 50, entonces:  $10 + 18 = 28$ . Vemos que faltan 22 lugares para llegar la mediana. De este modo, nos damos cuenta que la mediana se encuentra en el tercer intervalo.

c) El ancho de la clase mediana o amplitud del intervalo es  $A = 10$

En la tabla:

	Peso (kg)	Frecuencia (f <sub>i</sub> )	
	[ 40 – 50[	10	} $F_1 + F_2 = 10 + 18 = 28$
	[ 50 – 60[	18	
Clase Mediana →	[ 60 – 70[	32	← Frecuencia de la clase Mediana: f <sub>...</sub>
	[ 70 – 80[	36	
	[ 80 – 90[	4	
	<b>Total</b>	<b>100</b>	

d) Luego interpolamos para los lugares faltantes utilizando una regla de tres simple, considerando la frecuencia y la amplitud. Así:

32 se corresponde a 10  
22 se corresponde a x

$$x = \frac{22 \cdot (10)}{32} = 6,875$$

e) Finalmente la mediana se obtiene, sumando el límite inferior y el valor de la interpolación:

$$Me = 60 + 6,875 = 66,875$$

**La interpretación de la situación es que el peso del 50% de las personas está por debajo y por encima de 66,875 kg.**

### La moda (m<sub>o</sub>)

Es el valor que tiene la mayor frecuencia en un conjunto de datos. Dependiendo de los datos puede haber más de una moda. Si hay dos datos que se repite se llama bimodal. Si ninguno se repite no hay moda y se llama amodal.

Por ejemplo, la cantidad de medallas de oro que obtuvieron Brasil y Cuba en los cuatro últimos Juegos Panamericanos fue la siguiente:

PAÍSES	SANTO DOMINGO 2003	RÍO DE JANEIRO 2007	GUADALAJARA 2011	TORONTO 2015
Estados Unidos	117	97	92	103
Cuba	72	59	59	36

Se puede observar que Estados Unidos obtuvo en cada Juego Panamericano, cantidades diferentes de medallas de oro. Como ninguna cantidad se repite, decimos que este conjunto de datos es amodal. Por otro lado, Cuba obtuvo en dos Juegos Panamericanos la misma cantidad de medallas de oro, entonces se puede afirmar que 59 medallas de oro es la moda en este conjunto de datos.

### ¿Cómo se calcula la Moda para datos agrupados?

Para datos agrupados en intervalos de clase, para calcular la moda se procede de la siguiente manera:

- Se busca la clase modal que es la que tiene mayor frecuencia. Se anota su límite inferior (L<sub>i</sub>) y su frecuencia (f<sub>Mo</sub>).
- Se calcula  $d_1 = f_{Mo} - f_{anterior}$
- Se calcula  $d_2 = f_{Mo} - f_{posterior}$
- Se aplica la fórmula:

Dónde:

L<sub>i</sub>: límite inferior de la clase modal

A: Amplitud o ancho de la clase modal.

$$d_1 = f_{Modal} - f_{anterior}$$

$$d_2 = f_{Modal} - f_{posterior}$$

$$Mo = L_i + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) A$$

Por ejemplo, calculamos la moda en la distribución de frecuencias del ejemplo anterior.

a) La mayor frecuencia es 36, entonces la clase modal es: [ 70 – 80[

Donde: L<sub>i</sub> = 70 y f<sub>Mo</sub> = 36

b) El ancho de la clase modal o amplitud: A = 10

En la tabla:

Peso (kg)	Frecuencia (f <sub>i</sub> )
[ 40 – 50[	10
[ 50 – 60[	18
[ 60 – 70[	32
<b>Clase Modal</b> → [ 70 – 80[	<b>36</b>
[ 80 – 90[	4
Total	100

$d_1 = 36 - 32 = 4$   
**Frecuencia de la clase Modal: f<sub>M</sub>**  
 $d_2 = 36 - 4 = 32$

c) Para calcular la moda se reemplaza los datos en la fórmula:

$$Mo = 70 + \left[ \frac{4}{4 + 32} \right] \times 10 = 70 + \left[ \frac{4}{36} \right] \times 10$$

$$Mo = 70 + 1,11 \longrightarrow Mo = 71,11 \text{ Kg}$$

$$Mo = L_i + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) A$$

**La interpretación de la situación es que el peso que más se presenta entre las 100 personas es 71,11Kg**

### ¿Qué son las medidas de dispersión?

Las medidas de dispersión miden el grado de alejamiento o separación de los datos con respecto a las medidas de tendencia central.

#### EL RANGO:

Se calcula restando el dato menor al dato mayor. El rango nos da la idea de proximidad a los datos a la media. Este dato permite obtener una idea de la dispersión de los datos, cuanto mayor es el rango, más dispersos están los datos de un conjunto.

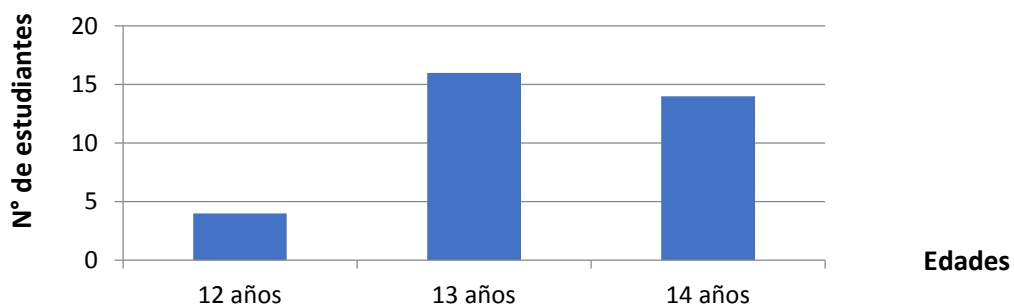
Si el conjunto de datos es muy numeroso o el rango es muy amplio es conveniente agruparlos y ordenarlos en intervalos de clases.

### ¿Cuándo usar la media, la mediana o la moda?

- La **media** se utiliza cuando los datos son más homogéneos o no están dispersos. Cuando los valores no están concentrados es mejor no utilizar esta medida.
- La **mediana** es más representativa que la media aritmética cuando la población es bastante heterogénea. Esta medida no se ve afectada por la dispersión. Cuando los datos no están muy dispersos la media y la mediana pueden tomar el mismo valor.
- La **moda** se puede utilizar cuando se requiera el valor más común en un conjunto de datos, por ejemplo en una encuesta que mide el aumento de conocimiento después de una capacitación y se quiere saber el puntaje que más han obtenido los participantes.

### Analizamos

1. En el gráfico siguiente se muestran las edades de un grupo de estudiantes de segundo grado. Determina la media aritmética, mediana y la moda.



**Resolución:**

Según el gráfico podemos decir que hay un total de \_\_\_\_\_ estudiantes.

a. Para determinar la **media aritmética**, reemplazamos los datos en la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{4(12) + 16(13) + 14(14)}{34} = \underline{\hspace{2cm}} =$$

**Respuesta:** \_\_\_\_\_

b. Para determinar **la mediana**:

- Se busca el lugar de la mediana:  $\frac{n}{2} = \frac{34}{2} = 17$  \_\_\_\_\_

- Se suman las frecuencias  $f_1 + f_2 = 4 + 16 = 20$ , esto nos indica que el dato de lugar 17 se encuentra dentro de la segunda frecuencia entonces la mediana es: \_\_\_\_.

c. Para determinar **la moda**, se observa que el dato que tiene mayor frecuencia es: \_\_\_\_\_. Entonces dicho valor es la moda.

2. En una encuesta realizada a 20 estudiantes de segundo grado sobre el número de hermanos que tiene cada uno, se obtuvieron los siguientes datos.

Número de hermanos	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Frecuencia absoluta (fi)	4	6	8	2

Determina: El rango y el valor de la medida de tendencia central más representativa.

**Resolución.**

d. Determinando el rango: Restamos  $4 - 1 = 3$ . Como el valor no es tan grande, podemos afirmar que los datos no están dispersos.

Número de hermanos (xi)	Frecuencia (fi)	$X_i \cdot f_i$
<b>1</b>	4	4
<b>2</b>	7	
<b>3</b>	8	
<b>4</b>	1	
<b>Total</b>	<b>20</b>	

e. Por lo tanto la medida más representativa es **la media**. Para hallar su valor completamos la columna  $x_i \cdot f_i$

f. Determinando la media:

$$\bar{x} = \frac{\text{suma total de la columna "Xi . fi"}}{20} = \frac{\hspace{2cm}}{20} =$$

**Respuesta:** \_\_\_\_\_

3. Los siguientes datos **1, 2, 1, 2, 2, 1, 9, 1, 20, 6, 2** son los minutos de tardanza que tuvo Edgard a la hora de ingreso a su centro de labores durante el mes de Febrero.

Calcula la cantidad de minutos que represente mejor los minutos de tardanza que tuvo Edgard durante ese mes.

**Resolución:**

➤ Se determina el rango para saber si los datos están muy dispersos o no: Restamos  $20 - 1 = 19$ , el valor hallado nos indica que los datos están dispersos.

➤ Por lo tanto la medida más representativa es **la mediana**. Para hallar su valor hay que ordenar los datos en forma creciente: 1, 1, 1, 1, 2, **2**, , 2, 2, 6, 9, 20 y se ubica al valor que está al centro. Entonces la **mediana es 2**.

➤ La interpretación de la situación es que 2 minutos es la cantidad de minutos que mejor representa las tardanzas de Edgard durante el mes de Febrero.

4. Se realizó una encuesta a 80 estudiantes de 5to de secundaria, para conocer sus expectativas de educación al egresar del colegio. El siguiente cuadro muestran los resultados:

Expectativas de Educación	Número de Alumnos
Universidad	12
Institutos Superiores	21
SENATI	32
Escuelas Militares	7
Otros	8
<b>Total</b>	<b>80</b>

¿Debemos utilizar la media, mediana o moda para alcanzar el propósito que tiene la encuesta? ¿Por qué?

**Resolución:**

Debemos utilizar **moda**, porque esta medida nos indica que expectativa tienen la mayoría de nuestros estudiantes. Vemos que la mayoría prefieren seguir estudios en SENATI.

5. José, Luis y Manuel miden 1,65 m; 1,72 m y 1,68 m. respectivamente ¿Cuánto es la estatura de Miguel si la estatura promedio de los 4 amigos es 1,70 m?

**Resolución:**

Utilizamos una estrategia heurística: planteo de ecuaciones, para hallar la estatura de Miguel.

Sea "x" la estatura de Miguel, entonces:

$$\frac{\text{suma de las esturas conocidas} + x}{4} = 1,70 \quad \text{entonces:} \quad \underline{\hspace{2cm}} + x = 4 (1,70)$$

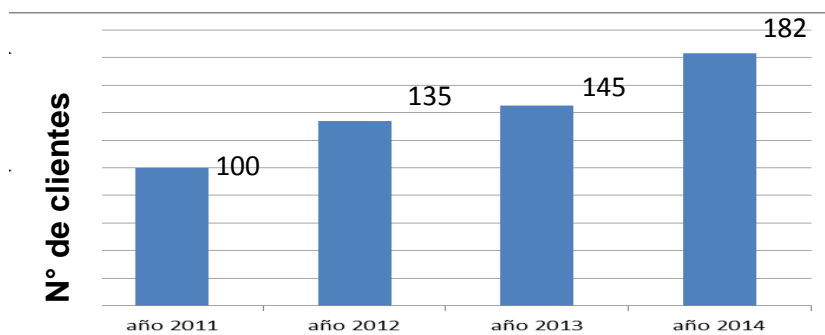
$$\underline{\hspace{2cm}} + x = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{Luego: } x = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{Finalmente: } x =$$

**Respuesta:** \_\_\_\_\_

**Practicamos**

- Los siguientes datos son las edades de los integrantes del coro que representará a la institución educativa en un concurso de canto: 5, 7, 8, 8, 10, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 17. Calcula el valor que representa la edad de los integrantes de dicho coro. ¿Qué medida de tendencia central es
  - 10 - Media Aritmética.
  - 11 - Mediana
  - 10 - Moda.
  - 10.5 - Media o Mediana
- Según el gráfico, determina el rango y la cantidad promedio de clientes que tuvo una empresa en los últimos cuatro años.

Cantidad de clientes durante los años 2011-2014



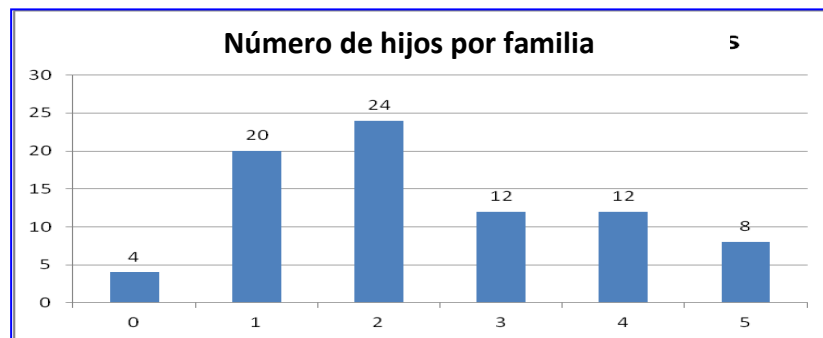


- a. Rango: 80 y Promedio: 140 clientes  
 b. Rango: 82 y Promedio: 140,5 clientes  
 c. Rango: 80 y Promedio: 562 clientes  
 d. Rango: 8,2 y Promedio: 1405 clientes
3. El peso promedio de un grupo de tres amigas es de 54,5 kg. Si se incorpora al grupo una amiga de 52,5 kg de peso, ¿en cuánto varía el peso promedio del nuevo grupo?
- a. Aumentó 0,5 kg.  
 b. Diminuyó 0,5 kg.  
 c. Aumentó 1 kg.  
 d. No varía.
4. La siguiente tabla indica el número de trabajadores de un fábrica con sus respectivos sueldos. ¿Qué cantidad representa mejor el sueldo de los trabajadores y qué medida de tendencia central es?

- a) S/. 1100 - Promedio  
 b) S/. 1580 - Mediana  
 c) S/. 1640 - Moda  
 d) S/. 1722 – Media

N° de Trabajadores	Sueldo (S/.)
2	1100
3	1520
4	1640
1	3900

5. Según el gráfico: Determina la cantidad de familias encuestadas y diga: ¿Qué cantidad representa al número de hijos que tienen la mayoría de las familias?



Respuesta: \_\_\_\_\_

6. La siguiente distribución de frecuencias, representa los puntajes obtenidos por un grupo de estudiantes en una prueba de Comprensión Lectora. Halla la mediana en este conjunto de datos.

Puntajes	Número de alumnos (f <sub>i</sub> )
[ 00 – 04[	2
[ 04 – 08[	13
[ 08 – 12[	14
[ 12 – 16[	12
[ 16 – 20[	9
<b>Total</b>	<b>50</b>

Respuesta : \_\_\_\_\_

Interpretación : \_\_\_\_\_

7. La siguiente tabla muestra los sueldos (en nuevos soles) de los empleados de una empresa. ¿Qué afirmación es correcta?

- a) La moda se ubica en la tercera clase.
- b) La media aritmética es S/. 4450.00
- c) La mediana y la moda son iguales.
- d) Las tres medidas de tendencia central se ubican en la segunda clase.

Sueldo (nuevos soles)	fi
[2200; 3700[	8
[3700; 5200[	16
[5200; 6700[	12
[6700; 8200]	4

8. A este conjunto de datos: **13; 14; 14; 15; 18;** se le agregan dos datos más, siendo después su mediana igual a 15, su promedio 16 y su moda 14. ¿Qué datos se habrán agregado?

- a) Se le agregó 14 y 24
- b) Se le agregó 17 y 21
- c) Se le agregó 18 y 20
- d) Se le agregó 16 y 20

9. Durante el 4° bimestre, Marco ha tenido las siguientes notas en Matemática: **08, 10, 10, 11, 13, 13, 14, 14, 14, 15.** ¿Qué afirmación es correcta?

- a) La nota de Marco en el 4to Bimestre será 14.
- b) La nota promedio de Marco es 13.
- c) En el 4to Bimestre, Marco obtuvo 12 en la libreta
- d) El Rango de dichas notas es 8.

10. Luisa tiene de promedio 15,5 en los dos trimestres anteriores. Le han informado que para postular a una beca debe tener como mínimo 16 de promedio final. ¿Qué nota mínima debe obtener Luisa en el promedio del tercer trimestre, para que pueda postular a dicha beca?

- a) 16,5
- b) 16
- c) 17
- d) 18

11. Determina cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

- I. La media aritmética es siempre menor que la moda.
  - II. La moda siempre se encuentra en el centro de un conjunto ordenado de datos.
  - III. Puede haber más de una moda en un conjunto de datos.
  - IV. La mediana y la media aritmética son siempre iguales.
- a) Sólo I      b) II y III      c) Sólo III      d) III y I

12. La siguiente distribución de frecuencias, representa el tiempo de servicio de los docentes de una Institución Educativa. Según el valor de la moda, para datos agrupados, se puede determinar una de las siguientes afirmaciones:

Tiempo de Servicio (en años)	Número de Profesores(f <sub>i</sub> )
[ 00 – 05[	6
[ 05 – 10[	10
[ 10 – 15[	14
[ 15 – 20[	16
[ 20 – 25[	13
[ 25 – 30[	1
<b>Total</b>	<b>60</b>

- a) La clase modal es [ 10 – 15[.
- b) La mayoría de los maestros tienen 17 años de servicio.
- c) Los maestros tienen entre 14 y 16 años de servicio
- d) La mayoría de los maestros tienen 15 años de servicio.

13. El peso de los trabajadores de una fábrica se ha representado en la siguiente distribución de frecuencias. Indica que afirmación es **incorrecta**.

Peso	frecuencia
[40 ; 50 >	12
[50 ; 60 >	20
[60 ; 70 >	35
[70 ; 80 >	39
[80 ; 90 >	4
<b>Total</b>	110

- a) El peso promedio de todos los trabajadores es de 65,3 kg.  
 b) El 50% de los trabajadores pesan menos de 66,6 kg y el otro 50% pesan más de 66,6 kg.  
 c) La mayoría de los trabajadores pesan más de 71 kg.  
 d) El 50% de los trabajadores pesan menos de 60 kg.
14. Para elegir al estudiante que represente a la Institución Educativa en un campeonato de natación de 100 metros, estilo libre. El profesor de Educación Física convoca a los tres mejores alumnos en esta disciplina, los hace competir 5 veces y les registra el tiempo en la siguiente tabla.

Alumnos	Tiempo en segundos				
	1ra	2da	3ra	4ta	5ta
Julio	61,7	61,7	62,3	62,9	63,1
Luis	61,5	62,9	62,9	63,7	63,7
Alfredo	60,7	62,4	62,7	62,7	61,2

- ¿Qué estudiantes representará mejor a la institución educativa?
- 

15. Una empresa de equipos deportivos está evaluando el efecto de dos planes publicitarios sobre las ventas de los últimos 4 meses. Dadas las ventas que se han registrado en la tabla ¿qué plan de publicidad es conveniente para dicha empresa?

Mes	Plan 1	Plan 2
Julio	16 570	47 350
Agosto	19 980	50 120
Setiembre	22 670	54 790
Octubre	34 320	55 890

## SESIÓN DE REFUERZO N° 11

TÍTULO DE LA SESIÓN: “La tombola escolar”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	28 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Usa las propiedades de la probabilidad en el modelo de Laplace al resolver problemas.</li> <li>✓ Emplea estrategias para obtener el espacio muestral de experimentos aleatorios</li> </ul>
	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Plantea y resuelve problemas sobre la probabilidad de un evento en una situación aleatoria a partir de un modelo referido a la probabilidad.</li> </ul>

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>1.El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes y resalta la importancia de cumplir las normas de convivencia, comunica las actividades que van a realizar durante la sesión y cómo van a ser evaluados.</p> <p>2.Se forman equipos de trabajo de cuatro estudiantes y se procede a repartir a cada uno la ficha de trabajo.</p> <p>3.Luego, escribe en la pizarra: <b>¿Qué es una tómbola escolar?</b> y coloca una imagen de una tómbola Solicita a los estudiantes que reflexionen y den ejemplos de los artículos que se sortean en una tómbola. El docente anota las participaciones espontáneas y solicita que analicen respondan las preguntas de la ficha.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ¿Qué artículos observas?</li> <li>➤ Completa la tabla con la cantidad de artículos que hay en la tómbola.</li> <li>➤ ¿Cómo se juega la tómbola?</li> <li>➤ ¿Cuál es la finalidad de la tómbola?</li> <li>➤ ¿Qué condiciones se deben dar para que se asegure una buena recaudación de dinero? Menciona algunas de ellas.</li> </ul> <p>Los estudiantes, dialogan y escriben sus respuestas en tarjetas, luego las colocan sobre la tabla colocada en la pizarra por el docente.</p>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p> <p>Papelógrafos plumones, cinta adhesiva.</p>	10 min

2. Completa la tabla con la cantidad de artículos que hay en la tómbola:

Artículo	Nombre	Costo (\$/.)	Cantidad
1	Pantera	3,00	
2	Pescado	5,00	
3	Muñeca pequeña	2,00	
4	Pingüino	6,00	
5	Oso	4,00	
6	Juguete pequeño	1,00	
7	caramelo	0,10	
8	Patitos de hule	0,50	
9	Muñeca grande	6,50	
10	Pingüinito de hule	0,80	

4.El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: **Resuelve problemas referidos a la probabilidad de un evento usando la regla de Laplace.**

Desarrollo

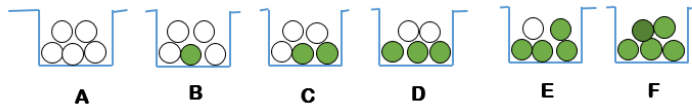
**Aprendemos**

**Se presenta la situación problemática:**

El docente muestra un recipiente de plástico elaborado de una botella descartable de 3 litros y también coloca caramelos o cuentas de dos colores diferentes sobre la mesa.

El docente Pregunta a los estudiantes: ¿Desearían ganar caramelos?

El docente va colocando progresivamente los caramelos según la imagen, la condición es: Sacar un caramelo de la urna sin mirar y gana si extrae un caramelo verde mientras van trabajando van completando el cuadro.



**1º:** Un estudiante saca un caramelo de la urna **A**, los otros estudiantes van a comentar que esta piña porque nunca va a ganar, debido a que en la urna no hay caramelos verdes. Frente a la situación el docente comenta que es imposible ganar un caramelo en dicha urna y toma nota en la pizarra.

**2º:** Un estudiante saca un caramelo de la urna **B**, los otros estudiantes comentan que tendría suerte si logra sacar el caramelo. El docente aprovecha la situación y pregunta: ¿Cuál es la posibilidad de que saque el caramelo verde?

Posible respuesta: Solo hay un caramelo verde está difícil.

Luego el docente pregunta: ¿En total cuantos caramelos hay?

Posible respuesta: cinco caramelos, pero solo un verde, son bajas las posibilidades.

El docente toma nota en la pizarra, **entonces es poco probable.**

**3º:** Un estudiante saca un caramelo de la urna **C** y el docente procede realizando las preguntas de reflexión y va completando el cuadro, hasta llegar al concepto de probabilidad.

**¿Qué fracción representa la cantidad de bolas verdes con respecto al total de bolas?**

El docente confecciona esta tabla lo presenta en la pizarra.

SITUACION	FRACCION	DECIMAL
A		
B	1/5	
C		0,4
D		
E		

Teoría básica de la Ficha de trabajo

30 min

El docente presenta la siguiente imagen y junto a los estudiantes la analizan



Luego el docente pregunta: **¿Qué significa probabilidad?**

Los estudiantes responden con lluvias de ideas y el docente consolida a partir de las ideas.

**Probabilidad:** La probabilidad de un suceso es un número, comprendido entre 0 y 1, que indica las posibilidades que tiene de verificarse cuando se realiza un experimento aleatorio.

La probabilidad de que un evento ocurra es:

$$p(A) = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$$

Los casos favorables también se llaman suceso o evento y los casos posibles representan el espacio muestral.

El docente reparte dados a cada mesa de trabajo y solicita que tiren un dado y luego pregunta que salió y explica:



Muestra: {1,2,3,4,5,6,}  
 Evento: El número que sacó.  
 ¿Cuál es la probabilidad de obtener 2?

El docente reparte materiales y asigna actividades a cada mesa de trabajo.

- ✓ Grupo 1: 2 dados
- ✓ Grupo 2: 1 dado y una moneda
- ✓ Grupo 3: 2 monedas
- ✓ Grupo 4: 3 monedas
- ✓ Grupo 5: un juego de carta

El docente solicita que escriban en papelotes el espacio muestral de la actividad asignada. Luego pide a los estudiantes que desarrollen las actividades de la sección aprendemos de la ficha de trabajo.

Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios y verifican sus resultados de la actividad de inicio.

### Analizamos

A continuación en equipos de 4 estudiantes, el docente indica que cada uno de ellos analice uno de los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue, para de esta manera explicárselo a sus otros 3 compañeros. El docente puede explicar alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.

Ficha de  
trabajo  
problemas  
resueltos

20 min

	<p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resuelven como mínimo 8 problemas propuestos. El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz 2B y borrador. La sección practicamos es individual. Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de respuestas con sus datos respectivos.</p>	Problemas propuestos de la Ficha de trabajo	50 min
<b>Cierre</b>	<p>Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.</p> <p><b>Metacognición</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué aprendí hoy?</li> <li>✓ ¿Cómo usamos las probabilidades en la toma de decisiones?</li> <li>✓ ¿qué dificultades encontré al realizar esta actividad?</li> <li>✓ ¿Cómo pude superar las dificultades presentadas?</li> <li>✓ ¿qué estrategias me dieron mejores resultados?</li> <li>✓ ¿Qué otros juegos conocemos donde el azar es importante y genera ganancias para quien lo organiza?</li> </ul>	Cuaderno Problemas propuestos de la ficha	10 min

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Usa las propiedades de la probabilidad en el modelo de Laplace al resolver problemas.</li> <li>✓ Emplea estrategias para obtener el espacio muestral de experimentos aleatorios</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 1; 2; 3; 5; 6; 7;10; 11; 12; 13</li> <li>✓ 8; 9</li> </ul>
Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Plantea y resuelve problemas sobre la probabilidad de un evento en una situación aleatoria a partir de un modelo referido a la probabilidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 4; 14; 15</li> </ul>

## Ficha de trabajo: “La tómbola escolar”



Observa la imagen y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué artículos observas?

---



---

2. Completa la tabla con la cantidad de artículos que hay en la tómbola.

Artículo	Nombre	Costo (S/.)	Cantidad
1	Pantera	3,00	
2	Pescado	5,00	
3	Muñeca pequeña	2,00	
4	Pingüino	6,00	
5	Oso	4,00	
6	Juguete pequeño	1,00	
7	Caramelo	0,10	
8	Patito de hule	0,50	
9	Muñeca grande	6,50	
10	Pingüinito de hule	0,80	

3. ¿Cómo se juega la tómbola?

---



---

4. ¿Cuál es la finalidad de la tómbola?

---

5. ¿Qué condiciones se deben dar para que se asegure una buena recaudación de dinero? Menciona algunas de ellas.

---



---



---

### Situación problemática

Si el precio de cada boleto es S/. 1,50 y se juega extrayendo un boleto de la urna, ¿qué artículos se tendrá que tener en mayor cantidad para asegurar una mayor utilidad?

---



---



---



## Aprendemos

Todo juego de azar, como la tómbola, se centra en el cálculo de las probabilidades.

Para resolver problemas relacionados con probabilidades, es necesario recordar qué es un experimento aleatorio y qué es un experimento determinístico.

1. Un experimento es aleatorio cuando no se conoce con anticipación lo que va a ocurrir o el resultado que se va a obtener; mientras que en un experimento determinístico sí se conoce lo que ocurrirá o el resultado que se obtendrá de él.

**Ejemplo 1:** en cada caso señala si los experimentos descritos son determinísticos o aleatorios.

- a. Lanzar un dado normal (con seis caras diferentes): \_\_\_\_\_
  - b. Extraer una ficha de una urna llena de fichas diferentes: \_\_\_\_\_
  - c. Indicar qué día de la semana será mañana: \_\_\_\_\_
  - d. Soltar una piedra desde lo alto de un edificio: \_\_\_\_\_
2. El espacio muestral ( $\Omega$ ) es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.  
**Ejemplo 2:** si el experimento aleatorio es lanzar un dado normal, ¿cuál es el espacio muestral?
    - a. {1, 2, 3, 4, 5, 6}
    - b. {enero, febrero, marzo, abril}
    - c. {a, b, c, d, e}
    - d. {3, 5, 7, 9, 11, 13}

3. Un evento ( $\varepsilon$ ) o suceso se refiere a la ocurrencia de algún subconjunto del espacio muestral.

**Ejemplo 3:** si el experimento aleatorio es extraer, sin ver, una carta y observar el número representado en ella, su espacio muestral es el siguiente:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$$

¿Cuáles son eventos de este experimento aleatorio?

- a. La carta es de espadas.
  - b. La carta tiene un número par.
  - c. La carta es la más grande en tamaño.
  - d. La carta está cortada por la mitad.
4. La probabilidad de ocurrencia de un evento  $P(\varepsilon)$  es un número comprendido entre 0 y 1 y nos indica la posibilidad de ocurrencia del evento ( $\varepsilon$ ). 0 representa ocurrencia nula (fracaso) y 1, ocurrencia segura (éxito).

La probabilidad de un evento aleatorio se calcula con la siguiente relación:

$$P(\varepsilon) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Los casos favorables son los elementos del espacio muestral que cumplen las características del evento, y los casos posibles son todos los elementos del espacio muestral.

**Ejemplo 4:** si el experimento aleatorio es extraer al azar una carta de un grupo de 13 cartas diferentes y observar el número representado en ella, ¿cuál es la probabilidad de obtener una carta con número par?

### Resolución

Según el ejemplo anterior, el espacio muestral es el siguiente:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$$

De lo cual se obtiene que la cantidad de casos posibles es 13.

El evento consiste en obtener una carta con número par. Los casos favorables son {2, 4, 6, 8, 10, 12}.

De esto se desprende que son 6 los casos favorables.

Siendo el evento  $\varepsilon$ : carta con número par, entonces  $P(\varepsilon) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{6}{13}$ .

5. Retornando a la situación problemática, podemos decir que para asegurar un mejor éxito en la tómbola se debe incrementar la probabilidad de ocurrencia de extraer un boleto con la numeración de un artículo con un precio menor de S/. 1,50. Y minimizar la ocurrencia de extraer un boleto con la numeración de un artículo con costo mayor de S/. 1,50.

Con las cantidades contadas y escritas en la tabla, determinamos el espacio muestral ( $\Omega$ ), con lo que obtendremos los casos posibles. El evento ( $\epsilon$ ) es extraer un boleto con numeración 6, 7 u 8. Con esto obtendremos la cantidad de casos favorables. Con estos dos datos se obtiene la probabilidad de ocurrencia. Si esta probabilidad es mayor que 0,5; estaremos frente a condiciones favorables de ganancia.

### Analizamos

En la tómbola se tienen los siguientes artículos y costos:

Artículo	Nombre	Costo (S/.)	Cantidad
1	Pantera	3,00	3
2	Pescado	5,00	4
3	Muñeca pequeña	2,00	5
4	Pinguino	6,00	2
5	Oso	4,00	3
6	Juguete pequeño	1,00	7
7	Caramelo	0,10	40
8	Patito de hule	0,50	6
9	Muñeca grande	6,50	4
10	Pingüinito de hule	0,80	6
Total de artículos			80

El juego consiste en extraer de una urna un boleto con la numeración del artículo.

1. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un caramelo?

**Resolución:**

El espacio muestral está dado por los boletos, un boleto por cada artículo; es decir, los casos posibles son 80.

El evento consiste en que la numeración del boleto sea 7, para lo cual hay 40 casos favorables.

$$\text{Luego } P(\text{caramelo}) = \frac{40}{80} = \frac{1}{2} = 0,5$$

2. Si para extraer un boleto se debe pagar S/. 1,50, ¿cuál es la probabilidad de obtener ganancias en una jugada?

**Resolución:**

Para obtener ganancia en la extracción de boletos, se deben extraer boletos con la numeración 6, 7, 8 o 10; es decir:  $7 + 40 + 6 + 6 = 59$

$$\text{Luego } P(\text{ganar}) = \frac{59}{80} = 0,7375$$

3. Si ya se han entregado 20 caramelos y 2 muñecas pequeñas, ¿cuál es la probabilidad de que en la siguiente extracción se siga ganado?

**Resolución**

Se han entregado 22 artículos, por lo que quedan en la urna  $80 - 22 = 58$  casos posibles.

Los casos favorables son boletos con numeración 6, 7 u 8. Considerando que ya se han entregado 20 caramelos, tenemos:  $7 + 20 + 6 + 6 = 39$ .

$$\text{Luego } P(\text{ganar}) = \frac{39}{58} = 0,672$$

### Practicamos

Teniendo en cuenta la tabla presente en la sección “analizamos”, resuelve las preguntas 1, 2, 3 y 4.

- ¿Cuál es la probabilidad de perder más de S/. 2 en la primera extracción?
  - $\frac{13}{80}$
  - $\frac{21}{80}$
  - $\frac{3}{20}$
  - $\frac{1}{2}$
- Si en las primeras 10 extracciones solo se entregaron caramelos, ¿cuál es la probabilidad de que en la siguiente extracción salga nuevamente un caramelo?
  - $\frac{3}{7}$
  - $\frac{4}{7}$
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{3}{8}$
- Luego de haber extraído la mitad de los boletos, se han entregado 2 pinguinos, 2 osos, 4 muñecas grandes, 4 patitos de hule y 28 caramelos. En estas circunstancias, ¿cuál es la probabilidad de perder dinero en la siguiente extracción?
  - $\frac{1}{4}$
  - $\frac{3}{7}$
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{2}{5}$
- Si luego de extraer 30 boletos, resultaron todos caramelos, ¿qué artículos se pueden incrementar en la tómbola para que la probabilidad de ganar en la siguiente extracción sea mayor que 0,6?

---



---

### El Campeonato deportivo

En una institución educativa se organiza un campeonato deportivo interno, todas las secciones presentan un equipo. Estas son las secciones:

Categoría	Grado	Sección
I	Primero	A y B
	Segundo	A, B y C
	Tercero	A y B
II	Cuarto	A y B
	Quinto	A, B y C

Con esta información resuelve las preguntas 5, 6, 7 y 8.

- Para el partido inaugural, se seleccionarán al azar 2 equipos de cada categoría. ¿Cuál es la probabilidad de que, en el encuentro de la categoría I, haya por lo menos una de las secciones del segundo grado?
  - $\frac{8}{21}$
  - $\frac{2}{3}$
  - $\frac{3}{7}$
  - $\frac{2}{7}$
- Para la primera fecha, de los 5 equipos que integran la categoría II, se elige por sorteo una de las secciones que pasa automáticamente a la siguiente fecha. ¿Cuál es la probabilidad de que sea elegida una de las secciones de cuarto grado?
  - $\frac{2}{5}$
  - $\frac{2}{3}$
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{5}$
- En la primera etapa del campeonato, los equipos deben enfrentarse unos contra otros solo una vez. Para cada encuentro se eligen al azar los equipos que se enfrentarán. Si en el primer encuentro

jugaron el salón de primero A con el de tercero B, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo encuentro ocurra entre dos equipos de segundo grado?

- a.  $\frac{3}{7}$       b.  $\frac{2}{3}$       c.  $\frac{3}{20}$       d.  $\frac{1}{5}$

8. Si en la categoría II, para cada encuentro, se eligen los equipos al azar, ¿cuál es el espacio muestral sobre el que se eligen los equipos que jugarán el primer partido de esta categoría?

---



---



---

### La ruleta

Una empresa de telefonía, para premiar a sus clientes por su preferencia, fabrica esta ruleta y hace que cada cliente elegido la haga girar para determinar el obsequio que le dará. Observa la ruleta:



Con esta información responde las preguntas 9, 10 y 11.

9. ¿Cuál es el espacio muestral de los obsequios que otorga esta ruleta?

---



---

10. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente, al hacer girar esta ruleta, obtenga como obsequio 10 SMS?

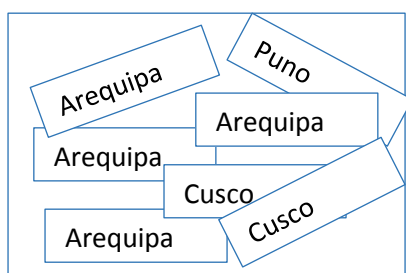
- a.  $\frac{3}{10}$       b.  $\frac{1}{12}$       c.  $\frac{1}{3}$       d.  $\frac{1}{4}$

11. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente, al hacer girar esta ruleta, no obtenga obsequio?

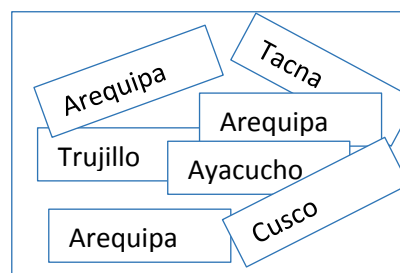
- a. 1      b.  $\frac{1}{12}$       c. 0      d.  $\frac{1}{2}$

### Empresa de transporte

Una empresa de transporte desea premiar a sus pasajeros más frecuentes con boletos de viaje ida y vuelta a diversos destinos nacionales, para lo cual prepara dos urnas idénticas donde deposita los boletos con los diversos destinos de viaje.



Urna 1



Urna 2

Con esta información, responde las preguntas 12, 13, 14 y 15.

12. Jorge extrae un boleto de la urna 1. ¿Cuál es la probabilidad de que este boleto corresponda al destino de Cusco?

- a.  $\frac{3}{14}$       b.  $\frac{2}{7}$       c.  $\frac{2}{5}$       d. 1

13. Luego de extraer dos boletos de la urna 2, uno de Cusco y el otro de Tacna, sin devolverlos a la urna, ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer el tercer boleto el destino sea Ayacucho?

- a.  $\frac{1}{5}$       b.  $\frac{2}{7}$       c.  $\frac{1}{7}$       d.  $\frac{1}{4}$

14. ¿Qué boletos se deben extraer de la urna 1 para que la probabilidad de extraer un boleto con destino a Cusco sea del 50 %?

---

---

15. Un pasajero desea ir a Arequipa, ¿Cuál de las urnas le convendría escoger para extraer el boleto con ese destino? Argumenta tu respuesta.

---

---

## SESIÓN DE REFUERZO Nº 12

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Conociendo el uso de las probabilidades”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÁREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	30 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Plantea y resuelve problemas sobre la probabilidad de un evento en una situación aleatoria a partir de un modelo referido a la probabilidad.</li> <li>➤ Ordena datos provenientes de variadas fuentes de información al reconocer eventos independientes de característica aleatoria al expresar un modelo referido a probabilidad de sucesos equiprobables.</li> </ul>
	Sustenta conclusiones o decisiones basado en información obtenida	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Propone conjeturas sobre la probabilidad a partir de la frecuencia de un suceso en una situación aleatoria.</li> </ul>

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>El docente saluda a los estudiantes, les da la bienvenida, luego, presenta en la pizarra: <b>De una información conocida, ¿Se puede saber qué cantidad de personas utilizan determinado operador de telefonía celular en alguna reunión?</b> Se solicita a los estudiantes que manifiesten sus opiniones, de esta manera los motiva a la reflexión sobre los criterios pertinentes y poder entender los conceptos y definiciones dadas. El docente anota las participaciones espontáneas.</p> <p>A continuación, se da lectura a la información de la ficha y volvemos a preguntar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Posibilidad es igual a probabilidad?</li> <li>• ¿Qué determinan las probabilidades?</li> <li>• En una reunión ¿Cuál es la probabilidad de que un asistente tenga un celular con operador Claro?</li> </ul> <p>Los estudiantes contestan a manera de lluvia de ideas y el docente toma nota de las participaciones voluntarias.</p> <p>Se pide a los estudiantes que se organicen en pares, que observen la imagen presentada y resuelvan la situación presentada en la ficha de trabajo</p> <p><b><i>Si a una reunión asisten 250 personas, ¿Cuántas personas posiblemente usen el operador móvil claro?</i></b></p> <p>Los estudiantes, organizados en pares, dialogan y escriben sus respuestas en papelógrafos, luego los colocan en la pizarra.</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el</p>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p>	20 min

	<p>propósito de la sesión: <b>Ordena datos provenientes de variadas fuentes de información al reconocer eventos independientes de característica aleatoria al expresar un modelo referido a probabilidad de sucesos equiprobables.</b></p> <p>Es importante que los estudiantes comprendan que cada ficha consta de tres momentos y que se irán desarrollando paulatinamente. Aprendemos, analizamos y practicamos. Este último asociado a la resolución de problemas propuestos.</p>	papelografos, plumones, masking.	
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>En esta sección, el docente indica que en equipo de cuatro estudiantes desarrollen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la ficha. Luego de analizar el texto, verifican que las respuestas dadas en la situación inicial sean las correctas.</p> <p>El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes.</p> <p>En esta sección se pretende asociar la teoría básica de probabilidades con las preguntas realizadas.</p> <p>Además el docente plantea la siguiente interrogantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <b>¿Las aseguradoras, usarán probabilidades para realizar sus cobranzas? ¿De qué modo?</b></li> <li>✓ <b>¿Para qué se sirve utilizar las probabilidades?</b></li> <li>✓ <b>¿En alguna oportunidad has utilizado la probabilidad? ¿En qué situaciones?</b></li> </ul> <p>Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>A continuación en equipos de 4 estudiantes, y conjuntamente con el docente se desarrollan cada uno de los ejemplos, prestando mucha atención en lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que se plantea, para luego explicárselo a sus otros 3 compañeros (Estrategia del Especialista).</p> <p>El docente realiza un acompañamiento a los estudiantes con preguntas reflexivas para la comprensión de los problemas resueltos y los aprendizajes esperados y si es necesario puede explicar o resolver alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>La sección practicamos se desarrolla de manera individual.</p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán 10 problemas propuestos como mínimo, se recomienda desarrollar los números <b>1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13 y 15.</b></p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz y borrador. El docente realiza un acompañamiento a sus estudiantes monitoreando el trabajo, absolviendo dudas o afirmando conceptos</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja</p>	<p>Teoría básica de la Ficha</p> <p>Problemas resueltos de la Ficha</p> <p>Problemas propuestos de la Ficha</p>	<p>20 min</p> <p>20min</p> <p>50 min</p>

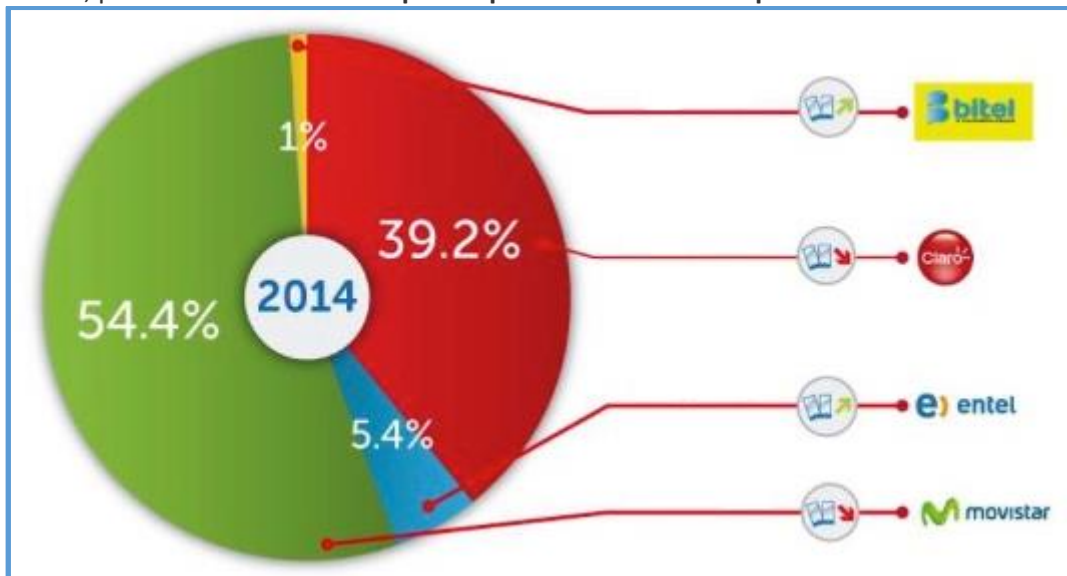
	de respuestas con sus datos respectivos.		
<b>Cierre</b>	<p>Para el cierre de la sesión se realiza las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cómo te has sentido con la sesión realizada?</li> <li>✓ ¿Qué conocimientos nuevos aprendiste en esta sesión?</li> <li>✓ ¿Qué parte de los temas has tenido mayor dificultad? ¿Qué hiciste para superarlo?</li> <li>✓ ¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de cada uno de los problemas?</li> <li>✓ De la situación inicial: ¿Posiblemente cuantas personas usan el operador Movistar?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Probabilidad y posibilidad no es lo mismo.</li> <li>➤ La probabilidad siempre es mayor o igual que 0 y menor o igual a 1.</li> <li>➤ La probabilidad no es una certeza de que siempre va a ocurrir.</li> <li>➤ La probabilidad también se puede expresar como porcentaje.</li> </ul>	Cuaderno Problemas propuestos de la ficha	10 min

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Plantea y resuelve problemas sobre la probabilidad de un evento en una situación aleatoria a partir de un modelo referido a la probabilidad.</li> <li>➤ Ordena datos provenientes de variadas fuentes de información al reconocer eventos independientes de característica aleatoria al expresar un modelo referido a probabilidad de sucesos equiprobables.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 1, 2, 7, 9, 10, 11</li> <li>➤ 4,12,13, 14,15</li> </ul>
Sustenta conclusiones o decisiones basado en información obtenida	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Propone conjeturas sobre la probabilidad a partir de la frecuencia de un suceso en una situación aleatoria.</li> </ul>	➤ 3, 5, 6, 8



## Ficha de trabajo: “Conociendo el uso de las probabilidades”

A fines del año 2014, Osiptel publicó un informe sobre el estado actual de participación de las operadoras móviles en el Perú por la aparición de nuevas operadoras, Entel (que reemplazó a Nextel) y Bitel. Tampoco hay que olvidar la entrada de Tuenti, un “sub-carrier” que nos ofrece planes económicos y apunta exclusivamente al mercado pre-pago. Todos estos movimientos implicaban un gran movimiento en el mercado móvil, pero **los datos revelados por Osiptel nos muestran un panorama diferente.**



Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Posibilidad es igual a probabilidad?

---

---

2. ¿Qué determinan las probabilidades?

---

---

3. En una reunión ¿Cuál es la probabilidad de que un asistente tenga un celular con operador Claro?

---

4. Si a una reunión asisten 250 personas, ¿cuántas personas posiblemente usen el operador móvil Claro?

### APRENDEMOS

Respecto a la situación planteada anteriormente, se observa que se tienen varias posibilidades de un total, y se quiere conocer que tan probable es encontrar un cierto suceso, para esto será necesario conocer algunas definiciones.

#### ¿Qué es un experimento aleatorio?

Es un experimento en el que no se puede predecir el resultado. Por lo que el experimento está sujeto al azar. Estos son algunos ejemplos:

- Al tirar un dado.
- Al lanzar una moneda.
- En una rifa al extraer un boleto.

Si se pudiera predecir, el experimento sería determinista, por ejemplo:

- Predecir la fecha de las próximas elecciones
- Al tirar piedras hacia arriba todas caen.

### ¿Qué es un espacio muestral?

Es el conjunto de todos los posibles resultados que se pueden obtener al realizar un experimento, se puede usar  $E, S, U, \Omega$  para denominarlo.

### ¿Qué es un suceso?

Es un subconjunto del espacio muestral. Son los posibles resultados que se pueden dar en un experimento aleatorio. Pueden clasificarse de la siguiente forma:

- Suceso elemental: es aquel que tienen menor cantidad de elementos que el espacio muestral. Por ejemplo, al lanzar una vez un dado, si sale un número par, pueden ser  $\{2; 4; 6\}$ .
- Suceso seguro: es aquel cuyos elementos coinciden con el espacio muestral. Por ejemplo, al lanzar una vez un dado, que salga un número menor que 7: eso siempre va a ocurrir.
- Suceso imposible: es aquel que nunca se produce. Por ejemplo, al lanzar una vez un dado, no es posible que salga un 7 porque en un dado solo hay número del 1 al 6.

Estos son otros ejemplos de esta clasificación:

Experimento Aleatorio	Espacio muestral	Suceso
Lanzar un dado y observar el número que aparece en la cara superior.	$E = \{1;2;3;4;5;6\}$	A: Que salga un número múltiplo de 3. $A = \{3;6\}$

Se dirá que un suceso es equiprobable cuando todos sus elementos tengan la misma probabilidad que suceda.

### PROBABILIDAD

Mide la mayor o menor posibilidad de que se dé un determinado suceso cuando se realiza un experimento aleatorio, la probabilidad toma valores entre 0 y 1, también se pueden expresar en porcentajes al multiplicarlos por 100.

La probabilidad de que suceda un suceso seguro es 1 o 100%, y la probabilidad de que suceda un suceso imposible es 0 o 0%.

### Propiedades de Probabilidad

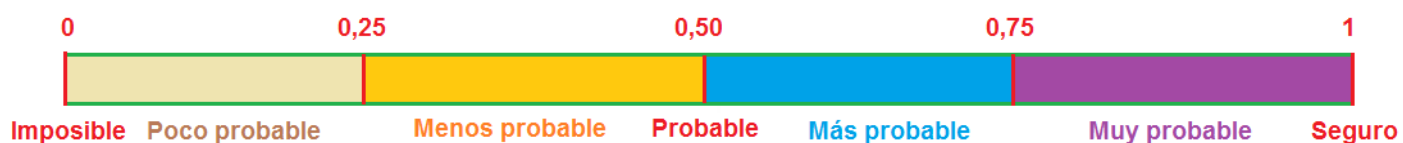
- Para un suceso A,  $0 \leq P(A) \leq 1$
- La probabilidad de un suceso seguro es 1:  $P(\Omega) = 1$
- La probabilidad de un suceso imposible es 0:  $P(\phi) = 0$

### Ley de La place

Para medir la probabilidad de un suceso A, se halla el cociente entre el número de casos favorables en A y el número de casos posibles (elementos del espacio muestral). La fórmula es como sigue:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables en A}}{\text{Número de casos posibles}}$$

### Rango de valores de la probabilidad

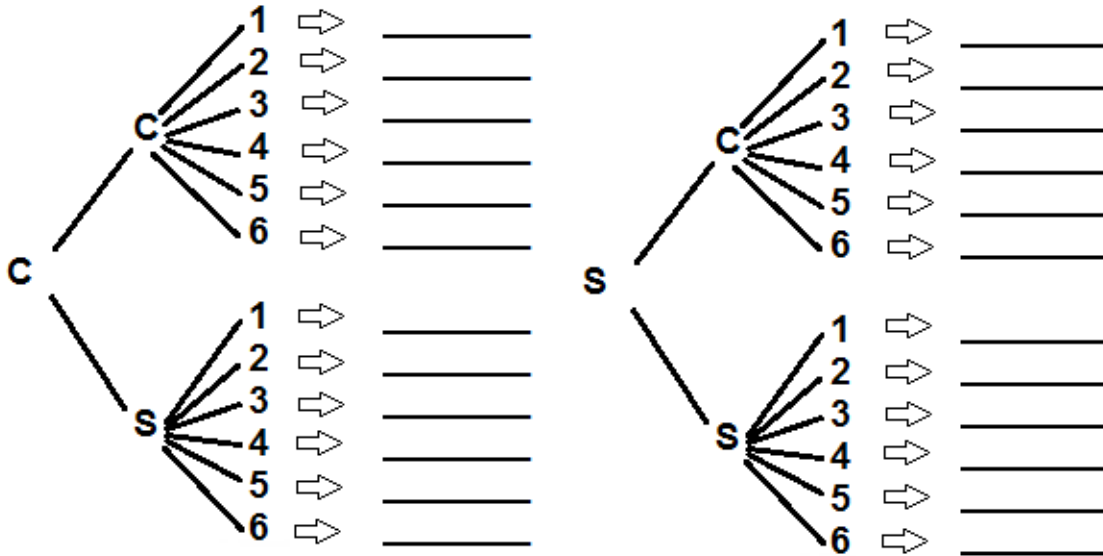


### ANALIZAMOS

1. Al lanzar dos monedas y un dado. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una cara y un número impar?

**Resolución:**

Primero hallaremos el espacio muestral, usando un diagrama del árbol.



Deducimos que el espacio muestral está dado por:

$$\Omega = \{ \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad} \}$$

$$n(\Omega) = \underline{\quad}$$

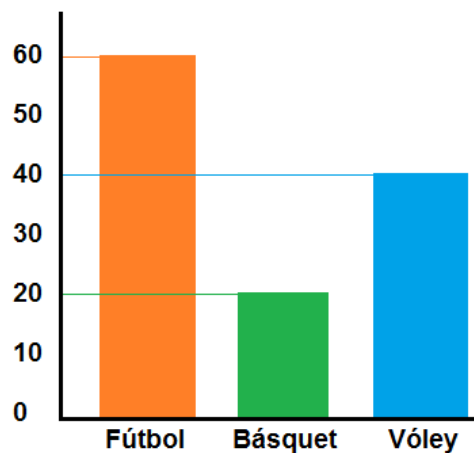
$$A = \{ \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad} \}$$

$$n(A) = \underline{\quad}$$

$$P(A) = \frac{\underline{\quad}}{\underline{\quad}} = \underline{\quad}$$

La probabilidad que salga una cara y un número impar en el experimento aleatorio es         .

2. Se realizó una encuesta sobre el deporte que más practican a los estudiantes de las cuatro secciones del 2° grado de secundaria. Los resultados se colocaron en el siguiente gráfico.



Al conversar con uno de ellos ¿Cuál es la probabilidad de que practique el vóley?

**Resolución:**

El total de estudiantes de las cuatro secciones resulta al sumar \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_, y esto da un valor de \_\_\_\_\_

Por lo que  $n(\Omega) =$  \_\_\_\_\_

El suceso favorable en este caso son los estudiantes que practican vóley.

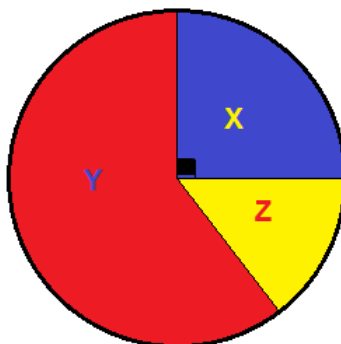
Sea el suceso A: estudiantes del segundo de secundaria que practican vóley.

Por lo que  $n(A) =$  \_\_\_\_\_

Entonces  $P(A) = \frac{\text{=====}}{\text{=====}} =$  \_\_\_\_\_

La probabilidad de que practique vóley es \_\_\_\_\_.

3. Al lanzar un dardo sobre un tablero. ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en la zona X?



**Resolución:**

La cantidad de grados en una circunferencia es \_\_\_\_\_

Entonces  $n(\Omega) =$  \_\_\_\_\_

La zona X tiene como ángulo central a \_\_\_\_\_

Sea el suceso A: el dardo que cae en la región de color azul.

Entonces  $n(A) =$  \_\_\_\_\_

Luego  $P(A) = \frac{\text{=====}}{\text{=====}} =$  \_\_\_\_\_

La probabilidad de que el dardo caiga en la Zona X es \_\_\_\_\_

4. En la siguiente caja ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota verde o blanca sin ver?



**Resolución:**

Contando la cantidad de pelotas que hay en la caja tenemos:

\_\_\_\_\_ pelotas blancas

\_\_\_\_\_ pelotas rosadas

\_\_\_\_\_ pelotas moradas

\_\_\_\_\_ pelotas celestes.

\_\_\_\_\_ pelotas amarillas

\_\_\_\_\_ pelotas anaranjadas

\_\_\_\_\_ pelotas rojas

\_\_\_\_\_ pelotas verdes

Luego de hacer el conteo, se tiene un total de \_\_\_\_\_ pelotas, por lo que  $(\Omega) = \underline{\hspace{2cm}}$   
 Se tiene el suceso A: sacar una pelota verde o blanca, donde  $n(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ , que indica el total de casos favorables.  
 Luego  $P(A) = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{\underline{\hspace{2cm}}} = \underline{\hspace{2cm}}$   
 La probabilidad de sacar de la caja una pelota verde o blanca sin ver es \_\_\_\_\_

5. En el siguiente gráfico se muestra a Ana con 10 pelotas en una bolsa, Beto con 15 pelotas y a Celia con 12 pelotas. Completa el cuadro y responde ¿Cuál de los tres tiene mayor probabilidad de sacar una bola roja?



	N° total de bolas	N° de bolas rojas	Probabilidad
Ana			
Beto			
Celia			

**Resolución:**

La mayor probabilidad de sacar una bola roja la tiene \_\_\_\_\_ y es \_\_\_\_\_%

**PRACTICAMOS**

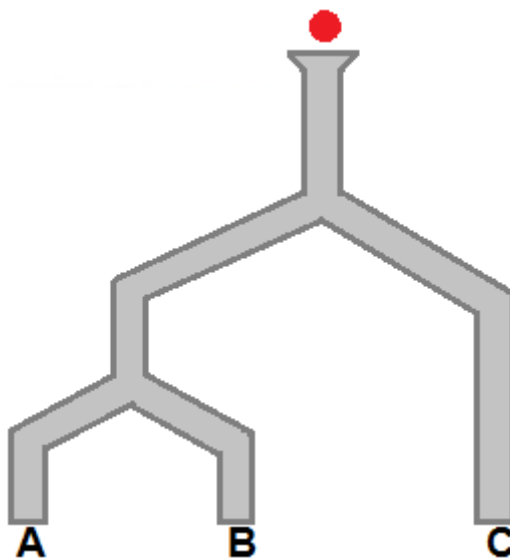
1. Carolina lanza una moneda y un dado, ¿Cuál es la probabilidad de obtener un sello y un número mayor a cuatro?
2. Juan tiene una baraja de 52 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una carta de diamante con un valor menor a seis o mayor a once?

3. En la figura se muestra una ruleta. ¿Cuál es la probabilidad de que salga 20 o 40?



4. La policía de tránsito estima que la probabilidad de que un chofer no use el cinturón de seguridad es de un 30%. Si en el control de tránsito detienen 30 vehículos. ¿Probablemente cuántos choferes no estén usando el cinturón de seguridad?
5. En una caja hay 24 bolas de tres colores diferentes. Si al sacar una bola cualquiera la probabilidad de que sea roja es 0,5; la probabilidad de sacar verde es 0,375 y la de sacar azul es 0,125. ¿En cuánto excede el número de bolas rojas al de azules?
6. En una bolsa hay cuatro bolas blancas y ocho rojas. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída no sea ni blanca ni roja?
- a) 0      b) 0,5      c) 0,33      d) 0,67
7. En un salón de clases hay 24 mujeres y 17 varones, se debe elegir un brigadier y un policía escolar por sorteo. Si el primero en salir es un varón. ¿Cuál es la probabilidad de que la siguiente persona que salga sorteado sea mujer?
- a) 0,24      b) 0,57      c) 0,6      d) 0,58
8. De una baraja de 52 cartas, **¿cuál es la probabilidad de sacar una carta con el número 3?**
- a. 0,071  
b. 0,0076  
c. 0,25  
d. 0,019

9. Se suelta una pelota sobre unas tuberías como indica el gráfico. ¿Cuál es la probabilidad que caiga en A?



- a) 25%  
b) 33,3%  
c) 50%  
d) 66,7%
10. Pedro se tiene que realizar una operación en el seguro de salud y le han dicho que de 300 operaciones, 18 pacientes no han resistido. Al someterse a la operación ¿Cuál es el rango de probabilidad de que salga bien?
- a) Poco probable  
b) Menos probable  
c) Más probable  
d) Muy probable
11. Al arrojar dos dados del mismo tamaño, pero distinto color. ¿Cuál es la probabilidad de obtener como suma 7?



- a) 6%  
b) 8,3%  
c) 16,6%  
d) 19,4%
12. En un salón de clases de 36 estudiantes, la mitad son mujeres; 26 estudiantes no usan lentes y 4 varones usan lentes. El director escoge un apellido de esa lista, ¿cuál es la probabilidad de que el estudiante de la lista sea una mujer con lentes?
- a. 6%  
b. 16,67%  
c. 50 %  
d. 60%
13. De la pregunta anterior. ¿Cuál es la probabilidad que el alumno sea varón?
- a) 5%  
b) 28,5%  
c) 50%  
d) 66,6%

14. Daniela irá a pasear con sus amigas y escogerá una combinación entre las prendas mostradas. ¿Cuál es la probabilidad de que vaya con las tres prendas del mismo color?



- a) 50%
- b) 30%
- c) 25%
- d) 16,7%

15. De la pregunta anterior. ¿Cuál es la probabilidad de que vaya con dos prendas del mismo color?

- a) 83,3%
- b) 66,7%
- c) 60%
- d) 28,5%




## SESIÓN DE REFUERZO N° 13

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Decidiendo ver televisión por señal cerrada”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	01 de setiembre	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	✓ Justifica a partir de ejemplos, reconociendo la pendiente y la ordenada al origen el comportamiento de funciones lineales y lineales afín.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas	✓ Describe gráficos y tablas que expresan funciones lineales, afines y constantes. ✓ Describe las características de la función lineal y la familia de ella de acuerdo a la variación de la pendiente.
	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas	✓ Usa modelos de variación referidos a la función lineal al plantear y resolver problemas.

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
<b>Inicio</b>	<p>El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes y procede a repartir las fichas de trabajo. Luego, escribe en la pizarra: <b>¿QUÉ PROGRAMAS DE TELEVISIÓN VEN EN SUS RATOS LIBRES?</b> y solicita a los estudiantes que manifiesten sus preferencias y que positivo saca al verlos. El docente anota las participaciones espontáneas y presenta la imagen referida a la comparación de la televisión de señal abierta y por cable.</p> <p>A continuación, el docente solicita a los estudiantes formar equipos de 4 integrantes cada. Así mismo se les presenta la situación problemática y solicita a un estudiante que lea en voz alta la situación presentada.</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;"><b>Decidiendo por televisión por cable</b></p> <p>El padre de familia de un estudiante de segundo grado preocupado porque su hijo pasa horas viendo los programas de reality show en la televisión de señal abierta, opta por adquirir televisión por cable en HD para que su hijo tenga opciones de elegir diversos programas culturales. Después de averiguar las diversas ofertas que les ofrece las empresas, se anima por la siguiente opción: “Por 50 soles mensuales disfruta de 54 canales en HD”, pero tendría que pagar por la instalación y el codificador la suma de 180 soles.</p> </div> <p>Se pide que los equipos de trabajo que lean la pág. 1 de la ficha y la desarrollen:</p>	<p>Pizarra, plumones</p>  <p>Imagen impresa o digital</p> <p>Papel de colores plumones, masking.</p>	10 min

	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué tipo de programas miras frecuentemente en la televisión?</li> <li>✓ Expresa el costo total en función a los meses en los que se utilizará el servicio de señal cerrada con HD.</li> <li>✓ Grafica en el plano cartesiano el consumo mensual de señal cerrada adquirida.</li> <li>✓ ¿Cuánto pagaría en total por los 9 meses?</li> </ul> <p>El docente presenta las preguntas en un PPT y reparte hojas de colores a cada equipo y solicita que peguen sus respuestas en la pizarra.</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: <b>Modelar situaciones cotidianas usando funciones lineales y afines, así mismo elaborando sus respectivos gráficos.</b></p>																										
<p><b>Desarrollo</b></p>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>El docente pregunta observando las respuestas colocadas en la pizarra por los equipos de trabajo.</p> <p><b>¿Cuánto se pagaría el primer mes?</b></p> <p>Los estudiantes con lluvia de ideas responden, 180 soles por instalación más el consumo del mes.</p> <p>El docente invita a un estudiante a representar la respuesta.</p> <p><b>¿Cuánto hemos pagado en total por el consumo de cable hasta el segundo mes, tercer mes, cuarto mes?</b></p> <p>Observando las respuestas en la pizarra el docente presenta la siguiente tabla en un PPT y lo completa con la participación de los estudiantes.</p> <table border="1" data-bbox="355 1137 1153 1397"> <thead> <tr> <th></th> <th>Pago por instalación</th> <th>Pago consumo</th> <th>Total a pagar</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1er mes</td> <td>180</td> <td>50</td> <td>230</td> </tr> <tr> <td>2do mes</td> <td>180</td> <td>50(2)</td> <td>280</td> </tr> <tr> <td>3er mes</td> <td>180</td> <td>50(3)</td> <td>330</td> </tr> <tr> <td>4to mes</td> <td>180</td> <td>50 (4)</td> <td>380</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p><b>¿Cómo calcularemos el pago total realizado hasta el noveno mes?</b></p> <p>El docente busca generalizar lo hallado en la tabla, para calcular la pregunta planteada.</p> <p>Si al mes consumido le llamamos x :</p> <p>Total a pagar = 180 + 50 ( x )</p> <p>Quiere decir que la respuesta estará <b>en función a x</b> “el mes consumido”</p> <p><b>¿Qué es una función?</b></p> <p>Los estudiantes responden con lluvia de ideas y el docente generaliza a partir de la situación expuesta.</p> <p><b>“En matemáticas, se dice que una cantidad es función de otra si el valor de la primera depende exclusivamente del valor de la segunda”</b></p> <p>Entonces la palabra <b>función</b> la podemos representar <b>f</b> y <b>esta depende del valor de x, entonces será f(x).</b></p> <p>Luego el docente presenta la situación trabajada en la tabla</p>		Pago por instalación	Pago consumo	Total a pagar	1er mes	180	50	230	2do mes	180	50(2)	280	3er mes	180	50(3)	330	4to mes	180	50 (4)	380					<p>Teoría básica de la Ficha de trabajo</p> <p>Ficha de trabajo</p>	<p>30 m</p>
	Pago por instalación	Pago consumo	Total a pagar																								
1er mes	180	50	230																								
2do mes	180	50(2)	280																								
3er mes	180	50(3)	330																								
4to mes	180	50 (4)	380																								

$$\text{Total a pagar} = 180 + 50(x)$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \mathbf{f(x)} \end{array} = 180 + 50(x)$$

**¿Qué tipos de variables intervienen?**

- ✓ Una **variable independiente** es aquella cuyo valor no depende de otra variable y se suele representar por **x**.
- ✓ La **variable independiente** se representa en el eje de abscisas y en una función se suele representar por **y**.
- ✓ La variable **y** está en función de la variable **x**.

El docente concluye: otra forma de representar al situación sería:

$$\text{Total a pagar} = 180 + 50(x)$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \mathbf{f(x)} \end{array} = 180 + 50(x)$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ \mathbf{Y} \end{array} = 180 + 50(x)$$

El docente presenta un plano cartesiano en un PPT.

El docente entrega a cada mesa de trabajo dos pares ordenados y los representantes de cada grupo salen en simultáneo y ubican los puntos en el plano cartesiano.

(5,5); (4,4); (3,3); (2,2):(1,1); (0,0); (-1,-1); (-2,-2).

El docente explica el concepto de abscisa, ordenada, el punto de intersección y termina con el concepto de variable independiente (x) y dependiente (y).

Se solicita a un estudiante que una los puntos encontrados.

**¿Qué figura observan?**

Respuestas de los estudiantes será una línea, una recta, un segmento entre otros.

El docente concluye que es una línea y pregunta

**¿Entonces cómo se llamará la función que le dio origen?**

**¿Qué es una función lineal?**

Una función cuya representación en el plano cartesiano es una línea recta. Esta función se puede escribir como:  $f(x) = mx$  donde  $m$  y  $b$  son constantes reales y  $x$  es una variable real.

Por lo tanto una función lineal es una línea recta que siempre intercepta al origen de coordenadas en (0,0).

El docente coloca sobre la gráfica el título función lineal y pinta de color rojo el punto (0,0) y solicita que realicen una lectura silenciosa de la pág. 2 de la ficha y que subrayen las ideas fuerza.

El docente presenta otro plano cartesiano en un PPT y solicita a los diferentes grupos que ubiquen ahora los puntos obtenidos en la tabla, para el pago total de primer mes hasta 5 los meses y se solicita a un estudiante que una los puntos encontrados.

Luego el docente pregunta:

**¿Si proyecta la línea con la regla pasará por el eje de coordenadas?**

El docente realiza la proyección con un plumón de color rojo y verifican que **no pasa por el eje de coordenadas**.

Cartulinas de colores

Papelotes Plumones Cinta de embalaje

Cartulinas de colores

Papelotes Plumones Cinta de embalaje

	<p><b>¿Cómo se llamará esta función?</b>  <b>¿Qué es una función afín?</b>  <b>Función afín</b> es la que tiene la forma: <math>f(x) = mx + b</math>  Donde <b>m</b> es la pendiente de la recta  El docente solicita a los estudiantes que subrayen las ideas fuerza de la ficha pág. 2.  <b>¿Cómo usamos las funciones lineales y afines en situaciones cotidianas?</b>  Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios. Se responde a las interrogantes.  <b>¿Cómo se representará una función constante?</b>  Función constante es aquella función matemática que toma el mismo valor para cualquier valor de la variable independiente y tiene la siguiente forma: <math>f(x) = c</math> donde <b>c</b> es una <b>constante</b>  <b>Analizamos</b>  A continuación en equipos de 4 estudiantes, el docente indica que cada uno de ellos analice dos de los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue, para de esta manera explicárselo a sus otros 3 compañeros. El docente puede explicar alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.  <b>Practicamos</b>  A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán hasta 10 problemas propuestos.  El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas.</p>	<p>Problema de la Ficha de trabajo</p> <p>Problema de la Ficha de trabajo</p>	<p>20 min</p> <p>50 min</p>
<b>Cierre</b>	<p>Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.  El docente realiza las preguntas de Metacognición</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué aprendí hoy?</li> <li>✓ ¿Cómo usamos las funciones lineales y afines en nuestra vida cotidiana?</li> <li>✓ ¿Qué dificultades encontraste y cómo pudiste superarlas?</li> <li>✓ ¿Cómo te sentiste en clases?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado.</p>	<p>Cuaderno Problema de la ficha de trabajo</p>	<p>10 min</p>

EVALUACION		
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS
Argumenta sobre relaciones de cambio y equivalencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Justifica a partir de ejemplos, reconociendo la pendiente y la ordenada al origen el comportamiento de funciones lineales y lineales afín.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 11</li> </ul>
Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Describe gráficos y tablas que expresan funciones lineales, afines y constantes.</li> <li>✓ Describe las características de la función lineal y la familia de ella de acuerdo a la variación de la pendiente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 3, 4, 7, 8, 9, 10, 13,14</li> </ul>

Traduce datos y condiciones expresiones algebraicas a	✓ Usa modelos de variación referidos a la función lineal al plantear y resolver problemas.	➤ 1, 2, 5,6, 12, 15
---	--	---------------------

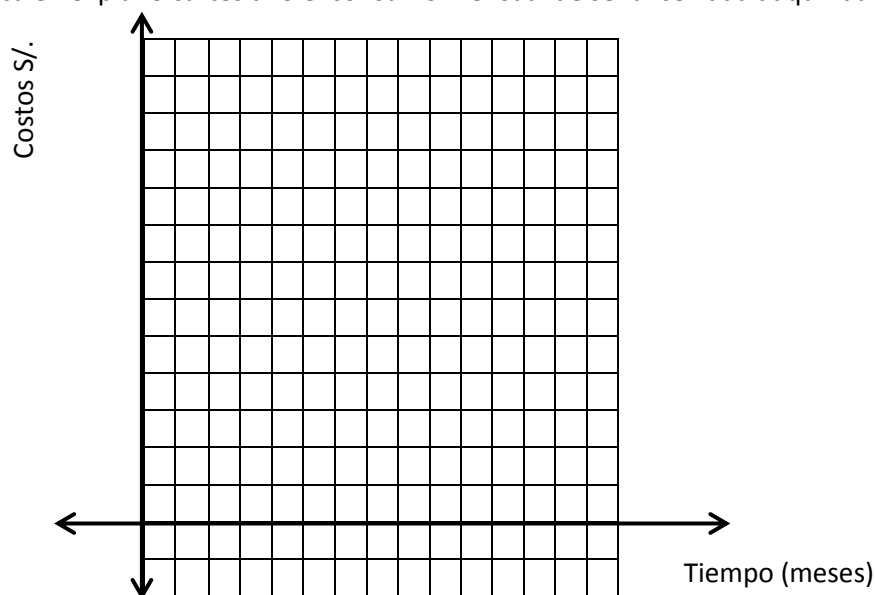
### Ficha de trabajo: Decidiendo ver televisión por señal cerrada

El padre de familia de un estudiante de segundo grado, preocupado porque su hijo pasa horas viendo los *reality show* en la televisión de señal abierta, opta por adquirir televisión por señal cerrada con HD para que su hijo tenga opción de elegir diversos programas culturales. Después de averiguar las diversas ofertas que les ofrecen las empresas, se anima por la siguiente opción: por S/. 50 mensuales, disfruta de 54 canales con HD, pero tiene que pagar por la instalación y el codificador la suma de S/. 180.



Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué tipo de programas miras frecuentemente en la televisión?  
\_\_\_\_\_
2. Expresa el costo total en función de los meses en los se utilizaría el servicio de señal cerrada con HD.  
\_\_\_\_\_
3. Grafica en el plano cartesiano el consumo mensual de señal cerrada adquirida.



4. ¿Cuánto pagaría en total por los 9 meses?  
\_\_\_\_\_

### Aprendemos

Respecto a la situación planteada en el texto “Decidiendo ver televisión por cable”, debemos tener en cuenta el costo inicial que se tiene que pagar por la instalación y el codificador, para lo cual tenemos que elaborar una tabla de doble entrada para analizar el comportamiento de los datos, tanto de la cantidad de meses a consumir como del costo total que se pagaría por los servicios de cable con HD.

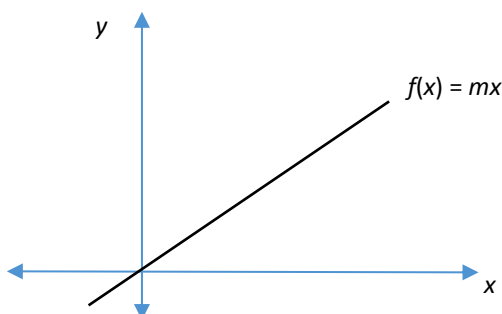
También es necesario conocer:

## Función lineal

$f$  es una función lineal si su regla de correspondencia es de la forma:  $f(x) = mx$ , siendo  $m \neq 0$ .

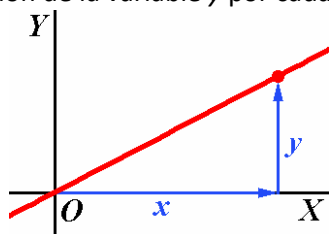
La representación de una función lineal es una línea recta que siempre intercepta al origen de coordenadas  $(0,0)$ .

La función lineal representa cualquier fenómeno de variación proporcional directa.

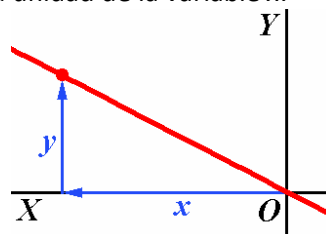


En la función lineal  $y = mx$ ,  $m$  es la pendiente de la recta, y se halla dividiendo el valor de la variable dependiente y por el correspondiente valor de la variable independiente  $x$ .

Su valor es la medida del crecimiento o decrecimiento de la recta de la ecuación  $y = mx$ , y nos indica la variación de la variable y por cada incremento de una unidad de la variable  $x$ .

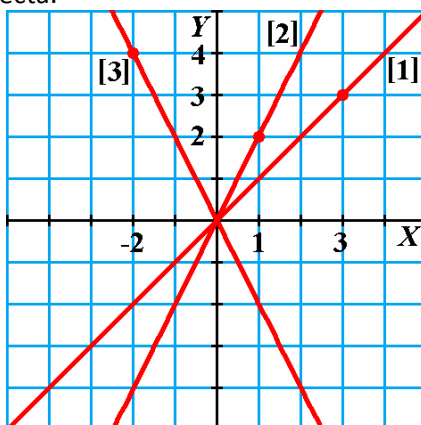


$m > 0$ ; la recta es creciente.



$m < 0$ ; la recta es decreciente.

La pendiente de una recta nos proporciona la inclinación de la misma respecto del eje  $x$  (ángulo que forma la recta con dicho eje). En el siguiente ejemplo ilustramos que cuanto mayor es la pendiente, mayor es la inclinación de la recta.



Las tres gráficas son funciones lineales, cuya expresión es  $y = mx$ , pues son rectas que pasan por el origen de coordenadas.

Las pendientes las obtenemos de la siguiente manera:

[1]:  $m = 3/3 = 1$

[2]:  $m = 2/1 = 2$

[3]:  $m = 4/-2 = -2$

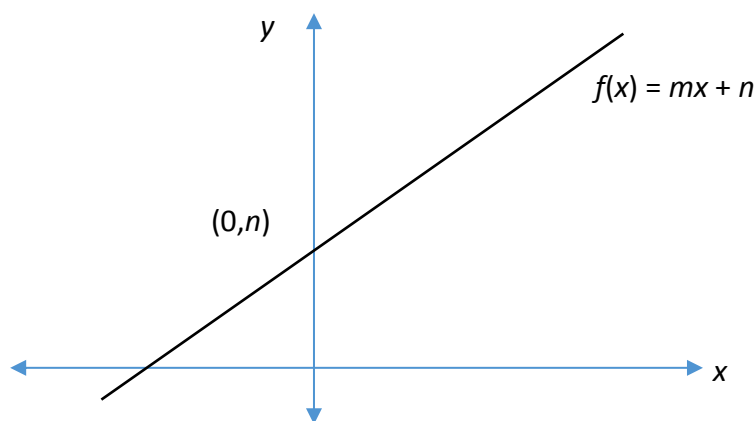
Las rectas tienen por ecuación:

[1]:  $y = x$

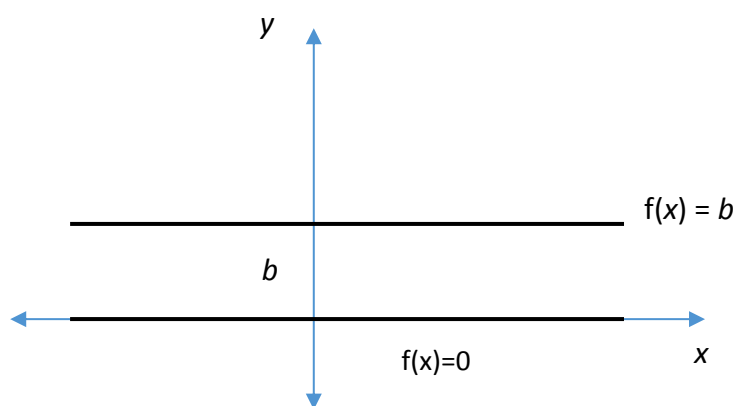
[2]:  $y = 2x$

[3]:  $y = -2x$

**Función lineal afín.** Son aquellas funciones cuya gráfica es una línea recta que no pasa por el origen de coordenadas. Su expresión algebraica es  $y = mx + n$ , donde  $m$  es la pendiente de la recta y  $n$  es la ordenada en el origen (la recta corta al eje de ordenadas en el punto  $(0,n)$ ).



**Función constante.** Una función  $f$  es constante si su regla de correspondencia es  $f(x) = b$ , para cualquier valor  $x$  y  $b$  que sean números reales.



### Analizamos

1. En el Perú la altura promedio en centímetros de los niños cuyas edades son de 6 a 10 años es una función lineal de la edad en años. La altura de un niño de 6 años es 84 cm y la altura de un niño de 7 años de edad es 98 cm.
  - a. Expresa la estatura en función de la edad.
  - b. Grafica la situación dada en el diagrama cartesiano.
  - c. ¿Cuál será la altura aproximada de un niño cuando tenga 10 años?
  - d. ¿Se podrá calcular con la regla anterior la altura de una persona de 20 años?

### Resolución

Elaboramos una tabla de doble entrada con las variables intervinientes:

Edad (años)	6	7	8	9	10
Estatura (cm)	84	98	112	126	140

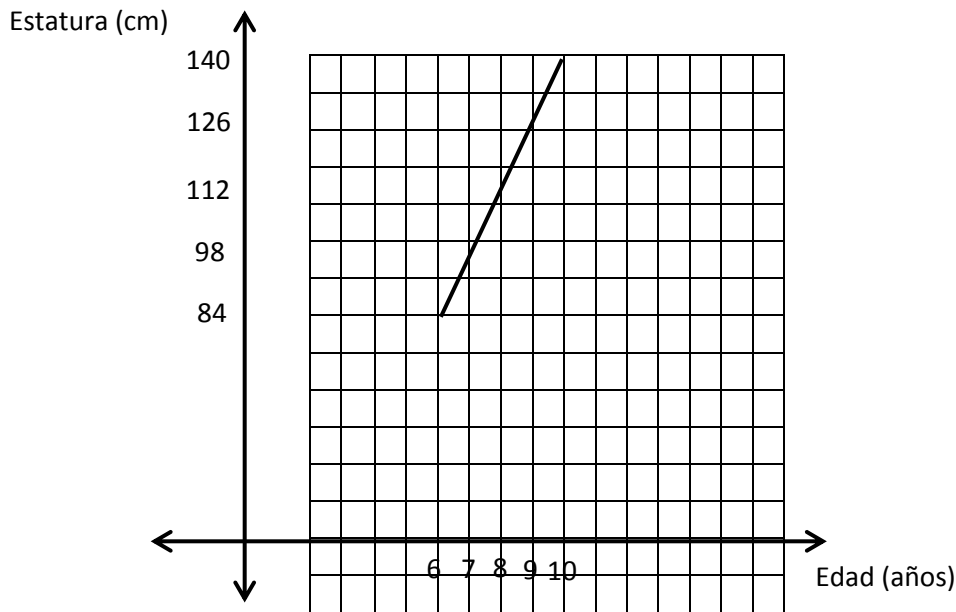
Los valores numéricos de las estaturas generan una sucesión cuya razón es 14, por lo tanto su regla de formación sería la siguiente:

Estatura =  $(14)(\text{número de años desde 6 hasta 10 años})$ .

Respondiendo las preguntas:

- a.  $F(x) = 14x$ , donde  $x$  es el número de años, y está acotado por  $6 \leq x \leq 10$ .
- b. Para graficar tenemos que tener cuidado de identificar qué intervalo es una función lineal.





- c. Podemos responder a partir de la tabla elaborada anteriormente o por la fórmula encontrada:  
 $F(10) = 14 \times 10 = 140$  cm
- d. No, porque 20 años está fuera de la fórmula encontrada, que solo acepta valores de 6 hasta 10.

2. La Municipalidad de Lima, para contrarrestar la ola de accidentes causada por la excesiva velocidad de autos y combis manejados por conductores irresponsables, decide aplicar multas si una persona es sorprendida conduciendo su automóvil a  $x$  km/h. Supongamos que las multas por exceso de velocidad se determinan por la siguiente función:

$$f(x) = 100(x - 60) + 80, \quad 60 < x < 80; \text{ donde } f(x) \text{ es el costo de la multa en soles.}$$

Otra de las medidas tomada es la siguiente: si un conductor llega o pasa los 80 km/h, se le suspenderá por un año su licencia de conducir.

Responde las siguientes preguntas:

- El radar detectó a un conductor que conducía a 66 km/h. ¿A cuánto asciende la multa que debe pagar?
- ¿A qué velocidad, expresada en números enteros, se expide las primeras multas?
- Gabriel fue a pagar su multa por manejar a excesiva velocidad, que ascendía a S/. 1880. ¿A qué velocidad se le encontró conduciendo?

### Resolución

Para responder las preguntas utilizamos la fórmula que determina las multas:

$$f(x) = 100(x - 60) + 80, \quad 60 < x < 80$$

- $f(66) = 100(66-60) + 80 = 100 \times 6 + 80 = 680$  soles es la multa que el conductor debe pagar.
  - A los 61 km/h se expiden las primeras multas.
  - $1880 = 100(x - 60) + 80$ , entonces:  $x = 78$ , es decir, se le encontró manejando a 78 km/h.
3. Una empresa petrolífera paga a sus obreros según los metros excavados. Por el primer metro paga 60 soles y por los restantes 30 soles cada uno.
- Halla la expresión matemática que nos dé el costo ( $y$ ) en función de los metros excavados ( $x$ ).  
 $f(x) = 60 + 30(x - 1)$
  - ¿Cuánto cobra un obrero que excavó 10 metros?  
 $f(10) = 60 + 30(10 - 1) = 330$ , es decir por los 10 metros excavados le pagan un total de 330 soles.

4. Los científicos forenses usan las longitudes de la tibia ( $t$ ) —el hueso que va del tobillo a la rodilla— y del fémur ( $r$ ) —el hueso que va de la rodilla a la articulación de la cadera— para calcular la estatura de una persona. La estatura ( $h$ ) de una persona se determina a partir de las longitudes de estos huesos, usando funciones definidas por las siguientes fórmulas (todas las medidas están en centímetros):

Para hombres:

$$h(r) = 69,09 + 2,24r$$

$$h(t) = 81,69 + 2,39t$$

Para mujeres:

$$h(r) = 61,41 + 2,32r$$

$$h(t) = 72,57 + 2,53t$$

- Calcula la estatura de un hombre cuyo fémur mide 58 cm.
- Calcula la estatura de un hombre cuya tibia mide 41 cm.
- Calcula la estatura de una mujer cuyo fémur mide 50 cm.
- Calcula la estatura de una mujer cuya tibia mide 38 cm.

#### Resolución

- $h(58) = 69,09 + 2,24(58) = 199,01$  centímetros tuvo de estatura.
- $h(41) = 81,69 + 2,39(41) = 179,68$  centímetros tuvo de estatura.
- $h(50) = 61,41 + 2,32(50) = 177,41$  centímetros tuvo de estatura
- $h(38) = 72,57 + 2,53(38) = 168,71$  centímetros tuvo de estatura

#### Practicamos

11. En la excavación de un pozo un ingeniero se adentra para verificar el proceso y se da cuenta que la temperatura aumenta  $1^\circ\text{C}$  cada 100 m de profundidad. Teniendo en cuenta que la temperatura en la superficie es de  $10^\circ\text{C}$ , resuelve los siguientes problemas:

- Halla la fórmula de la función que relaciona la temperatura con la profundidad.

\_\_\_\_\_

- ¿Qué temperatura habrá a 230 m de profundidad?

\_\_\_\_\_

- ¿Cuántos metros habrá que bajar para que la temperatura sea de  $25^\circ\text{C}$ ?

\_\_\_\_\_

12. Una empresa interprovincial de buses lanza una oferta dirigida a estudiantes que desean viajar al sur de la capital. La oferta consiste en pagar una cuota fija de S/. 10 más S/. 0,02 por cada kilómetro recorrido.

- Halla la fórmula de la función que relaciona el costo del viaje con los kilómetros recorridos.

\_\_\_\_\_

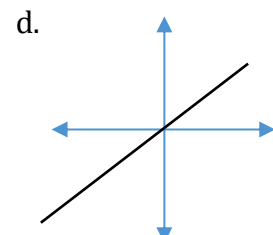
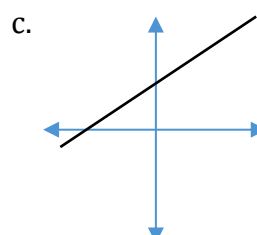
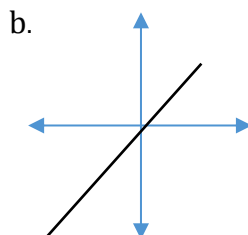
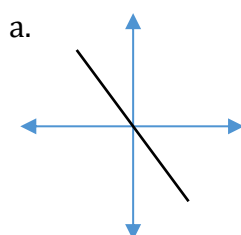
- Calcula el dinero que debe pagar un estudiante si quiere hacer un viaje cuyo recorrido es de 120 kilómetros.

\_\_\_\_\_

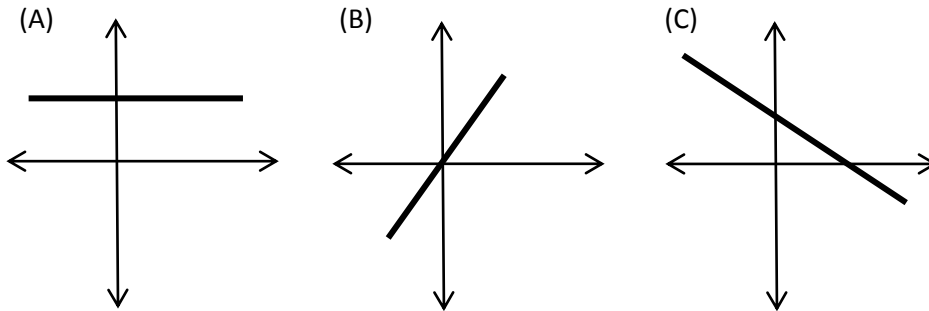
- Teniendo en cuenta la pregunta anterior, si cada estudiante de un aula de segundo grado pagó S/. 16 en un viaje, ¿a cuántos kilómetros estuvo su destino?

\_\_\_\_\_

13. ¿Cuál de las siguientes gráficas es una función lineal afín?



14. Relaciona cada grafica con la función correspondiente:



- (I) Función lineal afín  
 (II) Función constante  
 (III) Función lineal
- a. AI, BII, CIII  
 b. AIII, BII, CI  
 c. AII, BIII, CI  
 d. AII, BI, CIII

15. La distancia que recorre un avión que viaja a una velocidad de 500 millas por hora (mph) es una función del tiempo de vuelo. Si  $S$  representa la distancia en millas y  $t$  es el tiempo en horas, entonces la función es:

- a.  $S(t) = t/500$   
 b.  $S(t) = 500t$   
 c.  $S(t) = 500 + t$   
 d.  $S(t) = 500/t$

16. El padre de familia de un estudiante de segundo grado le enseña a su hijo la factura de gas natural que llegó, y le pide que le ayude a averiguar el costo del  $m^3$  de gas y la fórmula para calcular el costo total del recibo en función de los  $m^3$  de gas consumido.

- e.  $0,15; f(x) = 7,74 + 0,15x$   
 f.  $15; f(x) = 7,74 + 15x$   
 g.  $0,15; f(x) = 0,15 + 7,74x$   
 h.  $15; f(x) = 15 + 7,74x$

Conceptos	
Cargo fijo	S/. 7,74
Consumo (111 $m^3$ )	S/. 16,65
Total	S/. 24,39

17. En muchas provincias del Perú, el agua corriente no es medida. Una familia paga siempre la misma tarifa, independientemente de la cantidad de agua que haya consumido. Una de estas tarifas es S/. 25,06.

Consumo de agua (L)	0	1000	2000	3000	...
Costo (S/.)	25,06	25,06	25,06	25,06	

Halla la fórmula de la función e indica cómo se llama la función encontrada.

- a.  $F(x) = 25,06 + 1000x$ ; función lineal.  
 b.  $F(x) = 25,06$ ; función lineal.  
 c.  $F(x) = 25,06$ ; función constante.  
 d.  $F(x) = 25,06x$ ; función lineal afín.

18. La siguiente tabla muestra el costo y el número de fotocopias realizadas por algunos estudiantes.

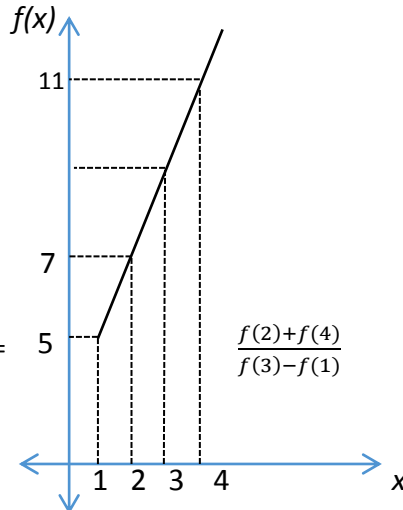
Costo (S/.)	Carlos	Juan	Luz	María
	0,12	0,60	6	0,06
Cantidad de copias	2	10	100	1

¿Cuál de las siguientes expresiones determina la situación dada?

- a.  $f(x) = 0,12x$   
 b.  $f(x) = 0,05x$   
 c.  $f(x) = 0,06x$

d.  $f(x) = 0,06$

19. Del siguiente gráfico:



Calcula el valor numérico de  $E =$

- a. 3
- b. 4,5
- c. 1,5
- d. -3,6

20. La siguiente tabla corresponde a una función afín:  $y = mx + n$ .

<b>x</b>	0	10	20	30	40	50
<b>y</b>	-3		37			97

Completa la tabla y obtén su expresión algebraica hallando su pendiente y la ordenada en el origen.

- a.  $y = 2x + 3$
- b.  $y = 3x + 2$
- c.  $y = 2x - 3$
- d.  $y = 3x - 2$

21. Sea  $f$  una función lineal, tal que  $f(2) = 8$ . Determina su regla de correspondencia.

- a.  $y = 2x$
- b.  $y = 8x$
- c.  $y = 4x$
- d.  $y = 4x + 2$

22. Un fabricante de ventanas cuadradas cobra a razón de S/. 15 por cada metro de marco y S/. 60 por el cristal, sean cuales sean las dimensiones. Encuentra la expresión que dé el precio de la ventana en función de las dimensiones y calcula el costo de una ventana de 2 m de lado.

- a.  $F(x) = 60 + 15x; 90$
- b.  $F(x) = 15 + 60x; 180$
- c.  $F(x) = 15 + 60x; 495$
- d.  $F(x) = 60 + 15x; 180$

23. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son funciones afines?

- I.  $F(x) = 3x - 5$
- II.  $Y = 2x$
- III.  $F(x) = 20 - 0,2x$

- a. Solo I.
- b. Solo II.
- c. II y III.
- d. I y III.

24. ¿Cuáles de las siguientes situaciones son funciones lineales?

- I. El costo de una llamada por celular está dado por los segundos consumidos.
- II. Un electricista que da servicios a domicilio cobra S/. 20 por cada hora de trabajo más S/. 50 por la visita.
- III. El precio en soles que hay que pagar por un viaje de  $x$  km viene dado por la expresión  $y = 2x + 1,5$ .

- a. II y III.
- b. Solo I.
- c. Solo II.
- d. Solo III.





25. Midiendo la temperatura a diferentes alturas se han obtenido los datos de esta tabla:

<b>Altura (m)</b>	0	360	720	990
<b>Temperatura (°C)</b>	10	8	6	4,5

Obtén la expresión algebraica de la temperatura en función de la altura e indica cuál sería la temperatura a 3240 m de altura.

- a.  $F(x) = -x / 180 + 10 ; 18 ^\circ\text{C}$
- b.  $F(x) = -x / 180 + 10 ; -8 ^\circ\text{C}$
- c.  $F(x) = -180x + 10 ; 18 ^\circ\text{C}$
- d.  $F(x) = x / 180 + 10 ; 18 ^\circ\text{C}$



	estudiantes la secuencia de la sesión.		
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Aprendemos</b>          En esta sección, el docente indica formar equipos de trabajo de cuatro integrantes cada uno y presenta la siguiente situación en un PPT.</p> <div data-bbox="437 412 1161 654" style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px;"> <p>Juan está cargando una caja y da 5 pasos a la derecha.</p>  </div> <p>El docente realiza preguntas y las respuestas las anota en la pizarra.</p> <p><b>¿Qué pasó con la caja?</b>          Los estudiantes responden con lluvia de ideas, se movió, se desplazó, cambió de lugar, se trasladó, etc.</p> <p><b>¿Cambio de forma?</b>  <b>¿Cambio de tamaño?</b>          El docente concluye a partir de la lluvia de ideas que la caja se ha trasladado y no ha cambiado de forma ni de tamaño.</p> <p><b>¿Qué significa traslación?</b></p> <div data-bbox="354 1048 951 1169" style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <div data-bbox="354 1187 1158 1361" style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; background-color: #f0f0f0; padding: 10px;"> <p>La <b>traslación</b> es una transformación geométrica que se realiza en el plano. En esta transformación, las figuras solo cambian su posición, es decir, solo es un cambio de lugar. Su orientación, tamaño y formas se mantienen.</p> </div> <p>Se les pide que lean y analicen la información presentada en la ficha de trabajo.          El docente coloca al lado de la situación anterior la siguiente situación en un papelote.</p> <div data-bbox="354 1527 1158 1899" style="border: 1px solid green; border-radius: 15px; padding: 10px;"> <p>María desea colocar un cuadro en la sala de su casa, para ello clava dos clavos en la pared a cada extremo del cuadro, al verificar si quedó bien, se da con la sorpresa que se salió el clavo de la parte derecha y el cuadro se inclinó.</p>  </div> <p>El docente hace las siguientes preguntas a los estudiantes y toma nota de la lluvia de ideas.</p> <p><b>¿Qué ocurrió con el cuadro?</b>          Los estudiantes responden con lluvia de ideas, el cuadro se inclinó,</p>	<p>Teoría básica de la Ficha de trabajo</p>	<p>30 m</p>

	<p>rotó, giró, entre otros.</p> <p><b>¿En qué posición quedará en cuadro?</b></p> <p><b>¿Cuántos grados se rotó el cuadro?</b></p> <p><b>¿Qué significa rotación?</b></p> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 10px; background-color: #f0f0f0; margin: 10px 0;"> <p>Las <b>rotaciones</b> o giros son movimientos en el plano que realizan las figuras alrededor de un punto fijo. En las rotaciones las figuras conservan su forma, tamaño y ángulos. Las transformaciones por rotación pueden ser positivas o negativas dependiendo del sentido del giro.</p> </div> <p>Los estudiantes leen en silencio y analizan la información presentada en la ficha de trabajo.</p> <p><b>¿Qué significa rotación en sentido horario y anti horario?</b></p> <p>Los estudiantes responden con lluvia de ideas y el docente consolida, con un reloj elaborado de cartón y que las agujas giren, para ello se coloca un broche al centro del reloj.</p> <p>Luego el docente pregunta a los estudiantes y ellos responden con lluvia de ideas.</p> <p><b>¿Cuándo te miras frente al espejo que ves?</b></p> <p><b>¿Cambias de forma? ¿Cambias de tamaño?</b></p> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 10px; background-color: #f0f0f0; margin: 10px 0;"> <p>La <b>reflexión</b> es la imagen de un objeto o ser vivo que se muestra en el espejo. Para obtener la reflexión de una figura, se utiliza una recta, que recibe el nombre de eje de reflexión</p> </div> <p>El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende <b>asociar la teoría básica</b> con las preguntas realizadas.</p> <p>Además el docente propone la siguiente interrogante:</p> <p><b>¿Cómo podemos determinar el perímetro y área de polígonos regulares?</b></p> <p>La respuesta a esta pregunta las comparte en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios. Se responde a las interrogantes y se pide a los estudiantes que analicen la teoría básica de la ficha de trabajo.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>A continuación el docente indica que cada uno de los estudiantes analice los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue, para de esta manera explicárselo a sus otros compañeros de grupo. El docente puede explicar alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán hasta 10 problemas propuestos.</p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas.</p>	<p>Problema ficha de trabajo</p> <p>Problema ficha de trabajo</p>	<p>20 min</p> <p>50 min</p>
<p><b>Cierre</b></p>	<p>Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.</p> <p><b>Metacognición</b></p>	<p>Cuaderno Problema</p>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Tuviste dificultad en realizar la traslación de figuras?</li> <li>✓ ¿Qué estrategia utilizaste para realizar la rotación de figuras?</li> <li>✓ ¿Qué entiendes por polígono regular?</li> <li>✓ ¿En qué situación de contexto real puedes utilizar las transformaciones geométricas?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado.</p>	de la ficha de trabajo	10 min
--	--	------------------------	--------

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Grafica la composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula.</li> </ul>	➤ 1, 2, 3, 11, 12
Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Expresa diseños de planos y mapas a escala con regiones y formas.</li> <li>✓ Usa modelos, relacionados a figuras poligonales regulares, compuestas, triángulos y el círculo para plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 4, 5, 6, 7, 8</li> <li>➤ 9, 10, 13, 14, 15</li> </ul>



## Ficha de trabajo: Las transformaciones geométricas en el antiguo Perú<sup>1</sup>

Chan Chan es la ciudadela de barro más grande de América precolombina, por lo que su importancia radica en valores históricos, estéticos, culturales y sociales. Posee un alto grado de organización espacial y abarca alrededor de 20 km<sup>2</sup>. El fenómeno del Niño que en 1925 destruyó el magnífico mural del Palacio Velarde, los sismos y la actualmente elevada napa freática, sumados a la persistencia de agricultores precarios, constituyen los principales agentes contra su preservación. Es por esto que el MINCETUR<sup>2</sup> y el INC<sup>3</sup> han iniciado los trabajos de conservación e investigación en el conjunto Velarde.



### Situación problemática

En una de las paredes de este complejo arquitectónico, se observan estas figuras que siguen cierto orden. Cuatro de ellas han sido retiradas para darles mantenimiento; sin embargo, para no olvidar su posición al momento de sacarlas, se anotó lo siguiente: “De derecha a izquierda: traslación - rotación - traslación - rotación”.

Responde las siguientes preguntas:

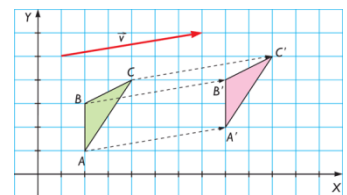
1. ¿Cómo son las figuras que se observan?  
\_\_\_\_\_
2. ¿Tienen la misma forma? ¿Qué puedes decir de sus posiciones?  
\_\_\_\_\_
3. ¿Qué significa *trasladar* y *rotar*?  
\_\_\_\_\_
4. Según las anotaciones al momento de retirar las figuras (de derecha a izquierda: traslación - rotación - traslación - rotación), completa las que hacen falta en la foto.



### Aprendemos

#### Transformaciones geométricas

**La traslación.** Es una transformación geométrica que se realiza en el plano. En esta transformación, las figuras solo cambian su posición, es decir, solo cambian de lugar. Su orientación, tamaño y formas se mantienen.



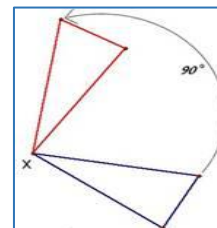
<sup>1</sup> Adaptado de Gabriela y Laura (2010). “Capítulo II”. Blog *Los secretos de Chan Chan*. Consulta: 25 de julio de 2015. <<http://lossecretosdechanchan.blogspot.com/>>

<sup>2</sup> MINCETUR: Ministerio de Comercio Exterior y Turismo

<sup>3</sup> INC: Instituto Nacional de Cultura

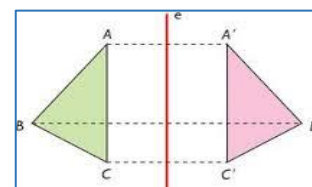
Ejemplo: en este caso, la figura  $ABC$  se traslada tomando como referencia el vector  $(6, 1)$ , el cual indica que la figura original debe moverse 6 unidades a la derecha y 1 unidad hacia arriba para transformarse en la figura  $A'B'C'$ .

**Las rotaciones o giros.** Son movimientos que realizan las figuras alrededor de un punto fijo en el plano. En las rotaciones, las figuras conservan su forma, tamaño y ángulos. Las transformaciones por rotación pueden ser positivas o negativas, dependiendo del sentido del giro. Si el giro es en sentido anti horario, será positivo, y será negativo cuando sea un sentido horario.



Ejemplo: se aprecia que la figura azul rota  $90^\circ$  alrededor del punto  $X$  para transformarse en la figura roja.

**La reflexión.** Es la imagen de un objeto o ser vivo que se muestra en el espejo. Para obtener la reflexión de una figura, se utiliza una recta que recibe el nombre de eje de reflexión. A la reflexión respecto de una recta también se le denomina simetría axial.



Ejemplo: el triángulo verde se refleja con respecto a un eje de reflexión para convertirse en el triángulo rosado.

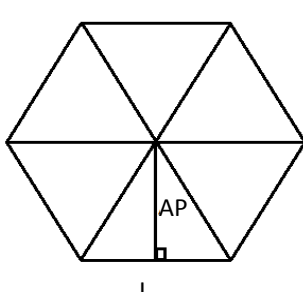
### Polígonos regulares

Se denomina polígono regular a aquel que tiene todos sus lados y ángulos congruentes.

El perímetro de un polígono regular se calcula multiplicando la longitud de uno de sus lados por el número de lados que tenga.

Por otra parte, también podemos calcular el área de cualquier polígono regular dividiéndolo en triángulos, todos con un vértice común en el centro del polígono. Al obtener el área de uno de ellos y multiplicarla por el número de triángulos que se forman, se obtiene el área total.

Para calcular el área del triángulo, basta con conocer su base (el lado del polígono) y su altura (el apotema del polígono).



$$A = n(A\Delta)$$

$$A = n\left(\frac{Ap \cdot L}{2}\right)$$

$$A = \frac{(n \cdot L) \cdot Ap}{2}$$

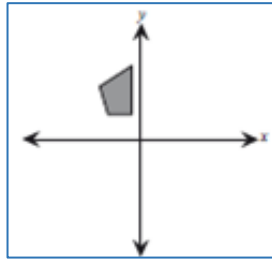
Hexágono regular

$$A = \frac{P \cdot Ap}{2}$$

De esto se desprende que:  $A = \frac{P \cdot Ap}{2}$ ; donde  $P$ : perímetro,  $L$ : longitud del lado,  $n$ : número de lados,  $Ap$ : apotema.

### Analizamos

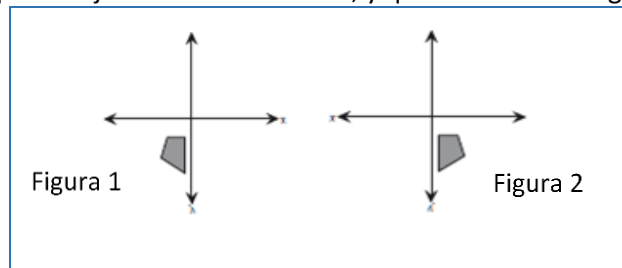
1. La siguiente figura muestra un polígono irregular ubicado en uno de los cuadrantes del plano cartesiano:



¿Cómo quedará finalmente la figura si se aplican dos movimientos sucesivos: el primero, una reflexión respecto al eje  $X$ , y luego un reflexión con respecto al eje  $Y$ ?

**Resolución**

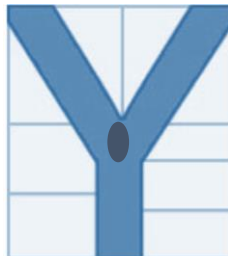
Sabemos que si consideramos al eje  $X$  como eje de reflexión, la figura tendrá que reflejarse hacia abajo, como en la figura 1. Y si a este resultado le aplicamos una reflexión tomando como punto el eje  $Y$ , el polígono regular tendrá que reflejarse hacia la derecha, y quedará como la figura 2:



2. Se desea colocar cámaras de seguridad en un centro comercial de una sola planta. El área coloreada en el plano representa las zonas transitables. Las cámaras podrán tener una vista de giro de  $360^\circ$  y tendrán que cubrir toda la región transitable. Indica en el plano los puntos donde deberán ser colocadas las cámaras para cumplir con ese propósito, si estas deben ser la menor cantidad posible.

**Resolución**

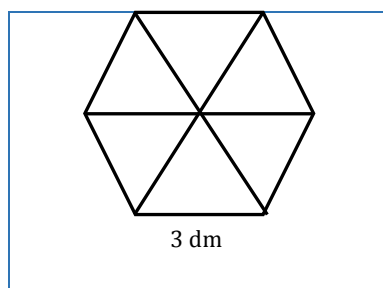
Dado que las cámaras tienen una vista de giro de  $360^\circ$ , esto quiere decir que dan una vuelta completa. Entonces basta con colocar solo una en el punto de bifurcación de la región coloreada para tener una vista de toda la zona transitable.



3. Se desea colocar en la pared un espejo en forma hexagonal regular que tenga como medida de lado  $3\text{ dm}$ . ¿Cuánto medirá la superficie de dicho espejo?

**Resolución**

El espejo tiene forma de un hexágono regular. Hacemos un pequeño bosquejo. Para conocer la superficie, podemos descomponer el hexágono regular en triángulos.



Observamos que los triángulos son equiláteros; por tanto, si determinamos el área de uno de ellos y la multiplicamos por 6, obtendremos el área del hexágono.

$$A_{\Delta} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} \rightarrow A_{\Delta} = \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} \rightarrow A_{\Delta} = \frac{9\sqrt{3}}{4} dm^2$$

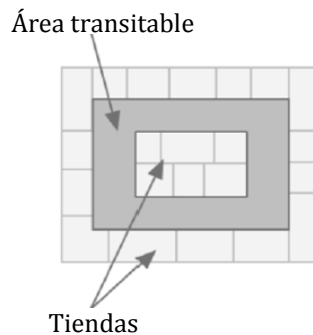
Finalmente, para obtener el área del hexágono, multiplicamos por 6.

$$A = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 6 \rightarrow A = \frac{27\sqrt{3}}{2} dm^2$$

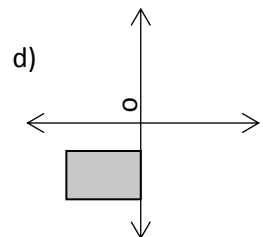
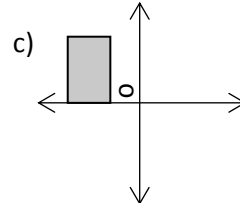
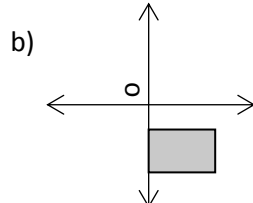
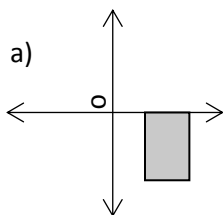
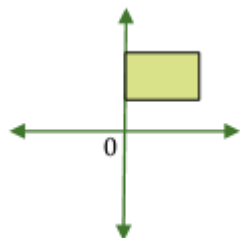
Entonces la superficie del espejo con forma hexágono regular es  $\frac{27\sqrt{3}}{2} dm^2$ .

### Practicamos

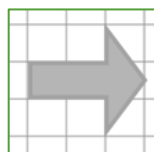
2. Se muestra el plano de un centro comercial de una sola planta. La parte coloreada representa las áreas por donde transita la gente. Se van a instalar cámaras de seguridad para observar toda el área transitable. Estas cámaras podrán tener una vista de 360°. Coloca en el plano los puntos donde se deberían instalar las cámaras para que sean la menor cantidad posible y que con estas se pueda observar toda el área transitable.



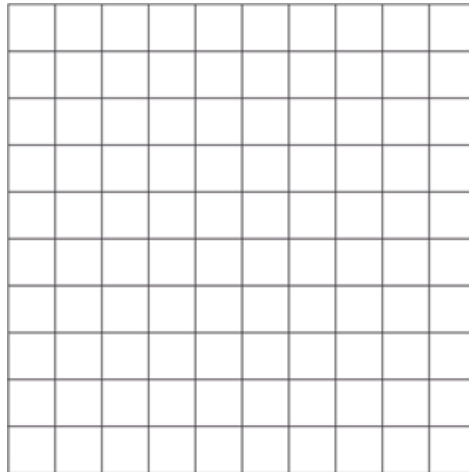
3. ¿Cuál de las siguientes opciones muestra el resultado de rotar la figura en 180° sentido horario alrededor del punto O?



4. En una tarea de arte, Dante realizó la ampliación de la siguiente figura.



Si la ampliación consistía en duplicar la figura, dibuja en la cuadrícula la figura ampliada por Dante.



5. Elena está diseñando el jardín rectangular de un condominio. Ella ha plasmado su diseño en una hoja en la cual 1 cm equivale a 1 m. Si cuenta con 100 m de vallas, escribe verdadero o falso según corresponda:

- I. Según el diseño de Elena, el jardín tendrá una superficie de  $525 \text{ m}^2$ .
- II. Si ella quiere ampliar la superficie del jardín, necesariamente debe comprar más vallado.
- III. Si reduce 5 m a un lado y aumenta 5 m al otro, no varía el área del jardín.
- IV. Si la superficie del jardín se reduce a la mitad, también se necesitaría la mitad de la longitud del vallado.



- a. VVFF      b. FVVV      c. FFFF      d. VFFF

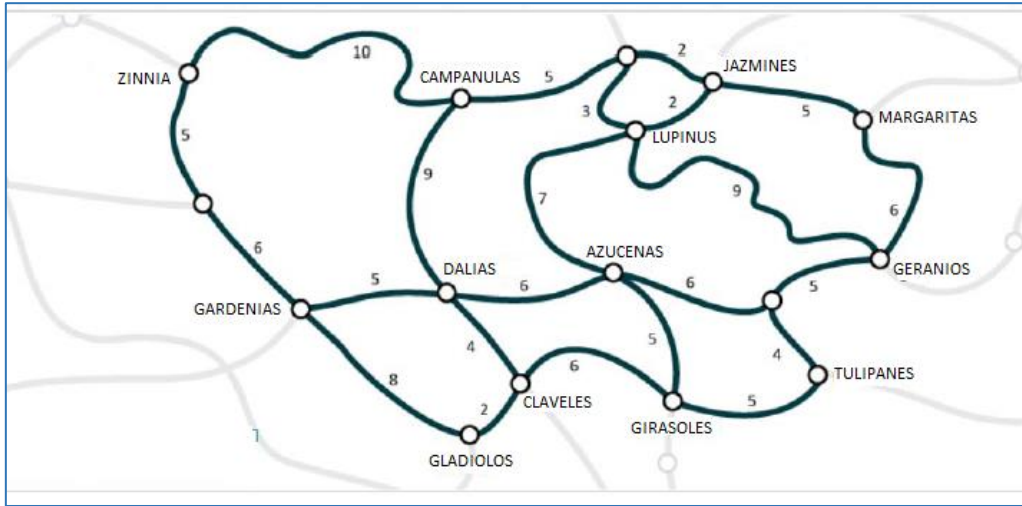
6. Respecto al problema anterior, ¿cuánto será la máxima superficie que podrá tener el jardín utilizando los 100 m de vallas?

- a.  $525 \text{ m}^2$       b.  $625 \text{ m}^2$       c.  $2500 \text{ m}^2$       d.  $10\,000 \text{ m}^2$

7. Si Elena no quiere limitarse a jardines de forma rectangular, sino que quiere diseñarlos circulares, y quiere utilizar la mayor longitud de vallas disponibles, **¿cuánto medirá la máxima longitud entera del radio de la superficie del jardín si este tuviera forma circular?** Considera  $\pi = 3,14$  y los datos de los problemas 4 y 5.

- a. 15 m      b. 16 m      c. 50 m      d. 100 m

8. El siguiente mapa corresponde a la red de carreteras que une los pueblos de un distrito. En él está indicado el tiempo en minutos que demora ir de un lugar a otro. ¿Cuántos minutos como mínimo demora una persona para ir de las Gardenias a los Jazmines?



- a. 28 minutos.                      b. 33 minutos.                      c. 21 minutos.                      d. 20 minutos.

9. Con respecto al problema anterior, si Ernesto demoró 31 minutos en trasladarse, ¿de qué lugar a otro pudo haber ido?

---



---

10. Se desea colocar una plancha de vidrio sobre el tablero de una mesa que tiene forma de un hexágono regular. Si uno de los lados de la mesa tiene 4 dm, determina la superficie del vidrio que encaja exactamente para cubrir todo el tablero de la mesa.

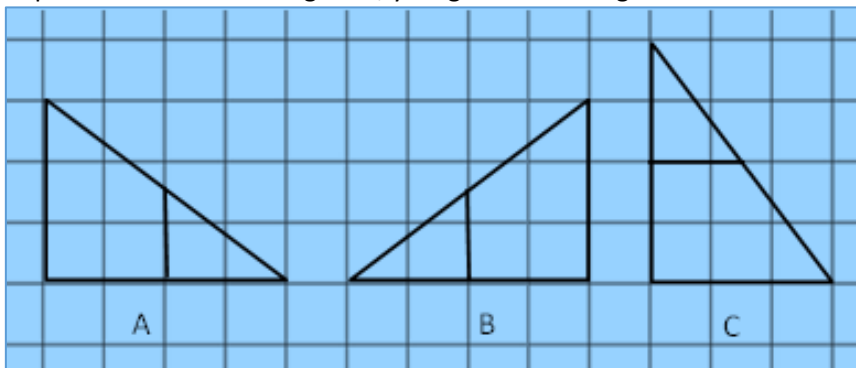


- a.  $6\sqrt{3}dm^2$   
 b.  $6dm^2$   
 c.  $24\sqrt{3}dm^2$   
 d.  $24 dm^2$

11. En la plaza de una ciudad se está construyendo una pileta de forma circular. Se van extender 5 tubos que irán desde el centro de la pileta hasta 5 puntos en el borde de esta; en ellos se instalarán grifos distribuidos a una misma distancia unos de otros. ¿Cuánto medirá el ángulo de apertura entre tubo y tubo?

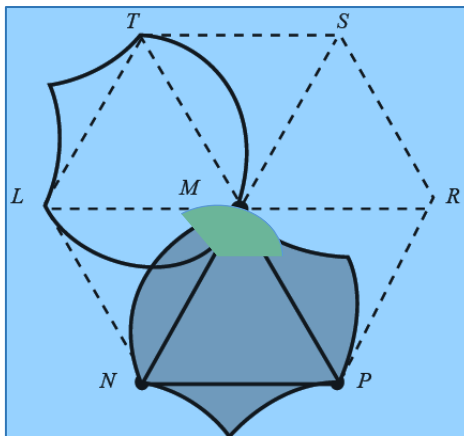
- a.  $36^\circ$                       b.  $72^\circ$                       c.  $90^\circ$                       d.  $360^\circ$

12. Observa las figuras A, B y C. ¿Cuál es el orden de las transformaciones que debemos efectuar a la figura A para que se convierta en la figura B, y luego esta en la figura C?



- a. Reflexión y rotación.
- b. Rotación y traslación.
- c. Reflexión y traslación.
- d. Rotación y reflexión.

13. Para la decoración del aula, Patricia decide hacer figuras sobre un hexágono regular. En la imagen siguiente, se observa una región sombreada y la silueta que resulta de aplicarle un movimiento a dicha región.



Señala qué movimiento se le aplicó a la región sombreada para obtener su imagen.

- e. Una reflexión tomando como eje el segmento  $\overline{NS}$ .
  - f. Una reflexión tomando como eje el segmento  $\overline{LR}$ .
  - g. Una rotación de  $30^\circ$  con centro en el punto  $L$ .
  - h. Una rotación de  $120^\circ$  con centro en el punto  $M$ .
14. Una plaza tiene forma de un hexágono regular. Por el aniversario van a colocar cadenetas de una esquina a otra, de tal manera que las cadenetas se crucen en el punto centro de la plaza. Si la plaza mide 15 m en cada lado, ¿cuánta será la longitud mínima de la cadeneta que une dos esquinas de la plaza?
- a. 90 m
  - b. 60 m
  - c. 30 m
  - d. 15 m

15. Las monedas de un nuevo sol tienen un polígono regular inscrito. Si una diagonal une dos vértices no comunes de un polígono, ¿cuántas diagonales podríamos trazar en este polígono regular inscrito en la moneda de un nuevo sol?

- a. 8 diagonales.
- b. 20 diagonales.
- c. 40 diagonales.
- d. 56 diagonales.



16. Una empresa fabrica triángulos musicales. Cada lado del triángulo mide 18,5 cm y la varilla con que se toca, 15 cm. Si se desea aprovechar al máximo una varilla sin trabajar cuya longitud es 5,5 m, ¿cuántos triángulos musicales completos (triángulo y varilla) se podrá obtener de la varilla sin trabajar?

- a. 7
- b. 7,8
- c. 8
- d. 9,9





**ESCUELA DE POSGRADO**  
UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

# **Programa de Educación Adaptativa**

**AUTOR:**

Mg. Neyra Castillo, Oswaldo

**ASESORA:**

Dra. Silva Balarezo, Mariana Geraldine

**SECCIÓN:**

Educación e Idiomas

**LINEA DE INVESTIGACIÓN:**

Innovaciones Pedagógicas

**PERÚ- 2018**





## "PROGRAMA DE ADAPTACIÓN EDUCATIVA"

### I. TITULO: Potenciando el pensamiento matemático, para resolver problemas.

### II. DATOS INFORMATIVOS

1.1. DRE	LA LIBERTAD
1.2. UGEL	: 01 EL PORVENIR
1.3. I.E.	: 80026 HORACIO ZEVALLOS GAMEZ
1.4. NIVEL	: SECUNDARIA
1.5. PROVINCIA	TRUJILLO
1.6. DISTRITO	: EL PORVENIR
1.8. PROF. RESPONSABLE	OSWALDO NEYRA CASTILLO
1.9. AREA	MATEMATICA
1.10. GRADO	2° "A" Y "B"
1.11. DURACION	DEL 10 DE JULIO AL 30 DE AGOSTO

### III. JUSTIFICACION

En razón al bajo nivel de logro alcanzado por un buen porcentaje de estudiantes de nuestra institución en la última Evaluación censal, así como, vistos, los resultados de las Actas de evaluación del año precedente y los calificativos bimestrales del año en curso, sumados a los resultados de la ONEM resulta de inevitable urgencia la necesidad de implementar y ejecutar nuevas estrategias orientadas a atender y resolver la problemática planteada.

Era necesario y prioritario entonces, nuevas fórmulas de actuación docente, nuevas estrategias de trabajo, que surjan a partir de un diagnóstico real que traduzca los problemas de aprendizaje de los estudiantes, Así nació el planteamiento de la elaboración de un programa que acoja a todos y cada uno de nuestros estudiantes, potenciando el aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias de manera individual y grupal, aceptando el hecho de que, los estudiantes, presentan muchas diferencias entre sí, con características diversas y con ritmos y estilos de aprendizaje diferentes., lo que conllevó al planteamiento orientado a individualizar la educación y, por tanto, la enseñanza,, adecuándolas a tales diferencias. Así surgió el presente Programa de educación Adaptativa.

La Educación Adaptativa plantea que el éxito o el fracaso escolar dependen del ajuste del método educativo a las diferencias individuales del estudiante relevantes para el aprendizaje de un determinado contenido Se propone lograr que todo el alumnado alcance los objetivos básicos de la etapa, atendiendo específicamente a la diversidad.

En un marco sociocultural concreto, como el que presenta la realidad de las aulas de Secundaria, debe afrontarse la diversidad desde una posición reflexiva y

flexible, ofreciendo una respuesta educativa ajustada a las demandas que plantea cada situación.

#### **IV. OBJETIVOS**

1. Implementar y ejecutar el Programa de Adaptación Educativa para la mejora del logro de los aprendizajes de los estudiantes.
2. Potenciar el pensamiento matemático de los alumnos y alumnas de la I.E. Horacio Zevallos Gámez.
3. Elevar el porcentaje de nivel de logro de aprendizaje (logrado y satisfactorio) en los alumnos y alumnas de la I.E. Horacio Zevallos Gámez, en el área de matemática.
4. Incorporar en nuestras programaciones, estrategias, que despierten el interés y las necesidades de los alumnos.
5. Descubrir procedimientos y estrategias utilizadas en la resolución de problemas matemáticos, a partir de información recopilada en su entorno mediato.
6. Mejorar en los estudiantes su capacidad de análisis deductivo y habilidades para formular y resolver problemas de la vida diaria.
7. Concientizar a los PP.FF. para que participen en el quehacer educativo de sus hijos a través de charlas motivacionales, talleres de acompañamiento

#### **V. METAS**

1. Aumentar en un 10 % la cantidad de alumnos que se encuentra en el nivel de logro satisfactorio, en las secciones seleccionadas.
2. Aumentar en un 20 % los alumnos y alumnas que se encuentran en el nivel de logrado como resultado de la aplicación del programa .
3. Disminuir en un 30 % el número de alumnos que se encuentren en los niveles de logro en proceso y en inicio.
4. Realizar por lo menos dos concursos internos de matemática en nuestra institución.

#### **VI. CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL PROGRAMA**

Bartolomé (1997), sostiene que el programa es un proceso de previsión donde se distribuye las diferentes estrategias y actividades en el tiempo, orientadas a suscitar experiencias significativas en los participantes y lograr un propósito determinado.. Los programas traducen secuencia de acciones cuya finalidad es atender carencias demandadas por una población

El programa parte de un diagnóstico a los estudiantes, que se efectuará a través de diferentes test, cuestionarios y entrevistas, lo cual permitirá perfilar las diversas características de los discentes a efectos de identificar: sus necesidades, intereses, estilos de aprendizaje, sus ritmos de aprendizaje, sus habilidades cognitivas, rendimiento académico, su motivación, sus actitudes y aptitudes que presentan

El programa se ha planificado para ser ejecutado en dieciséis sesiones de trabajo programadas en función a una secuencia didáctica orientada a lograr los objetivos previstos. .

Antes de iniciar el programa a los estudiantes se les aplicará un pre test evaluación. Culminado el programa, se aplicará un pos test para comparar los resultados y poder determinar los efectos del programa y plantear las acciones de realimentación necesarias.

El programa proporciona experiencias que responden a las necesidades concretas de los estudiantes.

- Plantea diseños de objetivos realistas que priorizan el desarrollo de capacidades
- Hace factible la flexibilización de los tiempos, actividades de aprendizaje y procedimientos de evaluación
- Resalta una alta implicación y compromiso del equipo docente;
- Brinda atención a la persona en su conjunto;
- Enfatiza el trabajo contextualizado en cuanto a la preparación de las estrategias y materiales;
- Se orienta hacia la consecución del aprendizaje, enfatizando más los procesos que los resultados;
- Busca afianzar un clima de confianza, tolerancia y respeto a las diferencias.
- Se modifica la organización espacial de las aulas para facilitar el trabajo tanto grupal como individual a diferente ritmo.
- Se enfatiza un agrupamiento que permita al docente que su interacción didáctica se ajuste a las características de la diversidad individual de su grupo

## **VII. ESTRATEGIAS**

- A. Las estrategias educativas se centrarán en los intereses y necesidades de aprendizaje de los alumnos
- B. Cada unidad parte de una prueba inicial para determinar la preparación del estudiante para afrontarla y prescribir diferentes actividades: de repaso de conceptos previos para los estudiantes que no dominan los contenidos iniciales y, de aprendizaje de los nuevos conceptos de la unidad si superan la prueba inicial.
- C. Determinar los conceptos previos que debe tener el alumno antes de iniciar la unidad, que deben ser objeto de atención educativa en el caso de que el alumno los careciera, asignando actividades específicas y el tiempo adecuado
- D. Incluir en las sesiones el uso de las TIC.
- E. Trabajar con grupos individualizados.
- F. Realizar juegos con nuestros estudiantes o plantearles retos.
- G. Atención personalizada.
- H. Las sesiones se desarrollarán en forma individual y grupal. Los grupos se constituirán en función a la coincidencia de las capacidades de los estudiantes para facilitar la mediación del docente.
- I. Elaborar un número suficiente de actividades de aprendizaje, que permitan una suficiente práctica y ejercitación del objetivo, a ser posible variadas (en cuanto al tipo de estrategias cognitivas utilizadas) y secuenciadas de lo simple a lo complejo.

- J. Se deben incluir actividades de refuerzo y de ampliación o profundización para cada objetivo, asignándolas en función del logro de los objetivos y de las necesidades de cada estudiante
- K. Llevar a cabo reuniones periódicas con los PP.FF, para informarles sobre los avances y/o dificultades de sus hijos e hijas.
- L. Dotar de los recursos y materiales necesarios para poner en práctica las actividades programadas, clasificados por unidades, objetivos y características de los alumnos
- M. Integrar diversas áreas al trabajo matemático.
- N. Las sesiones se desarrollarán en forma individual y grupal. Los grupos se constituirán en función a la coincidencia de las capacidades de los estudiantes para facilitar la mediación del docente.
- O. Al término de cada sesión se aplicará una práctica calificada
- P. Establecer un sistema de evaluación que permita determinar en qué grado cada alumno domina los objetivos. Es necesario, plantear una evaluación frecuente y continua, que informe al alumno de su situación de aprendizaje y resultado y sirva, al equipo docente, para tomar decisiones sobre qué prescribir o cómo continuar. Dicho sistema debe incluir una ficha de seguimiento del aprendizaje de los alumnos, las pruebas con los correspondientes criterios de consecución y los momentos de evaluación de los objetivos de la unidad.

## **VIII. LAS SESIONES DE APRENDIZAJE**

En total se desarrollarán 16 sesiones Su ejecución está prevista para dos horas pedagógicas a la semana dentro de las horas asignadas en el Plan de Estudios y dentro de la jornada laboral del profesor

En las sesiones los estudiantes desarrollan actividades en las que se enfrentan a situaciones o problemas reales o simulados con la finalidad de resolverlos aplicando estrategias que ayudarán a desarrollar las competencias, capacidades y contenidos temáticos planteados y desarrollados en las diversas unidades didácticas del año escolar.

Los docentes desarrollarán los procesos pedagógicos que permitirán acompañar a los estudiantes durante: la resolución de problemas matemáticos, comprensión de textos, situaciones de indagación y análisis e interpretación de hechos históricos; identificando las dificultades y debilidades que tienen los estudiantes para fortalecer sus capacidades y competencias ya adquiridas.

Las sesiones comprenden dos momentos:

En un primer momento los estudiantes resuelven problemas, desarrollan las lecturas, realizan indagaciones, construyen interpretaciones históricas y/o analizan asuntos públicos con apoyo de los docentes, quienes identifican las debilidades que presentan los estudiantes, de la misma manera refuerza las capacidades y conocimientos ya adquiridos permitiendo que ellos y ellas resuelvan con éxito los retos que se les presentan.

En un segundo momento los estudiantes se enfrentan de manera individual o en grupos, sin apoyo del docente (evaluación formativa) a problemas similares en donde deberán demostrar el nivel de competencia alcanzado.

Los resultados obtenidos, en este momento de evaluación, serán procesados en cada sesión desarrollada. Esto permitirá al docente observar la evolución de las capacidades en cada estudiante para tomar decisiones respecto a los procesos de aprendizaje posteriores.

Es importante proporcionar esta información a los estudiantes después de cada proceso para que reflexionen acerca de las capacidades logradas e identifiquen las que debe potencializar.

## **IX. SECUENCIA DIDÁCTICA DE LAS SESIONES DE APRENDIZAJE**

### **Primer momento: INICIO**

En este momento el docente establece una relación de afecto y familiaridad con el estudiante interesando por su estado de ánimo y la predisposición que tiene para comenzar la sesión.

En esta parte de la sesión se presenta una situación problemática de alta demanda cognitiva y que sea del interés del estudiante, que se extrae del contexto, con lo que se pretende establecer una relación entre sus conocimientos previos y el conflicto cognitivo; a través de una serie de preguntas que se extrae de dicha situación.

En esta parte, también se procede a formar los grupos de trabajo en función a las características de los estudiantes, colocando a los estudiantes que más destacan como responsables del grupo y que desarrollen una actitud colaborativa entre ellos.

Al final de este momento se manifiesta el propósito de la sesión y se describe las actividades en las cuales se centrará la atención para el logro de los aprendizajes.

### **Segundo Momento: DESARROLLO**

Este momento se trabaja en 3 secuencias las cuales van a determinar en forma secuencial los aprendizajes que se espera que logren los estudiantes.

#### **1. Aprendemos**

En esta secuencia se presenta al estudiante los conceptos, leyes y algoritmos matemáticos que serán necesarios para comprender y resolver la situación inicial; en otras palabras, es en este momento en que se desarrolla con ayuda de los estudiantes el campo temático que es necesario conocer para lograr desarrollar las capacidades y competencias a trabajar en dicha sesión.

#### **2. Analizamos**

En esta parte de la sesión se entrega a cada grupo de trabajo 4 problemas relacionados a las competencias y capacidades de aprendizaje, cada uno de ellos con su respectivo desarrollo; para que en forma individual lo lean y analicen las estrategias usadas en su

desarrollo así como identifiquen lo que no comprenden para que con ayuda del docente puedan entender la resolución de dicho problema y luego les expliquen a los integrantes de su grupo.

Con este momento lo que se pretende es que cada estudiante se familiarice con las estrategias de solución que se usa para resolver problemas matemáticos; así como la correcta esquematización del lenguaje verbal al lenguaje matemático. Del mismo modo lo que se pretende también es que refuercen los conocimientos adquiridos así como sus capacidades, para poder hacer frente a otras situaciones problemáticas parecidas o iguales a las presentadas.

### **3. Practicamos**

Aquí es donde se presenta la evaluación formativa de los estudiantes, pero no se les deja solos, el docente en todo momento está acompañándolos, ya sea absolviendo dudas u orientándolos para hallar la correcta solución a la situación presentada.

Se le entrega a cada estudiante un listado de 10 a más problemas propuestos y se les pide que resuelvan por lo menos 10 de ellos.

En esta parte el docente está atento según los avances mostrados por los estudiantes hasta el momento de la sesión, para ver si resuelven los problemas en forma individual o en pares, asignándoles un tiempo prudencial.

Todo esto va a depender en la medida de las circunstancias teniendo en cuenta los diversos ritmos y estilos de aprendizaje de cada estudiante.

#### **Tercer momento: CIERRE**

En este momento el docente pide a los estudiantes que si quedaron algunos problemas sin resolver los terminen en su cuaderno.

Del mismo modo se realiza las preguntas de Metacognición, con el propósito de que los estudiantes y el docente reflexionen sobre los aprendizajes logrados en esta sesión y sus implicancias que pueda tener en su vida diaria.

#### **Cuarto momento: EVALUACIÓN**

Estas evaluaciones comprenden

- a. Evaluaciones al final de cada sesión e aprendizaje
- b. Evaluaciones semanales:

Permite que cada docente pueda medir el avance de sus estudiantes a partir del desarrollo de los ítems planteados en las fichas de trabajo, Los resultados de las mismas serán para el manejo interno de los docentes y análisis periódico de los progresos de los estudiantes.

- c. Evaluaciones de corte:

Las evaluaciones a aplicar durante el programa son las siguientes:

Primera Evaluación, permite registrar el nivel de logro de los estudiantes durante el desarrollo de ocho sesiones.

Segunda Evaluación, permite medir las competencias de los estudiantes a mediados del programa y la comparación de sus resultados con aquellos que obtuvieron en las evaluaciones anteriores.

Tercera evaluación, permite medir las competencias de los estudiantes al finalizar el programa

**X. FINANCIAMIENTO:**

El financiamiento para lograr a cabo nuestras metas será con recursos propios del programa, a través del aporte de los padres y madres de familia cuyos hijos e hijas participen en el programa y donaciones.

**XI. EVALUACION:**

La evaluación del presente plan, tanto desde su inicio hasta su culminación, estará a cargo del Director de la Institución, así como del equipo responsable. Al finalizar el presente plan, se realizará un informe pormenorizado, el cual se estará haciendo llegar a las autoridades correspondientes.

***El Porvenir, Junio del 2017.***

## SESIÓN DE REFUERZO N° 1

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Los proyectos mejoran nuestra comunidad”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	10 de julio	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usa modelos aditivos que expresan soluciones con decimales, fracciones y porcentajes al plantear y resolver problemas.</li> <li>• Reconoce relaciones no explícitas en problemas multiplicativos de proporcionalidad y lo expresa en un modelo basado en proporcionalidad directa e indirecta.</li> </ul>

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>1.El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego, escribe en la pizarra: <b>¿Qué son los proyectos comunitarios?</b> y solicita a los estudiantes que reflexionen y den ejemplos de los proyectos que se hayan ejecutado en la comunidad. El docente anota las participaciones espontáneas y solicita formar equipos de trabajo en pares.</p> <p>2.A continuación, se presenta una imagen de la municipalidad y la situación propuesta en la ficha de trabajo y se les pide que libremente participen acerca de las funciones que cumple el municipio en nuestra comunidad.</p> <p>Luego se proponen las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué tipo de actividades ejecuta la municipalidad de tu distrito?</li> <li>• ¿A qué proyectos ha destinado esta partida de dinero la municipalidad de tu distrito?</li> <li>• ¿Qué fracción del dinero se ha destinado a cada uno de los proyectos mencionados?</li> <li>• ¿Qué parte o fracción del dinero ha sido destinado a otros proyectos?</li> <li>• ¿Qué parte del dinero se va utilizar en el proyecto “Cuidando la salud más que en el proyecto construcción de la loza deportiva?</li> <li>• ¿El dinero destinado a los proyectos comunitarios se habrá repartido equitativamente?</li> </ul> <p>Los estudiantes, organizados en pares, dialogan y escriben sus respuestas en papelógrafos, luego los colocan en la pizarra.</p> <p>3.El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: <b>Resolver problemas referidos a la proporcionalidad usando modelos aditivos y multiplicativos con números racionales.</b></p>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p> <p>Papelote, plumones, masking.</p>	10 min



**Desarrollo**

**Aprendemos**

El docente procede a repartir las tarjetas recortadas de la ficha adicional 3 (cuadrados con transparencias). Las transparencias pueden elaborarse con micas y así mismo reparte plumones de colores a cada equipo de trabajo.

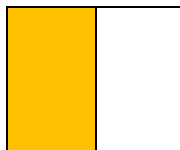
El docente coloca sobre la pizarra la siguiente pregunta:

**¿Cuánto es 1/2 más 1/3 ?**

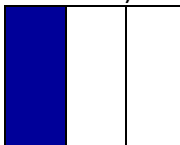
Los estudiantes responden con lluvia de ideas, el docente toma nota en la pizarra e inicia la actividad.

Solicita a los estudiantes:

- a) Coger una tarjeta y representar 1/2 (el estudiante debe de colorear).



- b) Coger una transparencia y representa 1/3 (el estudiante debe de colorear)



- c) Ahora el docente solicita colocar como base la tarjeta y sobre ella se colocará la transparencia (se rota 90° en sentido horario).



- d) Ahora realizamos en conteo general, **¿En cuántas partes ha quedado dividida la figura?**

Se observa que en total la figura inicial quedó dividida en 6 partes iguales, el cual representa el todo.

- ¿Cuántas partes han quedado coloreadas, contando ambas tarjetas?**

$$\frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

El docente reparte tarjetas a cada mesa la cual contiene adiciones de fracciones, las cuales serán desarrolladas con las tarjetas y las transparencias, con ayuda de la teoría de la sección aprendemos y así se pueda verificar las respuestas dadas en la situación inicial.

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9}$$

Luego el docente coloca en la pizarra la siguiente pregunta:

**¿Cuánto es 1/2 x 1/3?**

Los estudiantes responden con lluvia de ideas, el docente toma

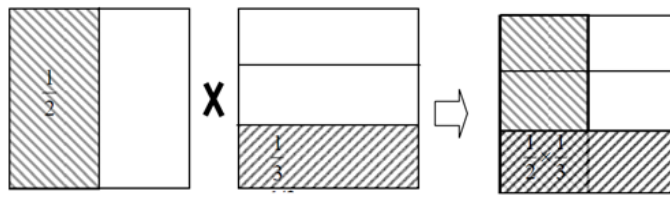
Teoría básica de la Ficha

30 m

Tarjetas Micas Plumones tijeras

Ficha de trabajo

nota en la pizarra e inicia la actividad.



**¿En cuántas partes ha quedado dividida la figura?**

La figura ha quedado dividida en seis partes iguales.

**¿Cuántas partes tienen doble pintado?**

Se cuenta la intersección de las figuras

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Luego el docente presenta la siguiente situación: “En un aula de segundo de Secundaria, hay 21 varones y 14 mujeres. ¿Cuál es la razón entre mujeres y varones? ¿Es la misma que entre varones y mujeres?”

El docente pide a los estudiantes resolverlo con ayuda de la teoría de la ficha de trabajo.

- Razón entre mujeres y varones:

$$\frac{\text{Mujeres}}{\text{Varones}} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3} \quad \text{Por cada 2 mujeres, hay 3 varones.}$$

- Razón entre varones y mujeres:

$$\frac{\text{Varones}}{\text{Mujeres}} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2} \quad \text{Por cada 3 varones, hay 2 mujeres.}$$

Luego el docente solicita leer la sección aprendemos sobre multiplicación y división de fracciones y sobre proporcionalidad

#### **Analizamos**

A continuación en equipos de 2 estudiantes, el docente indica que cada uno de ellos analice uno de los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue.

El docente puede explicar o resolver alguno de los problemas por considerarlo interesante, difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.

#### **Practicamos**

El docente indica que en los 45 minutos respondan solamente 7 ítems. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz 2B y borrador.

La sección practicamos se desarrolla de manera individual.

Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de respuestas con sus datos respectivos.

Ficha de trabajo

10 min

15 min

Problemas propuestos de la Ficha

45 min

#### **Cierre**

Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.

Formulen problemas parecidos en su cuaderno

#### **Metacognición**

- ✓ ¿Qué aprendí hoy?
- ✓ ¿Cómo usamos las relaciones de magnitudes en nuestra vida cotidiana?
- ✓ ¿Qué dificultades encontraste y cómo pudiste superarlo?

Cuaderno de trabajo

10min

	✓ ¿cómo te sentiste en clases? El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado.		
EVALUACION			
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS	
<b>Traduce cantidades a expresiones numéricas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Usa modelos aditivos que expresan soluciones con decimales, fracciones y porcentajes al plantear y resolver problemas.</li> <li>✓ Reconoce relaciones no explícitas en problemas multiplicativos de proporcionalidad y lo expresa en un modelo basado en proporcionalidad directa e indirecta.</li> </ul>	✓ 1, 3, 4, 5, 10	✓ 2, 6, 7, 8, 9

## Ficha de trabajo: “Los proyectos mejoran nuestra comunidad”

Las municipalidades distritales reciben partidas de dinero para financiar proyectos en bien de la comunidad. La municipalidad del Distrito El Porvenir ha destinado esta partida para la implementación de los siguientes proyectos:

✓ Proyecto áreas verdes	S/. 12 000
✓ Proyecto Cuidando la Salud:	S/. 16 000
✓ Proyecto Mejoro mi Barrio:	S/. 20 000
✓ Proyecto Construcción de loza deportiva:	S/. 12 000
✓ Proyecto Leo para aprender:	S/. 15 000
✓ Otros proyectos:	S/. 25 000

Responde a continuación:

1. ¿Qué tipo de actividades ejecuta la municipalidad de tu distrito?  
\_\_\_\_\_
2. ¿A qué proyectos ha destinado esta partida de dinero la municipalidad de tu distrito?  
\_\_\_\_\_
3. ¿Qué fracción del dinero se ha destinado a cada uno de los proyectos mencionados?  
\_\_\_\_\_
4. ¿Qué parte o fracción del dinero se ha destinado a otros proyectos?  
\_\_\_\_\_
5. ¿Qué parte o fracción del dinero se va utilizar en el Proyecto Cuidando la Salud más que en el Proyecto construcción de la loza deportiva?  
\_\_\_\_\_
6. ¿El dinero destinado a los proyectos comunitarios se habrá repartido equitativamente?  
\_\_\_\_\_

Ahora, veamos información importante para comprender la situación planteada.

### APRENDEMOS

#### OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

Para operar con números racionales, podemos utilizar su expresión fraccionaria o decimal; el resultado en ambos casos debe ser el mismo.

#### Adición y sustracción

- Podemos encontrarnos con dos casos al momento de sumar o restar fracciones: en el primero, las fracciones poseen el mismo denominador, en el segundo cuentan con diferentes denominadores. En el primer caso basta con sumar o restar los numeradores y escribir el mismo denominador. En el segundo caso primero debemos homogeneizar las fracciones (amplificando o simplificando) y luego procedemos como en el primer caso.

Ejemplos:

$$\frac{2}{15} + \frac{7}{15} - \frac{4}{15} = \frac{2+7-4}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{25}{30} + \frac{18}{30} - \frac{10}{30} = \frac{25+18-10}{30} = \frac{33}{30} = \frac{11}{10}$$

- Para sumar o restar decimales, debemos considerar las cifras enteras y las cifras decimales, ya que en todo momento es necesario mantener la posición de la coma. En el caso de la resta, si el minuendo cuenta con menos cifras decimales que el sustraendo, debemos agregar ceros para obtener la misma cantidad de cifras decimales.

Ejemplos:

$$3,57 + 2,106 = 5,676$$

$$4,25 - 3,248 = 4,250 - 3,248 = 1,002$$

(Agregamos un cero a la derecha de 4,25).

## Multiplicación y división

- El producto de dos fracciones es otra fracción. En ella el numerador es el producto de los numeradores y el denominador es el producto de los denominadores.

Ejemplos:

$$\frac{6}{14} \times \frac{5}{9} = \frac{6 \times 5}{14 \times 9} = \frac{30}{126} = \frac{5}{21} \qquad \frac{18}{28} \times \frac{21}{12} = \frac{9}{14} \times \frac{7}{4} = \frac{9 \times 7}{14 \times 4} = \frac{9}{8}$$

(Simplificamos previamente, siempre que sea posible).

- Para dividir dos fracciones, multiplicamos la primera por la inversa de la segunda fracción.

Ejemplo:

$$\frac{21}{20} : \frac{12}{5} = \frac{21}{20} \times \frac{5}{12} = \frac{21 \times 5}{20 \times 12} = \frac{7 \times 1}{4 \times 4} = \frac{7}{16}$$

En el caso de los números decimales, la multiplicación se realiza prescindiendo de las comas, además, en el resultado de derecha a izquierda se sitúa la coma según la suma del número de cifras decimales de ambos factores.

Ejemplos:

$$2,8 \times 3,16 = 8,848$$

$$15,56 \times 10,2 = 158,712$$

Para dividir dos números decimales, se iguala la cantidad de cifras decimales en ambos números; si es necesario, se agregan ceros al número con menos cifras decimales. Luego se eliminan las comas y se divide como si fueran números enteros.

Ejemplos:

$$8,26 : 1,6 = 8,26 : 1,60 = 826 : 160 = 5,1625$$

$$4,5 : 2,75 = 4,50 : 2,75 = 450 : 275 = 1,6363\dots$$

## MAGNITUDES PROPORCIONALES

**MAGNITUD:** Una magnitud es todo aquello que se puede medir y sufrir una variación, ya sea de aumento o de disminución. Por ejemplo: el peso, la estatura, la edad, el tiempo, la longitud o la velocidad.

**RAZÓN:** La razón es el resultado de comparar dos cantidades mediante la división.

$$\begin{array}{ccc} \text{Antecedente} & \longrightarrow & a \\ \text{Consecuente} & \longrightarrow & \frac{a}{b} = k \longleftarrow \text{Constante} \end{array}$$

**Por ejemplo:** Carmen tiene 12 años y su IMC es de 16; mientras que su madre tiene 36 años y su IMC es de 32. ¿La razón de sus edades y la razón de sus índices de masa corporal son iguales?

$$k_1 = \frac{\text{Edad de Carmen}}{\text{Edad de su madre}} = \frac{12 \text{ años}}{36 \text{ años}} = \frac{1}{3} \quad \text{La razón de sus edades es de 1 a 3.}$$

$$k_2 = \frac{\text{IMC de Carmen}}{\text{IMC de su madre}} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \quad \text{La razón de sus índices de masa corporal es de 1 a 2.}$$

Se puede observar que las **razones son diferentes**. La edad de la madre es el triple de la de su hija y su IMC, el doble.

**PROPORCIÓN:** Una proporción es la igualdad de dos o más razones de una misma clase, donde el producto de los términos extremos es igual al producto de los términos medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

En el ejemplo anterior, las dos razones  $\frac{1}{3} = \frac{1}{2}$  no constituyen una proporción, porque son diferentes. Para corroborar esto, aplicamos la definición de proporcionalidad:  $(1) (2) = (1) (3)$   
 $2 = 3$  (F)

### ¿Qué entendemos por magnitudes directamente proporcionales?

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando ambas aumentan o disminuyen en la misma proporción. Es decir, al multiplicar o dividir una de ellas, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

Si dos magnitudes A y B son directamente proporcionales, su relación se denota A (DP) B.

**Por ejemplo:** Si la longitud de los lados de un terreno cuadrangular de 20 m de lado se duplica, ¿El perímetro también se duplica?

- ✓ Si el terreno cuadrangular mide 20 metros por lado, su perímetro es de 80 metros. Pero si la longitud se duplica, su lado medirá 40 metros y su perímetro, 160 metros.
- ✓ Se observa que la longitud del lado y la del perímetro de un cuadrado se han duplicado. Entonces, podemos afirmar que son magnitudes proporcionales porque han aumentado en la misma cantidad.

### Proporcionalidad directa:

Las relaciones de proporcionalidad directa pueden expresarse en una regla de tres. Es decir, como la igualdad entre dos fracciones, de modo que las cantidades que se refieren a la misma magnitud ocupan el mismo lugar.

**Por ejemplo:** Si 8 boletos de rifa cuestan 40 soles, ¿cuánto cuestan 12 boletos?

**Resolución:**

$$\frac{8 \text{ boletos de rifa}}{40 \text{ soles}} = \frac{12 \text{ boletos de rifa}}{x} \Rightarrow x = \frac{40 \text{ soles} \cdot 12 \text{ boletos de rifa}}{8 \text{ boletos de rifa}} = \frac{480 \text{ soles}}{8} = 60 \text{ soles}$$

**Respuesta:** 12 boletos de rifa cuestan 60 soles.

### ANALIZAMOS

1. Elena dibujó en su cuaderno un rectángulo y coloreó solo la pregunta en negrita  $\frac{5}{12}$  de un color y  $\frac{2}{7}$  de otro dejando el resto sin colorear. **¿Qué parte del rectángulo está coloreada?**

#### RESOLUCIÓN

Para saber qué parte está coloreada, consideramos los  $\frac{5}{12}$  que Elena pintó de un color y le

adicionamos los  $\frac{2}{7}$  que pintó de otro color.

Procedemos a realizar dicha suma.

$$\text{Parte coloreada} = \frac{5}{12} + \frac{2}{7}$$

$$\text{Parte coloreada} = \frac{35}{84} + \frac{24}{84}$$

$$\text{Parte coloreada} = \frac{59}{84}$$

Respuesta: la parte coloreada es  $\frac{59}{84}$  del rectángulo.

2. Tres amigos se asocian para montar un negocio de comidas. Alberto aporta  $\frac{1}{6}$  del capital; Bertha,

$$\frac{2}{5};$$

y César, el resto del capital. **¿Qué fracción del capital aportó César más que Bertha?**

#### RESOLUCIÓN

Debemos comprender que en este problema intervienen tres personas. Cada una de ellas aporta una parte del capital necesario para montar el negocio de comidas.

Lo solicitado en el problema es saber qué fracción aportó más César que Bertha. Sin embargo, para dar respuesta a esta interrogante, necesitamos saber qué parte del capital aportó César.

Entonces, vamos a representar con la letra "C" lo aportado por César.

Luego:  $\frac{1}{6} + \frac{2}{5} + C = 1$ . Homogeneizando denominadores tenemos que  $\frac{5}{30} + \frac{12}{30} + C = \frac{30}{30}$ . Por tanto,

la parte que aportó César constituye  $\frac{13}{30}$  del capital.

Finalmente, hallamos la diferencia entre  $\frac{13}{30}$  y  $\frac{2}{5}$  para saber qué fracción aportó César más que

Bertha. Esa diferencia es  $\frac{1}{30}$  del capital.

**Respuesta:** César aportó  $\frac{1}{30}$  del capital más que Bertha.

3. Para tarrajear el techo de forma rectangular de una sala, un albañil cobra S/. 18 por cada  $m^2$ . Si el techo de la sala mide 4,60 m y 3,40 m, **¿cuánto cobrará el albañil por el trabajo?**

#### RESOLUCIÓN

Para resolver esta incógnita, debemos considerar el cálculo del área del techo que se va a tarrajear. Como es de forma rectangular, hallamos el área multiplicando sus dimensiones. Así:

Área del techo = 4,60 m x 3,40 m

Área del techo = 15,64  $m^2$

Sabemos que el albañil cobra S/. 18 por cada  $m^2$ .

Entonces, por el trabajo cobrará S/. 18 x 15,64  $m^2$  = S/. 281,52.

**Respuesta:** el albañil cobrará S/. 281,50 (la cifra se redondea debido a que en nuestro sistema monetario no es común el uso de monedas menores de 10 céntimos).

4. En una reunión, hay 40 invitados entre varones y mujeres. Si la razón entre la cantidad de mujeres y varones es de 5 a 3, ¿cuántos varones asistieron a dicha reunión?

#### RESOLUCION

La razón nos indica que por cada 5 mujeres hay 3 varones. Entonces, en cada grupo hay 8 personas. Como son 40 invitados, hay 5 grupos de 8 invitados.

Hallamos la razón equivalente:  $\frac{\text{Numero de mujeres}}{\text{Numero de varones}} = \frac{5}{3} = \frac{5x5}{3x5} = \frac{25}{15}$

**Respuesta:** el número de varones es 15.

#### PRACTICAMOS

1. Ángel y Daniel aportaron dinero para montar un negocio. Ángel aportó S/. 17 564,30 y Daniel aportó el resto de dinero. Si Ángel dio S/. 4 874,50 más que Daniel, **¿cuánto dinero reunieron para hacer el negocio?**
  - a. S/. 22 438,80
  - b. S/. 30 254,10
  - c. S/. 35 128,60
  - d. S/. 12 689,90
2. El dormitorio de Edson es de forma rectangular. Sus dimensiones son 3,50 m y 3,20 m. Si desea colocar mayólicas cuadradas de  $\frac{1}{4}$  m de longitud, **¿cuántas mayólicas como mínimo necesitará su dormitorio?**
  - a. 182 mayólicas.
  - b. 180 mayólicas.
  - c. 179 mayólicas.
  - d. 54 mayólicas.

3. Laura compró  $2\frac{3}{4}$  kilogramos de arroz y los colocó en bolsas de  $\frac{1}{4}$  kg. **¿Cuántas bolsas obtuvo con esa cantidad de arroz?**
- 2  $\frac{1}{2}$  bolsas.
  - 3 bolsas.
  - 4 bolsas.
  - 11 bolsas.
4. En una asamblea se discuten temas sobre participación ciudadana, pero tras la primera hora se observa que  $\frac{3}{8}$  del total de asistentes se retira, y después de la segunda hora,  $\frac{1}{6}$  del total. **¿Qué parte del total de asistentes aún queda en la asamblea?**
5. Cinthia tiene una madera de 50 pulgadas de longitud para enmarcar su cuadro. Las dimensiones del cuadro son  $23\frac{1}{4}$  pulgadas y  $35\frac{1}{4}$  pulgadas. **¿Cuántas pulgadas de madera le faltan para enmarcar dicho cuadro?**
- 117 pulgadas.
  - 67 pulgadas.
  - 58,5 pulgadas.
  - 8,5 pulgadas.
6. El diámetro de un plato circular es de 20 cm. Para saber la medida aproximada del contorno del plato se multiplica por 3,14. **¿Cuál es la medida aproximada del contorno de otro plato cuyo diámetro es 1,5 veces el diámetro del primero?**
- 94,20 cm
  - 67,51 cm
  - 62,80 cm
  - 30,00 cm
7. Una feria exhibe un puesto de vasijas. Durante el día en este puesto se vendieron 6 de cada 10 vasijas que se trajeron. Si finalmente quedan 12 vasijas, **¿cuántas vasijas se trajeron?**
- 20 vasijas.
  - 28 vasijas.
  - 30 vasijas.
  - 60 vasijas.
8. En un establecimiento de venta de salchipapas se gastan S/. 105 al día por el servicio y limpieza del local. Además, cada plato de salchipapa cuesta S/. 5, pero tiene un costo de preparación de S/. 1,50. **¿Cuántos platos de salchipapas se deben vender como mínimo para no perder dinero?**
- 21 platos de salchipapas.
  - 30 platos de salchipapas.
  - 70 platos de salchipapas.
  - 105 platos de salchipapas.
9. Un padre de familia gasta 40 % de su sueldo mensual en alimentos, 25 % en el pago de servicios, 15 % en entretenimiento y el resto lo ahorra. **¿Qué porcentaje de su sueldo ahorra mes a mes?**
- 85 %
  - 80 %
  - 20 %
  - 15 %



10. Un albañil debe ejecutar  $\frac{6}{7}$  de una obra en 3 días. Para esto, cada día trabaja de forma constante.  
**¿Qué parte de la obra avanzará diariamente?**

## SESIÓN DE REFUERZO N° 2

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Los porcentajes y las compras”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	12 de julio	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de cantidad	Comunica su comprensión sobre los números y operaciones.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Expresa la equivalencia de los números racionales, potencias de base 10 y porcentajes usando soportes gráficos y otros.</li><li>• Explica el significado del IGV y cómo se calcula.</li></ul>
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros para resolver problemas relacionado al aumento o descuento porcentual sucesivo.</li></ul>

SECUENCIA DIDÁCTICA																																		
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO																															
<b>Inicio</b>	<p>1.El docente expresa su satisfacción por iniciar una nueva sesión de aprendizaje. Manifiesta que alcanzar la competencia prevista requiere del entusiasmo, empeño orden y responsabilidad de cada participante.</p> <p>2.El docente escribe en la pizarra: <b>RECLAMANDO NUESTRO COMPROBANTE DE PAGO</b> y se solicita a los estudiantes que manifiesten sus opiniones, de esta manera los motiva a la reflexión sobre los criterios pertinentes para tomar decisiones. El docente anota las participaciones espontáneas.</p> <p>A continuación, se da lectura a la información de la ficha y analizando la imagen, preguntamos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Por qué es importante reclamar el comprobante de pago al realizar una compra?</li> <li>• ¿Qué es el IGV?</li> <li>• ¿Cuál es el porcentaje que corresponde al IGV?</li> </ul> <p>Los estudiantes contestan a manera de lluvia de ideas y el docente toma nota de las participaciones voluntarias.</p> <p>Se pide a los estudiantes que se organicen en parejas, para que analicen la situación presentada en la ficha.</p> <p><i>María y su mamá fueron a comprar y al realizar el pago de dicha compra le entregaron el siguiente ticket.</i></p> <p>a) <i>¿Cuánto representa el IGV según el comprobante?</i></p> <p>b) <i>¿Cuánto es 6,49 en porcentaje con respecto al subtotal</i></p> <p>Los estudiantes, organizados en parejas, dialogan y escriben sus respuestas en papelógrafos, luego los colocan en la pizarra.</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: <b>Resolver problemas reales aplicando las conjeturas sobre el porcentaje.</b></p>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p> <p>Ficha</p>	15 m																															
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>El docente plantea una dinámica con el objetivo de formar los grupos de trabajo.</p> <p>Dinámica: <b>DESTACANDO NUESTRAS CUALIDADES.</b></p> <p>Secuencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada estudiante recibe una tarjeta con diversas inscripciones. Las cuales son: exitoso, excelente, extraordinario, insuperable, formidable y fabuloso.</li> <li>• Teniendo en cuenta que tengan la misma inscripción, se les indica que formen grupos de cuatro estudiantes.</li> <li>• Cada equipo elige un coordinador, quien asume la responsabilidad de informar todo lo concerniente a la participación de sus compañeros. Para ello empleará una lista de cotejo supervisado en todo momento</li> </ul> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="4">LISTA DE COTEJO</th> </tr> <tr> <th colspan="4">NOMBRE DEL EQUIPO:</th> </tr> <tr> <th rowspan="2">INDICADORES</th> <th colspan="3">NIVEL DE LOGROS</th> </tr> <tr> <th>INICIADO</th> <th>EN PROCESO</th> <th>CONSOLIDADO</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Desarrollan la ficha</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Emplean el liderazgo compartido</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Participan organizadamente</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Entregan oportunamente el</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	LISTA DE COTEJO				NOMBRE DEL EQUIPO:				INDICADORES	NIVEL DE LOGROS			INICIADO	EN PROCESO	CONSOLIDADO	Desarrollan la ficha				Emplean el liderazgo compartido				Participan organizadamente				Entregan oportunamente el				<p>Tarjetas de cualidades</p> <p>Material impreso</p>	30 min
LISTA DE COTEJO																																		
NOMBRE DEL EQUIPO:																																		
INDICADORES	NIVEL DE LOGROS																																	
	INICIADO	EN PROCESO	CONSOLIDADO																															
Desarrollan la ficha																																		
Emplean el liderazgo compartido																																		
Participan organizadamente																																		
Entregan oportunamente el																																		

	<p>trabajo requerido</p> <p>En esta sección, el docente indica que en equipo de cuatro estudiantes desarrollen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la ficha. Luego de analizar el texto, verifican que las respuestas dadas en la situación inicial sean las correctas. El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende asociar la teoría básica sobre porcentaje.</p> <p><b>Analizamos</b> A continuación en equipos de 4 estudiantes, y conjuntamente con el docente se desarrollan cada uno de los ejemplos, prestando mucha atención en lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que se plantea, para luego explicárselo a sus otros 3 compañeros (Estrategia del Especialista). El docente realiza un acompañamiento a los estudiantes con preguntas reflexivas para la comprensión de los problemas resueltos y los aprendizajes esperados y si es necesario puede explicar o resolver alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.</p> <p><b>Practicamos</b> A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán 6 problemas propuestos como mínimo. El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 40 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz y borrador. La sección practicamos se desarrolla de manera individual. El docente realiza un acompañamiento a sus estudiantes monitoreando el trabajo, absolviendo dudas o afirmando conceptos. Finalizado el tiempo, los estudiantes corregirán sus fichas de respuestas con apoyo del docente.</p>	<p>Teoría básica de la Ficha</p> <p>Problemas propuestos de la Ficha</p>	<p>20 min</p> <p>40 min</p>
<p><b>Cierre</b></p>	<p>Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.</p> <p><b>Metacognición</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué aprendí hoy?</li> <li>✓ ¿Cómo usamos los porcentajes en nuestra vida cotidiana?</li> <li>✓ ¿Qué dificultades encontraste y cómo pudiste superarlo?</li> <li>✓ ¿cómo te sentiste en clases?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Porcentaje o tanto por ciento representa la razón que indica el número de unidades que se toma por cada cien.</li> <li>• Una fracción se puede expresar como decimal o porcentaje.</li> <li>• DESCUENTOS SUCESIVOS, Son descuentos que se realizan uno a continuación del otro, considerando como el nuevo 100% a la cantidad que va quedando.</li> <li>• AUMENTOS SUCESIVOS, Son los aumentos que se realizan uno a continuación del otro, considerando como el nuevo 100% a la cantidad que se va formando.</li> <li>• El 18 % del I.G.V es el impuesto general a las rentas</li> <li>• Es importante reclamar el comprobante de pago al realizar una compra.</li> </ul>	<p>Cuaderno de trabajo</p>	<p>15 min</p>

EVALUACION		
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS
Comunica su comprensión sobre los números y operaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa la equivalencia de los números racionales, potencias de base 10 y porcentajes usando soportes gráficos y otros.</li> <li>• Explica el significado del IGV y cómo se calcula.</li> </ul>	1, 3, 4  7, 8
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros para resolver problemas relacionado al aumento o descuento porcentual sucesivo.</li> </ul>	2,5,6,9,10

## Ficha de trabajo: “RECLAMANDO NUESTRO COMPROBANTE DE PAGO”

El comprobante de pago es un documento que acredita la transferencia de bienes, la entrega en uso o la prestación de servicios. El comprobante de pago es un documento formal que avala una relación comercial. Se usan varios tipos de comprobantes de pago como la factura, la boleta de venta, el recibo por honorarios, etc.

Es importante pedir o emitir el comprobante de pago para evitar la evasión de impuestos, de esta manera, el Estado puede obtener los recursos para poder brindar educación, salud, seguridad, justicia, obras públicas y apoyo a los más necesitados, entre otros beneficios.



<https://doloresojeda19.wordpress.com/2013/09/29/comprobantes-de-pago/>

### Responde las siguientes preguntas

1. ¿Por qué es importante reclamar el comprobante de pago al realizar una compra?

---

2. ¿Qué es el IGV?

---

3. ¿Cuál es el porcentaje que corresponde al IGV?

---

4. María y su mamá fueron a comprar aceite Primor y aceite de oliva. Luego de pagar esa compra, recibieron el comprobante de venta que se observa en la imagen.

a) ¿Cuánto es el IGV que se aplica, según el comprobante?

---

b) ¿Cuánto es 6,49 en porcentaje con respecto al subtotal?

---

CANT		DESCRIPCION	IMPORTE
1		ACEITE PRIMOR PREMIUM ENVASE X 1 LT X 2.55	2.55
2		ACEITE OLIVA EXTRA VIRGEN ENVASE X500 ML X 1.50	3.00
SUBTOTAL:			S/. 5.55
IGV			S/. 1.05
TOTAL			S/. 6.60

TICKET #. 001 - 000009

Caja Predeterminada

Cliente: PUBLICO EN GENERAL 11/07/2014

Usuario: ADMINISTRADOR 11:04:17a.m.

SON: SEIS NUEVOS SOLES CON 60/100 CENTIMOS.

IGRACIAS POR SU COMPRA!  
NO SE ACEPTAN CAMBIOS NI DEVOLUCIONES

**APRENDEMOS**

Respecto al problema anterior, debemos saber a cuánto equivale el 18% que corresponde al IGV (el cual se aplica a cada compra de un producto). Para ello, es importante entender lo siguiente:

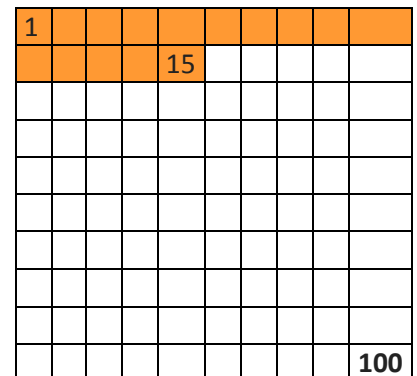
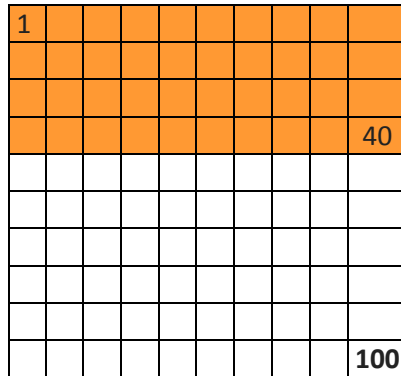
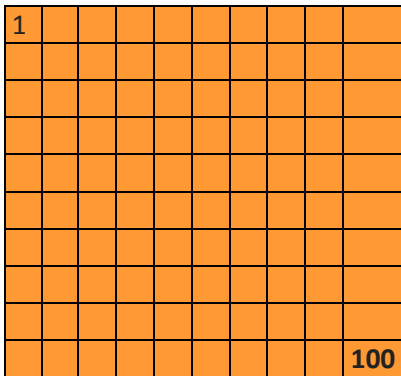
**¿QUÉ SABEMOS SOBRE PORCENTAJE?**

Porcentaje o tanto por ciento representa la razón que indica el número de unidades que se toma por cada 100 partes.

El 100%

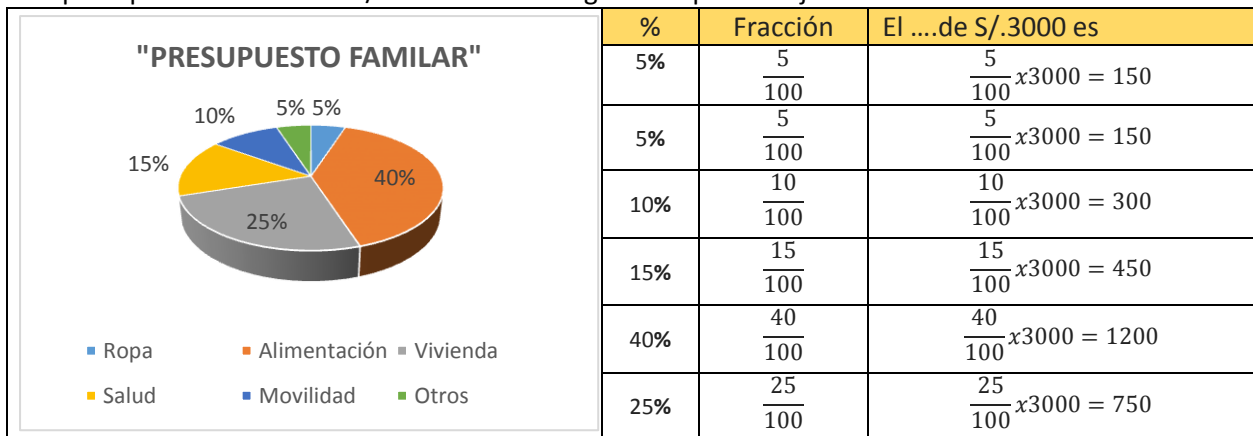
El 40% =  $\frac{40}{100}$

El 15% =  $\frac{15}{100}$

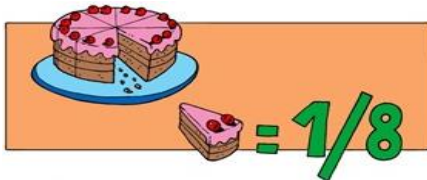


Observemos un ejemplo:

Un presupuesto familiar de S/. 3000 tiene los siguientes porcentajes:



El mismo valor se puede expresar de la siguiente manera:



**Un octavo** se puede escribir...

- Como fracción:  $\frac{1}{8}$
- Como decimal: 0,125
- Como porcentaje:  $0,125 \times 100 = 12,5\%$

**Un cuarto** se puede escribir...

- Como fracción:  $\frac{1}{4}$
- Como decimal: 0,25
- Como porcentaje:  $0,25 \times 100 = 25\%$

**Importante:**

Toda cantidad representa el 100%:

- Si a una cantidad le restamos el 15% nos queda el 85% de la cantidad.
- Si a una cantidad le sumamos el 20% de sí misma entonces tendremos el 120% de la cantidad.

### Ejemplos:

En la clase de matemática Juanito completó el siguiente cuadro y luego lo explicó.

¿Con tus palabras explica el siguiente cuadro?

Si pierdo	Queda	Si gano	Resulta
15%	85%	20%	120%
27%	73%	10%	110%
10%	90%	12,5%	112,5%
A%	(100-A)%	A%	(100+A)%

### ¿A QUÉ LLAMAMOS DESCUENTOS SUCESIVOS?

Son descuentos que se aplican, uno a continuación del otro. De esta manera, la cantidad que resulta es considerada el nuevo 100% hasta la aplicación del siguiente descuento.

Importante: los descuentos sucesivos de 20% y 10% no significan un descuento único de 30%

#### Ejemplo:

Si se aplican dos descuentos sucesivos de 20% y 10% a una Tablet que cuesta 300 soles, ¿cuál será su nuevo precio?

Resolución:	Primer descuento	Segundo descuento
Precio inicial: 300	20% de 300 = 60 Nuevo precio es 300 - 60 = 240	10% de 240 = 24 Precio final 240 - 24 = 216 soles.

### ¿A QUÉ LLAMAMOS AUMENTOS SUCESIVOS?

Son los aumentos que se realizan uno a continuación del otro, de manera que el nuevo 100% es la cantidad que va resultando.

Importante: los aumentos sucesivos de 20% y 25% no significan un aumento único de 45%

#### Ejemplo:

Si el precio de una lavadora es 960 soles y se le asigna dos aumentos sucesivos de 20% y 25% ¿cuál será su nuevo precio?

Resolución:	Primer aumento:	Segundo aumento:
Precio inicial: 960	20% de 960 = $\frac{20}{100} \times 960 = 192$ El nuevo precio es 960 + 192 = 1152	25% de 1152 = $\frac{25}{100} \times 1152 = 288$ El precio final es 1152 + 288 = 1440

### Observación:

#### Aumento único:

$$AU = \left( A + B + \frac{AB}{100} \right) \%$$

#### Ejemplo:

¿A qué aumento único equivalen dos aumentos sucesivos de 15% y 40%?

Resolución:

$$AU = \left( 15 + 40 + \frac{15 \times 40}{100} \right) \% = 61\%$$

#### Descuento único:

$$DU = \left( A + B - \frac{AB}{100} \right) \%$$

#### Ejemplo:

¿A qué descuento único equivalen dos descuentos sucesivos de 10% y 30%?

Resolución:

$$DU = \left( 10 + 30 - \frac{10 \times 30}{100} \right) \% = 37\%$$



## ANALIZAMOS

1. Completa el siguiente cuadro para conocer los resultados de una encuesta realizada a 600 personas sobre los medios de transporte que utilizan.

Medios de transporte		%	Fracción	El ...de S/.600 es
<p>A pie chart titled 'Medios de transporte' showing the distribution of transport methods used by 600 people. The chart is divided into four segments: AUTO (45%, blue), BICLETA (40%, yellow), CAMION (5%, grey), and MOTO (10%, orange). A legend below the chart identifies the colors: AUTO (blue), MOTO (orange), CAMION (grey), and BICLETA (yellow).</p>	5%	5/100	$\frac{5}{100} \times 600 = 150$	
	45%		$\frac{45}{100} \times 600 =$	
	40%		$\frac{40}{100} \times 600 =$	
	10%		$\frac{10}{100} \times 600 =$	
	5%			

2. Un microondas cuesta 1300 soles si se hace dos descuentos sucesivos del 30% y 10%, ¿cuál será su nuevo precio?

Resolución:	Primer descuento	Segundo descuento
Precio inicial:		

3. Si el precio de una moto es 4800 soles y se le aplican dos aumentos sucesivos de 20% y 15%, ¿cuál será su nuevo precio?

Resolución:	Primer aumento:	Segundo aumento:
Precio inicial:		

4. Si se compra un equipo de sonido que cuesta S/ .1500 incluido el I.G.V., ¿cuánto es el importe que se ha pagado por este impuesto?

## PRACTICAMOS

1) Relaciona

- a) El 20% de 420 ( ) 900  
 b) El 25% de qué número es 225 ( ) 30  
 c) El 30% de 700 ( ) 45  
 d) El 25% del 30% de 600 ( ) 84  
 e) 12 es el 40% de ... ( ) 210

2) Si se vende un artículo en 40% menos, costaría S/.24. ¿Cuál es el precio real de dicho artículo?

- a) S/.40                      b) S/.30                      c) S/.50                      d) S/.80

3) Gabriela quiere comprarse un vestido que cuesta S/.260. A ella le falta el 30% de lo que tiene para poder comprarlo. ¿Cuánto dinero tiene Gabriela?

- a) S/.100                      b) S/.200                      c) S/.300                      d) S/.400

4) En la panadería "Luchita" ha preparado 160 galletitas para la venta, después de dos horas aún le quedan 116, ¿en qué porcentaje disminuyó dicha cantidad?

- a) 35,2%                      b) 18,7 %                      c) 4,5%                      d) 27,5%.

5) Un automóvil cuesta 20 000 dólares si pasado un año su precio se reduce en un 20% y al año siguiente se reduce en un 10%, ¿cuál será su nuevo valor?

- a) \$12 000                      b) \$14 400                      c) \$15 000                      d) \$16 500

6) En una tienda de ropa de moda los precios de las prendas de vestir de algunas marcas tienen un descuento solo por hoy, pero mañana se incrementarán. ¿Cuál será el precio final en ambos casos?

MARCAS	PRECIO NORMAL	DESCUENTO por hoy día	PRECIO FINAL	Aumento para mañana	Precio final
TYFY	S/.30	10%		3%	
SILVE	S/.40	5%		2%	
GENUINO	S/.35	10%		3%	
PERUANO	S/.50	15%		5%	
ELEGANTE	S/.45	20%		4%	
MODA	S/.20	12%		2%	

7) Joaquín quiere comprar una moto que cuesta S/.11900 incluido el 18% del I.G.V.

¿Cuánto es el costo real de la moto? Explica por qué razón.

- a) S/.8 900                      b) S/.9 000                      c) S/.9 500                      d) S/.1 800

8) Una colección de cuentos de Julio Cortázar tiene un costo de S/.833. Si en el precio está incluido el IGV, ¿cuánto será su valor original?

- a) 100                      b) 400                      c) 600                      d) 706

9) Ayer, el costo de un SMARTTV fue de S/.3000, pero hoy su precio es de S/.2901.

¿Cuál es el porcentaje de diferencia entre ambas cantidades?

- a) 3,3%                      b) 4,3%                      c) 2,2%                      d) 3,1%

10) Anita tiene una tela de forma rectangular. Ella recorta el 10% del ancho y 20% del largo. La tela ahora tiene 36 m<sup>2</sup> de área. Si antes de cortarla medía 2 m de ancho, ¿cuál fue la longitud del largo antes de ser cortada?

- a) 20m                      b) 24m                      c) 25m                      d) 28m

### SESIÓN DE REFUERZO N° 3

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Albergando perros abandonados en la calle”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	17 de julio	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas relacionados a la proporcionalidad.</li> </ul>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una proporcionalidad inversa, función lineal y lineal afín</li> </ul>

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>1.El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego, escribe en la pizarra: <b>¿SABÍAN QUE HAY PERROS ABANDONADOS EN LA CALLE?</b> y solicita a los estudiantes que reflexionen sobre los cuidados que debe tener una mascota en casa. El docente resalta la importancia de cumplir las normas de convivencia y comunica las actividades que van a realizar el día de hoy y cómo van a ser evaluados. Además, les informa a los estudiantes que trabajarán en tres tiempos: <b>Aprendemos, analizamos y practicamos.</b></p> <p>El docente solicita formar equipos de trabajos de cuatro integrantes cada uno y pide leer a todos la pág. 1 de la ficha “Albergando perros abandonados en la calle”</p> <p>2.A continuación, se presenta la imagen (en PPT) referida al albergue de perros de una sociedad protectora de animales desamparados.</p> <p>3.El docente coloca sobre la pizarra la primera situación:</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><b>Primera situación:</b>  <i>Se sabe que en dicho albergue hay 16 perros adultos sin adoptar y cada uno de ellos consume dos bolsas de alimentos durante 30 días.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Establece en una tabla de doble entrada la relación que hay entre el número de perros y la ración de alimento mensual sugerido por el veterinario (ver tabla de la izquierda).</li> <li>2. ¿Cuántas bolsas se necesitarán para alimentar a 16 perros durante un mes?</li> <li>3. Generaliza la relación encontrada.</li> <li>4. Grafica en el plano cartesiano dicha situación.</li> </ol> </div> <p>El docente reparte papelotes a cada equipo de trabajo, para que desarrollen de la situación 1, solicita que los peguen en la pizarra</p>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p> <p>Plumones masking papelografos Ficha de trabajo</p>	20 minutos

	<p>y socializan sus respuestas sin juzgar la validez de las mismas. El docente socializa los papelógrafos con la participación de los estudiantes y pregunta a partir del cuadro. A mayor número de perros en el albergue <b>¿Qué debe pasar con los alimentos?</b></p> <p>Se debe de inducir a partir de la reflexión con los estudiantes al concepto de <b>magnitud directamente proporcional</b> v el análisis de su gráfica.</p> <p>El docente reparte a cada equipo otro papelote y solicita que desarrollen sobre él la segunda situación:</p> <p><b>Segunda situación:</b>  <b>Si a dicho albergue llegaron 8 familias y cada una adopto un perro.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Ahora para cuántos días les alcanza el alimento para los perros que quedaron en el albergue.</li> <li>Elabora una tabla de doble entrada y encuentra la relación que hay entre el número de perros y el número de días que alcanza los alimentos.</li> <li>Generaliza la relación encontrada.</li> <li>Grafica en el plano cartesiano dicha situación.</li> </ol> <p>Se debe de inducir a partir de la reflexión con los estudiantes al concepto de <b>magnitud inversamente proporcional</b> y el análisis de su gráfica.</p> <p>4.El docente a partir del análisis de las gráficas, señala el propósito de la sesión: <b>Resolver problemas referidos a proporcionalidad.</b></p>		
<p><b>Desarrollo</b></p>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>En esta sección, el docente indica que en pares realicen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la sección aprendemos de la ficha y realiza las siguientes preguntas ¿Qué es una magnitud? ¿Qué es una proporción?</p> <p>El docente propone la siguiente actividad <b>Completa de manera que obtengas una proporción.</b></p> <p>a) <math>\frac{3}{8} = \frac{\quad}{\quad}</math>      b) <math>\frac{7}{9} = \frac{\quad}{\quad}</math>      c) <math>\frac{48}{84} = \frac{\quad}{\quad}</math></p> <p>Luego el docente pregunta: ¿Cuándo una magnitud es directamente proporcional? ¿Qué ocurre?</p> <p>Los estudiantes responden con lluvia de ideas y el docente consolida los conceptos en la pizarra.</p> <p>El docente solicita a los equipos identificar cuál de los papelógrafos corresponde a la magnitud directamente proporcional y colocar el título el título correspondiente. El docente consolida:</p> <p><b>Magnitud Directamente Proporcional (MDP)</b></p> <p><math>\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = k</math> .Es decir, si A es DP a B, entonces <math>K = \frac{A}{B}</math></p> <p>El docente solicita a los equipos identificar cuál de los papelógrafos corresponde a la magnitud inversamente proporcional colocar el título correspondiente. El docente consolida:</p>	<p>Ficha de trabajo</p>	<p>10 minutos</p>



EVALUACIÓN		
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS
Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, al resolver problemas relacionados a la proporcionalidad.</li> </ul>	✓ 1, 2, 6, 7, 8,
Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una proporcionalidad inversa, función lineal y lineal afín</li> </ul>	✓ 3, 4, 5, 9, 10

## Ficha de trabajo: Albergando perros abandonados en la calle

Para alimentar a un perro adulto durante 30 días se necesita dos bolsas de alimento.

Una sociedad protectora de animales alberga en una casa a todos los perros que encuentra abandonados en la calle. El veterinario de dicha sociedad tiene dificultades para dar en adopción a los perros en edad adulta, por ello da a conocer la ración de alimento que consumen buscando sensibilizar a sus visitantes, ya sea para su adopción o para que realicen donaciones.

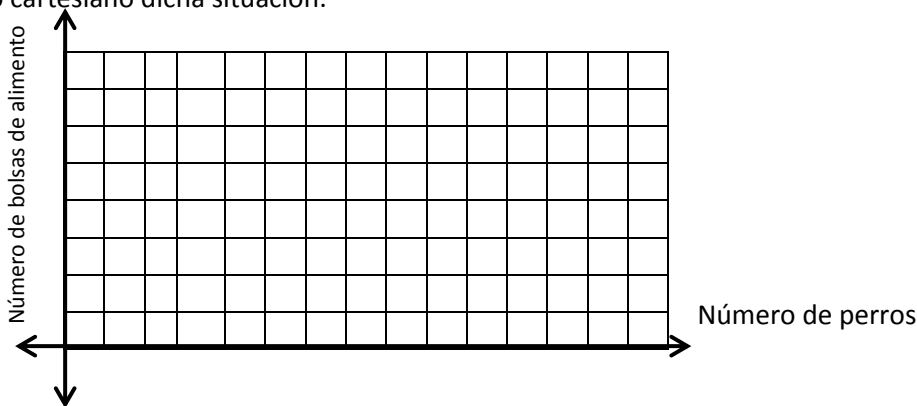
A continuación se nos presentan dos situaciones:

**Primera situación:** Se sabe que en dicho albergue hay 16 perros adultos sin adoptar y cada uno de ellos consume dos bolsas de alimento durante 30 días.

1. Establece en una tabla de doble entrada una relación que hay entre el número de perros y la ración de alimento mensual sugerido por el veterinario.

<b>Número de perros</b>									
<b>Número de bolsas de alimento</b>									

2. ¿Cuántas bolsas se necesitará para alimentar a los 16 perros durante un mes?  
.....
3. Generaliza la relación encontrada.  
.....
4. Grafica en el plano cartesiano dicha situación.



**Segunda situación:** Se sabe que, 32 bolsas de alimento alcanzan para alimentar a los 16 perros del albergue durante 30 días.

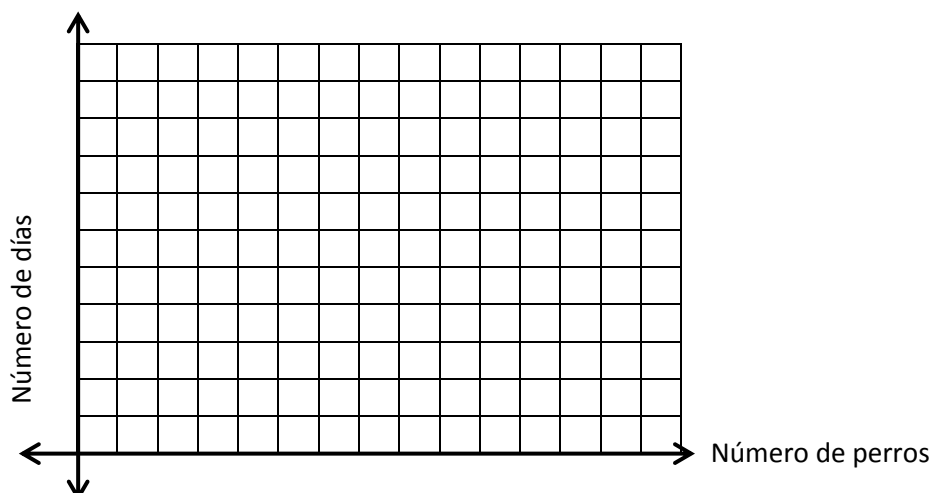
1. Si llegaron varias familias y adoptaron 8 perros, ¿cuántos días les alcanzará las bolsas de alimento para los perros que quedaron en el albergue?

2. Elabora una tabla de doble entrada y encuentra la relación que hay entre el número de perros y el número de días para los que alcanza el alimento

<b>Número de perros</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>Número de días</b>								

3. Generaliza la relación encontrada.  
.....

4. Grafica en el plano cartesiano dicha situación.



### Aprendemos

Respecto a la situación planteada en el texto “Albergando perros abandonados en la calle”, observamos que hay dos situaciones distintas y sus correspondientes problemas. Con el propósito de encontrar las soluciones, planteamos aplicar la estrategia de ensayo y error, para lo cual escribimos los valores en una tabla de doble entrada y analizamos el comportamiento de estos datos, tanto en la tabla como en el plano cartesiano. También es necesario conocer:

#### Proporcionalidad

**Magnitud.** Es todo aquello susceptible de sufrir variación, ya sea de aumento o disminución, y que puede ser medido.

Ejemplos: peso, tiempo, rapidez, número de obreros, eficiencia, entre otros.

**Proporción.** Es la igualdad de dos razones de una misma clase. Ejemplo:

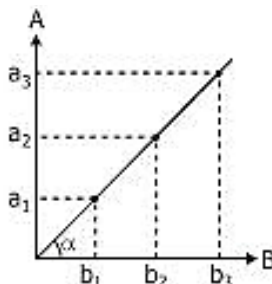
$$\frac{6}{2} = \frac{15}{5} = 3$$

**Magnitudes proporcionales.** Entre las magnitudes proporcionales tenemos:

- Magnitudes directamente proporcionales (DP).** Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al multiplicar o dividir la primera por un número, la segunda queda multiplicada por el mismo número. La razón de proporcionalidad directa  $k$  se obtiene mediante el cociente de cualquiera de los valores de una variable y los correspondientes de la otra. Veamos la tabla:

<b>Magnitud A</b>	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
<b>Magnitud B</b>	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$

$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = k$ . Es decir, si A es DP a B, entonces  $K = \frac{A}{B}$ . Gráficamente:

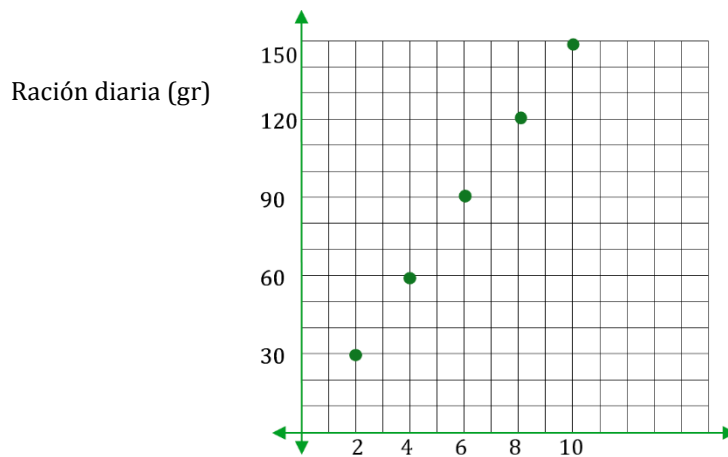


Ejemplo: la siguiente tabla representa una relación de magnitudes directamente proporcionales entre el peso del perro y la ración de alimento que le corresponde según la sugerencia del veterinario.

<b>Peso (kg)</b>	2	4	6	8	10
<b>Ración diaria (g)</b>	30	60	90	120	150

Observamos:  $\frac{30}{2} = \frac{60}{4} = \frac{90}{6} = \frac{120}{8} = \frac{150}{10} = 15$ , entonces la razón de proporcionalidad directa es  $k = 15$



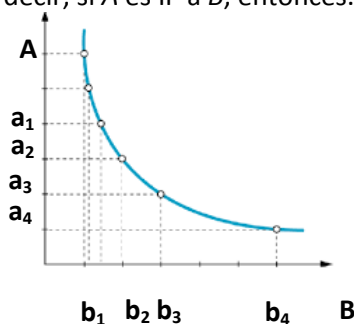


A este tipo de proporción directa se le conoce como función lineal; es decir:  $y = 15x$ , donde 15 es la constante proporcionalidad. Además, si trazamos una línea recta por los puntos, esta pasa por el origen de las coordenadas, lo cual es requisito para ser una función lineal. Si no pasa por el origen, se le conoce como función afín y es de la forma:  $y = mx + n$ .

2. **Magnitudes inversamente proporcionales (IP).** Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al multiplicar o dividir la primera por un número, la segunda queda dividida o multiplicada respectivamente por el mismo número. La razón de proporcionalidad inversa  $k$  se obtiene mediante el producto de cualquiera de los valores de una variable y los correspondientes de la otra. Veamos la siguiente tabla:

<b>Magnitud A</b>	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
<b>Magnitud B</b>	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$

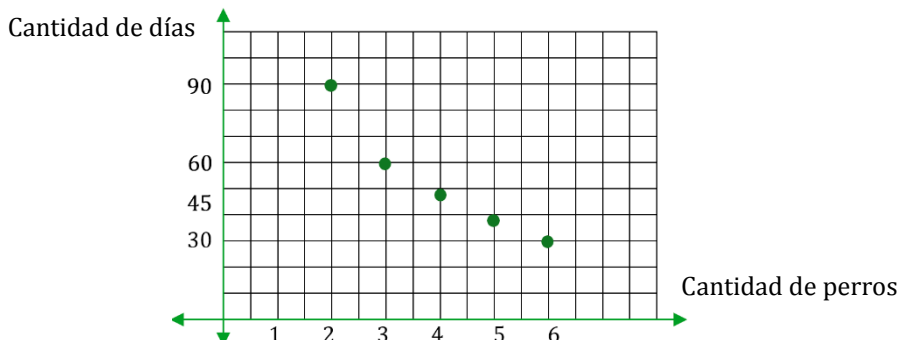
$a_1.b_1 = a_2.b_2 = a_3.b_3 = a_4.b_4 = k$ . Es decir, si A es IP a B, entonces.  $K = A \times B$ , gráficamente:



Ejemplo: la siguiente tabla representa una relación de magnitudes directamente proporcionales:

<b>Número de perros</b>	6	5	4	3	2	1
<b>Número de días</b>	30	36	45	60	90	180

Observamos que  $6 \times 30 = 5 \times 36 = 4 \times 45 = 3 \times 60 = 1 \times 180 = 180$ , entonces la razón de proporcionalidad inversa es  $k = 180$ .



Nota: Como vemos en la gráfica, si unimos los puntos, nos dará una curva, la cual gráfica una proporción inversa. En este caso no la trazamos por tratarse de una situación con cantidades enteras.

### Analizamos

1. El tutor de los estudiantes de segundo grado planifica un viaje a Chiclayo para el 19 de septiembre por el Día de la Juventud. Para ello, cada estudiante debe juntar S/. 120; la condición es que cada estudiante aporte la misma cantidad cada día hasta reunir el dinero que le corresponde. Completa la siguiente tabla donde se relaciona el valor del aporte diario y el número de días necesario para que cada estudiante logre reunir todo el dinero.

<b>Aporte de dinero diario</b>	1			4		6		10	12
<b>Número de días</b>	120	60			24	20	15	12	10

Si estamos en la quincena de agosto y solo se da la cuota fija en los días que se va al colegio (de lunes a viernes), ¿cuál será la cuota mínima que debe aportar el estudiante para lograr reunir el dinero antes de la fecha del paseo?

### Resolución

Completamos la tabla aplicando la estrategia heurística ensayo y error.

Aporte de dinero diario	1	2	3	4	5	6	8	10	12
Número de días	120	60	40	30	24	20	15	12	10

Observamos que se trata de magnitudes inversamente proporcionales, ya que:

$(1)(120) = (2)(60) = (3)(40) = (4)(30) = (5)(24) = (6)(20) = (8)(15) = (10)(12) = (12)(10) = 120$ , entonces la razón de proporción inversa es 120.

Luego  $k = (\text{aporte de dinero diario}) (\text{número de días})$ .

Como desde la quincena del mes de agosto hasta el 19 de setiembre hay solo 24 días sin contar sábados ni domingos (tomamos 24 para obtener la cuota fija), entonces hallamos la cuota mínima que debe aportar el estudiante para lograr reunir el dinero antes de la fecha del paseo.

$(1)(120) = (x)(24)$ , entonces  $x = 5$

**Respuesta:** la cuota mínima que debe aportar el estudiante para lograr reunir el dinero es de S/. 5 por día, sin contar los sábados ni domingos, tal como señala la condición del problema.

2. Los médicos utilizan el índice de masa corporal (IMC) para evaluar el nivel de grasa en las personas. El IMC varía directamente en relación con el peso de una persona e inversamente con relación a la estatura de la persona al cuadrado. Diversos estudios realizados han concluido que el grupo de mejor salud corresponde a un IMC comprendido entre 20 y 25 kg/m<sup>2</sup>. Juan mide 1,7 m con un peso de 66 kg y un IMC de 23, por lo que se considera que está dentro del grupo de las personas que tienen buena salud. Averigua si Sheyla se encuentra en el mismo grupo si mide 1,6 m y su peso es de 54 kg.

### Resolución:

Del enunciado del problema, sabemos que el IMC es DP al peso e IP al cuadrado de la estatura, es decir:

$$k = IMC = \frac{\text{peso}}{(\text{estatura})^2}$$

Resolviendo la ecuación tenemos:  $IMC_{\text{Sheyla}} = 21,24$ .

**Respuesta:** Sheyla se encuentra con buena salud porque su IMC es 21,24 y dicho valor está entre 20 y 25 kg/m<sup>2</sup>.

3. En una pequeña industria en Gamarra, se confeccionan tres pantalones por hora. Completa la información de la tabla

<b>Tiempo (horas)</b>	1		6	7		10	
<b>Cantidad de pantalones</b>		9	18		27		36

De la situación dada:

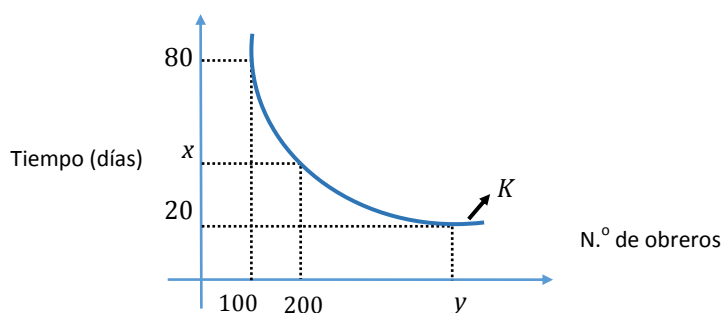
- a) ¿En cuánto tiempo se confeccionarán 60 pantalones?

.....

- b) ¿Cuántos pantalones se confeccionarán en 8 horas?

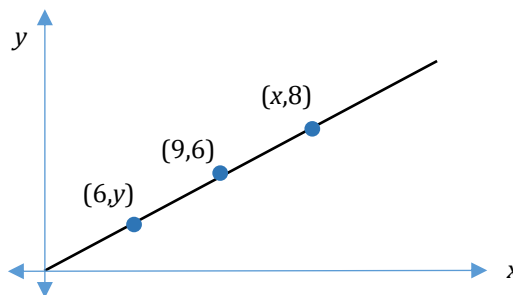


- a. 440
- b. 10
- c. 275
- d. 6



6. El siguiente gráfico ilustra dos variables,  $x$  e  $y$ , en proporcionalidad directa. Señale el valor de  $x \cdot y$

- a. 3
- b. 16
- c. 48
- d. 60,75



7. Dos amigos han obtenido la misma calificación en dos exámenes de Matemática con distinta cantidad de preguntas. Todos los ejercicios tenían la misma puntuación. Si Sergio resolvió correctamente 24 de las 30 preguntas que tenía su examen, ¿Cuántos aciertos tuvo Jorge si su prueba constaba de 20 preguntas?

- a. 14 aciertos.
- b. 16 aciertos.
- c. 20 aciertos.
- d. 24 aciertos.

8. Se necesita envasar 600 L de una sustancia química en recipientes. Hay recipientes de 10; 15; 20; 25; 30; 40 y 50 L. Además, se quiere envasar el total de la sustancia en un solo tipo de recipiente. Completa la tabla con el volumen del recipiente y la cantidad de los recipientes necesarios.

<b>Volumen</b>	10									
<b>Cantidad</b>	60									

¿Qué cantidad mínima de envases se puede utilizar para envasar los 600 L de la sustancia química?

- a. 15 envases.
- b. 12 envases.
- c. 10 envases.
- d. 14 envases.

9. En una institución educativa, de los 210 estudiantes de segundo grado de secundaria, se inscriben en una actividad extraescolar 170; mientras que de los 160 alumnos de tercer grado, se apuntan 130. ¿Cuál de los grados ha mostrado más interés por la actividad?

- a. Han mostrado más interés los estudiantes de tercer grado porque va más del 90 %.
- b. Han mostrado más interés los estudiantes de segundo grado porque van más estudiantes que tercero: en segundo van 170, mientras que en tercero solo van 130.
- c. Han mostrado más interés los estudiantes de tercero porque va el 81,25 %, mientras que en segundo solo va el 80,95 %.
- d. Han mostrado el mismo interés tanto los estudiantes de segundo y tercer grado.

10. Con 2 L de leche, César puede alimentar a sus cachorros durante 6 días. ¿Para cuántos días tendrá comida si compra una caja de 5 L de leche?

- a. 15 días.
- b. 24 días.
- c. 2,4 días.
- d. 18 días.

## SESIÓN DE REFUERZO N° 4

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Carrera entre amigos”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	19 de julio	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa modelos de variación referidos a la función lineal y lineal afín al plantear y resolver problemas.</li> </ul>
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe gráficos y tablas que expresen funciones lineales, afines y constantes.</li> </ul>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una función lineal y lineal afín.</li> <li>Justifica, a partir de ejemplos, el comportamiento de funciones lineales y lineales afines reconociendo la pendiente y la ordenada al origen.</li> </ul>

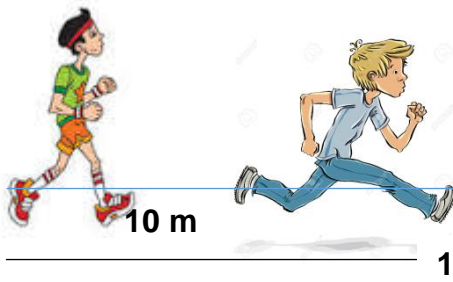
SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
<b>Inicio</b>	<p>El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego, presenta en la pizarra la siguiente pregunta: <b>¿Cuántos metros corren diariamente, como parte de una actividad física importante para nuestra salud?</b>, solicitando a los estudiantes que expresen de manera voluntaria si realizan o no esta actividad física, de esta manera el docente logra que los estudiantes tomen conciencia sobre la importancia de realizar deportes para preservar nuestra buena salud. El docente anota en la pizarra las participaciones espontáneas y reflexionar sobre el tiempo que han dado los estudiantes para realizar deportes.</p> <p>A continuación, se presenta la situación inicial “Carreras entre amigos” con la imagen respectiva, de la ficha de trabajo.</p> <p>El docente pide que respondan las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿En cuánto tiempo alcanzará Mauricio a su amigo Héctor?</li> <li>✓ Determina la expresión matemática que represente la distancia que recorre cada uno de ellos</li> <li>✓ ¿En cuánto tiempo terminará cada uno la carrera?</li> <li>✓ Grafica el recorrido de los dos amigos en un diagrama cartesiano e identifica la función lineal y la función afín.</li> <li>✓ ¿Durante cuánto tiempo de la carrera Mauricio correrá detrás de su amigo Héctor, si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de 10 metros que lleva Héctor?</li> <li>✓ ¿Durante cuánto tiempo de la carrera Mauricio va delante de su amigo Héctor, si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de 10 metros que lleva Héctor?</li> </ul>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p> <p>papelografos, plumones, masking.</p>	15 minutos

	<p>✓ ¿En qué tiempo Mauricio irá ganando por 8 metros, si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de 10 metros que lleva Héctor?</p> <p>Los estudiantes, organizados en pares, dialogan y construyen sus tablas, gráficos y las expresiones matemáticas, identificando y diferenciando una función lineal de una función lineal afín, con las indicaciones dadas y presentan sus respuestas en papelógrafos, luego los colocan en la pizarra.</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y a partir de sus respuestas, señala el propósito de la sesión: <b>Reconocer y utilizar modelos referidos a funciones lineales y lineales afines al plantear y resolver problemas o situaciones de la vida real.</b></p>		
<p><b>Desarrollo</b></p>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>En esta sección, el docente indica que en equipo de cuatro estudiantes desarrollen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada. Luego de analizar el texto, verifican que las respuestas, dadas a la situación inicial, sean las correctas. El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende asociar la teoría básica sobre Funciones lineales y lineales afines con las preguntas realizadas. Además, el docente plantea la siguiente interrogantes:</p> <p><b>¿Qué diferencia hay entre función lineal y función lineal afín?</b>  <b>¿Qué gráfico tiene una función lineal?</b>  <b>¿Qué es una pendiente de una recta y la ordenada en el origen?</b>  <b>¿Se puede graficar en el plano cartesiano la función lineal o lineal afín, usando la pendiente y la ordenada en el origen? ¿Cómo se graficaría?</b>  <b>¿Cuándo una función lineal se transforma en una ecuación lineal?</b>  <b>¿Qué significa una modelación matemática?</b></p> <p>Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones, en los casos que sean necesarios.</p> <p>Se responde a las interrogantes.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>A continuación los estudiantes forman equipos de 4 integrantes. El docente indica que analicen cada problema y completen su resolución, guiados por el docente quien atiende las interrogantes de los estudiantes. Los estudiantes trabajan cooperativamente ayudando a sus compañeros. El docente realiza un acompañamiento a los estudiantes con preguntas reflexivas para la comprensión de los problemas presentados y los aprendizajes esperados.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán hasta 7 problemas propuestos distribuidos en equipos de trabajo compuesto por tres estudiantes (puede ser dos problemas por equipo)</p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 40 minutos y que le pueden realizar las consultas que sean necesarias. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz 2B y borrador. La sección practicamos también se puede hacer de</p>	<p>Teoría básica de la Ficha</p> <p>Ficha</p> <p>Ficha</p> <p>Problemas propuestos de la Ficha</p>	<p>25 minutos</p> <p>20 minutos</p> <p>45 minutos</p>

	<p>manera individual o en pares.</p> <p>El docente realiza un acompañamiento a sus estudiantes monitoreando el trabajo, absolviendo dudas o afirmando conceptos.</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de resolución y respuestas con sus datos respectivos.</p> <p>El docente podría aplicar la heteroevaluación, haciendo una retroalimentación adecuada, o podría aplicar la coevaluación o autoevaluación, para lograr la participación de los estudiantes y desarrollar su capacidad crítica.</p>		
<b>Cierre</b>	<p>Para el cierre de la sesión se realiza las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué parte del campo temático has tenido mayor dificultad? ¿Qué hiciste para superarlo?</li> <li>✓ ¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de cada uno de los problemas?</li> <li>✓ ¿Qué conceptos nuevos aprendiste en esta sesión?</li> <li>✓ De la situación inicial, ¿Habría otra forma de encontrar los resultados sin aplicar ningún modelo matemático?</li> <li>✓ ¿Cómo te has sentido en la sesión realizada?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La gráfica de una función lineal es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas, mientras que la gráfica de una función lineal afín pasa por la coordenada (0;b). donde "b" es la ordenada en el origen.</li> <li>- La pendiente indica la inclinación de la recta respecto al eje "x".</li> <li>- Las funciones matemáticas, en el sentido más simple y amplio, son relaciones numéricas que sirven para representar o modelar las relaciones existentes en el mundo. Así, cuando una magnitud variable depende de otra, decimos que la primera es función de la segunda. Desde este punto de vista, la función puede concebirse como una relación de dependencia.</li> </ul>	Cuaderno	15 minutos

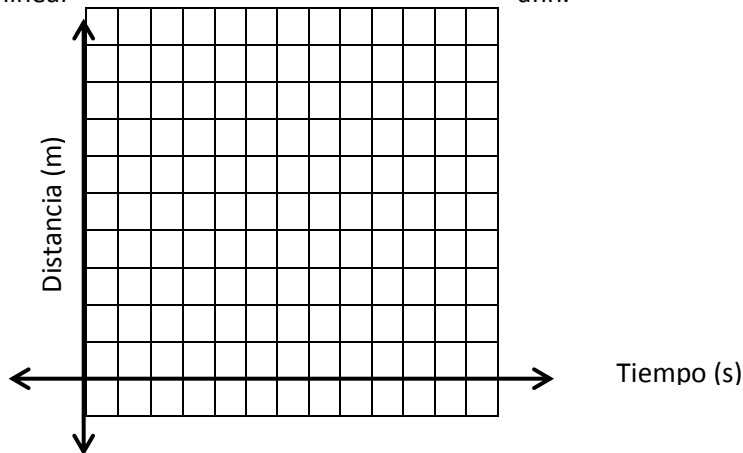
EVALUACION		
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS
Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usa modelos de variación referidos a la función lineal y lineal afín al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	1, 2, 10
Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Describe gráficos y tablas que expresen funciones lineales, afines y constantes.</li> </ul>	4, 6,
Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una función lineal y lineal afín.</li> <li>• Justifica, a partir de ejemplos, el comportamiento de funciones lineales y lineales afines reconociendo la pendiente y la ordenada al origen.</li> </ul>	7, 8, 9 3, 5

## Ficha de Trabajo: "CARRERA ENTRE AMIGOS"



Mauricio le propone a su amigo Héctor hacer una carrera de 100 metros. Como Mauricio es un atleta, le da a su amigo una ventaja de 10 metros (para calcular las medidas de las distancias, ellos aprovechan que en la pista atlética de su colegio las distancias están indicadas). Si Héctor recorre 4 metros por cada segundo y Mauricio recorre 6 metros en el mismo tiempo, además, estas velocidades son constantes en todo el recorrido, entonces:

1. ¿En cuánto tiempo alcanzará Mauricio a su amigo Héctor?  
\_\_\_\_\_
2. Establece la expresión matemática que represente la distancia que recorre cada uno de ellos en un determinado tiempo e identifica la función lineal y la función lineal afín.  
\_\_\_\_\_
3. ¿En cuánto tiempo terminará cada uno la carrera?  
\_\_\_\_\_
4. Grafica el recorrido de los dos amigos en un diagrama cartesiano e identifica la función lineal y la función afín.



5. ¿Durante cuánto Mauricio correrá detrás de su amigo Héctor si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de 10' metros que lleva Héctor?  
\_\_\_\_\_
6. ¿Durante cuánto tiempo Mauricio irá delante de su amigo Héctor si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de 10 metros que lleva Héctor?  
\_\_\_\_\_
7. ¿En qué tiempo Mauricio perderá por 3 metros si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de 10 metros que lleva Héctor?  
\_\_\_\_\_
8. ¿En qué tiempo Mauricio irá ganando por ocho metros si tomamos el tiempo a partir de la ventaja de diez metros que lleva Héctor?  
\_\_\_\_\_

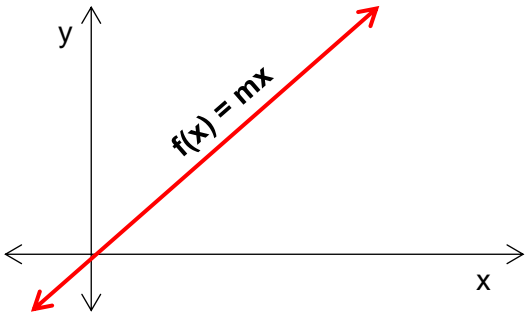
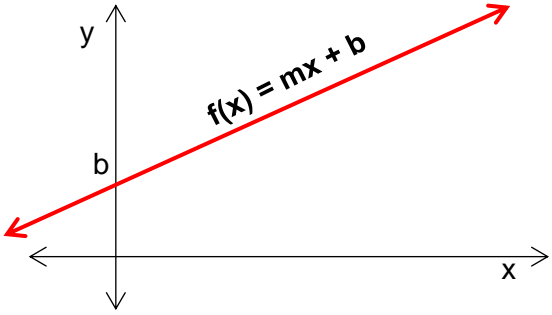


## APRENDEMOS

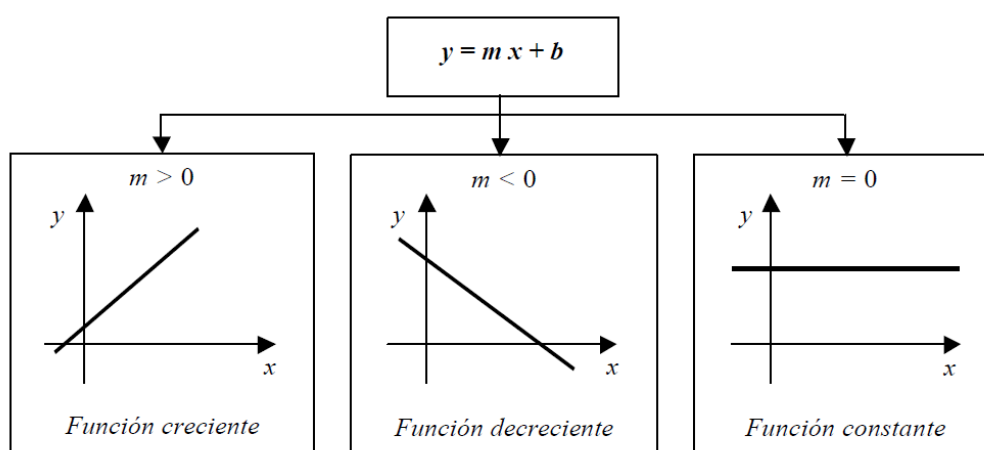
Respecto a la situación planteada “Carrera entre amigos”, pretendemos que el estudiante modele la situación dada y diferencie una función lineal de la función lineal afín. Asimismo, se dé cuenta de la necesidad de las ecuaciones para responder algunas interrogantes.

También es necesario conocer:

### Funciones y ecuaciones lineales

FUNCIÓN LINEAL	FUNCIÓN LINEAL AFÍN
$f(x) = mx$ (notación de función) $y = mx$ (notación de ecuación)	$f(x) = mx + b$ (notación de función) $y = mx + b$ (notación de ecuación)
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Su gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas (0;0).</li> <li>➤ “m” es la pendiente de la recta, el cual indica la inclinación de la recta respecto al eje “x”.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Su gráfico es una recta que no pasa por el origen de coordenadas.</li> <li>➤ “m” es la pendiente de la recta, el cual indica la inclinación de la recta respecto al eje “x”.</li> <li>➤ “b” es la ordenada en el origen. Es decir la recta corta al eje de ordenadas en el punto (0;b).</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El conjunto de valores que toma “x” se le llama dominio.</li> <li>➤ El conjunto de valores que toma “y” se le llama conjunto imagen o rango.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Su gráfico es:</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Su gráfico es:</li> </ul> 

Continuemos analizando la pendiente de una recta.



Podemos distinguir que la pendiente indica el número de unidades que incrementa o disminuye “y”, cuando “x” aumenta. La ordenada al origen es la distancia del origen al punto (0;b), este punto se encuentra sobre el eje “y”, y es la intersección con la recta.

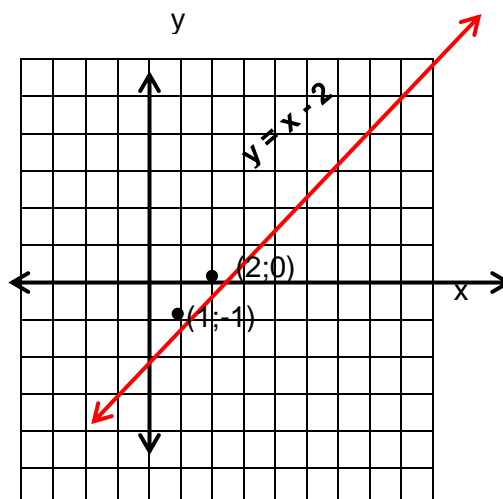
Para graficar una función lineal es suficiente conocer la ordenada en el origen y la pendiente. Además podemos graficar de otra forma como emplear representaciones tabulares, tal como se aprecia en el siguiente ejemplo:

$y = x - 2$

x	y
1	-1
2	0

Dom (f) = R

Ran(f) = R



**Analizamos**

- Un automóvil tiene 8 años de antigüedad y su valor actual es de 20 000 soles, pero hace 4 años su valor era de 45 000 soles. Si el valor del sistema varía de forma lineal con el tiempo, determina:
  - ¿Cuál es el modelo matemático que expresa el valor del automóvil respecto al tiempo transcurrido?
  - ¿Cuál fue el costo inicial del automóvil?
  - ¿Cuál será su valor después de 10 años de antigüedad?
  - ¿Cuál es la depreciación del sistema por año?
  - ¿Dentro de cuántos años aproximadamente el valor del sistema será nulo, considerándolo contablemente?

**Resolución:**

- Para hallar el modelo matemático, antes completamos la siguiente tabla, teniendo en cuenta que varía linealmente

Valor (S/.)	20 000				45 000	...	
tiempo	8	7	6	5	4	...	0

Blue arrows indicate a difference of 25 000 between the values at t=8 and t=4, and a difference of 4 years between t=8 and t=4.

Si al valor en soles del automóvil le asignamos la letra "v" y al tiempo "t".

El modelo matemático es:  $v = \underline{\hspace{2cm}} \cdot t + \underline{\hspace{2cm}}$

- Según el modelo matemático, el costo inicial del automóvil fue de                                  soles.
- Si Reemplazamos en el modelo matemático el valor de 10 en "t", obtenemos:
- La depreciación del sistema por año es                                  soles.
- Hacemos  $v = 0$  y obtenemos la ecuación:  $\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = 0$   
 $T = \underline{\hspace{2cm}}$

Luego, el tiempo aproximado será de          años.

- El gimnasio Power Gym cobra un derecho de inscripción de 260 soles y una mensualidad de 120 soles, mientras que el gimnasio Gym Extreme cobra 140 soles por derecho de inscripción y 160 soles de mensualidad. Ambos gimnasios se ubican en la misma avenida, tienen instalaciones semejantes y las mismas máquinas. ¿Por cuántos meses se paga la misma cantidad en ambos gimnasios?

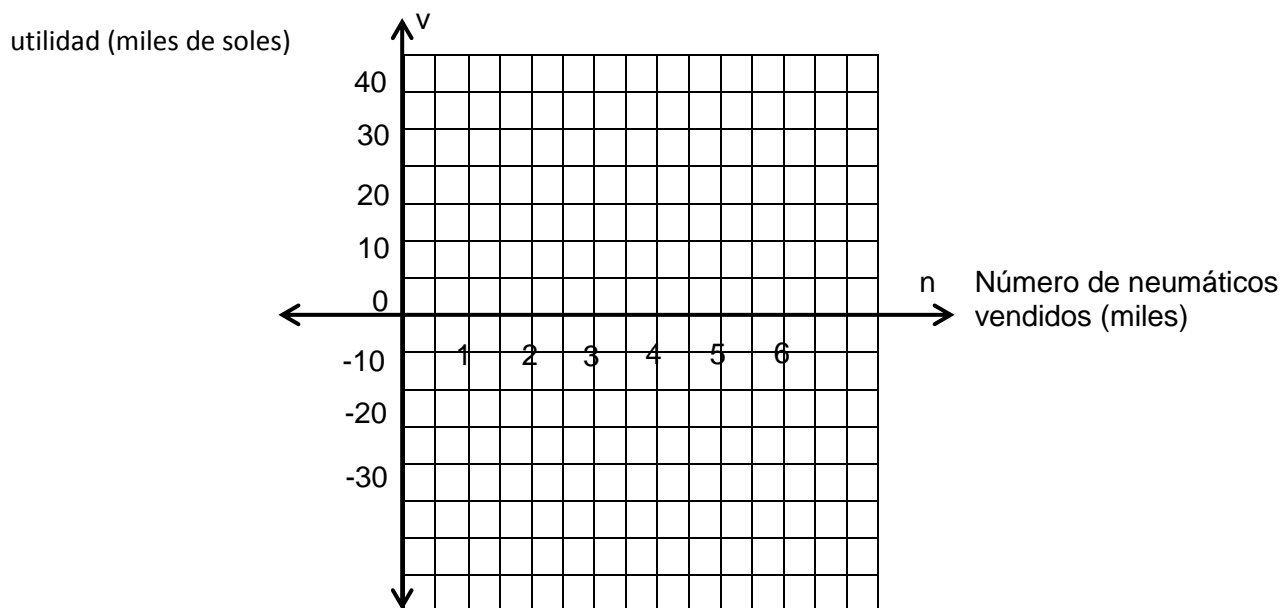
**Resolución**

- a. Determinamos la función de lo que se paga en Poer Gym en  $t$  meses.  
 $P(t) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} t$
- b. Determinamos la función de lo que se paga en Gym Extreme en  $t$  meses.  
 $P(t) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} t$
- c. Igualamos ambas funciones para averiguar por cuántos meses se paga lo mismo en los dos gimnasios.  
 $\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} t = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} t$   
 Luego:  $t = \underline{\hspace{2cm}}$  meses.

- 3. La utilidad anual en soles de un almacén de neumáticos está representado por “u” y puede estimarse por medio de la función  $v(n) = 20n - 30\,000$ , en la que “n” es el número de neumáticos vendidos por año.
  - a) Dibuja una gráfica de la utilidad, en relación con los neumáticos vendidos anualmente.
  - b) Estima el número de neumáticos que se deben vender para que la compañía no pierda ni gane.
  - c) Estima el número de neumáticos vendidos, si la compañía tuvo una utilidad de 70 000 soles.

**Resolución:**

- a) Comprendiendo el problema, el número de neumáticos vendidos representa la variable independiente y lo ponemos en el eje horizontal, mientras que en el eje vertical ubicamos la utilidad que representa la variable dependiente. Si 30 000 representa la ordenada en el origen y 20 la pendiente, entonces el gráfico será el siguiente:



- b) Para estimar el número de neumáticos que se debe vender para que la compañía no gane ni pierda hacemos  $v = 0$

$$0 = \underline{\hspace{1cm}} n - \underline{\hspace{1cm}}$$

$$n = \underline{\hspace{1cm}}$$

Respuesta: \_\_\_\_\_

- c) En este caso reemplazamos  $v = 70\,000$

$$70\,000 = \underline{\hspace{1cm}} n - \underline{\hspace{1cm}}$$

$$n = \underline{\hspace{1cm}}$$

Respuesta: \_\_\_\_\_

## PRACTICAMOS

1. Un autobús sale de la ciudad de Lima y se dirige a Huancayo a una velocidad promedio de 80 km/h. Una hora después, sale otro autobús también de la ciudad de Lima y con la misma dirección y destino que el anterior, a una velocidad promedio de 90 km/h. ¿En cuánto tiempo y a qué distancia de la ciudad de Lima alcanzará el segundo autobús al primero?
2. Una empresa vende un producto en S/. 65 la unidad. Los costos por unidad son de S/. 20 por materiales y S/. 27.50 por trabajo. Los costos fijos anuales son S/. 100 000. ¿Cuál es la función de la utilidad de la empresa y cuánto de utilidad se obtuvo, si la venta anual fue de 20 000 unidades?
3. Los lados de un cuadrado de 3 centímetros de longitud se aumentan "x" centímetros.
  - a) ¿Cuál es la función que relaciona el perímetro con el lado del cuadrado?
  - b) Si el perímetro fue de 104 cm, ¿cuánto se le aumentó a cada lado del cuadrado original?
  - b) Representa la gráfica de la función.
4. Jorge consigue un trabajo en telefonía móvil donde le pagan diariamente. Por día, le pagan 15 soles, adicionalmente le dan 2 soles por cada chip de celular que vende. ¿Cuál es el modelo matemático que representa dicha situación y cuántos chips de celular vendió si recibió ese día la suma de 43 soles?
  - a)  $f(x) = 15x + 2$  ; 8 chips
  - b)  $f(x) = 15 + 2x$  ; 14 chips
  - c)  $f(x) = 15 + 2x$  ; 29 chips
  - d)  $f(x) = 2x$  ; 21 chips
5. Un técnico en computación instala un negocio de reparación de computadoras y asesoría en cómputo. Después de hacer cálculos, estima que el costo mensual por mantener el negocio, se describe con la ecuación:  $y = 20x + 460$ , donde x es el número de clientes. Asimismo, concluye que sus ingresos mensuales se representan con la ecuación:  $y = 65x - 1 700$ . ¿Cuántos clientes necesita para no ganar ni perder dinero y cuánto ganaría si tuviera 74 clientes?
  - a) 48 clientes; 1 170 soles
  - b) 28 clientes; 1170 soles
  - c) 26 clientes; 1170 soles
  - d) 84 clientes; 1170 soles

## EL DELFIN MULAR O PICO DE BOTELLA.

El delfín mular mide 1.5 metros al nacer y pesa alrededor de 30 kilogramos. Los delfines jóvenes son amamantados durante 15 meses, al final de dicho periodo estos cetáceos miden 2.7 metros y pesan 375 kilogramos.

6. Siendo L la longitud en metros y P el peso en kilogramos de un delfín mular de t meses, expresa L en términos de t, si la relación entre L y t es lineal.
  - a)  $L = \frac{2}{25} \cdot t + \frac{3}{2}$
  - b)  $L = \frac{1}{25} \cdot t + \frac{3}{2}$
  - c)  $L = \frac{25}{2} \cdot t + \frac{2}{3}$
  - d)  $L = \frac{2}{25} \cdot t + \frac{1}{2}$
7. De acuerdo con la información dada acerca del delfín mular, ¿Cuál es el aumento diario de la longitud para un delfín joven?
  - a) 0,0267 m
  - b) 0,00267 m
  - c) 0,00276 m
  - d) 0,0276 m
8. El precio de una radio es de S/. 200 al contado, pero si lo compra en cuotas, le cobra un interés mensual fijo de S/. 11. ¿Cuál es la expresión matemática que representa la relación del costo de la radio con el número de cuotas y cuánto debe pagarse si se compra en 12 cuotas?
  - a)  $y = 11x$ ; 132 soles.
  - b)  $y = 200 + 11x$ ; 200
  - c)  $y = 200 + 11x$  ; 332 soles
  - d)  $y = 200 + 11x$ ; 211



## SESIÓN DE REFUERZO N° 5

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Transformaciones geométricas con azulejos”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	7 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones	✓ Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combina transformaciones geométricas.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	✓ Grafica transformaciones geométricas de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	✓ Plantea conjeturas con respecto a las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	✓ Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas utilizando recursos gráficos y otros.

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>1. El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Luego, presenta la situación problemática entregando la ficha respectiva: <b>TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS CON AZULEJOS</b>, invita a los estudiantes que comenten sobre lo observado en la imagen presentada en la situación problemática. El docente anota las participaciones espontáneas.</p> <p>2. A continuación, los estudiantes responden las preguntas presentadas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cómo son las figuras que observas en los azulejos?</li> <li>✓ ¿Se pueden observar cambios de posición con respecto a una figura determinada en los diseños de los azulejos?</li> <li>✓ ¿Qué se entiende por transformaciones geométricas?</li> <li>✓ ¿Qué transformaciones geométricas se han aplicado en las paredes del convento de Santo Domingo?</li> <li>✓ ¿Conoces otro tipo de transformaciones geométricas?</li> </ul> <p>3. El docente recibe las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: <b>Expresar y graficar modelos que combinan transformaciones geométricas de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula.</b></p>	<p>Pizarra, plumones Ficha de trabajo</p> <p>Imagen digital</p>	10 m

Desarrollo

**Aprendemos**

En esta sección, el docente indica formar equipos de trabajo de cuatro integrantes cada uno. Luego presenta la siguiente imagen:



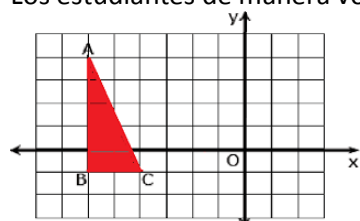
Pregunta, **¿Qué paso con el automóvil?, ¿Cambio de forma? ¿Cambio de tamaño? ¿Qué significa traslación?**

Los estudiantes responden a través de la lluvia de ideas, se movió, se desplazó, cambió de lugar, se trasladó, etc. Así mismo responden que el automóvil no cambio de forma ni de tamaño.

La **traslación** es una transformación geométrica que se realiza en el plano. En esta transformación, las figuras solo cambian su posición, es decir, solo es un cambio de lugar. Su orientación, tamaño y formas se mantienen.

El docente presenta en geogebra el sistema, luego ubica un triángulo y solicita a los estudiantes que realicen la traslación al vector:  $(5,1)$ ;  $(3,2)$ ;  $(-2,5)$ .

Los estudiantes de manera voluntaria realizan la traslación.



El docente a manera de ejemplo presenta la siguiente situación:

María desea colocar un cuadro en la sala de su casa, para ello clava dos clavos en la pared a cada extremo del cuadro, al verificar si quedó bien, se da con la sorpresa que se salió el clavo de la parte derecha y el cuadro se inclinó como muestra la figura 2.



El docente realiza las siguientes preguntas:

**¿Qué ocurrió con el cuadro?, ¿Cuántos grados rotó el cuadro?, ¿Qué significa rotación?**

Los estudiantes responden a través de la lluvia de ideas.

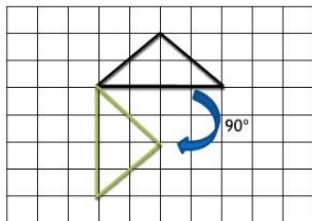
Las **rotaciones** o giros son movimientos en el plano que realizan las figuras alrededor de un punto fijo. En las rotaciones las figuras conservan su forma, tamaño y ángulos. Las transformaciones por rotación pueden ser positivas o negativas dependiendo del sentido del giro.

El docente presenta el sistema de coordenadas e geogebra y luego ubica un triángulo y solicita a los estudiantes que realicen la

Ficha de trabajo

30 m

rotación en sentido horario de  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ .



Luego el docente presenta la imagen donde se observa la reflexión de un gato en el espejo y realiza las siguientes preguntas:



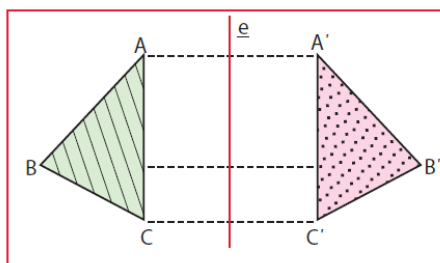
**¿Qué sucede cuando el gato se asoma al espejo?**

**¿Cambia su forma? ¿Cambia su tamaño?**

Los estudiantes dan sus respuestas de manera espontánea.

Luego se solicita que realicen la lectura de la página 53 para analizar el texto y así pueda verificar que las respuestas dadas a la situación inicial sean las correctas. El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende **asociar la teoría básica** con las preguntas realizadas.

La **reflexión** es la imagen de un objeto o ser vivo que se muestra en el espejo. Para obtener la reflexión de una figura, se utiliza una recta, que recibe el nombre de eje de reflexión



Además el docente propone la siguiente interrogante:

**¿Cómo podemos determinar el perímetro y área de polígonos regulares?**

La respuesta a esta pregunta la comparte en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios.

**Analizamos**

A continuación el docente indica que cada uno de los estudiantes analice los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue, para de esta manera explicárselo a sus otros compañeros de grupo. El docente puede explicar alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.

**Practicamos**

Con la finalidad de afianzar los aprendizajes, los estudiantes

Ficha de  
trabajo  
(Problemas  
resueltos)

20 min



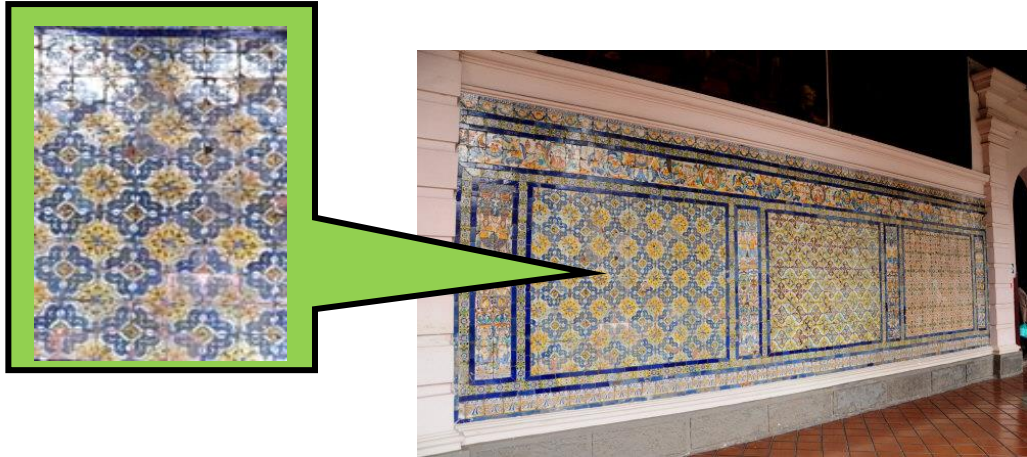
	<p>resolverán 10 de los problemas propuestos.</p> <p>El docente debe acompañara a los equipos de trabajo gestionando el aprendizaje y absolviendo dudas (evaluación formativa). Se recomienda a los estudiantes realizar los procedimientos de manera legible y en forma individual.</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes entregaran la solución de los problemas consignando sus datos respectivos.</p> <p>El docente podría aplicar la heteroevaluación o podría aplicar la coevaluación o autoevaluación.</p>	Ficha de trabajo (Problemas propuestos)	50 min								
<b>Cierre</b>	<p>Para el cierre de la sesión el docente entrega a cada estudiantes el siguiente cuadro de doble entrada:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%; padding: 5px;">¿Qué aprendiste?</td> <td style="width: 25%; padding: 5px;">¿Qué parte de la sesión te ha parecido más complicado?</td> <td style="width: 25%; padding: 5px;">¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de los problemas?</td> <td style="width: 25%; padding: 5px;">¿Cómo aplicas lo aprendido en tu vida diaria?</td> </tr> <tr> <td style="height: 30px;"></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Las transformaciones geométricas nos permite realizar composiciones artísticas.</li> <li>- En la traslación solo cambia la posición de la figura, pero su orientación, tamaño y forma se mantienen.</li> <li>- En la rotación se debe tener en cuenta el giro del ángulo positivo o negativo.</li> <li>- En la simetría se invierten la figura con respecto a un eje de simetría.</li> <li>- La homotecia nos permite hacer ampliaciones y reducciones a partir de una figura.</li> </ul>	¿Qué aprendiste?	¿Qué parte de la sesión te ha parecido más complicado?	¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de los problemas?	¿Cómo aplicas lo aprendido en tu vida diaria?					Ficha de Metacognición	10 min
¿Qué aprendiste?	¿Qué parte de la sesión te ha parecido más complicado?	¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de los problemas?	¿Cómo aplicas lo aprendido en tu vida diaria?								

EVALUACION		
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS
Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones	✓ Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combina transformaciones geométricas.	✓ 1, 9, 13
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	✓ Grafica transformaciones geométricas de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula.	✓ 2, 6, 7, 14, 15
Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	✓ Plantea conjeturas con respecto a las partes correspondientes de figuras congruentes y semejantes luego de una transformación.	✓ 3, 4, 8
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	✓ Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas utilizando recursos gráficos y otros.	✓ 5, 10, 11, 12

## Ficha de trabajo: “Transformaciones geométricas con azulejos”

En pleno centro trujillano se encuentra el convento de Santo Domingo. En su interior se puede observar, en la decoración del patio, esplendidos azulejos que fueron traídos desde Sevilla, ciudad en la que los fabricó el taller de Hernando de Valladares. Los azulejos sevillanos fueron colocados utilizando algunas transformaciones geométricas.

El enorme claustro está decorado por azulejos en todas sus paredes hasta una altura de 240 cm. y que culmina en una cenefa en la que se representan los grandes personajes de la orden dominica. En los grandes paneles de azulejos sevillanos se intercalan algunos de tipo limeño y que se caracterizan por una superficie más porosa y sin el vidriado de los españoles.



1. ¿Cómo son las figuras que ves en los azulejos?  
\_\_\_\_\_
2. ¿Se pueden observar cambios de posición con respecto a una figura determinada en los diseños de los azulejos?  
\_\_\_\_\_
3. ¿Qué se entiende por *transformaciones geométricas*?  
\_\_\_\_\_
4. ¿Qué transformaciones geométricas se han aplicado en las paredes del convento de Santo Domingo?  
\_\_\_\_\_
5. ¿Conoces otros tipos de transformaciones geométricas?  
\_\_\_\_\_

### **Aprendemos:**

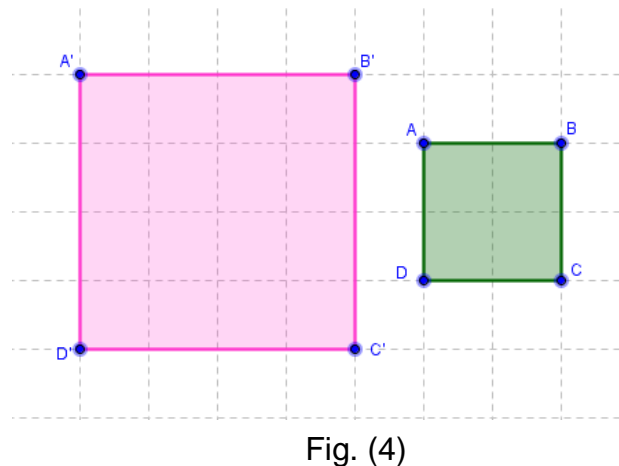
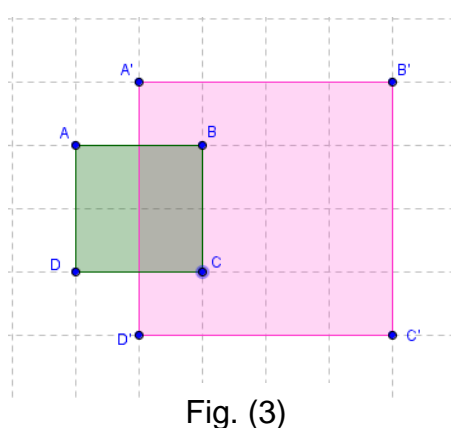
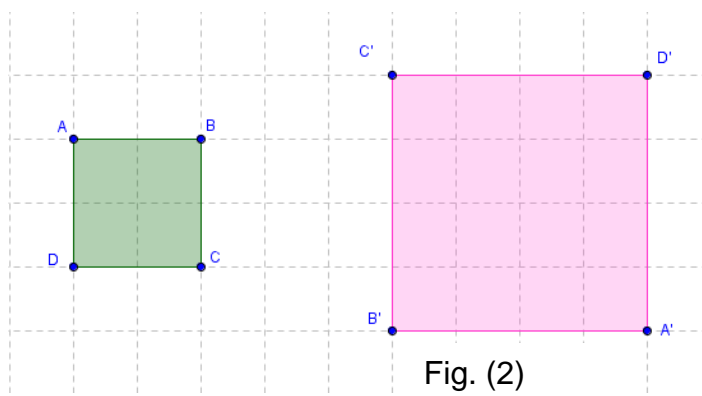
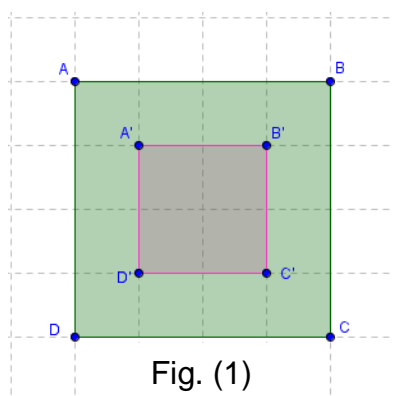
Respecto a la situación planteada “Transformaciones geométricas con azulejos”, se observan que los diseños utilizados en las paredes están formado por cuatro azulejos los cuales para la decoración de toda la superficie se aplica las transformaciones geométricas: simetría, traslación y rotación.

## TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS

TRASLACIÓN	<p>Es una transformación geométrica que se realiza en el plano. En esta transformación, las figuras solo cambian su posición, es decir, solo cambian de lugar. Su orientación, tamaño y formas se mantienen.</p>	
ROTACIÓN O GIRO	<p>Es una transformación en la que los movimientos de la figura alrededor de un punto fijo en el plano. En las rotaciones, las figuras conservan su forma, tamaño y ángulos. Si el giro es en sentido anti horario, será positivo, y será negativo cuando sea un sentido horario.</p>	
SIMETRÍA	<p>Son aquellas transformaciones que invierten los puntos y figuras del plano, puede ser respecto de un punto (simetría central o puntual) o respecto de una recta (simetría axial)</p>	<p>La cancha de fútbol es simétrica</p>
HOMOTECIA	<p>Es la transformación geométrica que no tiene una imagen congruente, ya que, a partir de una figura dada, se obtiene una o varias figuras de mayor o menor que la figura inicial. Para ello se parte de un punto escogido arbitrariamente, el cual se llama centro de homotecia (O). Desde él se trazan tanto segmentos de recta como vértices tenga la figura que se va a transformar. Se debe considerar la razón de homotecia (k), que viene a ser la escala en la que se realiza la reproducción.</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Ampliación</p> <math display="block">K = \frac{\text{Razón de homotecia}}{=2}</math> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Reducción</p> <math display="block">K = \frac{\text{Razón de homotecia}}{= \frac{1}{2}}</math> </div> </div>

## Analizamos

1. Señala el centro (o) y la razón de homotecia en los siguientes casos.



## RESOLUCIÓN

Se considera a los cuadrados ABCD como la figura original y los cuadrados A'B'C'D' como la figura transformada de acuerdo a una razón.

Para determinar el centro de homotecia trazamos rectas que pasen por los vértices A y A', B y B', y así sucesivamente; el punto de intercepción será el centro de homotecia.

La razón de homotecia (k) se calcula:

$$\frac{\text{Medida de lado original}}{\text{Medida del lado transformado}} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{AD}{A'D'} = K$$

Si los vértices están a un mismo lado del centro de homotecia (O), se dice que la homotecia es directa, por lo tanto la razón será positiva.

Si los vértices están a distinto lado del centro de homotecia (O), se dice que la homotecia es inversa, por lo tanto la razón será negativa.

Entonces:

En la figura 1: la razón de homotecia es: \_\_\_\_\_ porque: \_\_\_\_\_

En la figura 2: la razón de homotecia es: \_\_\_\_\_ porque: \_\_\_\_\_

En la figura 3: la razón de homotecia es: \_\_\_\_\_ porque: \_\_\_\_\_

En la figura 4: la razón de homotecia es: \_\_\_\_\_ porque: \_\_\_\_\_

2. Observa la siguiente figura:



¿Cuál de las siguientes figuras se obtiene al aplicarle una rotación de centro O y ángulo de giro de  $90^\circ$ ?



(a)



(b)



(c)



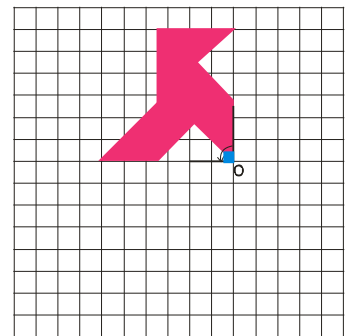
(d)

**RESOLUCIÓN:**

Cuando no se indica el sentido de giro, se entiende que es anti horario (+).

Desde el punto O, se hace el giro de  $90^\circ$  con ayuda del transportador.

Por tanto, la respuesta es la figura C.



3. Se desea enchapar el piso del parque municipal con el siguiente diseño. ¿Podrías determinar qué tipo de transformación geométrica se realizaron para ubicar las piezas desde la A hasta la F?

**Resolución:**

Desde la posición A hasta la posición F, la transformación geométrica utilizada ha sido la rotación, con respecto a un punto.

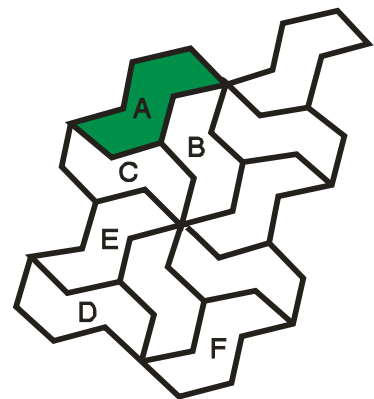
Desde A hasta B: Rotación  $60^\circ$  Anti horario

Desde B hasta C: \_\_\_\_\_

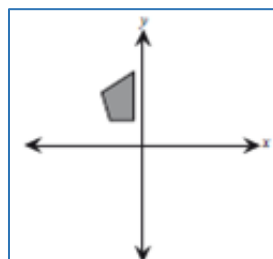
Desde C hasta D: \_\_\_\_\_

Desde D hasta E: \_\_\_\_\_

Desde E hasta F: \_\_\_\_\_



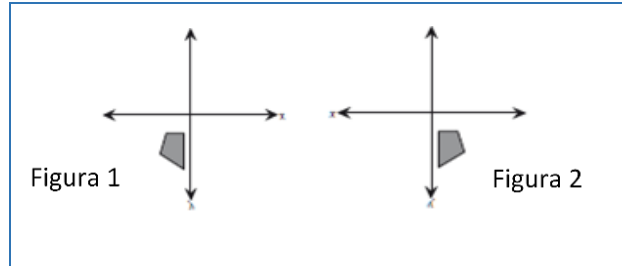
4. La siguiente figura muestra un polígono irregular ubicado en uno de los cuadrantes del plano cartesiano:



¿Cómo quedará finalmente la figura si se aplican dos movimientos sucesivos: el primero, una reflexión respecto al eje  $X$ , y luego un reflexión con respecto al eje  $Y$ ?

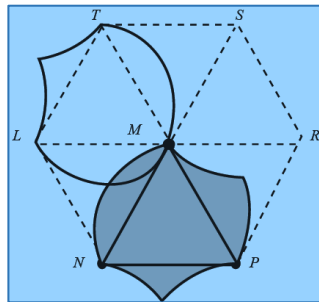
**Resolución**

Sabemos que si consideramos al eje  $X$  como eje de reflexión, la figura tendrá que reflejarse hacia abajo, como en la figura 1. Y si a este resultado le aplicamos una reflexión tomando como punto el eje  $Y$ , el polígono regular tendrá que reflejarse hacia la derecha, y quedará como la figura 2:



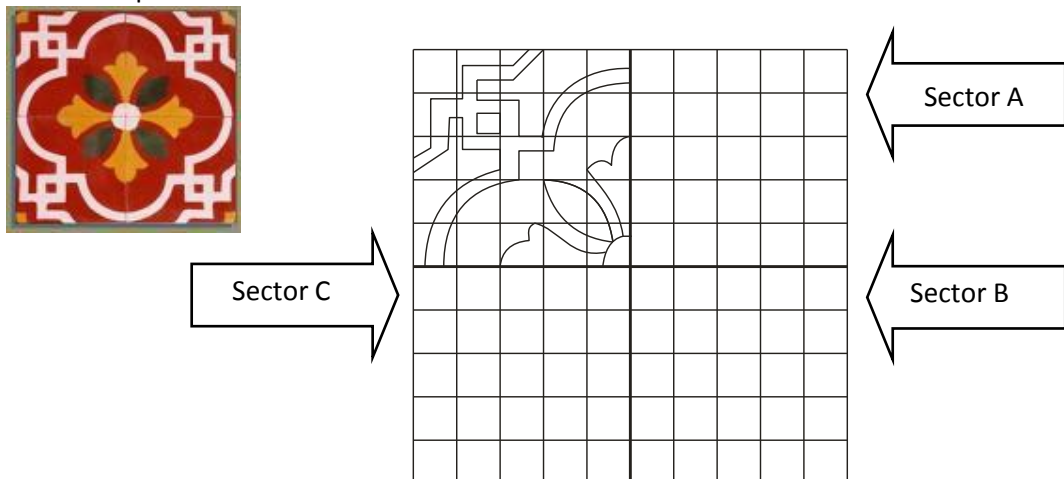
**PRACTICAMOS**

1. Para la decoración del aula, Patricia decide hacer figuras sobre un hexágono regular. En la imagen siguiente, se observa una región sombreada y la silueta que resulta de aplicarle un movimiento a dicha región.



Señala qué movimiento se le aplicó a la región sombreada para obtener su imagen.

- a. Una reflexión tomando como eje el segmento  $\overline{NS}$ .
  - b. Una reflexión tomando como eje el segmento  $\overline{LR}$ .
  - c. Una rotación de  $30^\circ$  con centro en el punto  $L$ .
  - d. Una rotación de  $120^\circ$  con centro en el punto  $M$ .
2. Usa la siguiente cuadrícula y dibuja el mosaico mostrado, sombrea de modo que el sombreado reproduzca la composición dada.

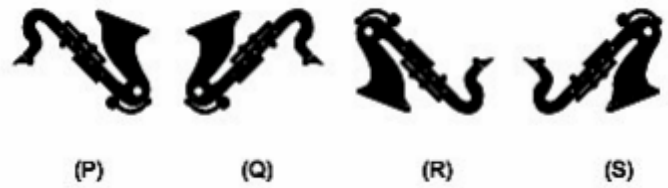


a) ¿Qué tipo de transformación geométrica has empleado en el sector A?

b) ¿Qué tipo de transformación geométrica has empleado en el sector B?

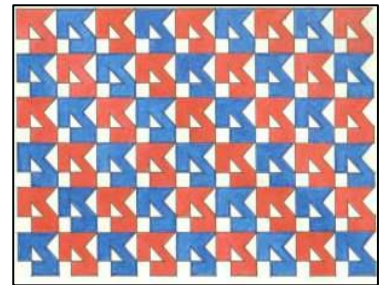
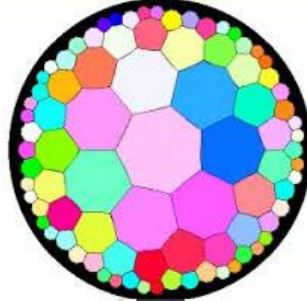
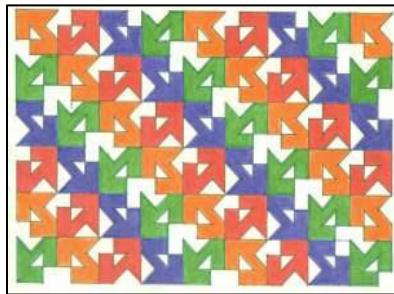
3. Considere la siguiente figura:

- I) Q es una traslación de P
- II) R es una rotación en  $180^\circ$  de P
- III) S es un rotación en  $180^\circ$  de R.



- a) Sólo II
- b) Sólo III
- c) Sólo I y II
- d) Sólo II y III

4. Por aniversario del IE Juan Pablo, se convocó al concurso de diseños artísticos, quedando tres finalistas. Relaciona los diseños finalistas con el tipo de transformación geométrica utilizado.

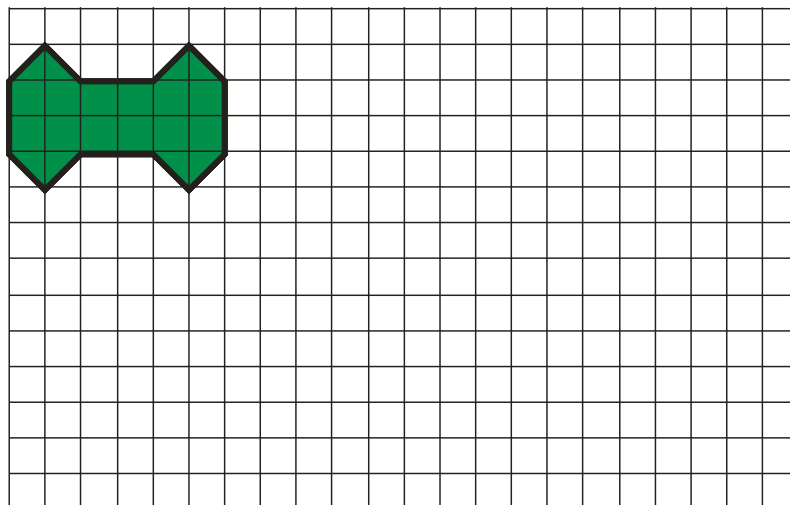


↑  
Traslación

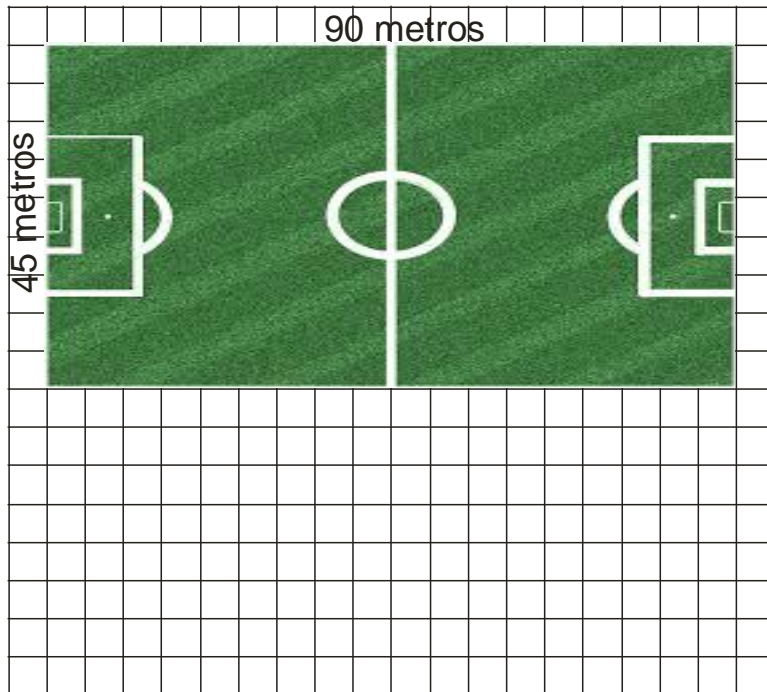
↑  
Rotación

↑  
Homotecia

5. A partir del diseño mostrado, completa toda la cuadrícula utilizando las transformaciones geométricas más convenientes.



6. La figura muestra las medidas de un campo de futbol de una asociación comunal, Felipe quiere realizar la representación reduciendo las medidas en su tercera parte. Grafica el campo de futbol y ¿cuánto mide el perímetro del campo reducido?

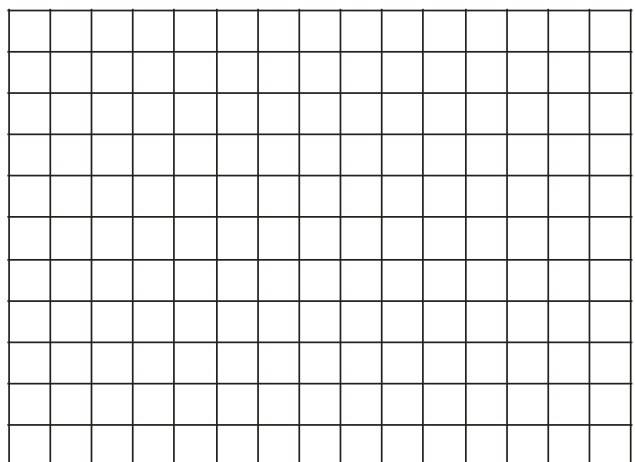
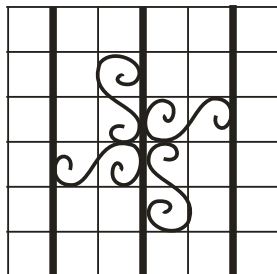


- a) 60 m
- b) 90 m
- c) 135m
- d) 270 m

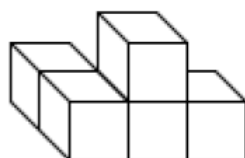
7. Gerardo necesita cercar su jardín y decide elaborar una reja utilizando las transformaciones geométricas. Diseña dos modelos diferentes de reja decorativa a partir de figura mostrada, similares al diseño de abajo.



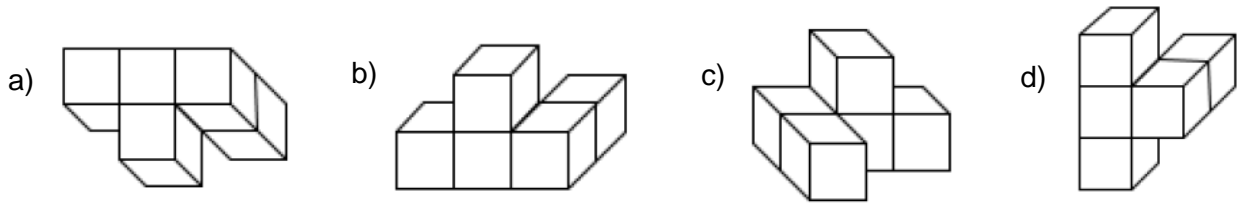
Similares al diseño mostrado.



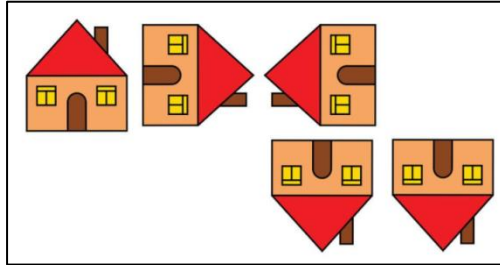
8. ¿Cuál de las siguientes sería una imagen de la figura original bajo rotación?





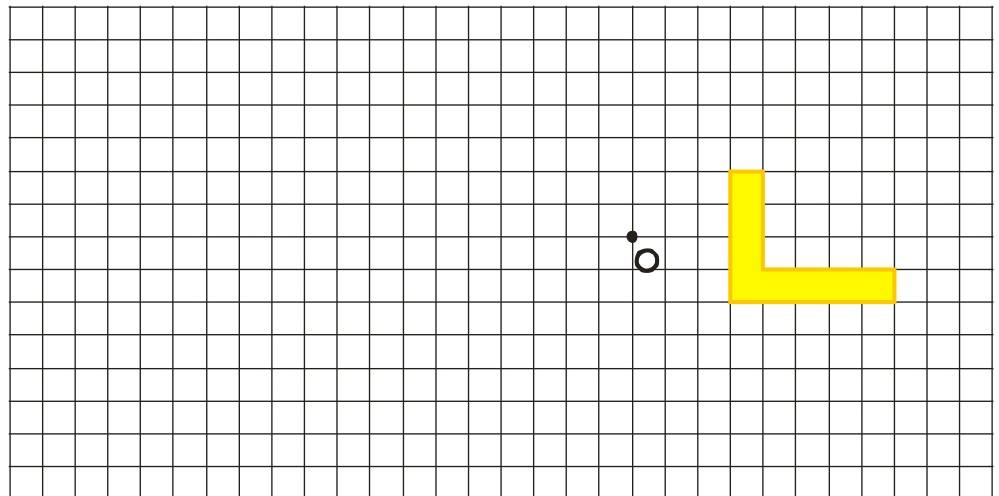


9. Encuentre el patrón con el que fueron generadas las figuras. ¿Cuál sería la figura que sigue?



10. Si a la siguiente figura le haces una homotecia cuyo centro sea O y su razón sea -2. Representa la figura que obtendrías dentro de la cuadrícula y determina su perímetro. Considerar

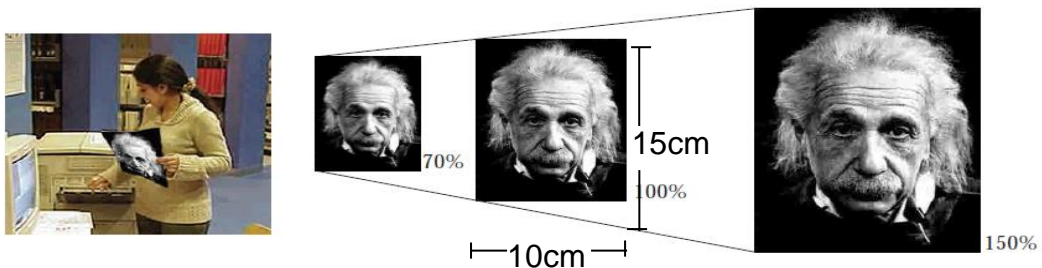
5cm  
5cm



- a) 100 cm
- b) 150 cm
- c) 180 cm
- d) 200 cm

### Homotecia y tecnología

Al fotocopiar la fotografía de Albert Einstein con la finalidad de colocarlo en el periódico mural del aula de 2do grado de secundaria se pide una ampliación, pero la encargada de fotocopiar dicha foto, por error programa a la fotocopiadora un zoom del 70%.



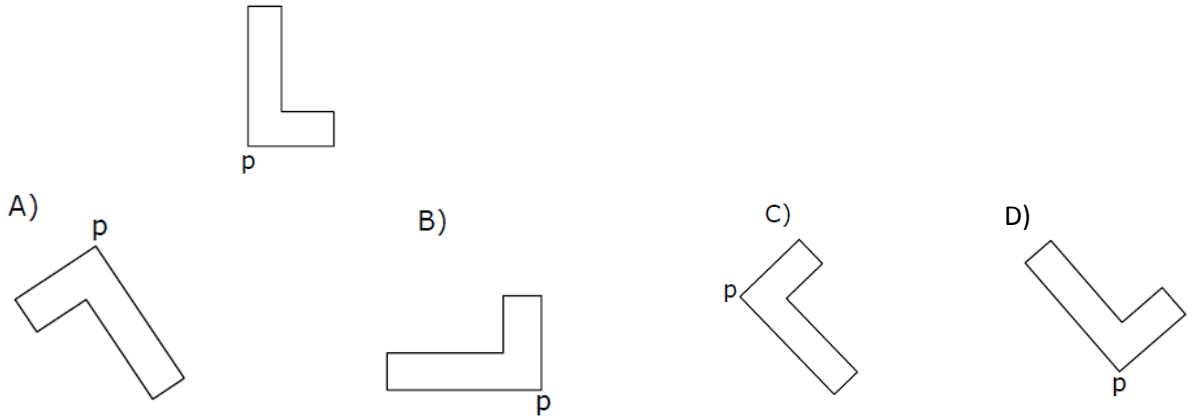
11. ¿Cuáles son sus dimensiones?

- a) 10,5 x 7 cm    b) 9 x 6 cm    c) 7,5 x 5 cm    d) 6 x 5 cm

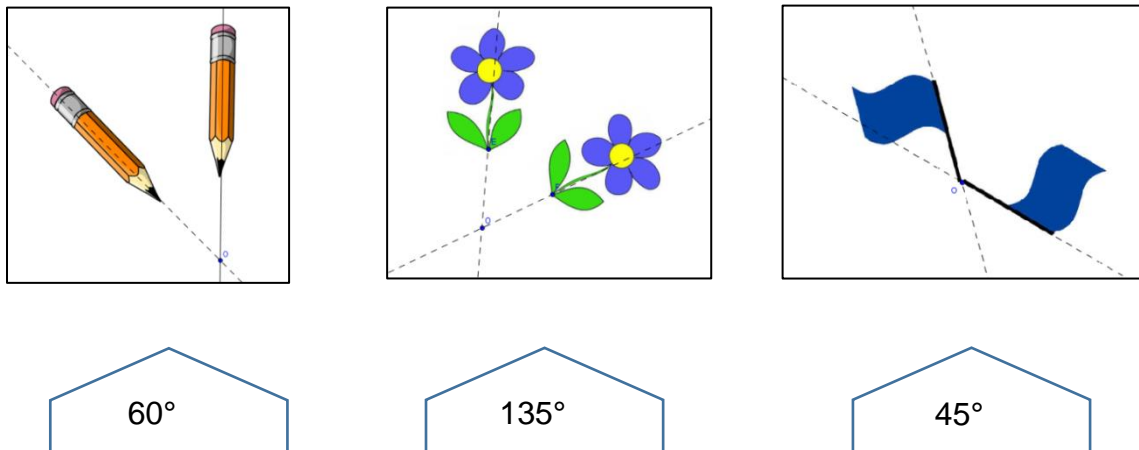
12. Si se programa la fotocopiadora a un 150%. ¿Cuáles serían las dimensiones de la fotografía obtenida?

- a) 30 x 20 cm    b) 25 x 8 cm    c) 22,5 x 15 cm    d) 20 x 10 cm

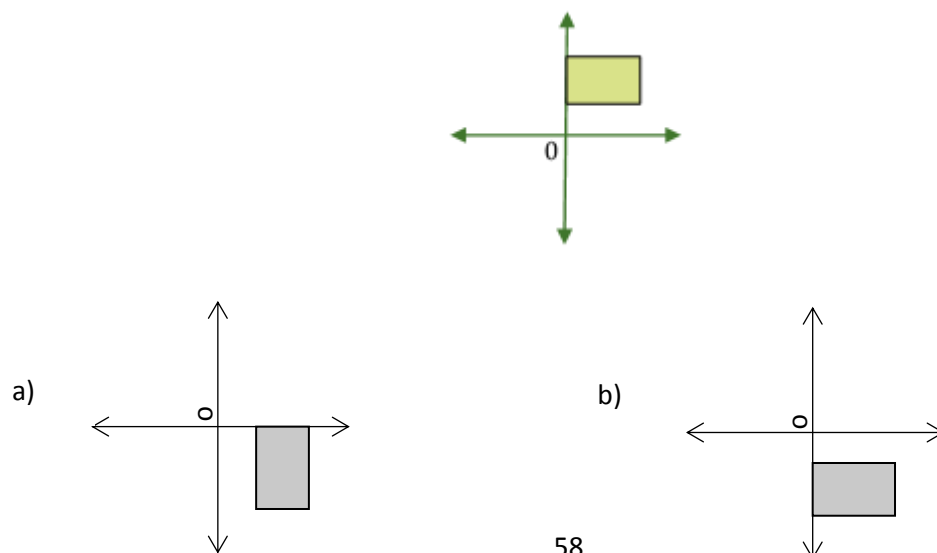
13. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa una rotación de la figura en  $45^\circ$  con centro P?



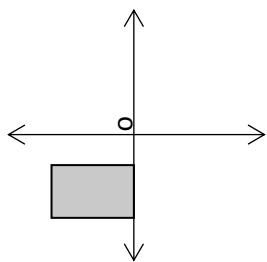
14. Con el transportador determina el ángulo de giro de las figuras mostradas y relaciona su medida.



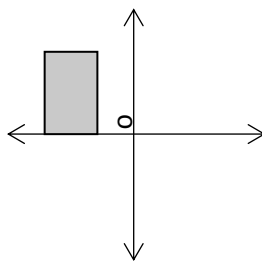
15. ¿Cuál de las siguientes opciones muestra el resultado de rotar la figura en  $180^\circ$  sentido horario alrededor del punto O?



c)



d)

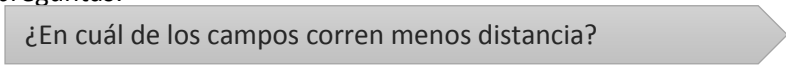
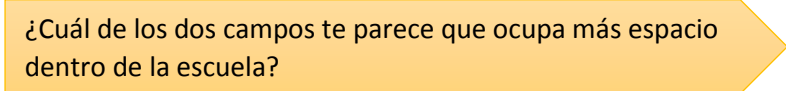
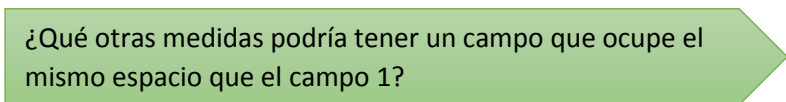


## SESIÓN DE REFUERZO N° 6

**TÍTULO DE LA SESIÓN: “La importancia del calentamiento muscular previo a realizar un deporte”**

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	9 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	✓ Calcula el perímetro y área de figuras poligonales regulares y compuestas, triángulos, círculos componiendo y descomponiendo en otras figuras cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	✓ Describe el desarrollo de prismas, pirámides y conos considerando sus elementos.

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>1.El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes, comunica las actividades que van a realizar durante la sesión, forman equipos de trabajo de cuatro estudiantes.</p> <p>2.El docente escribe en la pizarra: <b>¿ustedes creen que es importante realizar el calentamiento corporal antes de jugar un partido de fútbol o vóley?</b> y solicita a los estudiantes que manifiesten sus opiniones, de esta manera propicia la reflexión sobre el cuidado de su cuerpo y la salud.</p> <p>3.El docente reparte las fichas de trabajo e invita a un voluntario dar lectura de la situación problemática, <b>“La importancia del calentamiento muscular previo a realizar un deporte”</b>. El docente pega carteles en la pizarra con las siguientes preguntas:</p> <p style="text-align: center;">      </p> <p>4. Los estudiantes dialogan y escriben sus respuestas en carteles y luego las colocan en la pizarra</p> <p>5.El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión que consiste en: <b>Calcular el perímetro y área de polígonos en situaciones de la vida y describir el desarrollo de prismas, pirámides y conos.</b></p>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Ficha de trabajo</p> <p>papelografos, plumones, masking.</p>	10 m

**Desarrollo**

**Aprendemos**

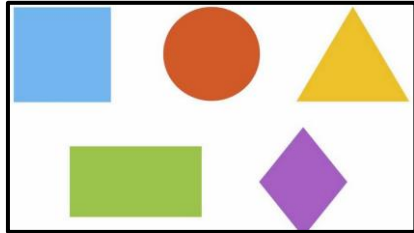
El docente para rescatar los saberes previos realiza las siguientes preguntas:

- ✓ ¿Qué entiendes por perímetro?
- ✓ ¿Cuál es el perímetro del campo 1?
- ✓ ¿Qué entienden por área?
- ✓ ¿Cuál será el área del campo 1?
- ✓ ¿Por qué los resultados del cálculo de áreas se dan en unidades cuadráticas?
- ✓ ¿Qué fórmulas para calcular áreas te acuerdas?

Los estudiantes responden con lluvia de ideas y el docente sistematiza la información

**Perímetro:** Es la suma de todas las longitudes de los lados de una figura geométrica.  
**Área:** es una medida de extensión de una superficie, expresada en unidades de medida denominadas unidades de superficie.

El docente reparte papelotes, plumones, reglas y diferentes figuras geométricas a cada mesa de trabajo de acuerdo a las páginas 62 y 63 de la ficha de trabajo, a partir de los cuales los estudiantes hallaran el perímetro y el área de la figura asignada.



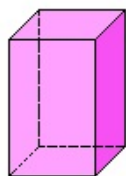
Al concluir el trabajo procederán a exponer sus conclusiones y el docente sistematiza la información.

El docente debe incidir en lo siguiente: **“La superficie es la porción de plano contenida dentro de una línea cerrada y el área es la medida de esa superficie”**

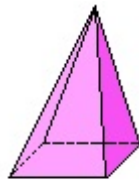
Luego el docente presenta tres sólidos geométricos a los estudiantes y lanza las siguientes preguntas:

- ✓ ¿Cómo se llaman?
- ✓ ¿Cuáles son sus elementos?

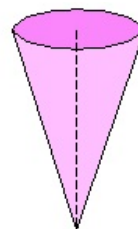
Los estudiantes responden con lluvia de ideas y con ayuda de la ficha logran identificar los sólidos y sus elementos.



**Prisma recto**



**Pirámide**



**Cono**

Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios. Se responde a las interrogantes.

Luego el docente indica que vuelvan a resolver el problema: **“la importancia del calentamiento muscular previo a realizar un**

Ficha de trabajo (Teoría básica)

30 min

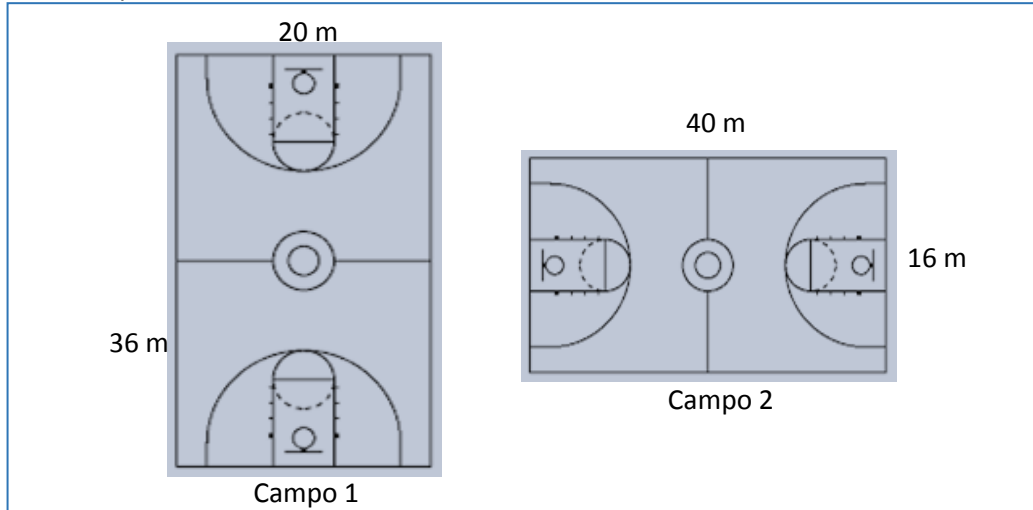
papelote plumones

	<p><b>deporte”</b> y comprueban sus resultados con los mostrados inicialmente.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>A continuación en equipos de 4 estudiantes, el docente indica que cada uno de ellos analice dos de los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue, para de esta manera explicárselo a sus otros 3 compañeros. El docente puede explicar alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil, o hacer que algún estudiante explique los procedimientos realizados.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>Con la finalidad de afianzar los aprendizajes, los estudiantes resolverán 10 o más de los problemas propuestos, según los ritmos y estilos de aprendizaje.</p> <p>El docente debe garantizar la resolución de los problemas 2, 3, 5, 9 y 10 para lo cual indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos, durante dicho tiempo el docente acompañara a los equipos de trabajo gestionando el aprendizaje y absolviendo dudas (evaluación formativa).</p> <p>El docente recomienda a los estudiantes realizar los procedimientos de manera legible y en forma individual.</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes entregaran la solución de los problemas consignando sus datos respectivos.</p>	Ficha de trabajo (Problemas resueltos)	20 min
		Ficha de trabajo (Problemas propuestos)	50 min
<b>Cierre</b>	<p>Los estudiantes juntamente con el docente arriban a las siguientes conclusiones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ El perímetro de una figura plana es la suma de las longitudes de sus lados.</li> <li>✓ El área de una figura corresponde a la medida de la superficie que dicha figura ocupa.</li> </ul> <p>Metacognición</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué aprendí hoy?</li> <li>✓ ¿Cómo usamos el cálculo de áreas en la vida cotidiana?</li> <li>✓ ¿Qué dificultades encontraste y cómo pudiste superarlo?</li> <li>✓ ¿cómo te sentiste en clases?</li> </ul> <p>El docente solicita a los estudiantes que resuelvan en casa de manera autónoma los problemas que no fueron resueltos en clase.</p>	Cuaderno	10 min

EVALUACION		
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS
Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	✓ Calcula el perímetro y área de figuras poligonales regulares y compuestas, triángulos, círculos componiendo y descomponiendo en otras figuras cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros.	✓ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 13, 14
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	✓ Describe el desarrollo de prismas, pirámides y conos considerando sus elementos.	✓ 9, 10, 15

## Ficha de trabajo: “Importancia del calentamiento muscular previo a realizar un deporte”

El profesor de Educación Física planificó realizar partidos de fútbol y vóley para la sesión de hoy día, pero antes les pide a sus estudiantes que den 3 vueltas alrededor de uno de los campos de su preferencia, como parte del calentamiento de rutina.



Responde las siguientes preguntas:

1. ¿En cuál de los campos corren menos distancia?  
\_\_\_\_\_
2. ¿Cuál de los dos campos te parece que ocupa más espacio dentro de la escuela?  
\_\_\_\_\_
3. ¿Qué otras medidas podría tener un campo que ocupe el mismo espacio que el campo 1?  
\_\_\_\_\_

### Aprendemos

Respecto a la situación planteada en el texto “Importancia del calentamiento muscular previo a realizar un deporte”, tenemos que tener en cuenta que los campos deportivos presentados son regiones de forma rectangular. El espacio que ocupan estos campos —y cualquier otra forma— se conoce como superficie, y a su contorno se le llama perímetro.

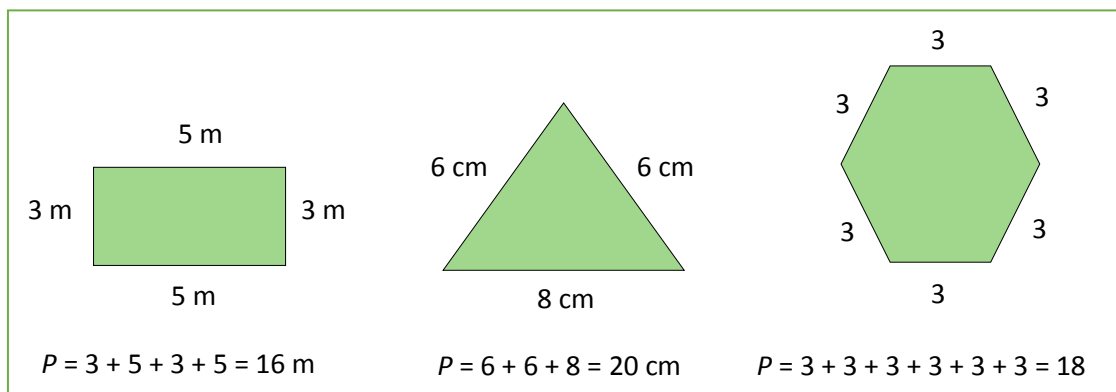
Es importante que realicemos varios ejemplos con dimensiones diferentes para que nos demos cuenta de cuál es la relación que hay entre el perímetro de una forma y el espacio que esta ocupa.

También es necesario conocer:

### Perímetro

El perímetro ( $P$ ) de un polígono es la suma de las longitudes de sus lados.

Ejemplos:



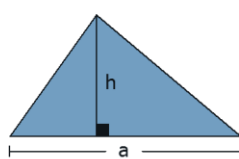
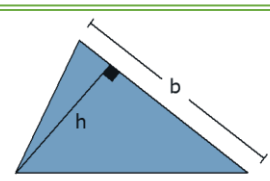
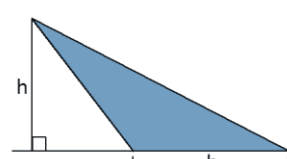
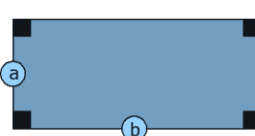
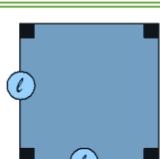
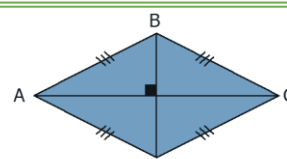
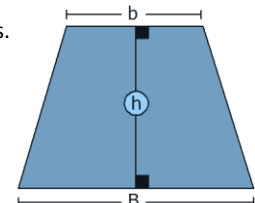
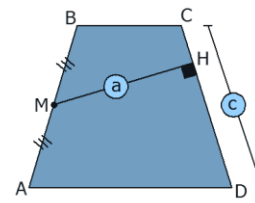
## Área

El área de una superficie es un número que indica las veces que una cierta unidad de superficie está contenida en la superficie total.

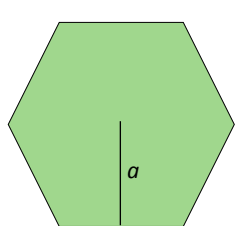
Para medir superficies, las unidades se usan elevadas al cuadrado. Su nombre y valor se derivan de las unidades de longitud; por ejemplo, si la medida es un cuadrado de 1 cm por lado, se denomina 1 cm<sup>2</sup> y se lee *un centímetro cuadrado*.

Como ya dijimos, el área es la medida de una superficie y, por lo tanto, se expresa en unidades cuadradas del sistema métrico decimal, como el mm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, dm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>, hm<sup>2</sup>, km<sup>2</sup>.

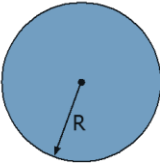
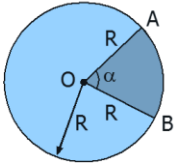
Veamos algunas fórmulas de regiones notables:

Área de la región triangular		
 $A = \frac{a \cdot h}{2}$	 $A = \frac{b \cdot h}{2}$	 $A = \frac{b \cdot h}{2}$
Rectángulo	Cuadrado	Rombo
 $A = a \times b$	 $A = l^2$	 $A = \frac{(AC)(BD)}{2}$
Trapecio		
<p>En el trapecio, B y b son bases.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <math display="block">A = \frac{(B + b)}{2} h</math> </div> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="font-size: small;"> <p><math>\overline{BC} // \overline{AD}</math>  M → punto medio de <math>\overline{AB}</math>  <math>\overline{MH} \perp \overline{CD}</math>  ⇒ <math>A = a \times c</math></p> </div> </div>		

Otras fórmulas importantes:

Polígono regular	
	$A = \frac{p \cdot a}{2}$ <p><math>p</math> = perímetro  <math>a</math> = apotema</p>

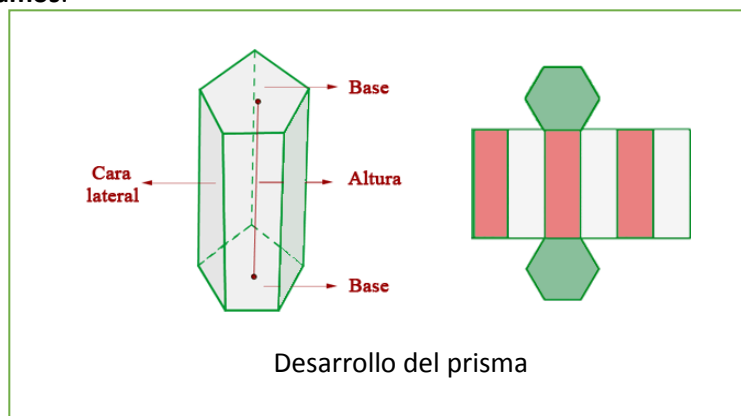


Área del círculo	Área del sector circular
$A = \pi \cdot R^2$ $\pi = 3,1416$ 	$A = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$ 

Veamos algunos sólidos geométricos con sus elementos y su respectivo desarrollo.

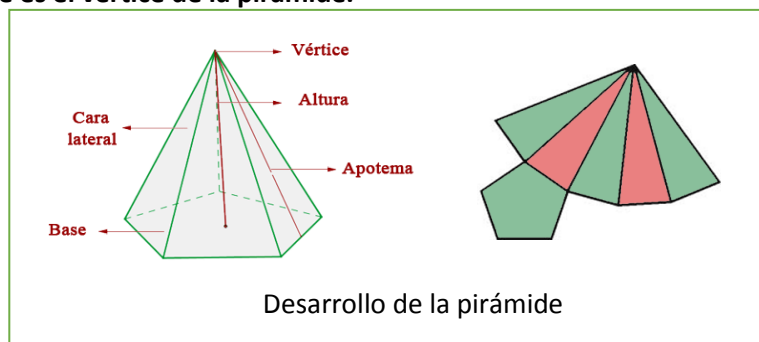
### Prismas

Los **prismas** son **poliedros** que tienen **dos caras paralelas e iguales** llamadas **bases**, y **caras laterales** que son **paralelogramos**.



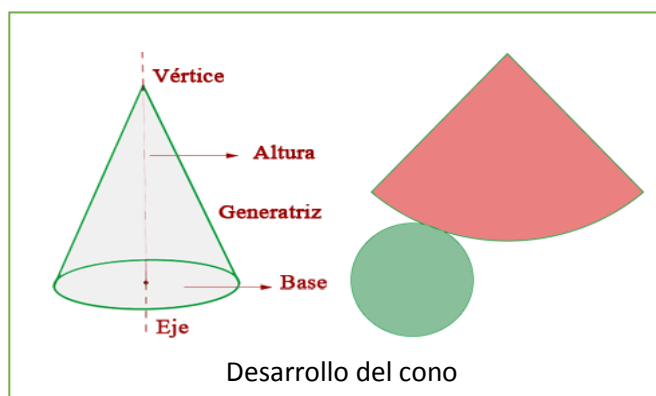
### Pirámides

Son **poliedros** cuya base es un **polígono cualquiera** y cuyas **caras laterales** son **triángulos** con un **vértice común**, que es el **vértice de la pirámide**.



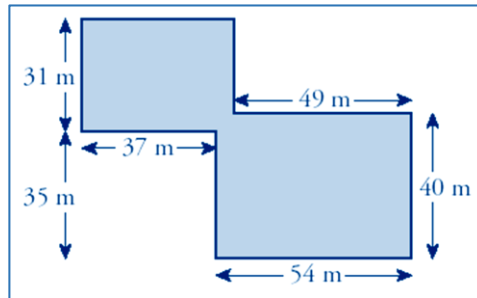
### Cono

Es el cuerpo de revolución obtenido al hacer girar un **triángulo rectángulo** alrededor de uno de sus **catetos**.

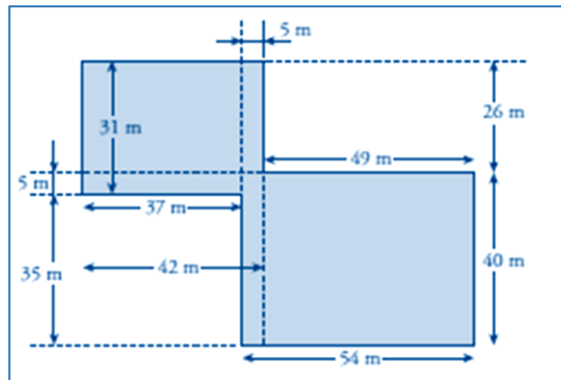


**Analizamos**

1. El siguiente gráfico representa los patios de una institución educativa. A Daniel, un estudiante de segundo grado, le han dejado como actividad que calcule el área total de los patios. ¿Cuánto mide dicha superficie?



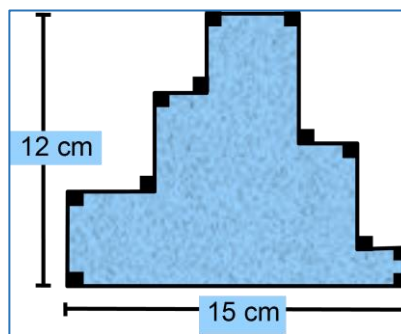
**Resolución**



$$A = 42 \times 31 + 54 \times 40 - 5^2 = 3437 \text{ m}^2$$

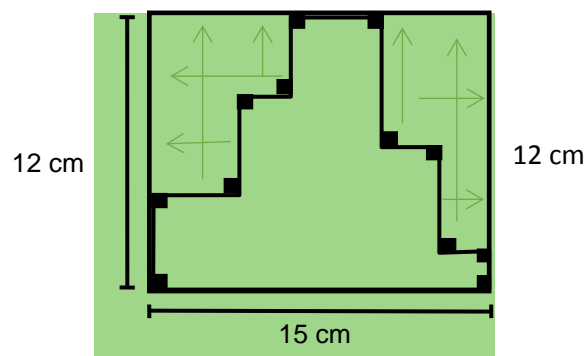
$$P = 54 + 40 + 49 + 26 + 42 + 31 + 37 + 35 = 314 \text{ m}$$

2. ¿Cuál es el perímetro de la región sombreada?



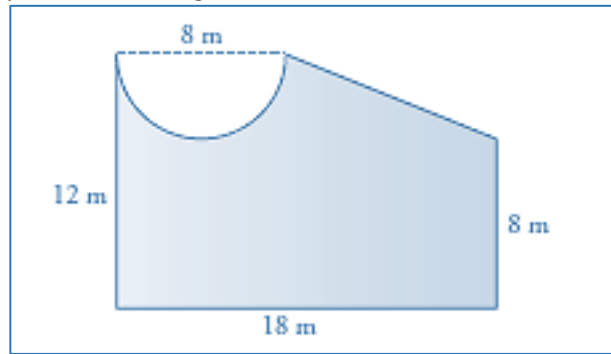
**Resolución**

Trasladando los lados de la figura, se llega a obtener un rectángulo. Luego, sumando sus lados, obtenemos el perímetro pedido. 15 cm



$$P = 12 + 15 + 12 + 15 = 54 \text{ m}$$

3. Calcula el perímetro y el área de la figura sombreada.



**Resolución**

$$x = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116} \approx 10,77 \text{ m}$$

$$A_{\text{RECTÁNGULO}} = 18 \cdot 8 = 144 \text{ m}^2$$

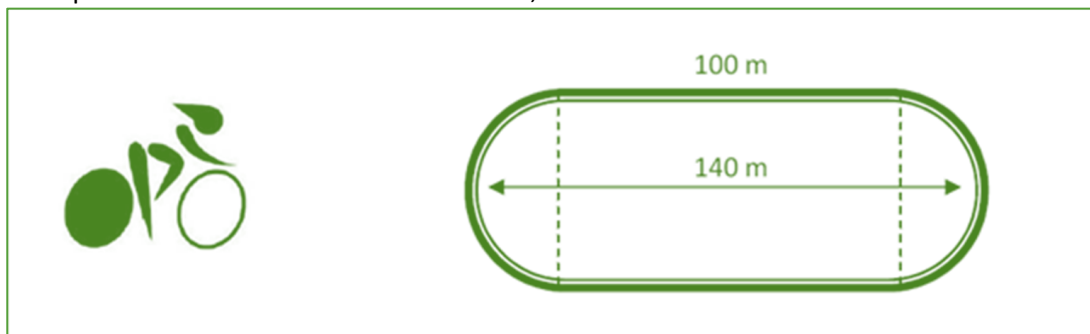
$$A_{\text{TRAPECIO}} = \frac{8 + 18}{2} \cdot 4 = 52 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{1/2 CÍRCULO}} = \frac{\pi \cdot 4^2}{2} \approx 25,12 \text{ m}^2$$

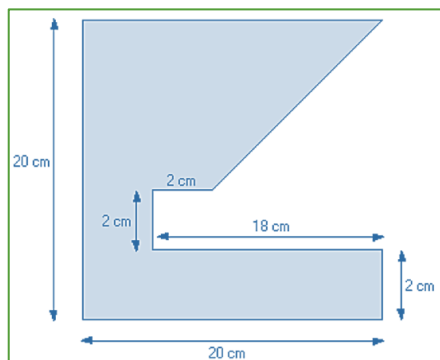
$$A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{RECTÁNGULO}} + A_{\text{TRAPECIO}} - A_{\text{1/2 CÍRCULO}} = 144 + 52 - 25,12 = 170,88 \text{ m}^2$$

$$P = 18 + 8 + 10,77 + \frac{2\pi \cdot 4}{2} + 12 \approx 61,33 \text{ m}$$

4. María entrena con su bicicleta en un campo de deportes que tiene las medidas del siguiente gráfico. Su entrenador le dice que tiene que hacer 12 km sin parar. ¿Cuántas vueltas tiene que dar al campo de entrenamiento? Considera  $\pi = 3,14$ .

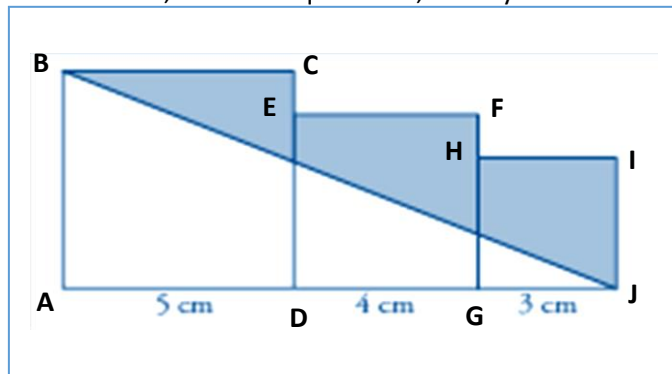


5. Calcular el área de la región sombreada.

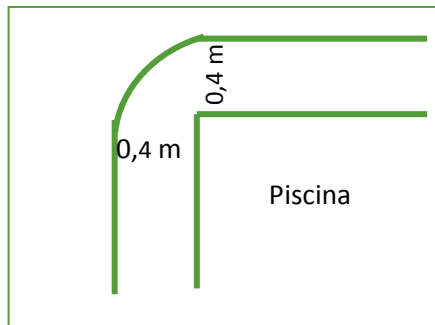


**Practicamos**

1. Calcula el área de la zona coloreada, si se sabe que  $ABCD$ ,  $DEFG$  y  $GHIJ$  son cuadrados.

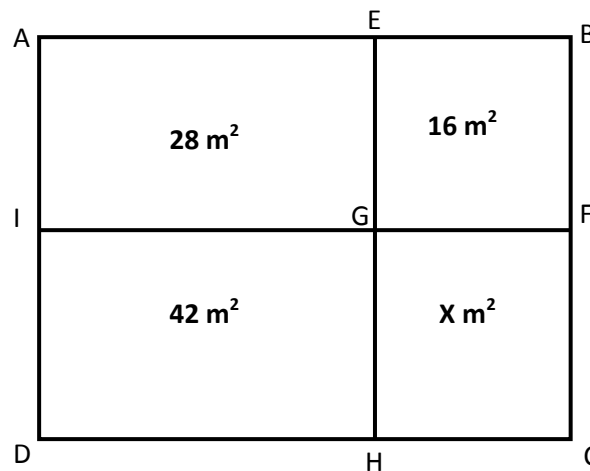


2. Una piscina rectangular de 10 m de largo por 5 m de ancho está rodeada por un paseo de 40 cm. ¿Cuánto mide el borde exterior del paseo? Considera  $\pi = 3,14$ .



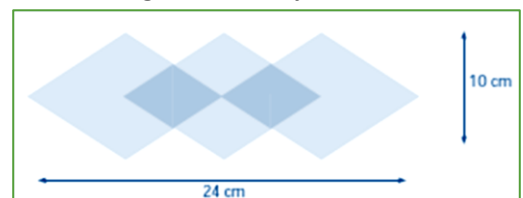
3. Sea el rectángulo  $ABCD$  y el cuadrado  $EBFG$ , calcular el área de la región de forma rectangular  $GFCH$ .

- a.  $24 \text{ m}^2$
- b.  $16 \text{ m}^2$
- c.  $28 \text{ m}^2$
- d.  $44 \text{ m}^2$



4. La chompa de Teresa tiene un dibujo de rombos como el de la figura. La franja mide 24 cm de largo y 10 cm de ancho. Calcula el área total de la figura.

- a.  $240 \text{ cm}^2$
- b.  $34 \text{ cm}^2$
- c.  $150 \text{ cm}^2$
- d.  $90 \text{ cm}^2$



5. Un salón cuadrado tiene una superficie de  $50 \text{ m}^2$ . Si se ha embaldosado con losetas cuadradas de 25 cm de lado, ¿cuántas losetas son necesarias?

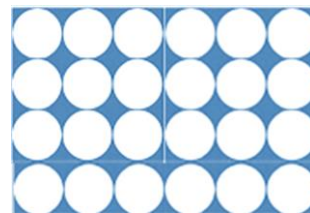
- a. 800 losetas.
- b. 1250 losetas.
- c. 400 losetas.

- d. 50 losetas.
6. Para cubrir un patio rectangular, se han usado 540 baldosas de  $600 \text{ cm}^2$  cada una. ¿Cuántas baldosas cuadradas de 20 cm de lado serán necesarias para cubrir el patio idéntico?
- 810 baldosas de 20 cm de lado.
  - 600 baldosas de 20 cm de lado.
  - 540 baldosas de 20 cm de lado.
  - 20 baldosas de 20 cm de lado.
7. Lucía está haciéndose una bufanda de rayas transversales de muchos colores. La bufanda mide 120 cm de largo y 30 cm de ancho y cada franja mide 8 cm de ancho. ¿Cuántas rayas de colores tiene la bufanda?
- 8 colores.
  - 15 colores.
  - 120 colores.
  - 40 colores.

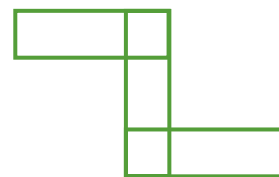
8. El perímetro del cuadrado interior es de 32 cm. Calcula el perímetro del cuadrado exterior.
- 128 cm
  - 64 cm
  - 32 cm
  - 182 cm



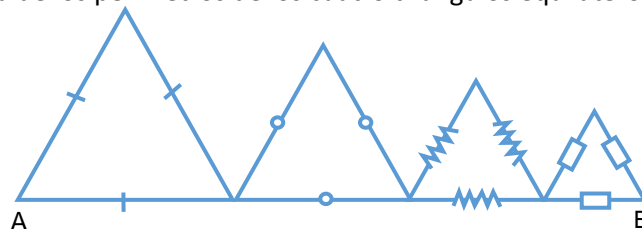
9. Después de sacar las latas de leche de una caja, las marcas que quedan al fondo de esta tienen forma circular de 7,4 cm de diámetro cada uno. Calcula el área de la región sombreada. Considerar  $\pi = 3,14$ .
- $2346 \text{ cm}^2$
  - $828,48 \text{ cm}^2$
  - $282,48 \text{ cm}^2$
  - $1314,24 \text{ cm}^2$



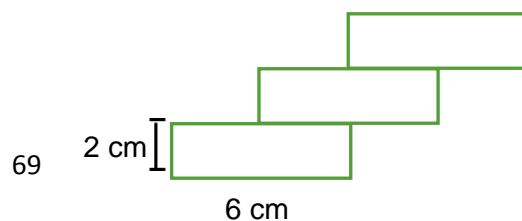
10. Tres rectángulos de 7 cm de largo y 2 cm de ancho se han superpuesto de la manera que se indica en la figura. ¿Cuál es el perímetro de la figura resultante?
- 28 cm
  - 38 cm
  - 30 cm
  - 50 cm



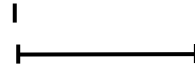
11. Si  $AB = 40 \text{ m}$ , calcula la suma de los perímetros de los cuatro triángulos equiláteros.
- 160 m
  - 180 m
  - 120 m
  - 480 m



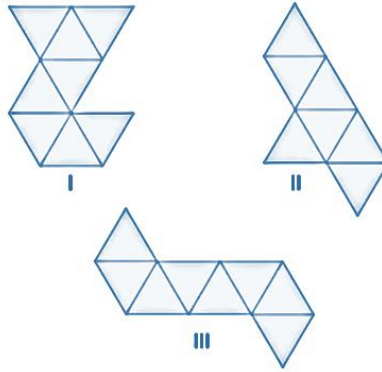
12. En la figura existen 3 rectángulos iguales. Calcular el perímetro de la figura si el extremo de uno coincide con el centro del otro.
- 36 cm
  - 38 cm
  - 32 cm



d. 30 cm

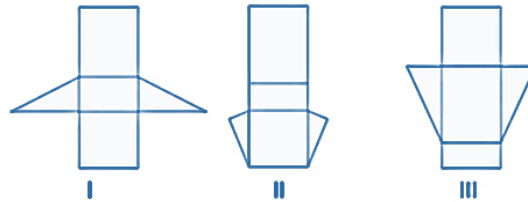


13. ¿Cuál o cuáles de los siguientes desarrollos forman un sólido geométrico?



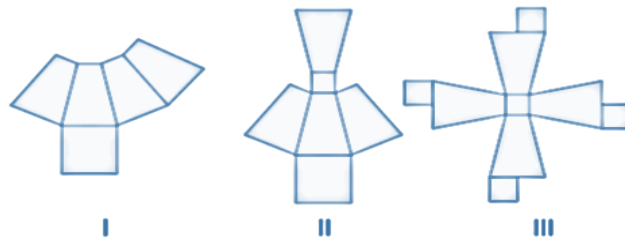
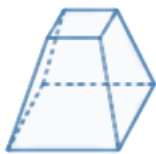
- a. Solo I.      b. Solo II.      c. Solo III.      d. I y III.

14. ¿Cuáles de los desarrollos corresponden al sólido mostrado?



- a. Solo I.      b. Solo II.      c. Solo III.      d. II y III.

15. ¿Cuáles de los desarrollos corresponden al sólido mostrado?



- a. I y III.      b. I y II.      c. Solo III.      d. II y III.

## SESIÓN DE REFUERZO N° 7

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Visitando el famoso parque de las leyendas”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	14 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Expresa diseños de planos a escala con regiones y formas.</li> <li>➤ Diferencia y usa planos o mapas a escala al plantear y resolver problemas.</li> </ul>
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Usa estrategias y procedimientos relacionados a la proporcionalidad entre las medidas de lados de figuras semejantes al resolver problemas con mapas o planos a escala, usando recursos gráficos y otros.</li> </ul>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Justifica la localización de cuerpos a partir de sus coordenadas (con signo positivo y negativo).</li> </ul>

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
<b>Inicio</b>	<p>1. El docente saluda a los estudiantes, les da la bienvenida, luego, escribe en la pizarra: <b>¿Saben ustedes cuál es la utilidad de un mapa?</b> y solicita a los estudiantes que manifiesten sus opiniones, de esta manera los motiva a la reflexión para tomar decisiones sobre los conceptos. El docente anota las participaciones espontáneas.</p> <p>2. A continuación, se da lectura a la información de la ficha y el docente vuelve a preguntar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué utilidad se le puede dar a un mapa?</li> <li>• ¿Qué es un plano cartesiano?</li> <li>• ¿Qué es una escala?</li> <li>• ¿Qué indica el origen de coordenadas?</li> </ul> <p>Los estudiantes contestan a manera de lluvia de ideas y el docente toma nota de las participaciones voluntarias.</p> <p>3. Se pide a los estudiantes que se organicen en pares, que observen la imagen presentada y resuelvan la situación presentada en la ficha.</p> <p><i>Al ingresar Antonio al Parque de Las Leyendas le reparten a modo de volante un mapa de todo el lugar como se muestra inicialmente, donde cada cuadrícula que se forma tiene 20m por cada lado. ¿A qué distancia se encuentra el auditorio central de la entrada?</i></p> <p>Los estudiantes usando criterio de conversión de unidades de longitud además de proporcionalidad o empleando cualquier otro</p>	<p>Pizarra, plumones Ficha de trabajo</p> <p>Imagen digital</p>	20 min

	<p>método hacen el respectivo cálculo; dialogan y escriben sus respuestas en papelógrafos, luego los colocan en la pizarra. (Todos los grupos deben de desarrollar todas las preguntas en las fichas de trabajo).</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: <b>Plantear conjeturas respecto a planos y escalas a partir de ejemplos de la vida real, así mismo su respectiva interpretación, y el uso del plano cartesiano.</b></p>	papelografos, plumones, masking.	
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>En esta sección, el docente indica que en equipo de cuatro estudiantes desarrollen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la ficha. Luego de analizar el texto, verifican que las respuestas dadas en la situación inicial sean las correctas.</p> <p>El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende asociar la teoría básica de mapas y escala con las preguntas realizadas.</p> <p>Además el docente plantea la siguiente interrogantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <b>Para realizar el plano de una casa ¿Qué medidas se usa?</b></li> <li>✓ <b>¿Para qué se utiliza las escalas?</b></li> <li>✓ <b>¿En alguna oportunidad has hecho el uso de un mapa? ¿En qué situaciones?</b></li> </ul> <p>Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>A continuación en equipos de 4 estudiantes, y conjuntamente con el docente desarrollan cada uno de los ejemplos, prestando mucha atención en lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que se plantea, para luego explicárselo a sus otros 3 compañeros (Estrategia del Especialista). El docente realiza un acompañamiento a los estudiantes con preguntas reflexivas para la comprensión de los problemas resueltos y los aprendizajes esperados y si es necesario puede explicar o resolver alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán 10 problemas propuestos como mínimo, se recomienda desarrollar los números <b>1, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12 y 14.</b></p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz 2B y borrador. La sección practicamos se desarrolla de manera individual.</p> <p>El docente realiza un acompañamiento a sus estudiantes monitoreando el trabajo, absolviendo dudas o afirmando conceptos Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de respuestas con sus datos respectivos.</p>	<p>Teoría básica de la Ficha</p> <p>Ficha</p> <p>Ficha de trabajo problemas resueltos</p> <p>Problemas propuestos de la Ficha</p>	<p>20 min</p> <p>20 min</p> <p>50 min</p>



<b>Cierre</b>	<p>Para el cierre de la sesión se realiza las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cómo te has sentido con la sesión realizada?</li> <li>✓ ¿Qué conocimientos nuevos aprendiste en esta sesión?</li> <li>✓ ¿Qué parte de los temas te ha parecido más complicado? ¿Qué hiciste para superarlo?</li> <li>✓ ¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de cada uno de los problemas?</li> <li>✓ De la situación inicial: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Habrá otra forma de calcular la distancia ente la puerta de ingreso y el auditorio central?</li> <li>- ¿Se podrá determinar aproximadamente el perímetro que tiene la “Laguna recreativa”?</li> </ul> </li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El plano cartesiano nos sirve para ubicar ciertos objetos respecto a un punto de referencia.</li> <li>➤ El punto de referencia es el origen de un plano cartesiano.</li> <li>➤ El mapa es una representación de algún territorio sobre un papel en forma proporcional.</li> <li>➤ La escala es la relación que existe entre la realidad y el dibujo que la representa.</li> </ul>	Cuaderno	10 min
---------------	--	----------	--------

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Expresa diseños de planos a escala con regiones y formas.</li> <li>➤ Diferencia y usa planos o mapas a escala al plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 8,10,12</li> <li>✓ 3,4,6,7</li> </ul>
Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Usa estrategias y procedimientos relacionados a la proporcionalidad entre las medidas de lados de figuras semejantes al resolver problemas con mapas o planos a escala, usando recursos gráficos y otros.</li> </ul>	✓ 5,9,11,13,14, 15
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Justifica la localización de cuerpos a partir de sus coordenadas (con signo positivo y negativo).</li> </ul>	✓ 1, 2

## Ficha de trabajo: “Visitando el famoso parque de las leyendas”

Aprovechando las vacaciones de medio año Antonio y su familia fueron de paseo al parque de las leyendas en la ciudad de Lima y al ingresar encontraron un letrero con el mapa del parque.



[http://www.leyendas.gob.pe/patpal/pdf/mapa\\_del\\_parque\\_de\\_las\\_leyendas\\_2015.pdf](http://www.leyendas.gob.pe/patpal/pdf/mapa_del_parque_de_las_leyendas_2015.pdf)

- |                              |                                    |                       |
|------------------------------|------------------------------------|-----------------------|
| A. Ingreso y estacionamiento | G. Acuario de peces                | L. Espejo de agua     |
| B. Mesa de partes            | H. Museo Kallinowsky               | M. Sallqa Yachay Wasi |
| C. Boleterías                | I. Museo de Sitio Ernst Middendorf | N. Boletería de botes |
| D. Garita de control         | J. Felinario                       | O. Zona de juegos     |
| E. Mina modelo               | K. Museo del petróleo              | P. Caballero Carmelo  |
| F. Auditorio Chabuca G.      |                                    | Q. Auditorio central  |

### Responde las siguientes preguntas

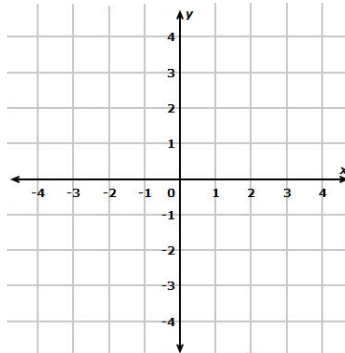
- ¿Qué utilidad se le puede dar al mapa? \_\_\_\_\_
- ¿Qué es un plano cartesiano? \_\_\_\_\_
- ¿Qué es una escala? \_\_\_\_\_
- ¿Qué indica el origen de coordenadas? \_\_\_\_\_
- En el mapa que le entregaron a Antonio al ingresar al parque, cada cuadrícula que se forma equivale a 20 m por lado. ¿A qué distancia se encuentra el auditorio central de la entrada?  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

## **APRENDEMOS**

La situación planteada involucra interpretar la escala de un mapa mediante la proporcionalidad, así como también conocer un punto de referencia para conocer distancias y ubicarnos dentro de un plano en nuestra vida real. Para esto reconozcamos algunos conceptos que nos ayudarán a comprender mejor la situación.

### **¿Qué es un plano cartesiano?**

El plano cartesiano está formado por dos rectas numéricas perpendiculares que se cortan en un punto llamado origen, la recta horizontal la cual es el eje  $x$ , tiene el nombre de abscisas y la recta vertical la cual es el eje  $y$ , tiene el nombre de ordenadas; la finalidad del plano cartesiano es describir la posición de los puntos los cuales se representan por coordenadas o pares ordenados, un par ordenado está dado por  $P(x;y)$ .



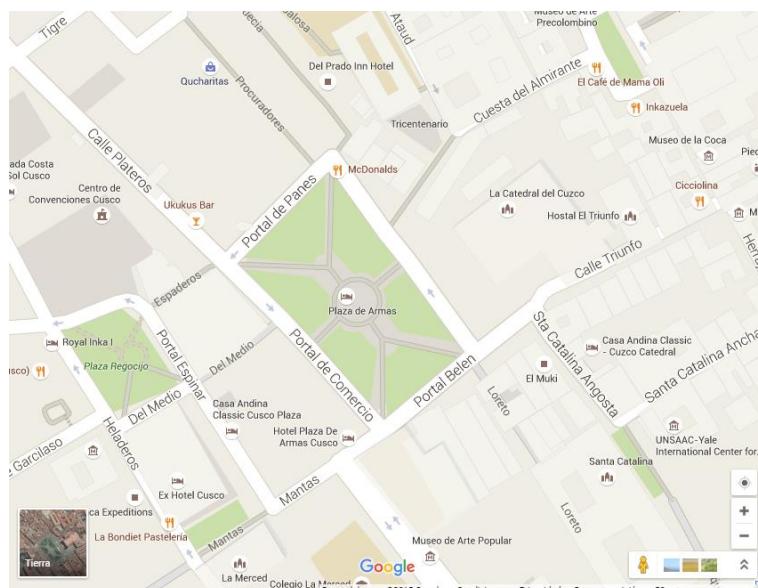
El plano cartesiano tiene cuatro cuadrantes, en el primer cuadrante se ubican los "X" positivos y "Y" positivos, en el segundo cuadrante se ubican los "X" negativos y "Y" positivos, en el tercer cuadrante ambos son negativos y en el cuarto cuadrante se ubican los "X" positivos y los "Y" negativos.

### **¿Qué es un punto de referencia?**

La idea que se tiene de punto de referencia es asociado al lugar que ocupa un observador dentro de un cierto espacio, también es una indicación que permite conocer una posición.

### **¿Qué es un mapa?**

Es un dibujo o esquema que representa a un territorio sobre una determinada superficie en dos dimensiones la cual tradicionalmente es plana como un papel, aunque también puede ser esférica tal como un globo terráqueo. Por ejemplo, nuestro planeta puede ser dibujado en un plano (como el mapamundi). Los mapas ayudan a medir superficies y distancias con gran exactitud; permiten que una persona se ubique en un territorio y pueda saber qué caminos son los mejores para llegar a un destino específico. El territorio representado en el mapa y el territorio real guardan una semejanza, por lo que sus medidas son proporcionales a una escala particular.



### ¿Qué es una escala?

Es la relación entre el mapa y la realidad, como es imposible hacer mapas con las mismas dimensiones que la realidad, se utilizan las escalas que son una relación matemática entre su dimensión real y el mapa. Con la escala se puede saber cuánto se redujo la representación de un lugar para mostrarlo en un mapa, y nos permite calcular las distancias verdaderas del lugar.

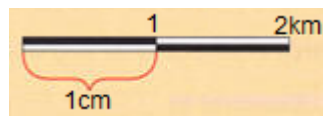
La escala puede representarse de dos maneras, de forma numérica y de forma gráfica.

### ESCALA NUMÉRICA

Indica la cantidad de veces que tendría que aumentar el mapa para que tuviese el tamaño real. Se expresa con un número o una fracción. Por ejemplo la escala 1:100 se lee “uno a cien”, indica una reducción de la realidad del mapa de cien veces en el mapa.

### ESCALA GRÁFICA

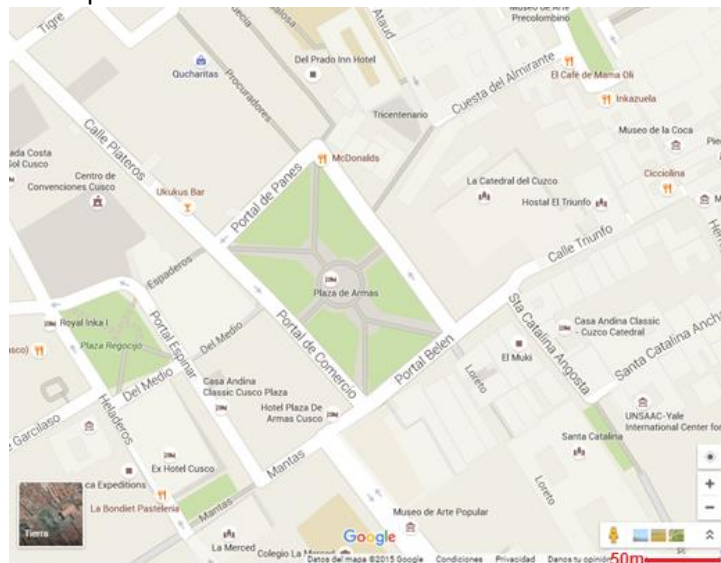
Es una línea recta dividida en unidades iguales, que pueden ser centímetros, pulgadas u otra medida. Cada unidad de la escala gráfica equivale a determinada distancia del lugar real.



Según esta escala, cada centímetro del mapa será equivalente a 1km.

### ANALIZAMOS

1. Se desea poner flores alrededor de toda la plaza de armas de esta ciudad. Según el siguiente mapa, ¿cuál es el perímetro de la plaza?



### Resolución:

En la parte inferior derecha del mapa se indica una escala, donde ese segmento mide \_\_\_\_\_ y eso equivale a \_\_\_\_\_ en la vida real.

Se sabe que 1m = \_\_\_\_\_ cm

Por lo que 50m = \_\_\_\_\_ cm

Entonces 1cm en el mapa equivale a \_\_\_\_\_ en la vida real.

Por lo que la escala es \_\_\_\_\_ :

Midiendo el perímetro del parque en el mapa resulta \_\_\_\_\_ por lo que en la vida real será \_\_\_\_\_ cm y para convertir a metros se divide entre \_\_\_\_\_ y se obtiene: \_\_\_\_\_

2. La distancia que hay entre la Tierra y el Sol es 149 600 000km y la distancia de la Tierra a la Luna es 384 400km. Si desea realizar un dibujo con las distancias proporcionales. Para ello, se ubica a la Luna en un punto L y la Tierra en un punto T separados por 1mm. ¿A qué distancia en centímetros se colocará la Tierra del Sol, punto S, sabiendo que la Luna se encuentra entre ambos?

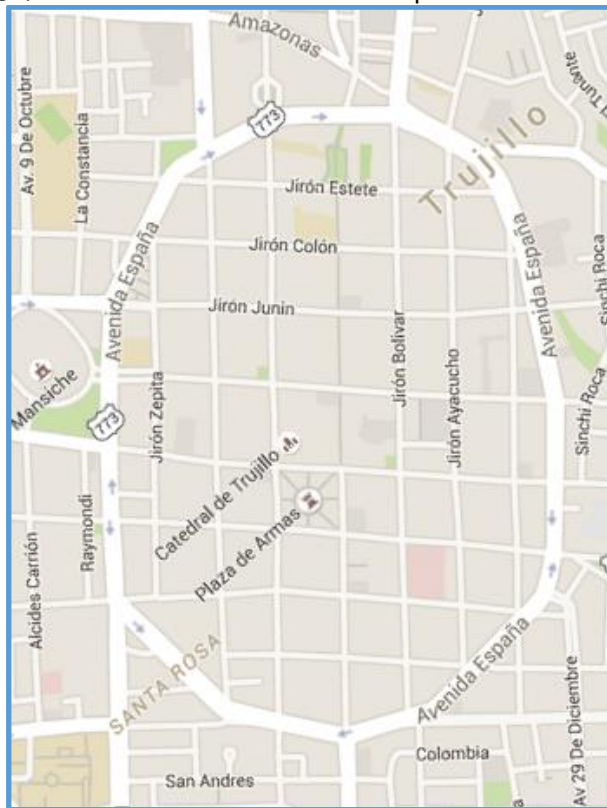
**Resolución:**

La escala es una proporción entre las distancias reales y las hechas en el dibujo, por lo que:

$$\frac{\boxed{\phantom{000000}}}{\boxed{\phantom{000000}}} = \frac{\boxed{ST}}{\boxed{\phantom{000000}}}$$

Se eliminan las unidades de km y ST = \_\_\_\_\_ mm, como 1cm = \_\_\_\_\_ mm  
 Entonces se dividirá entre \_\_\_\_\_ y ST = \_\_\_\_\_ cm

3. En la ciudad de Trujillo, Enrique se tiene que encontrar con su primo Felipe que viene desde Pucallpa y no conoce el lugar. Felipe le indica que se encuentra en la Catedral de Trujillo y que debe hacer para llegar a su casa para luego conocer el Estadio Mansiche. Si Enrique vive en el cruce de la Av. España y Jirón Colón. ¿Qué indicaciones le debe dar a su primo?



**RESOLUCIÓN:**

Primero que la catedral sea su punto de referencia u origen de coordenadas.

Que a cada cuadra le corresponde un número, y que su casa se ubique en el par ordenado (\_\_\_\_;\_\_\_\_).

Si quiere conocer primero el Estadio Mansiche debe seguir las coordenadas (\_\_\_\_;\_\_\_\_)

Si primero llega a la casa de su primo y toma como punto de referencia dicha casa. Las coordenadas para llegar al estadio sería (\_\_\_\_;\_\_\_\_)

4. Sara tiene que exponer sobre geografía por lo que debe dibujar un mapa para su exposición. El dibujo que tiene se encuentra en una hoja de 20cm x 15cm en forma vertical y lo tiene que dibujar en un papelógrafo de tamaño 100cm x 70cm. ¿Qué se recomendaría para que su dibujo sea semejante al original? ¿Cuál es la escala que se debería utilizar? ¿Cuánto de espacio le debe sobrar para el título?

**RESOLUCIÓN:**

Se le recomendaría realizar cuadrículas en el dibujo y luego en forma proporcional en el papelógrafo. Luego mirar las proporciones de la hoja donde se encuentra el dibujo y el papelógrafo

$$\frac{\boxed{\phantom{00}}}{20\text{cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{y} \quad \frac{\boxed{\phantom{00}}}{15\text{cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

De estos resultados se escogerá convenientemente el menor número entero entre ellos, por lo que sería           

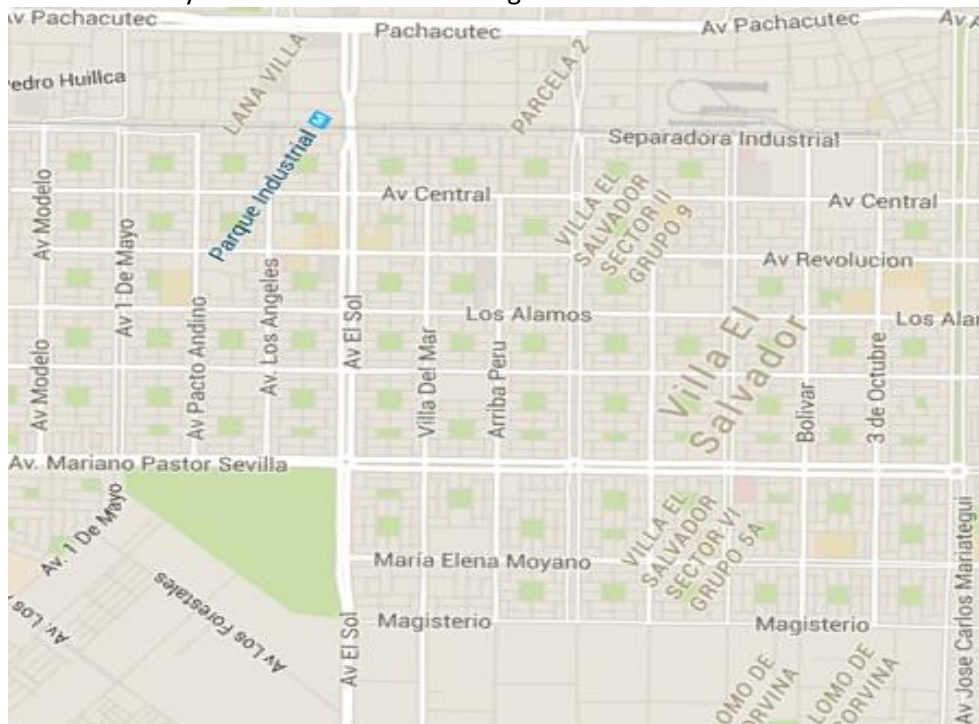
Por lo que la escala sería de 1:           

Entonces la altura del dibujo tendrá un tamaño de 20 x            =           

Por lo tanto tendrá un espacio de 100cm –            =            cm para el título.

### PRACTICAMOS

1. En el siguiente mapa se presenta un pequeño territorio del Distrito de Villa el Salvador, Provincia de Lima. Si se toma como punto de referencia el cruce de la Av. Mariano Pastor Sevilla y Av. El Sol. ¿En qué cuadrante se encuentra el parque industrial y cuál sería la coordenada del cruce de la Av. Separadora Industrial y la Av. José Carlos Mariátegui?



- a) I Cuadrante – (8;5)
  - b) II Cuadrante – (8;5)
  - c) I Cuadrante – (5;8)
  - d) II Cuadrante – (5;8)
2. Si los números correspondientes a un par ordenado son negativos, **¿en qué cuadrante del plano cartesiano se encuentran?**  
\_\_\_\_\_
  3. En un mapa a escala 1: 60000 la distancia entre dos pueblos es 12 cm. **¿Cuál será la distancia real?**  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
  4. De la pregunta anterior si la distancia entre dos pueblos es 3km. **¿A qué distancia se encontrarán en el mapa?**

- a) 3cm
- b) 4cm
- c) 5cm
- d) 6cm

5. Si en el plano de una habitación de 9m de largo y 6m de ancho, el largo de la habitación mide 12cm. ¿Cuánto medirá el ancho?

- a) 6cm
- b) 8cm
- c) 10cm
- d) 12cm

6. En un mapa de América del sur construido a escala de 1:84000000 la mayor distancia de norte a sur corresponde a dos puntos situados a 120mm, y la mayor distancia de este a oeste corresponde a 100mm aproximadamente. ¿Cuántos kilómetros representan estas distancias?

---



---

7. Una célula humana mide 4 millonésimas de metro de diámetro, y en la pantalla de un microscopio electrónico se ve con un diámetro de 2cm. ¿Qué escala se ha empleado?

---



---

8. Determina la escala que se aplica cuando se hace una fotocopia reducida al 25%.

- a) 1:4
- b) 1:5
- c) 1:25
- d) 1:100

9. Desde una vista aérea se toma una foto a las líneas de Nazca, sabiendo que el largo del colibrí es 260m. ¿Cuánto es la distancia más corta entre el mono y la plaza de armas?



- a) 1,5km
- b) 1km
- c) 2,5km
- d) 2km

10. En un dibujo de escala 1:3. ¿En cuánto varía el área con respecto al original?

- a) Disminuye a su tercera parte

- b) Disminuye a su sexta parte
- c) Disminuye a su novena parte
- d) Disminuye a veintisieteava parte.

11. En el mapa del Perú durante el Virreinato tomando como punto de referencia la ciudad de Tarma. ¿Cuántas ciudades se muestran en el cuarto cuadrante?



- a) 1
- b) 4
- c) 5
- d) 8

12. ¿Cuál escala que se encuentran estos mapas?



- a) 1:1
- b) 1:2
- c) 1:4
- d) 1:8

13. Haciendo el uso de una regla ¿Cuál es la escala utilizada en la siguiente imagen sabiendo que el ancho de la casa es 8m?





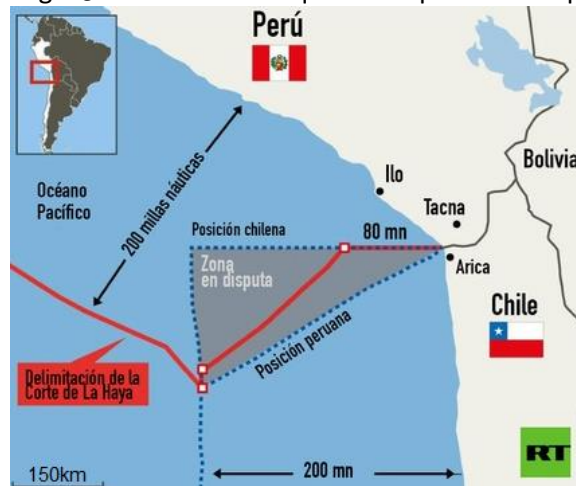
- a) 1:100
- b) 1:150
- c) 1:200
- d) 1:250

14. Siendo la medida de la cama grande 2m x 2m. ¿Cuál es el área de la casa?



- a) 58m<sup>2</sup>
- b) 77m<sup>2</sup>
- c) 98m<sup>2</sup>
- d) 117m<sup>2</sup>

15. Haciendo el uso de una regla ¿Cuál es la escala que corresponde al mapa?




- a) 1:100 000
- b) 1:1 000 000
- c) 1:10 000 000
- d) 1:100 000 000

## SESIÓN DE REFUERZO N° 8

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Las figuras geométricas en nuestro uso cotidiano”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	16 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	➤ Describe las relaciones de paralelismo y perpendicularidad en polígonos regulares y compuestos, y sus propiedades usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	➤ Plantea conjeturas para reconocer las propiedades de los lados y ángulos de los polígonos regulares. ➤ Justifica enunciados relacionados a ángulos formados por líneas perpendiculares y oblicuas a rectas paralelas.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	➤ Emplea las propiedades de los lados y ángulos de polígonos regulares al resolver problemas.

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>1. El docente saluda a los estudiantes, les da la bienvenida, luego, presenta en la pizarra: <b>¿Cuál es la necesidad de haber empleado figuras geométricas en vestimentas antiguas y en la actualidad?</b> y se solicita a los estudiantes que manifiesten sus opiniones, de esta manera los motiva a la reflexión sobre los criterios pertinentes para tomar decisiones. El docente anota las participaciones espontáneas en la pizarra para luego formalizar las ideas.</p> <p>2. A continuación, se da lectura a la información de la ficha y volvemos a preguntar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿En qué regiones se desarrollaron las culturas Nazca y Wari?</li> <li>• ¿Qué diseños tienen en común los ponchos actuales y los uncu?</li> <li>• ¿Cuántos lados tienen las figuras del uncu?</li> </ul> <p>Los estudiantes contestan a manera de lluvia de ideas y el docente toma nota de las participaciones voluntarias.</p> <p>3. Se pide a los estudiantes que se organicen en pares, que observen la imagen presentada y resuelvan la situación problemática presentada en la ficha de trabajo.</p> <p>- En un poncho se desea realizar un diseño por el ancho de manera horizontal, donde los lados de las figuras son de la misma medida. ¿Cuánto será la medida del ancho del poncho si se sabe que hay diez figuras de lado 4cm ?</p> 	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Ficha de trabajo</p> <p>Imagen digital</p>	15 min

	<p>El docente les dice a los estudiantes que hagan sus cálculos solo en un hexágono.</p> <p>Los estudiantes, organizados en pares, dialogan y escriben sus respuestas en papelógrafos, luego los colocan en la pizarra. (Todos los grupos deben de desarrollar todas las preguntas en las fichas de trabajo).</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: <b>Describe las relaciones de paralelismo y perpendicularidad en polígonos regulares y compuestos, y el empleo de las propiedades de los polígonos.</b></p>	papelógrafos, plumones, masking.	
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>En esta sección, el docente indica a los estudiantes que formen grupo de cuatro estudiantes, luego desarrollen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la ficha. Luego de analizar el texto, verifican que las respuestas dadas en la situación inicial sean las correctas. El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende asociar la teoría básica paralelismo, perpendicular y propiedades de polígonos con las preguntas realizadas.</p> <p>Además el docente plantea la siguiente interrogantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Se podrá calcular el área de superficies curvas usando rectángulos? ¿De qué manera?</li> <li>✓ ¿Has empleado alguna vez el perímetro? ¿En qué situaciones?</li> <li>✓ ¿En alguna oportunidad has utilizado el paralelismo y perpendicular? ¿En qué situaciones?</li> </ul> <p>Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>A continuación en equipos de 4 estudiantes, y conjuntamente con el docente se desarrollan cada uno de los ejemplos, prestando mucha atención en lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que se plantea, para luego explicárselo a sus otros 3 compañeros (Estrategia del Especialista). El docente realiza un acompañamiento a los estudiantes con preguntas reflexivas para la comprensión de los problemas resueltos y los aprendizajes esperados y si es necesario puede explicar o resolver alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán 10 problemas propuestos como mínimo, se recomienda desarrollar los números <b>1, 2, 4, 6, 7, 8, 12, 13, 14 y 15.</b></p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de dudas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz y borrador. La sección practicamos se desarrolla de manera individual.</p> <p>El docente realiza un acompañamiento a sus estudiantes</p>	<p>Teoría básica de la Ficha</p> <p>Ficha</p> <p>Ficha de trabajo Problemas resueltos</p> <p>Problemas propuestos de la Ficha</p>	<p>15 min</p> <p>20 min</p> <p>50 min</p>

	<p>monitoreando el trabajo, absolviendo dudas o afirmando conceptos</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de respuestas con sus datos respectivos.</p> <p>El docente aplicar la heteroevaluación haciendo una retroalimentación adecuada.</p>		
<b>Cierre</b>	<p>Para el cierre de la sesión se realiza las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cómo te has sentido con la sesión realizada?</li> <li>✓ ¿Qué conocimientos nuevos aprendiste en esta sesión?</li> <li>✓ ¿En qué parte de los temas has tenido mayor dificultad? ¿Qué hiciste para superarlo?</li> <li>✓ ¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de cada uno de los problemas?</li> <li>✓ De la situación inicial:¿Qué tanto cambiaría el ancho del poncho si las figuras estuvieran unidas por los lados y no por los vértices ?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El paralelismo y perpendicularidad se puede dar cuando las rectas se encuentran en un mismo plano.</li> <li>➤ Para que un polígono sea regular este debe ser equilátero y equiángulo.</li> <li>➤ Para usar las propiedades para un ángulo interior o exterior es cuando el polígono es equiángulo.</li> <li>➤ La propiedad para la suma de ángulos internos se puede emplear para cualquier polígono.</li> <li>➤ La propiedad de la suma de ángulos externos solo es para polígonos convexos.</li> <li>➤ Lo recomendable para calcular áreas de polígonos irregulares es dividirlos en triángulos o figuras conocidas.</li> </ul>	Cuaderno	10 min

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Describe las relaciones de paralelismo y perpendicularidad en polígonos regulares y compuestos, y sus propiedades usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas</li> </ul>	✓ 11, 13
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Plantea conjeturas para reconocer las propiedades de los lados y ángulos de los polígonos regulares.</li> <li>➤ Justifica enunciados relacionados a ángulos formados por líneas perpendiculares y oblicuas a rectas paralelas.</li> </ul>	✓ 6, 7, 14 ✓ 8, 9
Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Emplea las propiedades de los lados y ángulos de polígonos regulares al resolver problemas.</li> </ul>	✓ 1, 2, 3, 4, 5, 10, 12, 15

## Ficha de trabajo: “FIGURAS GEOMÉTRICAS EN NUESTRAS ROPAS”

Los diseños que tienen nuestras ropas y vestidos tienen en sus moldes figuras geométricas, y esto vienen desde nuestros antepasados. En la visita al Museo de Arte de Lima (MALI), observamos este unku con diseños escalonados y lineales que data entre los años 500 y 700 de nuestra era, el diseño según los historiadores corresponde a las culturas Nazca y Wari; el unku es la prenda anterior al poncho y así de a poco se ha ido modernizando hasta la actualidad, pero siempre sin olvidar los diseños que se encuentran en la vestimenta.



Responde las siguientes preguntas:

a) ¿En qué departamentos se desarrollaron las culturas Nazca y Wari?

---

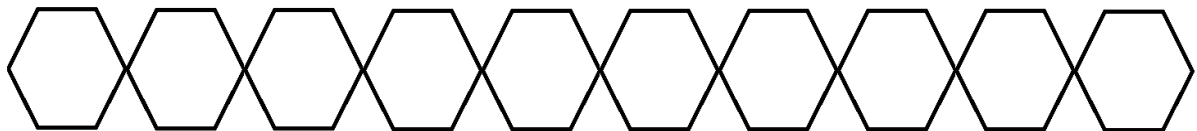
b) ¿Qué diseños tienen en común los ponchos actuales y los uncus?

---

c) ¿Cuántos lados tienen las figuras del unku?

---

**SITUACIÓN PROBLEMÁTICA:** En un poncho, se desea realizar un diseño por el ancho de manera horizontal, donde los lados de las figuras son de la misma medida. ¿Cuál será la medida del ancho del poncho, si se sabe que hay diez figuras de 4 cm de lado?



---

---

### APRENDEMOS

Respecto a la situación planteada anteriormente, se observa que los diseños son figuras geométricas con algunas similitudes y también diferencias, a todas las formas geométricas similares a las de la imagen son llamadas polígonos, los cuales tienen muchas características, y para su mejor comprensión daremos unos conceptos previos.

**¿Cuándo dos rectas son paralelas?**

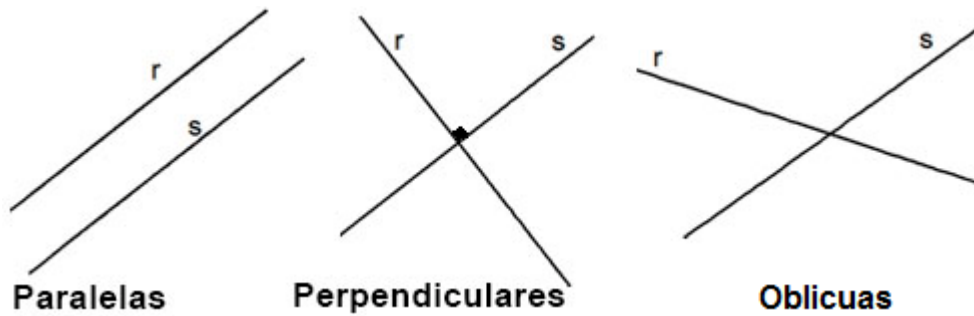
Cuando tienen la misma dirección; es decir, cuando nunca se interceptarán.

**¿ Cuándo dos rectas son perpendiculares?**

Cuando se interceptan y forma  $90^\circ$  entre ellas.

**¿Cuándo dos rectas son oblicuas?**

Cuando se interceptan y forman un ángulo diferente de  $90^\circ$

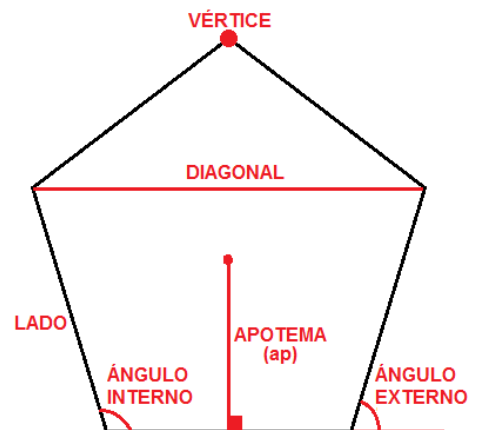


**¿Qué es un polígono?**

Es una figura cerrada compuesta por una secuencia limitada de segmentos, el interior de un polígono es llamado área.

Sus elementos son los siguientes:

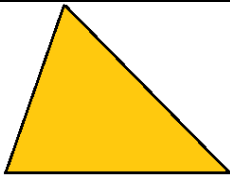
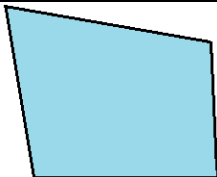
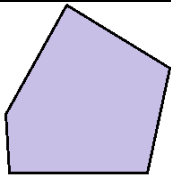
1. Lado: Es cada segmento que limita al polígono.
2. Vértice: Es la unión de dos lados.
3. Angulo interno: Es la porción de espacio que forman dos lados consecutivos del polígono.
4. Angulo externo: Es la porción de espacio que forma la prolongación de un lado con un lado consecutivo.
5. Diagonal: Es el segmento que une dos vértices no consecutivos.
6. Apotema: Sólo para polígonos regulares, es la distancia del centro del polígono al punto medio de cada lado.



**CLASIFICACIÓN**

Se clasifican según tres criterios: cantidad de lados, convexidad y medida de sus lados y ángulos.

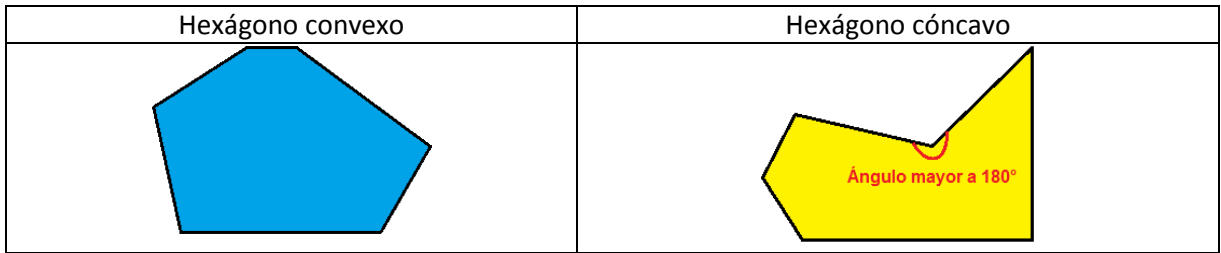
a) Según su cantidad de lados, pueden ser los siguientes:

Triángulo (3 lados)	Cuadrilátero (4 lados)	Pentágono (5 lados)
		

Así, sucesivamente como el hexágono (6 lados), heptágono (7 lados), octágono u octógono (8 lados), nonágono o eneágono (9 lados), decágono (10 lados), undecágono o endecágono (11 lados), dodecágono (12 lados), pentadecágono (15 lados), icoságono (20 lados), triacontágono (30 lados) y el tetracontágono (40 lados).

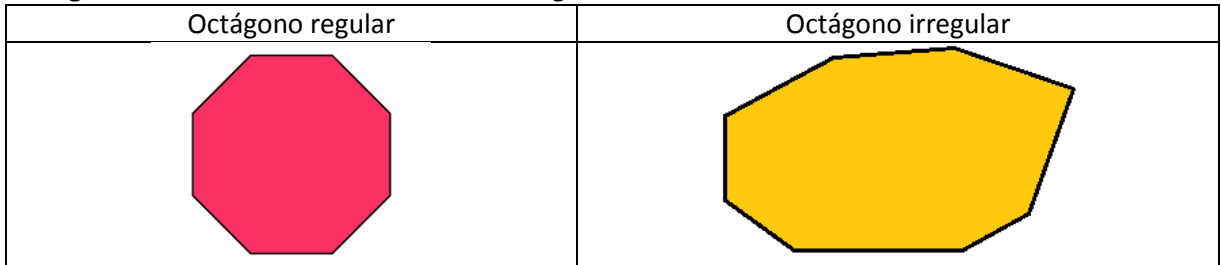
b) Según su convexidad: Estos pueden ser:

- **Convexo:** Cuando todos sus ángulos internos sean menores que 180°.
- **Cóncavo:** Llamado también no convexo, es cuando por lo menos un ángulo interno sea mayor a 180°.



c) Según las medidas de sus lados y ángulos: Estos pueden ser regulares e irregulares.

- **Regulares:** Cuando la medida de sus lados y ángulos son iguales. Los polígonos que tienen lados iguales son llamados equiláteros, como por ejemplo el rombo, y los polígonos que tienen ángulos de igual medida son llamados equiángulos, por ejemplo el rectángulo. Esto quiere decir, que para ser un polígono regular debe ser equilátero y equiángulo a la vez.
- **Irregulares:** Cuando un lado o uno de sus ángulos tiene diferente medida.

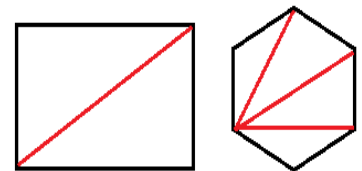


### PROPIEDADES DE LOS POLÍGONOS:

Un polígono de “n” lados tiene igual cantidad de vértices, de ángulos internos, de ángulos externos.

#### 1. ¿Cómo se calcula el total de diagonales en un polígono convexo?

Las diagonales trazadas desde un vértice de un polígono convexo de “n” lados está dado por “n – 3”, esto es, si el polígono tiene 4 lados, desde un vértice solo se podrá trazar 1 diagonal, y si es un hexágono, es quiere decir que n = 6, se podrá trazar 3 diagonales desde un solo vértice.



Para calcular el total de diagonales que se pueden trazar en un polígono convexo de “n” lados se usará:

$$D = \frac{n(n - 3)}{2}$$

Al reemplazar en lá fórmula tenemos que:

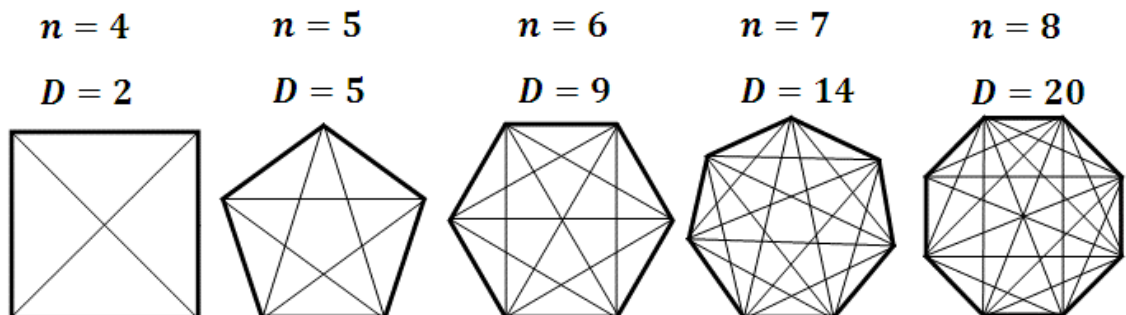
$$n = 4: D = \frac{4(4-3)}{2} = 2$$

$$n = 5: D = \frac{5(5-3)}{2} = 5$$

$$n = 6: D = \frac{6(6-3)}{2} = 9$$

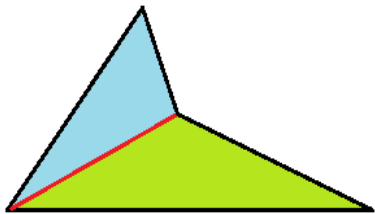
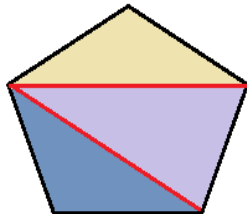
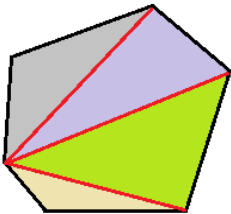
$$n = 7: D = \frac{7(7-3)}{2} = 14$$

$$n = 8: D = \frac{8(8-3)}{2} = 20$$



**2. ¿Cómo se calcula la suma de ángulos internos de un polígono?**

La suma de ángulo internos de cualquier polígono se justifica por la descomposición de este polígono en triángulos. Se sabe la suma de ángulos internos de un cada triángulo formado es 180°.

Cuadrilátero (4 lados)	Pentágono (5 lados)	Hexágono (6 lados)
		
Suman $180^\circ(2) = 180^\circ(4-2)$	Suman $180^\circ(3) = 180^\circ(5-2)$	Suman $180^\circ(4) = 180^\circ(6-2)$

Generalizando  $S_i = 180^\circ(n - 2)$

Para conocer la medida de cada ángulo interno, si el polígono fuera regular solo se dividirá entre el número total de ángulos, es decir "n".

$$i = \frac{180^\circ(n - 2)}{n}$$

Por ejemplo si queremos saber cuál es la suma de todas medidas de ángulos internos de un decágono, y cuanto mide un solo ángulo interno, haremos lo siguiente:

$$n = 10$$

$$S_i = 180^\circ (10 - 2) = 180^\circ \cdot (8) = 1440^\circ$$

Luego, para el caso de un decágono regular y para saber la medida del ángulo interno, se divide entre 10.

$$i = 1440^\circ / 10 = 144^\circ$$

**3. ¿Cómo se calcula la suma de ángulos externos de un polígono?**

Como un ángulo interno y un ángulo externo son suplementarios, es decir, forman 180°, entonces:

$$i + e = 180^\circ$$

$$\frac{180^\circ(n - 2)}{n} + e = 180^\circ$$

$$e = 180^\circ - \frac{180^\circ(n - 2)}{n} = \frac{180^\circ n - 180^\circ(n - 2)}{n} = \frac{180^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ}{n}$$

Por lo que la medida de un ángulo externo está dado por:  $e = \frac{360^\circ}{n}$

Esto es siempre y cuando el polígono sea regular.

Por ejemplo para calcular la medida de un ángulo externo o exterior de un decágono regular:

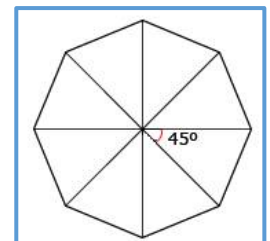
$$n = 10$$

$$e = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

Para el caso de la suma de los ángulos externos de cualquier polígono convexo, es así  $S_e = 360^\circ$

**4. ¿Cómo se calcula la medida de un ángulo central?:**

En un polígono regular, desde el centro se trazan segmentos hacia los vértices, estos son llamados radios, y cada ángulo que forman los radios se llama ángulo central. Como se forman tantos ángulos centrales como lados tiene el polígono, cada ángulo central está dado por:  $\frac{360^\circ}{n}$



Por ejemplo para calcular cuál es la medida del ángulo central de un octágono regular.

Sabemos que, en el octágono el número de lados es 8, entonces:  $\frac{360^\circ}{n} = 45^\circ$



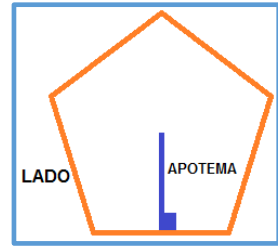
Por tanto, el ángulo central de un octágono regular mide  $45^\circ$ .

**5. ¿Cómo se calcula el perímetro de un polígono?:**

El perímetro de un polígono regular es igual a la cantidad de lados por la longitud del lado.

$$\text{Perímetro} = n \times \text{lado}$$

El perímetro de los polígonos irregulares es la suma de las medidas de todos los lados del polígono.



**6. ¿Cómo se calcula el área de un polígono?:**

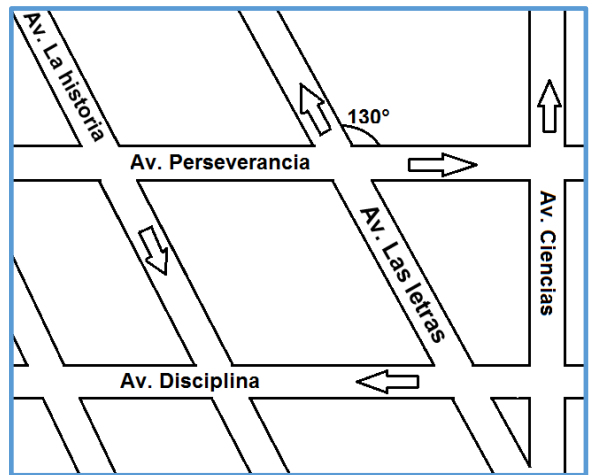
El Área de un polígono regular se halla aplicando la siguiente fórmula:

$$\text{Área} = \frac{\text{Perímetro} \times \text{Apotema}}{2}$$

**ANALIZAMOS**

1. Observa las calles y responde:

- ¿Cuál es la medida del mayor ángulo entre la Av. La historia a la Av. Perseverancia? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál es la medida del menor ángulo que hay entre las avenidas Las letras y Disciplina? \_\_\_\_\_
- Las avenidas Perseverancia y Disciplina representan a rectas \_\_\_\_\_
- La Av. Perseverancia y la Av. Ciencias representan a rectas \_\_\_\_\_
- La Av. Las letras y la Av. Ciencias representan a rectas \_\_\_\_\_



2. En la naturaleza tenemos a la Ipomoea o Morning Glory es el nombre que reciben cientos de plantas herbáceas trepadoras cuyas flores nacen y mueren cada día.

- Esta flor de esta planta tiene \_\_\_\_\_ lados y tiene la forma de un polígono llamado \_\_\_\_\_.
- Se observa que cada lado tiene la misma \_\_\_\_\_ y también sus \_\_\_\_\_ internos, por lo que el polígono es \_\_\_\_\_.

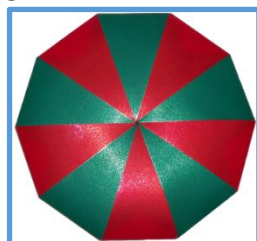


3. ¿Cuál es la medida de un ángulo interior de un polígono regular que desde un vértice se puede trazar tres diagonales?

$n - 3 =$  \_\_\_\_\_, de aquí,  $n =$  \_\_\_\_\_. Reemplazando en la fórmula de ángulo interior tenemos:

$$\frac{180^\circ(n - 2)}{n} = \frac{180^\circ(\text{_____} - 2)}{\text{_____}} = \text{_____}$$

4. A continuación se muestra una sombrilla vista desde arriba, y se desea saber la medida de los ángulos de cada paño triangular.



**Resolución:**

La figura es un \_\_\_\_\_ por lo que el valor de “n” es \_\_\_\_\_

Se observa que se divide en \_\_\_\_\_ paños triangulares iguales, por lo que el ángulo central está dado por:  $\frac{360}{\text{_____}} = \text{_____}$ . Cada ángulo interno está dado por:  $\frac{180(\text{_____}-2)}{\text{_____}} = \text{_____}$ , esta medida se divide entre dos para obtener la otra medida del ángulo del triángulo y es \_\_\_\_\_. Por lo que las medidas de los ángulos de cada paño son: \_\_\_\_\_

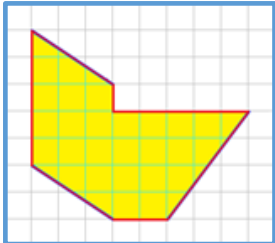
**PRACTICAMOS:**

1. Relaciona ambas columnas mediante flechas.

Tiene once lados.
No tiene diagonales.
Su ángulo externo es el doble de su ángulo interno.
Su ángulo central es recto.
Se puede dividir en nueve triángulos congruentes desde su centro.

Eneágono
Hexágono
Cuadrado
Endecágono
Triángulo

2. Calcula el área sombreada sabiendo que cada cuadrícula es de 1cm de longitud.



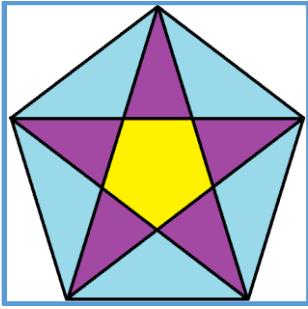
3. En la siguiente figura se puede observar una estrella de mar disecada la cual se desea poner en una vitrina circular de menor radio posible. ¿Cada punta de la estrella rozará la vitrina? Explica



4. ¿Cuál es la suma de ángulos internos del cuerpo de la guitarra que tiene forma de estrella?

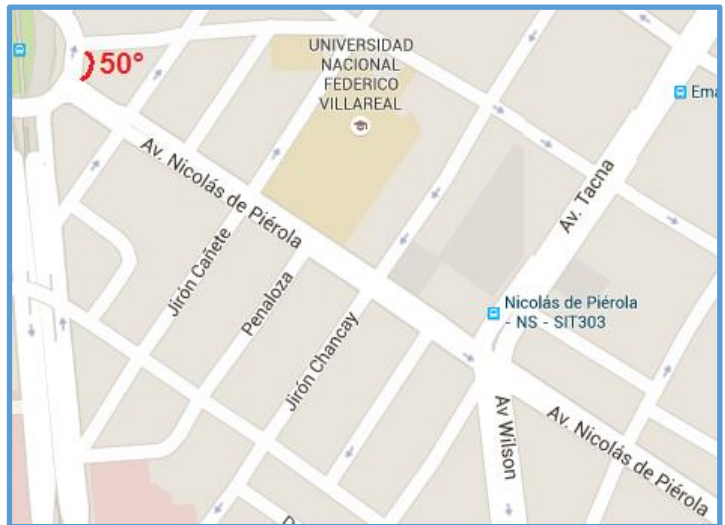


5. Se tiene un cometa con el siguiente diseño, ¿Cuáles son las medidas de los tres ángulos que tiene el triángulo obtuso más pequeño?



6. Una porción de papel tiene forma de hexágono regular de 15cm de lado, al cortarse por una de sus diagonales, se obtienen dos pedazos en forma de cuadriláteros. ¿Cuál es el perímetro de cada cuadrilátero?
- a) 75cm      b) 65cm      c) 60cm      d) 45cm
7. ¿Cuál es el polígono que tiene la misma cantidad de lados y de diagonales?
- a) Cuadrilátero  
b) Pentágono  
c) Octágono  
d) Eneágono

8. Indica si es verdadero (V) o falso (F) cada una de las siguientes afirmaciones:
- I. Av. Tacna y Av. Wilson son perpendiculares.  
II. El menor ángulo formado por las Av. Wilson y Nicolás de Piérola es  $50^\circ$ .  
III. El Jr. Cañete y la Av. Tacna son paralelas.  
IV. Las avenidas Wilson y Nicolás de Piérola son oblicuas.



- a) FFVF  
b) FFVV  
c) VFFF  
d) VVVF
9. Del mapa anterior. ¿Cuál es el ángulo obtuso que forman las avenidas Nicolás de Piérola y Wilson?
- a)  $40^\circ$       b)  $50^\circ$       c)  $130^\circ$       d)  $140^\circ$
10. ¿Qué polígono representa los adoquines que se han puesto en un estacionamiento?



- a) Hexágono regular  
b) Hexágono convexo  
c) Hexágono cóncavo  
d) Heptágono cóncavo

11. ¿Cuál de los polígonos mencionados tienen lados paralelos y perpendiculares?

- a) Romboide
- b) Rombo
- c) Trapecio
- d) Rectángulo

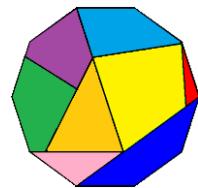
12. Se desea hacer una réplica de la ventana presentada, si se sabe que tiene los lados iguales. ¿Qué ángulo forman cada lado?

- a)  $120^\circ$
- b)  $128,6^\circ$
- c)  $252^\circ$
- d)  $102,9^\circ$



13. Dentro del presente decágono regular se muestran ocho polígonos de diferente tamaño. ¿Qué medida tiene el menor ángulo formado entre el lado del decágono y la diagonal trazada?

- a)  $144^\circ$
- b)  $136^\circ$
- c)  $44^\circ$
- d)  $36^\circ$



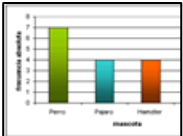
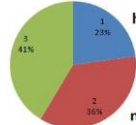
14. La cantidad total de diagonales de un polígono regular es igual al triple de número de vértices. Calcule la medida de un ángulo central.

- a)  $10^\circ$
- b)  $20^\circ$
- c)  $30^\circ$
- d)  $40^\circ$

15. Si un decágono regular tiene 15cm de lado y la distancia del centro a uno de sus lados es 23,08cm. ¿Cuál es el área del decágono?

- a)  $173,1\text{cm}^2$
- b)  $346,2\text{cm}^2$
- c)  $1731\text{cm}^2$
- d)  $3462\text{cm}^2$



	<p>✓ <b>¿Qué diferencias observas entre los promedios, medianas y modas en ambos jugadores?</b></p> <p>✓ <b>¿Por cuál de los dos jugadores te inclinarías tú y por qué?</b></p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala las actividades a desarrollarse durante la sesión y el propósito de la sesión: <b>Interpretar cuadros y gráficos estadísticos; así como analizar las medidas de tendencia central en situaciones problemáticas.</b></p>																																			
<p><b>Desarrollo</b></p>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>A continuación el docente lleva al aula botellas de bebidas gaseosas o recortes sobre etiquetas los coloca sobre la pizarra y pregunta ¿Cuál de las gaseosas presentadas es su favorita? Luego presenta un cuadro en PPT, para ir registrando las respuestas de los estudiantes, los estudiantes levantan la mano al elegir su gaseosa favorita y el docente con ayuda de todos realiza el conteo y toma nota sobre la tabla.</p> <table border="1" data-bbox="336 770 1086 943"> <thead> <tr> <th>Gaseosas</th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Coca cola</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Inca Kola</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Pepsi cola</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Guarana</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Luego pregunta ¿Recuerdan cómo se llama a fi y que representa? Los estudiantes responden con lluvia de ideas y a partir de ello el docente consolida la idea y coloca fi sobre la columna correspondiente.</p> <div data-bbox="336 1081 1139 1178" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Frecuencia Absoluta (fi)</b>, es el número de veces que se repite un valor en un conjunto de datos.</li> </ul> </div> <p>¿Cuál será el % de preferencia de cada bebida gaseosa? Los estudiantes en pares resuelven la pregunta y brindan su respuesta con lluvia de ideas, a partir ellas el docente completa el cuadro, ¿Qué representa hi%?</p> <div data-bbox="336 1335 1139 1498" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Frecuencia relativa (hi)</b>, es el cociente entre la frecuencia absoluta de un determinado valor y el número total de datos. Se expresa también como porcentaje (hi%) multiplicando por 100 dicho cociente.</li> </ul> </div> <table border="1" data-bbox="336 1514 1086 1715"> <thead> <tr> <th>Gaseosas</th> <th>fi</th> <th>hi%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Coca cola</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Inca Kola</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Pepsi cola</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Guaraná</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>El docente solicita a los estudiantes que en grupo de dos grafiquen en una hoja la preferencia de medidas gaseosas y los peguen en la pizarra. El docente analiza las gráficas presentadas y realiza la retroalimentación sobre ellas.</p> <div data-bbox="336 1861 730 2063" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>Gráfico de barras:</b> En el eje horizontal se ubican las categorías y en el eje vertical las frecuencias.</p>  </div> <div data-bbox="730 1861 1125 2063" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>Gráfico Circular.</b> Se representan en un círculo dividido en</p>  </div>	Gaseosas			Coca cola			Inca Kola			Pepsi cola			Guarana			Gaseosas	fi	hi%	Coca cola			Inca Kola			Pepsi cola			Guaraná			Total			<p>Envases descartables o recortes de etiquetas de gaseosas</p> <p>plumones, masking. Papelógrafos Cinta de embalaje Papel bond</p>	<p>30 min</p>
Gaseosas																																				
Coca cola																																				
Inca Kola																																				
Pepsi cola																																				
Guarana																																				
Gaseosas	fi	hi%																																		
Coca cola																																				
Inca Kola																																				
Pepsi cola																																				
Guaraná																																				
Total																																				

sectores.

¿Cuáles con los tipos de variables?

**Las variables cualitativas** se refieren a **características o cualidades** que **no** pueden ser medidas con **números**.

**Variable cuantitativa** es la que se **expresa mediante un número**, por tanto se pueden realizar operaciones aritméticas con ella.

¿Con qué tipo de variable hemos trabajado?

Esta actividad, le permite saber al estudiante, que la estadística es parte de su realidad y reconoce el conteo de datos, aprende a obtener % y a realizar gráficos e identificar el tipo de variable.

El docente pide que en pares hagan una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la ficha. Luego de analizar el texto, verifiquen que las respuestas dadas a la situación inicial sean las correctas.

#### Analizamos

A continuación en equipos de 4 estudiantes se pide que analicen la pregunta 1 mientras el docente coloca dicha pregunta en la pizarra.

#### Edades de los jóvenes del equipo de futbol

Edad	fi
16	7
17	8
18	5
19	4
20	6
Total	30

Determina el valor del promedio, mediana y moda de las edades de estos jóvenes.

Los estudiantes salen a la pizarra y explican los procedimientos de solución detectados en la ficha y el docente consolida con ellos los conceptos de promedio, mediana y moda, a través de preguntas de reflexión.

El docente presenta la siguiente información en un PPT:

Teoría  
básica  
de la  
Ficha

Ficha de  
trabajo  
problemas  
resueltos

20 m

	<p>La <b>mediana</b> de un conjunto de datos es un valor del mismo tal que el número de datos menores que él es igual al número de datos mayores que él.</p> <p><b>Ejemplo:</b> Los pesos, en kilogramos, de 7 jugadores de un equipo de fútbol son: 72, 65, 71, 56, 59, 63, 72</p> <p>1°. Ordenamos los datos: <math>\rightarrow</math> 56, 59, 63, 65, 71, 72, 72</p> <p>2°. El dato que queda en el centro es <b>La mediana vale 65.</b></p> <p><b>Caso:</b> Si el número de datos fuese par, la mediana es la media aritmética de los dos valores centrales.</p> <p>Para el conjunto 56, 57, 59, 63, 65, 71, 72, 72, la mediana es: <math>\frac{63+65}{2} = 64</math></p> <p>El docente indica que cada grupo analice uno de los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue, para de esta manera explicárselo a sus otros 3 compañeros.</p> <p>El docente puede explicar alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.</p> <p>Además el docente plantea la siguiente interrogante: ¿Para qué me sirve conocer las medidas de tendencia central?</p> <p>Las respuestas a esta pregunta las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán hasta 10 problemas propuestos.</p> <p>El docente les indica que acompañará en todo momento las diferentes mesas de trabajo y que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz 2B y borrador.</p> <p>La sección practicamos se hará en pares.</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de respuestas con sus datos respectivos.</p>	Problemas propuestos de la Ficha	50 min
Cierre	<p>Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.</p> <p>El docente realiza las preguntas de Metacognición</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué aprendí hoy?</li> <li>✓ ¿Consideras importante la representación de datos en tablas y gráficos estadísticos? ¿Por qué?</li> <li>✓ ¿Tuviste dificultades en hallar la mediana?</li> <li>✓ ¿Qué estrategias utilizaste para realizar gráficos de pastel o circulares?</li> <li>✓ ¿En qué situación de contexto real puedes utilizar la estadística?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado.</p> <p><b><i>Sobre los tipos de variables, las diferentes gráficos estadísticos, aplicaciones al contexto del promedio, mediana y moda y sobre la importancia de la estadística.</i></b></p>	Cuaderno Problemas propuestos de la ficha	10 min



<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos	✓ Expresa información presentada en tablas y gráficos estadísticos para datos no agrupados y agrupados.	✓ 1, 2, 3, 4, 9, 11, 12, 14, 15
Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos	✓ Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas.	✓ 5, 6, 7, 8, 10, 13

## Ficha de trabajo: Buscando argumentos para tomar una buena decisión

El entrenador deportivo de una institución educativa debe elegir a uno de los dos jugadores que están en la banca para que ingrese al campo en un partido de básquet decisivo durante los Juegos Deportivos Escolares Nacionales 2015. Para tomar la decisión, consulta con su asistente, que le muestra una tabla con la efectividad de cada uno de ellos en los partidos anteriores.

Los puntos anotados por cada jugador en los cinco últimos partidos figuran en la siguiente tabla:

Jugadores \ Partidos	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
Pablo	14	14	10	6	20
Claudio	12	16	13	15	14

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿De qué manera crees que los datos presentados podrían ayudar a tomar una decisión?

\_\_\_\_\_

2. ¿Conoces las medidas de tendencia central? ¿Sabes cuáles son?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. Determina el promedio, mediana y moda de los puntos de cada uno de los jugadores.

	Pablo	Claudio
Promedio aritmético		
Mediana		
Moda		

4. ¿Qué diferencias observas entre los promedios, medianas y modas en ambos jugadores?

\_\_\_\_\_

5. ¿Por cuál de los dos jugadores te inclinarías tú y por qué?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Aprendemos

### Tabla de distribución de frecuencias

La distribución de frecuencias o tabla de frecuencias es una ordenación de datos estadísticos en la que se asigna a cada dato la frecuencia que le corresponde.

#### Tipos de frecuencia

- **Frecuencia Absoluta (fi)** es el número de veces que se repite un valor en un conjunto de datos.
- **Frecuencia Absoluta acumulada (Fi)** es la suma de las frecuencias absolutas de todos los valores inferiores o iguales al valor considerado.
- **Frecuencia relativa (hi)**, es el cociente entre la frecuencia absoluta de un determinado valor y el número total de datos.
- **Frecuencia porcentual (h%)**, se halla multiplicando por 100 a la frecuencia relativa

#### Tabla de frecuencias para datos no agrupados

**Ejemplo:** durante la primera quincena del mes de julio, en una ciudad se han registrado las siguientes temperaturas máximas en grados Celsius (°C): 32, 31, 28, 29, 30, 31, 31, 30, 31, 31, 28, 28, 29, 30 y 31.

La tabla de frecuencias correspondiente a estos datos no agrupados es la siguiente:

### Temperaturas en la primera quincena de julio

Temperatura máxima (°C)	fi	Fi	hi	hi %
28	3	3	0,20	20 %
29	2	5	0,13	13 %
30	3	8	0,20	20 %
31	6	14	0,40	40 %
32	1	15	0,07	7 %
Total	15		1,00	100 %

#### Tabla de frecuencias para datos agrupados

**Ejemplo:** una empresa de calzado anotó las tallas de zapatos de treinta de sus clientes: 38, 42, 35, 23, 24, 43, 22, 36, 37, 20, 32, 35, 40, 21, 41, 42, 24, 38, 40, 38, 30, 34, 42, 28, 42, 36, 38, 24, 30 y 28.

Como la variable tallas de zapato tiene muchos valores, se deben agrupar los datos en intervalos. Seguimos los siguientes pasos:

- Determinamos el número de intervalos ( $k$ ) con esta ecuación:  $k = \sqrt{n}$ , donde  $n$  es el número de datos.

$$k = \sqrt{30} \approx 5,48, \text{ entonces } k = 5$$

- Encontramos el rango o recorrido:  $R = \text{dato mayor} - \text{dato menor} = 43 - 20 = 23$ .

- Determinamos la amplitud del intervalo ( $A$ )

$$A = R/k = 23/5 = 4,6 \approx 5$$

- Formamos el primer intervalo:

Límite inferior = 20

Límite superior =  $20 + 5 = 25$

Entonces el primer intervalo es  $[20; 25[$

- Por otro lado, la marca de clase ( $xi$ ) es el punto medio de un intervalo. Es el valor representativo de una clase.

$$xi = \frac{Li + Ls}{2} = \frac{20 + 25}{2} = 22,5$$

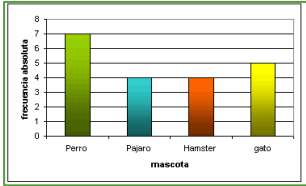

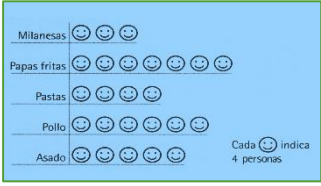
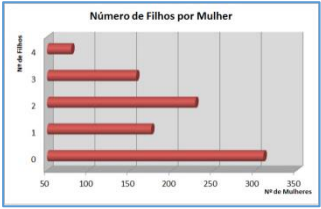
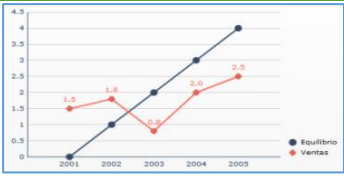
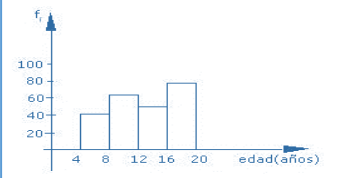
- Por tanto, la tabla de frecuencias correspondiente a estos datos es la que sigue:

Tallas de zapatos de los clientes de una empresa de calzado

Tallas de zapato	xi	fi	Fi	hi	hi%
[20; 25[	22,5	7	7	0,23	23 %
[25; 30[	27,5	2	9	0,07	7 %
[30; 35[	32,5	4	13	0,13	13 %
[35; 40[	37,5	9	22	0,30	30 %
[40; 45[	42,5	8	30	0,27	27 %
Total		30		1,00	100 %

## Elección de un gráfico estadístico según el tipo de variable

Por ser más adecuados, se recomienda el uso de estos gráficos según el tipo de variable.

Tipo de variable	Gráfico estadístico	Representación
Variable cualitativa o nominal	<b>Gráfico de barras.</b> Puede ser simple o múltiple, vertical u horizontal. En un eje se ubican las categorías y en el otro eje, las frecuencias.	
	<b>Gráfico circular.</b> Se representa en un círculo dividido en sectores. Cada sector es proporcional a las frecuencias relativas.	
	<b>Pictogramas.</b> Son gráficos con dibujos alusivos al carácter que se está estudiando y cuyo tamaño es proporcional a la frecuencia que representan.	
Variable cuantitativa	<b>Gráfico de barras.</b> También se utilizan para datos cuantitativos discretos.	
	<b>Gráfico lineal.</b> Se utiliza para representar una serie de datos registrados en un tiempo determinado y observar variaciones y tendencias.	
	<b>Histogramas.</b> Se usa para datos cuantitativos, continuos o discretos, agrupados. La base está dada por cada intervalo y la altura es la frecuencia correspondiente.	

## Medidas de tendencia central

Son valores que permiten representar un conjunto de datos. Estos son los siguientes:

- **La media aritmética o promedio** ( $\bar{x}$ ) es resultado de dividir la suma de todos los datos entre la cantidad total de datos.
- **La mediana (Me)** es el valor correspondiente a la posición central del conjunto de datos ordenados de manera creciente o decreciente.
- **La moda (Mo)** es el valor que más se repite, es decir, el valor que tiene mayor frecuencia absoluta.

## Analizamos

1. Las edades de los jóvenes que entrarán en un equipo de fútbol se muestran en la siguiente tabla:

Edades de los jóvenes del equipo de fútbol

Edad	fi
16	7
17	8
18	5
19	4
20	6
Total	30

Determina el valor del promedio, mediana y moda de las edades de estos jóvenes.

### Resolución:

Para determinar el promedio de las edades, debemos sumar las edades de todos los jóvenes y luego lo dividiremos entre la cantidad de jóvenes. Así:

$$\bar{x} = \frac{7(16) + 8(17) + 5(18) + 4(19) + 6(20)}{30} = \frac{534}{30} = 17,8$$

Por lo tanto, el promedio de edad de los jóvenes que entrenan en este equipo de fútbol es 17,8 años.

Debemos considerar que, al tener un número par de datos, vamos a encontrar dos valores centrales, aquellos ubicados en la posición 15 y 16 respectivamente. Por tanto, para determinar la mediana se debe sacar el promedio de ambos valores.

Tenemos 15 jóvenes que tienen 16 años y 17 años, entonces la edad en la posición 15 es 17 años y en la posición 16 es 18 años. Luego

$$Me = \frac{17 + 18}{2} = 17,5$$

Por lo tanto, la mediana de la edad de los jóvenes es 17,5 años.

La moda es el valor que se repite con mayor frecuencia; entonces, la moda de las edades es 17 años porque, a diferencia de las otras edades, hay más jóvenes con esa edad en los entrenamientos del equipo.

2. El histograma de frecuencias muestra las edades de los novios que contrajeron matrimonio en la municipalidad de un distrito. Según el gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta?



- a. El histograma registra las edades de 172 personas que contrajeron matrimonio en ese distrito.  
b. Menos del 8 % de los novios tienen más de 16 años y menos de 20 años.  
c. 55 novios que contrajeron matrimonio tienen la mayor edad registrada.  
d. Más de la mitad de los novios tienen más de 24 años y menos de 36 años.

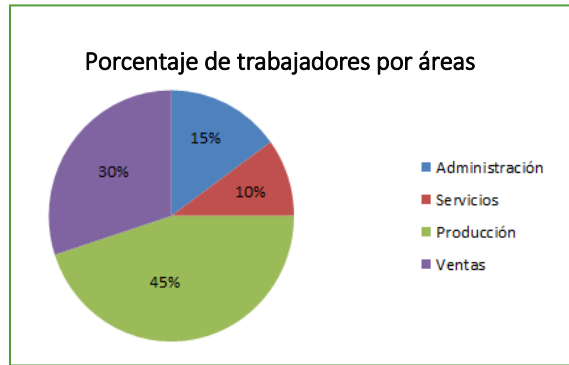
### Resolución

La alternativa (a) es correcta, ya que si sumamos las frecuencias el resultado es 172.

La alternativa (b) también es correcta, ya que  $10/172 = 0,058 = 5,8\%$ ; por tanto, efectivamente, es menor al 10 % el total.

La alternativa (c) hace referencia a la cantidad de novios cuyas edades están entre los 28 y 32 años, que no es la mayor edad registrada; por lo tanto, esta es la afirmación incorrecta.

3. En una empresa de embutidos, los trabajadores se distribuyen en diferentes áreas, tal como muestra el gráfico.



Si en la empresa hay un total de 120 trabajadores, elabora una tabla de frecuencias con estos datos.

**Resolución**

Si el total es 120, determinamos la cantidad de trabajadores en cada área.

Administración:  $15/100 (120) = 18$

Servicios:  $10/100 (120) = 12$

Producción:  $45/100 (120) = 54$

Ventas:  $30/100 (120) = 36$

Con estos datos procedemos a elaborar una tabla de frecuencias.

**Practicamos**

1. La posta médica registró las edades de 30 de sus pacientes adultos mayores. Con estos datos construyeron una tabla de frecuencias.

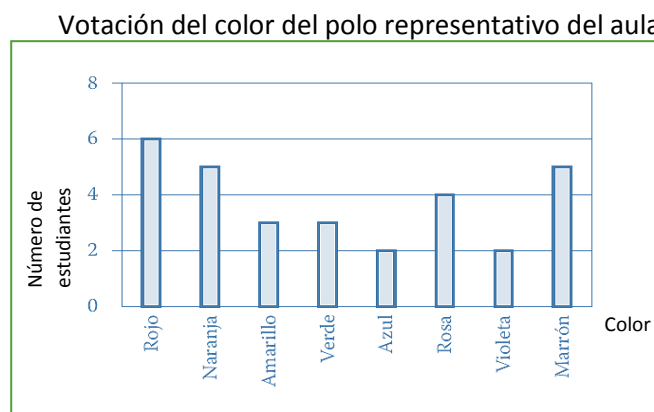
Pacientes adultos mayores de la posta médica

Edad	Marca de clase (xi)	fi	hi	hi (%)
[54; 60[	57	9	0,3	30 %
[60; 66[	63			
[66; 72[	69	5	0,17	
[72; 78[	75	4	0,13	13 %
[78; 84[	81	6		
Total		30	1	100 %

Completa la tabla y determina el porcentaje de pacientes adultos mayores que tienen al menos 72 años de edad.

- a. 13 %      b) 33 %      c) 50 %      d) 67 %

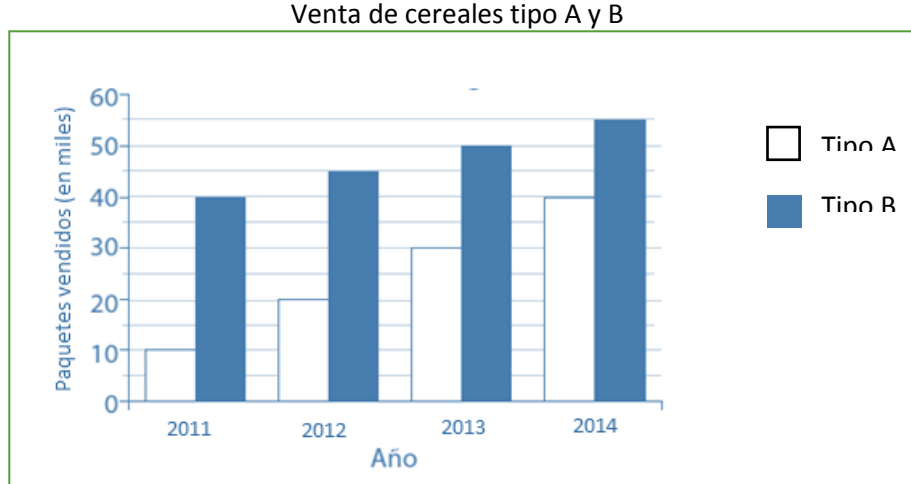
2. En el aula de segundo de secundaria, se realizó una votación para decidir el color del polo que usarán para representar al aula en las olimpiadas deportivas. El siguiente gráfico de barras muestra estos resultados.



¿Qué colores tuvieron más de 3 votos?

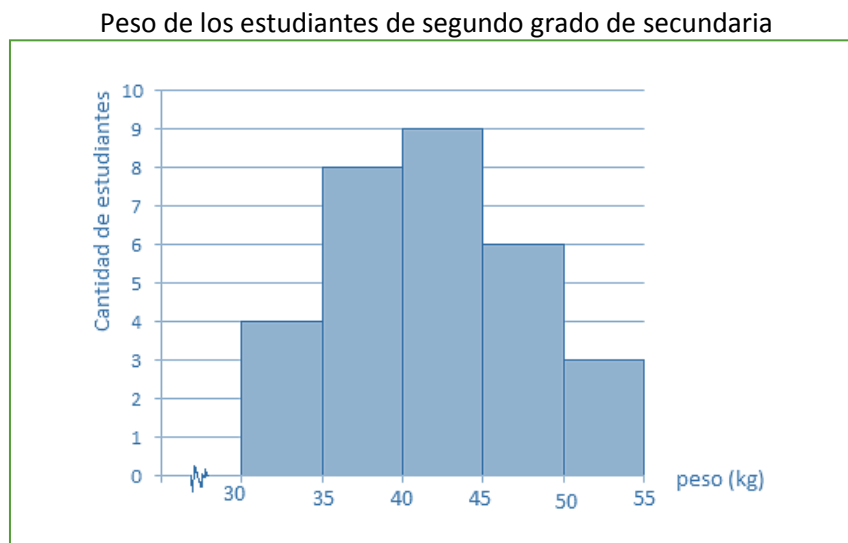
- a. Rojo.
- b. Azul y violeta.
- c. Amarillo y verde.
- d. Rojo, naranja, rosa y marrón.

3. El gráfico muestra la venta de dos tipos de cereales, A y B, durante 4 años. Si la tendencia en la venta de los cereales continúa durante los próximos 10 años, ¿en qué año la venta de los cereales A será igual a la venta de los cereales B?



- a. 2024
- b. 2018
- c. 2017
- d. 2015

4. El profesor de Educación Física registró en el siguiente gráfico el peso de los estudiantes de segundo grado de secundaria.



¿Cuál de los siguientes cuadros corresponde a los datos del gráfico?

a.

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35[	4
[35; 40[	8
[40; 45[	9
[45; 50[	6
[50; 55]	3

b.

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35[	4
[35; 40[	12
[40; 45[	21
[45; 50[	27
[50; 55]	30

c.

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35[	30
[35; 40[	35
[40; 45[	40
[45; 50[	45
[50; 55]	50

d.

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35[	3
[35; 40[	4
[40; 45[	6
[45; 50[	8
[50; 55]	9

5. Un estudiante dejó caer una pelota 6 veces desde la azotea de un edificio de 20 m de altura. En la siguiente tabla, el estudiante registró el tiempo que tardó la pelota en llegar al suelo en cada una de las caídas. ¿Cuál es el promedio del tiempo que demora en caer la pelota?

- a. 1,8 segundos.
- b. 1,9 segundos.
- c. 2 segundos.
- d. 2,2 segundos.

Número de caída	Tiempo de caída (segundos)
Primera	2
Segunda	2,1
Tercera	1,9
Cuarta	2
Quinta	1,8
Sexta	2,2

6. En un estudio socioeconómico, se registró el salario mensual de un grupo de padres de familia de una sección de segundo grado de secundaria.

S/. 1700	S/. 2300	S/. 1000	S/. 1250	S/. 1000
S/. 1300	S/. 1250	S/. 1000	S/. 1700	S/. 1000
S/. 1700	S/. 2300	S/. 1000	S/. 2000	S/. 1000
S/. 1300	S/. 1250	S/. 1000	S/. 1250	S/. 1000
S/. 1250	S/. 2300	S/. 1000	S/. 1000	S/. 1700

¿Cuántos padres de familia de esta sección perciben un salario menor que el promedio de este grupo?

---



---

7. Para saber si nuestra nota se encuentra entre los que sacaron más o los que sacaron menos en un examen de Matemática, debemos tomar como referencia una de las notas obtenidas por los estudiantes. Si las notas obtenidas son: 08, 14, 15, 18, 10, 10, 09, 11, 13, 14, 15, 08, 09, 10, 14, 12, 15, 18, 20, 16, 10, 11, 16, 18, 08, 13 y 18, ¿cuál es esa nota que nos servirá como referencia?

- a. 14
- b. 13
- c. 11
- d. 08

8. A una charla informativa sobre orientación vocacional asistieron jóvenes de distintas edades.

Edad	Cantidad de jóvenes
15	12
16	15
17	13
18	16
19	8

Determina la diferencia entre la mediana y la moda del conjunto de datos.

---



---



9. En una encuesta, se les preguntó a los estudiantes de un grupo sobre su comida favorita. Algunos resultados se presentan en la siguiente tabla:

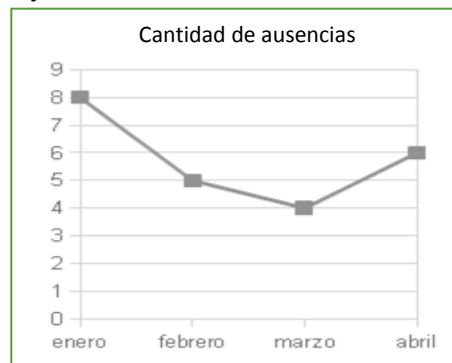
Comida	Arroz con pollo	Cebiche	Ají de gallina	Otros	Total de encuestados
Cantidad de estudiantes	4	20	¿?	3	36

¿Cuál o cuáles de los siguientes datos se pueden obtener a partir de la información presentada?

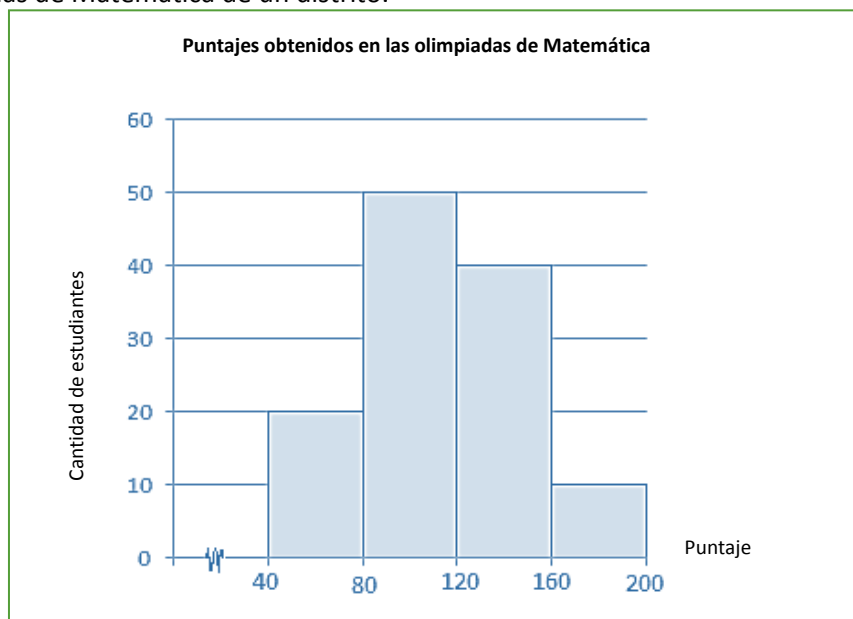
- I. El número de estudiantes del grupo que prefiere arroz con pollo.
  - II. El número de estudiantes del grupo que prefiere seco a la norteña.
  - III. El porcentaje de estudiantes del grupo que prefiere cebiche.
- a. I solamente.
  - b. III solamente.
  - c. I y II solamente.
  - d. I y III solamente.
10. Paola estudia en un instituto de enseñanza del idioma inglés. Ella obtuvo las siguientes notas en los tres primeros exámenes: 12, 20 y 15. Solo le falta el cuarto examen para terminar el ciclo. Si ella desea tener una nota final de 16 en el rubro de exámenes, ¿cuál es la mínima nota que debe obtener en el cuarto examen si en este instituto no se otorga puntos a favor?
- a. 17
  - b. 16
  - c. 18
  - d. 15

11. La siguiente gráfica representa el número de ausencias del personal de una empresa de lácteos durante cuatro meses. ¿Entre qué meses se produjo la reducción de las ausencias en dicha empresa?

- a. En marzo.
- b. De febrero a abril.
- c. De enero a marzo.
- d. De enero a abril.



12. El siguiente histograma de frecuencias muestra el puntaje obtenido por un grupo de estudiantes en las olimpiadas de Matemática de un distrito.



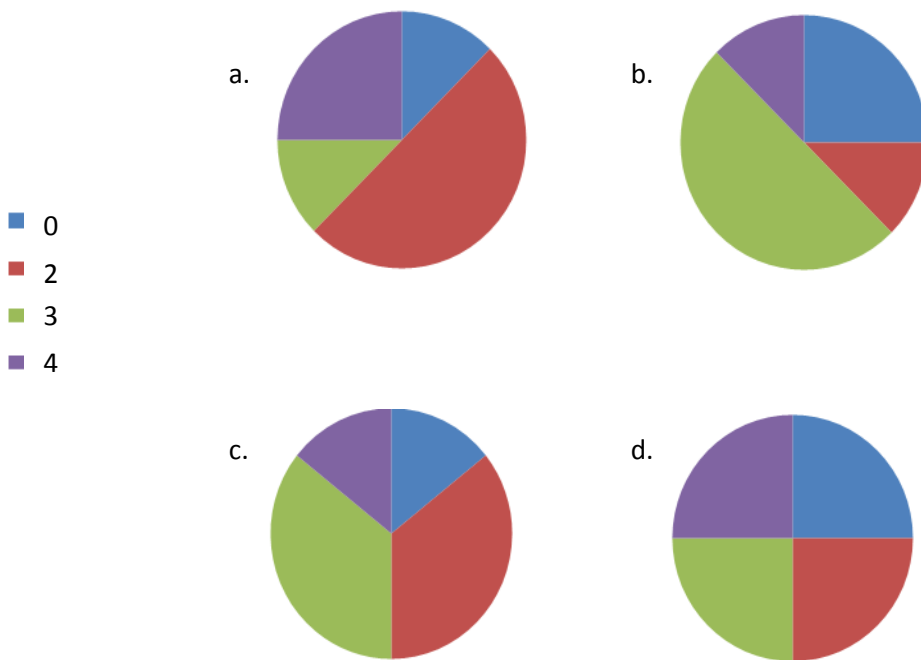
Según el gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta?

- a. El histograma registra las notas de 120 estudiantes que participaron en las olimpiadas de Matemática.
- b. El 75 % de estos estudiantes obtuvieron puntajes mayores que 80 y menores que 160.
- c. 20 estudiantes obtuvieron los mínimos puntajes de las olimpiadas.
- d. 50 estudiantes obtuvieron los máximos puntajes de las olimpiadas.

13. Se les preguntó a 32 personas de un distrito por el número de horas diarias que dedican a ver televisión. Los resultados son estos: 0, 2, 4, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 0, 2, 4, 2, 2, 4, 0, 4, 2, 2, 4, 2, 2, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 4, 4 y 0. ¿Cuál es la moda de estos datos?

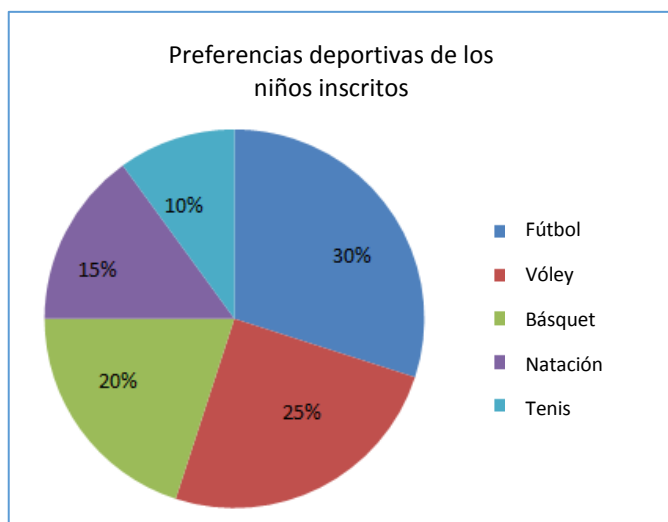
- a. 0
- b. 2
- c. 3
- d. 4

14. De la información anterior, ¿cuál de los gráficos circulares corresponde a los datos recogidos con respecto a la cantidad de horas que 32 personas dedican a ver televisión? Los datos están representados en la leyenda.



15. Se registraron en un gráfico circular las preferencias de los niños inscritos durante la primera semana en un club deportivo. Si sabemos que 8 niños prefieren básquet, ¿cuántos niños se inscribieron en dicho club en la primera semana?

- a. 100 niños.
- b. 40 niños
- c. 30 niños.
- d. 20 niños.



## SESIÓN DE REFUERZO N° 10

**TÍTULO DE LA SESIÓN: “Las medidas de tendencia central en el historial medallero de los Juegos Panamericanos”**

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	23 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Sustenta conclusiones o decisiones basado en información obtenida	✓Argumenta procedimientos para hallar la media, la mediana y la moda de datos agrupados y no agrupados; determina la medida más representativa de un conjunto de datos y su importancia en la toma de decisiones.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos	✓Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas. ✓Determina el rango o recorrido de una variable y la usa como una medida de dispersión.

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>El docente saluda a los estudiantes, da la bienvenida y luego plantea una pregunta en la pizarra: <b>¿Qué tendríamos que hacer para nombrar adecuadamente al alumno que nos represente en una competencia olímpica?</b> Solicita a los estudiantes que manifiesten sus opiniones motivándolos siempre a la reflexión. El docente anota las participaciones espontáneas.</p> <p>Posteriormente se da lectura a la información de la ficha de trabajo, observan la fotografía y volvemos a preguntar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué son los Juegos Panamericanos?</li> <li>¿En dónde y cada cuantos años se celebra?</li> <li>¿Cuántos deportistas y en cuántas disciplinas participan?</li> <li>¿Dónde será la próxima sede?</li> </ul> <p>Los estudiantes contestan a manera de lluvia de ideas y el docente toma nota de las participaciones voluntarias.</p> <p>Luego el docente indica a los estudiantes que se organicen en pares, que observen la imagen presentada y resuelvan la situación problemática sobre los países que ganaron más medallas de oro en los últimos cuatro Juegos Panamericanos presentado en un cuadro en la ficha, pagina 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Qué país ha destacado más en los cuatro últimos juegos panamericanos? ¿Cuánto es el promedio de sus medallas de oro?</li> <li>➤ Al ordenar de menor a mayor la cantidad de medallas de cada país ¿cuál es el promedio de las dos cantidades que quedan al centro?</li> </ul>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p>	20 min

	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ¿Qué países tienen la misma cantidad de medallas en dos o tres Juegos Panamericanos? ¿Cuál es esa cantidad en cada caso?</li> <li>➤ ¿Qué nombre reciben los valores hallados anteriormente?</li> </ul> <p>Los estudiantes, organizados en pares, dialogan y escriben sus respuestas en papelógrafos, luego lo colocan en la pizarra.</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión de clase: <b>Reconocer la medida de tendencia central más representativa de un conjunto de datos</b>, para luego aplicarlos a otros ejemplos concretos de la vida diaria.</p> <p>Es importante que los estudiantes comprendan que cada ficha consta de tres momentos y que se irán desarrollando gradualmente. Aprendemos, analizamos y practicamos. Este último asociado a la resolución de problemas propuestos.</p>	Papelógrafos, plumones, cinta adhesiva.	
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>En esta sección, el docente indica que en equipo de cuatro estudiantes desarrollen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la ficha. Luego de analizar el texto, verifican que las respuestas dadas en la situación inicial sean las correctas. El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende <b>relacionar la teoría básica de medidas de tendencia central y sus aplicaciones</b> con las preguntas realizadas.</p> <p>Además el docente plantea la siguiente interrogante:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué son medidas de tendencia central?</li> <li>✓ ¿Cuáles son las más conocidas?</li> <li>✓ ¿Cómo se halla cada uno de ellas? Y con datos agrupados, ¿el procedimiento es el mismo?</li> <li>✓ ¿Cómo se puede saber qué medida de tendencia central es la más representativa?</li> <li>✓ ¿En qué situación debemos conocer el rango de un conjunto de datos?</li> </ul> <p>Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>El docente indica que en equipos de 4 estudiantes, analicen el primer ejemplo y compartan sus respuestas. Luego cada estudiante resuelve un ejercicio propuesto, fijándose en el proceso de resolución que se plantea, para luego explicar a sus otros compañeros (Estrategia del Especialista).</p> <p>El docente realiza un acompañamiento a los estudiantes con preguntas reflexivas para la comprensión de los problemas resueltos y los aprendizajes esperados, si es necesario el docente puede resolver alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán 10 problemas propuestos como mínimo de la sección</p>	Teoría básica de la Ficha de trabajo	20 min
		Ficha de trabajos resueltos	20 min

	<p>practicamos de manera individual. Se recomienda desarrollar los números <b>1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 11 12 y 13.</b></p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz y borrador.</p> <p>El docente monitorea el trabajo de sus estudiantes, absolviendo dudas o afirmando conceptos</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de respuestas con sus datos respectivos.</p>	Problemas propuestos de la Ficha de trabajo	50 min
<b>Cierre</b>	<p>Para el cierre de la sesión se realiza las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cómo te has sentido con la sesión realizada? ¿Qué es lo más te ha gustado?</li> <li>✓ ¿Qué nuevos conocimientos aprendiste?</li> <li>✓ ¿Qué parte te ha parecido más difícil? ¿Qué hiciste para superarlo?</li> <li>✓ ¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de cada uno de los problemas?</li> <li>✓ De la situación inicial: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué país tiene mayor promedio en medallas de oro ganado en los diferentes juegos panamericanos?</li> <li>- ¿Dónde se celebrará los próximos juegos panamericanos?</li> </ul> </li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Las medidas de tendencia central son representativas en un conjunto de datos. Su objetivo es resumir la información en un solo valor, las más usadas son la media, mediana y moda.</li> <li>➤ Las medidas de dispersión miden el grado de alejamiento o separación de los datos con respecto a las medidas de tendencia central.</li> <li>➤ El rango nos indica si los datos están dispersos, cuanto mayor es el rango, más dispersos están los datos de un conjunto.</li> </ul>	Cuaderno Problemas propuestos de la ficha de trabajo	10 min

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Sustenta conclusiones o decisiones basado en información obtenida	✓ Argumenta procedimientos para hallar la media, la mediana y la moda de datos agrupados y no agrupados; determina la medida más representativa de un conjunto de datos y su importancia en la toma de decisiones.	✓ 3, 6; 7; 8; 12,14
Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Selecciona la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas.</li> <li>✓ Determina el rango o recorrido de una variable y la usa como una medida de dispersión.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 1; 4; 5; 10; 11; 13,15.</li> <li>✓ 2; 9.</li> </ul>

**Ficha de trabajo: “Las medidas de tendencia central en el historial medallero de los Juegos Panamericanos”**



Los **Juegos Panamericanos** se celebran cada cuatro años en nuestro continente entre los países de América; miles de atletas participan en diversas disciplinas deportivas. La ciudad de Lima será la próxima sede de los Juegos Panamericanos.

La ciudad anfitriona es elegida por la Organización Deportiva Panamericana y es responsable de organizar y financiar una celebración acorde con la Carta Olímpica y las reglas de los deportes que se disputarán. Las ceremonias de apertura y clausura dan un gran realce a esta celebración, pues abarcan muchos rituales y símbolos, como la bandera y la antorcha.

Más de 5000 atletas compiten en los Juegos Panamericanos en 36 deportes y cerca de 400 eventos. Los puestos primero, segundo y tercero en cada evento reciben medallas de oro, plata y bronce, respectivamente.

El siguiente cuadro muestra a los países que ganaron más medallas de oro en los últimos cuatro Juegos Panamericanos:

PAÍSES	SANTO DOMINGO 2003	RÍO DE JANEIRO 2007	GUADALAJARA 2011	TORONTO 2015
Estados Unidos	117	97	92	103
Cuba	72	59	59	36
Canadá	30	39	30	78
Brasil	29	54	48	42
México	20	18	42	15
Argentina	16	11	22	22

**Responde las siguientes preguntas:**

- ¿Qué país ha destacado más en los cuatro últimos Juegos Panamericanos? ¿Cuál es el promedio de sus medallas de oro?  
.....
- Al ordenar de menor a mayor la cantidad de medallas de cada país ¿cuál es el promedio de las dos cantidades que quedan al centro?  
.....
- ¿Qué países tienen la misma cantidad de medallas en dos o tres Juegos Panamericanos? ¿Cuál es esa cantidad en cada caso?  
.....
- ¿Qué nombre reciben los valores hallados anteriormente?

.....

### Aprendemos

Respecto a las preguntas anteriores, estas buscan explorar acerca de las medidas de tendencia central, que son la media, mediana y moda. Estas medidas son representativas en un conjunto de datos. Para una mejor comprensión es necesario que profundicemos sobre el tema.

#### ¿Qué son las medidas de tendencia central?

Son medidas estadísticas cuyo objetivo es resumir la información de un conjunto de datos en un solo valor. Las medidas de tendencia central más utilizadas son: la media o promedio, la mediana y la moda.

#### La media o promedio ( $\bar{x}$ )

La media o “promedio”, es el valor que se obtiene sumando todos los datos y dividiendo la suma entre el número de datos. Se simboliza con “  $\bar{x}$  ” y se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Por ejemplo, en el siguiente cuadro se muestra la cantidad de medallas de oro que Estados Unidos obtuvo en los cuatro últimos Juegos Panamericanos:

PAÍS	SANTO DOMINGO 2003	RÍO DE JANEIRO 2007	GUADALAJARA 2011	TORONTO 2015
Estados Unidos	117	97	92	103

El promedio o la medida de dichas cantidades se hallaría de la siguiente manera:

$$\bar{x} = \frac{117 + 97 + 92 + 103}{4} = \frac{409}{4} = 102,25$$

Por tanto, el promedio del número de medallas obtenido por Estados Unidos en los cuatro últimos Juegos Panamericanos es 102, 25 medallas.

#### ¿Cómo se calcula la Media para datos agrupados?

Para calcular la media aritmética para datos agrupados en intervalos de clase se procede de la siguiente manera:

- a) Cada intervalo se representa por su marca de clase:  $[Mi = \frac{\text{Limite inferior} + \text{Limite superior}}{2}]$
- b) Cada marca de clase se multiplica por su respectiva frecuencia absoluta, luego se suman los productos obtenidos.
- c) La media aritmética se obtienen al dividir la suma de los productos obtenidos entre la suma de las frecuencias absolutas.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot m_i}{N}$$

Por ejemplo, cuando queremos obtener el promedio del peso de 100 personas, registrados en la siguiente tabla de frecuencia, con datos agrupados en intervalos.

Peso (kg)	Frecuencia (f <sub>i</sub> )
[ 40 – 50 ]	10
[ 50 – 60 ]	18
[ 60 – 70 ]	32
[ 70 – 80 ]	36
[ 80 – 90 ]	4
Total	100

Entonces, para calcular la media aritmética aplicamos los pasos señalados anteriormente, trabajando con las marcas de clase en vez de los intervalos.

Peso (kg)	Marca de Clase $M_i$	Frecuencia $(f_i)$	Marcas de clase x Frecuencias: $(M_i).(f_i)$
[ 40 – 50[	45	10	45 x 10 = 450
[ 50 – 60[	55	18	55 x 18 = 990
[ 60 – 70[	65	32	65 x 32 = 2080
[ 70 – 80[	75	36	75 x 36 = 2700
[ 80 – 90[	85	4	85 x 4 = 340
<b>Total</b>	-	<b>100</b>	<b>6560</b>

Luego, aplicando la fórmula para datos agrupados tenemos:

$$\bar{x} = \frac{6560}{100} = 65,6 \text{ kg}$$

Finalmente el promedio de las medidas de los pesos de estas personas es **65,6 kg**.

### La mediana ( $m_e$ )

En un conjunto ordenado de datos, creciente o decreciente, la mediana es el valor que divide al conjunto en dos subconjuntos con la misma cantidad de elementos cada uno. La mitad de los datos son menores que la mediana y la otra mitad son mayores. Para establecer la mediana, se debe considerar también lo siguiente:

- Si el número de datos es impar, la mediana es el dato que se encuentra en el centro.
- Si el número de datos es par, la mediana es la media o promedio de los dos datos que se encuentra en la mitad de dicha lista ordenada.

En los Juegos Panamericanos, la cantidad de medallas de oro que obtuvo Brasil en los cuatro últimos Juegos Panamericanos fueron estas:

PAÍSE	SANTO DOMINGO 2003	RÍO JANEIRO 2007	DE GUADALAJARA 2011	TORONTO 2015
<b>Brasil</b>	29	54	48	42

Para hallar la mediana de dichos valores, primero se los ordena de menor a mayor: 29; 42; 48; 54, y se obtiene el promedio de los dos datos del centro. Entonces, 45 es el valor de la mediana de este conjunto de datos.

### **¿Cómo se calcula la mediana para datos agrupados?**

Para datos agrupados en intervalos de clases, se siguen los siguientes pasos:

- Se busca el lugar de la mediana  $\frac{n}{2}$  y se reconoce la clase mediana.
- Se suman las frecuencias para saber en qué intervalo se encuentra la mediana del conjunto de datos.
- Se calcula el ancho de la clase mediana: A
- Se interpola los valores faltantes para alcanzar la mediana utilizando para ello la frecuencia y el ancho de la clase mediana.
- Por último se suma el límite inferior de la clase mediana y el valor de la interpolación.

Por ejemplo, si queremos calcular la mediana del peso de un grupo de 100 personas registradas en la tabla de la sección “¿cómo se calcula la media para los datos agrupados?” registrados en el cuadro anterior.

Procedemos de la siguiente manera:

- Buscamos el lugar de la mediana:  $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$
- Para ubicar la clase mediana, vamos sumando las frecuencias hasta llegar a la posición 50, entonces:  $10 + 18 = 28$ . Vemos que faltan 22 lugares para llegar la mediana. De este modo, nos damos cuenta que la mediana se encuentra en el tercer intervalo.



c) El ancho de la clase mediana o amplitud del intervalo es  $A = 10$

En la tabla:

	Peso (kg)	Frecuencia (f <sub>i</sub> )	
	[ 40 – 50[	10	} $F_1 + F_2 = 10 + 18 = 28$
	[ 50 – 60[	18	
Clase Mediana →	[ 60 – 70[	32	← Frecuencia de la clase Mediana: f <sub>...</sub>
	[ 70 – 80[	36	
	[ 80 – 90[	4	
	<b>Total</b>	<b>100</b>	

d) Luego interpolamos para los lugares faltantes utilizando una regla de tres simple, considerando la frecuencia y la amplitud. Así:

32 se corresponde a 10  
22 se corresponde a x

$$x = \frac{22 \cdot (10)}{32} = 6,875$$

e) Finalmente la mediana se obtiene, sumando el límite inferior y el valor de la interpolación:

$$Me = 60 + 6,875 = 66,875$$

**La interpretación de la situación es que el peso del 50% de las personas está por debajo y por encima de 66,875 kg.**

### La moda (m<sub>o</sub>)

Es el valor que tiene la mayor frecuencia en un conjunto de datos. Dependiendo de los datos puede haber más de una moda. Si hay dos datos que se repite se llama bimodal. Si ninguno se repite no hay moda y se llama amodal.

Por ejemplo, la cantidad de medallas de oro que obtuvieron Brasil y Cuba en los cuatro últimos Juegos Panamericanos fue la siguiente:

PAÍSES	SANTO DOMINGO 2003	RÍO DE JANEIRO 2007	GUADALAJARA 2011	TORONTO 2015
Estados Unidos	117	97	92	103
Cuba	72	59	59	36

Se puede observar que Estados Unidos obtuvo en cada Juego Panamericano, cantidades diferentes de medallas de oro. Como ninguna cantidad se repite, decimos que este conjunto de datos es amodal. Por otro lado, Cuba obtuvo en dos Juegos Panamericanos la misma cantidad de medallas de oro, entonces se puede afirmar que 59 medallas de oro es la moda en este conjunto de datos.

### ¿Cómo se calcula la Moda para datos agrupados?

Para datos agrupados en intervalos de clase, para calcular la moda se procede de la siguiente manera:

- Se busca la clase modal que es la que tiene mayor frecuencia. Se anota su límite inferior (L<sub>i</sub>) y su frecuencia (f<sub>Mo</sub>).
- Se calcula  $d_1 = f_{Mo} - f_{anterior}$
- Se calcula  $d_2 = f_{Mo} - f_{posterior}$
- Se aplica la fórmula:

Dónde:

L<sub>i</sub>: límite inferior de la clase modal

A: Amplitud o ancho de la clase modal.

$$d_1 = f_{Modal} - f_{anterior}$$

$$d_2 = f_{Modal} - f_{posterior}$$

$$Mo = L_i + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) A$$

Por ejemplo, calculamos la moda en la distribución de frecuencias del ejemplo anterior.

a) La mayor frecuencia es 36, entonces la clase modal es: [ 70 – 80[

Donde: L<sub>i</sub> = 70 y f<sub>Mo</sub> = 36

b) El ancho de la clase modal o amplitud: A = 10

En la tabla:

Peso (kg)	Frecuencia (f <sub>i</sub> )
[ 40 – 50[	10
[ 50 – 60[	18
[ 60 – 70[	32
[ 70 – 80[	36
[ 80 – 90[	4
Total	100

Clase Modal →

$d_1 = 36 - 32 = 4$

← Frecuencia de la clase Modal:  $f_{Mn}$

$d_2 = 36 - 4 = 32$

c) Para calcular la moda se reemplaza los datos en la fórmula:

$$Mo = 70 + \left[ \frac{4}{4 + 32} \right] \times 10 = 70 + \left[ \frac{4}{36} \right] \times 10$$

$$Mo = 70 + 1,11 \longrightarrow Mo = 71,11 \text{ Kg}$$

$$Mo = L_i + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) A$$

**La interpretación de la situación es que el peso que más se presenta entre las 100 personas es 71,11Kg**

### ¿Qué son las medidas de dispersión?

Las medidas de dispersión miden el grado de alejamiento o separación de los datos con respecto a las medidas de tendencia central.

#### EL RANGO:

Se calcula restando el dato menor al dato mayor. El rango nos da la idea de proximidad a los datos a la media. Este dato permite obtener una idea de la dispersión de los datos, cuanto mayor es el rango, más dispersos están los datos de un conjunto.

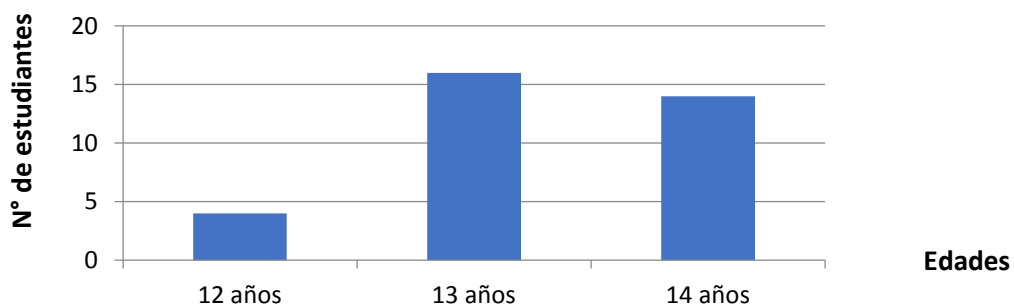
Si el conjunto de datos es muy numeroso o el rango es muy amplio es conveniente agruparlos y ordenarlos en intervalos de clases.

### ¿Cuándo usar la media, la mediana o la moda?

- La **media** se utiliza cuando los datos son más homogéneos o no están dispersos. Cuando los valores no están concentrados es mejor no utilizar esta medida.
- La **mediana** es más representativa que la media aritmética cuando la población es bastante heterogénea. Esta medida no se ve afectada por la dispersión. Cuando los datos no están muy dispersos la media y la mediana pueden tomar el mismo valor.
- La **moda** se puede utilizar cuando se requiera el valor más común en un conjunto de datos, por ejemplo en una encuesta que mide el aumento de conocimiento después de una capacitación y se quiere saber el puntaje que más han obtenido los participantes.

### Analizamos

1. En el gráfico siguiente se muestran las edades de un grupo de estudiantes de segundo grado. Determina la media aritmética, mediana y la moda.



**Resolución:**

Según el gráfico podemos decir que hay un total de \_\_\_\_\_ estudiantes.

a. Para determinar la **media aritmética**, reemplazamos los datos en la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{4(12) + 16(13) + 14(14)}{34} = \underline{\hspace{2cm}} =$$

**Respuesta:** \_\_\_\_\_

b. Para determinar **la mediana**:

- Se busca el lugar de la mediana:  $\frac{n}{2} = \frac{34}{2} = 17$  \_\_\_\_\_

- Se suman las frecuencias  $f_1 + f_2 = 4 + 16 = 20$ , esto nos indica que el dato de lugar 17 se encuentra dentro de la segunda frecuencia entonces la mediana es: \_\_\_\_.

c. Para determinar **la moda**, se observa que el dato que tiene mayor frecuencia es: \_\_\_\_\_. Entonces dicho valor es la moda.

2. En una encuesta realizada a 20 estudiantes de segundo grado sobre el número de hermanos que tiene cada uno, se obtuvieron los siguientes datos.

Número de hermanos	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Frecuencia absoluta (fi)	4	6	8	2

Determina: El rango y el valor de la medida de tendencia central más representativa.

**Resolución.**

d. Determinando el rango: Restamos  $4 - 1 = 3$ . Como el valor no es tan grande, podemos afirmar que los datos no están dispersos.

Número de hermanos (xi)	Frecuencia (fi)	$X_i \cdot f_i$
<b>1</b>	4	4
<b>2</b>	7	
<b>3</b>	8	
<b>4</b>	1	
<b>Total</b>	<b>20</b>	

e. Por lo tanto la medida más representativa es **la media**. Para hallar su valor completamos la columna  $x_i \cdot f_i$

f. Determinando la media:

$$\bar{x} = \frac{\text{suma total de la columna "Xi . fi"}}{20} = \frac{\hspace{2cm}}{20} =$$

**Respuesta:** \_\_\_\_\_

3. Los siguientes datos **1, 2, 1, 2, 2, 1, 9, 1, 20, 6, 2** son los minutos de tardanza que tuvo Edgard a la hora de ingreso a su centro de labores durante el mes de Febrero.

Calcula la cantidad de minutos que represente mejor los minutos de tardanza que tuvo Edgard durante ese mes.

**Resolución:**

➤ Se determina el rango para saber si los datos están muy dispersos o no: Restamos  $20 - 1 = 19$ , el valor hallado nos indica que los datos están dispersos.

➤ Por lo tanto la medida más representativa es **la mediana**. Para hallar su valor hay que ordenar los datos en forma creciente: 1, 1, 1, 1, 2, **2**, , 2, 2, 6, 9, 20 y se ubica al valor que está al centro. Entonces la **mediana es 2**.

➤ La interpretación de la situación es que 2 minutos es la cantidad de minutos que mejor representa las tardanzas de Edgard durante el mes de Febrero.

4. Se realizó una encuesta a 80 estudiantes de 5to de secundaria, para conocer sus expectativas de educación al egresar del colegio. El siguiente cuadro muestran los resultados:

Expectativas de Educación	Número de Alumnos
Universidad	12
Institutos Superiores	21
SENATI	32
Escuelas Militares	7
Otros	8
<b>Total</b>	<b>80</b>

¿Debemos utilizar la media, mediana o moda para alcanzar el propósito que tiene la encuesta? ¿Por qué?

**Resolución:**

Debemos utilizar **moda**, porque esta medida nos indica que expectativa tienen la mayoría de nuestros estudiantes. Vemos que la mayoría prefieren seguir estudios en SENATI.

5. José, Luis y Manuel miden 1,65 m; 1,72 m y 1,68 m. respectivamente ¿Cuánto es la estatura de Miguel si la estatura promedio de los 4 amigos es 1,70 m?

**Resolución:**

Utilizamos una estrategia heurística: planteo de ecuaciones, para hallar la estatura de Miguel.

Sea "x" la estatura de Miguel, entonces:

$$\frac{\text{suma de las esturas conocidas} + x}{4} = 1,70 \quad \text{entonces:} \quad \underline{\quad} + x = 4 (1,70)$$

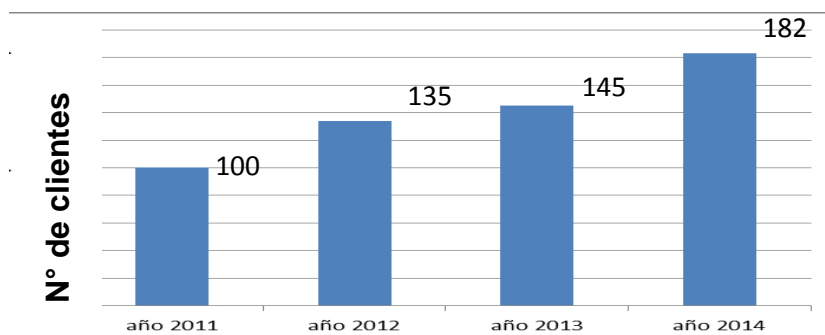
$$\underline{\quad} + x = \underline{\quad} \quad \text{Luego: } x = \underline{\quad} - \underline{\quad} \quad \text{Finalmente: } x =$$

**Respuesta:** \_\_\_\_\_

**Practicamos**

- Los siguientes datos son las edades de los integrantes del coro que representará a la institución educativa en un concurso de canto: 5, 7, 8, 8, 10, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 17. Calcula el valor que representa la edad de los integrantes de dicho coro. ¿Qué medida de tendencia central es
  - 10 - Media Aritmética.
  - 11 - Mediana
  - 10 - Moda.
  - 10.5 - Media o Mediana
- Según el gráfico, determina el rango y la cantidad promedio de clientes que tuvo una empresa en los últimos cuatro años.

Cantidad de clientes durante los años 2011-2014

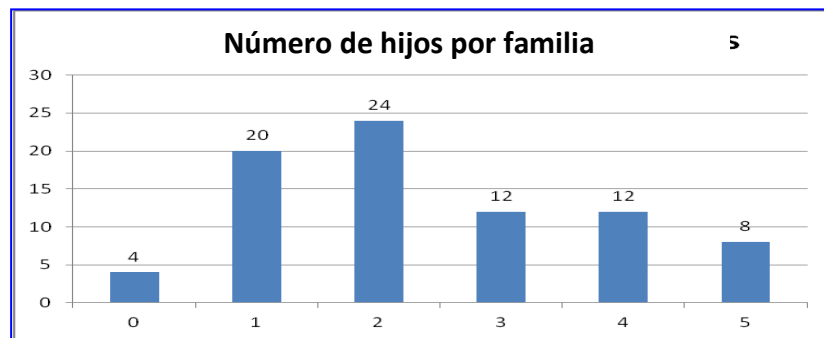


- a. Rango: 80 y Promedio: 140 clientes  
 b. Rango: 82 y Promedio: 140,5 clientes  
 c. Rango: 80 y Promedio: 562 clientes  
 d. Rango: 8,2 y Promedio: 1405 clientes
3. El peso promedio de un grupo de tres amigas es de 54,5 kg. Si se incorpora al grupo una amiga de 52,5 kg de peso, ¿en cuánto varía el peso promedio del nuevo grupo?
- a. Aumentó 0,5 kg.  
 b. Diminuyó 0,5 kg.  
 c. Aumentó 1 kg.  
 d. No varía.
4. La siguiente tabla indica el número de trabajadores de un fábrica con sus respectivos sueldos. ¿Qué cantidad representa mejor el sueldo de los trabajadores y qué medida de tendencia central es?

- a) S/. 1100 - Promedio  
 b) S/. 1580 - Mediana  
 c) S/. 1640 - Moda  
 d) S/. 1722 – Media

N° de Trabajadores	Sueldo (S/.)
2	1100
3	1520
4	1640
1	3900

5. Según el gráfico: Determina la cantidad de familias encuestadas y diga: ¿Qué cantidad representa al número de hijos que tienen la mayoría de las familias?



Respuesta: \_\_\_\_\_

6. La siguiente distribución de frecuencias, representa los puntajes obtenidos por un grupo de estudiantes en una prueba de Comprensión Lectora. Halla la mediana en este conjunto de datos.

Puntajes	Número de alumnos (f <sub>i</sub> )
[ 00 – 04[	2
[ 04 – 08[	13
[ 08 – 12[	14
[ 12 – 16[	12
[ 16 – 20[	9
<b>Total</b>	<b>50</b>

Respuesta : \_\_\_\_\_

Interpretación : \_\_\_\_\_

7. La siguiente tabla muestra los sueldos (en nuevos soles) de los empleados de una empresa. ¿Qué afirmación es correcta?

- a) La moda se ubica en la tercera clase.
- b) La media aritmética es S/. 4450.00
- c) La mediana y la moda son iguales.
- d) Las tres medidas de tendencia central se ubican en la segunda clase.

Sueldo (nuevos soles)	fi
[2200; 3700[	8
[3700; 5200[	16
[5200; 6700[	12
[6700; 8200]	4

8. A este conjunto de datos: **13; 14; 14; 15; 18;** se le agregan dos datos más, siendo después su mediana igual a 15, su promedio 16 y su moda 14. ¿Qué datos se habrán agregado?

- a) Se le agregó 14 y 24
- b) Se le agregó 17 y 21
- c) Se le agregó 18 y 20
- d) Se le agregó 16 y 20

9. Durante el 4° bimestre, Marco ha tenido las siguientes notas en Matemática: **08, 10, 10, 11, 13, 13, 14, 14, 14, 15.** ¿Qué afirmación es correcta?

- a) La nota de Marco en el 4to Bimestre será 14.
- b) La nota promedio de Marco es 13.
- c) En el 4to Bimestre, Marco obtuvo 12 en la libreta
- d) El Rango de dichas notas es 8.

10. Luisa tiene de promedio 15,5 en los dos trimestres anteriores. Le han informado que para postular a una beca debe tener como mínimo 16 de promedio final. ¿Qué nota mínima debe obtener Luisa en el promedio del tercer trimestre, para que pueda postular a dicha beca?

- a) 16,5
- b) 16
- c) 17
- d) 18

11. Determina cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

- I. La media aritmética es siempre menor que la moda.
  - II. La moda siempre se encuentra en el centro de un conjunto ordenado de datos.
  - III. Puede haber más de una moda en un conjunto de datos.
  - IV. La mediana y la media aritmética son siempre iguales.
- a) Sólo I      b) II y III      c) Sólo III      d) III y I

12. La siguiente distribución de frecuencias, representa el tiempo de servicio de los docentes de una Institución Educativa. Según el valor de la moda, para datos agrupados, se puede determinar una de las siguientes afirmaciones:

Tiempo de Servicio (en años)	Número de Profesores(f <sub>i</sub> )
[ 00 – 05[	6
[ 05 – 10[	10
[ 10 – 15[	14
[ 15 – 20[	16
[ 20 – 25[	13
[ 25 – 30[	1
<b>Total</b>	<b>60</b>

- a) La clase modal es [ 10 – 15[.
- b) La mayoría de los maestros tienen 17 años de servicio.
- c) Los maestros tienen entre 14 y 16 años de servicio
- d) La mayoría de los maestros tienen 15 años de servicio.

13. El peso de los trabajadores de una fábrica se ha representado en la siguiente distribución de frecuencias. Indica que afirmación es **incorrecta**.

Peso	frecuencia
[40 ; 50 >	12
[50 ; 60 >	20
[60 ; 70 >	35
[70 ; 80 >	39
[80 ; 90 >	4
<b>Total</b>	110

- a) El peso promedio de todos los trabajadores es de 65,3 kg.  
 b) El 50% de los trabajadores pesan menos de 66,6 kg y el otro 50% pesan más de 66,6 kg.  
 c) La mayoría de los trabajadores pesan más de 71 kg.  
 d) El 50% de los trabajadores pesan menos de 60 kg.
14. Para elegir al estudiante que represente a la Institución Educativa en un campeonato de natación de 100 metros, estilo libre. El profesor de Educación Física convoca a los tres mejores alumnos en esta disciplina, los hace competir 5 veces y les registra el tiempo en la siguiente tabla.

Alumnos	Tiempo en segundos				
	1ra	2da	3ra	4ta	5ta
Julio	61,7	61,7	62,3	62,9	63,1
Luis	61,5	62,9	62,9	63,7	63,7
Alfredo	60,7	62,4	62,7	62,7	61,2

- ¿Qué estudiantes representará mejor a la institución educativa?
- 

15. Una empresa de equipos deportivos está evaluando el efecto de dos planes publicitarios sobre las ventas de los últimos 4 meses. Dadas las ventas que se han registrado en la tabla ¿qué plan de publicidad es conveniente para dicha empresa?

Mes	Plan 1	Plan 2
Julio	16 570	47 350
Agosto	19 980	50 120
Setiembre	22 670	54 790
Octubre	34 320	55 890

## SESIÓN DE REFUERZO N° 11

TÍTULO DE LA SESIÓN: “La tombola escolar”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	28 de agosto	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Usa las propiedades de la probabilidad en el modelo de Laplace al resolver problemas.</li> <li>✓ Emplea estrategias para obtener el espacio muestral de experimentos aleatorios</li> </ul>
	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Plantea y resuelve problemas sobre la probabilidad de un evento en una situación aleatoria a partir de un modelo referido a la probabilidad.</li> </ul>

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>1.El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes y resalta la importancia de cumplir las normas de convivencia, comunica las actividades que van a realizar durante la sesión y cómo van a ser evaluados.</p> <p>2.Se forman equipos de trabajo de cuatro estudiantes y se procede a repartir a cada uno la ficha de trabajo.</p> <p>3.Luego, escribe en la pizarra: <b>¿Qué es una tómbola escolar?</b> y coloca una imagen de una tómbola Solicita a los estudiantes que reflexionen y den ejemplos de los artículos que se sortean en una tómbola. El docente anota las participaciones espontáneas y solicita que analicen respondan las preguntas de la ficha.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ¿Qué artículos observas?</li> <li>➤ Completa la tabla con la cantidad de artículos que hay en la tómbola.</li> <li>➤ ¿Cómo se juega la tómbola?</li> <li>➤ ¿Cuál es la finalidad de la tómbola?</li> <li>➤ ¿Qué condiciones se deben dar para que se asegure una buena recaudación de dinero? Menciona algunas de ellas.</li> </ul> <p>Los estudiantes, dialogan y escriben sus respuestas en tarjetas, luego las colocan sobre la tabla colocada en la pizarra por el docente.</p>	<p>Pizarra, plumones</p> <p>Imagen digital</p> <p>Papelógrafos plumones, cinta adhesiva.</p>	10 min



2. Completa la tabla con la cantidad de artículos que hay en la tómbola:

Artículo	Nombre	Costo (\$/.)	Cantidad
1	Pantera	3,00	
2	Pescado	5,00	
3	Muñeca pequeña	2,00	
4	Pingüino	6,00	
5	Oso	4,00	
6	Juguete pequeño	1,00	
7	caramelo	0,10	
8	Patitos de hule	0,50	
9	Muñeca grande	6,50	
10	Pingüinito de hule	0,80	

4.El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: **Resuelve problemas referidos a la probabilidad de un evento usando la regla de Laplace.**

Desarrollo

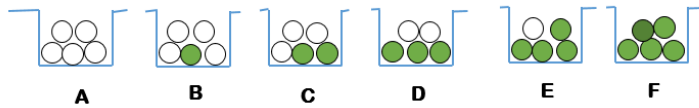
**Aprendemos**

**Se presenta la situación problemática:**

El docente muestra un recipiente de plástico elaborado de una botella descartable de 3 litros y también coloca caramelos o cuentas de dos colores diferentes sobre la mesa.

El docente Pregunta a los estudiantes: ¿Desearían ganar caramelos?

El docente va colocando progresivamente los caramelos según la imagen, la condición es: Sacar un caramelo de la urna sin mirar y gana si extrae un caramelo verde mientras van trabajando van completando el cuadro.



**1º:** Un estudiante saca un caramelo de la urna **A**, los otros estudiantes van a comentar que esta piña porque nunca va a ganar, debido a que en la urna no hay caramelos verdes. Frente a la situación el docente comenta que es imposible ganar un caramelo en dicha urna y toma nota en la pizarra.

**2º:** Un estudiante saca un caramelo de la urna **B**, los otros estudiantes comentan que tendría suerte si logra sacar el caramelo. El docente aprovecha la situación y pregunta: ¿Cuál es la posibilidad de que saque el caramelo verde?

Posible respuesta: Solo hay un caramelo verde está difícil.

Luego el docente pregunta: ¿En total cuantos caramelos hay?

Posible respuesta: cinco caramelos, pero solo un verde, son bajas las posibilidades.

El docente toma nota en la pizarra, **entonces es poco probable.**

**3º:** Un estudiante saca un caramelo de la urna **C** y el docente procede realizando las preguntas de reflexión y va completando el cuadro, hasta llegar al concepto de probabilidad.

**¿Qué fracción representa la cantidad de bolas verdes con respecto al total de bolas?**

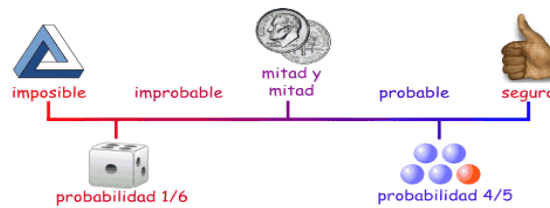
El docente confecciona esta tabla lo presenta en la pizarra.

SITUACION	FRACCION	DECIMAL
A		
B	1/5	
C		0,4
D		
E		

Teoría básica de la Ficha de trabajo

30 min

El docente presenta la siguiente imagen y junto a los estudiantes la analizan



Luego el docente pregunta: **¿Qué significa probabilidad?**

Los estudiantes responden con lluvias de ideas y el docente consolida a partir de las ideas.

**Probabilidad:** La probabilidad de un suceso es un número, comprendido entre 0 y 1, que indica las posibilidades que tiene de verificarse cuando se realiza un experimento aleatorio.

La probabilidad de que un evento ocurra es:

$$p(A) = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$$

Los casos favorables también se llaman suceso o evento y los casos posibles representan el espacio muestral.

El docente reparte dados a cada mesa de trabajo y solicita que tiren un dado y luego pregunta que salió y explica:



Muestra: {1,2,3,4,5,6,}  
 Evento: El número que sacó.  
 ¿Cuál es la probabilidad de obtener 2?

El docente reparte materiales y asigna actividades a cada mesa de trabajo.

- ✓ Grupo 1: 2 dados
- ✓ Grupo 2: 1 dado y una moneda
- ✓ Grupo 3: 2 monedas
- ✓ Grupo 4: 3 monedas
- ✓ Grupo 5: un juego de carta

El docente solicita que escriban en papelotes el espacio muestral de la actividad asignada. Luego pide a los estudiantes que desarrollen las actividades de la sección aprendemos de la ficha de trabajo.

Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios y verifican sus resultados de la actividad de inicio.

### Analizamos

A continuación en equipos de 4 estudiantes, el docente indica que cada uno de ellos analice uno de los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue, para de esta manera explicárselo a sus otros 3 compañeros. El docente puede explicar alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.

Ficha de  
trabajo  
problemas  
resueltos

20 min

	<p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resuelven como mínimo 8 problemas propuestos. El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz 2B y borrador. La sección practicamos es individual. Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja de respuestas con sus datos respectivos.</p>	Problemas propuestos de la Ficha de trabajo	50 min
<b>Cierre</b>	<p>Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.</p> <p><b>Metacognición</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué aprendí hoy?</li> <li>✓ ¿Cómo usamos las probabilidades en la toma de decisiones?</li> <li>✓ ¿qué dificultades encontré al realizar esta actividad?</li> <li>✓ ¿Cómo pude superar las dificultades presentadas?</li> <li>✓ ¿qué estrategias me dieron mejores resultados?</li> <li>✓ ¿Qué otros juegos conocemos donde el azar es importante y genera ganancias para quien lo organiza?</li> </ul>	Cuaderno Problemas propuestos de la ficha	10 min

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Usa las propiedades de la probabilidad en el modelo de Laplace al resolver problemas.</li> <li>✓ Emplea estrategias para obtener el espacio muestral de experimentos aleatorios</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 1; 2; 3; 5; 6; 7;10; 11; 12; 13</li> <li>✓ 8; 9</li> </ul>
Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Plantea y resuelve problemas sobre la probabilidad de un evento en una situación aleatoria a partir de un modelo referido a la probabilidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 4; 14; 15</li> </ul>

## Ficha de trabajo: “La tómbola escolar”



Observa la imagen y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué artículos observas?

---



---

2. Completa la tabla con la cantidad de artículos que hay en la tómbola.

Artículo	Nombre	Costo (S/.)	Cantidad
1	Pantera	3,00	
2	Pescado	5,00	
3	Muñeca pequeña	2,00	
4	Pingüino	6,00	
5	Oso	4,00	
6	Juguete pequeño	1,00	
7	Caramelo	0,10	
8	Patito de hule	0,50	
9	Muñeca grande	6,50	
10	Pingüinito de hule	0,80	

3. ¿Cómo se juega la tómbola?

---



---

4. ¿Cuál es la finalidad de la tómbola?

---

5. ¿Qué condiciones se deben dar para que se asegure una buena recaudación de dinero? Menciona algunas de ellas.

---



---



---

### Situación problemática

Si el precio de cada boleto es S/. 1,50 y se juega extrayendo un boleto de la urna, ¿qué artículos se tendrá que tener en mayor cantidad para asegurar una mayor utilidad?

---



---



---

## Aprendemos

Todo juego de azar, como la tómbola, se centra en el cálculo de las probabilidades.

Para resolver problemas relacionados con probabilidades, es necesario recordar qué es un experimento aleatorio y qué es un experimento determinístico.

1. Un experimento es aleatorio cuando no se conoce con anticipación lo que va a ocurrir o el resultado que se va a obtener; mientras que en un experimento determinístico sí se conoce lo que ocurrirá o el resultado que se obtendrá de él.

**Ejemplo 1:** en cada caso señala si los experimentos descritos son determinísticos o aleatorios.

- a. Lanzar un dado normal (con seis caras diferentes): \_\_\_\_\_
  - b. Extraer una ficha de una urna llena de fichas diferentes: \_\_\_\_\_
  - c. Indicar qué día de la semana será mañana: \_\_\_\_\_
  - d. Soltar una piedra desde lo alto de un edificio: \_\_\_\_\_
2. El espacio muestral ( $\Omega$ ) es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.  
**Ejemplo 2:** si el experimento aleatorio es lanzar un dado normal, ¿cuál es el espacio muestral?
    - a. {1, 2, 3, 4, 5, 6}
    - b. {enero, febrero, marzo, abril}
    - c. {a, b, c, d, e}
    - d. {3, 5, 7, 9, 11, 13}

3. Un evento ( $\varepsilon$ ) o suceso se refiere a la ocurrencia de algún subconjunto del espacio muestral.

**Ejemplo 3:** si el experimento aleatorio es extraer, sin ver, una carta y observar el número representado en ella, su espacio muestral es el siguiente:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$$

¿Cuáles son eventos de este experimento aleatorio?

- a. La carta es de espadas.
  - b. La carta tiene un número par.
  - c. La carta es la más grande en tamaño.
  - d. La carta está cortada por la mitad.
4. La probabilidad de ocurrencia de un evento  $P(\varepsilon)$  es un número comprendido entre 0 y 1 y nos indica la posibilidad de ocurrencia del evento ( $\varepsilon$ ). 0 representa ocurrencia nula (fracaso) y 1, ocurrencia segura (éxito).

La probabilidad de un evento aleatorio se calcula con la siguiente relación:

$$P(\varepsilon) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Los casos favorables son los elementos del espacio muestral que cumplen las características del evento, y los casos posibles son todos los elementos del espacio muestral.

**Ejemplo 4:** si el experimento aleatorio es extraer al azar una carta de un grupo de 13 cartas diferentes y observar el número representado en ella, ¿cuál es la probabilidad de obtener una carta con número par?

### Resolución

Según el ejemplo anterior, el espacio muestral es el siguiente:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$$

De lo cual se obtiene que la cantidad de casos posibles es 13.

El evento consiste en obtener una carta con número par. Los casos favorables son {2, 4, 6, 8, 10, 12}.

De esto se desprende que son 6 los casos favorables.

Siendo el evento  $\varepsilon$ : carta con número par, entonces  $P(\varepsilon) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{6}{13}$ .

5. Retornando a la situación problemática, podemos decir que para asegurar un mejor éxito en la tómbola se debe incrementar la probabilidad de ocurrencia de extraer un boleto con la numeración de un artículo con un precio menor de S/. 1,50. Y minimizar la ocurrencia de extraer un boleto con la numeración de un artículo con costo mayor de S/. 1,50.

Con las cantidades contadas y escritas en la tabla, determinamos el espacio muestral ( $\Omega$ ), con lo que obtendremos los casos posibles. El evento ( $\epsilon$ ) es extraer un boleto con numeración 6, 7 u 8. Con esto obtendremos la cantidad de casos favorables. Con estos dos datos se obtiene la probabilidad de ocurrencia. Si esta probabilidad es mayor que 0,5; estaremos frente a condiciones favorables de ganancia.

### Analizamos

En la tómbola se tienen los siguientes artículos y costos:

Artículo	Nombre	Costo (S/.)	Cantidad
1	Pantera	3,00	3
2	Pescado	5,00	4
3	Muñeca pequeña	2,00	5
4	Pinguino	6,00	2
5	Oso	4,00	3
6	Juguete pequeño	1,00	7
7	Caramelo	0,10	40
8	Patito de hule	0,50	6
9	Muñeca grande	6,50	4
10	Pingüinito de hule	0,80	6
Total de artículos			80

El juego consiste en extraer de una urna un boleto con la numeración del artículo.

1. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un caramelo?

**Resolución:**

El espacio muestral está dado por los boletos, un boleto por cada artículo; es decir, los casos posibles son 80.

El evento consiste en que la numeración del boleto sea 7, para lo cual hay 40 casos favorables.

$$\text{Luego } P(\text{caramelo}) = \frac{40}{80} = \frac{1}{2} = 0,5$$

2. Si para extraer un boleto se debe pagar S/. 1,50, ¿cuál es la probabilidad de obtener ganancias en una jugada?

**Resolución:**

Para obtener ganancia en la extracción de boletos, se deben extraer boletos con la numeración 6, 7, 8 o 10; es decir:  $7 + 40 + 6 + 6 = 59$

$$\text{Luego } P(\text{ganar}) = \frac{59}{80} = 0,7375$$

3. Si ya se han entregado 20 caramelos y 2 muñecas pequeñas, ¿cuál es la probabilidad de que en la siguiente extracción se siga ganado?

**Resolución**

Se han entregado 22 artículos, por lo que quedan en la urna  $80 - 22 = 58$  casos posibles.

Los casos favorables son boletos con numeración 6, 7 u 8. Considerando que ya se han entregado 20 caramelos, tenemos:  $7 + 20 + 6 + 6 = 39$ .

$$\text{Luego } P(\text{ganar}) = \frac{39}{58} = 0,672$$

### Practicamos

Teniendo en cuenta la tabla presente en la sección “analizamos”, resuelve las preguntas 1, 2, 3 y 4.

- ¿Cuál es la probabilidad de perder más de S/. 2 en la primera extracción?
  - $\frac{13}{80}$
  - $\frac{21}{80}$
  - $\frac{3}{20}$
  - $\frac{1}{2}$
- Si en las primeras 10 extracciones solo se entregaron caramelos, ¿cuál es la probabilidad de que en la siguiente extracción salga nuevamente un caramelo?
  - $\frac{3}{7}$
  - $\frac{4}{7}$
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{3}{8}$
- Luego de haber extraído la mitad de los boletos, se han entregado 2 pinguinos, 2 osos, 4 muñecas grandes, 4 patitos de hule y 28 caramelos. En estas circunstancias, ¿cuál es la probabilidad de perder dinero en la siguiente extracción?
  - $\frac{1}{4}$
  - $\frac{3}{7}$
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{2}{5}$
- Si luego de extraer 30 boletos, resultaron todos caramelos, ¿qué artículos se pueden incrementar en la tómbola para que la probabilidad de ganar en la siguiente extracción sea mayor que 0,6?

---



---

### El Campeonato deportivo

En una institución educativa se organiza un campeonato deportivo interno, todas las secciones presentan un equipo. Estas son las secciones:

Categoría	Grado	Sección
I	Primero	A y B
	Segundo	A, B y C
	Tercero	A y B
II	Cuarto	A y B
	Quinto	A, B y C

Con esta información resuelve las preguntas 5, 6, 7 y 8.

- Para el partido inaugural, se seleccionarán al azar 2 equipos de cada categoría. ¿Cuál es la probabilidad de que, en el encuentro de la categoría I, haya por lo menos una de las secciones del segundo grado?
  - $\frac{8}{21}$
  - $\frac{2}{3}$
  - $\frac{3}{7}$
  - $\frac{2}{7}$
- Para la primera fecha, de los 5 equipos que integran la categoría II, se elige por sorteo una de las secciones que pasa automáticamente a la siguiente fecha. ¿Cuál es la probabilidad de que sea elegida una de las secciones de cuarto grado?
  - $\frac{2}{5}$
  - $\frac{2}{3}$
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{5}$
- En la primera etapa del campeonato, los equipos deben enfrentarse unos contra otros solo una vez. Para cada encuentro se eligen al azar los equipos que se enfrentarán. Si en el primer encuentro

jugaron el salón de primero A con el de tercero B, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo encuentro ocurra entre dos equipos de segundo grado?

- a.  $\frac{3}{7}$       b.  $\frac{2}{3}$       c.  $\frac{3}{20}$       d.  $\frac{1}{5}$

8. Si en la categoría II, para cada encuentro, se eligen los equipos al azar, ¿cuál es el espacio muestral sobre el que se eligen los equipos que jugarán el primer partido de esta categoría?

---



---



---

### La ruleta

Una empresa de telefonía, para premiar a sus clientes por su preferencia, fabrica esta ruleta y hace que cada cliente elegido la haga girar para determinar el obsequio que le dará. Observa la ruleta:



Con esta información responde las preguntas 9, 10 y 11.

9. ¿Cuál es el espacio muestral de los obsequios que otorga esta ruleta?

---



---

10. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente, al hacer girar esta ruleta, obtenga como obsequio 10 SMS?

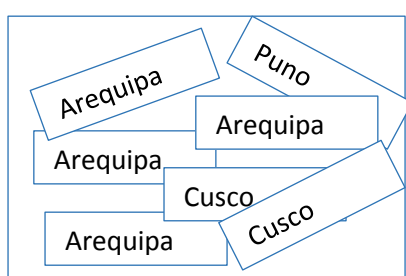
- a.  $\frac{3}{10}$       b.  $\frac{1}{12}$       c.  $\frac{1}{3}$       d.  $\frac{1}{4}$

11. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente, al hacer girar esta ruleta, no obtenga obsequio?

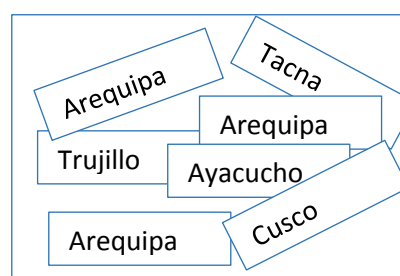
- a. 1      b.  $\frac{1}{12}$       c. 0      d.  $\frac{1}{2}$

### Empresa de transporte

Una empresa de transporte desea premiar a sus pasajeros más frecuentes con boletos de viaje ida y vuelta a diversos destinos nacionales, para lo cual prepara dos urnas idénticas donde deposita los boletos con los diversos destinos de viaje.



Urna 1



Urna 2



Con esta información, responde las preguntas 12, 13, 14 y 15.

12. Jorge extrae un boleto de la urna 1. ¿Cuál es la probabilidad de que este boleto corresponda al destino de Cusco?

- a.  $\frac{3}{14}$       b.  $\frac{2}{7}$       c.  $\frac{2}{5}$       d. 1

13. Luego de extraer dos boletos de la urna 2, uno de Cusco y el otro de Tacna, sin devolverlos a la urna, ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer el tercer boleto el destino sea Ayacucho?

- a.  $\frac{1}{5}$       b.  $\frac{2}{7}$       c.  $\frac{1}{7}$       d.  $\frac{1}{4}$

14. ¿Qué boletos se deben extraer de la urna 1 para que la probabilidad de extraer un boleto con destino a Cusco sea del 50 %?

---

---

15. Un pasajero desea ir a Arequipa, ¿Cuál de las urnas le convendría escoger para extraer el boleto con ese destino? Argumenta tu respuesta.

---

---



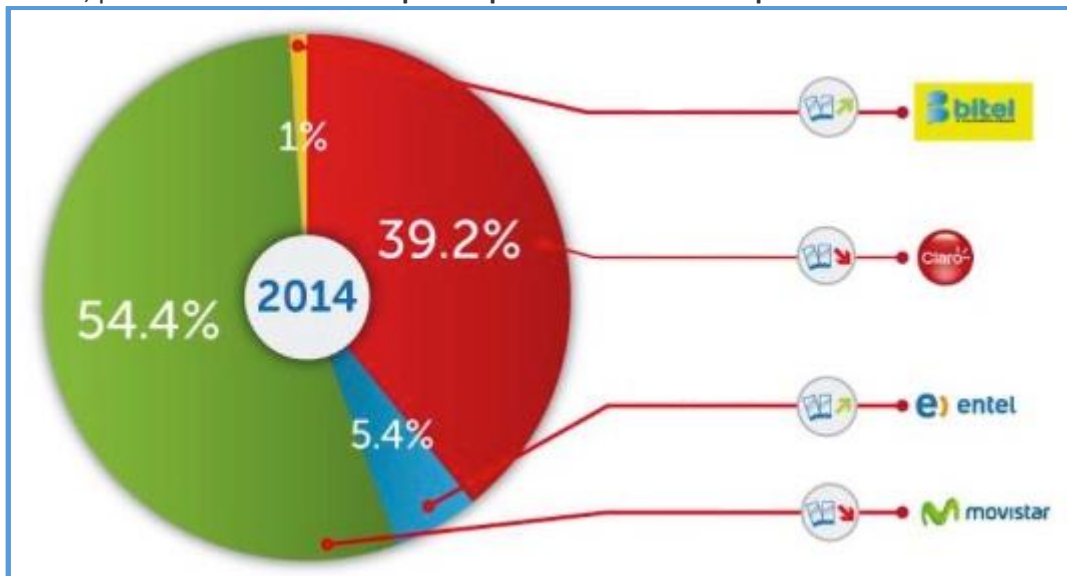
	<p>propósito de la sesión: <b>Ordena datos provenientes de variadas fuentes de información al reconocer eventos independientes de característica aleatoria al expresar un modelo referido a probabilidad de sucesos equiprobables.</b></p> <p>Es importante que los estudiantes comprendan que cada ficha consta de tres momentos y que se irán desarrollando paulatinamente. Aprendemos, analizamos y practicamos. Este último asociado a la resolución de problemas propuestos.</p>	papelografos, plumones, masking.	
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>En esta sección, el docente indica que en equipo de cuatro estudiantes desarrollen una lectura silenciosa y analítica de la información presentada en la ficha. Luego de analizar el texto, verifican que las respuestas dadas en la situación inicial sean las correctas.</p> <p>El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes.</p> <p>En esta sección se pretende asociar la teoría básica de probabilidades con las preguntas realizadas.</p> <p>Además el docente plantea la siguiente interrogantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <b>¿Las aseguradoras, usarán probabilidades para realizar sus cobranzas? ¿De qué modo?</b></li> <li>✓ <b>¿Para qué se sirve utilizar las probabilidades?</b></li> <li>✓ <b>¿En alguna oportunidad has utilizado la probabilidad? ¿En qué situaciones?</b></li> </ul> <p>Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>A continuación en equipos de 4 estudiantes, y conjuntamente con el docente se desarrollan cada uno de los ejemplos, prestando mucha atención en lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que se plantea, para luego explicárselo a sus otros 3 compañeros (Estrategia del Especialista).</p> <p>El docente realiza un acompañamiento a los estudiantes con preguntas reflexivas para la comprensión de los problemas resueltos y los aprendizajes esperados y si es necesario puede explicar o resolver alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>La sección practicamos se desarrolla de manera individual.</p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán 10 problemas propuestos como mínimo, se recomienda desarrollar los números <b>1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13 y 15.</b></p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas. Se les recomienda escribir con letra legible y utilizar lápiz y borrador. El docente realiza un acompañamiento a sus estudiantes monitoreando el trabajo, absolviendo dudas o afirmando conceptos</p> <p>Finalizado el tiempo, los estudiantes, entregan al docente su hoja</p>	<p>Teoría básica de la Ficha</p> <p>Problemas resueltos de la Ficha</p> <p>Problemas propuestos de la Ficha</p>	<p>20 min</p> <p>20min</p> <p>50 min</p>

	de respuestas con sus datos respectivos.		
<b>Cierre</b>	<p>Para el cierre de la sesión se realiza las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cómo te has sentido con la sesión realizada?</li> <li>✓ ¿Qué conocimientos nuevos aprendiste en esta sesión?</li> <li>✓ ¿Qué parte de los temas has tenido mayor dificultad? ¿Qué hiciste para superarlo?</li> <li>✓ ¿Qué estrategias aplicaste en la resolución de cada uno de los problemas?</li> <li>✓ De la situación inicial: ¿Posiblemente cuantas personas usan el operador Movistar?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Probabilidad y posibilidad no es lo mismo.</li> <li>➤ La probabilidad siempre es mayor o igual que 0 y menor o igual a 1.</li> <li>➤ La probabilidad no es una certeza de que siempre va a ocurrir.</li> <li>➤ La probabilidad también se puede expresar como porcentaje.</li> </ul>	Cuaderno Problemas propuestos de la ficha	10 min

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Plantea y resuelve problemas sobre la probabilidad de un evento en una situación aleatoria a partir de un modelo referido a la probabilidad.</li> <li>➤ Ordena datos provenientes de variadas fuentes de información al reconocer eventos independientes de característica aleatoria al expresar un modelo referido a probabilidad de sucesos equiprobables.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 1, 2, 7, 9, 10, 11</li> <li>➤ 4,12,13, 14,15</li> </ul>
Sustenta conclusiones o decisiones basado en información obtenida	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Propone conjeturas sobre la probabilidad a partir de la frecuencia de un suceso en una situación aleatoria.</li> </ul>	➤ 3, 5, 6, 8

## Ficha de trabajo: “Conociendo el uso de las probabilidades”

A fines del año 2014, Osiptel publicó un informe sobre el estado actual de participación de las operadoras móviles en el Perú por la aparición de nuevas operadoras, Entel (que reemplazó a Nextel) y Bitel. Tampoco hay que olvidar la entrada de Tuenti, un “sub-carrier” que nos ofrece planes económicos y apunta exclusivamente al mercado pre-pago. Todos estos movimientos implicaban un gran movimiento en el mercado móvil, pero **los datos revelados por Osiptel nos muestran un panorama diferente.**



Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Posibilidad es igual a probabilidad?

---

---

2. ¿Qué determinan las probabilidades?

---

---

3. En una reunión ¿Cuál es la probabilidad de que un asistente tenga un celular con operador Claro?

---

4. Si a una reunión asisten 250 personas, ¿cuántas personas posiblemente usen el operador móvil Claro?

### APRENDEMOS

Respecto a la situación planteada anteriormente, se observa que se tienen varias posibilidades de un total, y se quiere conocer que tan probable es encontrar un cierto suceso, para esto será necesario conocer algunas definiciones.

#### ¿Qué es un experimento aleatorio?

Es un experimento en el que no se puede predecir el resultado. Por lo que el experimento está sujeto al azar. Estos son algunos ejemplos:

- Al tirar un dado.
- Al lanzar una moneda.
- En una rifa al extraer un boleto.

Si se pudiera predecir, el experimento sería determinista, por ejemplo:

- Predecir la fecha de las próximas elecciones
- Al tirar piedras hacia arriba todas caen.

### ¿Qué es un espacio muestral?

Es el conjunto de todos los posibles resultados que se pueden obtener al realizar un experimento, se puede usar  $E, S, U, \Omega$  para denominarlo.

### ¿Qué es un suceso?

Es un subconjunto del espacio muestral. Son los posibles resultados que se pueden dar en un experimento aleatorio. Pueden clasificarse de la siguiente forma:

- Suceso elemental: es aquel que tienen menor cantidad de elementos que el espacio muestral. Por ejemplo, al lanzar una vez un dado, si sale un número par, pueden ser  $\{2; 4; 6\}$ .
- Suceso seguro: es aquel cuyos elementos coinciden con el espacio muestral. Por ejemplo, al lanzar una vez un dado, que salga un número menor que 7: eso siempre va a ocurrir.
- Suceso imposible: es aquel que nunca se produce. Por ejemplo, al lanzar una vez un dado, no es posible que salga un 7 porque en un dado solo hay número del 1 al 6.

Estos son otros ejemplos de esta clasificación:

Experimento Aleatorio	Espacio muestral	Suceso
Lanzar un dado y observar el número que aparece en la cara superior.	$E = \{1;2;3;4;5;6\}$	A: Que salga un número múltiplo de 3. $A = \{3;6\}$

Se dirá que un suceso es equiprobable cuando todos sus elementos tengan la misma probabilidad que suceda.

### PROBABILIDAD

Mide la mayor o menor posibilidad de que se dé un determinado suceso cuando se realiza un experimento aleatorio, la probabilidad toma valores entre 0 y 1, también se pueden expresar en porcentajes al multiplicarlos por 100.

La probabilidad de que suceda un suceso seguro es 1 o 100%, y la probabilidad de que suceda un suceso imposible es 0 o 0%.

### Propiedades de Probabilidad

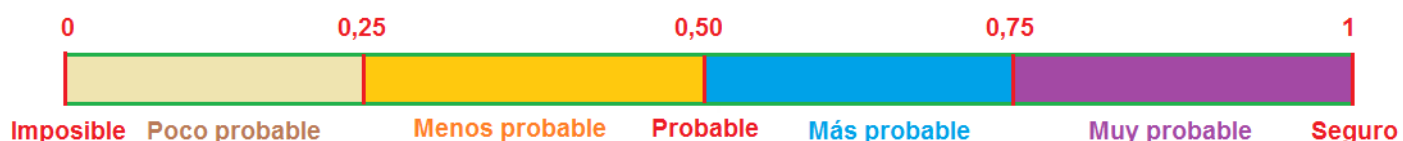
- Para un suceso A,  $0 \leq P(A) \leq 1$
- La probabilidad de un suceso seguro es 1:  $P(\Omega) = 1$
- La probabilidad de un suceso imposible es 0:  $P(\phi) = 0$

### Ley de La place

Para medir la probabilidad de un suceso A, se halla el cociente entre el número de casos favorables en A y el número de casos posibles (elementos del espacio muestral). La fórmula es como sigue:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables en A}}{\text{Número de casos posibles}}$$

### Rango de valores de la probabilidad

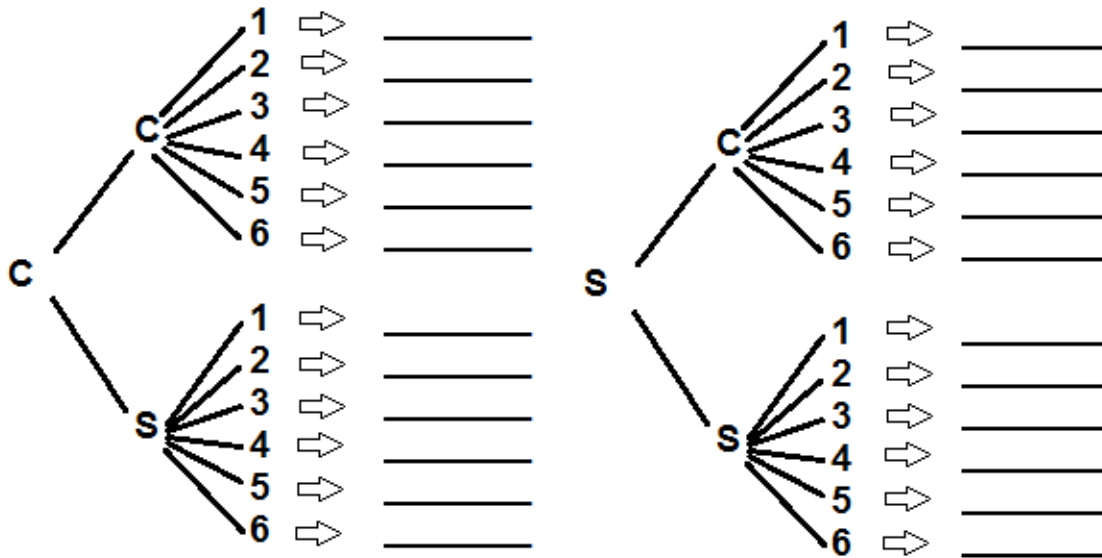


### ANALIZAMOS

1. Al lanzar dos monedas y un dado. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una cara y un número impar?

Resolución:

Primero hallaremos el espacio muestral, usando un diagrama del árbol.



Deducimos que el espacio muestral está dado por:

$$\Omega = \{ \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad} \}$$

$$n(\Omega) = \underline{\quad}$$

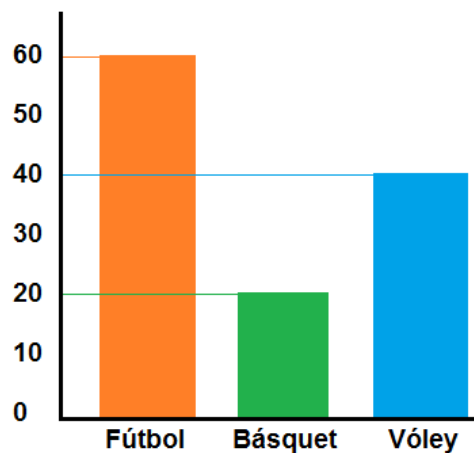
$$A = \{ \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad} \}$$

$$n(A) = \underline{\quad}$$

$$P(A) = \frac{\underline{\quad}}{\underline{\quad}} = \underline{\quad}$$

La probabilidad que salga una cara y un número impar en el experimento aleatorio es  $\underline{\quad}$ .

2. Se realizó una encuesta sobre el deporte que más practican a los estudiantes de las cuatro secciones del 2° grado de secundaria. Los resultados se colocaron en el siguiente gráfico.



Al conversar con uno de ellos ¿Cuál es la probabilidad de que practique el vóley?

**Resolución:**

El total de estudiantes de las cuatro secciones resulta al sumar \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_, y esto da un valor de \_\_\_\_\_

Por lo que  $n(\Omega) =$  \_\_\_\_\_

El suceso favorable en este caso son los estudiantes que practican vóley.

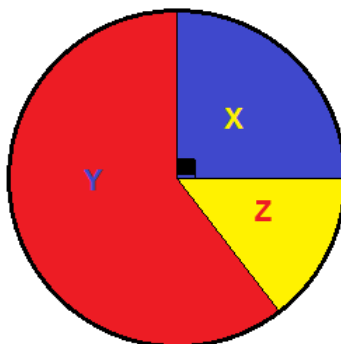
Sea el suceso A: estudiantes del segundo de secundaria que practican vóley.

Por lo que  $n(A) =$  \_\_\_\_\_

Entonces  $P(A) = \frac{\text{=====}}{\text{=====}} =$  \_\_\_\_\_

La probabilidad de que practique vóley es \_\_\_\_\_.

3. Al lanzar un dardo sobre un tablero. ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en la zona X?



**Resolución:**

La cantidad de grados en una circunferencia es \_\_\_\_\_

Entonces  $n(\Omega) =$  \_\_\_\_\_

La zona X tiene como ángulo central a \_\_\_\_\_

Sea el suceso A: el dardo que cae en la región de color azul.

Entonces  $n(A) =$  \_\_\_\_\_

Luego  $P(A) = \frac{\text{=====}}{\text{=====}} =$  \_\_\_\_\_

La probabilidad de que el dardo caiga en la Zona X es \_\_\_\_\_

4. En la siguiente caja ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota verde o blanca sin ver?



**Resolución:**

Contando la cantidad de pelotas que hay en la caja tenemos:

\_\_\_\_\_ pelotas blancas

\_\_\_\_\_ pelotas rosadas

\_\_\_\_\_ pelotas moradas

\_\_\_\_\_ pelotas celestes.

\_\_\_\_\_ pelotas amarillas

\_\_\_\_\_ pelotas anaranjadas

\_\_\_\_\_ pelotas rojas

\_\_\_\_\_ pelotas verdes



Luego de hacer el conteo, se tiene un total de \_\_\_\_\_ pelotas, por lo que  $(\Omega) =$  \_\_\_\_\_  
 Se tiene el suceso A: sacar una pelota verde o blanca, donde  $n(A) =$  \_\_\_\_\_, que indica el total de casos favorables.  
 Luego  $P(A) = \frac{\quad}{\quad} =$  \_\_\_\_\_  
 La probabilidad de sacar de la caja una pelota verde o blanca sin ver es \_\_\_\_\_

5. En el siguiente gráfico se muestra a Ana con 10 pelotas en una bolsa, Beto con 15 pelotas y a Celia con 12 pelotas. Completa el cuadro y responde ¿Cuál de los tres tiene mayor probabilidad de sacar una bola roja?



	N° total de bolas	N° de bolas rojas	Probabilidad
Ana			
Beto			
Celia			

**Resolución:**

La mayor probabilidad de sacar una bola roja la tiene \_\_\_\_\_ y es \_\_\_\_\_%

**PRACTICAMOS**

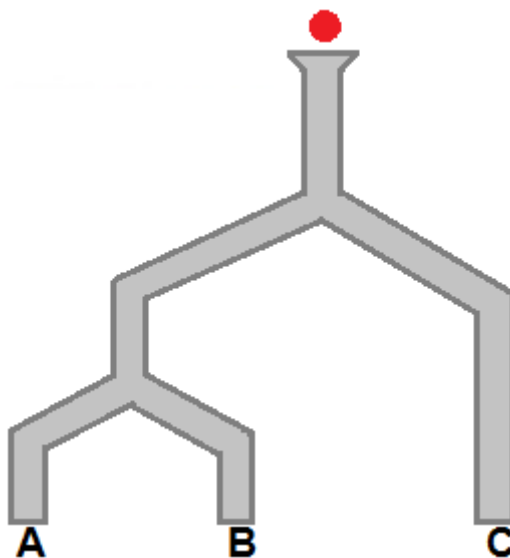
1. Carolina lanza una moneda y un dado, ¿Cuál es la probabilidad de obtener un sello y un número mayor a cuatro?
2. Juan tiene una baraja de 52 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una carta de diamante con un valor menor a seis o mayor a once?

3. En la figura se muestra una ruleta. ¿Cuál es la probabilidad de que salga 20 o 40?



4. La policía de tránsito estima que la probabilidad de que un chofer no use el cinturón de seguridad es de un 30%. Si en el control de tránsito detienen 30 vehículos. ¿Probablemente cuántos choferes no estén usando el cinturón de seguridad?
5. En una caja hay 24 bolas de tres colores diferentes. Si al sacar una bola cualquiera la probabilidad de que sea roja es 0,5; la probabilidad de sacar verde es 0,375 y la de sacar azul es 0,125. ¿En cuánto excede el número de bolas rojas al de azules?
6. En una bolsa hay cuatro bolas blancas y ocho rojas. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída no sea ni blanca ni roja?
- a) 0      b) 0,5      c) 0,33      d) 0,67
7. En un salón de clases hay 24 mujeres y 17 varones, se debe elegir un brigadier y un policía escolar por sorteo. Si el primero en salir es un varón. ¿Cuál es la probabilidad de que la siguiente persona que salga sorteado sea mujer?
- a) 0,24      b) 0,57      c) 0,6      d) 0,58
8. De una baraja de 52 cartas, **¿cuál es la probabilidad de sacar una carta con el número 3?**
- a. 0,071  
b. 0,0076  
c. 0,25  
d. 0,019

9. Se suelta una pelota sobre unas tuberías como indica el gráfico. ¿Cuál es la probabilidad que caiga en A?



- a) 25%  
b) 33,3%  
c) 50%  
d) 66,7%
10. Pedro se tiene que realizar una operación en el seguro de salud y le han dicho que de 300 operaciones, 18 pacientes no han resistido. Al someterse a la operación ¿Cuál es el rango de probabilidad de que salga bien?
- a) Poco probable  
b) Menos probable  
c) Más probable  
d) Muy probable
11. Al arrojar dos dados del mismo tamaño, pero distinto color. ¿Cuál es la probabilidad de obtener como suma 7?



- a) 6%  
b) 8,3%  
c) 16,6%  
d) 19,4%
12. En un salón de clases de 36 estudiantes, la mitad son mujeres; 26 estudiantes no usan lentes y 4 varones usan lentes. El director escoge un apellido de esa lista, ¿cuál es la probabilidad de que el estudiante de la lista sea una mujer con lentes?
- a. 6%  
b. 16,67%  
c. 50 %  
d. 60%
13. De la pregunta anterior. ¿Cuál es la probabilidad que el alumno sea varón?
- a) 5%  
b) 28,5%  
c) 50%  
d) 66,6%

14. Daniela irá a pasear con sus amigas y escogerá una combinación entre las prendas mostradas. ¿Cuál es la probabilidad de que vaya con las tres prendas del mismo color?



- a) 50%
- b) 30%
- c) 25%
- d) 16,7%

15. De la pregunta anterior. ¿Cuál es la probabilidad de que vaya con dos prendas del mismo color?


- a) 83,3%
- b) 66,7%
- c) 60%
- d) 28,5%

## SESIÓN DE REFUERZO N° 13

TÍTULO DE LA SESIÓN: “Decidiendo ver televisión por señal cerrada”

DATOS INFORMATIVOS						
I.E.	DOCENTE	ÀREA	GRADO	SECCIÓN	FECHA	DURACION
Horacio Zevallos Gámez	Oswaldo Neyra Castillo	Matemática	2º	A y B	01 de setiembre	120'

APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	✓ Justifica a partir de ejemplos, reconociendo la pendiente y la ordenada al origen el comportamiento de funciones lineales y lineales afín.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas	✓ Describe gráficos y tablas que expresan funciones lineales, afines y constantes. ✓ Describe las características de la función lineal y la familia de ella de acuerdo a la variación de la pendiente.
	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas	✓ Usa modelos de variación referidos a la función lineal al plantear y resolver problemas.

SECUENCIA DIDÁCTICA			
MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
<b>Inicio</b>	<p>El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes y procede a repartir las fichas de trabajo. Luego, escribe en la pizarra: <b>¿QUÉ PROGRAMAS DE TELEVISIÓN VEN EN SUS RATOS LIBRES?</b> y solicita a los estudiantes que manifiesten sus preferencias y que positivo saca al verlos. El docente anota las participaciones espontáneas y presenta la imagen referida a la comparación de la televisión de señal abierta y por cable.</p> <p>A continuación, el docente solicita a los estudiantes formar equipos de 4 integrantes cada. Así mismo se les presenta la situación problemática y solicita a un estudiante que lea en voz alta la situación presentada.</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;"><b>Decidiendo por televisión por cable</b></p> <p>El padre de familia de un estudiante de segundo grado preocupado porque su hijo pasa horas viendo los programas de reality show en la televisión de señal abierta, opta por adquirir televisión por cable en HD para que su hijo tenga opciones de elegir diversos programas culturales. Después de averiguar las diversas ofertas que les ofrece las empresas, se anima por la siguiente opción: “Por 50 soles mensuales disfruta de 54 canales en HD”, pero tendría que pagar por la instalación y el codificador la suma de 180 soles.</p> </div> <p>Se pide que los equipos de trabajo que lean la pág. 1 de la ficha y la desarrollen:</p>	<p>Pizarra, plumones</p>  <p>Imagen impresa o digital</p> <p>Papel de colores plumones, masking.</p>	10 min

	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué tipo de programas miras frecuentemente en la televisión?</li> <li>✓ Expresa el costo total en función a los meses en los que se utilizará el servicio de señal cerrada con HD.</li> <li>✓ Grafica en el plano cartesiano el consumo mensual de señal cerrada adquirida.</li> <li>✓ ¿Cuánto pagaría en total por los 9 meses?</li> </ul> <p>El docente presenta las preguntas en un PPT y reparte hojas de colores a cada equipo y solicita que peguen sus respuestas en la pizarra.</p> <p>El docente acoge las respuestas dadas por los estudiantes sin juzgar la validez o no de las mismas y, a partir de ahí, señala el propósito de la sesión: <b>Modelar situaciones cotidianas usando funciones lineales y afines, así mismo elaborando sus respectivos gráficos.</b></p>																										
<p><b>Desarrollo</b></p>	<p><b>Aprendemos</b></p> <p>El docente pregunta observando las respuestas colocadas en la pizarra por los equipos de trabajo.</p> <p><b>¿Cuánto se pagaría el primer mes?</b></p> <p>Los estudiantes con lluvia de ideas responden, 180 soles por instalación más el consumo del mes.</p> <p>El docente invita a un estudiante a representar la respuesta.</p> <p><b>¿Cuánto hemos pagado en total por el consumo de cable hasta el segundo mes, tercer mes, cuarto mes?</b></p> <p>Observando las respuestas en la pizarra el docente presenta la siguiente tabla en un PPT y lo completa con la participación de los estudiantes.</p> <table border="1" data-bbox="355 1137 1153 1397"> <thead> <tr> <th></th> <th>Pago por instalación</th> <th>Pago consumo</th> <th>Total a pagar</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1er mes</td> <td>180</td> <td>50</td> <td>230</td> </tr> <tr> <td>2do mes</td> <td>180</td> <td>50(2)</td> <td>280</td> </tr> <tr> <td>3er mes</td> <td>180</td> <td>50(3)</td> <td>330</td> </tr> <tr> <td>4to mes</td> <td>180</td> <td>50 (4)</td> <td>380</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p><b>¿Cómo calcularemos el pago total realizado hasta el noveno mes?</b></p> <p>El docente busca generalizar lo hallado en la tabla, para calcular la pregunta planteada.</p> <p>Si al mes consumido le llamamos x :</p> <p>Total a pagar = <math>180 + 50 (x)</math></p> <p>Quiere decir que la respuesta estará <b>en función a x</b> “el mes consumido”</p> <p><b>¿Qué es una función?</b></p> <p>Los estudiantes responden con lluvia de ideas y el docente generaliza a partir de la situación expuesta.</p> <p><b>“En matemáticas, se dice que una cantidad es función de otra si el valor de la primera depende exclusivamente del valor de la segunda”</b></p> <p>Entonces la palabra <b>función</b> la podemos representar <b>f</b> y <b>esta depende del valor de x, entonces será f(x).</b></p> <p>Luego el docente presenta la situación trabajada en la tabla</p>		Pago por instalación	Pago consumo	Total a pagar	1er mes	180	50	230	2do mes	180	50(2)	280	3er mes	180	50(3)	330	4to mes	180	50 (4)	380					<p>Teoría básica de la Ficha de trabajo</p> <p>Ficha de trabajo</p>	<p>30 m</p>
	Pago por instalación	Pago consumo	Total a pagar																								
1er mes	180	50	230																								
2do mes	180	50(2)	280																								
3er mes	180	50(3)	330																								
4to mes	180	50 (4)	380																								



	<p><b>¿Cómo se llamará esta función?</b>  <b>¿Qué es una función afín?</b>  <b>Función afín</b> es la que tiene la forma: <math>f(x) = mx + b</math>  Donde <b>m</b> es la pendiente de la recta  El docente solicita a los estudiantes que subrayen las ideas fuerza de la ficha pág. 2.  <b>¿Cómo usamos las funciones lineales y afines en situaciones cotidianas?</b>  Las respuestas a estas preguntas las comparten en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios. Se responde a las interrogantes.  <b>¿Cómo se representará una función constante?</b>  Función constante es aquella función matemática que toma el mismo valor para cualquier valor de la variable independiente y tiene la siguiente forma: <math>f(x) = c</math> donde <b>c</b> es una <b>constante</b>  <b>Analizamos</b>  A continuación en equipos de 4 estudiantes, el docente indica que cada uno de ellos analice dos de los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue, para de esta manera explicárselo a sus otros 3 compañeros. El docente puede explicar alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.  <b>Practicamos</b>  A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán hasta 10 problemas propuestos.  El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas.</p>	<p>Problema de la Ficha de trabajo</p> <p>Problema de la Ficha de trabajo</p>	<p>20 min</p> <p>50 min</p>
<b>Cierre</b>	<p>Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.  El docente realiza las preguntas de Metacognición</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué aprendí hoy?</li> <li>✓ ¿Cómo usamos las funciones lineales y afines en nuestra vida cotidiana?</li> <li>✓ ¿Qué dificultades encontraste y cómo pudiste superarlas?</li> <li>✓ ¿Cómo te sentiste en clases?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado.</p>	<p>Cuaderno Problema de la ficha de trabajo</p>	<p>10 min</p>

EVALUACION		
CAPACIDAD	INDICADORES	PREGUNTAS
Argumenta sobre relaciones de cambio y equivalencia	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Justifica a partir de ejemplos, reconociendo la pendiente y la ordenada al origen el comportamiento de funciones lineales y lineales afín.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 11</li> </ul>
Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Describe gráficos y tablas que expresan funciones lineales, afines y constantes.</li> <li>✓ Describe las características de la función lineal y la familia de ella de acuerdo a la variación de la pendiente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 3, 4, 7, 8, 9, 10, 13,14</li> </ul>



Traduce datos y condiciones expresiones algebraicas a	✓ Usa modelos de variación referidos a la función lineal al plantear y resolver problemas.	➤ 1, 2, 5,6, 12, 15
---	--	---------------------

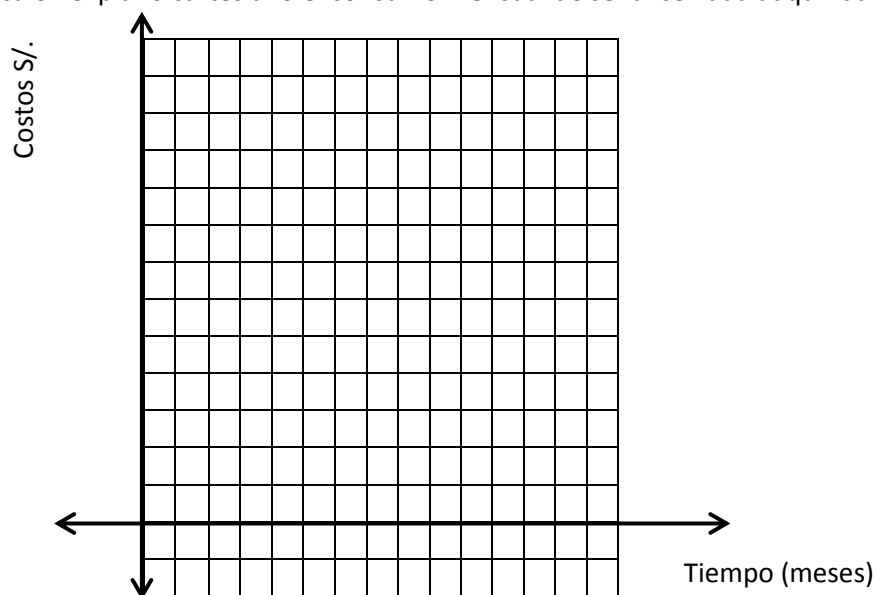
### Ficha de trabajo: Decidiendo ver televisión por señal cerrada

El padre de familia de un estudiante de segundo grado, preocupado porque su hijo pasa horas viendo los *reality show* en la televisión de señal abierta, opta por adquirir televisión por señal cerrada con HD para que su hijo tenga opción de elegir diversos programas culturales. Después de averiguar las diversas ofertas que les ofrecen las empresas, se anima por la siguiente opción: por S/. 50 mensuales, disfruta de 54 canales con HD, pero tiene que pagar por la instalación y el codificador la suma de S/. 180.



Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué tipo de programas miras frecuentemente en la televisión?  
\_\_\_\_\_
2. Expresa el costo total en función de los meses en los se utilizaría el servicio de señal cerrada con HD.  
\_\_\_\_\_
3. Grafica en el plano cartesiano el consumo mensual de señal cerrada adquirida.



4. ¿Cuánto pagaría en total por los 9 meses?  
\_\_\_\_\_

#### **Aprendemos**

Respecto a la situación planteada en el texto “Decidiendo ver televisión por cable”, debemos tener en cuenta el costo inicial que se tiene que pagar por la instalación y el codificador, para lo cual tenemos que elaborar una tabla de doble entrada para analizar el comportamiento de los datos, tanto de la cantidad de meses a consumir como del costo total que se pagaría por los servicios de cable con HD.

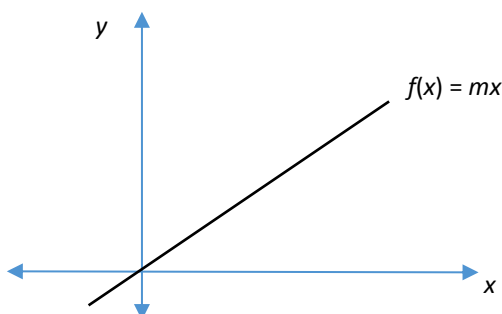
También es necesario conocer:

## Función lineal

$f$  es una función lineal si su regla de correspondencia es de la forma:  $f(x) = mx$ , siendo  $m \neq 0$ .

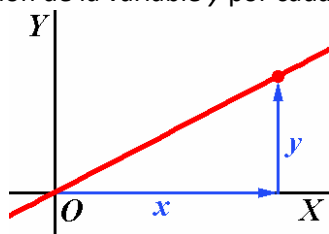
La representación de una función lineal es una línea recta que siempre intercepta al origen de coordenadas  $(0,0)$ .

La función lineal representa cualquier fenómeno de variación proporcional directa.

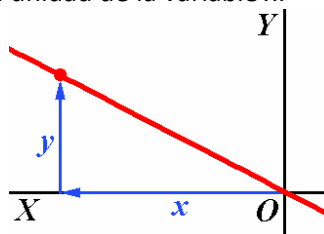


En la función lineal  $y = mx$ ,  $m$  es la pendiente de la recta, y se halla dividiendo el valor de la variable dependiente y por el correspondiente valor de la variable independiente  $x$ .

Su valor es la medida del crecimiento o decrecimiento de la recta de la ecuación  $y = mx$ , y nos indica la variación de la variable y por cada incremento de una unidad de la variable  $x$ .

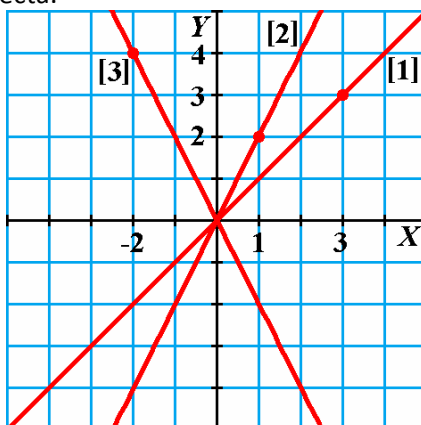


$m > 0$ ; la recta es creciente.



$m < 0$ ; la recta es decreciente.

La pendiente de una recta nos proporciona la inclinación de la misma respecto del eje  $x$  (ángulo que forma la recta con dicho eje). En el siguiente ejemplo ilustramos que cuanto mayor es la pendiente, mayor es la inclinación de la recta.



Las tres gráficas son funciones lineales, cuya expresión es  $y = mx$ , pues son rectas que pasan por el origen de coordenadas.

Las pendientes las obtenemos de la siguiente manera:

[1]:  $m = 3/3 = 1$

[2]:  $m = 2/1 = 2$

[3]:  $m = 4/-2 = -2$

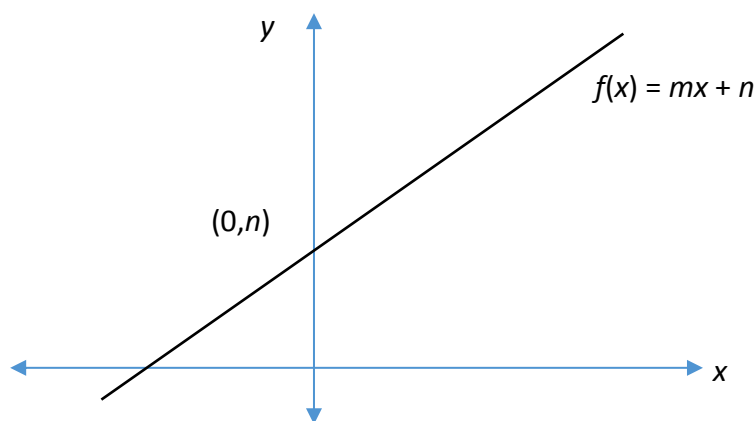
Las rectas tienen por ecuación:

[1]:  $y = x$

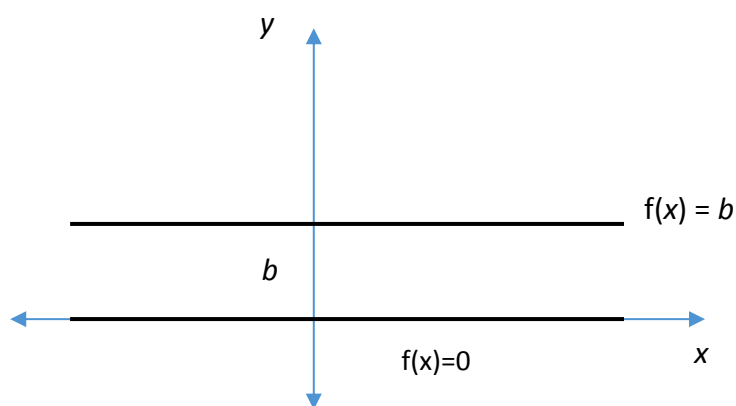
[2]:  $y = 2x$

[3]:  $y = -2x$

**Función lineal afín.** Son aquellas funciones cuya gráfica es una línea recta que no pasa por el origen de coordenadas. Su expresión algebraica es  $y = mx + n$ , donde  $m$  es la pendiente de la recta y  $n$  es la ordenada en el origen (la recta corta al eje de ordenadas en el punto  $(0,n)$ ).



**Función constante.** Una función  $f$  es constante si su regla de correspondencia es  $f(x) = b$ , para cualquier valor  $x$  y  $b$  que sean números reales.



### Analizamos

1. En el Perú la altura promedio en centímetros de los niños cuyas edades son de 6 a 10 años es una función lineal de la edad en años. La altura de un niño de 6 años es 84 cm y la altura de un niño de 7 años de edad es 98 cm.
  - a. Expresa la estatura en función de la edad.
  - b. Grafica la situación dada en el diagrama cartesiano.
  - c. ¿Cuál será la altura aproximada de un niño cuando tenga 10 años?
  - d. ¿Se podrá calcular con la regla anterior la altura de una persona de 20 años?

### Resolución

Elaboramos una tabla de doble entrada con las variables intervinientes:

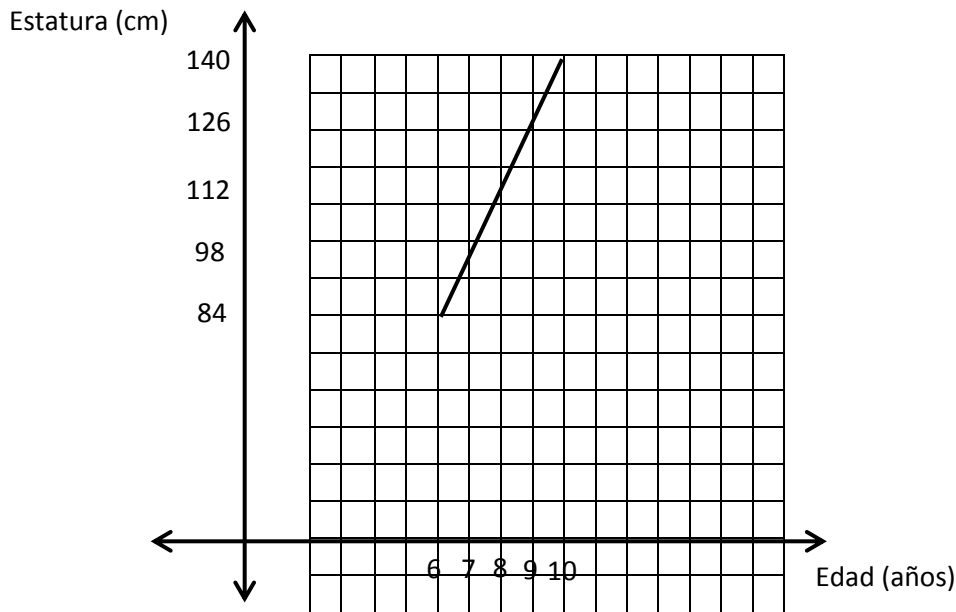
Edad (años)	6	7	8	9	10
Estatura (cm)	84	98	112	126	140

Los valores numéricos de las estaturas generan una sucesión cuya razón es 14, por lo tanto su regla de formación sería la siguiente:

Estatura =  $(14)(\text{número de años desde 6 hasta 10 años})$ .

Respondiendo las preguntas:

- a.  $F(x) = 14x$ , donde  $x$  es el número de años, y está acotado por  $6 \leq x \leq 10$ .
- b. Para graficar tenemos que tener cuidado de identificar qué intervalo es una función lineal.



- c. Podemos responder a partir de la tabla elaborada anteriormente o por la fórmula encontrada:  
 $F(10) = 14 \times 10 = 140$  cm
- d. No, porque 20 años está fuera de la fórmula encontrada, que solo acepta valores de 6 hasta 10.

2. La Municipalidad de Lima, para contrarrestar la ola de accidentes causada por la excesiva velocidad de autos y combis manejados por conductores irresponsables, decide aplicar multas si una persona es sorprendida conduciendo su automóvil a  $x$  km/h. Supongamos que las multas por exceso de velocidad se determinan por la siguiente función:

$$f(x) = 100(x - 60) + 80, \quad 60 < x < 80; \text{ donde } f(x) \text{ es el costo de la multa en soles.}$$

Otra de las medidas tomada es la siguiente: si un conductor llega o pasa los 80 km/h, se le suspenderá por un año su licencia de conducir.

Responde las siguientes preguntas:

- El radar detectó a un conductor que conducía a 66 km/h. ¿A cuánto asciende la multa que debe pagar?
- ¿A qué velocidad, expresada en números enteros, se expide las primeras multas?
- Gabriel fue a pagar su multa por manejar a excesiva velocidad, que ascendía a S/. 1880. ¿A qué velocidad se le encontró conduciendo?

### Resolución

Para responder las preguntas utilizamos la fórmula que determina las multas:

$$f(x) = 100(x - 60) + 80, \quad 60 < x < 80$$

- $f(66) = 100(66-60) + 80 = 100 \times 6 + 80 = 680$  soles es la multa que el conductor debe pagar.
  - A los 61 km/h se expiden las primeras multas.
  - $1880 = 100(x - 60) + 80$ , entonces:  $x = 78$ , es decir, se le encontró manejando a 78 km/h.
3. Una empresa petrolífera paga a sus obreros según los metros excavados. Por el primer metro paga 60 soles y por los restantes 30 soles cada uno.
- Halla la expresión matemática que nos dé el costo ( $y$ ) en función de los metros excavados ( $x$ ).  
 $f(x) = 60 + 30(x - 1)$
  - ¿Cuánto cobra un obrero que excavó 10 metros?  
 $f(10) = 60 + 30(10 - 1) = 330$ , es decir por los 10 metros excavados le pagan un total de 330 soles.

4. Los científicos forenses usan las longitudes de la tibia ( $t$ ) —el hueso que va del tobillo a la rodilla— y del fémur ( $r$ ) —el hueso que va de la rodilla a la articulación de la cadera— para calcular la estatura de una persona. La estatura ( $h$ ) de una persona se determina a partir de las longitudes de estos huesos, usando funciones definidas por las siguientes fórmulas (todas las medidas están en centímetros):

Para hombres:

$$h(r) = 69,09 + 2,24r$$

$$h(t) = 81,69 + 2,39t$$

Para mujeres:

$$h(r) = 61,41 + 2,32r$$

$$h(t) = 72,57 + 2,53t$$

- Calcula la estatura de un hombre cuyo fémur mide 58 cm.
- Calcula la estatura de un hombre cuya tibia mide 41 cm.
- Calcula la estatura de una mujer cuyo fémur mide 50 cm.
- Calcula la estatura de una mujer cuya tibia mide 38 cm.

#### Resolución

- $h(58) = 69,09 + 2,24(58) = 199,01$  centímetros tuvo de estatura.
- $h(41) = 81,69 + 2,39(41) = 179,68$  centímetros tuvo de estatura.
- $h(50) = 61,41 + 2,32(50) = 177,41$  centímetros tuvo de estatura
- $h(38) = 72,57 + 2,53(38) = 168,71$  centímetros tuvo de estatura

#### Practicamos

11. En la excavación de un pozo un ingeniero se adentra para verificar el proceso y se da cuenta que la temperatura aumenta  $1^\circ\text{C}$  cada 100 m de profundidad. Teniendo en cuenta que la temperatura en la superficie es de  $10^\circ\text{C}$ , resuelve los siguientes problemas:

- Halla la fórmula de la función que relaciona la temperatura con la profundidad.

\_\_\_\_\_

- ¿Qué temperatura habrá a 230 m de profundidad?

\_\_\_\_\_

- ¿Cuántos metros habrá que bajar para que la temperatura sea de  $25^\circ\text{C}$ ?

\_\_\_\_\_

12. Una empresa interprovincial de buses lanza una oferta dirigida a estudiantes que desean viajar al sur de la capital. La oferta consiste en pagar una cuota fija de S/. 10 más S/. 0,02 por cada kilómetro recorrido.

- Halla la fórmula de la función que relaciona el costo del viaje con los kilómetros recorridos.

\_\_\_\_\_

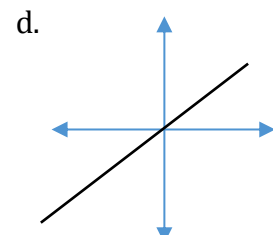
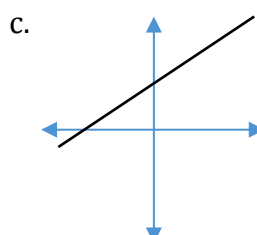
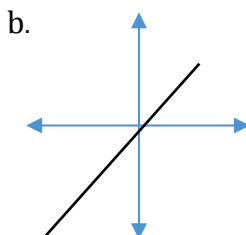
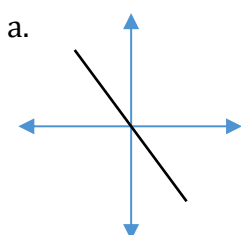
- Calcula el dinero que debe pagar un estudiante si quiere hacer un viaje cuyo recorrido es de 120 kilómetros.

\_\_\_\_\_

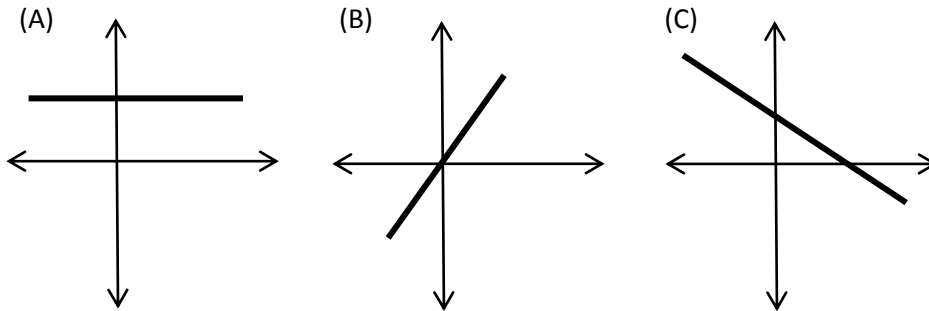
- Teniendo en cuenta la pregunta anterior, si cada estudiante de un aula de segundo grado pagó S/. 16 en un viaje, ¿a cuántos kilómetros estuvo su destino?

\_\_\_\_\_

13. ¿Cuál de las siguientes gráficas es una función lineal afín?



14. Relaciona cada grafica con la función correspondiente:



- (I) Función lineal afín  
 (II) Función constante  
 (III) Función lineal
- a. AI, BII, CIII  
 b. AIII, BII, CI  
 c. AII, BIII, CI  
 d. AII, BI, CIII

15. La distancia que recorre un avión que viaja a una velocidad de 500 millas por hora (mph) es una función del tiempo de vuelo. Si  $S$  representa la distancia en millas y  $t$  es el tiempo en horas, entonces la función es:

- a.  $S(t) = t/500$   
 b.  $S(t) = 500t$   
 c.  $S(t) = 500 + t$   
 d.  $S(t) = 500/t$

16. El padre de familia de un estudiante de segundo grado le enseña a su hijo la factura de gas natural que llegó, y le pide que le ayude a averiguar el costo del  $m^3$  de gas y la fórmula para calcular el costo total del recibo en función de los  $m^3$  de gas consumido.

- e.  $0,15; f(x) = 7,74 + 0,15x$   
 f.  $15; f(x) = 7,74 + 15x$   
 g.  $0,15; f(x) = 0,15 + 7,74x$   
 h.  $15; f(x) = 15 + 7,74x$

Conceptos	
Cargo fijo	S/. 7,74
Consumo (111 $m^3$ )	S/. 16,65
Total	S/. 24,39

17. En muchas provincias del Perú, el agua corriente no es medida. Una familia paga siempre la misma tarifa, independientemente de la cantidad de agua que haya consumido. Una de estas tarifas es S/. 25,06.

Consumo de agua (L)	0	1000	2000	3000	...
Costo (S/.)	25,06	25,06	25,06	25,06	

Halla la fórmula de la función e indica cómo se llama la función encontrada.

- a.  $F(x) = 25,06 + 1000x$ ; función lineal.  
 b.  $F(x) = 25,06$ ; función lineal.  
 c.  $F(x) = 25,06$ ; función constante.  
 d.  $F(x) = 25,06x$ ; función lineal afín.

18. La siguiente tabla muestra el costo y el número de fotocopias realizadas por algunos estudiantes.

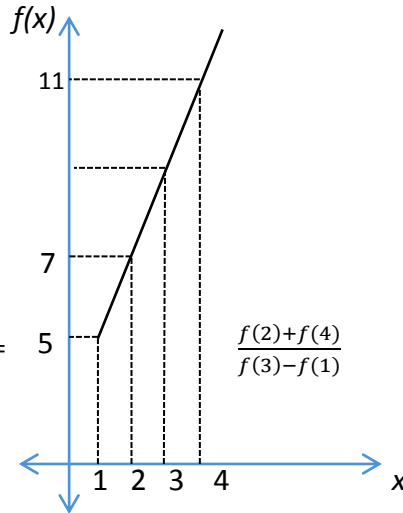
Costo (S/.)	Carlos	Juan	Luz	María
	0,12	0,60	6	0,06
Cantidad de copias	2	10	100	1

¿Cuál de las siguientes expresiones determina la situación dada?

- a.  $f(x) = 0,12x$   
 b.  $f(x) = 0,05x$   
 c.  $f(x) = 0,06x$

d.  $f(x) = 0,06$

19. Del siguiente gráfico:



Calcula el valor numérico de  $E =$

- a. 3
- b. 4,5
- c. 1,5
- d. -3,6

20. La siguiente tabla corresponde a una función afín:  $y = mx + n$ .

<b>x</b>	0	10	20	30	40	50
<b>y</b>	-3		37			97

Completa la tabla y obtén su expresión algebraica hallando su pendiente y la ordenada en el origen.

- a.  $y = 2x + 3$
- b.  $y = 3x + 2$
- c.  $y = 2x - 3$
- d.  $y = 3x - 2$

21. Sea  $f$  una función lineal, tal que  $f(2) = 8$ . Determina su regla de correspondencia.

- a.  $y = 2x$
- b.  $y = 8x$
- c.  $y = 4x$
- d.  $y = 4x + 2$

22. Un fabricante de ventanas cuadradas cobra a razón de S/. 15 por cada metro de marco y S/. 60 por el cristal, sean cuales sean las dimensiones. Encuentra la expresión que dé el precio de la ventana en función de las dimensiones y calcula el costo de una ventana de 2 m de lado.

- a.  $F(x) = 60 + 15x; 90$
- b.  $F(x) = 15 + 60x; 180$
- c.  $F(x) = 15 + 60x; 495$
- d.  $F(x) = 60 + 15x; 180$

23. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son funciones afines?

- I.  $F(x) = 3x - 5$
- II.  $Y = 2x$
- III.  $F(x) = 20 - 0,2x$

- a. Solo I.
- b. Solo II.
- c. II y III.
- d. I y III.

24. ¿Cuáles de las siguientes situaciones son funciones lineales?

- I. El costo de una llamada por celular está dado por los segundos consumidos.
- II. Un electricista que da servicios a domicilio cobra S/. 20 por cada hora de trabajo más S/. 50 por la visita.
- III. El precio en soles que hay que pagar por un viaje de  $x$  km viene dado por la expresión  $y = 2x + 1,5$ .

- a. II y III.
- b. Solo I.
- c. Solo II.
- d. Solo III.

25. Midiendo la temperatura a diferentes alturas se han obtenido los datos de esta tabla:





<b>Altura (m)</b>	0	360	720	990
<b>Temperatura (°C)</b>	10	8	6	4,5

Obtén la expresión algebraica de la temperatura en función de la altura e indica cuál sería la temperatura a 3240 m de altura.

- a.  $F(x) = -x / 180 + 10 ; 18 °C$
- b.  $F(x) = -x / 180 + 10 ; -8 °C$
- c.  $F(x) = -180x + 10 ; 18 °C$
- d.  $F(x) = x / 180 + 10 ; 18 °C$





	estudiantes la secuencia de la sesión.		
<b>Desarrollo</b>	<p><b>Aprendemos</b>          En esta sección, el docente indica formar equipos de trabajo de cuatro integrantes cada uno y presenta la siguiente situación en un PPT.</p> <div data-bbox="438 414 1157 649" style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px;"> <p>Juan está cargando una caja y da 5 pasos a la derecha.</p>  </div> <p>El docente realiza preguntas y las respuestas las anota en la pizarra.</p> <p><b>¿Qué pasó con la caja?</b>          Los estudiantes responden con lluvia de ideas, se movió, se desplazó, cambió de lugar, se trasladó, etc.</p> <p><b>¿Cambio de forma?</b>  <b>¿Cambio de tamaño?</b>          El docente concluye a partir de la lluvia de ideas que la caja se ha trasladado y no ha cambiado de forma ni de tamaño.</p> <p><b>¿Qué significa traslación?</b></p> <div data-bbox="351 1041 949 1176" style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <div data-bbox="351 1187 1157 1355" style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; background-color: #f0f0f0; padding: 10px;"> <p>La <b>traslación</b> es una transformación geométrica que se realiza en el plano. En esta transformación, las figuras solo cambian su posición, es decir, solo es un cambio de lugar. Su orientación, tamaño y formas se mantienen.</p> </div> <p>Se les pide que lean y analicen la información presentada en la ficha de trabajo.</p> <p>El docente coloca al lado de la situación anterior la siguiente situación en un papelote.</p> <div data-bbox="351 1523 1157 1892" style="border: 1px solid green; border-radius: 15px; padding: 10px;"> <p>María desea colocar un cuadro en la sala de su casa, para ello clava dos clavos en la pared a cada extremo del cuadro, al verificar si quedó bien, se da con la sorpresa que se salió el clavo de la parte derecha y el cuadro se inclinó.</p>  </div> <p>El docente hace las siguientes preguntas a los estudiantes y toma nota de la lluvia de ideas.</p> <p><b>¿Qué ocurrió con el cuadro?</b>          Los estudiantes responden con lluvia de ideas, el cuadro se inclinó,</p>	<p>Teoría básica de la Ficha de trabajo</p>	<p>30 m</p>

	<p>rotó, giró, entre otros.</p> <p><b>¿En qué posición quedará en cuadro?</b>  <b>¿Cuántos grados se rotó el cuadro?</b>  <b>¿Qué significa rotación?</b></p> <p>Las <b>rotaciones</b> o giros son movimientos en el plano que realizan las figuras alrededor de un punto fijo. En las rotaciones las figuras conservan su forma, tamaño y ángulos. Las transformaciones por rotación pueden ser positivas o negativas dependiendo del sentido del giro.</p> <p>Los estudiantes leen en silencio y analizan la información presentada en la ficha de trabajo.</p> <p><b>¿Qué significa rotación en sentido horario y anti horario?</b></p> <p>Los estudiantes responden con lluvia de ideas y el docente consolida, con un reloj elaborado de cartón y que las agujas giren, para ello se coloca un broche al centro del reloj.</p> <p>Luego el docente pregunta a los estudiantes y ellos responden con lluvia de ideas.</p> <p><b>¿Cuándo te miras frente al espejo que ves?</b>  <b>¿Cambias de forma? ¿Cambias de tamaño?</b></p> <p>La <b>reflexión</b> es la imagen de un objeto o ser vivo que se muestra en el espejo. Para obtener la reflexión de una figura, se utiliza una recta, que recibe el nombre de eje de reflexión</p> <p>El docente solicita la participación voluntaria de algunos estudiantes. En esta sección se pretende <b>asociar la teoría básica</b> con las preguntas realizadas.</p> <p>Además el docente propone la siguiente interrogante:  <b>¿Cómo podemos determinar el perímetro y área de polígonos regulares?</b></p> <p>La respuesta a esta pregunta las comparte en plenaria para consensuar sus ideas. Después, el docente afirma las ideas planteadas, realiza precisiones y observaciones en los casos que sean necesarios. Se responde a las interrogantes y se pide a los estudiantes que analicen la teoría básica de la ficha de trabajo.</p> <p><b>Analizamos</b></p> <p>A continuación el docente indica que cada uno de los estudiantes analice los problemas resueltos, prestando mucha atención a lo que solicitan y cuál es el proceso de resolución que sigue, para de esta manera explicárselo a sus otros compañeros de grupo. El docente puede explicar alguno de los problemas por considerarlo interesante o difícil o hacer que algún estudiante lo resuelva.</p> <p><b>Practicamos</b></p> <p>A manera de práctica (evaluación formativa), los estudiantes resolverán hasta 10 problemas propuestos.</p> <p>El docente les indica que tendrán un tiempo máximo de 50 minutos y que pueden realizar consultas sobre aclaración de preguntas.</p>	<p>Problema ficha de trabajo</p> <p>Problema ficha de trabajo</p>	<p>20 min</p> <p>50 min</p>
<p><b>Cierre</b></p>	<p>Se solicita que sigan practicando de manera autónoma con los problemas propuestos que no fueron abordados en la práctica.</p> <p><b>Metacognición</b></p>	<p>Cuaderno Problema</p>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Tuviste dificultad en realizar la traslación de figuras?</li> <li>✓ ¿Qué estrategia utilizaste para realizar la rotación de figuras?</li> <li>✓ ¿Qué entiendes por polígono regular?</li> <li>✓ ¿En qué situación de contexto real puedes utilizar las transformaciones geométricas?</li> </ul> <p>El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado.</p>	de la ficha de trabajo	10 min
--	--	------------------------	--------

<b>EVALUACION</b>		
<b>CAPACIDAD</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>PREGUNTAS</b>
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Grafica la composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir en un plano cartesiano o cuadrícula.</li> </ul>	➤ 1, 2, 3, 11, 12
Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Expresa diseños de planos y mapas a escala con regiones y formas.</li> <li>✓ Usa modelos, relacionados a figuras poligonales regulares, compuestas, triángulos y el círculo para plantear y resolver problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 4, 5, 6, 7, 8</li> <li>➤ 9, 10, 13, 14, 15</li> </ul>

## Ficha de trabajo: Las transformaciones geométricas en el antiguo Perú<sup>1</sup>

Chan Chan es la ciudadela de barro más grande de América precolombina, por lo que su importancia radica en valores históricos, estéticos, culturales y sociales. Posee un alto grado de organización espacial y abarca alrededor de 20 km<sup>2</sup>. El fenómeno del Niño que en 1925 destruyó el magnífico mural del Palacio Velarde, los sismos y la actualmente elevada napa freática, sumados a la persistencia de agricultores precarios, constituyen los principales agentes contra su preservación. Es por esto que el MINCETUR<sup>2</sup> y el INC<sup>3</sup> han iniciado los trabajos de conservación e investigación en el conjunto Velarde.



### Situación problemática

En una de las paredes de este complejo arquitectónico, se observan estas figuras que siguen cierto orden. Cuatro de ellas han sido retiradas para darles mantenimiento; sin embargo, para no olvidar su posición al momento de sacarlas, se anotó lo siguiente: "De derecha a izquierda: traslación - rotación - traslación - rotación".

Responde las siguientes preguntas:

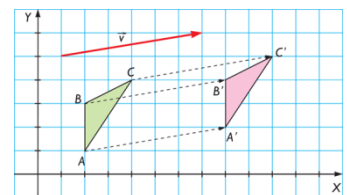
1. ¿Cómo son las figuras que se observan?  
\_\_\_\_\_
2. ¿Tienen la misma forma? ¿Qué puedes decir de sus posiciones?  
\_\_\_\_\_
3. ¿Qué significa *trasladar* y *rotar*?  
\_\_\_\_\_
4. Según las anotaciones al momento de retirar las figuras (de derecha a izquierda: traslación - rotación - traslación - rotación), completa las que hacen falta en la foto.



### Aprendemos

#### Transformaciones geométricas

**La traslación.** Es una transformación geométrica que se realiza en el plano. En esta transformación, las figuras solo cambian su posición, es decir, solo cambian de lugar. Su orientación, tamaño y formas se mantienen.



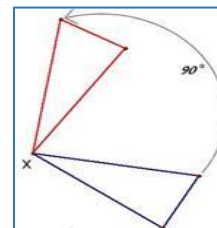
<sup>1</sup> Adaptado de Gabriela y Laura (2010). "Capítulo II". Blog *Los secretos de Chan Chan*. Consulta: 25 de julio de 2015. <<http://lossecretosdechanchan.blogspot.com/>>

<sup>2</sup> MINCETUR: Ministerio de Comercio Exterior y Turismo

<sup>3</sup> INC: Instituto Nacional de Cultura

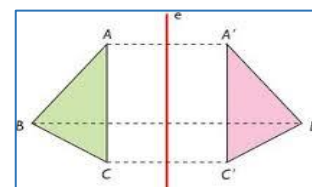
Ejemplo: en este caso, la figura  $ABC$  se traslada tomando como referencia el vector  $(6, 1)$ , el cual indica que la figura original debe moverse 6 unidades a la derecha y 1 unidad hacia arriba para transformarse en la figura  $A'B'C'$ .

**Las rotaciones o giros.** Son movimientos que realizan las figuras alrededor de un punto fijo en el plano. En las rotaciones, las figuras conservan su forma, tamaño y ángulos. Las transformaciones por rotación pueden ser positivas o negativas, dependiendo del sentido del giro. Si el giro es en sentido anti horario, será positivo, y será negativo cuando sea un sentido horario.



Ejemplo: se aprecia que la figura azul rota  $90^\circ$  alrededor del punto  $X$  para transformarse en la figura roja.

**La reflexión.** Es la imagen de un objeto o ser vivo que se muestra en el espejo. Para obtener la reflexión de una figura, se utiliza una recta que recibe el nombre de eje de reflexión. A la reflexión respecto de una recta también se le denomina simetría axial.



Ejemplo: el triángulo verde se refleja con respecto a un eje de reflexión para convertirse en el triángulo rosado.

### Polígonos regulares

Se denomina polígono regular a aquel que tiene todos sus lados y ángulos congruentes.

El perímetro de un polígono regular se calcula multiplicando la longitud de uno de sus lados por el número de lados que tenga.

Por otra parte, también podemos calcular el área de cualquier polígono regular dividiéndolo en triángulos, todos con un vértice común en el centro del polígono. Al obtener el área de uno de ellos y multiplicarla por el número de triángulos que se forman, se obtiene el área total.

Para calcular el área del triángulo, basta con conocer su base (el lado del polígono) y su altura (el apotema del polígono).

$$A = n(A\Delta)$$

$$A = n\left(\frac{Ap \cdot L}{2}\right)$$

$$A = \frac{(n \cdot L) \cdot Ap}{2}$$

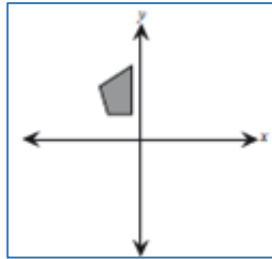
Hexágono regular

$$A = \frac{P \cdot Ap}{2}$$

De esto se desprende que:  $A = \frac{P \cdot Ap}{2}$ ; donde  $P$ : perímetro,  $L$ : longitud del lado,  $n$ : número de lados,  $Ap$ : apotema.

### Analizamos

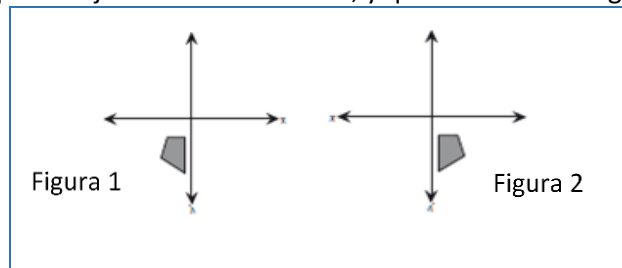
1. La siguiente figura muestra un polígono irregular ubicado en uno de los cuadrantes del plano cartesiano:



¿Cómo quedará finalmente la figura si se aplican dos movimientos sucesivos: el primero, una reflexión respecto al eje X, y luego un reflexión con respecto al eje Y?

**Resolución**

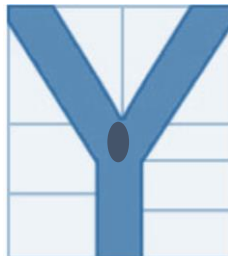
Sabemos que si consideramos al eje X como eje de reflexión, la figura tendrá que reflejarse hacia abajo, como en la figura 1. Y si a este resultado le aplicamos una reflexión tomando como punto el eje Y, el polígono regular tendrá que reflejarse hacia la derecha, y quedará como la figura 2:



2. Se desea colocar cámaras de seguridad en un centro comercial de una sola planta. El área coloreada en el plano representa las zonas transitables. Las cámaras podrán tener una vista de giro de 360° y tendrán que cubrir toda la región transitable. Indica en el plano los puntos donde deberán ser colocadas las cámaras para cumplir con ese propósito, si estas deben ser la menor cantidad posible.

**Resolución**

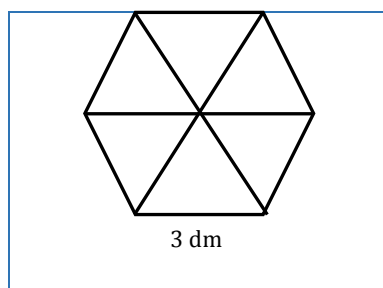
Dado que las cámaras tienen una vista de giro de 360°, esto quiere decir que dan una vuelta completa. Entonces basta con colocar solo una en el punto de bifurcación de la región coloreada para tener una vista de toda la zona transitable.



3. Se desea colocar en la pared un espejo en forma hexagonal regular que tenga como medida de lado 3 dm. ¿Cuánto medirá la superficie de dicho espejo?

**Resolución**

El espejo tiene forma de un hexágono regular. Hacemos un pequeño bosquejo. Para conocer la superficie, podemos descomponer el hexágono regular en triángulos.



Observamos que los triángulos son equiláteros; por tanto, si determinamos el área de uno de ellos y la multiplicamos por 6, obtendremos el área del hexágono.

$$A_{\Delta} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} \rightarrow A_{\Delta} = \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} \rightarrow A_{\Delta} = \frac{9\sqrt{3}}{4} dm^2$$

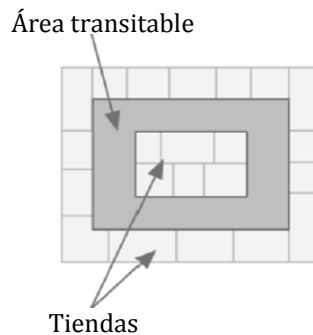
Finalmente, para obtener el área del hexágono, multiplicamos por 6.

$$A = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 6 \rightarrow A = \frac{27\sqrt{3}}{2} dm^2$$

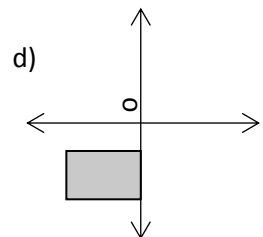
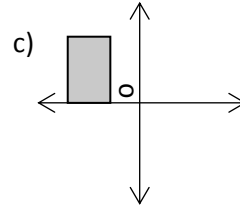
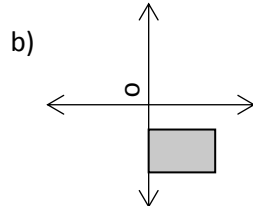
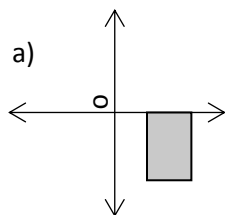
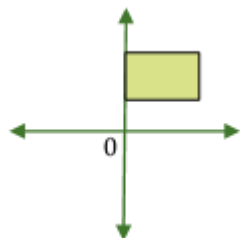
Entonces la superficie del espejo con forma hexágono regular es  $\frac{27\sqrt{3}}{2} dm^2$ .

### Practicamos

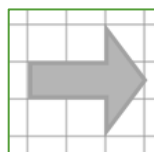
- Se muestra el plano de un centro comercial de una sola planta. La parte coloreada representa las áreas por donde transita la gente. Se van a instalar cámaras de seguridad para observar toda el área transitable. Estas cámaras podrán tener una vista de 360°. Coloca en el plano los puntos donde se deberían instalar las cámaras para que sean la menor cantidad posible y que con estas se pueda observar toda el área transitable.



- ¿Cuál de las siguientes opciones muestra el resultado de rotar la figura en 180° sentido horario alrededor del punto O?

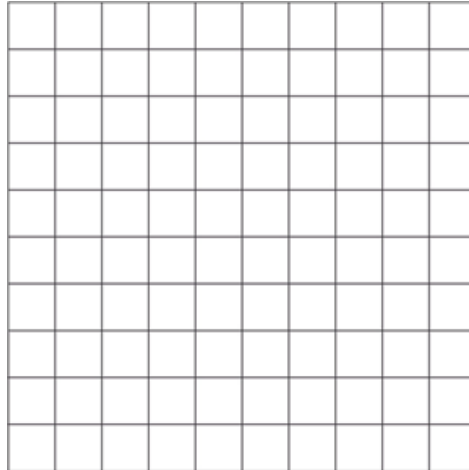


- En una tarea de arte, Dante realizó la ampliación de la siguiente figura.





Si la ampliación consistía en duplicar la figura, dibuja en la cuadrícula la figura ampliada por Dante.



5. Elena está diseñando el jardín rectangular de un condominio. Ella ha plasmado su diseño en una hoja en la cual 1 cm equivale a 1 m. Si cuenta con 100 m de vallas, escribe verdadero o falso según corresponda:

- I. Según el diseño de Elena, el jardín tendrá una superficie de  $525 \text{ m}^2$ .
- II. Si ella quiere ampliar la superficie del jardín, necesariamente debe comprar más vallado.
- III. Si reduce 5 m a un lado y aumenta 5 m al otro, no varía el área del jardín.
- IV. Si la superficie del jardín se reduce a la mitad, también se necesitaría la mitad de la longitud del vallado.



- a. VVFF                      b. FVVV                      c. FFFF                      d. VFFF

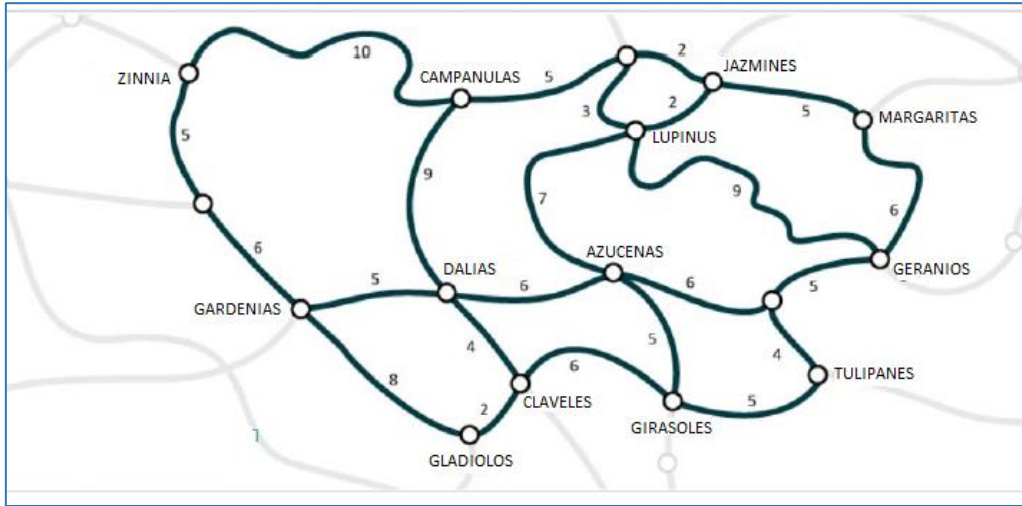
6. Respecto al problema anterior, ¿cuánto será la máxima superficie que podrá tener el jardín utilizando los 100 m de vallas?

- a.  $525 \text{ m}^2$                       b.  $625 \text{ m}^2$                       c.  $2500 \text{ m}^2$                       d.  $10\,000 \text{ m}^2$

7. Si Elena no quiere limitarse a jardines de forma rectangular, sino que quiere diseñarlos circulares, y quiere utilizar la mayor longitud de vallas disponibles, **¿cuánto medirá la máxima longitud entera del radio de la superficie del jardín si este tuviera forma circular?** Considera  $\pi = 3,14$  y los datos de los problemas 4 y 5.

- a. 15 m                      b. 16 m                      c. 50 m                      d. 100 m

8. El siguiente mapa corresponde a la red de carreteras que une los pueblos de un distrito. En él está indicado el tiempo en minutos que demora ir de un lugar a otro. ¿Cuántos minutos como mínimo demora una persona para ir de las Gardenias a los Jazmines?



- a. 28 minutos.                      b. 33 minutos.                      c. 21 minutos.                      d. 20 minutos.

9. Con respecto al problema anterior, si Ernesto demoró 31 minutos en trasladarse, ¿de qué lugar a otro pudo haber ido?

---



---

10. Se desea colocar una plancha de vidrio sobre el tablero de una mesa que tiene forma de un hexágono regular. Si uno de los lados de la mesa tiene 4 dm, determina la superficie del vidrio que encaja exactamente para cubrir todo el tablero de la mesa.

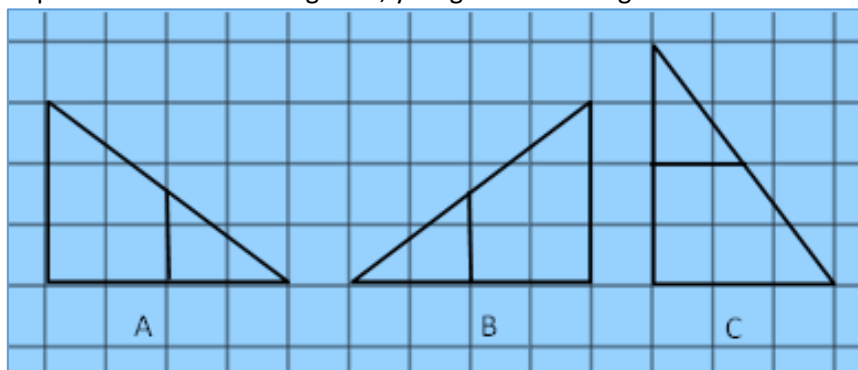
- a.  $6\sqrt{3}dm^2$   
 b.  $6dm^2$   
 c.  $24\sqrt{3}dm^2$   
 d.  $24 dm^2$



11. En la plaza de una ciudad se está construyendo una pileta de forma circular. Se van extender 5 tubos que irán desde el centro de la pileta hasta 5 puntos en el borde de esta; en ellos se instalarán grifos distribuidos a una misma distancia unos de otros. ¿Cuánto medirá el ángulo de apertura entre tubo y tubo?

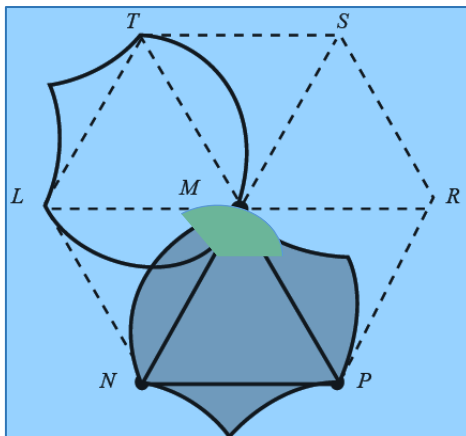
- a.  $36^\circ$                       b.  $72^\circ$                       c.  $90^\circ$                       d.  $360^\circ$

12. Observa las figuras A, B y C. ¿Cuál es el orden de las transformaciones que debemos efectuar a la figura A para que se convierta en la figura B, y luego esta en la figura C?



- a. Reflexión y rotación.
- b. Rotación y traslación.
- c. Reflexión y traslación.
- d. Rotación y reflexión.

13. Para la decoración del aula, Patricia decide hacer figuras sobre un hexágono regular. En la imagen siguiente, se observa una región sombreada y la silueta que resulta de aplicarle un movimiento a dicha región.



Señala qué movimiento se le aplicó a la región sombreada para obtener su imagen.

- e. Una reflexión tomando como eje el segmento  $\overline{NS}$ .
  - f. Una reflexión tomando como eje el segmento  $\overline{LR}$ .
  - g. Una rotación de  $30^\circ$  con centro en el punto  $L$ .
  - h. Una rotación de  $120^\circ$  con centro en el punto  $M$ .
14. Una plaza tiene forma de un hexágono regular. Por el aniversario van a colocar cadenetas de una esquina a otra, de tal manera que las cadenetas se crucen en el punto centro de la plaza. Si la plaza mide 15 m en cada lado, ¿cuánta será la longitud mínima de la cadeneta que une dos esquinas de la plaza?
- a. 90 m
  - b. 60 m
  - c. 30 m
  - d. 15 m

15. Las monedas de un nuevo sol tienen un polígono regular inscrito. Si una diagonal une dos vértices no comunes de un polígono, ¿cuántas diagonales podríamos trazar en este polígono regular inscrito en la moneda de un nuevo sol?

- a. 8 diagonales.
- b. 20 diagonales.
- c. 40 diagonales.
- d. 56 diagonales.



16. Una empresa fabrica triángulos musicales. Cada lado del triángulo mide 18,5 cm y la varilla con que se toca, 15 cm. Si se desea aprovechar al máximo una varilla sin trabajar cuya longitud es 5,5 m, ¿cuántos triángulos musicales completos (triángulo y varilla) se podrá obtener de la varilla sin trabajar?

- a. 7
- b. 7,8
- c. 8
- d. 9,9

