JURNAL ILMU FISIKA: TEORI DAN APLIKASINYA
JIFTA
p-ISSN 2622-5468 VOL. 1 N0. 2 September 2019

Persamaan Medan Einstein efektif Model Dunia Brane dengan Suku Gauss-Bonnet pada Bulk

Irsan Rahman
Program studi Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Muslim Maros, Jl. Dr. Ratulangi No. 62 Maros, Sulawesi Selatan 90511, Indonesia
irsan@umma.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini mengkaji persamaan medan Einstein efektif *brane* pada model braneworld dengan tambahan suku Gauss Bonnet pada *bulk*. Persamaan medan Einstein efktif pada brane diperoleh dengan melakukan proyeksi medan *bulk* ke medan *brane* dengan menggunakan persamaan Gauss-Codazzi. Persamaan medan Einstein yang diperoleh memodifikasi persamaan medan Einstein standar dalam relativitas umum dengan suku tambahan X_ν^μ yang diharapkan berprilaku sebagai energi gelap.
Kata kunci: dunia brane, persamaan medan Einstein, energi gelap, Gauss-Bonnet

ABSTRACT

This study examines the effective Einstein brane field equation in the brane world model with the addition of the Gauss Bonnet term to the bulk. The effective Einstein field equation on the brane is obtained by performing a bulk field projection into the brane field using the Gauss-Codazzi equation. The Einstein field equation obtained modifies the standard Einstein field equation in general relativity with an additional term X_ν^μ which is expected to behave as dark energy.
Keywords:braneworld, Einstein field equation, dark energy, Gauss-Bonnet

I. PENDAHULUAN

Tahun 1929 Edwin Hubble melalui pengamatan bintang dan galaksi, memperoleh hasil pengamatan bahwa cahaya dari galaksi dan bintang cenderung berubah menuju warna merah. Dengan menggunakan efek Doppler maka hal ini menunjukkan bahwa galaksi dan bintang-bintang bergerak saling menjauh satu sama lain. Gerakan galaksi yang saling menjauh membawa simpulan bahwa alam semesta kita mengembang. Pengembangan alam semesta ini kemudian diyakini oleh para fisikawan disebabkan oleh adanya energi bertekanan negatif yang mengisi alam semesta. Energi bertekanan negatif inilah yang berfungsi untuk melawan gravitasi. Energi yang tidak diketahui sumbernya ini kemudian disebut sebagai *Dark Energy* atau Energi Gelap.

Hasil observasi *Supernova tipe Ia* (**SN Ia**) yang dikumpulan *Supernova Cosmology Team* pada tahun 1998 menunjukkan bahwa alam semesta mengembang dipercepat (Riessdkk.,1998). Jadi kecepatan pengembangan alam semesta kita bertambah seiring pertambahan waktu. Hal ini menunjukkan dominasi energi gelap di alam semesta kita. Data dari **SN Ia** ini kemudian diperkuat oleh data satelit *Wilkinson Microwave Anistrophy Probe* (**WMAP**) pada tahun 2011 yang menunjukkan bahwa komposisi alam semesta terdiri dari 72,8% dari energi gelap, 22,7% materi gelap dan sisanya kita, planet, bintang, galaksi dan lain sebagainya hanya menyumbang 4,5% dari komposisi alam (Jarosik dkk., 2011).

Sumber dari energi gelap ini sampai sekarang masih belum diketahui dengan pasti. Penelitian tentang model energi gelap menjadi topik yang hangat dikaji di bidang kosmologi beberapa tahun terakhir. Adapun model yang paling sederhana menjelaskan sumber dari energi gelap ini adalah berasal dari konstanta kosmologi yang diperkenalkan oleh Albert Einstein dalam teori relativitas umum pada tahun 1917. Namun apa jadinya jika energi gelap bukan berasal dari konstanta kosmologi? Hal ini mendorong ilmuwan untuk mencari teori alternatif lain yang mampu mejelaskan keberadaan dari energi gelap. Salah satu cara untuk memperoleh model energi gelap adalah dengan melakukan modifikasi pada persamaan Einstein. Beberapa model energi gelap dari modifikasi persamaan Einstein seperti, *Quintessence*, k-*essence*, *The Perfect Fluid Models*, *Scalar-Tensor Model*, *F(R) Model*, *Braneworld Model* dan lain sebagainya (Rahman I, 2019).

II. MODEL

Model yang ditinjau dalam penelitian ini adalah model dunia brane dengan sebuah brane yang ditempatkan pada titik $y = 0$. Pada model dunia brane ini bulk mengandung suku medan skalar ϕ dan suku Gauss-Bonnet $L_{GB} = \Re_{abcd}\Re^{abcd} - 4\Re_{ab}\Re^{ab} + \Re^2$, sedangkan suku materi L_m terlokalisasi pada brane. persamaan aksi model ini dapat dituliskan,

$$S = \int d^5x\sqrt{-g}\left[\frac{\Re}{2\kappa^2} - \frac{1}{2}g^{ab}\nabla_a\phi\nabla_b\phi - V(\phi) + f(\phi)L_{GB}\right] + \int d^4x\sqrt{-h}\left[-\sigma(\phi) + L_m\right]\delta(y)$$
(1)

Dimana g dan h masing-masing adalah determinan metrik pada bulk dan brane, $\Re$ adalah skalar Ricci 5 dimensi, $V(\phi)$ adalah potensial skalar, $f(\phi)$ adalah sebuah fungsi dari medan skalar, dan $\sigma(\phi)$ adalah tegangan brane.

III. HASIL

Dengan melakukan variasi persamaan aksi (1) terhadap metric g_{ab} dan dengan menganggap bahwa persamaan Einstein berlaku pada bulk 5 dimensi maka diperoleh persamaan medan Einstein Bulk

$$\mathcal{G}_{ab} = \kappa^2 T^{\phi}_{ab} + \kappa^2 T^{GB}_{ab} + \kappa^2\left(-\sigma g_{\mu\nu} + t_{\mu\nu}\right)\delta(y), \qquad (2)$$

dengan T^{ϕ}_{ab} , T^{GB}_{ab}, dan $t_{\mu\nu}$ masing-masing adalah tensor energi momentum dari medan skalar, suku Gauss-Bonnet, dan materi yang didefenisikan sebagai

$$T^{(\phi)}_{ab} = \nabla_a\phi\nabla_b\phi - g_{ab}\left(\tfrac{1}{2}\nabla^c\phi\nabla_c\phi - V(\phi)\right) \qquad (3)$$

$$T^{GB}_{ab} = 4\Big[\left(\nabla_a\nabla_b f(\phi)\Re - \mathrm{g}_{\mathrm{ab}}\left(\nabla^c\nabla_c f(\phi)\right)\Re - 2\left(\nabla^c\nabla_a f(\phi)\right)\Re_{\mathrm{bc}} - 2\left(\nabla^c\nabla_b f(\phi)\right)\Re_{\mathrm{ac}} + 2\left(\nabla^c\nabla_c f(\phi)\right)\Re_{\mathrm{ab}} + 2g_{ab}\left(\nabla^c\nabla^d f(\phi)\right)\Re_{\mathrm{cd}} - 2\left(\nabla^c\nabla^d f(\phi)\right)\Re_{\mathrm{abcd}}\Big]. \qquad (4)$$

$$t_{\mu\nu} = -\frac{2\delta L_m}{\delta g_{\mu\nu}} + g_{\mu\nu}L_m \qquad (5)$$

Indeks a, b adalah indeks 5 dimensi (0,1,2,3,4) dan indeks μ, ν adalah indeks 4 dimensi (0,1,2,3) dengan dimensi kelima adalah y.

Sedangkan variasi persamaan aksi (1) terhadap medan skalar memberikan persamaan gerak medan skalar

$$\nabla^a\nabla_b\phi - V'(\phi) - f_{,\phi}\left(\Re^2 - 4\Re_{\mathrm{ab}}\Re^{\mathrm{ab}} + \Re_{\mathrm{abcd}}\Re^{\mathrm{abcd}}\right) - \sigma'(\phi)\delta(y) = 0. \qquad (6)$$

Dari persamaan medan Einsten bulk (2) dapat diturukan persamaan medan Einstein brane dengan menggunakan persamaan Gauss-Codazzi (Wald 1984)

$$R^{\delta}_{\alpha\beta\gamma}\omega_\delta = h^h_\alpha h^e_\gamma \Re^{\mathrm{j}}_{hfe} + \left(K_{\alpha\gamma}\ \ K^{\delta}_{\beta} - K_{\beta\gamma}K^{\delta}_{\alpha}\right) \qquad (7)$$

$$R_{\alpha\gamma} = h^h_\alpha h^e_\gamma \Re_{\mathrm{he}} + h^h_\alpha h^e_\gamma n^f n_j \Re^{\mathrm{j}}_{hfe} + K_{\alpha\gamma}K - K_{\gamma\delta}K^{\delta}_{\alpha} \qquad (8)$$

Persamaan (7) dinamakan persamaan Gauss yaitu persamaan yang menghubungkan antara tensor Riemann 4 dimensi dengan tensor Riemann 5 dimensi, sedangkan persamaan (8) adalah persamaan Codazzi yaitu persamaan yang menghubungkan antara tensor Ricci 4 dimensi dengan kuantitas 5 dimensi.

Dengan menggunakan persamaan (7) dan (8) ke dalam persamaan medan Einstein bulk (2), maka diperoleh persamaan medan Einstein brane

$$G_\nu^\mu = \frac{2}{3}\kappa^2\left[T_\nu^\mu - \frac{1}{4}\delta_\nu^\mu T_\alpha^\alpha + \frac{3}{4}\delta_\nu^\mu T_y^y\right] - K^{\mu\rho}K_{\nu\rho} + K_\nu^\mu K + \frac{1}{2}\delta_\nu^\mu\left(K^{\alpha\beta}K_{\alpha\beta} - K^2\right)E_\nu^\mu$$
$$+\frac{8}{3}\kappa^2\left[\frac{5}{16}\{5\nabla^\mu\nabla_\nu f(\phi) - \frac{15}{4}\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla_\alpha f + \frac{29}{4}\delta_\nu^\mu\partial_y^2 f(\phi)\}\left(K_\beta^\alpha K_\alpha^\beta - K^2\right)\right.$$
$$-\frac{93}{64}\left(K_{\gamma\alpha}K_\beta^\gamma - K_{\alpha\beta}K\right)\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla^\beta f(\phi)$$
$$-\frac{5}{4}\left(K_{\alpha\beta}K^{\mu\beta} - K_\alpha^\mu K\right)\nabla^\alpha\nabla_\nu f(\phi) + \frac{5}{32}\left(K_{\nu\beta}K^{\mu\beta} - K_\nu^\mu K\right)\nabla^c\nabla_c f(\phi)$$
$$\left.-\frac{1}{8}\left(K_{\nu\beta}K_\alpha^\mu - K_{\alpha\beta}K_\nu^\mu\right]\right] + \frac{1}{6}\kappa^2\left[5R\{5\nabla^\alpha\nabla^\beta f(\phi) + 2\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla_\alpha f\} - 38R_{\alpha\beta}\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla^\alpha f\right.$$
$$\left.+\frac{5}{2}R_\nu^\mu\partial_y^2 f(\phi) - 20R_\alpha^\mu\nabla^\alpha\nabla_\nu f(\phi) + \frac{5}{2}R_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla_\alpha f(\phi) - 2R_{\alpha\nu\beta}^\mu\nabla^\alpha\nabla^\beta f(\phi) + 35R\delta_\nu^\mu\partial_y^2 f(\phi)\right], \quad (9)$$

Dimana K_ν^μ adalah kurvatur ekstrinsik dan E_ν^μ adalah proyeksi tensor Weyl bulk 5 dimensi. Untuk mengeliminasi suku kurvatur ekstrinsik maka digunakan persamaan syarat Juntion [10], dengan mengganggap Z_2 simetri diperoleh

$$\left[K_\nu^\mu - \delta_\nu^\mu K\right]\Big|_{y=0} = \frac{\kappa^2}{2}\left(\sigma\delta_\nu^\mu + t_\nu^\mu\right) \quad (10)$$
$$\partial_y\phi\Big|_{y=0} = \frac{1}{2}\sigma'(\phi). \quad (11)$$

Dengan menggunakan persamaan (10) dan (11) maka persamaan medan Einstein brane (9) menjadi

$$G_\nu^\mu = \frac{1}{2}\kappa^2\left(\nabla^\mu\nabla_\nu\phi - \frac{5}{8}\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\phi\nabla_\alpha\phi + \frac{3}{32}\delta_\nu^\mu\sigma'^2 + \frac{3}{4}\delta_\nu^\mu V(\phi)\right)$$
$$-\frac{1}{12}\kappa^4\sigma^2\delta_\nu^\mu + \frac{\kappa^4}{6}\sigma t_\nu^\mu + \frac{\kappa^2}{12}tt_\nu^\mu - \frac{1}{12}\kappa^4 t^2\delta_\nu^\mu - \frac{\kappa^4}{4}t^{\mu\alpha}t_{\alpha\nu} - E_\nu^\mu$$
$$+\frac{\kappa^4}{8}\delta_\nu^\mu t^{\alpha\beta}t_{\alpha\beta} - \frac{8}{3}\kappa^6\left(\epsilon_\nu^\mu + \xi_\nu^\mu + \zeta_\nu^\mu\right) + \frac{8}{3}\kappa^2\left[\frac{5}{16}R\{5\nabla^\alpha\nabla^\beta f(\phi)\right.$$
$$+\left(-5 + \left(\frac{29}{4}\right)\delta_\nu^\mu\ \nabla^\alpha\nabla_\alpha f(\phi)\right\} + \frac{5}{32}R_\nu^\mu\partial_y^2 f(\phi)$$
$$+\frac{-19}{8}R_{\alpha\beta}\ \delta_\nu^\mu\ \nabla^\alpha\nabla^\beta f - \frac{5}{4}R_\alpha^\mu\nabla^\alpha\nabla_\nu f(\phi) + \frac{5}{32}R_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla_\alpha f(\phi)$$
$$\left.-\frac{1}{8}R_{\alpha\nu\beta}^\mu\nabla^\alpha\nabla^\beta f(\phi) + \frac{35}{16}R\delta_\nu^\mu\partial_y^2 f(\phi)\right], \quad (12)$$

Dengan,

$$\xi_\nu^\mu = \sigma t\left[\frac{1}{4}\left(\frac{150}{144} - \frac{77}{48}\right)\delta_\nu^\mu\ \nabla^\alpha\nabla_\alpha f + \frac{35}{288}\nabla^\mu\nabla_\nu f\right] - \frac{77}{288}\sigma t_\nu^\mu + \frac{25}{144}\left(\frac{29}{2} - 2\right)\ \delta_\nu^\mu\partial_y^2 f$$
$$-\frac{5}{16}\sigma t_{\alpha\beta}\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla^\beta f(\phi)$$
$$+\frac{\sigma t_\nu^\mu}{1152}\left[28\nabla^\alpha\nabla_\alpha f(\phi) + 40\partial_y^2 f(\phi)\right] + \frac{1}{96}\sigma t_{\nu\beta}\ \delta_\nu^\mu\nabla^\mu\nabla^\beta f(\phi), \quad (13)$$

$$\epsilon_\nu^\mu = \frac{\sigma^4}{4}\left[\frac{5}{3}\nabla^\mu\nabla_\nu f(\phi) + \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{3}\left(-\frac{5}{2} + \frac{17}{64}\right)\right)\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla_\alpha f(\phi) + \frac{5}{12}\left(\frac{117}{16}\right)\delta_\nu^\mu\partial_y^2\ f(\phi)\right], \quad (14)$$

$$\zeta_\nu^\mu = \frac{5}{192}\left[5\nabla^\mu\nabla^\nu f(\phi) + \frac{9}{4}\nabla^\alpha\nabla_\alpha f(\phi) + \frac{29}{4}\partial_y^2\ f(\phi)\right] - \frac{5}{16}\left(\frac{1}{3}tt_\alpha^\mu + t_\beta^\mu t_\alpha^\beta\right)\nabla^\alpha\nabla_\nu f(\phi)$$
$$-\frac{93}{256}\left(\frac{1}{3}t_{\alpha\beta}t\ + t_{\alpha\gamma}t_\beta^\gamma\right)\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla_\alpha f(\phi) + \frac{1}{12}\left(tt_{\nu\beta}\nabla^\mu\nabla^\beta f(\phi) - tt_{\alpha\beta}\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla^\beta f(\phi) + tt_\alpha^\mu\nabla^\alpha\nabla_\nu f(\phi)\right.$$
$$\left.-tt_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla_\alpha f(\phi)\right) + \frac{5}{128}\left(\frac{1}{3}tt_\nu^\mu + t_\beta^\mu t_\nu^\beta\right)\left(\nabla^\alpha\nabla_\alpha f(\phi) + \partial_y^2\ f(\phi)\right). \quad (15)$$

Dimana ξ_ν^μ adalah suku-suku kopling tegangan brane dan materi, ϵ_ν^μ adalah suku pangkat empat dari tegangan brane, dan ζ_ν^μ adalah suku kuadratik dari materi. Persamaan medan Einstein brane (12) dapat ditulis ulang menjadi

$$G_\nu^\mu = \frac{1}{2}\kappa^4\left[\frac{1}{4}\sigma t_\nu^\mu - 4\kappa^2\xi_\nu^\mu\right] + \frac{2}{3}\kappa^2\left[\nabla^\mu\phi\nabla_\nu\phi - \frac{5}{8}\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\phi\nabla_\alpha\phi\right] - \Lambda_b\delta_\nu^\mu + \kappa^4\Pi_\nu^\mu - E_\nu^\mu$$
$$+\frac{8}{3}\kappa^2\left[\frac{5}{16}R\{5\nabla^\alpha\nabla^\beta f + 2\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla_\alpha\} + \left(\frac{-23}{16}\right)R_{\alpha\beta}\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla^\beta f + \frac{5}{32}R_\nu^\mu\partial_y^2 f(\phi) - \frac{1}{8}R_{\alpha\nu\beta}^\mu\nabla\text{^}\alpha\nabla^\beta f(\phi)\right.$$
$$\left.-\frac{5}{4}R_\alpha^\mu\nabla^\alpha\nabla_\nu f(\phi) + \frac{5}{32}R_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla_\alpha f(\phi) + \frac{35}{16}R\delta_\nu^\mu\partial_y^2 f(\phi)\right], \quad (16)$$

dengan

$$\Lambda_b = \frac{1}{2}\kappa^2\left(V(\phi) + \frac{1}{6}\kappa^2\sigma^2 - \frac{1}{8}\sigma'^2 + \frac{16}{3}\kappa^4\epsilon_\nu^\mu\right) \quad (17)$$

$$\Pi_\nu^\mu = -\frac{1}{4}t_\alpha^\mu t_\nu^\alpha + \frac{1}{12}tt_\nu^\mu + \frac{1}{8}\delta_\nu^\mu(t_{\alpha\beta}t^{\alpha\beta} - \frac{1}{3}t^2) - \frac{8}{3}\kappa^2\zeta_\nu^\mu. \quad (18)$$

Persamaan medan Einstein brane di atas berbeda dengan persamaan medan Einstein standar dimana, kebergantungan tensor medan Einstein pada tensor energi-momentum adalah kuadratik dan terdapat kontribusi tensor Weyl bulk pada brane. Tensor Weyl bulk dinamakan suku non-lokal dimana tensor ini membawa informasi struktur bulk 5 dimensi. Keberadaaan tensor Weyl bulk mempengaruhi dinamika pada brane.

Dengan menggunakan persamaan Gauss-Codazzi (7) dan (8) maka persamaan gerak medan skalar (6) dapat dituliskan menjadi

$$-\nabla^\alpha\nabla_\alpha\phi + V_{,\phi} + f_{,\phi}(R^2 - 4R_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta} + 4R_{\alpha\beta\gamma\delta}R^{\alpha\beta\gamma\delta}) = J_n, \quad (19)$$

dimana J_n defenisikan sebagai

$$J_n = \partial_y^2\phi - f_{,\phi}\left[-4(\Re_{yb}\Re^{yb} + \Re_{\alpha y}\Re^{\alpha y}) + \Re_{\alpha\beta\gamma\delta}\Re^{\alpha\beta\gamma\delta} + 5(\Re_{\rho y}^{\alpha\sigma}\Re_{\alpha\sigma}^{\rho y} + 2\Re_{yc}^{\alpha d}\Re_{\alpha d}^{yc})\right]. \quad (20)$$

yaitu energi yang lepas dari brane ke bulk

Persamaan medan Einstein brane (16) dapat dituliskan ke bentuk persamaan medan Einstein standar dengan tambahan tensor energi-momentum dari suku Gauss-Bonnet dan suku ekstra.

$$G_\nu^\mu = \kappa^2\left(\nabla^\mu\phi\nabla_\nu\phi - \delta_\nu^\mu\left(\frac{1}{2}\nabla^\alpha\phi\nabla_\alpha\phi - V_{eff}\right)\right)$$
$$+4\kappa^2\left[(\nabla^\mu\nabla_\nu f)R - (\nabla^\rho\nabla_\rho f(\phi))R - 2(\nabla^\mu\nabla_\rho f)R_\nu^\rho\right.$$
$$\left.-2(\nabla_\nu\nabla^\rho f)R_\rho^\mu + 2\left(\nabla_\rho\nabla^\rho f(\phi)\right)R_\nu^\mu + 2\delta_\nu^\mu(\nabla_\sigma\nabla^\rho f(\phi))R_\rho^\sigma - 2\left(\nabla^\sigma\nabla^\rho f(\phi)\right)R_{\rho\nu\sigma}^\mu\right] + X_\nu^\mu, \quad (21)$$

dengan

$$X_\nu^\mu = Y_\nu^\mu - Z_\nu^\mu \quad (22)$$
$$V_{eff} = \frac{\Lambda_b}{\kappa^2} \quad (23)$$
$$Z_\nu^\mu = E_\nu^\mu + \frac{1}{3+n}(\nabla^\mu\phi\nabla_\nu\phi - \frac{1}{4+n}\delta_\nu^\mu(\nabla^\alpha\phi\nabla_\alpha\phi) \quad (24)$$
$$Y_\nu^\mu = \frac{1}{2}\kappa^4\left[\frac{1}{4}\sigma t_\nu^\mu - 4\kappa^2\xi_\nu^\mu + \frac{3}{4}\Pi_\nu^\mu\right]\frac{8}{3}\kappa^2\left[\frac{5}{32}R_\nu^\mu\partial_y^2 f(\phi) + \frac{35}{16}R\delta_\nu^\mu\partial_y^2 f(\phi)\right] + 8\kappa^2R_\nu^\alpha(\nabla_\alpha\nabla^\mu f(\phi))$$
$$+\left(\frac{25}{6} - 4\right)\kappa^2R(\nabla_\nu\nabla^\mu f(\phi)) + \left(\frac{5}{12} - 8\right)\kappa^2R_\nu^\mu\nabla_\alpha\nabla^\alpha f(\phi) + \frac{17}{3}\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla_\alpha f(\phi)$$
$$+\frac{14}{3}\kappa^2R_\alpha^\mu\nabla^\alpha\nabla_\nu f(\phi) + \frac{23}{3}\kappa^2 R_{\alpha\nu\beta}^\mu\nabla^\alpha\nabla^\beta f(\phi) + \frac{21}{6}\kappa^2R_{\alpha\beta}\delta_\nu^\mu\nabla^\alpha\nabla^\beta f(\phi). \quad (25)$$

Kebergantungan tensor Weyl bulk pada medan Einstein brane membuat persamaan medan Einstein brane menjadi tidak tertutup. Untuk dapat menyelesaikan tensor weyl bulk ini sangat sulit karena harus mengetahui struktur/geometri bulk terlebih dahulu.

Dengan menggunakan identitas Bianchy pada persamaan medan Einstein brane (21) diperoleh

$$\nabla_{\mu} X^{\mu}_{\nu} = -\kappa^2 J_n \nabla_{\nu}\phi. \qquad (26)$$

Persamaan (26) memperlihatkan bahwa tensor energi-momentum dari suku ekstra tidak konservatif. Hal ini juga terlihat dari persamaan (19) dimana terdapat fluks energy dari brane ke bulk. Keberadaan suku ekstra ini kemudian kita interpretasikan sebagai energi gelap.

IV. KESIMPULAN

Persamaan medan Einstein *brane* yang diperoleh dari proyeksi medan bulk ke medan brane ini adalah persamaan medan Einstein yang tidak tertutup karena masih mngandung besaran-besaran bulk dari proyeksi Weyl tensor. Persamaan Weyl tensor ini membawa informasi geometri dari bulk sehingga sangat sulit untuk diselsaikan. selain itu pesamaan medan Einstein efektif yang diperoleh memodifikasi persamaan medan Einstein standar dengan suku tambahan X^{μ}_{ν}. Suku tambahan ini diharapkan mampu berperilaku sebagai energi gelap yang akan dikaji dalam penelitian berikutnya.

DAFTAR PUSTAKA

Riess,A.G.,Filippenko,A.V.,Challis,P.,Cloccthiattia,A.,Diercks,A.,Garnavich, P.M., Gilliland, R.L., Hogan, C.J., Jha, S., Kirshner, R.P.,Leibundgut, B., Phillips, M.M., Reiss, D., Schmidt, B.P., Schommer, R.A., Smith, R.C., Spyromilio, J.,Stubbs,C., Sunzeff,N.B., dan Tonry,J. (1998): Observational Evidence from Supernova for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, Astrophysics Journal, 116, 1009

Spergel, D.N., Verde, L., Peiris, H.V., Komatsu, E., Nolta, M.R., Bennet, C.L., Halpern, M., Hinshaw, G., Jarosik, N., Kogut, A., Limon, N., Meyer, S.S., Page, L., Tucker, G.S., Weiland, J.L., Wollack, E., Wright, E.L., (2003): First Year Wilkinson Microwave Anistropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmology Parameters, Astrophysics Journal Supplement 148 175.

Arkani-Hamed, N., Dimopoulus, S. and Dvali, G. (1998): The Hierarchy Problem and New Dimension at a Millimeter, Physics Letter B, 429, 263

Randall, L., and Sundrum, R (1999): A Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension, Physics Review Letter, 83,3370.

Randall, L., and Sundrum, R (1999): An Alternative to Compactification, Physics Review Letter, 83,4690.

Shiromizu, T., Maeda, K. and Sasaki, M (2000): The Einstein Equation 3*brane*world, Physical Review D 62 024012.

Rahman, I. (2019): Persamaan Medan Einstein efektif energi rendah pada Model Dunia Brane dengan Medan Skalar Bulk. Karst: Jurnal Pendidikan Fisika Dan Terapannya, Volume 2 Nomor 2

Rahman,I., Bangsawang,BJ. Suroso, A., Surungan, T., Zen, F.P. (2019): Dynamical System of Kaluza-Klein *Brane* Cosmology with Gauss-Bonnet term in a *Bulk*, IOP conf. series, 1204 012010.

Kanno, S. and Soda , J. (2002): Radion and Holographic *Brane* Gravity, Physical Review D 66 083506.

Suroso,A.,Zen,F.P.,Arianto, and Gunara,B.E(2012): AIP Conference Proceeding 1450 338.

Amendola, L., and Tsujikawa, S., (2010): Dark *Energi*: Theory and Observations, Cambridge University Press. New York.