MEKANIKA

(Seri Fisika Dasar)

Penulis :
Santiani

Editor :
Sri Fatmawati

MEKANIKA

(Seri Fisika Dasar)

Penulis :

Santiani

Editor :

Sri Fatmawati

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT setelah melalui masa yang panjang penulis dapat menyelesaikan buku ini. Buku ini merupakan bagian kecil dari pembahasan fisika yaitu bidang mekanika.

Materi mekanika penulis sarikan dari beberapa buku fisika universitas yang sudah ada dengan mengubah gaya bahasa agar lebih mudah dibaca dan difahami. Buku ini kaya akan latihan penerapan konsep fisika melalui latihan-latihan soal agar para pembaca khususnya para mahasiswa dapat lebih mudah memahami konsep-konsep fisika dan menerapkannya. Penulis juga berharap dengan adanya buku ini mempermudah proses belajar mengajar di kelas. Penulis mengharapkan buku ini dapat memberikan sedikit sumbangan dalam khasanah keilmuan

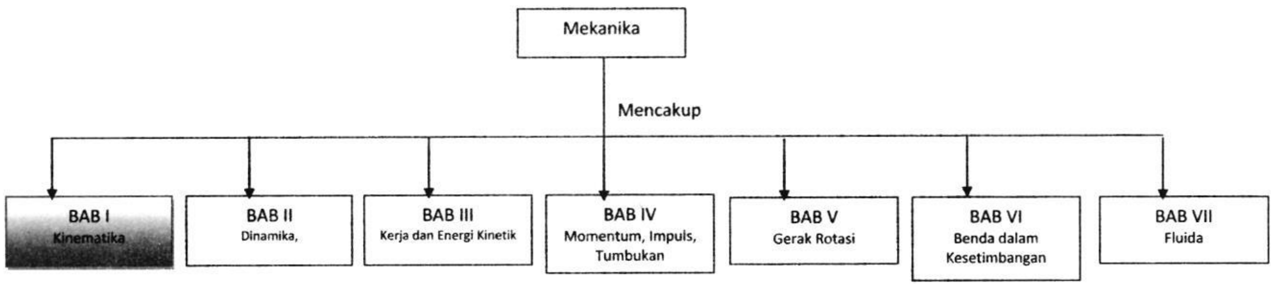
Penulis sangat mengharapkan masukan dan saran-saran dari rekan sejawat ataupun mahasiswa agar buku ini lebih baik.

Palangka Raya, Oktober 2013
Penulis

DAFTAR ISI

BAB I

KINEMATIKA PARTIKEL



Tujuan Pembelajaran

1. Menjelaskan konsep mekanika dan ruang lingkup pembahasannya
2. Membedakan kinematika dengan dinamika
3. Menurunkan konsep kecepatan dan percepatan pada gerak lurus, lengkung dan melingkar
4. Menggunakan konsep kecepatan dan percepatan untuk menyelesaikan masalah pada gerak lurus
5. Menggunakan konsep kecepatan dan percepatan untuk menyelesaikan masalah pada gerak lengkung
6. Menggunakan konsep kecepatan dan percepatan untuk menyelesaikan masalah pada gerak melingkar

Deskripsi

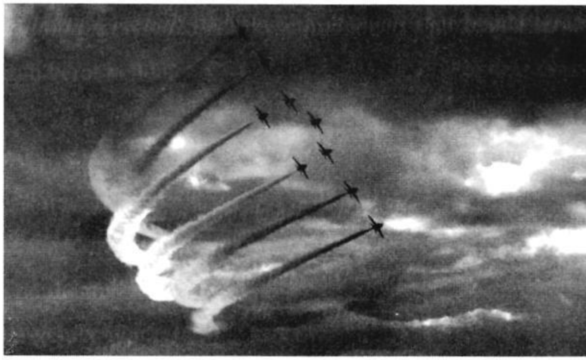
Mekanika dibahas dengan dua cara kinematika dan dinamika. Kinematika mengkaji gerak dari gerak itu sendiri dengan melihat posisi, kecepatan dan percepatan. Kinematika gerak lurus membahas gerak dengan lintasan lurus, pada gerak lengkung membahas gerak dengan lintasan melengkung dengan konsep kecepatan dan percepatan, sedangkan gerak melingkar membahas gerak yang lintasannya melingkar dengan konsep kecepatan dan percepatan.

Relevansi

Sebagai bagian dari ilmu alam fisika, mekanika dapat dibahas dari dua sisi kinematika gerak dan dinamika gerak. Bagian ini menyajikan tentang kinematika gerak. Memahami kinematika dan dinamika gerak menjadikan pembahasan tetang gerak benda lengkap dari sisi gerak dan penyebabnya.

Kata-kata kunci :

Mekanika, kinematika, benda titik, perpindahan, kecepatan, percepatan, lintasan, gerak lurus, gerak lengkung, gerak melingkar



Fisika adalah ilmu yang mempelajari komponen materi dan interaksi antar komponen itu. Para ilmuan dapat menerangkan sifat-sifat materi dalam benda dan gejala-gejala alam lain di semesta dengan fisika. Benda-benda yang sifatnya telah diketahui akan dapat dikembangkan menjadi alat bantu manusia dalam kehidupannya. Sebagai contoh sifat termal bahan dijadikan dasar untuk membuat alat-alat dapur, panci dibuat dari bahan dengan sifat termal penghantar panas yang baik. Konsep kecepatan dan percepatan pada mekanika dijadikan dasar untuk menentukan jadwal pemberangkatan alat-alat transportasi.

Gejala yang paling biasa dan nyata yang kita amati di sekeliling kita adalah gerak. Udara yang bertiup, gelombang samudra, burung yang terbang, hewan yang berlari, daun yang gugur, semuanya adalah gerak. Mekanika merupakan ilmu tentang gerak, momentum, gaya dan energi. Mekanika adalah salah satu bagian fundamental dari fisika dan harus dipahami secara mendalam sebelum mulai membahas antaraksi tertentu. Ilmu mekanika yang kita fahami saat ini merupakan hasil kejeniusan Sir Isaac Newton yang menghasilkan sintesis besar yang disebut Hukum-hukum Newton tentang gerak, namun ada banyak ilmuan lain yang turut menyumbang keilmuan dalam mekanika. Secara garis besar mekanika terbagi atas dua pembahasan utama yaitu kinematika dan dinamika. Kinematika adalah penggambaran gerak tanpa memperhatikan penyebab geraknya sedangkan dinamika adalah pembahasan gerak dengan memperhatikan penyebab geraknya.

Pada kinematika letak benda diselidiki sebagai fungsi waktu, fakta ini diperoleh dengan mencatat atau memotret letak benda setiap selang waktu. Secara sederhana dapat dikatakan dalam kinematika besaran-besaran yang kita perhitungkan adalah waktu, jarak, kecepatan dan percepatan gerak suatu benda. Misal, jika kita menyelidiki gerakan sebuah planet maka besaran yang harus muncul adalah waktu, jarak, kecepatan dan percepatan.

1.1. Gerak Partikel

Jika kita melemparkan sebuah tongkat, tongkat dalam gerakan perpindahannya(translasinya) juga berputar(rotasi). Secara umum gerakan benda adalah campuran antara translasi dan rotasi. Jika ukuran benda jauh lebih kecil dari lintasan translasi maka gerak rotasi benda dapat diabaikan, gerakan dianggap sebagai translasi saja. Benda dengan kategori ini disebut sebagai partikel atau benda titik, artinya dalam membahas gerakannya benda dapat kita ganti dengan sebuah titik. Sebenarnya di alam tidak ada benda titik tetapi pengertian partikel ini berguna untuk mendekati gerak sebenarnya. Contoh matahari dan bumi adalah benda titik atau partikel jika kita pandang terhadap jarak bumi dan matahari.

Untuk melukiskan gerakan pengamat harus mendefinisikan suatu kerangka acuan, relatif terhadap kerangka acuan inilah gerak dianalisis. Suatu obyek bergerak terhadap yang lain bila posisinya diukur relatif terhadap benda kedua berubah dengan waktu. Jika obyek diamati dengan kerangka acuan yang tidak berubah terhadap waktu maka obyek dikatakan dalam keadaan diam. Benda bergerak atau diam bergantung pada keadaan kerangka acuan. Sebatang pohon dan sebuah rumah diam relatif terhadap bumi, tetapi bergerak relatif terhadap matahari. Jika kereta api melewati suatu stasiun, kereta ini bergerak relatif terhadap stasiun, tetapi seorang penumpang dalam kereta api dapat berkata bahwa stasiun bergerak relatif terhadap kereta api kearah sebaliknya.

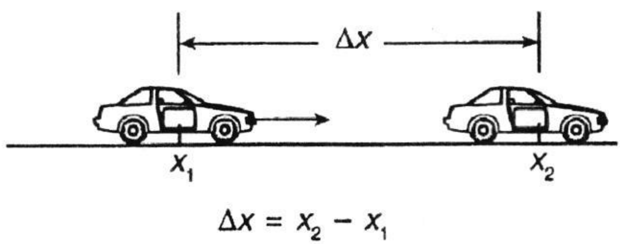
1.2. Kelajuan, Perpindahan dan Kecepatan

Kelajuan rata-rata partikel adalah perbandingan jarak total yang ditempuh terhadap waktu total tempuh :

$$\text{Kelajuan rata-rata} = \text{Jarak total/waktu total}$$

Satuan kelajuan rata-rata dalam SI adalah meter per sekon(m/s). Jika Anda menempuh 200 km dalam 5 jam, kelajuan rata-rata anda adalah 200 km/5 jam= 40 km/jam. Kelajuan rata-rata tidak menceritakan rincian dari suatu gerak. Anda mungkin berkendaraan dengan kelajuan tetap 40 km/jam, Anda mungkin berkendaraan dengan kelajuan yang berubah-ubah atau ada saat Anda berhenti lalu berkendaraan lagi.

Konsep kecepatan serupa dengan kelajuan tetapi mencakup arah gerakan. Untuk memahami konsep kecepatan maka diperkenalkan konsep perpindahan terlebih dahulu. Perhatikan Gambar 1 menunjukkan sebuah mobil yang kita perlakukan sebagai sebuah titik atau partikel berada pada posisi x_1 pada saat t_1 dan posisi x_2 pada saat t_2. Perubahan posisi partikel x_2 - x_1 adalah perpindahan partikel. Biasanya digunakan simbol delta(Δ) untuk menyatakan perubahan kuantitas. Jadi dapat dituliskan perpindahan dengan $\Delta x = x_2 - x_1$.

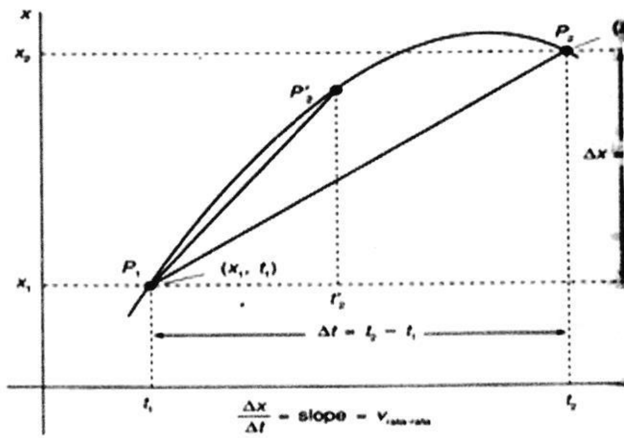


Gambar 1.1. Mobil bergerak dari titik x_1 ke titik x_2, perpindahannya adalah $\Delta x = x_2 - x_1$.

Kecepatan adalah laju perubahan posisi. Kecepatan rata-rata didefinisikan sebagai perbandingan antara perpindahan Δx dengan selang waktu $\Delta t = t_2 - t_1$:

$$v_{rata-rata} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Perpindahan dan kecepatan rata-rata dapat bernilai positif dan negatif. Nilai positif menyatakan gerakan ke kanan dan negatif ke kiri.



Gambar 1.2. Grafik x terhadap t untuk partikel yang bergerak dalam satu dimensi.

Titik-titik P_1 dan P_2 dihubungkan oleh garis lurus. Kecepatan rata-rata adalah kemiringan garis ini, $\Delta x/\Delta t$ yang bergantung pada selang waktu. Seperti pada gambar tampak bahwa garis lurus P_1 ke P_2' kemiringannya lebih besar daripada garis dari P_1 ke P_2 . Kecepatan rata-rata adalah kemiringan garis lurus yang menghubungkan titik-titik(x_1,t_1)dan(x_2,t_2)

Contoh :

Seekor siput berada di $x_1 = 18$ mm pada $t_1 = 2$ s dan ditemukan di $x_2 = 14$ mm pada $t_2 =$ 7 s. Cari perpindahan dan kecepatan rata-rata siput untuk selang waktu tersebut !

Penyelesaian :

Perpindahan siput adalah $\Delta x = x_2 - x_1 = 14$ mm – 18 mm = -4 mm dan kecepatan rata-ratanya adalah

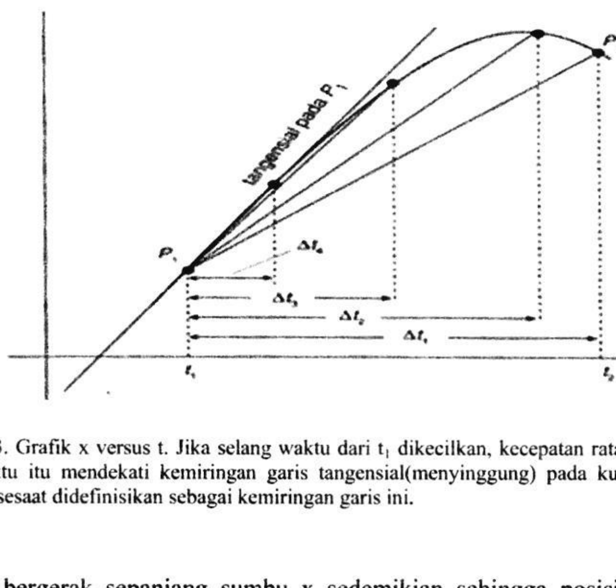
$$v_{rata-rata} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{14\ mm - 18\ mm}{7s - 2s} = \frac{-4\ mm}{5\ s} = -0{,}8\ mm/s$$

Perpindahan dan kecepatan bernilai negatif menunjukkan siput bergerak ke kiri.

Kecepatan rata-rata hanya mempertimbangkan posisi, waktu awal dan akhir. Selang yang dihasilkan sangat kasar. Untuk mengetahui kecepatan gerak benda dengan selang yang kecil atau kecepatan pada saat tertentu maka didefinisikan kecepatan sesaat tertentu. Kecepatan sesaat diperoleh dengan memperkecil selang waktu atau membuat selang waktu mendekati nol. Kecepatan sesaat pada saat tertentu adalah kemiringan garis yang menyinggung kurva x terhadap t pada saat itu. Kecepatan sesaat adalah limit rasio $\Delta x/\Delta t$ jika Δt mendekati nol.

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = v$$

Limit ini dinamakan turunan x terhadap t. Kemiringan ini dapat positif(x bertambah) atau negatif(x berkurang).



Gambar 1.3. Grafik x versus t. Jika selang waktu dari t_1 dikecilkan, kecepatan rata-rata untuk selang waktu itu mendekati kemiringan garis tangensial(menyinggung) pada kurva saat t_1. Kecepatan sesaat didefinisikan sebagai kemiringan garis ini.

Contoh :

Sebuah partikel bergerak sepanjang sumbu x sedemikian sehingga posisinya pada setiap saat diberikan oleh $x = 5t^2+1$, x dalam meter dan t dalam detik. Hitunglah kecepatan rata-ratanya dalam selang waktu antara (a)2 detik dan 3 detik, (b) 2 detik dan 2,1 detik, (c) 2 detik dan 2,001 detik, (d) 2 detik dan 2,00001 detik, dan(e) kecepatan sesaat pada 2 detik.

Penyelesaian :

Kita nyatakan t=2 detik sebagai t_o yang berlaku bagi semua soal, maka x_o = 5(2 detik)^2 + 1 = 21 m adalah x_o bagi seluruh soal. $\Delta x = x - x_o = x - 21$ m dan $\Delta t = t - t_o = t - 2$ detik

(a). Untuk t=3 detik, $\Delta t = t - t_o = 3 - 2 = 1$ detik, x = 5(3detik)^2+1 = 46 m dan $\Delta x = x - x_o =$ 46m-21m = 25 m, jadi $v_{rata-rata} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25\ m}{1\ detik} = 25\ m/detik$

(b). Bagi t=2,1 detik, Δt=0,1detik, x = 23,05 m dan Δx = 2,05 m. Jadi $v_{rata-rata} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2{,}05\ m}{0{,}1\ dt} = 20{,}5\ m/detik$

(c). Bagi t = 2,001 detik, Δt=0,001 detik, x=5(2,001)^2+1=21,020005 m dan Δx = 0,200005 m. Jadi

$$v_{rata-rata} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}020005\ m}{0{,}001\ detik} = 20{,}005\ m/detik$$

(d). t=2,00001 detik, $v_{rata-rata} = 20{,}00005 \frac{m}{detik}$

(e). $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(5t^2+1) = 10\,t$, jika t=2 detik maka v=20 m/detik

Contoh :

Fungsi x(t) adalah x(t) = $5t^3$ tentukan kecepatan saat t = 2 detik !

Penyelesaian :

$v(t) = dx/dt = d(5t^3)/dt = 15t^2$

$v(t) = 15(2)^2$ m/detik = 60 m/detik

Contoh :

Odometer sebuah mobil menunjukkan angka 22.687 km pada saat akan memulai suatu perjalanan dan di akhir perjalanan menunjukkan angka 22.791 km. Perjalanan tersebut memerlukan waktu 4 jam. Berapakah laju rata-rata mobil dalam km/jam dan dalam meter per detik?

Penyelesaian :

Laju rata-rata = jarak/waktu tempuh = (22.791 – 22.687)/4 = 26 km/jam

$$Laju\ rata-rata = 26\frac{km\ x\ (1000\frac{m}{km})}{jam\ x\ (3600\frac{detik}{jam})} = 7{,}2\ ms^{-1}$$

Contoh :

Seorang pelari menempuh 1,5 putaran mengelilingi lintasan melingkar dalam waktu 50 detik. Diameter dari lintasan adalah 40 meter dan kelilingnya 126 meter. Tentukan :

a. Laju rata-rata dari pelari tersebut
b. Besarnya kecepatan rata-rata dari pelari tersebut

Penyelesaian :

a. $Laju\ rata-rata = \frac{jarak}{waktu\ tempu\ h} = (\frac{1{,}5}{50})(126) = 3{,}78\ \text{m}detik^{-1}$

b. Kecepatan rata-rata adalah suatu vektor yang merupakan perpindahan vektor selama waktu tempuh dibagi dengan waktu tempuhnya dalam hal ini 50 detik. Karena menempuh 1,5 putaran maka titik perpindahan dari titik semula adalah titik diseberang titik awal yang panjangnya sama dengan diameter lintasan. Besarnya kecepatan rata-rata sama dengan besarnya perpindahan dibagi dengan waktu tempuh yaitu 40/50 = 0,80 m detik^{-1}.

1.3. Percepatan

Umumnya kecepatan benda berubah dengan waktu. Seringkali kita ingin mengetahui berapa cepat perubahan ini terjadi, laju perubahan kecepatan ini disebut percepatan. Seperti pada kecepatan pada percepatan juga ada percepatan rata-rata dan percepatan sesaat. Percepatan rata-rata untuk selang waktu tertentu sama dengan perubahan kecepatan per satuan waktu selama selang waktu itu.

$$a_{rata-rata} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Percepatan sesaat adalah harga batas percepatan rata-rata jika selang waktu Δt menjadi sangat kecil. Artinya

Kita nyatakan t=2 detik sebagai t_o yang berlaku bagi semua soal, maka x_o = 5(2 detik)^2 + 1 = 21 m adalah x_o bagi seluruh soal. $\Delta x = x - x_o = x - 21$ m dan $\Delta t = t - t_o = t - 2$ detik

(a). Untuk t=3 detik, $\Delta t = t - t_o = 3 - 2 = 1$ detik, x = 5(3detik)^2+1 = 46 m dan $\Delta x = x - x_o$= 46m-21m = 25 m, jadi $v_{rata-rata} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25\ m}{1\ detik} = 25\ m/detik$

(b). Bagi t=2,1 detik, Δt=0,1detik, x = 23,05 m dan Δx = 2,05 m. Jadi $v_{rata-rata} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2{,}05\ m}{0{,}1\ dt} = 20{,}5\ m/detik$

(c). Bagi t = 2,001 detik, Δt=0,001 detik, x=5(2,001)^2+1=21,020005 m dan Δx = 0,200005 m. Jadi

$$v_{rata-rata} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}020005\ m}{0{,}001\ detik} = 20{,}005\ m/detik$$

(d). t=2,00001 detik, $v_{rata-rata} = 20{,}00005 \frac{m}{detik}$

(e). $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(5t^2+1) = 10\ t$, jika t=2 detik maka v=20 m/detik

Contoh :

Fungsi x(t) adalah x(t) = $5t^3$ tentukan kecepatan saat t = 2 detik !

Penyelesaian :

v(t) = dx/dt = d($5t^3$)/dt= $15t^2$

v(t) = 15(2)^2 m/detik = 60 m/detik

Contoh :

Odometer sebuah mobil menunjukkan angka 22.687 km pada saat akan memulai suatu perjalanan dan di akhir perjalanan menunjukkan angka 22.791 km. Perjalanan tersebut memerlukan waktu 4 jam. Berapakah laju rata-rata mobil dalam km/jam dan dalam meter per detik?

Penyelesaian :

Laju rata-rata = jarak/waktu tempuh = (22.791 – 22.687)/4 = 26 km/jam

$$Laju\ rata - rata = 26 \frac{km\ x\ (1000 \frac{m}{km})}{jam\ x\ (3600 \frac{detik}{jam})} = 7{,}2\ ms^{-1}$$

Contoh :

Seorang pelari menempuh 1,5 putaran mengelilingi lintasan melingkar dalam waktu 50 detik. Diameter dari lintasan adalah 40 meter dan kelilingnya 126 meter. Tentukan :

a. Laju rata-rata dari pelari tersebut
b. Besarnya kecepatan rata-rata dari pelari tersebut

Penyelesaian :

a. $Laju\ rata - rata = \frac{jarak}{waktu\ \ tempu\ h} = (\frac{1{,}5}{50})(126) = 3{,}78\ \mathrm{m}detik^{-1}$
b. Kecepatan rata-rata adalah suatu vektor yang merupakan perpindahan vektor selama waktu tempuh dibagi dengan waktu tempuhnya dalam hal ini 50 detik. Karena menempuh 1,5 putaran maka titik perpindahan dari titik semula adalah titik diseberang titik awal yang panjangnya sama dengan diameter lintasan. Besarnya kecepatan rata-rata sama dengan besarnya perpindahan dibagi dengan waktu tempuh yaitu 40/50 = 0,80 m detik^{-1}.

1.3. Percepatan

Umumnya kecepatan benda berubah dengan waktu. Seringkali kita ingin mengetahui berapa cepat perubahan ini terjadi, laju perubahan kecepatan ini disebut percepatan. Seperti pada kecepatan pada percepatan juga ada percepatan rata-rata dan percepatan sesaat. Percepatan rata-rata untuk selang waktu tertentu sama dengan perubahan kecepatan per satuan waktu selama selang waktu itu.

$$a_{rata\ -rata} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Percepatan sesaat adalah harga batas percepatan rata-rata jika selang waktu Δt menjadi sangat kecil. Artinya

Jika partikel memulai gerakan di x_0 pada saat t=0 dan posisinya x pada saat t, perpindahan $\Delta x = x - x_o$ diberikan oleh $\Delta x = v_{rata\text{-}rata}\, t$. Jika v_o adalah kecepatan awal dan v kecepatan akhir, kecepatan rata-ratanya adalah ½(v_o + v).

$$V_{rata\text{-}rata} = 1/2(v_o + v)$$

Perpindahannya adalah $\Delta x = v_{rata\,-rata}\, t = 1/2(v_o + v)t$. Kita dapat mengeliminasi v dengan mengsubtitusikan $v=v_o+at$

Δx = ½(v_o+v)t=1/2(v_o+v_o+at)t=v_ot+1/2 at^2 maka fungsi posisinya adalah $x = x_o + v_o t + 1/2at^2$

Atau posisi diperoleh dari

$\Delta x = x(t) - x_0 = \int_0^t v(t)dt = \int_0^t (v_0 + at)\, dt = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ atau $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

Jika $x_0 = 0$ diperoleh $v^2 = v_0^2 + 2\,ax$

Jika nilai percepatan di setiap tempat diketahui atau a = a(x), dapat diturunkan

$dv = \frac{dv}{dx}\, dx = a\, dt\ atau\ dv\, \frac{dx}{dt} = a\, dx\ sehingga\ v\, dv = a\, dx\ dan\ \int_{v_o}^{v} v\, dv = \int_o^x a\, dx$

$\frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_o^2 = \int_o^x a(x)dx$ jadi hubungan yang lebih umum $v^2 = v_o^2 + 2\int_o^x a(x)dx$

Contoh :

Sebuah bola dilemparkan ke atas dengan kecepatan awal 30 m/s. Jika percepatannya adalah 10 m/s^2 ke bawah, berapa waktu yang dibutuhkan mencapai titik tertingginya dan berapakah jarak ke titik tertinggi itu ?(g=10 m/s^2)

Penyelesaian :

$v = v_o + at$

$0 = 30\ m/s + (-10 m/s^2)t$

$t = \frac{30\ m/s}{10\ m/s^2} = 3{,}0\ s$

Karena kecepatan awal 30 m/s dan kecepatan akhir 0 maka kecepatan rata-rata untuk gerakan ke atas adalah 15 m/s. Jarak yang ditempuh adalah

$\Delta x = vt = (15\ m/s)(3{,}0s) = 45\ m$

Contoh :

Sebuah kotak meluncur pada bidang miring dengan percepatan tetap. Dari keadaan diam sampai mencapai kecepatan 2,7 m/s dalam waktu 3 s. Tentukan (a) percepatan dari kotak, (b)jarak tempuh setelah 6 s

Penyelesaian :

(a). v_o = o m/s, v = 2,7 m/s dan t = 3 s karena $v = v_o + at$ maka 2,7 m/s = o m/s + a(3 s), a = 2,7/3 = 0,9 m/s^2

(b). Karena $\Delta x = x(t) - x_0 = \int_0^t v(t)dt = \int_0^t (v_0 + at)\,dt = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ maka $\Delta x = 0 + ½(0{,}9)(6)^2 = 16{,}2$ m

Contoh :

Sebuah kereta api berjalan dengan kecepatan 30 m/s diperlambat dengan konstan dan berhenti setelah 44 detik. Tentukan percepatan dan jarak dimana kereta tersebut telah benar-benar berhenti !

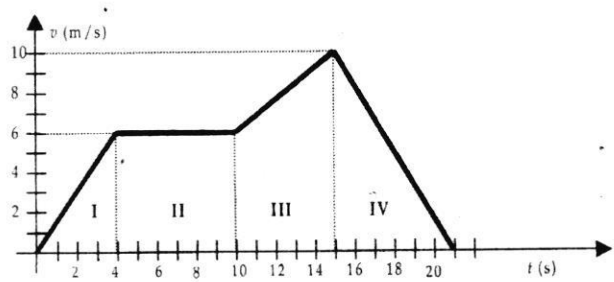
Penyelesaian :

Diketahui : v_o= 30 m/s, v = 0 m/s dan t = 44 s

Karena $v(t) = v_0 + at$ maka 0 = 30 m/s + a(44 s) diperoleh $a = -\frac{30\ m/s}{44\ s} = -0{,}68\ m/s^2$ sedangkan posisi berhentinya adalah $\Delta x = x(t) - x_0 = \int_0^t v(t)dt = \int_0^t (v_0 + at)\,dt = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ yaitu $\Delta x = \left(30\frac{m}{s}\right)(44\ s) + \frac{1}{2}\left(-0{,}68\frac{m}{s^2}\right)(44\ s)^2$= 662 m jadi kereta api benar-benar berhenti setelah 662 m.

Contoh :

Kecepatan dari sebuah kereta mainan yang berjalan di sebuah lintasan lurus dilukiskan seperti pada Gambar dibawah ini untuk interval waktu (I,II,III, dan IV)



Gambar 1.4. Grafik v terhadap t

a. Berapakah percepatan kereta selama interval waktu I dan seberapa jauh kereta tersebut berjalan selama interval waktu tersebut

b. Seberapa jauh kereta tersebut berjalan selama interval waktu II

c. Berapakah percepatan kereta selama interval waktu III dan seberapa jauh kereta tersebut berjalan selama interval waktu tersebut

d. Berapakah percepatan kereta selama interval waktu IV dan seberapa jauh kereta tersebut berjalan selama interval waktu tersebut

Penyelesaian :

a. Dari gambar tampak bahwa $v_o = 0$, v = 6 m/s dan t = (4-0) = 4 detik, karena $v(t) = v_0 + at$ maka $= \frac{v(t) - v^0}{t} = \frac{(6-0)m/s}{4\ detik} = 1{,}5\ m/s^2$. Jarak yang ditempuh selama interval I adalah $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}\left(1{,}5\frac{m}{s^2}\right)(4\ s)^2 = 12\ m$ atau jarak yang ditempuh pada interval I adalah luas daerah di bawah kurva interval I yaitu x = (6 x 4)/2 = 12 m

b. Dari gambar tampak bahwa $v_o = 6$ m/s dan t = (10 - 4) = 6 detik dengan percepatan nol. Jarak yang ditempuh selama interval II adalah $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \left(6\frac{m}{s}\right)(6\ s) + 0 = 36\ m$ atau jarak yang ditempuh pada interval I adalah luas daerah di bawah kurva interval II yaitu x = (6 x 6) = 36 m

c. Dari gambar tampak bahwa $v_o = 6$ m/s, v = 10 m/s dan t = (15-10) = 5 s, karena $v(t) = v_0 + at$ maka $= \frac{v(t) - v_0}{t} = \frac{(10-6)m/s}{5\ detik} = 0{,}8\ m/s^2$. Jarak yang ditempuh selama interval III adalah $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \left(6\frac{m}{s}\right)(5\ s) + \frac{1}{2}\left(0{,}8\ \frac{m}{s^2}\right)(5\ s)^2 = 40\ m$

d. Dari gambar tampak bahwa v_o = 10 m/s, v = 0 m/s dan t = (21-15) = 6 s, karena $v(t) = v_0 + at$ maka $= \frac{v(t) - v_0}{t} = \frac{(0-10)m/s}{6\ detik} = -1{,}67\ m/s^2$. Jarak yang ditempuh selama interval I adalah $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \left(10\frac{m}{s}\right)(6\ s) + \frac{1}{2}\left(-1{,}67\ \frac{m}{s^2}\right)(6\ s)^2 = 30\ m$ atau jarak yang ditempuh pada interval IV adalah luas daerah di bawah kurva interval IV yaitu x = (6 x 10)/2 = 30 m

Contoh :

Sebuah mobil berjalan sejauh 80 m, dalam jarak tersebut kecepatan mengalami peningkatan secara konstan dari 20 m/s ke 25 m/s. (a) Tentukan percepatan mobil tersebut dan (b)Berapa lama waktu tempuh perjalanan tersebut ?

Penyelesaian :

(a). Karena waktu tempuh tidak diketahui maka untuk menghitung percepatan digunakan persamaan $v^2 = v_o^2 + 2\int_o^x a(x)dx$ dengan v_o = 20 m/s, v = 25 m/s dan Δx = 80 m karena $v^2 = v_o^2 + 2\,\Delta x$ maka $a = \frac{v^2 - v_o^2}{2\Delta x} = \frac{(25\ m/s)^2 - (20\ m/s)^2}{2(80\ m)} = 1{,}41\ m/s^2$

(b). Waktu tempuh dapat digunakan persamaan $v(t) = v_0 + at$ sehingga $t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{(25-20)m/s}{1.41\ m/s^2} = 3{,}55\ s$

Latihan :

1. Sebuah mobil dipercepat dari keadaan diam dengan percepatan konstan 8 m/s^2. Berapa kecepatannya setelah 10 s?(b) Berapa jarak yang ditempuh dalam 10 s ?Berapakah kecepatan rata-ratanya untuk selang t = 10 s?
2. Sebuah mobil yang bergerak dengan kecepatan 30 m/s(sekitar 100 km/j)mengerem sampai berhenti. Jika percepatannya -5 m/s^2 , berapa jarak yang ditempuh mobil sebelum berhenti ?

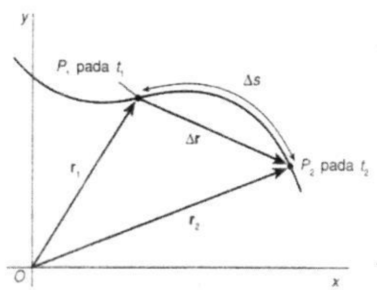
3. Berapakah jarak penghentian pada kondisi sama dengan soal no. 2 jika mobil mula-mula bergerak dengan kelajuan 15 m/s ?
4. Sebuah mobil bergerak dengan laju 100 km/j menabrak dinding beton yang tidak bergerak. Berapa waktu yang dibutuhkan mobil itu untuk berhenti dan berapa percepatannya ?
5. Sebuah mobil bergerak dengan kelajuan 80 km/j di kawasan sekolah. Sebuah mobil polisi berangkat dari keadaan diam tepat setelah pengebut melewatinya dan dipercepat dengan percepatan konstan 8 km/j.s. (a)Kapan mobil polisi menangkap mobil yang mengebut itu? (b)Berapa kecepatan mobil polisi ketika menangkap pengebut itu ?
6. Sebuah bola dilemparkan lurus ke atas. Berapakah kecepatan di puncak perjalannya?Berapakah percepatannya di titik itu
7. Sebuah batu kecil dilemparkan ke atas dengan kecepatan awal 7 m/s dan mendarat di papan yang terletak 2 m diatas titik pelemparan, (a)Tentukan kecepatan batu ketika mengenai papan dan (b)berapa lama batu tersebut berada di udara?
8. Sebuah truk pada awalnya diam dipercepat dengan percepatan konstan 3 m/s^2 . Sebuah mobil dari keadaan diam dari lokasi yang sama bergerak 12 detik kemudian, tetapi dengan percepatan 5 m/s^2. Seberapa jauh dari titik awal mobil dapat melewati truk tersebut ?

1.6. Gerak dalam Bidang Datar

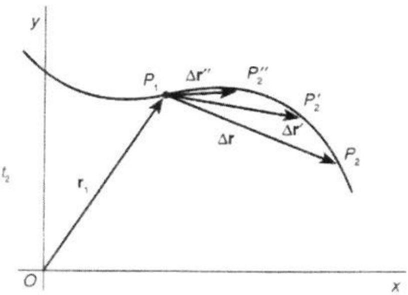
Gerak dalam bidang datar dapat juga dikatakan sebagai gerak dua dimensi, contoh gerak pada bidang datar adalah gerak dengan lintasan lengkung dan gerak melingkar.

a. Kecepatan dan Percepatan Gerak Lengkung

Pada Gambar 1.5 di bawah ini tampak bahwa lintasan lengkung P, saat t_1 partikel ada pada titik P_1 dengan vektor posisi r_1. Saat t_2 partikel ada pada P_2 dengan vektor posisi r_2 . Partikel bergerak sepanjang busur $P_1P_2 = \Delta s$ dt, pergeserannya adalah vektor Δr. Tampak pada gambar $r_2 = r_1 + \Delta r$ maka $\Delta r = r_2 - r_1$. Kecepatan rata-rata adalah $v_{rata-rata} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$. Untuk menghitung kecepatan sesaat Δt dibuat sangat kecil, jadi $v = \lim_{\Delta t \to 0} v_{rata-rata} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$. Komponen kecepatan ke arah sumbu X, Y dan Z adalah $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$. Besar kecepatannya adalah $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.



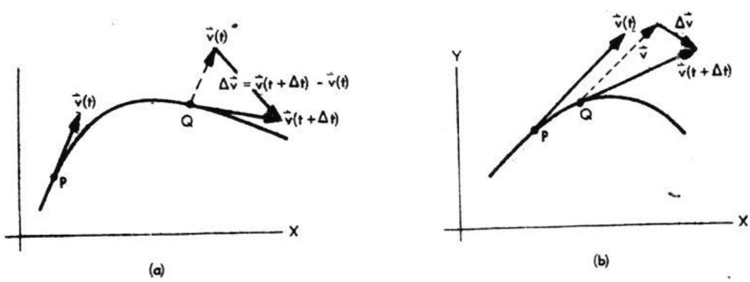
Gambar 1.5. Vektor posisi dan kecepatan rata-rata dalam gerak lengkung



Gambar 1.6. Kecepatan sesaat dalam gerak lengkung

Jika suatu partikel bergerak pada suatu garis lurus, vektor kecepatannya boleh bernilai sembarang tetapi arahnya terbatas sepanjang garis lurus tersebut. Jika suatu partikel bergerak pada suatu garis lengkung dalam suatu bidang datar maka arah dan besar vektor kecepatan boleh mempunyai nilai sembarang. Arah vektor kecepatan adalah arah garis singgung lintasan pada titik dimana benda berada pada suatu saat.

Vektor percepatan dapat diperoleh dari jumlah vektor komponen percepatan pada dua arah yang kita pilih sebagai sumbu koordinat xy. Kita pandang suatu partikel yang sedang bergerak sepanjang garis lengkung PQ seperti pada Gambar berikut.



Gambar 1.7. Arah vector percepatan a(t) sejajar $\Delta\mathbf{v}$ jika $\Delta t \to 0$

Percepatan rata-rata a adalah

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Dimana $\Delta v = v(t + \Delta t) - v(t)$ adalah perubahan vektor kecepatan yang terjadi dalam selang waktu Δt. Vektor Δv menyatakan perubahan arah dan besar vektor kecepatan, seperti tampak pada Gambar diatas. Tampak bahwa arah percepatan rata-rata $\bar{a}$ adalah sejajar dengan arah vektor Δv sedangkan besarnya sama dengan panjang vektor $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ yaitu $\left|\frac{\Delta v}{\Delta t}\right|$.

Percepatan sesaat a adalah $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$. Arah vektor percepatan sesaat a umumnya tidaklah sama dengan arah v. Besar dan arah vektor percepatan a ditentukan dari hasil jumlah vektor komponen pada sumbu xy yaitu :

$$a = a_x\,\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath}$$

Sedangkan besar a_x dan a_y adalah

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt}$$

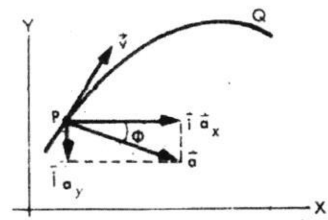
Arah vektor a ditentukan dari

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$$

Besar vekor a adalah

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Seperti yang diunjukan Gambar berikut,



Gambar 1.8. Vektor percepatan a diuraikan atas komponen-komponennya pada arah x dan y

Percepatan selalu menunjuk ke arah lengkung kurva. Vektor kecepatan dan posisi pada saat-saat tertentu adalah :

$$v = v_0 + \int_{t_0}^{t} a\, dt$$

$$r = r_0 + \int_{t_0}^{t} v\, dt$$

b. Gerak dalam Bidang Datar dengan Percepatan Tetap

Untuk memperjelas pengertian yang baru kita bahas, kita pandang gerak dalam bidang datar dengan percepatan tetap. Jika a tetap maka komponen-komponen a_x dan a_y juga tetap, artinya a_x dan a_y tidak berubah terhadap waktu. Pada kasus ini dapat kita pandang gerak lengkung sebagai perpaduan dua gerak lurus sepanjang sumbu x dan y. Gerak lurus arah sumbu x mempunyai kecepatan v_x dengan percepatan tetap a_x dan gerak lurus arah sumbu y dengan kecepatan v_y dan percepatan tetap a_y.

Maka dapat dikatakan bahwa

$$v_x = v_{ox} + a_x t$$

$$v_y = v_{oy} + a_y t$$

Kedua persamaan skalar di atas dapat disatukan dalam persamaan vektor

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v_o} + \boldsymbol{at}$$

Maka

$$x = v_{ox}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

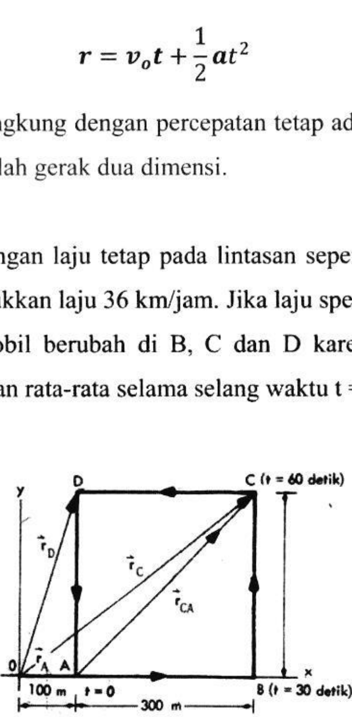
Atau

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}_o t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$$

Salah satu contoh gerak lengkung dengan percepatan tetap adalah gerak proyektil atau gerak peluru. Gerak ini adalah gerak dua dimensi.

Contoh :

Sebuah mobil bergerak dengan laju tetap pada lintasan seperti Gambar dibawah ini, Spedometer mobil menunjukkan laju 36 km/jam. Jika laju speedometer tetap menunjuk 36 km/jam. Kecepatan mobil berubah di B, C dan D karena arah kecepatan yang berubah. Tentukan kecepatan rata-rata selama selang waktu t = 0 dan t = 30 detik !



Gambar 1.9. Sebuah mobil bergerak dengan laju tetap dari A melalui lintasan ABCD

Penyelesaian :

Laju mobil 36 km/jam = 36000 m/3600 detik = 10 m/detik

Seluruh perjalanan dilakukan dalam waktu 4 x 300/10 detik = 120 detik

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r_B - r_A}{30} = \frac{\hat{\imath}(OB) - \hat{\imath}(OA)}{30} = \hat{\imath}\,\frac{300\ m}{30\ detik} = \hat{\imath}10\ m/det$$

Untuk selang waktu t = 0 – 60 detik ? Pada saat 60 detik mobil ada di C yaitu posisi r_C. Maka $\bar{v}\left(t = 0 \frac{s}{d} t = 60\ detik\right) = \frac{\overrightarrow{r_{C} - r_{A}}}{t_C - t_A}$ dengan $\widehat{r_C} = \hat{\imath}\,400 + \hat{\jmath}\,300\ dan\ \widehat{r_A} = \hat{\imath}100$ sehingga $\widehat{r_C}$ - $\widehat{r_A} = \hat{\imath}\,300 + \hat{\jmath}\,300$ dan $\bar{v} = \frac{\hat{\imath}300 + \hat{\jmath}300}{60}\ m/\det = \hat{\imath}5 + \hat{\jmath}5\ m/det$. Besar $\overline{v_{AC}} = \sqrt{50\ m/det}$ arahnya 45° terhadap sumbu x. Kecepatan rata-rata pada seluruh perjalanan dengan $\underset{r}{\rightarrow}(t = 0) = \underset{r_A}{\rightarrow}$ dan $\underset{r}{\rightarrow}(t = 120\ \text{det}) = \underset{r_A}{\rightarrow}$ jadi $\underset{\Delta r}{\rightarrow} = \underset{r_A}{\rightarrow} - \underset{r_A}{\rightarrow} = 0$ dan t = 120 detik. Jadi $\bar{v} = \frac{\Delta \underset{r}{\rightarrow}}{\Delta t} = 0$. Laju benda yaitu besar kecepatan sesaat tetap yaitu 10 m/det atau 36 km/jam.

Contoh :

Sebuah kapal layar mempunyai koordinat awal (x_1, y_1)=(100, 200)m. Dua menit kemudian, kapal itu mempunyai koordinat (x_2, y_2)=(120 m, 210 m). Berapakah komponen-komponen besar dan arah kecepatan rata-ratanya untuk selang 2,00 menit ini?

Penyelesaian :

$$v_{x,rata-rata} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{120 - 100\ m}{2{,}00\ menit} = 10{,}0 \frac{m}{menit}$$

$$v_{y,rata-rata} = \frac{y_2 - y_1}{\Delta t} = \frac{210 - 200\ m}{2{,}00\ menit} = 5{,}0\ m/menit$$

$$v_{rata-rata} = \sqrt{\left(v_{x,rata-rata}\right)^2 + \left(v_{y,rata-rata}\right)^2} = \sqrt{10.0^2 + 5{,}0^2} = \sqrt{125}$$

$$= 11{,}2 \frac{m}{menit}$$

$$\tan\theta = \frac{v_{y,rata-rata}}{v_{x,rata-rata}} = \frac{5{,}0\ m/menit}{10{,}0\ m/menit} = 0{,}500$$

$$\theta = tan^{-1} 0{,}500 = 26{,}6^o$$

Contoh :

Sebuah mobil bergerak ke timur dengan kelajuan 60 km/jam. Mobil ini mengelilingi kurva dan 5 detik kemudian mobil bergerak ke utara dengan kelajuan 60 km/jam. Carilah percepatan rata-rata mobil ini.

Penyelesaian :

Vektor kecepatan awal dan akhir v_1= 60 km/jam $\hat{\imath}$ dan v_2=60 km/jam $\hat{\jmath}$. Perubahan kecepatan Δv= $v_2 - v_1$ = 60 km/jam $\hat{\jmath}$ - 60 km/jam $\hat{\imath}$. $v_1 + \Delta v = v_2$ maka percepatan rata-ratanya adalah $a_{rata-rata} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{60\frac{km}{jam}\hat{\jmath} - 60\frac{km}{jam}\hat{\imath}}{5\,s} = 12\frac{km}{jam}.s\,\hat{\jmath} - 12\frac{km}{jam}.s\,\hat{\imath}$.

Besar percepatan rata-rata adalah $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-12\frac{km}{jam}.s)^2 + (12\frac{km}{jam}.s)^2} = 17{,}0\frac{km}{jam}.s$. Perhatikan bahwa dalam contoh ini, mobil dipercepat walaupun kelajuan tidak berubah.

Contoh :

Sebuah benda tiitik bergerak di bidang xy dengan percepatan konstan a= -10$\hat{\jmath}$ jika pada saat awal(t=0) benda titik tersebut berada pada titik (0,0) dengan kecepatan 5 $\hat{\imath}$ + 5 $\hat{\jmath}$, tentukanlah

a. Kecepatan tiap saat benda titik tersebut
b. Posisi tiap saat benda titik tersebut
c. Posisi dan kecepatan benda titik tersebut pada saat t=1 detik

Penyelesaian :

a. Kasus ini adalah gerak dua dimensi dengan percepatan tetap. $v(t) = \int a\,dt = \int -10\,\hat{\jmath}\,dt = -10\,t\,\hat{\jmath} + C$ dengan C adalah konstanta integrasi yang dapat ditentukan dari syarat awal yang diberikan. Pada saat awal kecepatan benda adalah 5 $\hat{\imath}$ + 5 $\hat{\jmath}$, maka diperoleh v(0) = 5 $\hat{\imath}$ + 5 $\hat{\jmath}$ = -10(0) $\hat{\jmath}$ +C dengan C = 5 $\hat{\imath}$ + 5 $\hat{\jmath}$. Kecepatan tiap saat benda titik tersebut adalah v(t)=-10t $\hat{\jmath}$ +C +5 $\hat{\imath}$ + 5 $\hat{\jmath}$ = 5 $\hat{\imath}$ + (5-10t) $\hat{\jmath}$

b. $r(t) = \int v(t)dt = \int(5\,\hat{\imath} + (5 - 10t)\,\hat{\jmath})dt = 5\,t\,\hat{\imath} + (5t - 5t^2)\hat{\jmath} + C$.
Dengan r(0)= 0 $\hat{\imath}$ + 0 $\hat{\jmath}$ = 0 maka C = 0, posisi benda adalah r(t) = 5t + (5t – $5t^2$) $\hat{\jmath}$

c. Posisi bendan saat t=1 detik adalah r(1)= 5(1)-(5(1)-5$(1)^2$) $\hat{\jmath}$ = 5 $\hat{\imath}$. Kecepatan benda saat t- 1 detik adalah v(1) = 5 $\hat{\imath}$ + (5-19(1)) $\hat{\jmath}$ = $5\,\hat{\imath} - 5\,\hat{\jmath}$

Contoh :

Sebuah partikel bergerak pada bidang xy sedemikian sehingga posisi dalam arah sumbu x dinyatakan dengan $x(t) = t^3 - 2t$ dan posisinya dalam arah sumbu y dinyatakan sebagai $y(t) = 2t^2 + 5$, dengan x dan y dalam meter sedangkan t dalam detik. Tentukan

a. Posisi tiap saat benda titik tersebut
b. Posisi partikel pada saat t = 2 detik
c. Kecepatan rata-rata dalam selang waktu t = 0 -3 detik
d. Kecepatan sesaat partikel pada t = 2 detik
e. Percepatan rata-rata dalam selang waktu t = 0 – 3 detik
f. Percepatan sesaat partikel pada t = 2 detik

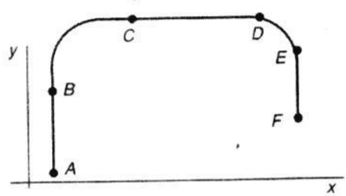
Penyelesaian :

a. Vektor posisi partikel adalah $r(t) = x(t)\,\hat{\imath} + y(t)\,\hat{\jmath}$ maka posisi partikel setiap saat adalah $r(t) = (t^3 - 2t)\,i + (2t^2 + 5)j$
b. Posisi partikel saat t = 2 detik adalah $r(2) = (2^3 - 2(2))\,i + (2(2)^2 + 5)\,j = (4\,i + 13\,j)$m
c. $\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$. Untuk selang t = 0 – 3 detik, $\overline{v_{0-3}} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r(3)-r(0)}{3-0} = \frac{(3^3-2(3))\hat{\imath}+(2(3)^2+5)\hat{\jmath}-5\hat{\jmath}}{3} = \frac{21\hat{\imath}+18\hat{\jmath}}{3} = (7\hat{\imath}+6\hat{\jmath})m/s$
d. $v(t) = \frac{d}{dt}r(t) = \frac{d}{dt}\left((t^3-2t)\hat{\imath} + (2t^2+5)\hat{\jmath}\right) = (3t^2-2)\hat{\imath} + 4t\hat{\jmath}$ untuk t = 2 detik , diperoleh $v(2) = (3(2)^2 - 2)\hat{\imath} + 4(2)\hat{\jmath} = (10\hat{\imath} + \hat{\jmath})ms^{-1}$
e. Percepatan rata-ratanya adalah $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ untuk selang t = 0 – 3 diperoleh $\overline{a_{0-3}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(3)-v(0)}{3-0} = \frac{(3(3)^2-2)\hat{\imath}+4(3)\hat{\jmath}+2\hat{\imath}}{3} = (9\hat{\imath}+4\hat{\jmath})ms^{-2}$
f. Percepatan sesaatnya $a(t) = \frac{d^2}{dt^2}r(t) = \frac{d}{dt}v(t) = \frac{d}{dt}\left((3t^2-2)\hat{\imath} + 4t\hat{\jmath}\right) = 6t\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$ untuk t=2 detik percepatannya $a(2) = 6(2)\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} = (12\,\hat{\imath} + 4\,\hat{\jmath})ms^{-2}$

Latihan soal:

1. Kecepatan suatu titik yang bergerak di bidang xy dinyatakan sebagai $v = (6t - 4t^2)\hat{\imath} + 8\hat{\jmath}$ tentukan
   a. Percepatannya
   b. Posisinya saat t = 0 dengan vector posisi $r = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$
   c. Kapankah titik tersebut mempunyai percepatan 0 ?

2. Posisi suatu partikel yang sedang bergerak di bidang xy adalah $r(t) = (3t^2 2t)\hat{\imath} - t^3\hat{\jmath}$. Tentukan percepatan rata-rata antara t = 1 s dan t = 3 s!
3. Sebuah titik bergerak dalam bidang xy sedemikian sehingga $v_x = 4t^3 + 4t\ mdt^{-1} dan\ v_y = 4t\ mdt^{-1}$. Jika posisi titik adalah (1,2) bila t = 0, dapatkan persamaan kartesian lintasan !
4. Sebuah partikel bergerak dalam bdang xy menurut hukum $a_x = -4 \sin t\ mdt^{-2}\ dan\ a_y = 3 \cos t\ mdt^{-2}$. Jika pada t = 0, x= 0, y = 3, v_x = 4, v_y = 0, dapatkan
   a. Persamaan lintasan
   b. Kecepatan bila $t = {}^{\pi}/_{4}\ dt$
5. Koordinat posisi sebuah partikel (x, y) adalah (2 m, 3 m) pada t = 0, (6m, 7m) pada t = 2 s, dan (13m, 14m) pada t = 5s. Carilah
   a. $v_{rata\text{-}rata}$ dari t = 0 sampai t = 2 s
   b. $v_{rata\text{-}rata}$ dari t = 0 sampai t = 5 s
6. Vektor posisi sebuah partikel adalah $= 5t\ \hat{\imath} + 10t\ \hat{\jmath}$, dengan t dalam sekon dan r dalam meter.
   a. Gambarlah lintasan partikel dalam bidang xy
   b. Carilah v dalam bentuk komponen vektor dan hitung besarnya
7. Sebuah bola dilemparkan langsung ke atas. Perhatikan selang waktu 2 s yaitu $\Delta t = t_2 - t_1$ dengan t_1 adalah 1 s sebelum bola mencapai titik tertingginya dan t_2 adalah 1s setelah bola mencapa titik tertingginya. Carilah
   a. Perubahan kelajuan
   b. Perubahan kecepatan
   c. Percepatan rata-rata untuk selang waktu itu
8. Pada Gambar dibawah ini menunjukan lintasan sebuah mobil yang terdiri dari potongan-potongan garis lurus dan busur lingkaran. Mobil berangkat dari keadaan diam di titik A. Setelah mencapai titik B mobil bergerak dengan kelajuan konstan sampai mobil mencapai titik E. Mobil berhenti di titik F.



Gambar 1.10. Lintasan gerak mobil

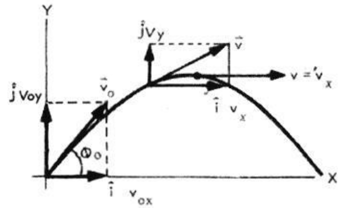
   a. Di tengah-tengah tiap potongan (AB, BC, CD, DE, dan EF) kemanakah arah vector kecepatan?

b. Di titik manakah mobil mempunyai percepatan ? dalam kasus ini kemanakah arah percepatan?
c. Bagaimanakah perbandingan besar percepatan di potongan BC dan DE ?

9. Mula-mula sebuah partikel bergerak kea rah Barat dengan kelajuan 40 m/s dan 5 s kemudian bergerak ke utara dengan kelajuan 30 m/s
   a. Berapakah perubahan besar kecepatan partikel selama waktu tersebut ?
   b. Berapakah perubahan arah kecepatan ?
   c. Berapakah besar dan arah $a_{rata\text{-}rata}$ untuk selang waktu itu !
10. Pada t=0 sebuah partikel yang berada di titik asal mempunyai kelajuan 40 m/s pada $\theta = 45^o$. Pada t = 3 s partikel berada di x = 100 m dan y = 80 m dengan kelajuan 30 m/s pada $\theta = 50^o$. Hitunglah :
    a. Kecepatan rata-rata
    b. Percepatan rata-rata selama selang waktu ini
11. Sebuah partikel bergerak dalam bidang xy dengan percepatan konstan. Pada t = 0 partikel berada di $= 4\,m\,\hat{\imath} + 3\,m\,\hat{\jmath}$. Pada t = 2 s partikel bergerak ke $r = 10\,m\,\hat{\imath} - 2\,m\,\hat{\jmath}$ dan kecepatannya berubah menjadi $r = 5\,m/s\,\hat{\imath} - 6\,m/s\,\hat{\jmath}$.
    a. Berapakah percepatan partikel ?
    b. Berapakah kecepatan partikel sebagai fungsi waktu ?
    c. Bagaimanakah vector posisi partikel sebagai fungsi waktu ?
12. Sebuah partikel bergerak dalam bidang xy dengan percepatan konstan. Pada t = 0 partikel berada di x = 4 m, y = 3 m. Percepatan diberikan oleh vector $a = 4\,m/s^2\ \hat{\imath} + 3\,m/s^2\,\hat{\jmath}$. Vektor kecepatan mula-mula adalah $= 2\,m/s\,\hat{\imath} - 9\,m/s\,\hat{\jmath}$. Carilah
    a. Vektor kecepatan pada t = 2 s
    b. Vektor posisi pada t = 4 s, tentukan besar dan arahnya

c. Gerak Peluru

Gerak sebuah peluru dipengaruhi oleh percepatan gravitasi g dengan arah vertikal ke bawah. Pada arah horizontal percepatan sama dengan nol. Perhatikan Gambar berikut.



Gambar 1.11. Sebuah partikel yang melakukan gerak peluru

Kita pilih titik asal sistem koordinat pada posisi dimana peluru mulai terbang. Pada saat t=0 peluru pada posisi (0,0). Misalkan kecepatan awal peluru adalah v_o dan membuat sudut θ_o dengan sumbu +x. Komponen vektor kecepatan arah sumbu x yaitu $v_{ox} = v_o \cos\theta_o$ dan sepanjang sumbu y yaitu $v_{oy} = v_o \sin\theta_o$. Karena tidak ada percepatan arah sumbu horizontal maka v_x adalah konstan atau dapat dituliskan $a_x = 0$. Maka

$$v_x = v_{ox} + a_x t$$

$$v_x = v_o \cos\theta_o$$

Komponen y dari vektor kecepatan v_y akan berubah dengan waktu sesuai dengan gerak lurus vertikal dengan percepatan tetap. Karena a_y = -g dan $v_{oy} = v_o \sin\theta_o$ maka

$$v_y = v_o sin\theta_0 - gt$$

Besar kecepatan resultan pada setiap saat adalah $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ sedangkan sudut θ yang dibuat oleh v dengan sumbu x adalah

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

Arah vektor kecepatan menyinggung lintasan partikel pada setiap titik.

Absis dari partikel pada setiap saat adalah

$$x = (v_o \cos\theta_o)t$$

Sedangkan ordinatnya adalah

$$y = (v_o \sin\theta_o)t - \frac{1}{2}gt^2$$

Jika waktu dari persamaan di atas dieliminasi diperoleh persamaan lintasan yaitu

$$y = (\tan\theta_0)x - \frac{g}{2(v_o\cos\theta_o)^2}x^2$$

Karena $\theta_o, v_o\ dan\ g$ adalah tetapan maka persamaan di atas dapat ditulis sebagai

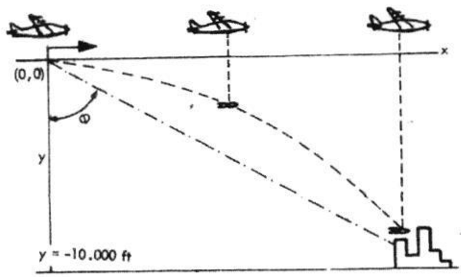
$$y = bx - cx^2$$

Jadi lintasan y(x) dari gerak peluru adalah parabola.

Contoh :

Sebuah bomber terbang horizontal dengan kecepatan tetap sebesar 240 mil/jam pada ketinggian 10.000 ft menuju pada suatu titik tepat di atas sasaran. Berapa sudut penglihatan ∅ agar bom yang dilepaskan mengenai sasaran, jika percepatan gravitasi g = 32 ft/det^2 !

Penyelesaian :



Gambar 1.12. Sebuah bom dilepaskan dari suatu kapal terbang yang bergerak horizontal dengan kecepatan v_o .Sudut Φ adalah dibuat pengarah bom agar bom tepat sasaran.

Gerak bom pada waktu dilepaskan adalah sama dengan gerak pesawat terbang. Jadi kecepatan awal bom adalah 240 mil/jam arah horizontal. Jadi $v_{ox} = 240\frac{mil}{jam} = 352\, ft/\det\ \ dan\ v_{oy} = 0$ waktu yang diperlukan oleh bom untuk sampai di tanah dapat dihitung dari gerak vertikal.

$y = v_{oy}t - 1/2gt^2$ dengan y =-10.000 ft dan $v_{oy} = 0$ sehingga :

$$t = \sqrt{\frac{-2y}{g}} = \sqrt{\frac{2(-10.000)}{32}} = 25\ detik$$

Garis horizontal yang ditempuh bom adalah :

$x = v_{ox}t = \left(352\,\frac{ft}{\text{det}}\right) = 8800\,ft$

Sehingga sudut $\emptyset = arc\tan\left(\frac{x}{y}\right) = arc\tan\left(8800/_{10.000}\right) = 41{,}6^{\circ}$

Apakah gerak bom tampak seperti parabola bila dlihat dari pesawat ?

Contoh :

Tentukan waktu yang dibutuhkan bagi peluru untuk mencapai titik tertinggi !

Penyelesaian :

Karena kecepatan peluru pada titik tertinggi adalah horizontal, ditetapkan $v_y = 0$ maka

$$v_y = v_o sin\theta_0 - gt$$

$$0 = v_o sin\theta_0 - gt$$

$$gt = v_o sin\theta_0$$

$$t = \frac{v_o sin\theta_0}{g}$$

$$t = \frac{v_{oy}}{g}$$

Ketinggian maksimumnya dengan $t = \frac{v_o sin\,\theta_0}{g}$ adalah

$$y = (v_o \sin\theta_o)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = (v_o \sin\theta_o)\frac{v_o sin\theta_0}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_o sin\theta_0}{g}\right)^2$$

$$y = \frac{v_o^2 sin^2\theta_o}{2g}$$

Contoh :

Tentukan (a) Waktu yang dibutuhkan sebuah peluru untuk kembali ke atas tanah dan (b) Jarak horizontal yang ditempuh

Penyelesaian :

(a). Waktu gerak dapat diperoleh dengan membuat y = 0. Waktu ini jelas merupakan kelipatan dua waktu peluru mencapai titik tertinggi yaitu $2\,\frac{v_o \sin\,\theta_o}{g}$

(b) Jarak horizontalnya adalah $x = (v_o \cos\theta_o)t$ dengan memasukkan nilai t ketika menyentuh tanah maka $x = (v_o \cos\theta_o)(2\frac{v_o \sin\theta_o}{g}) = \frac{2\, v_o^2 \sin\theta_o \cos\theta_o}{g} = \frac{v_o^2 \sin 2\theta_o}{g}$

Contoh :

Seseorang melemparkan bola dengan kecepatan 32 m/dt dengan sudut $= 40^o$. Dapatkan kecepatan dan posisi bola setelah 3 detik. Dapatkan pula jangkauan dan waktu yang dibutuhkan bagi bola untuk kembali ke tanah.

Penyelesaian :

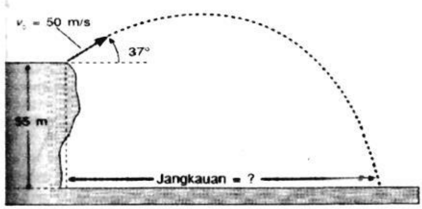
didapatkan $v_{ox} = v_o \cos\alpha = 24{,}5\, mdt^{-1}$ dan $v_{oy} = v_o \sin\alpha = 20{,}6\, mdt^2$. Jadi komponen kecepatan pada setiap saat diberikan oleh $v_x = 24{,}5\, mdt^{-1}$ dan $v_y = 20{,}6 - 9{,}8\, t\, mdt^{-1}$ dan koordinat bola adalah

$$x = 24{,}5t\ m, y = 20{,}6t - 4{,}9t^2\ m$$

Pada t = 3 dt didapatkan $v_x = 24{,}5\frac{m}{dt}\ dan\ v_y = -8{,}8\frac{m}{dt}$. Dengan harga $v_y$negatif berarti bola bergerak ke bawah dengan kecepatan $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 26{,}1\, m/dt$. Posisi P adalah x = 73,5 m dan y = 17,7 m

Contoh :

Sebuah bola dilemparkan ke udara dengan kecepatan awal 50 m/s pada 37°C terhadap horizontal dari sebuah tebing yang berada 55 m di atas bidang datar di bawah(seperti pada Gambar). Dimana bola mendarat ?



Gambar 1.13. Lintasan gerak bola

Penyelesaian :

Komponen-komponen vector kecepatan awal adalah

$$v_{ox} = \left(50\frac{m}{s}\right)\cos 37^o = 40\ m/s$$

$$v_{oy} = \left(50\frac{m}{s}\right)\sin 37^o = 30\ m/s$$

Waktu yang diperlukan bola untuk mencapai titik tertingginya adalah

$$t = \frac{v_{oy}}{g} = \frac{30\ m/s}{10\ m/s^2} = 3\ s$$

Waktu jatuh bola lebih panjang karena bola jatuh dengan jarak yang lebih besar. Mula-mula $v_{oy} = 30\ m/s$ dan pada ketinggian maksimum bola $v_y = 0$. Ketinggian maksimum bola adalah

$$y = v_{oy}t - 1/2gt^2$$

$$y = \left(30\frac{m}{s}\right)3s - 1/2(10\frac{m}{s^2})(3\ s)^2$$

$$y = 90\ m - 45\ m = 45\ m$$

Setelah mencapai ketinggian maksimum ini bola jatuh kembali sejauh 45 m ke ketinggian saat bola dilemparkan ditambah 55 m ke bidang datar di bawah, sehingga jarak jatuh totalnya adalah 45 m + 55 m = 100 m. Waktu bagi bola untuk jatuh dari posisi diam ketika titik tertingginya ke tanah adalah

$$y = v_{oy}t - 1/2gt^2$$

$$-100\ m = 0 - 1/2(10\frac{m}{s^2})t^2$$

$$t = \sqrt{20\ s^2} = 4{,}5\ s$$

Jadi waktu total bola berada di udara adalah 3 s + 4,5 s = 7,5 s. Jarak horizontal yang ditempuh selama itu adalah $x = v_{ox}t = \left(40\frac{m}{s}\right)(7{,}5\ s) = 300\ m.$

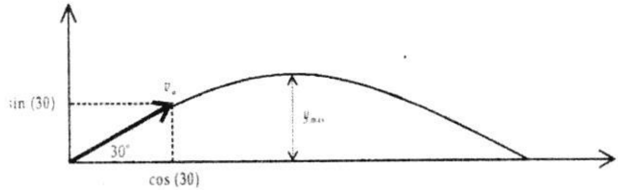
Contoh soal :

Sebuah peluru ditembakkan ke atas dengan membentuk sudut 30^o terhadap bidang datar dan kecepatannya 50 m/s. Tentukanlah :

a. Tinggi maksimum yang dicapai peluru
b. Jarak terjauh peluru saat mencapai bidang datar
c. Waktu yang diperlukan sejak peluru dilepaskan hingga mencapai bidang datar

d. Kecepatan peluru saat t = 3 detik

Penyelesaian :



Gambar 1.14. Lintasan gerak peluru

a. Voy adalah komponen kecepatan awal pada arah y, $v_{oy} = v_o \sin(30) = 50(0{,}5) = 25\frac{m}{s}$ *dengan* $g = \frac{10m}{s}$ *diperoleh* $y_{max} = \frac{(25)^2}{2(10)} = 31{,}25\ m$

b. $v_{ox} = v_o \cos(30) = 25\sqrt{3}ms^{-1}$ *sehingga* $x_{max} = \frac{2(25\sqrt{3}(25))}{10} = 125\sqrt{3}m$

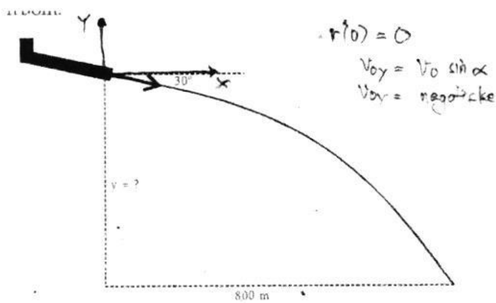
c. Waktu yang diperlukan untuk mencapai bidang datar adalah $t_{xmax} = \frac{2v_{oy}}{g} = \frac{2(25)}{10} = 5\ detik$

d. $v_x(t) = v_{ox}$ dan $v_y(t) = v_{oy} - gt$ untuk t = 3 detik maka $v_x(3\ s) = v_{ox} = v_o \cos(30) = 25\sqrt{3}$ $v_y(3) = v_{oy} - g(3) = 25 - 30 = -5$

notasi vektornya $v(3) = v_x(3)\boldsymbol{i} + v_y(3)\boldsymbol{j} = (25\sqrt{3}\boldsymbol{i} - 5\boldsymbol{j})ms^{-1}$

Contoh soal :

Sebuah pesawat tempur sedang terbang menukik dengan kecepatan 1000 m/s membidik suatu sasaran dipermukaan tanah. Pada saat sudut yang dibentuk antara arah gerak pesawat dengan bidang horizontal 30°, pesawat tersebut melepaskan bom dan mencapai tanah pada jarak horizontal 800 m(lihat Gambar berikut ini), tentukan ketinggian pesawat tempur tersebut saat melepas bom ?



Gambar 1.15. Lintasan gerak bom

Penyelesaian :

Jika posisi awal bom(saat dilepas) dianggap sebagai posisi titik pusat koordinat maka, r(0)=0. Karena bom dilepaskan dari pesawat tanpa kecepatan awal maka dianggap kecepatan awal jatuhnya bom sama dengan kecepatan pesawat (v_{op}) yaitu,

$v(0) = v_{op}\cos(30)\,\boldsymbol{i} - v_{op}\sin(30)\,\boldsymbol{j} = (\sqrt{3}\boldsymbol{i} - \boldsymbol{j})\frac{v_{op}}{2}$

Percepatan yang dialami bom hanyalah dalam arah vertical yaitu percepatan gravitasi a = -10 **j**, maka dengan mengintegralkan a dan memasukkan syarat awal diperoleh kecepatan tiap saat $v(t) = \int a\,dt + v(0) = -10\,t\,\boldsymbol{j} + (\sqrt{3}\boldsymbol{i} - \boldsymbol{j})\frac{v_{op}}{2}$ dan posisi bom tiap saat adalah $r(t) = \int v(t)dt + r(0) = -5t^2\boldsymbol{j} + (\sqrt{3}\boldsymbol{i} - \boldsymbol{j})\frac{v_{op}}{2}t = \left[\frac{v_{op}t}{2}\sqrt{3}\right]\boldsymbol{i} - \left[\frac{v_{op}t}{2} + 5t^2\right]\boldsymbol{j}$ yang dapat dituliskan dalam komponen-komponenya $x(t) = \left(\frac{v_{op}t}{2}\sqrt{3}\right)$ dan $y(t) = -\left(\frac{v_{op}}{2} + 5t^2\right)$

Waktu yang diperlukan bom untuk menempuh jarak horizontal sebesar 800 m adalah $t = \frac{2x}{v_{op}\sqrt{3}} = \frac{2(800)}{1000\sqrt{3}} = \frac{1,6}{\sqrt{3}}\,detik$ maka jarak vertikal yang ditempuh bom selama waktu tersebut adalah $y = \left[\frac{1000\left(\frac{1,6}{\sqrt{3}}\right)}{2} + 5\left(\frac{1,6}{\sqrt{3}}\right)^2\right] = \frac{800}{\sqrt{3}} + \frac{5(2,56)}{3} = 466,15\,meter$

Contoh soal :

Sebuah bola dilempar dengan kecepatan 20 m/s membentuk sudut 30° dengan bidang horizontal dari puncak sebuah gedung yang tingginya 15 m. Tentukan

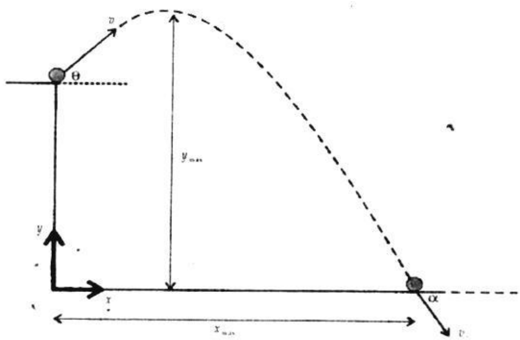
a. Lamanya bola tersebut di udara

b. Sudut yang dibentuk bola dengan bidang datar saat bola tersebut menumbuk tanah

c. Kecepatan bola pada ketinggian 2m dari puncak gedung.

Jawab :

a. Situasinya dapat digambarkan seperti pada gambar berikut ini.



Gambar 1.16. Lintasan gerak bola

Jika titik pusat koordinat diambil pada kaki gedung, maka posisi awal bola adalah r(0) = 15**j** dan kecepatan awal bola adalah $v(0) = v_0 \cos\theta \boldsymbol{i} + v_o \sin\theta\, \boldsymbol{j}$.

Kecepatan bola tiap saat adalah $v(t) = \int a\, dt + v(0) = v_o \cos\theta\, \boldsymbol{i} + (v_o sin\,\theta - 5\,t^2)\boldsymbol{j}$

Bola akan mencapai tanah jika komponen vertikal dari posisinya sama dengan posisi tanah yang ditandai dengan 0(ingat posisi tanah pada Gambar adalah sumbu x yang berarti y=0) maka, $15 + v_o t \sin\theta - 5t^2 = 0$ dengan rumus abc dapat diselesaikan $t_{1,2} = \frac{1}{-10}\left[-v_o sin\theta \pm \sqrt{(v_o \sin\theta)^2} - 4(-5)(15)\right]$ dengan $\theta = 30^2$ maka $v_o \sin\theta$ sehingga $t_{1,2} = \frac{1}{-10}\left[-10 \pm \sqrt{100 + 300} = \frac{1}{-10}[-10 \pm 20]\right]$ yang menghasilkan t_1 = -1 dan t_2 = 3. Yang memenuhi adalah t yang positif, artinya bola akan mencapai tanah setelah tiga detik sejak dilempar. Jadi lamanya bola tersebut diudara adalah 3 detik.

b. Untuk mengetahui sudut yang dibentuk bola saat mencapai tanah harus ditentukan dulu kecepatan bola saat menyentuh tanah. Karena bola menyentuh tanah saat t= 3 s, maka kecepatan bola saat itu adalah

$$v_t = v_o \cos\theta\, \boldsymbol{i} + (v_o \sin\theta - 10(3))\boldsymbol{j} = 10\sqrt{3}\,\boldsymbol{i} + (10-30)\boldsymbol{j} = 10\sqrt{3}\boldsymbol{i} - 20\boldsymbol{j}$$

Yang dibentuk bola dengan bidang miring adalah α seperti pada Gambar maka

$$\tan\alpha = \frac{v_{ty}}{v_{tx}} = \frac{-20}{10\sqrt{3}} = -\frac{2}{3}\sqrt{3} \rightarrow \alpha = -49,1^o$$

c. Posisi bola saat 2 m diatas gedung berarti komponen vertikal dari posisi bola adalah 17 m, waktu yang diperlukan bola untuk mencapai posisi ini diperoleh dengan menyelesaikan persamaan $15 + v_o t\sin\theta - 5t^2 = 17 \rightarrow 5t^2 - v_o t\sin\theta + 2 = 0$ yang memberikan $t_{1,2} = \frac{1}{10}\left[v_o \sin\theta \pm \sqrt{(-v_o\sin\theta)^2 - 4(5)(2)}\right] = \frac{1}{10}\left[10 \pm \sqrt{60}\right] = 1 \pm \frac{1}{5}\sqrt{15}$

dengan demikian kecepatan bola pada saat t =t_1 adalah

$$v(t_1) = 10\sqrt{3}\boldsymbol{i} + \left(10 - 10(1 + \frac{1}{5}\sqrt{15})\right)\boldsymbol{j} = 10\sqrt{3}\boldsymbol{i} - 2\sqrt{15}\boldsymbol{j}$$

Dan pada saat t = t_2 kecepatan bola adalah

$$v(t_2) = 10\sqrt{3}\boldsymbol{i} + \left(10 - 10(1 - \frac{1}{5}\sqrt{15})\right)\boldsymbol{j} = 10\sqrt{3}\boldsymbol{i} + 2\sqrt{15}\boldsymbol{j}$$

Contoh :

Seorang atlet tolak peluru dapat melemparkan peluru dengan kecepatan 5 m/s. Berapa sudut lontaran yang harus dibuat agar peluru dapat mencapai posisi yang paling jauh

Penyelesaian :

Jarak jangkau untuk kondisi lontaran tertentu adalah $x_{max} = \frac{2v_{ox}v_{oy}}{g}$

Jika peluru dilontarkan dengan sudut θ terhadap bidang datar, maka $v_{ox} = v_o\cos\theta, dan\ v_{oy} = v_o \sin\theta,$ sehingga $x_{max} = \frac{2(v_o\cos\theta)(v_o\sin\theta)}{g} = \frac{(v_o)^2}{g} 2\sin\theta\cos\theta$

dengan menggunakan identitas trigonometri 2 sin θ cos θ = sin 2θ maka $x_{max} = \frac{(v_o)^2}{g}\sin 2\theta$

Yang berarti jarak jangkau bola tergantung pada sudut lontarannya dan jarak terjauh akan diperoleh jika sin 2θ = 1 atau jika θ = 45°. Jadi agar lontaran atlet tersebut dapat mencapai jarak terjauh, si atlet harus melontarkan pelurunya dengan sudut 45° terhadap bidang datar.

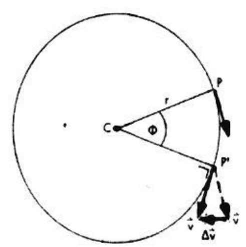
Latihan soal :

1. Sebuah peluru ditembakkan secara horizontal dengan kecepatan awal 245 m/s. Senapan berada 1,5 m di atas tanah. Berapa lama peluru berada di udara?
2. Sebuah pesawat supersonic terbang horizontal pada ketinggian 20 km dengan kelajuan 2500 km/j ketika sebuah mesin jatuh. (a) Berapa waktu yang dibutuhkan mesin untuk menumbuk tanah?, (b) Secara horizontal berapa jauh jarak dari tempat mesin menumbuk tanah ke titik saat mesin jatuh?, (c) Berapa jauh mesin dari pesawat(dengan menganggap ia terus terbang seakan-akan tidak ada yang terjadi) ketika mesin menumbuk tanah?abaikan hambatan udara
3. Sebuah meriam dimiringkan pada sudut 45^0. Meriam itu menembakkan sebuah bola dengan kelajuan 300 m/s . (a) Berapa ketinggian yang dicapai bola?, (b) Berapa lama bola ada di udara?, (c) Berapakah jangkauan horizontalnya?
4. Sebuah proyektil diluncurkan dengan kelajuan v_o pada sudut θ_o terhadap horizontal. Carilah rumus untuk ketinggian maksimum yang dicapainya di atas titik perangkatnya dalam v_o, θ_o dan g.
5. Sebuah proyektil ditembakkan dengan kecepatan awal 30 m/s dengan arah 60° terhadap horizontal. Berapakah kecepatan proyektil pada titik tertinggnya?Berapa percepatannya?
6. Seorang pelempar bola melemparkan sebuah bola dengan 140 km/j ke tempat pemukul yang berada sejauh 18,4 m. Dengan mengabaikan hambatan udara carilah berapa jauh bola jatuh karena graivitasi pada saat mencapai tempat pemukul?

7. Sebuah peluru meriam ditembakkan denga sudut 60^o terhadap horizontal. Tembakkan dilakukan kearah atas dilereng gunung yang membuat sudut 45^o dengan arah horizontal dengan laju awal v_o . Percepatan gravitasi adalah 10 m/s^2.(a)Hitung posisi peluru waktu mengenai lereng gunung, (b) Vektor kecepatan peluru waktu sampai di lereng gunung

d. Gerak Melingkar

Partikel yang bergerak pada lintasan lingkaran dengan laju tetap mempunyai percepatan. Walaupun laju, yaitu besar vector kecepatan sesaat adalah tetap, tetapi vector kecepatan berubah arah terus menerus sehingga gerak melingkar beraturan dengan laju tetap adalah gerak dipercepat. Jika laju gerak partikel adalah v, untuk mengetahui berapa percepatannya perhatikan Gambar berikut ini.

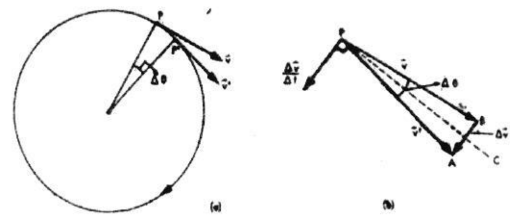


Gambar 1.17. Gerak lingkar beraturan, perubahan vector kecepatan antara P dan P' diberikan oleh $\Delta \boldsymbol{v}$

Sebuah partikel bergerak melingkar. Saat t partikel berada pada titik P dan vektor kecepatan dinyatakan oleh **v**. Beberapa saat kemudian pada saat t +Δt, partikel berada di P' dengan vektor kecepatan **v'** . Arah vektor kecepatan pada setiap saat adalah sepanjang garis singgung lingkaran pada arah gerak partikel. Karena laju tetap(gerak melingkar beraturan)maka panjang anak panah yang menyatakan vektor kecepatan juga tidak berubah.

Perubahan vektor kecepatan dinyatakan oleh $\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' - \boldsymbol{v}$, sehingga percepatan rata-rata dalam selang waktu Δt adalah $\overline{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ dan arah percepatan rata-rata adalah sama dengan arah $\Delta \boldsymbol{v}$ karena Δt adalah skalar.

Untuk menghitung percepatan sesaat, selang waktu Δt kita buat sangat kecil atau $\Delta t \to 0$, artinya titik P mendekati titik P' seperti tampak pada Gambar di bawah ini.



Gambar 1.18. Jika $\Delta\theta$ kecil maka $\Delta \boldsymbol{v}$ semakin kecil, akan tetapi $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ tidak perlu kecil sebab Δt kecil

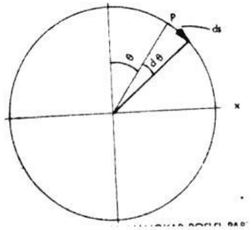
Tampak bahwa $\Delta \boldsymbol{v}$ juga semakin kecil, akan tetapi $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ tetap besar dengan arah yang sama dengan $\Delta \boldsymbol{v}$.

Besar vector $\Delta \boldsymbol{v}$ yaitu $|\Delta \boldsymbol{v}|$ dapat dihitung dari segitiga PAB, $|\Delta \boldsymbol{v}| = 2v \sin\frac{\Delta\theta}{2}$, jika Δt sangat kecil maka sudut $\Delta\theta$ juga menjadi sangat kecil sehingga dapat dipergunakan hubungan $\sin\frac{\Delta\theta}{2} = \frac{\Delta\theta}{2}$ maka $|\Delta \boldsymbol{v}| = 2v\frac{\Delta\theta}{2} = v\Delta\theta$, $\Delta\theta$ dalam satuan radial.

Busur PP' mempunyai panjang ΔS dengan $\Delta S = r\Delta\theta$ atau $\Delta\theta = \frac{\Delta S}{r}$. Untuk Δt yang sangat kecil dapat dituliskan $\Delta S = \boldsymbol{v}\Delta t$, maka untuk $\Delta t \to 0$ $|\Delta \boldsymbol{v}| = \frac{v\Delta S}{r} = \frac{v(v\Delta t)}{r} = \frac{v^2}{r}\Delta t$, maka besarnya percepatan sesaat a adalah $a = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{v}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{v^2}{r}\frac{\Delta t}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$.

Arah vektor percepatan sesaat sama dengan arah $\Delta \boldsymbol{v}$. Jika Δt dibuat sangat kecil maka arah $\Delta \boldsymbol{v}$ akan tegak lurus arah garis singgung lingkaran pada titik P. Jadi arah percepatan adalah menuju pusat atau arah sentripetal, sehingga percepatan pada gerak lingkar beraturan disebut percepatan sentripetal. Jadi untuk gerak lingkar beraturan dengan laju v, vector percepatan sesaatnya adalah $\boldsymbol{a}_R = \frac{v^2}{r}$

Pada gerak melingkar beraturan jarak partikel pada suatu saat terhadap pusat lingkaran adalah tetap dan sama dengan jejari lingkaran. Akibatnya posisi benda terhadap titik pusat lingkaran cukup dinyatakan oleh sudut θ, seperti tampak pada Gambar berikut.



Gambar 1.19. Pada gerak melingkar posisi benda dapat dinyatakan dengan sudut θ

Panjang busur dS dapat dinyatakan sebagai dS = rdθ sehingga $v = \frac{dS}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$ dengan $\frac{d\theta}{dt}$ adalah kecepatan sudut yang dinyatakan dengan **ω**. Satuan dari kecepatan sudut adalah radial/detik. Jadi dapat dituliskan $\boldsymbol{v} = r\boldsymbol{\omega}$. Waktu yang diperlukan dalam gerak lingkar beraturan untuk menempuh satu putaran disebut periode putaran dan dinyatakan dengan T. Besaran lain yang sering digunakan dalam gerak lingkar beraturan adalah berapa kali partikel mengelilingi lingkaran dalam satuan waktu, atau berapa revolusi yang dilakukan partikel per satuan waktu. Besaran ini disebut frekuensi dan dinyatakan dengan f. Satuan frekuensi adalah *cycle/second* atau *cps* atau sering disebut Herzt(Hz). Frekuensi f dapat diperoleh dari periode putaran T yaitu f = 1/T. Jika ada lima putaran dalam satu detik maka waktu untuk satu putaran adalah 1/5 detik. Jadi T = 1/5 =1/f. Hubungan antara **ω** dan T. Dalam waktu satu perioda partikel melakukan satu kali putaran menempuh $360^o = 2\pi$ rad. Karena kecepatan sudut **ω** adalah tetap, maka $\boldsymbol{\omega} = 2\pi/T$ atau $\boldsymbol{\omega} = 2\pi f$. Akhirnya kita dapat menyatakan percepatan sentripetal sebagai $a_R = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

Contoh :

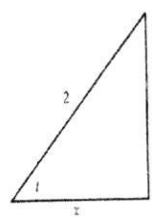
Sebuah partikel bergerak di bidang xy dengan posisi x dan y yang berubah terhadap waktu sebagai x(t) = 2 cos(t) dan y (t)= 2 sin (t). Tentukan :

a. Vektor posisi partikel tersebut tiap saat

b. Bentuk lintasan gerak partikel tersebut dibidang xy
c. Kecepatan gerak partikel tersebut tiap saat
d. Percepatan partikel tersebut
e. Nyatakan posisi, kecepatan dan percepatan partikel pada koordinat polar

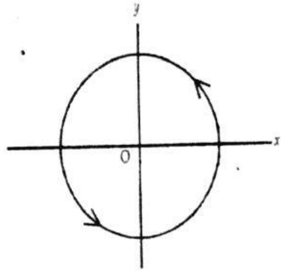
Penyelesaian :

a. Posisi partikel pada bidang r(t)=x(t) **i** + y(t) **j** maka vector posisi partikel tersebut adalah r(t) = 2 cos(t) **i**+2 sin(t) **j**
b. Bentuk lintasan gerak partikel diperoleh dengan mengeliminasi t. Karena x = 2 cos(t) maka t = arcos(x/2) lalu $y(t) = 2\sin(t) \rightarrow y(x) = 2\sin(\arccos\left(\frac{x}{2}\right))$. Perhatikan gambar segitiga siku-siku dengan salah satu sisi sikunya x dan sisi miringnya 2 serta salah satu sudutnya t seperti Gambar berikut.



Gambar 1.20. Segitiga siku-siku

Terlihat bahwa cos(t) = x/2 yang berarti t = arcos(x/2) seperti pada persamaan, kemudian dapat dinyatakan $\sin t = \sin\left(\arccos\left(\frac{x}{2}\right)\right) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{2}$ maka $y(x) = 2\frac{\sqrt{4-x^2}}{2} = \sqrt{4-x^2}$ yang dapat ditulis sebagai $x^2 + y^2 = 4$. Persamaan ini adalah persamaan gerak melingkar yang berpusat di titik pusat koordinat dengan jari-jari 2. Jadi partikel ini bergerak dengan lintasan melingkar dengan jari-jari 2 yang bergerak berlawanan arah jarum jam seperti tampak pada Gambar berikut :



Gambar 1.21. Lintasan gerak melingkar

c. Kecepatan partikel tiap saat adalah $v(t) = \frac{d}{dt} r(t) = \frac{d}{dt}(2\cos(t)\,\boldsymbol{i} + 2\sin(t)\,\boldsymbol{j}) = 2(-sin(t)\boldsymbol{i} + \cos(t)\,\boldsymbol{j}$

d. Meskipun partikel bergerak dengan laju tetap(perhatikan bahwa laju partikel, yaitu $|v(t)| = \frac{d}{dt} v(t) = \frac{d}{dt}(2(-\sin(t)\,\boldsymbol{i} + \cos(t)\,\boldsymbol{j}) = -2(\cos(t)\,\boldsymbol{i} + \sin(t)\,\boldsymbol{j})$

Contoh :

Bulan berputar mengelilingi bumi,membuat satu putaran dalam 27,3 hari. Jika lintasan orbit dapat dianggap lingkaran dan mempunyai jejari 239,000 mil, berapakah percepatan bulan yang menuju bumi?

Penyelesaian :

Jejari r =239.000 mil = 385 X 10^6 meter, waktu untuk satu putaran adalah satu perioda T = 27.3 hari = 23.6 X 10^5 detik. Laju bulan(anggap tetap) adalah $v = \frac{2\pi}{T} r = 1020\, m/detik$. Percepatan sentripetalnya adalah $a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(1020\ m/det)^2}{385\ x\ 10^6 m} = 0{,}00273\ m/det^2$

Atau hanya sebesar 2.8 X 10^{-4} g dengan g adalah percepatan gravitasi.

Contoh soal :

Hitunglah laju satelit bumi buatan, dengan anggapan bahwa satelit ini bergerak tepat di atas permukaan bumi sedang jejari bumi Re = 6400 km.

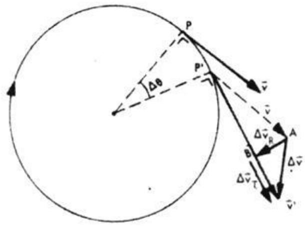
Penyelesaian :

Satelit ini mempunyai percepatan g kearah pusat bumi. Percepatan ini yang membuat satelit bergerak melingkar sekitar bumi. Jadi percepatan sentripetal adalah g dan dari a = v^2/r kita peroleh

$$g = \frac{v^2}{R_e} \, atau \; v = \sqrt{R_e g} = \sqrt{\left\{(6{,}4 \; x \; 10^6 m)(10 \frac{m}{det^2})\right\}} = 8000 \; m/det$$

e. Percepatan Tangensial dalam Gerak Melingkar

Sekarang kita pandang gerak melingkar yang lebih umum yaitu gerak melingkar dengan laju yang tidak tetap.Seperti tampak pada Gambar di bawah ini.



Gambar 1.22.Sebuah partikel bergerak melingkar dipercepat

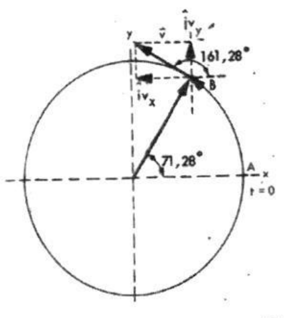
Partikel berada pada titik P saat t dan berada di titik P' saat t +Δt , dalam waktu Δt vektor kecepatan berubah sebesar $\boldsymbol{\Delta v} = \boldsymbol{v}' - \boldsymbol{v}$. Pada Gambar ditunjukkan bahwa jika Δt dibuat sangat kecil sehingga Δθ menjadi sangat kecil pula. Perubahan kecepatan Δv menjadi $\Delta v = \Delta v_T + \Delta v_R$. Vektor komponen $\boldsymbol{\Delta v}_R$ karena P'A = P'B sehingga $\boldsymbol{\Delta v}_R$ adalah percepatan karena perubahan arah vector kecepatan. Jika Δt mendekati nol maka $\boldsymbol{\Delta v}_R$ juga mendekati nol akan tetapi $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_R}{\Delta t}$ adalah sama dengan percepatan radial yang merupakan percepatan sentripetal a_R. Jadi $a_R = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_R}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$ menuju pusat atau arah sentripetal.

Jika $\Delta t = 0$ yaitu bila P' mendekati P, vector komponen Δv_T akan mempunyai arah tangensial atau arah singgung. Akibatnya percepatan singgung adalah $a_T = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_T}{\Delta t} = \frac{dv_T}{dt}$. Besar percepatan tangensial adalah $a_T = \frac{d}{dt}(r\omega) = r\frac{d\omega}{dt}$, dengan $\frac{d\omega}{dt} = \alpha$ adalah perubahan kecepatan sudut persatuan waktu atau percepatan sudut.

Maka $a_T = r\frac{d\omega}{dt} = r\alpha$. Percepatan resultannya adalah $a = a_R + a_T$ dan besar percepatan resultannya adalah $a = \sqrt{a_T^2 + a_R^2}$.

Contoh soal :

Sebuah partikel bergerak pada suatu lingkaran dengan jejari 50 cm seperti pada Gambar dibawah ini.



Gambar 1.23. Jejak partikel

Diketahui bahwa kecepatan sudut berubah dengan waktu sebagai $\omega(t) = 5t^3 rad/detik$. (a) Jika pada t=0 benda ada di A,kita hitung letak titik pada t = 2 detik. Karena kecepatan sudut ω tidak tetap, kita gunakan hubungan

$$\theta = \int_0^2 \omega(t)\,dt = \int_0^2 (5t^3)dt = \frac{5}{4}t^4\Big|_0^2 = \frac{5}{4}(2^4) = \frac{5}{4}(16) = 20\,rad$$

Karena $2\pi\,rad = 360^o$ $maka$ $\theta(t=2) = \frac{20}{2\pi}x360^o = 3{,}198\,x\,360^o = (3 + 0{,}198)360^o = 6(360^o) + 71{,}28^2$. Jadi pada t=2 detik partikel sudah mengelilingi lingkaran sebanyak tiga kali dan berada di B.

(b) Selanjutnya kita tentukan vektor kecepatan partikel pada t=2 detik. Laju partikel yaitu besar vektor kecepatan sesaat adalah v = ωR saat t= 2 detik, ω = $5(2)^3$ = 40 $rad/detik$ sehingga laju v = ωR = (40 rad/det)(0,50 m)= 20 m/det.

Arah vektor kecepatan **v** menyinggung lintasan pada titik B, membuat sudut +161,28° dengan sumbu x. Jadi vector kecepatan **v**(t=2)dapat ditulis sebagai v(t=2)=20 m/det + 161,28^0

(c) Menentukan vektor percepatan A pada saat t=2 detik, percepatan sudut α dihitung dari $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(5t^3) = 15t^2$. Pada saat t = 2 detik percepatan sudut ini adalah $\alpha(t = 2) = 15(2)^2 = 60\ rad/det^2$

Vektor percepatan mempunyai dua vektor komponen yaitu vektor percepatan tangensial $\mathbf{a}_T$ dan percepatan sentripetal atau radial $\mathbf{a}_R$.

Vektor percepatan tangensial di hitung dari $a_t = \alpha R$

Vektor percepatan sentripetal di hitung dari $a_R = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$. Untuk t = 2 detik, $\alpha = 60\ rad/det^2$ sedang $\omega = 5(2)^2 = 40\ rad/det.$

$$a_T = \alpha R = 60\ rad/det^2(0{,}5\ m) = 30\ m/det^2$$

Dapat dituliskan $a_T = 30\ m/det$ 161,28°. $a_R = \omega^2 R = (40\ rad/det)^2(0{,}50$ m)=(800)m/det^2. Jadi dapat dituliskan a_R=800 m/det^2,108.72 m/det^2. Maka saat t =2 detik, a= a_T + a_R = (30 161,28^0+800 -108,72)m/det^2.

Contoh soal :

Sebuah satelit buatan mengitari bumi pada ketinggian 0,1a dari permukaan bumi dengan a menyatakan jari-jari bumi yaitu sekitar 6400 km. Satelit tersebut menempuh satu putaran penuh mengelilingi bumi dalam waktu 120 menit. Dengan menganggap satelit tersebut sebagai benda titik tentukanlah kecepatan satelit dan percepatannya

Penyelesaian :

Dengan mengambil pusat bumi sebagai titiik pusat koordinat, maka jari-jari lintasan lingkaran yang ditempuh satelit tersebut adalah R = a + 0,1a = 1,1 a. Panjang lintasan yang ditempuh satelit dalam satu putaran penuh adalah S = $2\pi R$. Waktu tempuhnya yaitu perioda gerak melingkar satelit(T) adalah 120 menit = 7200 detik. Maka kecepatan linier satelit adalah $= \frac{S}{T} = \frac{2\pi(1{,}1)a}{7200} = \frac{2\pi(1{,}1)6400\ x\ 10^3}{7200} = 1{,}96\pi\ x\ 10^3 ms^{-1}$.

Karena hubungan v =ωR, maka $\omega = \frac{v}{R} = \frac{\pi}{360} rad/s$. Percepatan satelit $a = R\omega^2 = \frac{v^2}{R} = \frac{(1{,}96\pi\ x 10^3)^2}{7040\ x\ 10^3} = 5{,}39\ ms^{-2}$

Contoh soal :

Gerak melingkar suatu titik dinyatakan dengan kecepatan sudut $\omega = (3t^2 + 1)$rad/s. Jika pada t=0 titik tersebut ada di sumbu x dan jari-jari lingkaran adalah 1 m, tentukanlah

a. Posisi titik saat t = 2 s
b. Kecepatan linier titik tersebut pada saat t = 2 s
c. Tentukan percepatan titik tersebut(percepatan sudut, percepatan tangensial, percepatan radial dan percepatan total) pada t=2 s

Penyelesaian :

a. Karena $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, maka $\theta = \int \omega\, dt + \theta_o$ dengan θ_0 adalah sudut yang dibentuk titik tersebut dengan sumbu x pada saat t = 0. Karena saat t = 0 titik tersebut berada di sumbu x, berarti $\theta_0 = 0$ sehingga $\theta = \int(3t^2 + 1)dt = t^3 + t$. Maka saat t = 2 diperoleh $\theta = t^3 + t = (2)^3 + 2 = 10\, rad$ yang berarti titik tersebut berada pada posisi sedemikian sehingga sudut yang dibentuk dengan sumbu x positif adalah 10 rad(arahnya berlawanan arah jarum jam)
b. Kecepatan linier $v = \omega R = 3t^2 + 1$ saat t = 2 s, kecepatan liniernya adalah $v = 3(2)^2 + 1 = 13\, ms^{-1}$
c. Percepatan sudutnya $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 6t$ pada saat t = 2 s, α = 12 rad/s^2. Percepatan tangensial tersebut adalah $aT = Ra = (1\, m)12\, rad/s$ sehingga saat t=2. Saat t=2 s, $a_R = \frac{v^2}{R} = 169\, ms^{-2}$. Percepatan total saat t = 2 s adalah $a = 12\, \boldsymbol{u_T} - 169\boldsymbol{u_R}$

Contoh soal :

Sebuah partikel bergerak melingkar dengan persamaan sudut $\theta = (t^3 - 3t^2 + 6t + 8)rad$. Tentukan percepatan total saat itu?

Penyelesaian :

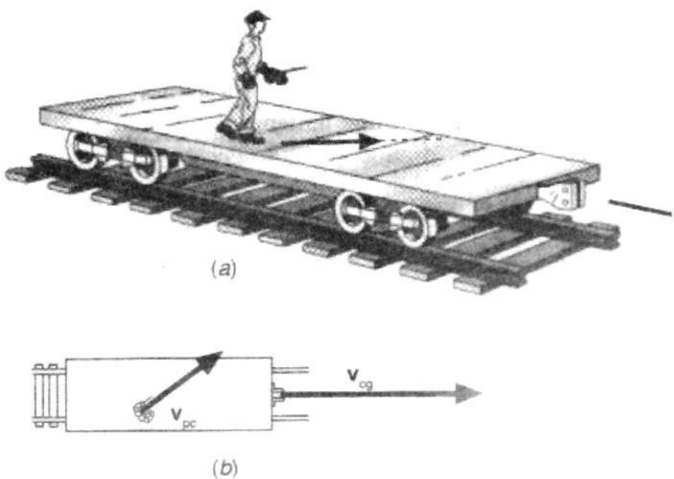
Gerak melingkar beraturan ditandai dengan ω yang konstan atau α sama dengan nol

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d(t^3 - 3t^2 + 6t + 8)}{dt} = 3t^2 - 6t + 6$$

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(3t^2 - 6t + 6) = 6t - 6$$

Agar partikel bergerak melingkar beraturan haruslah $\alpha(t) = 6t - 6 = 0$ yang menghasilkan t = 1s. Maka percepatan totalnya $a = -R\omega^2 = -(3\frac{m}{s^{-2}})$

1.7. Kecepatan Relatif



Gambar 1.24. (a) Orang berjalan di atas lori, (b)skema kecepatan gerak

Kecepatan sebuah benda kadang-kadang diukur relatif terhadap suatu sistem koordinat yang bergerak relatif terhadap sistem koordinat lain. Sebagai contoh, seseorang berjalan di lori dengan kecepatan v_{ok} relatif terhadap kereta, sementara kereta itu bergerak dengan kecepatan v_{kt} relatif terhadap tanah, Seperti ditunjukkan Gambar 1.23. Kecepatan orang relatif terhadap tanah v_{ot} adalah jumlah dua kecepatan ini.

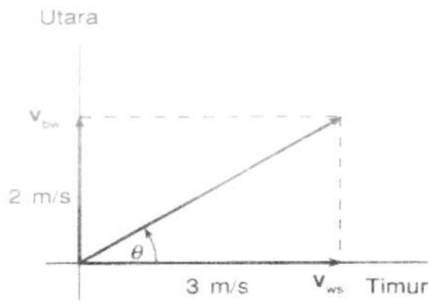
$$\boldsymbol{v}_{ot} = \boldsymbol{v}_{ok} + \boldsymbol{v}_{kt}$$

Penjumlahan kecepatan relatif dilakukan dengan cara yang sama seperti penjumlahan perpindahan, baik secara grafis dengan menempatkan vektor kecepatan yang satu pada kepala vektor lainnya atau secara analitis menggunakan komponen vektor.

Contoh :

Air sungai mengalir dari barat ke timur dengan kelajuan 3 m/s. Seorang anak berenang ke utara menyeberangi sungai dengan kelajuan 2 m/s relatif terhadap air. Berapakah kecepatan anak relatif terhadap pinggir sungai?

Pentelesaian :



Gambar 1.25 Vektor Kecepatan

Gambar 1.25 menunjukkan vektor kecepatan untuk soal ini. Kecepatan anak relatif terhadap pinggir sungai adalah jumlah vektor kecepatan anak relatif terhadap air $\mathbf{v}_{bw}$ dan kecepatan air relatif terhadap pinggir sungai $\mathbf{v}_{ws}$, seperti yang ditunjukkan dalam Gambar. Besarnya kecepatan ini adalah $v = \sqrt{v_{bw}^2 + v_{ws}^2 =} \sqrt{(2\,\frac{m}{s})^2 + (3\,\frac{m}{s})^2} = \sqrt{13\,\frac{m^2}{s^2}} = 3{,}61\, m/s$

Arahnya adalah pada sudut θ terhadap pantai : $\tan\theta = \frac{v_{bw}}{v_{ws}} = \frac{2\,m/s}{3\,m/s} = 0{,}667$

$$\theta = tan^{-1} 0{,}667 = 33{,}7^o$$

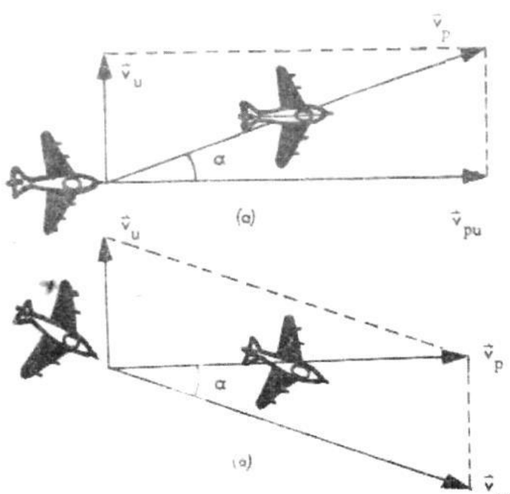
Contoh soal:

Kompas pada pesawat terbang menunjukkan bahwa pesawat terbang menuju arah timur. Informasi dari bawah menyatakan bahwa angin bertiup ke arah utara. Tunjukkan dengan diagram, kecepatan pesawat terbang terhadap tanah !

Penyelesaian :

Pesawat terbang adalah objek yang bergerak. Tanah merupakan kerangka acuan yang diam, dan udara adalah kerangka acuan yang bergerak. Jika r_p menyatakan posisi pesawat terbang terhadap kerangka acuan diam(tanah). r_{pu} menyatakan kerangka acuan udara terhadap tanah,maka diperoleh hubungan $r_p = r_{pu} + r_u$ atau $v_p = v_{pu} + v_u$.

Pada persamaan diatas arah v_{pu} dinyatakan oleh kompas, jadi arah timur dan besarnya dapat dilihat pada alat penunjuk kecepatan pesawat terbang. Misalkan alat ini menunjukkan kecepatan 200 mil/jam dan dari bawah diberitahu bahwa kecepatan angin terhadap tanah adalah 40 mil/jam. Kita dapat lukiskan diagram vector seperti Gambar berikut



Gambar 1.26. Diagram vector kecepatan kapal terbang

Arah yang ditempuh oleh pesawat terbang jika dilihat dari tanah membuat sudut α arah timur laut. Sudut ini diperoleh dari $\tan\alpha = \frac{v_u}{v_{pu}} = \frac{40}{200} = \frac{1}{5}\ atau\ \alpha = 11^0 20'$

Besar kecepatan pesawat terbang terhadap tanah adalah :

$$v_p = \sqrt{v_u^2 + v_{pu}^2} = \frac{\sqrt{(200)^2 + (40)^2} mil}{jam} = 204\ mil/jam$$

Sedangkan arah hidung pesawat seperti tampak pada Gambar 1.26 agar pesawat tepat bergerak ke timur terhadap bumi.

Rangkuman :

Mekanika merupakan ilmu tentang gerak, momentum, gaya dan energi.

Secara garis besar mekanika terbagi atas dua pembahasan utama yaitu **kinematika** dan **dinamika**.

Kinematika adalah penggambaran gerak tanpa memperhatikan penyebab geraknya sedangkan **dinamika** adalah pembahasan gerak dengan memperhatikan penyebab geraknya.

Kelajuan rata-rata partikel adalah perbandingan jarak total yang ditempuh terhadap waktu total tempuh

Kecepatan adalah laju perubahan posisi. Kecepatan rata-rata didefinisikan sebagai perbandingan antara perpindahan Δx dengan selang waktu $\Delta t = t_2 - t_1$:

$$v_{rata-rata} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Percepatan rata-rata untuk selang waktu tertentu sama dengan perubahan kecepatan per satuan waktu selama selang waktu itu.

$$a_{rata-rata} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Gerak dengan percepatan konstan berarti kemiringan kurva v terhadap t adalah konstan, artinya kecepatan berubah secara linier terhadap waktu. Persamaan-persamaan yangdapat digunakan untuk menganalisis gerak dengan percepatan konstan :

$$v(t) = v_0 + at$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2\,ax$$

Gerak dalam bidang datar dapat juga dikatakan sebagai gerak dua dimensi, salah satu contoh gerak pada bidang datar adalah gerak dengan lintasan lengkung.

Gerak lengkung kecepatan berubah besar dan arahnya karena partikel dapat bertambah cepat ataupun lambat. Komponen kecepatan ke arah sumbu X, Y dan Z adalah $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$. Besar kecepatannya adalah $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$. Komponen percepatan kearah sumbu X, Y dan Z adalah $a_x = \frac{dv_x}{dt}, a_y = \frac{dv_y}{dt}, a_z = \frac{dv_z}{dt}$ dan besar percepatannya adalah $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

Gerak peluru dipengaruhi oleh suatu percepatan gravitasi g dengan arah vertical ke bawah. Pada arah horizontal percepatan sama dengan nol. Maka

$$v_x = v_o \cos\theta_o$$

$$v_y = v_o sin\theta_0 - gt$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$x = (v_o \cos\theta_o)t$$

$$y = (v_o \sin\theta_o)t - \frac{1}{2}gt^2$$

Gerak melingkar, partikel yang bergerak pada lintasan lingkaran dengan laju tetap mempunyai percepatan. Vektor kecepatan berubah arah terus menerus sehingga gerak melingkar beraturan dengan laju tetap adalah gerak dipercepat. a_R percepatan radial merupakan percepatan sentripetal $a_R = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_R}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$ menuju pusat atau arah sentripetal. Percepatan singgung adalah $a_T = \frac{d}{dt}(r\omega) = r\frac{d\omega}{dt}$, Percepatan resultannya adalah $a = a_R + a_T$ dan besar percepatan resultannya adalah $a = \sqrt{a_T^2 + a_R^2}$.

Kecepatan relatif, kecepatan sebuah benda kadang-kadang diukur relatif terhadap suatu sistem koordinat yang bergerak relatif terhadap sistem koordinat lain.

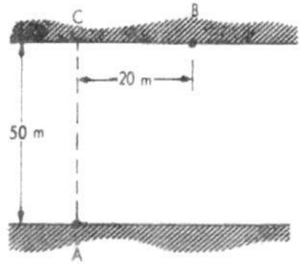
Latihan soal :

1. Sebuah partikel bergerak melingkar dengan jari-jari 4 m. Pada saat tertentu laju partikel tersebut bertambah 2 ms^{-2} dan percepatan sentripetalnya 6 ms^{-2}. Tentukanlah besar percepatan partikel tersebut dan lajunya ?
2. Seorang anak memutar sebuah bola yang terikat pada tali sehingga membentuk sebuah lingkaran horizontal dengan jari-jari 1m. Berapa putaran dalam sepuluh

menit yang harus dilakukan anak tersebut agar percepatan yang dialami bola sama dengan percepatan gravitasi ?

3. Sebuah cakram berputar dengan kecepatan dengan sudut 30 rad/sekon selama 3 detik kemudian dipercepat dengan $\alpha = 2$ rad/s^2 selama 12 detik. Tentukanlah
   a. Kecepatan sudut cakram tersebut
   b. Kecepatan suatu titik yang berjarak 16 cm dari pusat rotasi pada t = 15 detik
4. Roda pada sebuah sepeda mempunyai diameter 66 cm. Seorang anak yang mengendarai sepeda tersebut mempercepat laju sepeda dari 2 ms^{-1} menjadi 4,5 ms^{-1} dengan menempuh jarak 40 m. Berapakah percepatan sudut roda sepedanya pada selang waktu ini? Laju sebuah mobil yang melintasi belokan berbentuk lingkaran berjari-jari 140 m adalah v(t)=(1,2 t +4)ms^{-1}. Berapakah percepatan tangensial dan percepatan radialnya pada saat t = 9 s?
5. Sebuah partikel bergerak pada suatu lingkaran dengan laju tetap frekuensi putaran adalah 0,1 putaran/detik. Pada saat t=0 benda ada pada titik A. Jejari lingkaran adalah 10 m.
   a. Hitung kecepatan rata-rata antara t = 1 detik dan t = 3 detik
   b. Hitung vector percepatan pada saat t = 3 detik. Nyatakan hasil perhitungan anda dalam sistem koordinat kartesian.
6. Sebuah partikel bergerak pada lingkaran dengan jejari 5 m. Kecepatan sudut putar berubah dengan waktu menurut fungsi $\omega(t) = 2t^2$. Pada saat t = 0 benda ada dalam keadaan berhenti di titik paling atas pada lingkaran.
   a. Hitung vektor percepatan sentripetal pada saat t =1 detik
   b. Hitung vektor percepatan total pada saat t = 1 detik
7. Sebuah partikel bergerak dalam lingkaran dengan percepatan sudut tetap.Partikel mula-mula diam dan setelah sepuluh detik sudut yang ditempuh adalah 10,5 π radial. Jejari lingkaran adalah 2 m.
   a. Hitung percepatan sudut
   b. Vektor percepatan saat t = 2 s

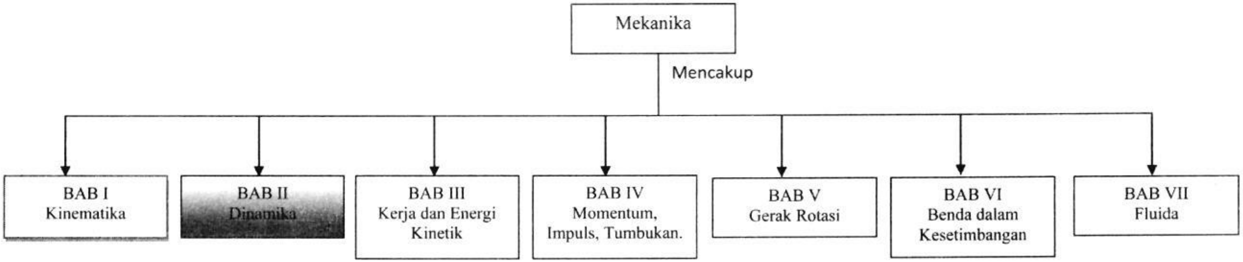
8. Seorang ingin menyebrangi sungai dari A ke B.Laju air sungai adalah 10 km/jam ke kanan. Misalkan perahu dianggap bergerak dengan laju tetap arah tegak lurus tepi sungai. Tunjukkan laju dan arah perahu terhadap tanah agar maksud d atas tercapai.



9. Sebauh pesawat terbang dengan kelajuan 250 km/jam relatif terhadap udara yang diam. Angin bertiup dengan 80 km/j dalam arah timur laut(yaitu, 45^{O} ke timur dan arah utara).
   a. Dalam arah mana pesawat harus terbang agar menuju ke utara?
   b. Berapakah kelajuan pesawat relatif terhadap tanah?
10. Sebuah peluru kendali ditembakkan dari pesawat jet yang sedang meluncur. Peluru tersebut diluncurkan dari sayapnya dengan percepatan 500 m/s^2 yang berlangsung selama 3 s. Kecepatan pesawat jet adalah 500 m/s ke timur.
    a. Berapakah posisi dan kecepatan peluru kendali diamatioleh pilot jet setelah 2 s peluru kendali itu ditembakkan
    b. Dimana posisi dan kecepatan peluru diamati oleh orang di tanah setelah 2 s peluru ini ditembakkan(abaikan percepatan gravitasi)

BAB II

DINAMIKA PARTIKEL



Tujuan Pembelajaran

1. Menjelaskan pengertian dan ruang lingkup dinamika
2. Menurunkan konsep gaya dari hukum Newton I dan II
3. Menurunkan konsep gaya aksi dan reaksi dari hukum Newton II dan III
4. Menjelaskan konsep gaya gesek
5. Menggambarkan sketsa gaya
6. Menyelesaikan soal tentang gaya dan hukum Newton I, II dan III
7. Menurunkan konsep gaya pada gerak melingkar
8. Menyelesaikan soal tentang dinamika gerak melingkar

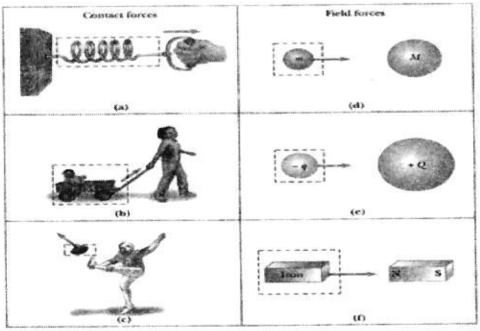
Deskripsi

Pada bab ini akan kita bahas tentang dinamika sebagai bagian dari mekanika, dinamika membahas gerak dari sisi gerak dan penyebabnya. kita akan menggunakan besaran kinematika jarak/perpindahan, kecepatan dan percepatan yang dihubungkan dengan dua konsep baru yaitu gaya dan massa untuk menganalisis prinsip-prinsip dinamika. Dinamika dibahas dengan hukum-hukum Newton tentang gerak yaitu hukum Newton I, II dan III.

Relevansi

Dinamika bagian dari mekanika yang menjadikan pembahasan tentang gerak lengkap. Dinamika terdiri dari hukum-hukum alam Newton tentang gerak yang menjadi pondasi pembahasan tentang seluruh gerak di alam ini.

Kata kunci : Dinamika, gaya, massa, hukum Newton I, hukum Newton II, hukum Newton III.

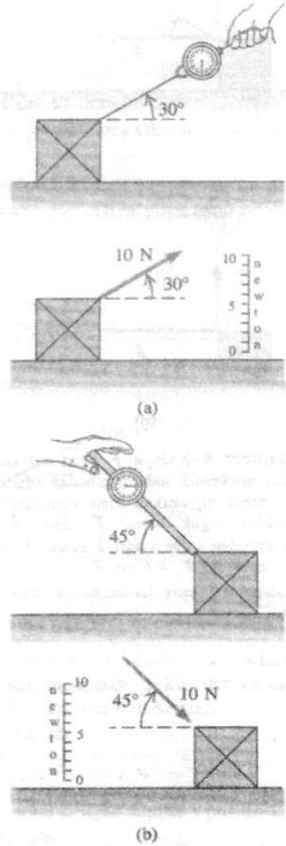


Gambar 2.1. Terdapat dua jenis gaya (F), gaya sentuh dan gaya tak sentuh. Gaya sentuh adalah gaya yang bekerja dengan kontak secara langsung, seperti ditunjukkan oleh gambar (a), (b), dan (c). Gaya tak sentuh adalah gaya yang bekerja tanpa kontak langsung antar benda satu sama lain. Gaya tak sentuh bekerja dalam medan gayanya, seperti ditunjukkan oleh gambar (d), (e), dan (f).

Pada bab sebelumnya kita telah membahas kinematika gerak sebuah partikel. Sekarang akan kita bahas apa yang menyebabkan partikel itu bergerak. Mengapa kaki kita terasa lebih sakit jika menendang kayu ulin dari pada kayu sengon ? Mengapa lebih sulit mengendarai mobil di tanah liat basah daripada tanah liat kering ? Mengapa benda-benda di dekat permukaan bumi jatuh dengan percepatan konstan ? Mengapa bumi bergerak mengelilingi matahari? Pertanyaan-pertanyaan ini tidak dapat dijelaskan hanya dengan kinematika tetapi memerlukan penjelasan tentang penyebab gerak.

Pada bab ini kita akan menggunakan besaran kinematika jarak/perpindahan, kecepatan dan percepatan yang dihubungkan dengan dua konsep baru yaitu gaya dan massa untuk menganalisis prinsip-prinsip dinamika. Dinamika dibahas dengan hukum-hukum Newton tentang gerak yaitu hukum Newton I, II dan III. Hukum pertama Newton menyatakan jika gaya total pada sebuah benda sama dengan nol maka gerak benda tidak berubah. Hukum kedua menyatakan hubungan antara gaya dan percepatan ketika gaya total tidak sama dengan nol. Hukum ketiga menyatakan gaya-gaya yang bekerja pada dua benda yang berinteraksi. Hukum-hukum ini diturunkan dari eksperimen gerak benda bukan diturunkan dari prinsip-prinsip fisika lain. Hukum Newton tidak berlaku universal, untuk benda dengan kecepatan sangat tinggi mendekati kecepatan cahaya dan benda sangat kecil(seperti atom) hukum-hukum Newton memerlukan modifikasi yang dikelompokkan oleh para fisikawan sebagai fisika modern.

2.1. Gaya dan Interaksinya



Gambar 2.2. Sebuah gaya bekerja pada kotak sebagai (a) tarikan (b) dorongan. Diagram gaya mengilustrasikan kasus itu

Gaya dalam kehidupan sehari-hari dikatakan sebagai tarikan atau dorongan. Secara teori konsep gaya menggambarkan kuantitatif tentang interaksi antara dua benda atau antara benda dengan lingkungannya. Jika sebuah mobil di dorong maka mobil mendapat gaya dorong, semua benda mendapat gaya tarik ke bumi jika jatuh, benda ditarik lingkungannya.

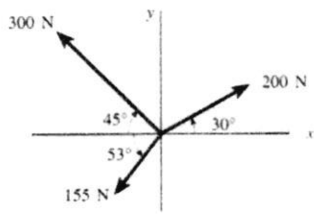
Jika gaya melibatkan kontak langsung antara dua benda maka dikatakan sebagai gaya kontak seperti dorongan atau tarikan tangan kita pada benda, gaya gesek pada lantai dan meja. Selain itu gaya yang bekerja pada benda yang terpisah jarak tertentu disebut sebagai gaya jarak jauh. Sebagai contoh gaya tarik antara magnet, gaya tarik matahari atas planet, gaya tarik bumi atas benda-benda. Gaya tarik gravitasi oleh bumi terhadap benda dinamakan gaya berat dari benda.

Gaya adalah besaran vektor, selain besarnya gaya yang mempengaruhi gerak benda juga arah dari gaya. Alat ukur gaya adalah neraca pegas. Jika sebuah gaya bekerja pada benda maka kita gambarkan dengan sebuah vektor, vektor ini akan menunjukkan besar dan arah gaya, seperti yang tampak di ilustrasi berikut . Jika ada dua gaya yang bekerja pada sebuah benda seperti Gambar disamping.

Dari eksperimen memperlihatkan bahwa pengaruh gaya pada gerak benda sama dengan pengaruh gaya tunggal sebagai hasil penjumlahan vektor dari dua gaya awal. Atau dapat dituliskan sebagai $\vec{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$ prinsip ini disebut sebagai superposisi gaya-gaya. Sebuah gaya $\vec{F}$ dapat digantikan oleh komponen-komponen gaya $\overrightarrow{F_x}$ dan $\overrightarrow{F_y}$, ketika diterapkan bersamaan gaya asal dengan komponen-komponen gaya ini akan memberikan pengaruh gerak yang sama pada benda. Gaya total adalah jumlah seluruh gaya yang beraksi pada benda, jika ada beberapa gaya yang bekerja pada benda $\vec{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \cdots = \sum \vec{F}$. Untuk komponen-komponen gaya arah x dapat positif atau negatif. Besar dan arah dari gaya total R adalah $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ dan besar sudut θ antara $\vec{R}$ dan sumbu x positif ditentukan dengan $\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$

Contoh :

Tiga orang pelanggan bertengkar memperebutkan sebuah baju yang diobral, ketiganya menarik mantel dengan gaya horizontal seperti pada tampak pada Gambar, mantel terletak di titik asal. Tentukan komponen x dan y dari gaya total pada mantel dan tentukan besar dan arah dari gaya total.



Gambar 2.3. T iga buah gaya yang bekerja pada sebuah mantel

Penyelesaian :

Sudut antara gaya-gaya $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ dan $\overrightarrow{F_3}$ terhadap sumbu x positif adalah $\theta_1 = 30^o, \theta_2 = 180^o - 45^o = 135^o\ dan\ \theta_3 = 180^o + 53^o = 233^o$ komponen x dan y dari ketiga gaya tersebut adalah

$$F_{1x} = (200\ N)\cos 30^o = 173\ N,$$

$$F_{1y} = (200\ N)\sin 30^o = 100\ N,$$

$$F_{2x} = (300\ N)\cos\ 135^o = -212\ N,$$

$$F_{2y} = (300\ N)\sin 135^o = 212\ N,$$

$$F_{3x} = (155\ N)\cos 233^o = -93\ N,$$

$$F_{3y} = (155\ N)\sin 233^o = -124\ N,$$

Gaya total $\vec{R} = \sum \vec{F}$ memiliki komponen-komponen

$$R_x = \sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 173\,N + (-212\,N) + (-93\,N) = -132\,N$$

$$R_y = \sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 100\,N + 212\,N + (-124\,N) = 188\,N$$

Gaya total memilki sebuah komponen x negatif dan sebuah komponen y positif, jadi gaya akan mengarah ke kiri dan ke atas halaman kertas pada Gambar(kuadran kedua), besar gaya total R adalah

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-132\,N)^2 + (188\,N)^2} = 230\,N$$

Untuk mencari sudut antara gaya total dengan sumbu x positif, kita gunakan hubungan $\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$ atau

$$\theta = \arctan\frac{R_y}{R_x} = \arctan\left(\frac{188N}{-132N}\right) = \arctan(-1{,}42)$$

Dengan $\theta = -55^o$ $atau$ $\theta = -55^o + 180^o = 125^o$. Karena gaya total pada kuadran kedua maka jawaban yang $\theta = 125^o$

2.2. Hukum I Newton(Hukum Kelembaman)

Hukum pertama Newton menyatakan bahwa sebuah benda dalam keadaan diam atau bergerak dengan kecepatan konstan akan tetap diam atau akan terus bergerak dengan kecepatan konstan kecuali ada gaya eksternal yang bekerja pada benda itu. Kecenderungan ini dikatakan bahwa benda mempunyai kelembaman. Hukum I Newton juga dinamakan hukum kelembaman.

$$\sum \vec{F} = 0$$

Sifat inersia adalah sifat benda yang akan cenderung terus bergerak ketika benda mulai bergerak dan akan cenderung diam ketika benda mulai diam. Kerangka acuan inersia adalah kerangka acuan dari gerak yang bersifat inersia, sebagai contoh bumi dapat dikatakan sebagai kerangka acuan inersia untuk beberapa gerak. Hukum Newton I disebut juga inersia, kerangka acuan untuk hukum Newton I adalah kerangka acuan inersia.

2.3. Hukum Kedua Newton

Pada hukum satu Newton kita telah melihat bila benda digerakkan dengan gaya total nol maka benda akan bergerak dengan kecepatan konstan tanpa percepatan, bagaimana jika gaya total tidak nol ? Misal sebuah kelereng yang bergerak di atas lantai licin, jika kita dorong kelereng dengan lidi menyebabkan kelereng bergerak lebih cepat dari semula. Meja yang tadinya diam jika kita berikan gaya berupa dorongan maka akan bergerak atau mengalami perubahan kecepatan dari nol menjadi v. Dengan kata lain kelereng dan meja memiliki percepatan. Kasus inilah yang dibahas oleh hukum Newton II.

Dari eksperimen diperoleh bahwa gaya total yang bekerja pada sebuah benda menyebabkan benda mempunyai percepatan, arahnya sama dengan arah gaya total. Jika besar gaya total tidak berubah atau konstan maka percepatan benda juga konstan. Untuk beberapa benda besarnya percepatan berbanding lurus dengan besarnya gaya total yang bekerja pada benda tersebut.

Pada sebuah benda perbandingan $|\sum \vec{F}|$ antara besar gaya total dengan besar $a = |\vec{a}|$ percepatan adalah konstan yang kita sebut sebagai massa inersia atau massa dari benda dan dilambangkan dengan m. Yaitu $m = |\sum \vec{F}|/a$ atau

$$\left|\sum \vec{F}\right| = ma$$

Hubungan inilah yang dinamakan sebagai hukum II Newton. Newton menyimpulkan hukum ini dari percobaan dan dirumuskannya dengan pernyataan :

Jika suatu gaya luar total bekerja pada sebuah benda maka benda akan mengalami percepatan. Arah percepatan sama dengan arah gaya total. Vektor gaya total sama dengan massa benda dikalikan percepatan benda.

Dalam bentuk persamaan : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

2.4. Hukum Ketiga Newton

Gaya yang bekerja pada benda selalu merupakan hasil interaksi dengan benda lain. Gaya selalu berpasangan, anda tidak dapat menarik gagang pintu tanpa menyebabkan gagang itu menarik anda pada arah sebaliknya. Newton menyimpulkan kasus ini sebagai hukum III Newton yaitu

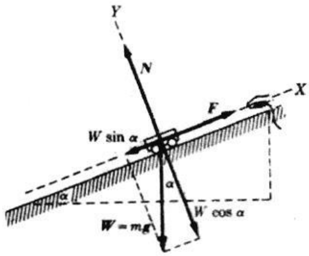
$$\overrightarrow{F_A} pada\ B = -\overrightarrow{F_B} pada\ A$$

Contoh :

Sebuah gerobak kecil yang massanya 8 kg ditarik ke atas sepanjang bidang miring dengan sudut kemiringan 20^o terhadap horizontal. Carilah gaya F jika gerobak bergerak (a) dengan gerak lurus beraturan atau(b) dengan percepatan 0,2 m dt^{-2}.

Penyelesaian :

Nyatakan massa gerobak sebagai m. Gaya-gaya yang bekerja pada gerobak ditunjukkan seperti Gambar berikut. Berat gerobak W = mg menuju ke bawah, gaya F berarah sepanjang bidang miring ke atas dan gaya N dari bidang miring yang bekerja tegak lurus bidang miring tersebut. Dengan menggunakan sistem koordinat seperti pada Gambar ditemukan bahwa gerakan sepanjang sumbu x memenuhi persamaaan F-mg sin α = ma atau F = m(a + g sin α) dengan α adalah sudut kemiringan. Karena gerobak tidak bergerak sepanjang sumbu Y, maka N – mg cos α = 0 atau N = mg cos , gaya N tidak bergantung pada percepatan. Jika harga-harga dimasukkan akan didapatkan N = 73,7 N.



Gambar 2.4. Gaya-gaya yang bekerja pada benda dilintasan miring

Gaya F bergantung pada percepatan (a) Jika gerobak bergerak ke atas sepanjang bidang miring dengan a=0 dan F = mg sin α dengan harga F = 26,8 N. (b) Bika gerobak ditarik ke atas sepanjang bidang miring sehingga percepatannya 0,2 m dt^{-2} akan membuat gerobak bergerak ke atas atau ke bawah sepanjang bidang miring dengan gerak beraturan. Gaya ke atas sepanjang bidang miring yang kurang dari 26,8 N akan membuat gerobak bergerak dipercepat ke bawah sepanjang bidang miring.

Contoh :

Andaikan sekarang tidak ada gaya F ke atas yaitu F = 0, maka contoh satu di atas akan memberikan 2 persamaan, salah satunya tentang gaya yang dikerjakan oleh bidang miring pada gerobak yaitu N = mg cos α dan 0 – mg sin α = ma atau a = -g sin α. Persamaan terakhir memperlihatkan bahwa percepatan gerobak negatif atau ke bawah tidak bergantung pada massa gerobak. Jadi terlihat bahwa untuk gerakan bebas sepanjang bidang miring percepatan suatu benda merupakan komponen g sejajar bidang tersebut.

Contoh :

Sebuah partikel bermassa 10 kg, dipengaruhi sebuah gaya F = (120 t + 40)N bergerak sepanjang garis lurus. Pada saat t = 0 partikel tersebut berada di x_o= 5 m, dengan kecepatan v_o= 6 m dt^{-1}. Carilah kecepatan dan posisinya pada saat–saat berikutnya !

Penyelesaian :

$120t + 40 = 10a$ atau $a = (12t + 4)\text{m dt}^{-2}$

Untuk gerak lurus beraturan $a = dv/dt$

$$\frac{dv}{dt} = 12t + 4$$

Dengan integrasi diperoleh $\int_6^v dv = \int_0^t (12t + 4)dt\ atau\ v = (6t^2 + 4t + 6)mdt^{-1}$ dengan menetapkan $v = dv/dx$ dan dintegrasi lagi diperoleh

$$\int_5^x dx = \int_0^t v\, dt = \int_0^t (6\,t^2 + 4t + 6)dt$$

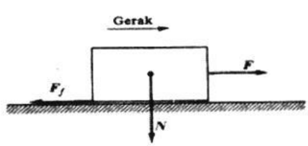
Atau $$x = (2t^3 + 2t^2 + 6t + 5)\text{m}$$

2.5. Gaya Gesek

Jika dua benda saling menyentuh seperti sebuah buku yang terletak di atas meja, suatu hambatan akan melawan gerak relatif kedua benda. Hambatan ini dinamakan gaya gesek yaitu gaya yang akan melawan gerakan buku. Secara eksperimen dapat dibuktikan gaya gesek F_f dianggap sebanding dengan gaya normal N yang menekan suatu benda terhadap yang lain. Konstanta kesebandingan ini disebut koefisien gesekan dan dilambangkan dengan f.

$$F_f = \text{gesekan luncur} = fN$$

Gaya gesek luncur selalu melawan gerakan benda dan arahnya berlawanan dengan kecepatan.

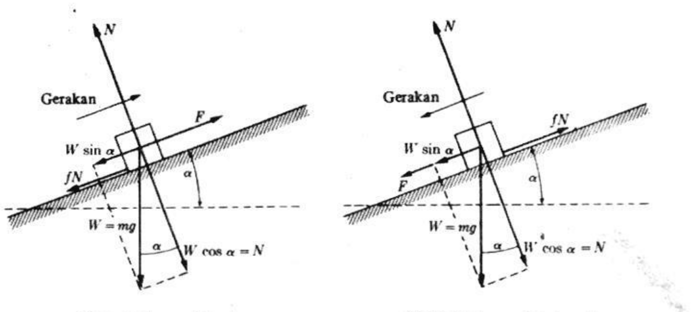


Gambar 2.5. Gaya gesek melawan gerak dan tergantung pada gaya normal.

Contoh :

Sebuah benda bermassa 0,80 kg berada di atas bidang miring dengan sudut kemiringan 30^{O} . Berapakah gaya yang harus dikenakan pada benda itu sehingga bergerak (a) ke atas atau (b) ke bawah sepanjang bidang miring ? Anggaplah benda bergerak lurus beraturan dan dengan percepatan 0,10 m dt^{-2}. Koefisien gesekan luncur dengan bidang miring adalah 0,30.

Penyelesaian :



Gambar 2.6. Gaya-gaya yang bekerja pada bidang miring

Jika benda bergerak ke atas sepanjang bidang miring. Gaya-gaya yang bekerja digambarkan dalam Gambar berikut. (a) Berat benda W = mg mengarah ke bawah gaya yang dikerjakan F, dianggap ke atas sepanjang bidang miring, gaya normal N dari bidang miring terhadap benda dan gaya gesek F_f yang selalu berlawanan dengan gerakan benda dalam hal ini berarah ke bawah sepanjang bidang miring. Bila berat dipecah menjadi komponen sepanjang bidang miring dan komponen tegak lurus bidang miring maka gerakan benda itu sepanjang bidang miring

$$F\text{-}mg \sin \alpha\text{-}F_f = ma$$

Seharusnya F_f=fN tetapi dari gambar terlihat bahwa gaya normal yang menekan benda pada bidang miring adalah mg cos α. Jadi F_f = f mg cos α dan persamaan geraknya menjadi

$$F\text{-}mg(\sin\alpha + f\cos\alpha) = ma$$

Jika percepatan a diketahui maka gaya yang bekerja F didapat. Sebaliknya jika gaya F diketahui maka percepatannya diperoleh.

$$F = m[a + g(\sin\propto\ + f\cos\propto)]$$

Sebagai contoh ketika gerakanya lurus beraturan (a=0) dan nilai numerik yang ada dimasukkan, maka F = 5,95 N. Ketika benda itu bergerak dengan percepatan 0,10 m dt^{-2} didapatkan F = 6,03 N. Bila benda bergerak ke bawah sepanjang bidang miring. Dengan mengambil arah ke bawah sepanjang bidang miring sebagai arah positif dapat dibuktikan bahwa persamaan geraknya menjadi

$$F + mg(\sin\alpha - f\cos\alpha) = ma \text{ atau } F = m[a - g(\sin\propto\ - f\cos\propto)]$$

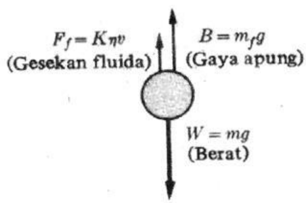
Jika gerakannya lurus beraturan (a=0) diperoleh F =-1,88 N. Jika benda menggeser ke bawah sepanjang bidang miring dengan percepatan 0,10 m dt^{-2} diperoleh F = -1,80 N. Tanda negatif yang muncul di sini berarti bahwa gaya F bekerja sepanjang bidang miring dengan arah ke atas bukan ke bawah seperti mula-mula diasumsikan.

Gaya Gesek dalam Fluida

Jika suatu benda bergerak dengan kecepatan yang relatif kecil melaui suatu fluida, seperti gas atau zat cair, maka gaya gesek yang terjadi boleh didekati dengan menganggap bahwa gaya gesek itu sebanding dengan kecepatan dan melawan arah kecepatan tersebut, hal ini dapat dituliskan

$$F_f = \text{gesekan fluida} = -K\eta v$$

Koefisien K tergantung pada bentuk benda, andaikan bendanya berbentuk bola dengan jari-jari R, maka K = $6\pi R$ (Hukum Stokes). Koefisien η tergantung pada gesekan-gesekan dalam fluida. Gesekan dalam ini disebut viskositas dan η disebut koefisien viskositas. Bila sebuah benda bergerak melalui cairan yang kental dibawah pengaruh gaya F, maka resultannya adalah $F-K\eta v$. Gaya F konstan, percepatan a menghasilkan penambahan v kontinu dan menaikan gesekan fluida dan ruas kanan menjadi nol. Saat itu percepatan nol dan tidak ada kenaikan kecepatan lagi, gesekan fluida tepat setimbang oleh gaya F. Partikel itu terus bergerak dengan arah yang sama dengan gaya F dengan kecepatan konstan yang disebut kecepatan batas atau kecepatan terminal, $v_L = \frac{F}{K\eta}$ karena itu kecepatan batas tergantung pada η dan K, yaitu viskositas fluida dan bentuk benda. Pada gerak jatuh bebas di bawah pengaruh gravitasi, F=mg maka $v_L = \frac{mg}{K\eta}$, karena ada gaya apung menurut Archimedes sama dengan berat fluida yang dipindahkan oleh benda. Jika m_f adalah massa fluida yang dipindahkan oleh benda, maka berat benda yang dipindahkan adalah $m_f g$ sehingga gaya apung ke atas adalah B = $-m_f g$ dan gaya netto ke bawah menjadi $mg-m_f g=(m-m_f)g$ dan menghasilkan $v_L = \frac{(m-m_f)g}{Kn}$.



Gambar 2.7 . Gaya-gaya yang bekerja pada benda yang jatuh melalui fluida

Contoh :

Carilah kecepatan batas sebuah tetes air hujan. Anggaplah diameter tetes 5 x 10^{-4} m(0,5 mm). rapat massa relative udara terhadap air adalah 1,30 x 10^{-3}.

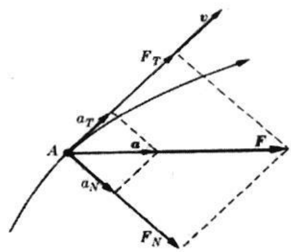
Penyelesaian :

Dengan menganggap tetes-tetes air hujan berbentuk bola dengan jari-jari r, karena $\rho = \frac{m}{V}$ diperoleh $m = \rho V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ dengan ρ rapat massa air. Jika ρ_f adalah rapat massa fluida(udara) maka diperoleh $m_f = \rho_f V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_f$ sehingga $m - m_f = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho_f)$ karena K = 6πr dengan tetes yang berbentuk bola, maka diperoleh $v_L = \frac{2(\rho-\rho_f)r^2 g}{9n}$

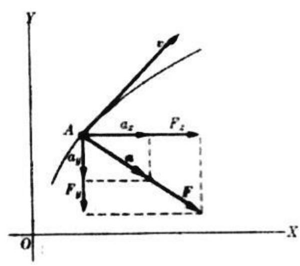
dengan memasukka nilai yang diketahui termasuk η=1,81 x 10^{-5}Pa dt dan $\rho=10^3$ kg m^{-3} didapatkan $v_L = 7{,}5\ m\ dt^{-1}$ atau sekitar 27 km jam $^{-1}$.

2.6. Dinamika Gerak Melengkung

Pada gerak melengkung arah kecepatan berubah secara kontinu. Untuk menghasilkan gerak melengkung gaya resultan harus membentuk sudut terhadap kecepatan sehingga percepatan mempunyai komponen tegak lurus terhadap kecepatan untuk menghitung perubahan arah gerakan. Jika massa konstan maka gaya sejajar dengan percepatan. Hubungan vektor dari gerak melengkung dapat dilihat pada Gambar berikut.



Gambar 2.8. Hubungan antara komponen tangensial dan normal dari gaya dan percepatan dalam gerak melengkung.



Gambar 2. 9 . Hubungan antara komponen-komponen empat persegi panjang dari gaya dan percepatan dalam gerak melengkung

Dari F =ma disimpulkan bahwa komponen gaya yang menyinggung lintasan atau gaya tangensial adalah $F_T = ma_T$ atau $F_T = m\frac{dv}{dt}$ dan komponen gaya tegak lurus lintasan atau gaya normal atau gaya sentripetal adalah $F_N = ma_N$ atau $F_N = \frac{mv^2}{r}$ dengan r adalah jari-jari kelengkungan lintasan.

Gaya tangensial menentukan perubahan besarnya kecepatan dan gaya setripetal menentukan perubahan arah kecepatan. Jika gaya tangensial nol maka tidak ada percepatan tangensial dan besarnya kecepatan tetap dan gerakannya beraturan. Jika gaya sentripetal sama dengan nol maka tidak ada percepatan normal dan gerakannya adalah gerak lurus.

Pada gerak melingkar r adalah jari-jari lingkaran dan v = ωr sehingga gaya sentripetalnya adalah $F_N = m\omega^2 r$. Jika menggunakan komponen empat persegi panjang seperti pada Gambar 2.9, maka diperoleh $F_x = ma_x$ dan $F_y = ma_y$ atau $F_x = m\frac{dv_x}{dt}$ atau $F_y = m\frac{dv_y}{dt}$ dengan mengintegrasikan persamaan-persamaan ini akan diperoleh kecepatan dan posisi setiap partikel.

Rangkuman :

Dinamika membahas gerak dari gerak dan penyebabnya

Gaya menggambarkan kuantitatif interaksi dua benda atau antara benda dengan lingkungannya.

Hukum pertama Newton menyatakan bahwa sebuah benda dalam keadaan diam atau bergerak dengan kecepatan konstan akan tetap diam atau akan terus bergerak dengan kecepatan konstan kecuali ada gaya eksternal yang bekerja pada benda itu.

$$\sum \vec{F} = 0$$

Pada sebuah benda perbandingan $\left|\sum \vec{F}\right|$ antara besar gaya total dengan besar $a = |\vec{a}|$ percepatan adalah konstan yang kita sebut sebagai massa inersia atau massa dari benda dan dilambangkan dengan m. Yaitu $m = \left|\sum \vec{F}\right|/a$ atau

$$\left|\sum \vec{F}\right| = ma$$

Hubungan inilah yang dinamakan sebagai **hukum II Newton**.

Gaya yang bekerja pada benda selalu merupakan hasil interaksi dengan benda lain. Newton menyimpulkan kasus ini sebagai **hukum III Newton** yaitu

$$\overrightarrow{F_A} pada\ B = -\overrightarrow{F_B} pada\ A$$

Jika dua benda saling menyentuh seperti sebuah buku yang terletak di atas meja, suatu hambatan akan melawan gerak relative kedua benda. Hambatan ini dinamakan **gaya gesek** yaitu gaya yang akan melawan gerakan buku.

Dinamika gerak melengkung, komponen gaya tangensial adalah $F_T = ma_T$ atau $F_T = m\frac{dv}{dt}$ dan komponen gaya sentripetal adalah $F_N = ma_N$ atau $F_N = \frac{mv^2}{r}$

Pada **gerak melingkar**, gaya sentripetalnya adalah $F_N = m\omega^2 r$.

Latihan soal :

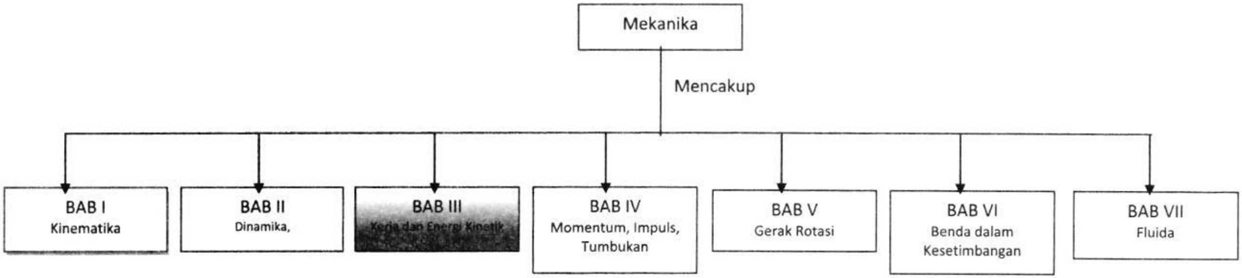
1. Tiga orang anak menarik sebuah peti masing-masing dengan gaya F1 = -5k, F2=5i dan F3=-5i+5k. Tentukanlah gaya total yang bekerja pada benda dan bagaimana sifat gerak benda akibat gaya-gaya tersebut ?
2. Seorang anak mendorong peti bermassa 50 kg di atas lanta licin. Anak itu memberikan gaya horizontal pada peti sebesar 100 N. Akibatnya peti bergerak,

berapa kecepatan peti setelah bergerak sejauh 3 m? Jika setelah mendorong sejauh 3 m peti dibiarkan meluncur sendiri, berapa kecepatan peti pada jarak 2 m setelah anak melepaskan dorongannya ?

3. Sebuah balok bermassa m berada di bidang miring mempunyai sudut miring θ, balok tersebut ditahan dengan tali ke bidang vertikal. Tentukanlah besar tegangan tali dan gaya normal oleh bidang miring yang bekerja pada benda. Jika kemudian tali digunting berapakah percepatan gerak balok tersebut?
4. Dua buah balok masing-masing bermassa $m_1=1$ kg dan $m_2=2$kg diletakkan di bidang miring yang mempunyai sudut kemiringan $\theta=30^O$. Koefisien gesek kinetik antara balok m_1 dengan permukaan miring adalah 0,1 sedangkan koefisien gesek kinetik antara balok m_2 dengan bidang miring 0,2. Jika tali yang tegang diikatkan pada kedua balok berapakah percepatan masing-masing balok ?
5. Sebuah pendulum konik yang berupa sebuah bola kecil dengan tali penggantung bergerak melingkar di bidang horizontal sedemikian sehingga sudut yang dibentuk tali penggantung dengan garis vertikal adalah θ. Jika panjang tali penggantung adalah $l=1$m dan bola bermassa $m=0,5$ kg berapakah kecepatan gerak melingkar yang dilakukan bola dengan $\theta=10^o$.

BAB III

KERJA DAN ENERGI KINETIK



Tujuan Pembelajaran

1. Menjelaskan konsep usaha dan energi
2. Menurunkan persamaan usaha
3. Menurunkan persamaan energi potensial, energi kinetik dan energi total
4. Menyelesaikan soal Fisika sederhana tentang usaha dan energi

Deskripsi

Kerja dan energi kinetik membahas tentang kerja, kerja dan energi kinetik, kerja dan energi dengan gaya yang berubah-ubah dan daya.

Relevansi

Untuk gerak-gerak yang tidak teratur tidak dapat dibahas hanya dengan mekanika(kinematika dan dinamika) diperlukan cara pengkajian yang lain yaitu dari sisi kerja dan energi kinetiknya. Gerak dapat dikaji dengan kinematika, dinamika, kerja dan energinya, sehingga berbagai jenis gerak dapat dianalisis.

Kata-kata kunci : kerja, energi kinetik, energi potensial, kekekalan energi, daya

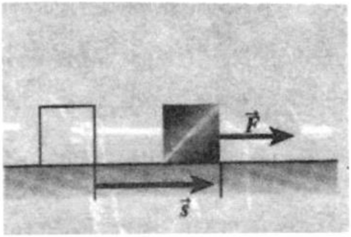
Kinematika dan dinamika ternyata belum cukup untuk menganalisis gerak-gerak yang kurang teratur, seperti mengetahui kecepatan anak panah setelah lepas dari busur. Para fisikawan kemudian memperkenalkan konsep baru untuk keperluan ini yaitu konsep kerja dan energi.

Konsep kerja dan energi berawal dari prinsip kekekalan energi. Konsep energi dapat digunakan untuk menganalisis banyak fenomena. Konsep energi berkaitan dengan mekanika pada energi kinetik atau energi gerak. Daya yang merupakan tingkat waktu untuk melakukan kerja berkaitan juga dengan mekanika. Hubungan kerja, energi kinetik dengan mekanika gerak membuat banyak hal yang bisa di analisis termasuk gerak anak panah di atas.

3.1. Kerja

Secara umum kita sepakat bahwa diperlukan kerja keras untuk menambang batu bara, memotong kayu ulin atau menganyam rotan. Semua contoh ini berhubungan dengan kerja sehari-hari yaitu beberapa aktivitas yang membutuhkan kekuatan otot dan mental. Kerja dalam fisika mempunya definisi yang lebih jelas, yaitu gaya yang diberikan pada benda yang menyebabkan benda berpindah tempat. Definisi ini diperoleh para ahli fisika dari pengamatan.

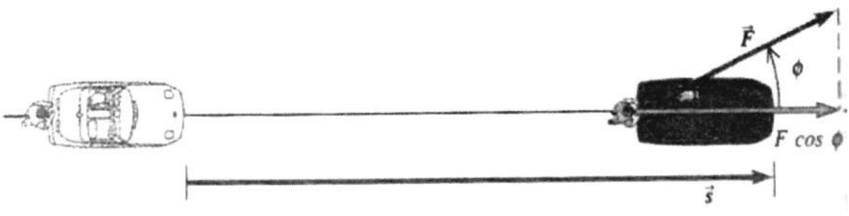
Sebuah benda dikenai gaya konstan F dengan arah yang sama dengan arah perpindahan benda maka kerja (W) yang dilakukan adalah



Gambar 3.1. Ketika suatu gaya konstan $\vec{F}$ bekerja dalam arah yang sama dengan perpindahan $\vec{s}$.Kerja yang dilakukan oleh gaya adalah $W = Fs$)

W = Fs (gaya konstan dalam arah perpindahan garis lurus)

Satuan kerja dalam SI adalah joule disingkat J dengan 1 J = 1 N.m, dalam sistem Inggris satuan gaya adalah *pound*(lb), satuan jarak *foot* dan satuan kerja lb.ft(*pound-foot*) dengan konversi 1 J = 0,7376 ft.lb, 1 ft.lb = 1,356 J



Gambar 3.2. Saat gaya konstan $\vec{F}$ bekerja pada sudut θ terhadap perpindahan $\vec{s}$, kerja yang dilakukan gaya adalah(F cos Ø)s = $Fs \cos \theta$

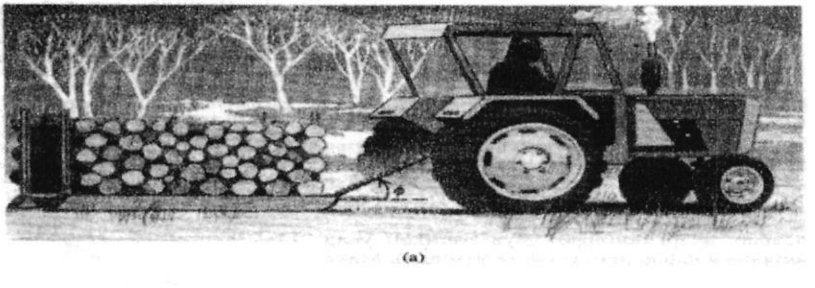
Kerja adalah skalar yang dapat bernilai positif, negatif atau nol dengan ilustrasi seperti pada Gambar berikut :

Gambar 3.3.(a) W positif karena $\vec{F}$ mempunyai komponen arah $\vec{s}$. (b) W negatif karena $\vec{F}$ mempunyai komponen berlawanan arah dengan $\vec{s}$. (c) W adalah nol karena $\vec{F}$ tidak mempunyai komponen arah $\vec{s}$.

Jika gaya $\vec{F}$ dan arah $\vec{s}$ berbeda seperti tampak pada Gambar di atas, kita ambil komponen $\vec{F}$ yang searah dengan $\vec{s}$ saja, karena hanya $\vec{F}$ arah ini yang akan berpengaruh pada gerak benda. Komponen $\vec{F}$ dalam arah $\vec{s}$ adalah $F \cos \emptyset$ maka

$$W = Fs \cos \emptyset \text{ (gaya konstan, perpindahan garis lurus)}$$

Contoh :



Gambar 3.4.Sebuah traktor menarik kereta luncur berisi kayu bakar

Seorang petani memasangkan traktornya pada kereta luncur yang dimuati kayu bakar dan menariknya sejauh 20 m sepanjang tanah liat. Berat total kereta luncur dan beban adalah 14.700 N. Traktor memberikan gaya konstan 5000 N pada sudut 36,9° di atas horizontal. Ada gaya gesek 3500 N yang berlawanan dengan arah gerak. Carliah kerja yang dilakukan oleh masng-masing gaya yang bekerja pada kereta luncur dan kerja total yang dilakukan oleh semua gaya

Penyelesaian :

Kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi (Ww) dan gaya normal(Wn) adalah nol karena arah membentuk sudut 90^{o} terhadap perpindahan dan cos 90^{o} adalah nol. Sehingga yang tersisa adalah gaya F_T yang dilakukan traktor dan gaya gesek $\vec{f}$

$$W_T = F_T s \cos \emptyset = (500\ N)(20\ m)(0{,}800) = 80.000\ N.m = 80\ kJ$$

Gaya gesek berlawanan arah dengan perpindahan dan $\emptyset = 180^{o}\ dan\ \cos \emptyset = -1$.

$$W_f = fs \cos 180^{o} = (3500\ N)(20\ m)(-1) = -70.000\ N.m = -70\ kJ$$

Kerja total W yang dilakukan oleh kereta luncur adalah

$$W_{tot} = W_w + W_n + W_T + W_f = 0 + 0 + 80\ kJ + (-70\ kJ) = 10\ kJ$$

Contoh :

Sebuah elektron bergerak dalam garis lurus menuju timur dengan laju konstan 8×10^{7} m/s. Elektron tersebut mempunyai gaya listrik, gaya magnet, dan gaya gravitasi yang bekerja padanya. Hitung kerja total yang dilakukan elektron selama 1 m perpindahan.

Penyelesaian :

Elektron bergerak dengan kecepatan konstan sehingga percepatannya nol, dengan hukum kedua Newton jumlah vektor-vektor gaya adalah nol. Kerja total yang dilakukan semua gaya harus nol. Masing-masing gaya mungkin saja melakukan kerja tidak nol akan tetapi itu bukan soal yang ditanyakan.

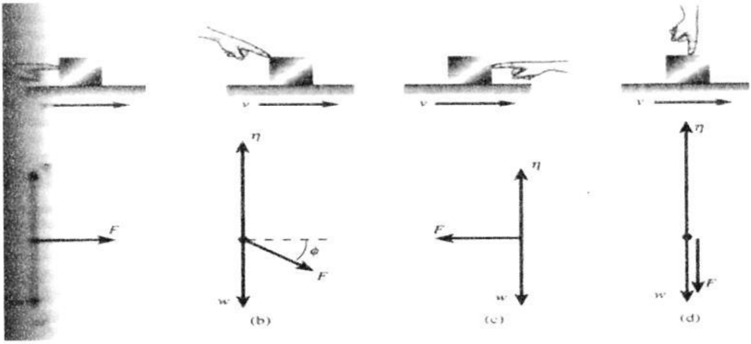
Latihan :

1. Ketika Anda mendorong buku fisika sejauh 1,50 m di atas permukaan meja horizontal dengan gaya horizontal 2,40 N. Gaya gesek yang melawannya adalah 0,600 N.
   a. Berapa besar kerja yang dilakukan oleh gaya dorong 2,40 N pada buku ?
   b. Berapa kerja yang dilakukan pada buku oleh gaya gesek?
   c. Berapa kerja total yang dilakukan pada buku?
2. Sebuah timba dari kayu tua bermassa 6,75 kg tergantung dalam sebuah sumur pada ujung tali.Tali melalui katrol licin diujung atas sumur. Anda menarik horizontal pada ujung tali untuk menaikkan timba perlahan-lahan sejauh 4,00 m.
   a. Berapa kerja yang Anda lakukan untuk menarik timba ke atas?
   b. Berapa kerja yang dilakukan gaya gravitasi yang bekerja pada timba?
   c. Berapa kerja total yang dilakukan pada timba?
3. Seorang pekerja pabrik mendorong sebuah peti kayu seberat 30,0 kg sejauh 4,5 m sepanjang lantai secara horizontal pada kecepatan konstan. Koefisien gesek kinetik antara peti dan lantai adalah 0,25.
   a. Berapa besar gaya yang harus diberikan oleh pekerja?
   b. Berapa kerja yang dilakukan pada peti oleh gaya ini?
   c. Berapa kerja yang dilakukan pada peti oleh gesekan?
   d. Berapa kerja yang dilakukan oleh gaya normal?
   e. Berapa kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi?
   f. Berapa kerja total yang dilakukan pada peti?
4. Seorang peselancar air ditarik dari belakang sebuah perahu oleh tali penarik horizontal. Dia berselancar kearah samping, sehingga tali membentuk sudut $15{,}0^0$ terhadap arah gerakannya dan kemudian bergerak lurus. Tegangan tali adalah 180 N. Berapa kerja yang dilakukan pada peselancar oleh tali selama perpindahan sejauh 300 m?
5. Dua kapal menarik kapal tanker besar yang rusak. Setiap kapal penarik memberikan gaya konstan $1{,}80 \times 10^6$ N, satu kapal 14^0 barat dari utara dan

yang lain 14° timur dari utara. Saat kapal-kapal itu menarik kapal tanker sejauh 0,75 km menuju utara. Berapa kerja total yang dilakukan kapal penarik pada kapal tanker besar tersebut?

3.2. Kerja dan Energi Kinetik

Kerja total yang dilakukan pada sebuah benda berkaitan dengan perpindahan atau perubahan posisi-posisinya selain itu juga berkaitan dengan perubahan laju benda. Perhatikan Gambar dibawah ini yang menunjukkan balok yang meluncur pada meja yang licin. Gaya yang bekerja pada balok adalah gaya berat $\vec{w}$, gaya normal $\vec{n}$ dan gaya $\vec{F}$ oleh tangan. Partikel bertambah cepat jika $W_{tot} > 0$, makin lambat jika $W_{tot} < 0$ dan lajunya tetap sama jika $W_{tot} = 0$.



Gambar 3.5. Sebuah balok meluncur pada meja licin.(a)Gaya total menyebabkan laju meningkat dan melakukan kerja positif.(b) Gaya total menyebabkan laju meningkat dan melakukan kerja positif.(c)Gaya total berlawanan dengan perpindahan, menyebabkan laju menurun dan melakukan kerja negatif.(d)Gaya total nol dan tidak melakukan kerja dan laju konstan.

Agar lebih kuantitatif perhatikan gambar 3.1 Sebuah partikel dengan massa m bergerak sepanjang x di bawah kerja gaya total konstan dengan arah F searah sumbu x positif. Percepatan benda konstan dari F=ma. Jika laju berubah dari v_1 ke v_2 ketika partikel berpindah dengan $s = x_2 - x_1$ dari x_1 ke x_2. Dengan persamaan percepatan konstan dan mengganti v_0 dengan v_1 , v dengan v_2 dan $(x\text{-}x_0)$ dengan s diperoleh

$$v_2^2 = v_1^2 + 2as$$

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

Jika persamaan ini dikalikan dengan m dan ma diganti dengan F diperoleh

$$\boldsymbol{F = ma = m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}}$$

Dan

$$\boldsymbol{Fs = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2}$$

Fs adalah kerja total W. Besaran $\frac{1}{2}mv^2$dinamakan energi kinetik (K) dari partikel :

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Maka

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K \text{ (teorema kerja-energi)}$$

Satuan energi kinetik sama dengan satuan kerja yaitu joule. Dalam satuan SI besaran $K = \frac{1}{2}mv^2$ satuannya kg (m/s)^2, sedangkan 1 N = 1 kg. m/s^2, sehingga

1 J = 1 N.m = 1 (kg.m/s^2).m = 1 kg m^2/s^2

dalam satuan Inggris energi kinetik dan kerja dinyatakan dalam

1 ft.lb = 1 ft.slug.ft/s^2= 1 slug. Ft^2/s^2.

Sebagai catatan penting kerangka acuan untuk laju dari sistem kerja dan energi kinetik adalah kerangka acuan inersia.

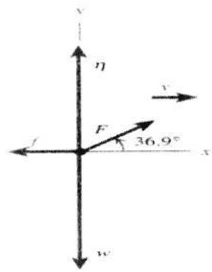
Contoh :

Jika kerja total yang dilakukan oleh semua gaya adalah 10.000 J=10 kJ, sehingga energi kinetik kereta harus meningkat 10 kJ. Massa kereta luncur dan bebannya adalah m=w/g, sama dengan (14.700 N)(9.8 m/s^2)=1500 kg. Jika laju awal v_1 adalah 2,0 m/s. Berapa laju akhir?

Penyelesaian :

Dengan W_{tot}= 10 kJ. Energi kinetik awal K_1 adalah

$$K = \frac{1}{2}mv_1 = \frac{1}{2}(1500\ kg)(2{,}0\frac{m}{s})^2 = 300\ kg.\frac{m^2}{s^2} = 3000\ J$$



Gambar 3.6.Diagram benda bebas untuk kereta luncur dan beban

Energi kineti akhir K_2 adalah

$$K = \frac{1}{2}mv_2 = \frac{1}{2}(1500\ kg)v_2^2$$

V_2 adalah laju yang tidak diketahui yang akan kita cari.

$K_2 = K_1 + W_{tot} = 3000\ J + 10.000J = 13.000\ J$,2

Karena $K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$ maka $v_2 = 4{,}2\ m/s$

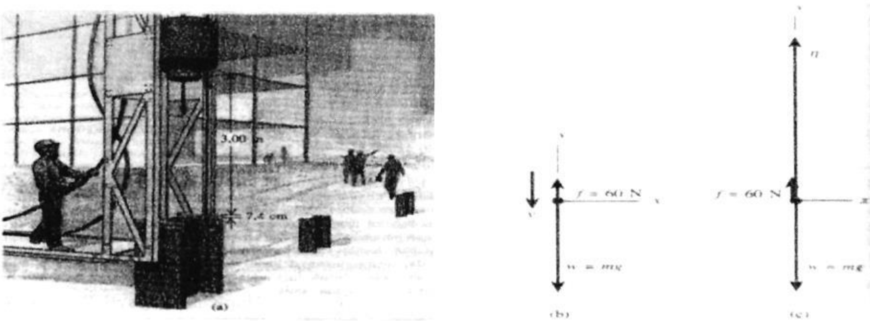
Kerja total positif,sehingga energi kinetik meningkat $(K_2 > K_1)$ dan laju meningkat $(v_2 > v_1)$

Cara lain :

Karena $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ maka $a = a_x = \frac{\sum \vec{F_x}}{m} = \frac{(5000\ N)\cos 36{,}9^o - 3500\ N}{1500\ kg}$=0,333 m/s^2 maka

$v_2^2 = v_1^2 + 2as = (2{,}0\frac{m}{s})^2 + 2(0{,}333\frac{m}{s})^2(20\ m) = 17{,}3\ \frac{m^2}{s^2},\ maka\ v_2 = 4{,}2\frac{m}{s}.$

Contoh :



Gambar 3.7.(a) sebuah penggerak tiang menancapkan balok I ke tanah (b) Diagram benda bebas untuk kepala palu saat terjatuh. (c) Diagram benda bebas untuk kepala palu saat menggerakan balok I. Panjang vector tidak menggunakan skala.

Pada penggerak sebuah tiang pancang, kepala palu baja dengan massa 200 kg diangkat 3,00 m di atas puncak vertikal balok I yang akan digerakkan ke dalam tanah (Gambar 3.7). Palu tersebut kemudian dijatuhkan, mengenai balok 17,4 m lebih jauh ke tanah. Rantai vertikal yang menyertai kepala palu melakukan gaya gesekan konstan 60 N pada kepala palu. Gunakan teorema kerja energi untuk mencari a)laju kepala palu tersebut sesaat setelah menghantam balok I dan b)Gaya rata-rata kepala palu yang bekerja pada balok-I. Abaikan pengaruh udara

Penyelesaian :

Gambar 3.7b adalah diagram benda bebas yang menunjukkan gaya vertikal pada kepala palu yang jatuh. Karena perpindahan adalah vertikal, semua jenis gaya horizontal yang ada tidak akan melakukan kerja

a). Ambilah titik I sebagai posisi awal kepala palu dan titik 2 sebagai tempat di mana kepala palu tersebut menghantam balok I. Gaya-gaya vertikal adalah gaya berat ke bawah w = mg = (200kg)(9,8m/s^2) = 1960 N dan gaya gesek ke atas f = 60 N. Sehingga gaya total kea rah bawah adalah $w - f = 1900\ N$. Perpindahan kepala palu dari titik 1 ke titik 2 adalah ke bawah dan sama dengan s_{12} = 3,00 m. Kerja total yang dilakukan pada kepala palu ketika kepala palu tersebut bergerak dari titik 1 ke titik 2 adalah

$$w_{tot} = (w - f)s_{12} = (1900\ N)(3{,}00\ m) = 5700\ J$$

Pada titik 1 kepala palu diam, sehingga energi kinetik awal K_1 adalah nol. Maka

$$w_{tot} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2w_{tot}}{m}} = \sqrt{\frac{2(5700\ J)}{200\ kg}} = 7{,}55 \text{ m/s}$$

Ini adalah laju kepala palu pada titik 2, sesaat menghantam balok 1.

b) Ambillah titik 3 pada saat dimana kepala palu akhirnya berhenti. Maka K_3=0. sekarang terdapat penambahan gaya, gaya normal ke atas n yang dilakukan balok pada kepala palu selama perpindahan ke bawah s_{23} = 7,4 cm. Gaya ini sebenarnya berubah-ubah sampai kepala palu akhirnya berhenti, tetapi demi kemudahan kita memperlakukan n sebagai konstanta, hasil untuk n menjadi nilai rata-rata dari gaya ke atas selama gerak. Kerja total yang dilakukan pada kepala palu selama perpindahan 7,4 cm adalah

$$W_{tot} = (w - f - n)s_{23}$$

Ini sama dengan perubahan energi kinetik $K_2 - K_3$ yang negatif karena energi kepala palu menurun. Sehingga

$$(w - f - n)s_{23} = K_3 - K_2$$

$$n = w - f - \frac{(K_3 - K_2)}{s_{23}}$$

$$n = 1960\,N - 60\,N - \frac{(0\,J - 5700\,J)}{0{,}074\,m}$$

$$n = 79.000\,N$$

Gaya yang dikeluarkan kepala palu pada balok I selama bagian dari pergerakan ini, gaya reaksi yang sama dan berlawanan arah sebesar 79.000 N(sekitar 9 ton) ke bawah, lebih dari 40 kali berat kepala palu.

Perubahan total energi kinetik kepala palu selama seluruh proses adalah nol, gaya total yang relatif kecil melakukan kerja positif untuk jarak yang jauh, kemudian gaya total yang jauh lebih besar melakukan kerja negatif untuk jarak yang lebih pendek.

Latihan :

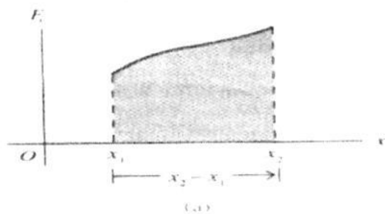
1. Sebuah mobil dihentikan oleh gaya gesekan yang konstan, yang tidak bergantung pada laju mobil. Faktor apakah yang menyebabkan perubahan jarak berhenti mobil jika laju awal digandakan?
2. Sebuah elektron yang bergerak memiliki energi kinetik K_1 , setelah kerja total W dilakukan padanya, elektron bergerak seperempatnya dengan arah berlawanan.
a. Carilah W dalam bentuk K_1
b. Apakah jawabanya bergantung pada arah akhir dari gerak elektron?
3. Sebuah bola sepak dengan massa 0,420 kg awalnya bergerak dengan laju 2,00 m/s. Seoarang pemain sepakbola menendang bola, memberikan gaya konstan sebesar

40,0 N dengan arah sama dengan gerak bola. Pada jarak berapakah kakinya harus kontak dengan bola untuk menambah laju bola menjadi 6,00 m/s ?

4. Sebuah balok es dengan massa 2,00 kg meluncur 0,750 m ke bawah pada bidang miring dengan kemiringan 36,9° di bawah horizontal. Jika balok mulai dari keadaan diam, berapa laju akhirnya?Gesekan diabaikan

3.3. Kerja dan Energi dengan Gaya yang Berubah-ubah

Pembahasan kita sebelumnya khusus untuk kerja yang dilakukan gaya yang konstan. Apa yang terjadi jika Anda meregangkan pegas? Semakin Anda meregangkannya semakin keras Anda harus menariknya, sehingga gaya yang Anda keluarkan tidak konstan seiring dengan meregangnya pegas tersebut.

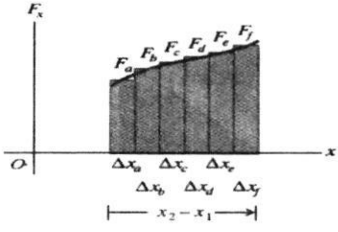


Gambar 3.8. Jika luas dibagi menjadi segi empat kecil, penjumlahan luas-luas tersebut mendekati kerja total yang dilakukan selama perpindahan, semakin banyak jumlah segi empat yang digunakan, maka pendekatan akan semakin dekat. Luas total daerah dibawah kurva sama dengan kerja yang dilakukan oleh gaya selama partikel bergerak dari x_1 ke x_2.

Jika partikel bergerak sepanjang sumbu x dari titik x_1 ke x_2. Untuk menentukan kerja yang dilakukan oleh gaya ini, kita bagi perpindahan total sebagai $\Delta x_a, \Delta x_b$ dan s. Gaya rata-rata selama Δx_a adalah F_a. Kerja yang dilakukan oleh gaya untuk perpindahan total dari $x_1 ke\ x_2$ adalah

$$W = F_a \Delta x_a + F_b \Delta x_b + \cdots$$

Saat jumlah $F_a \Delta x_a$ sangat besar dan lebar masing-masing bagian menjadi sangat kecil, jumlah ini menjadi limit(integral) F dari $x_1 ke\ x_2$.

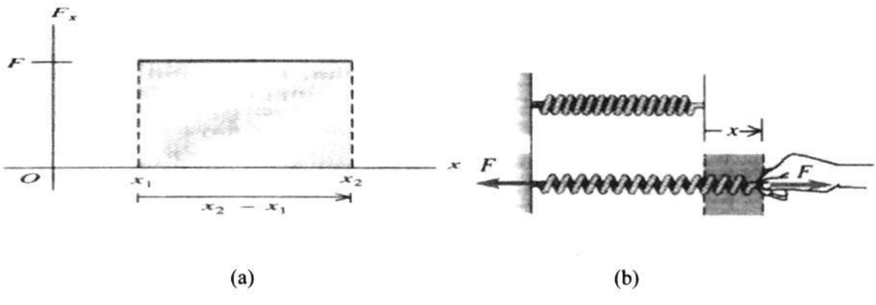


Gambar 3.9. Jika luas grafik dibagi menjadi persegi empat kecil maka penjumlahan luas-luas mendekati kerja total yang dilakukan selama perpindahan. Luas total daerah dibawah kurva samadengan kerja yang dilakukan oleh gaya selama partikel bergerak dari x_1 ke x_2

$\int_{x_1}^{x_2} F\,dx$ (komponen x gaya yang berubah-ubah, pada perpindahan garis lurus)

Jika gaya F konstan maka : $W = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = F \int_{x_1}^{x_2} dx = F(x_2 - x_1)$

Karena $x_2 - x_1 = s$ sebagai perpindahan total . Untuk gaya konstan F, W = Fs. Pengertian kerja sebaga luas di bawah kurva F sebagai fungsi x juga berlaku bagi gaya konstan. W = Fs sebagai luas segiempat dengan tinggi F dan lebar s.



Gambar 3.10. (a). Kerja yang dilakukan gaya F arah x pada partikel yang bergerak dari x_1 ke x_2 samadengan luas persegiempat pada grafik gaya dengan perpindahan. (b) Gaya yang diperlukan untuk meregangkan pegas ideal sebanding dengan perpanjangannya : F=kx

Jika kita terapkan konsep kerja pada pegas yang teregang. Agar pegas tetap meregang sejauh x dari panjang awalnya, harus dikenai gaya F pada ujung-ujung pegas. Jika pemanjangan x tidak terlalu besar, maka x berbanding lurus dengan F :

$F = kx$ (gaya yang dibutuhkan untuk meregangkan pegas)

Dengan k adalah konstanta gaya(konstanta pegas) bersatuan N/m dalam SI dan lb/ft dalam satuan Inggris. Kasus ini yng dikenal sebagai hukum Hooke

Untuk meregangkan pegas kita harus melakukan kerja. Kita melakukan gaya yang sama dan berlawanan pada ujung-ujung pegas dan meningkatkan gaya-gaya tersebut secara bertahap. Kita menahan ujung kiri agar tak bergerak, jadi gaya pada ujung ini tidak melakukan kerja. Gaya pada ujung yang bergerak melakukan kerja adalah grafik F sebagai fungsi x. Kerja yang dilakukan oleh F saat pemanjangan berlangsung dari nol ke nilai maksimum x adalah

$$W = \int_0^x F\,dx = \int_0^x kx\,dx = \frac{1}{2}kx^2$$

Persamaan di atas mengasumsikan pegas awalnya belum meregang, jika awalnya pegas telah meregang sepanjang jarak x_1, kerja yang harus kita lakukan untuk meregangkan pegas ke pemanjangan x_2 adalah

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$

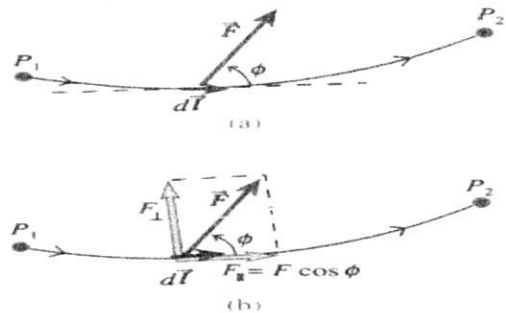
Karena $a = \frac{dv}{dt}, v = \frac{dx}{dt}$ maka $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$ sehingga kerja total oleh gaya total F adalah

$$w_{tot} = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int_{x_1}^{x_2} ma\,dx = \int_{x_1}^{x_2} mv\frac{dv}{dx}dx$$

Karena (dv/dx)/dx adalah dv selama perpindahan dx, variabel integrasi x menjadi v sehingga

$$W_{tot} = \int_{v_1}^{v_2} mv\, dv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Jadi teorema kerja energi berlaku bahkan saat F berubah selama perpindahan.



Gambar 3.11.(a)Sebuah partikel bergerak sepanjang lintasan lengkung dari titik P_1 ke P_2, dikerjakan oleh gaya $\vec{F}$ yang berubah dalam besar dan arah. Selama perpindahan kecil $d\vec{l}$(segmen kecil lintasan), kerja dW yang dilakukan $dW = F\cos\emptyset\, dl = \vec{F}.dl$.(b) Gaya yang berperan pada kerja adalah komponen gaya yang paralel terhadap perpindahan, $F\cos\emptyset = F_{//}$

Untuk gaya yang berubah arah dan besarnya dan perpindahan yang terletak disepanjang lintasan melengkung. Jika sebuah partikel bergerak dari titik P_1 ke P_2 sepanjang lengkungan seperti Gambar. Kita bagi bagian kurva antara dua titik ini menjadi sejumlah perpindahan vektor yang sangat kecil dan kita sebut salah satunya dengan $d\vec{l}$. $d\vec{l}$ adalah garis singgung dari lintasan pada posisinya, $\vec{F}$ sebagai gaya pada titik tertentu sepanjang lintasan dan ambil φ sebagai sudut antara $\vec{F}$ dan $d\vec{l}$. Maka elemen kecil kerja dW yang dilakukan pada partikel selama perpindahan $d\vec{l}$ dapat dituliskan sebagai

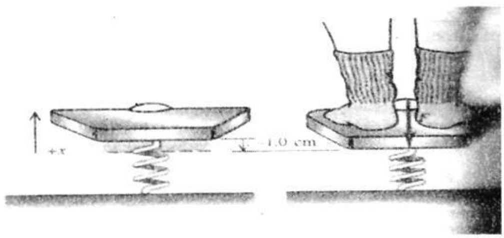
$$dW = F\cos\emptyset\, dl = F_{//}dl = \vec{F}.dl$$

Dengan $F_{II} = F\cos\emptyset$ adalah komponen $\vec{F}$ paralel terhadap $d\vec{l}$ seperti tampak pada Gambar. Kerja total yang dilakukan oleh $\vec{F}$ adalah

$$W = \int_{P_1}^{P_2} F\cos\emptyset\, dl = \int_{P_1}^{P_2} F_{II} dl = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}.d\vec{l}$$

(kerja yang dilakukan pada lintasan lengkung)

Contoh :



Gambar 3.12.Penekanan pegas dalam timbangan gaya negatif menyebabkan perpindahan negatif tetapi melakukan sejumlah kerja positif.

Seorang wanita dengan berat 600 N naik ke atas sebuah timbangan yang berisi pegas kaku. Dalam kesetimbangan pegas tertekan 1,0 cm akibat berat wanita itu. Tentukan konstanta gaya pegas dan kerja total yang dilakukan pada pegas selama penekanan.

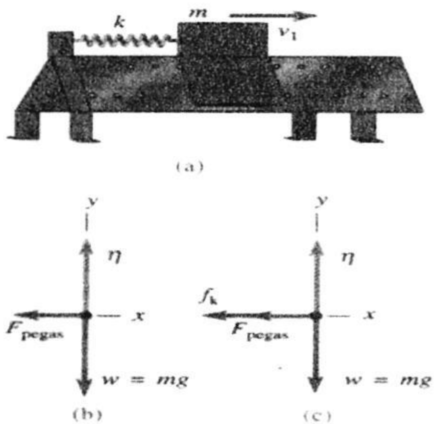
Penyelesaian :

Dalam kesetimbangan gaya total pada wanita adalah nol, jadi berat wanita itu dan gaya yang bekerja padanya besarnya sama yaitu 600 N tetapi arahnya berlawanan. Kita ambil nilai positif x dan yang sesuai dengan pemanjangan sehingga x = -1,0 cm = -0,010 m dan gaya diterapkan wanita tersebut pada pegas adalah F = -600 N. Maka

$$k = \frac{F}{x} = \frac{-600\,N}{-0{,}010\,m} = 60.000\,N/m$$

Sehingga $W = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\left(60.000\,\frac{N}{m}\right)(-0{,}010\,m)^2 = 3{,}0\,J$

Contoh :



Gambar 3.13. (a) Sebuah glider terikat pada rel udara oleh sebuah pegas. (b) Diagram benda bebas untuk glider dengan gesekan kinetik

Sebuah glider rel udara dengan massa 0,100 kg terikat pada ujung rel udara horizontal oleh sebuah pegas dengan konstanta gaya 20,0 N/m(Gambar 3.13). Mulanya pegas tidak teregang dan glider bergerak pada 1,50 m/s ke kanan. Tentukan perpindahan maksimum d dimana glider bergerak ke kanan.

a. **Jika rel udara distel sehingga tidak ada gesekan**
b. **Jika rel udara dimatikan sehingga terdapat gesekan kinetik dengan koefisien** $\mu_k = 0{,}47$

Penyelesaian :

Gambar 3.13b dan c menunjukkan diagram benda bebas untuk glider tanpa dan dengan gesekan. Gaya yang diberikan pegas tidak konstan sehingga kita menggunakan teorema kerja dan energi.

a. Glider bergerak horizontal, sehingga hanya gaya pegas horizontal saja yang melakukan kerja. Ketika glider bergerak sejauh d ke kanan glider meregangkan pegas sejauh d dan melakukan sejumlah kerja pada pegas sebesar $\frac{1}{2}kd^2$. Pegas melakukan sejumlah kerja pada glider sebesar negatif dari nilai ini, atau $-\frac{1}{2}kd^2$. Pegas meregang sampai sesaat glider berhenti, jadi energi kinetik akhir glider adalah nol. Energi kinetik awal glider adalah $\frac{1}{2}mv_1^2$. Dengan teorema kerja-energi diperoleh

$$-\frac{1}{2}kd^2 = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Jadi jarak perpindahan glider adalah

$$d = v_1\sqrt{\frac{m}{k}} = \left(1{,}50\frac{m}{s}\right)\sqrt{\frac{0{,}100\ kg}{20{,}0\frac{N}{m}}} = 0{,}106\ m = 10{,}6\ cm$$

Pegas yang teregang menarik glider kembali ke kiri, jadi glider berhenti hanya sesaat

b. Jika udara dimatikan, kita harus memasukan kerja yang dilakukan oleh gaya konstan dari gesekan kinetik. Gaya normal η memiliki besar yang sama dengan berat glider, karena rel horizontal dan tidak ada gaya vertikal lain. Maka besar gaya gesek kinetiknya adalah $f_k = \mu_k \eta = \mu_k mg$. Gaya gesek diarahkan berlawanan dengan perpindahan, jadi kerja yang dilakukan oleh gesekan adalah

$$W_{gesek} = f_k d \cos 180^o = -f_k d = -\mu_k mgd$$

Kerja total adalah jumlah dari W_{tot} dan kerja yang dilakukan oleh pegas, $-\frac{1}{2}kd^2$ maka

$$-\mu_k mgd - \frac{1}{2}kd^2 = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$-(0{,}47)(0{,}100\ kg)\left(9{,}8\frac{m}{s^2}\right)d - \frac{1}{2}\left(20{,}0\frac{N}{m}\right)d^2 = -\frac{1}{2}(0{,}100\ kg)(1{,}50\ m/s)^2$$

$$\left(10{,}0\ \frac{N}{m}\right)d^2 + (0{,}461\ N)d - (0{,}113\ Nm) = 0$$

$$d = \frac{-(0{,}461\,N) \pm \sqrt{(0{,}461\,N)^2 - 4(10{,}0\frac{N}{m})(-0{,}113\,N.m)}}{2\left(10{,}0\frac{N}{m}\right)}$$

$$= 0{,}086\,m\ atau - 0{,}132\,m$$

Nilai d = 0,086 m=8,6 cm dengan adanya gesekan glinder menempuh jarak yang lebih pendek dan pegas kurang meregang.

Latihan soal :

1. Untuk meregangkan sebuah pegas 3,00 cm dari panjang cahaya, kerja 12,0 J harus dilakukan. Berapa kerja yang harus dilakukan untuk meregangkan pegas yang sama sejauh 4,00 cm dari panjang awal?
2. Seorang anak memberikan gaya $\vec{F}$ yang sejajar sumbu x pada sebuah kereta 10,0 kg yang bergerak pada permukaan beku kolam kecil. Ketika anak mengatur laju kereta, komponen x dari gaya yang diberikan berubah terhadap koordinat x dari kereta seperti pada Gambar6-21. Hitung kerja yang dilakukan oleh gaya $\vec{F}$ ketika obyek bergerak
   a. Dari x = 0 ke x = 8,0 m
   b. Dari x = 8,0 m ke x = 12,0 m
   c. Dari x = 0 ke x = 12,0 m
3. Pada sebuah taman air, kereta luncur dengan pengemudinya dibawa sepanjang permukaan horizontal licin oleh pegas besar yang dlepas. Pegas dengan gaya konstan k=4000 N/m dan massa yang diabaikan berada dalam keadaan diam pada permukaan horizontal licin. Ujung satunya melekat pada dinding kokoh. Kereta dan pengemudinya dengan berat total 70,0 kg di dorong melawan ujung lainnya,

menekan pegas sejauh 0,375 m. Kereta kemudian dilepas dengan kecepatan awal nol. Berapakah laju kereta ketika pegas

a. Kembali kekeadaan awal?

b. Masih tertekan sejauh 0,200 m?

4. Seorang tukang batu berbakat membangun sebuah alat untuk menembakan batu bata ke atas dinding di mana dia bekerja. Dia meletakkan batu bata pada pegas vertical yang ditekan dengan konstanta gaya k = 450 N/m dan massa pegas diabakan. Ketika pegas dilepas batu bata terbang ke atas. Jika batubata bermassa 1,80 kg dan mencapai ketinggian maksimum 3,6 m di atas posisi awal pada pegas yang ditekan, berapa jauh pegas ditekan?(batu bata kehilangan kontak dengan pegas ketika pegas telah kembali ke keadaan semula). Mengapa?

3.4. Daya

Seringkali kita ingin mengetahui seberapa cepat kerja dilakukan. Didefinisikanlah daya sebagai laju waktu kerja dilakukan. Dalam pemakaian praktis seringkali sangat penting untuk mengetahui lajunya kerja dilakukan. Seperti seorang insinyur mendesain mesin maka lajunya mesin melakukan usaha lebih penting daripada kerja total yang dilakukan mesin. Daya sesaat didefinisikan

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Artinya, daya didefinisikan sebagai usaha yang dilakukan per satuan waktu selama selang waktu sangat pendek dt. Karena $dW = \vec{F}.dx$ maka

$$P = \frac{\vec{F}.dx}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$$

Satuan daya adalah Joule per detik atau disebut watt(W).

Contoh :

Sebuah kereta bermassa 15 kg ditarik sebuah gaya konstan mendaki sebuah bukit yang sudut kemiringannya 5^{o} terhadap horizontal. Kereta mempertahankan kecepatan konstan 6 m/dt selama pendakian. Hitung usaha yang dilakukan oleh gaya itu dalam 1 menit dan daya yang dihasilkan gaya itu. Gesekan diabaikan.

Penyelesaian :

Gaya-gaya yang bekerja pada kereta sepanjang arah dakian adalah F dan komponen W sin ∝ oleh berat kereta. Karena W=mg maka

$$F - mg \sin \propto = ma$$

Karena geraknya beraturan, a=0 dan F=mg sin α=12,8 N. Kecepatan kereta adalah v = 6 m/dt dan dalam 1 menit kereta bergerak sejauh s = (6 m/dt)(60 dt)= 360 m. Karena itu usaha yang dilakukan oleh gaya adalah

$$W = Fs = (12,8 \text{ N})(360 \text{ m}) = 4,61 \times 10^{3} \text{ J}$$

Daya rata-rata dapat ditentukan dengan dua cara

$$P = \frac{W}{t} = \frac{4,61\, x\, 10^{3} J}{60\, dt} = 76,8\, W$$

Atau dengan cara lain

$$P = Fv = (12,8 \text{ N})(6 \text{ m/dt}) = 76,8 \text{ W}$$

Contoh :

Hitung usaha yang diperlukan untuk memanjangkan pegas sejarak 2 cm tanpa percepatan. Diketahui benda bermassa 4 kg digantungkan pada pegas maka panjang pegas bertambah 1,50 cm

Penyelesaian :

Jika tidak ada benda yang digantungkan ke pegas, panjang pegas tergantung dari 0 sampai ketinggian horizontal A.

Gaya pegas = -kx

Untuk meregangkan pegas tanpa percepatan suatu gaya yang sama besar dan berlawanan arah harus dikerjakan pada pegas yaitu mengarah ke bawah

Gaya yang dikerjakan = +kx

Untuk menentukan konstanta pembanding k, jika suatu benda m mengerjakan gaya karena beratnya pada pegas maka pegas memanjang sejarak x = 1,50 cm = 1,50 x 10^{-2} m. Gaya itu adalah berat mg = 39,2 N. Jadi dengan membuat mg = kx diperoleh

$$k = \frac{39{,}2\,N}{1{,}50\,X\,10^{-2}\,m} = 2{,}61\,x\,10^{3}\,N/m$$

Untuk meregangkan pegas sejarak x tanpa percepatan dikerjakan gaya F = kx secara perlahan untuk menarik tali yang diikatkan pada pegas. Gaya bertambah secara tepat sesuai dengan nilai x. Maka usaha yang diperlukan adalah

$$W = \int_0^x F\,dx$$

$$= \int_0^x kx\,dx = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2{,}61x10^3N}{m}\right)(2x10^{-2}m)^2$$

$$= 5{,}22\,x\,10^{-1}J$$

Contoh :

Sebuah gaya F = 6t N bekerja pada partikel bermassa 2 kg. Jika partikel bergerak dari keadaan diam, carilah usaha yang dilakukan oleh gaya itu selama 2 detik pertama.

Penyelesaian :

Gaya diketahui sebagai fungsi waktu karena itu harus kita temukan terlebih dahulu perpindahan sebaga fungsi waktu dengan persamaan gerak F = ma. Jadi a = F/m= 6t N/2 kg= 3t m/dt. Karena partikel bergerak dari keadaan diam maka $v_o = 0$.

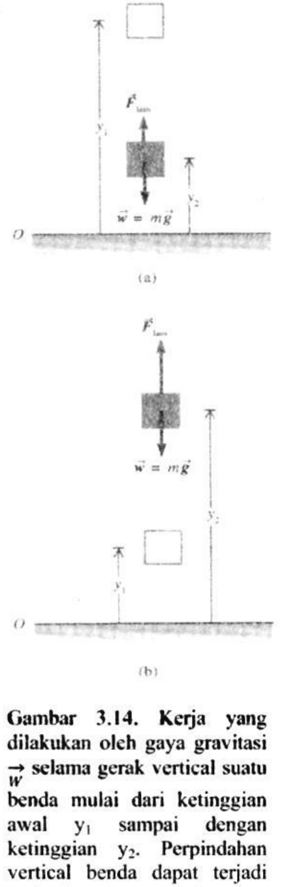
$$v = \int_0^t 3t\, dt = 1{,}5\, t^2\, m\, dt^{-1}$$

Jika $x_0 = 0$ dan pusat koordinat sebagai titik awal maka

$$x = \int_0^t (1{,}5t^2) dt = 0{,}5t^3 m$$

Telah ditemukan posisi x sebagai fungsi waktu t, karena $x = 0{,}5\ t^3$ dt maka $dx = 1{,}5\ t^2$ dt. Sehingga $W = \int F\, dx = \int_0^t (6t)(1{,}5t^2 dt) = 2{,}25\, t^4 J$

Jika t 2 dt maka W = 36,0 J



Gambar 3.14. Kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi $\vec{w}$ selama gerak vertical suatu benda mulai dari ketinggian awal y_1 sampai dengan ketinggian y_2. Perpindahan vertical benda dapat terjadi (a) ke bawah atau (b) ke atas

3.5. Energi Potensial

Ketika seorang pesenam terjun dari papan loncat yang tinggi ke dalam kolam renang ia akan menyentuh air dengan gerakan yang cepat dengan energi kinetik yang besar, darimana energi ini berasal? Dari pembahasan sebelumnya bahwa gaya gravitasilah yang bekerja ketika penyelam itu meloncat. Gaya gravitasi menimbulkan energi yang dapat diubah menjadi energi kinetik. Jadi ada bentuk energi yang hanya bergantung pada posisi suatu benda bukan gerak benda. Energi ini yang dinamakan energi potensial.

Jika ada sebuah benda bermassa m bergerak sepanjang sumbu y(vertikal) seperti Gambar 3.14. Gaya yang bekerja adalah berat, w = mg dan gaya lain yang mungkin muncul. Kita akan mencari kerja yang dilakukan gaya berat ketika sebuah benda jatuh dari ketinggian y_1 di atas titik asal ke ketinggian y_2 yang lebih rendah Gambar 3.14. Gaya berat dan perpindahan benda pada arah yang sama sehingga kerja Wgrav yang bekerja pada benda oleh gaya berat merupakan kerja positif :

$$W_{grav} = Fs = w(y_1 - y_2) = mgy_1 - mgy_2$$

Jika benda bergerak naik dan y_2 lebih besar dari y_1 hasil di atas juga benar. Pada keadaan ini y_1-y_2 negatif dan W_{grav} negatif karena gaya berat dan perpindahan berlawanan arah.

Tampak bahwa kerja dapat dinyatakan sebagai mgy pada awal dan akhir perpindahan. Inilah yang dinamakan energi potensial gravitasi atau U dengan

U = mgy (energi potensial gravitasi)

Maka $W = U_1 - U_2 = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$

3.6. Kekekalan Energi Partikel

Pada benda yang jatuh bebas tanpa hambatan udara dan dapat bergerak ke bawah atau ke atas. Jika gaya yang bekerja pada partikel adalah konservatif atau dapat balik dan hanya bergantung pada posisi awal dan akhir partikel maka pernyataan tentang energi potensial dan energi kinetik boleh digabungkan.

$$W_{tot} = W_{grav}$$

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1)$$

$$K_2 - K_1 = U_1 - U_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$

Didefinisika energi mekanik total sistem

$$E = K + U = \text{konstan}$$

Dapat dikatakan

Jika gaya-gaya yang bekerja adalah konservatif maka energi total partikel tetap konstan

Contoh soal :

Anda melempar 0,145 kg bola baseball ke udara dengan kecepatan awal 20,0 m/s. Hitung ketinggian bola tersebut dan dengan persamaan kekekalan energi dan hambatan udara diabaikan

Penyelesaian :

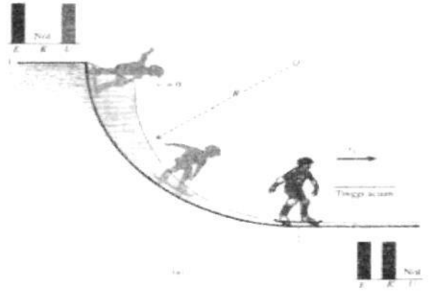
Setelah bola meninggalkan tangan Anda, hanya gaya berat yang melakukan kerja pada bola tersebut. Titik asal diambil saat bola meninggalkan tangan Anda(titik 1). Kemudian y_1=0 dan energy potensial pada titik 1 nol. Pada titik 1 diketahui v_1=20,0 m/s. Kita akan mencari ketinggian y_2 pada titik 2, saat ini bola berhenti dan kembali jatuh ke tanah. Pada titik 2 v_2 = 0 dan energy kinetic $K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = 0$, karena $U_1 = 0$, $K_2 = 0$ maka

$$K_1 = U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgy_2$$

$$y_2 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{(20,0\ m/s)^2}{2(9,80\frac{m}{s^2})} = 20,4\ m$$

Contoh :



Gambar 3.15. Coki bermain skate board menuruni lintasan melingkar tanpa gesekan

Coki bermain skateboard dan dianggap coki dan skateboardnya sebagai partikel, pusatnya bergerak melewati lintasan berbentuk seperempat lingkaran dengan jari-jari R. Gambar 3.15 . Massa total Coki dan skateboard 25,0 kg. Ia mulai bergerak dari keadaan diam dan diasumsikan tidak ada gesekan

a. Tentukan laju pada akhir lintasan
b. Cari gaya normal yang bekerja padanya saat ia berada di bawah lintasan

Penyelesaian :

a. Kita tidak dapat menggunakan persamaan gerak dengan percepatan konstan karena percepatan tidak konstan karena kemiringan berkurang ketika Coki turun. Kita akan menggunakan pendekatan energy. Karena tidak ada gesekan maka hanya ada gaya normal $\vec{\eta}$ yang diberikan lintasan selain gaya berat yang dihaslikan Coki..Meskipun gaya-gaya ini terjadi sepanjang lintasan gaya ini melakukan nol kerja karena gaya normal tegak lurus dengan kecepatan coki disetiap titik, oleh karena itu $W_{lain} = 0$ dan energy mekanik total akan kekal.

Ambil titik 1 sebagai titik awal dan titik 2 pada dasar dari lintasan, anggap y = 0 pada dasar lintasan. Maka y_1=R dan y_2=0. Coki mulai bergerak dari keadaan diam di atas lintasan sehingga $v_1 = 0$. Maka besaran dari berbagai energi adalah

$$K_1 = 0, U_1 = mgR, K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2, U_2 = 0$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$0 + mgR = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

$$v_2 = \sqrt{2gR}$$

b. Untuk menentukan gaya normal pada titik 2 digunakan Hukum kedua Newton, percepatan yang dialami Coki adalah percepatan radial dan besarnya

$$a_{rad} = \frac{v_2^2}{R} = \frac{2gR}{R} = 2g$$

Jika kita ambil arah y positif ke atas, maka komponen y dari Hukum II Newton adalah

$$\sum F_y = \eta + (-w) = ma_{rad} = 2mg$$

$$\eta = w + 2mg = 3mg$$

Rangkuman :

Kerja dalam fisika yaitu gaya yang diberikan pada benda yang menyebabkan benda berpindah tempat. W = Fs (gaya konstan dalam arah perpindahan garis lurus).

Energi kinetik (K) dari partikel : $K = \frac{1}{2}mv^2$

$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K$ **(teorema kerja-energi)**

Teorema kerja energi berlaku saat F berubah selama perpindahan.

$$W_{tot} = \int_{v_1}^{v_2} mv\,dv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Daya didefinisikan sebagai usaha yang dilakukan per satuan waktu selama selang waktu sangat pendek dt, $P = \frac{dW}{dt}$

Bentuk energi yang hanya bergantung pada posisi suatu benda bukan gerak benda. Energi ini yang dinamakan **energy potensial**. U = mgy (energi potensial gravitasi)

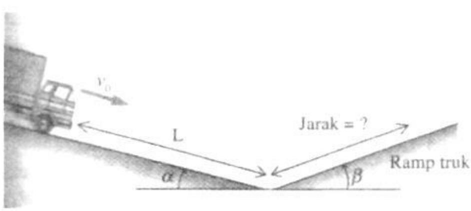
Energi mekanik total system, E = K + U = konstan. **Jika gaya-gaya yang bekerja adalah konservatif maka energi total partikel tetap konstan**

Latihan soal:

1. Seoarang pria seberat 70,0 kg duduk di atas penyangga yang datar pada sebuah katrol seperti pada Gambar disamping dan ia mengangkat dirinya sendiri dengan menarik tali pada ujung katrol dengan laju tetap. Massa penyangga datar dan katrol diabaikan, serta tak ada gesekan yang hilang
   a. Tentukan gaya yang harus dikeluarkannya
   b. Carilah kenaikan energi sistem pada saat ia mengangkat dirinya setinggi 1,20 m

Gambar 3.16. Mengangkat manusia dengan katrol

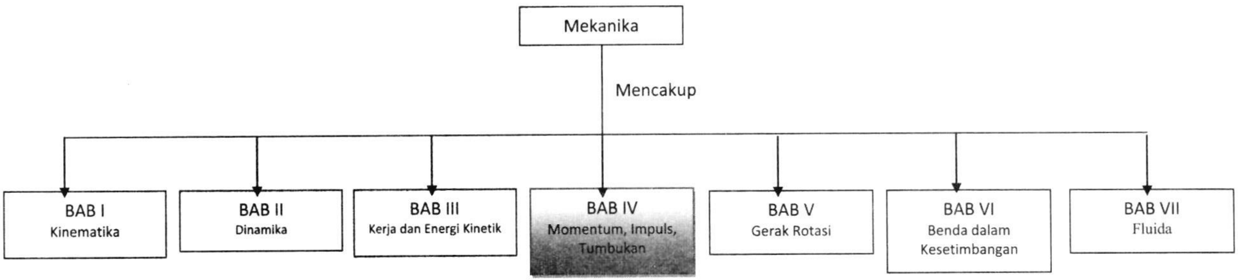
2. Sebuah truk bermassa m yang mengalami kerusakan rem bergerak menuruni jalan pegunungan yang tertutup es dengan sudut kemiringan yang tetap yaitu α Gambar dibawah. Awalnya truk bergerak turun dengan laju awal v_0 . Setelah bergerak turun sejauh L dengan gesekan yang diabaikan, pengemudi mengemudkan truknya kejalur jalan yang menanjak dengan kemiringan β. Pada tanjakan tersebut permukaanya tertutupi dengan pasir halus sehingga memiliki koefisien gesek μ_r. Sampai jarak berapakah truk akan bergerak manaiki tanjakan sebelum terhenti?



Gambar 3.17. Truk menuruni lereng

BAB IV

Momentum, Impuls dan Tumbukan



Tujuan Pembelajaran

1. Menjelaskan konsep pusat massa suatu sistem
2. Menjelaskan konsep momentum
3. Menjelaskan konsep energi kinetik sistem partikel
4. Menjelaskan konsep tumbukan, impuls
5. Menyelesaikan masalah sederhana berkaitan dengan konsep sistem partikel

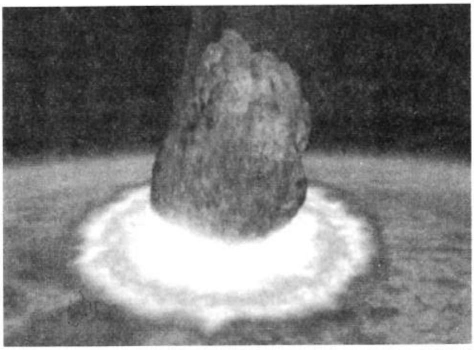
Deskripsi

Momentum, impuls dan tumbukan membahas kejadian-kejadian gerak benda dari sisi : momentum, impuls, kekekalan momentum, tumbukan elastik dan tak elastik serta pusat massa.

Relevansi

Ada kejadian-kejadian gerak benda yang tidak dapat dibahas dengan konsep mekanika, kerja dan energi kinetik maka diperlukan konsep lain seperti konsep momentum, impuls dan tumbukan. Gerak dua benda yang bertabrakan akan dapat dikaji dengan teori ini.

Kata-kata kunci : Gaya, kecepatan, momentum, kekekalan momentum, impuls, tumbukan elastik, tumbukan tak elastik, pusat massa.



Ketika truk bermuatan kayu ulin bertabrakan dengan mobil kijang, kearah mana setelah bertabrakan kedua mobil bergerak ? mengapa penumpang mobil kijang lebih mungkin terluka lebih parah dari penumpang truk? Kasus-kasus seperti di atas tidak dapat dijelaskan dengan hukum Newton. Kasus ini dapat dianalisis dengan konsep momentum dan impuls serta hukum kekekalan momentum. Hukum kekekalan momentum bahkan dapat digunakan untuk menganalisis kasus benda yang bergerak dengan kecepatan yang sangat cepat mendekati kecepatan cahaya.

Gambar 4.1.Meteor jatuh di Rusia(http/www.t1.gstatic.com)

4.1. Momentum dan Impuls

Momentum linier sebuah partikel adalah perkalian antara massa dan kecepatannya. Momentum linier dinyatakan dengan p, maka dapat dituliskan

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Hukum kelembaman dapat dinyatakan sebagai sebuah partikel bebas yang bergerak dengan momentum yang konstan, p = konstan. Jika ada beberapa partikel maka momentum total sistem partikel tersebut adalah $\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots$

Menurut Newton laju perubahan momentum pada sebuah partikel merupakan ukuran gaya yang bekerja padanya, hal ini dapat dituliskan sebagai $F = \frac{dp}{dt}$ ini adalah hukum kedua Newton tentang gerak. Mengacu pada prinsip hukum Newton II ini, perubahan yang cepat dari momentum memerlukan gaya total yang besar, sedangkan perubahan yang perlahan-lahan memerlukan gaya total yang lebih kecil. Prinsip ini yang digunakan untuk merancang keamanan kendaraan seperti kantung udara. Prinsip ini juga diterapkan pada penggunaan pengganjal pada paket barang-barang yang mudah pecah.

Momentum partikel $\vec{p} = m\vec{v}$ dan energi kinetik $K = \frac{1}{2}mv^2$ keduanya tergantung pada massa dan kecepatan partikel. Apakah perbedaan mendasar antara kedua besaran ini?secara matematis jelas bahwa momentum besaran vektor sedangkan energi kinetik besaran skalar. Secara fisis perbedaan kedua besaran ini baru dapat diketahui dengan mendeinisikan sebuah besaran yang berkaitan dengan momentum yaitu impuls.

Mari kita bayangkan sebuah partikel yang dikenai gaya total konstan $\sum \vec{F}$ selama selang waktu $\Delta t\ dari\ t_1\ ke\ t_2$. Impuls dari gaya total dilambangkan $\vec{J}$ sebagai hasil kali gaya total dengan selang waktu

$$\vec{J} = \sum \vec{F}(t_2 - t_1) = \sum \vec{F}\Delta t$$

Impuls besaran vektor arahnya sama dengan arah gaya total. Satuan SI impuls adalah newton.sekon(N.s) atau kg.m/s sama dengan satuan momentum.

Menurut Newton laju perubahan momentum pada sebuah partikel merupakan ukuran gaya yang bekerja padanya, hal ini dapat dituliskan sebagai $F = \frac{d\vec{p}}{dt}$. Untuk selang waktu $\Delta t\ dari\ t_1\ ke\ t_2$ pada keadaan ini $\frac{d\vec{p}}{dt}$ sama dengan perubahan total momentum $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ maka $\sum\vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{t_2 - t_1}$ jika dikalikan dengan $(t_2 - t_1)$ diperoleh

$$\sum\vec{F}(t_2 - t_1) = \overrightarrow{p_2} - \overrightarrow{p_1}$$

$$\vec{J} = \overrightarrow{p_2} - \overrightarrow{p_1} \text{ (teorema impuls-momentum)}$$

Jika gaya total tidak konstan maka

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \sum\vec{F}dt \text{ (definisi umum dari Impuls)}$$

Terlihat bahwa perbedaan mendasar antara momentum dan energi kinetik adalah perubahan momentum bergantung pada impuls yang tergantung pada waktu gaya total bekerja. Sedangkan dari teorema kerja-energi tampak bahwa energi kinetik berubah ketika kerja dilakukan pada partikel. Kerja total bergantung pada jarak dimana gaya total bekerja.

4.2. Kekekalan Momentum

Jika sebuah partikel bermassa m mempunyai kecepatan v pada saat t dan kecepatan v' pada saat t'. Perubahan kecepatan selama selang waktu Δt = t'-t adalah Δv = v'-v dan perubahan momentumnya adalah $\Delta p = \Delta(mv) = m\Delta v$. Karena m konstan, jika ada dua partikel dengan massa m_1 dan m_2 yang berinteraksi dan memenuhi persamaan $m_1\Delta v_1 = - m_2\Delta v_2$ maka dapat dituliskan $\Delta p_1 = -\Delta p_2$ jadi dapat dikatakan suatu interaksi menghasilkan suatu pertukaran momentum.

Momentum total suatu sistem yang terdiri dari dua partikel yang hanya dipengaruhi interaksi silangnya tetap konstan. $p_1 + p_2$ =konstan.

Contoh soal:

Sebuah senapan bermassa 0,80 kg menembakkan sebuah peluru yang massanya 0,016 kg dengan kecepatan 700 m/dt. Hitung kecepatan hentakan senapan.

Penyelesaian :

Mula-mula senapan dan peluru dalam keadaan diam dan momentum totalnya sama dengan nol. Setelah ditembakkan peluru melesat ke depan dengan momentum

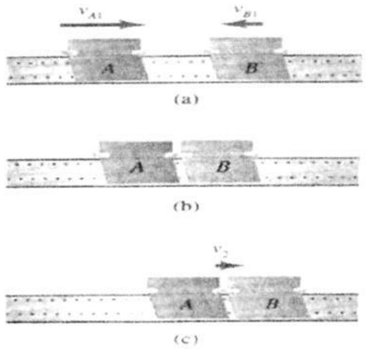
$p_1 = m_1 v_1 = (0{,}016\ kg)x(700\ m/dt) = 11{,}20\ m\ kg\ dt^{-1}$

Senapan haruslah terhentak ke belakang dengan momentum yang besarnya sama tetapi berlawanan tanda, maka $p_2 = 11{,}20\ m\ kg\ dt^{-1}$ atau karena $m_2 = 0{,}80\ kg$ $v_2 = \frac{11{,}20\ m\ kg\ dt^{-1}}{0{,}80\ kg} = 14{,}0\ m\ dt^{-1}$

4.3. Tumbukan Takelastik

Tumbukan(tabrakan) diartikan sebagai interaksi dua benda yang berlangsung dalam waktu yang sangat singkat. Jika gaya antara benda-benda lebih besar dari gaya luar, kita dapat mengabaikan gaya luar dan menganggap sistem terisolasi. Maka momentum kekal dan harga momentum total sebelum dan sesudah tumbukan tetap. Jika gaya antara benda-benda tetap maka tidak ada energi mekanik yang hilang atau bertambah selama tumbukan, energi kinetik sebelum dan sesudah tumbukan tetap dan disebut sebagai tumbukan yang elastik. Sedangkan tumbukan yang energi kinetik sesudah tumbukan lebih kecil dari sebelum tumbukan dinamakan tumbukan yang takelastik.

Tumbukan takelastik sempurna adalah tumbukan yang benda-benda yang bertumbukan setelah tumbukan bergerak dengan kecepatan yang sama atau kedua benda bersatu dan bergerak bersama setelah tumbukan.



Gambar 4.2. Model dari sebuah tumbukan elastis : glider A dan glider B saling bertemu pada permukaan licin sempurna. Setiap glider mempunyai bemper pegas baja pada ujungnya untuk meyakinkan bahwa tumbukan yang terjadi elastik sempurna.

Seperti yang Tambak pada Gambar 4.2, kita akan melihat apa yang terjadi dengan momentum dan energi kinetik pada tumbukan takelastik sempurna. Karena setelah tumbukan kedua benda bersatu maka dapat dikatakan kecepatan kedua benda setelah tumbukan sama

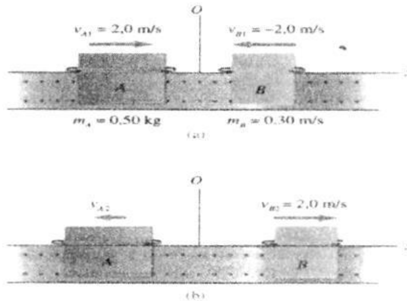
$$\vec{v}_{A2} = \vec{v}_{B2} = \vec{v}_2$$

Dari prinsip kekekalan momentum diperoleh

$$m_A\vec{v}_{A1} + m_B\vec{v}_{B1} = (m_A + m_B)\vec{v}_2 \text{ (Tumbukan takelastik sempurna)}$$

Contoh soal :

Setelah bertumbukan dua buah glinder menyatu dan bergerak bersama. Massa dan kecepatan awal keduanya seperti digambar. Carilah kecepatan akhir v_2 dan bandingkan energi kinetik awal dan akhirnya!



Gambar 4.3. Dua Glider (a) Sebelum dan (b) sesudah tumbukan

Penyelesaian :

Anggap sumbu x sebagai arah gerakan. Dari kekekalan momentum untuk komponen x

$$\boldsymbol{m_A \vec{v}_{A1} + m_B \vec{v}_{B1} = (m_A + m_B)\vec{v}_2}$$

$$\boldsymbol{\vec{v}_2 = \frac{m_A \vec{v}_{A1} + m_B \vec{v}_{B1}}{m_A + m_B}}$$

$$\boldsymbol{= \frac{(0{,}50\ kg)\left(2{,}0\frac{m}{s}\right) + (0{,}30\ kg)(-2{,}0\frac{m}{s})}{(0{,}50\ kg + 0{,}30kg)} = 0{,}50\ m/s}$$

Karena v_2 positif glider bergerak bersama ke kanan(arah sumbu x positif) sesudah tumbukan. Sebelum bertumbukan energi kinetik dari glider A dan B adalah

$$K_A = \frac{1}{2} m_A \vec{v}_{A1}^2 = \frac{1}{2}(0{,}50\ kg)(2{,}0\ ms^{-1})^2 = 1{,}0\ J$$

$$K_B = \frac{1}{2} m_B \vec{v}_{B1}^2 = \frac{1}{2}(0{,}30\ kg)(-2{,}0\ ms^{-1})^2 = 0{,}60\ J$$

Jadi energi kinetik total sebelum tumbukan adalah $K_A + K_B = 1{,}6\ J$ sedangkan energi kinetik total setelah tumbukan adalah

$\frac{1}{2}(m_A + m_B)v_2^2 = \frac{1}{2}(0{,}50\ kg + 0{,}30\ kg)(0{,}50\ m.s^{-1})^2 = 0{,}10\ J$takelastik sempurna.

4.4. Tumbukan Elastik

Tumbukan elastik adalah tumbukan dengan energi kinetik yang tetap, gaya yang bekerja adalah gaya-gaya konservatif. Sebagai contoh kita amati tumbukan antara benda A dan B dengan arah gerak yang searah atau anggap semua ke arah x. Jika v_{A1} dan v_{A2} adalah kecepatan benda sebelum tumbukan dan v_{B1} dan v_{B2} adalah kecepatan setelah tumbukan.

Dari kekekalan momentum

$$m_A\vec{v}_{A1} + m_B\vec{v}_{B1} = m_A\vec{v}_{A2} + m_B\vec{v}_{B2}$$

Dari kekekalan energi kinetik diperoleh

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B1}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_{B2} v_{B2}^2$$

Contoh soal :

Amati Gambar 4.3, tetapi ditambahkan bemper pegas ideal pada glider sehingga tumbukannya elastik. Berapakah kecepatan A dan B setelah tumbukan?

Penyelesaian

$$m_A\vec{v}_{A1} + m_B\vec{v}_1 = m_A\vec{v}_{A2} + m_B\vec{v}_{B2}$$

$$(0{,}50\ kg)\left(2{,}0\frac{m}{s}\right) + (0{,}30\ kg)\left(-0{,}20\frac{m}{s}\right) = (0{,}50\ kg)v_{A2} + (0{,}30\ kg)v_{B2}$$

$$0{,}50v_{A2} + 0{,}30v_{B2} = 0{,}40\ m/s$$

Kecepatan relatif untuk tumbukan elastik

$$v_{B2} - v_{A2} = -(v_{B1} - v_{A1})$$

$$= -\left(-2{,}0\frac{m}{s} - 2{,}0\frac{m}{s}\right) = 4{,}0\ m/s$$

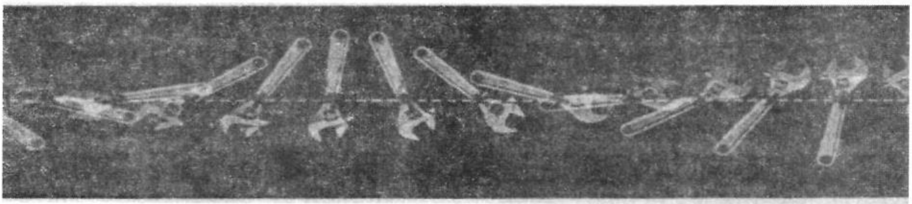
Sebelum tumbukan kecepatan B relatif terhadap A adalah ke kiri pada 4,0 m/s, sesudah tumbukan kecepatan B relatif terhadap A adalah ke kanan pada 4,0 m/s. Maka

$$v_{A2} = -1{,}0\frac{m}{s}, \qquad v_{B2} = 3{,}0\frac{m}{s}$$

Kedua benda berbalik arah geraknya. A bergerak ke kiri pada 1,0 m/s dan B bergerak ke kanan pada 3,0 m/s. Energi kinetik total sesudah tumbukan elastik adalah

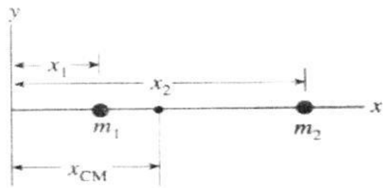
$$\frac{1}{2}(0{,}50\ kg)(-1{,}0\frac{m}{s})^2 + \frac{1}{2}(0{,}30\ kg)(3{,}0\frac{m}{s})^2 = 1{,}6\ J$$

4.5. Pusat Massa



Gambar 4.4. Translasi plus rotasi : Ikunci inggris bergerak diatas permukaan horizontal. PM yang ditandai dengan +, bergerak dalam garis lurus

Tampak pada Gambar di atas jika benda yang kita amati geraknya bukanlah partikel tetapi sistem partikel atau benda yang mempunyai ukuran maka ada satu titik pada benda yang bergerak pada lintasan yang sama yang dilewati partikel jika mendapat gaya yang sama itulah pusat massa(PM).



Gambar 4.5.Pusat massa sistem dua partikel berada pada garis penghubung antara kedua massa

Perhatikan Gambar 4.5 Jika kita anggap benda dengan ukuran adalah dua partikel dengan massa m_1 dan m_2. Posisi kedua partikel pada sumbu x adalah x_1 dan x_2. Pusat massa sistem didefinisikan pada posisi

$$x_{PM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{M}$$

Jika partikelnya lebih dari dua maka akan ada suku-suku tambahan. Jika sistem partikel tersebar pada dua dimensi maka akan ada koordinat y dari PM yaitu

$$y_{PM} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{M}$$

Contoh soal :

Tiga orang yang bermassa sama menduduki perahu pisang berisi udara ringan. Duduk sepanjang x pada posisi x_1 = 1,0 m, x_2 = 5,0 m dan x_3 = 6,0 m. Carilah posisi PM.

Penyelesaian :

$$x_{PM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m(x_3 + x_2 + x_1)}{3m} = \frac{(1{,}0\,m + 5{,}0m + 6{,}0m)}{3}$$
$$= 4{,}0\,m$$

4.6. Pusat Massa dan Gerak Translasi

Gerakan PM berhubungan dengan gaya total yang bekerja pada sistem. Jika gerak satu dimensi arah x dan hanya tiga partikel, untuk benda yang lebih banyak dan ketiga dimensi mengikuti cara yang sama. Misal ketiga partikel pada sumbu x dengan massa m_1, m_2 dan m_3 dan posisi x_1, x_2 dan x_3 maka dapat dituliskan

$$Mx_{PM} = m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3$$

dengan $M = m_1+m_2+m_3$ adalah massa total sistem, jika partikel bergerak dengan v_1, v_2 dan v_3 maka setiap partikel akan menempuh jarak

$$\Delta x_1 = x_1' - x_1 = v_1\Delta t$$

$$\Delta x_2 = x_2' - x_2 = v_2\Delta t$$

$$\Delta x_3 = x_3' - x_3 = v_3\Delta t$$

dimana x_1', x_2', x_3' adalah posisi baru setelah Δt. Posisi PM yang baru adalah

$$Mx_{PM}' = m_1x_1' + m_2x_2' + m_3x_3' \text{ dan}$$

$$Mx_{PM} = m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3$$

selama selang waktu Δt, PM telah begerak sepanjang

$$\Delta x_{PM} = x_{PM}' - x_{PM} = v_{PM}\Delta t$$

Jika persamaan ini disubtitusikan ke persamaan sebelumnya maka diperoleh

$$Mv_{PM}\Delta t = m_1v_1\Delta t + m_2v_2\Delta t + m_3v_3\Delta t$$

Jika dibagi dengan Δt diperoleh

$$Mv_{PM} = m_1v_1 + m_2v_2 + m_3v_3$$

dari persamaan itu terlihat bahwa momentum total sistem partikel adalah massa total partikel dikali kecepatan pusat massanya.

Jika ada gaya yang bekerja pada partikel maka kemungkinan partikel dapat dipercepat, dalam waktu Δt kecepatan partikel akan berubah sebesar

$$\Delta v_1 = a_1 \Delta t, \Delta v_2 = a_2 \Delta t, \Delta v_3 = a_3 \Delta t$$

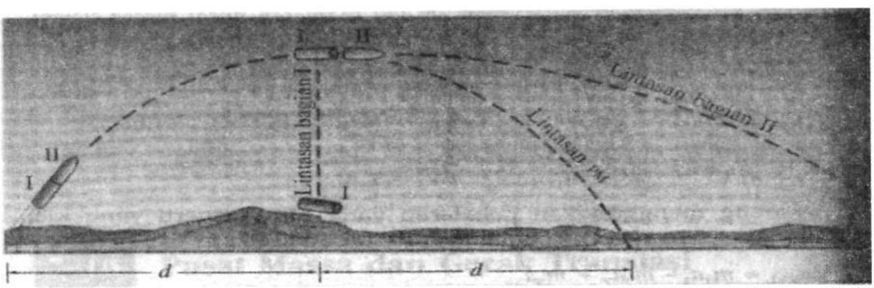
$$M a_{PM} = m_1 a_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3$$

Menurut hukum II Newton ma=F maka

$$M a_{PM} = F_1 + F_2 + F_3 = F_{tot}$$

Inilah hukum kedua Newton untuk sistem partikel. Sistem bergerak seakan-akan semua massanya terkonsentrasi pada PM dan semua gaya luar bekerja pada titik itu.

Contoh :



Gambar 4.6. Lintasan roket yang terbelah dua

Sebuah roket ditembakkan ke udara seperti ditunjukkan Gambar. Saat titik tertinggi yang bejarak horizontal d dari titik awal, ledakan yang sudah diatur membagi roket menjadi dua bagian dengan massa yang sama. Bagian I berhenti di udara dan jatuh vetikal ke bumi. Dimana bagian II jatuh? anggap g konstan

Penyelesaian :

Setelah roket ditembakkan, jalur PM dari sistem terus mengikuti lintasan parabola sebuah peluru yang hanya di pengaruhi gaya gravitasi. PM akan jatuh pada jarak 2d dari titik awalnya karena massa I dan II sama,PM harus berada di tengah-tengah diantaranya. Berarti, II jatuh pada jarak 3d dari titik awal.

Rangkuman :

Momentum linier p sebuah partikel adalah perkalian antara massa dan kecepatannya.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Impuls dari gaya total dilambangkan $\vec{J}$ sebagai hasil kali gaya total dengan selang waktu

$$\vec{J} = \sum \vec{F}(t_2 - t_1) = \sum \vec{F}\Delta t$$

Kekekalan momentum. Momentum total suatu sistem yang terdiri dari dua partikel yang hanya dipengaruhi interaksi silangnya tetap konstan. $p_1 + p_2$ =konstan.

Tumbukan elastik adalah tumbukan dengan energi kinetik yang tetap sehingga

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B1}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_{B2} v_{B2}^2$$

Pusat massa(PM), jika benda yang kita amati geraknya bukanlah partikel tetapi sistem partikel atau benda yang mempunyai ukuran maka ada satu titik pada benda yang bergerak pada lintasan yang sama yang dilewati partikel jika mendapat gaya yang sama. Jika kita anggap benda dengan ukuran adalah dua partikel dengan massa m_1 dan m_2. Posisi kedua partikel pada sumbu x adalah x_1 dan x_2. Pusat massa sistem didefinisikan pada posisi

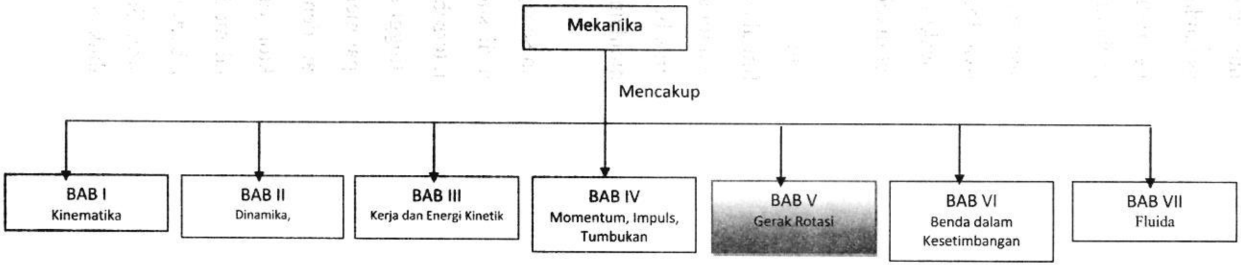
$$x_{PM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M}$$

Latihan soal :

1. Hitung gaya yang diberikan pada roket, jika diketahui gas peluncurnya dikeluarkan 1300 kg/s dengan laju 40.000 m/s pada saat lepas landas !
2. Sebuah pistol ditembakkan vertikal ke balok kayu 1,40 kg yang sedang diam persis diatasnya. Jika massa peluru 21,0 g dan laju 210 m/s, seberapa tinggi balok tersebut akan naik setelah peluru tertanam didalamnya?
3. Roket dengan massa total 3180 kg meluncur di luar angkasa dengan kecepatan 115 m/s menuju matahari. Roket itu ingin merubah arahnya $35{,}0^{o}$, dan dapat melakukannya dengan menembakkan roketnya dengan waktu yang singkat dengan arah tegak lurus terhadap arah awalnya. Jika gas roket dikeluarkan dengan laju 1750 m/s berapa massa yang harus dikeluarkan?
4. Bola golf bermassa 0,045 kg dipukul dengan laju 45 m/s. Tongkat golf bersentuhan dengan bola selama $5{,}0 \times 10^{-3}$ s. Hitung (a) Impuls yang diberikan pada bola (b) gaya rata-rata yang diberikan pada bola golf oleh tongkat
5. Bola hoki es 0,450 kg bergerak ke timur dengan laju 3,00 m/s bertumbukan dari depan dengan bola lain 0,900 kg yang sedang diam. Jika tumbukan lenting berapa laju dan arah masing-masing bola setelah bertabrakan?
6. Rakit persegi 18 m x 18 m dengan massa 6200 kg digunakan sebagai perahu feri. Jika 3 mobil masing-masing bemassa 1200 kg diletakkan di sudut timur laut, tenggara dan barat daya, tentukan PM dari feri dengan beban tersebut !
7. Moderator dalam reaktor nuklir neutron dengan kecepatan tinggi dihasilkan oleh reaktor nuklir selama proses fisi nuklir. Sebelum neutron dapat memicu tambahan fisi, neutron tersebut harus dibuat melambat oleh tumbukan dengan inti dalam moderator reaktor. Reaktor nuklir yang pertama dan reaktor yang mengalami kecelakaan semuanya menggunakan karbon sebagai material moderator. Sebuah neutron massa 1,0 sma dengan kecepatan $2{,}6 \text{ X } 10^{7}$ m/s bertumbukan elastik frontal dengan inti karbon (massa 12 sma) yang awalnya diam. Gaya luar selama tumbukan bisa diabaikan. Berapakah kecepatan sesudah tumbukan ?(1 sma adalah besaran massa atom, sama dengan $1{,}66 \times 10^{-27}$ kg).

BAB V

Gerak Rotasi



Tujuan Pembelajaran :

1. Mendeskripsikan kecepatan dan percepatan angular
2. Menjelaskan torsi dan momen inersia
3. Mendeskripsikan energi kinetik rotasi
4. Menghitung momen inersia
5. Mendeskripsikan momentum angular
6. Mendeskripsikan benda menggelinding
7. Mendeskrpsikan vektor rotasi dan perkalian silang
8. Mendeskripsikan gerakan giroskop
9. Mendeskripsikan ketidaksetimbangan statik dan dinamik
10. Menyelesaikan soal rotasi

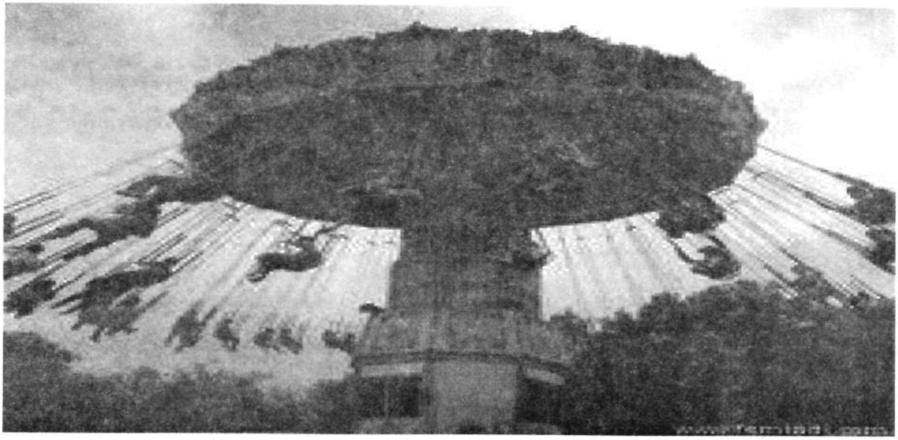
Deskripsi

Pada bab rotasi benda tegar akan dibahas, kecepatan dan percepatan sudut, rotasi dengan percepatan sudut kostan, hubungan kinematika linier dan kinematika sudut, energi gerak rotasi dan momen inersia.

Relevansi

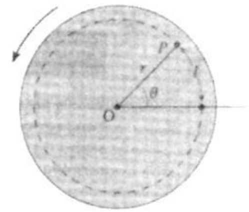
Gerak dengan lintasan melingkar dapat dikatakan sebagai gerak rotasi, kinematika gerak rotasi menggunakan besaran-besaran yang sama dengan kinematika gerak linier. Gerak rotasi dibahas dari mekanika, energi dan momen inersianya. Gerak rotasi benda merupakan bagian penting yang harus diperhitungkan ketika membahas kesetimbangan benda.

Kata-kata kunci : gerak rotasi, kecepatan sudut, percepatan sudut, energi gerak, momen inersia, Islam, ideologi, mabda, kapitalisme, sosialisme



Pada bab ini kita akan tinjau gerak rotasi yaitu gerak dengan lintasan melingkar. Benda yang menjadi subjek kita adalah benda tegar, benda yang bentuknya tidak berubah atau partikel-partikel pembentuknya berada pada posisi tetap satu sama lain walaupun dikenai gaya.

Gerak benda tegar dianalisis sebagai gerak translasi dari pusat massanya dan rotasi di sekitar pusat massa. Pada bab ini kita akan membahas gerak rotasi saja karena gerak translasi sudah kita bahas pada bab-bab sebelumnya dengan sangat rinci. Kita anggap benda tegar berotasi murni atau semua titik partikel benda bergerak melingkar, pusat semua lingkaran pada sebuah garis yang disebut sumbu rotasi. Perhatikan Gambar 5.1. titik P bergerak melingkar dengan pusat sumbu rotasi yang tegak lurus bidang melingkar dan menembus titik O



Gambar 5.1. Lintasan gerak rotasi

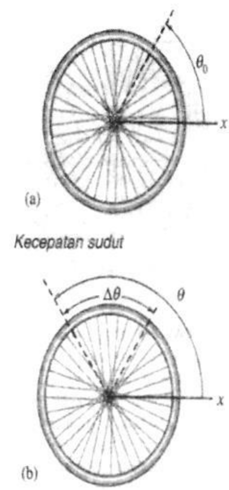
5.1. Kecepatan dan Percepatan Sudut

Gerak rotasi dideskripsikan dengan besaran-besaran sudut seperti kecepatan sudut dan percepatan sudut. Besaran-besaran ini berhubungan dengan besaran-besaran serupa dalam gerak translasi.

Setiap titik pada benda yang berotasi sekitar sumbu rotasi bergerak membentuk lingkaran seperti titik P dengan gerak melingkarnya pada garis putus-putus Gambar 5.1. Radius r adalah jarak dari sumbu rotasi ke titik partikel atau benda yang diamati (P). Sudut θ adalah sudut yang ditempuh titik P. Titik P telah bergerak sejauh l sepanjang busur lingkaran. Secara umum dapat dinyatakan bahwa

$$\theta = \frac{l}{r}$$

Pada lingkaran penuh ada 360°, panjang busur satu lingkaran penuh adalah $l = 2\pi r$ maka $\theta = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi\, rad$ sehingga $360^o = 2\pi$ rad, 1 rad = 57,3°.



Gambar 5.2. Sebuah roda berotasi dari (a)posisi awal θ_o sampai (b)posisi akhir θ. Perpindahan sudut adalah $\Delta\theta = \theta - \theta_o$.

Ketika sebuah benda seperti roda misalnya berotasi dari posisi awal θ_o sampai posisi akhir θ,(Gambar 5.2) perpindahan sudutnya adalah $\Delta\theta = \theta - \theta_o$. Kecepatan sudut dilambangkan dengan ω, kecepatan sudut rata-rata didefiniskan sebagai

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

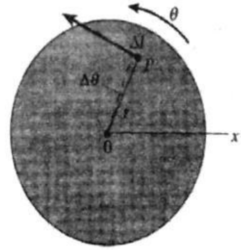
Kecepatan sudut sesaat adalah

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

Kecepatan sudut dinyatakan dalam radian per sekon(rad/s). Semua titik pada benda tegar berotasi dengan kecepatan sudut yang sama karena setiap posisi pada benda bergerak melaui sudut yang sama selama selang waktu sama.

Percepatan sudut didefinisikan sebagai perubahan kecepatan sudut dibagi waktu yang diperlukan untuk terjadinya perubahan ini. Percepatan sudut rata-rata adalah

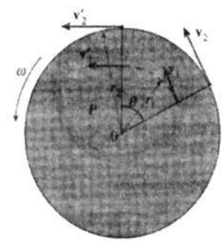
$$\bar{\alpha} = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$



Gambar 5.3. Partikel P pada roda yang berotasi memiliki kecepatan linier v pada setiap saat

dimana ω_o adalah kecepatan sudut awal dan ω adalah kecepatan sudut setelah Δt. Percepatan sudut sesaat adalah

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$



Gambar 5.4. Sebuah roda berotasi beraturan melawan arah jam . Dua titik pada roda dengan jarak r_1 dan r_2 dari pusat , memiliki kecepatan linier yang berbeda karena menempuh jarak yang berbeda pada selang waktu yang sama. Karena $r_2 > r_1$, maka $v_2 > v_1 (v = r\omega)$. Tetapi kedua titik memiliki kecepatan sudut yang sama ω karena menempuh sudut yang sama θ dalam selang waktu yang sama

Setiap partikel yang bergerak melingkar tidak beraturan akan memiliki percepatan tangensial dan sentripetal. Setap titik yang berotasi akan memiliki kecepatan linier v dan percepatan linier a. Kita dapat menghubungkan besaran linier ini dengan besaran sudut gerak rotasi. Dari Gambar tampak bahwa $v = \frac{\Delta l}{\Delta t}$, karena $\theta = \frac{l}{r}$ maka

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = r\omega$$

Karena $v = r\omega$, walaupun kecepatan sudut tetap pada setiap titik yang berotasi tetapi kecepatan liniernya akan lebih besar untuk titik yang semakin jauh dari sumbu rotasi.

Percepatan sudut α berhubungan dengan percepatan linier tangensial (a_{tan}) dari partikel benda yang berotasi dengan

$$a_{tan} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = r\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = r\alpha$$

Percepatan linier total adalah

$$a = a_{tan} + a_R$$

dengan a_R adalah percepatan sentripetal.

Kita dapat menghubungkan kecepatan sudut dengan frekuensi f, f adalah jumlah putaran per sekon. 1 put/s = 2π rad/s maka

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Karena T adalah perioda yaitu waktu yang diperlukan untuk sekali memutar maka

$$T = \frac{1}{f}$$

Contoh soal :

Berapa laju linier seorang anak yang duduk 1,2 m dari pusat korsel yang berotasi yang membentuk satu putaran penuh dalam waktu 4,0 s?(b)Berapa percepatannya?

Penyelesaian :

(a) $f = \frac{1}{T} = \frac{1\,put}{4{,}0\,s} = 0{,}25\,\frac{put}{s} = 0{,}25\,Hz$

$$\omega = 2\pi f = \left(2\pi \frac{rad}{put}\right)\left(0{,}25 \frac{put}{s}\right) = 1{,}6\,rad/s$$

$$v = r\omega = (1{,}2\,m)\left(1{,}6 \frac{rad}{s}\right) = 1{,}9\,m/s$$

(b) Karena $\omega = 1{,}6\frac{rad}{s} = konstan$ maka α=0 dan $a_{tan} = \alpha r = 0$ dan $a_R = \omega^2 r = (1{,}6\frac{rad}{s})^2(1{,}2m) = 3{,}1\ \frac{m}{s^2}$

Jadi kecepatan liniernya 3,1 $\frac{m}{s^2}$

5.2. Rotasi dengan Percepatan Sudut Konstan

Gerak lurus menjadi lebih sederhana jika percepatannya konstan, pada gerak rotasi hal ini juga berlaku jika gerak rotasi pada sumbu tetap. Penurunan persamaan untuk gerak rotasi dengan perepatan sudut konstan sama dengan kasus gerak lurus dengan percepatan konstan, dengan mengganti x dengan θ, v dengan ω, a dengan α.

Jika ω_o adalah kecepatan sudut saat t = 0 dan ω adalah kecepatan saat t, maka

$$\propto = \frac{\omega - \omega_0}{t - 0}$$

$$\omega = \omega_0 + \propto t \text{ (hanya untuk percepatan sudut konstan)}$$

$$\omega_{rt} = \frac{\omega_0 + \omega}{2}, \omega_{rt} = \frac{\theta_0 - \theta}{t - 0}$$

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t \text{ (hanya untuk percepatan sudut konstan)}$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \propto t^2 \text{(hanya untuk percepatan sudut konstan)}$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \propto (\theta - \theta_0) \text{ (hanya untuk percepatan sudut konstan)}$$

5.3. Hubungan Kinematika Linier dengan Kinematika Sudut

Sama seperti kinematika gerak lurus, dalam kinematika gerak rotasi atau melingkar rumusnya sama hanya ada perubahan simbol ***s = r → θ, v → ω*** dan ***a → α***.

Tabel 5.1. Perbandingan gerak lurus dan gerak rotasi

Gerak lurus	Gerak rotasi
• v = dr / dt	• ω = dθ / dt
• a = dv / dt	• α = dω / dt
• r = ∫ v. dt	• θ = ∫ ω. dt
• v = ∫ a. dt	• ω = ∫ α. Dt

Tabel 5.2. Perbandingan kinematika gerak lurus dan gerak rotasi

GLB + GLBB	Gerak Rotasi
• $s = v.t$ • $s = V_0 + ½\,a.t^2$ • $V_t = V_0 + 2\,a.t$ • $V_t^2 = V_0^2 + 2\,a.s$ • $s = ½\,(V_0t + V_tt)$	• $\theta = \omega.t$ • $\theta = \omega_0 + ½\,\alpha.t^2$ • $\omega_t = \omega_0 + 2\,\alpha.t$ • $\omega_t^2 = \omega_0^2 + 2\,\alpha.\theta$ • $\theta = ½\,(\omega_0t + \omega_tt)$

5.4. Dinamika Gerak Rotasi

Penyebab gerak rotasi adalah bagian pembahasan dinamika gerak rotasi. Gerak rotasi disebabkan oleh gaya disekitar sumbu rotasi, yang dikenal dengan istilah torsi. Arah gaya dan dimana diberikan gaya penting untuk diperhatikan tidak hanya besar gaya saja. Contoh pada gerak daun pintu, jika kita membuka pintu dengan memegang bagian terjauh dari engsel maka pintu akan bergerak lebih cepat. Sebaliknya jika pintu dipegang dibagian yang dekat dengan engsel maka pintu akan bergerak lebih lambat. Jarak tegak lurus dari sumbu rotasi ke garis kerja gaya inilah yang disebut lengan gaya atau lengan torsi disimbolkan dengan r. Hasil eksperimen menunjukkan bahwa percepatan sudut berbanding lurus dengan hasil kali gaya dengan lengan gaya, inilah yang disebut dengan torsi gaya(τ).

$$\tau = r \times F$$

Besarnya torsi

$$\tau = r\ F \sin\theta$$

Rumusan ini dapat diubah menjadi

$$\tau = r\ (F \sin\theta) = rF_{\perp}$$

atau

$$\tau = F\ (r \sin\theta) = F\ r_{\perp}$$

dimana $F_{\perp}$ adalah : komponen F yang tegak lurus r dan $r_{\perp}$ adalah : komponen r yang tegak lurus F

Sebuah benda berotasi dengan sumbu putar z. Sebuah gaya F bekerja pada salah satu partikel di titik P pada benda tersebut. Torsi yang bekerja pada partikel tersebut adalah :

$$\tau = r \times F$$

Arah torsi τ searah dengan sumbu z. Setelah selang waktu dt partikel telah berputar menempuh sudut $d\theta$ dan jarak yang ditempuh partikel ds, dimana

$$ds = r\ d\theta$$

Usaha yang dilakukan gaya F untuk gerak rotasi ini

$$dW = F\ .\ ds$$

$$dW = F \cos\phi\ ds$$

$$dW = (F \cos\phi)\ (r\ d\theta)$$

$$dW = \tau\ d\theta$$

$$dW = F\ .\ ds$$

Laju usaha yang dilakukan (daya/P) adalah :

$$dW/dt = \tau\ d\theta/dt$$

$$P = \tau \, \omega$$

$$P = F \, v$$

Untuk benda yang benar-benar tegar, tidak ada disipasi tenaga, sehingga laju dilakukannya usaha pada benda tegar tersebut sama dengan laju pertambahan tenaga kinetik rotasinya.

$$dW/dt = dK/dt$$

$$\begin{aligned} dW/dt &= d(1/2\, I\, \omega^2)/dt \\ \tau\, \omega &= 1/2\, I\, d\omega^2/dt \\ \tau\, \omega &= I\omega\, d\omega/dt \\ \tau\, \omega &= I\omega\, \alpha \\ \tau &= I\, \alpha \end{aligned}$$

hal ini semakna dengan F = m a pada dinamika gerak linier.

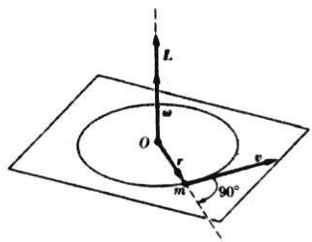
5.5. Momentum Sudut

Kita telah melihat bahwa jika kita menggunakan variabel sudut yang sesuai, persamaan-persamaan untuk gerak rotasi analog dengan persamaan-persamaan untuk gerak linier biasa. Momentum linier p juga memiliki analogi rotasi, besaran ini disebut momentum sudut L.

Momentum sudut terhadap titik O seperti Gambar berikut dari sebuah partikel dengan massa m yang bergerak dengan kecepatan v dengan momentum p = mv didefinisikan oleh perkalian vector L = r x p atau L = mr x v karena itu momentum sudut adalah vektor yang tegak lurus terhadap bidang yang dibentuk oleh r dan v.

Gambar 2.10 . Momentum sudut sebuah partikel

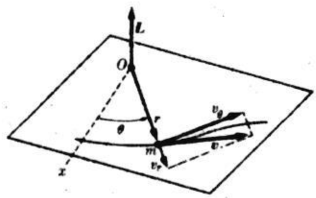
Umumnya momentum sudut berubah besar dan arahnya ketika partikel bergerak. Pada gerak melingkar seperti Gambar berikut, jika O adalah pusat lingkaran maka vektor r dan v saling tegak lurus dan v = ωr sehingga L = mrv = $mr^2\omega$ arah L sama dengan ω sehingga vector L = $mr^2\omega$.



Gambar 2.11 . Hubungan vektor antara kecepatan sudut dan momentum sudut pada gerak melingkar

Jika gerakan pada bidang datar melengkung tidak melingkar maka kecepatan dipecah menjadi komponen radial dan transversal. Hanya komponen transversal saja yang memberikan sumbangan pada momentum sudut, maka L = mrv_θ. Karena $v_\theta = r(\frac{d\theta}{dt})$maka $L = mr^2\frac{d\theta}{dt}$. Untuk gerak melingkar $\omega = d\theta/dt$. Penurunan persamaan L = mr x v terhadap waktu memberikan $\frac{dL}{dt} = \frac{dr}{dt} \times p + r \times \frac{dp}{dt}$ tetapi $\frac{dr}{dt} \times p = v \times p = mv \times v = 0$ dengan dp/dt = F maka dL/dt = r x F, maka torka F terhadap O adalah $\tau = r \times F$ maka $\frac{dL}{dt} = \tau$.

Jika momentum linier p diganti oleh momentum sudut L dan gaya F diganti oleh torka τ merupakan dasar pembahasan gerak rotasi. $\frac{dL}{dt} = \tau$ bermakna bahwa laju perubahan momentum sudut sebuah partikel sama dengan torka gaya yang dikenakan padanya bila keduanya diukur relatif terhadap titik yang sama.



Gambar 2.12 . Hubungan antara momentum sudut dan komponen transversal kecepatan

5.6. Tenaga Kinetik Rotasi dan Kelembaman Rotasi

Sebuah benda melakukan gerak rotasi terhadap sumbu tetap. Bila kita perhatikan n buah partikel pada benda tersebut energi kinetik dari n buah partikel tersebut adalah :

$$K = 1/2\ m_1 v_1^2 + 1/2\ m_2 v_2^2 + \dots + 1/2\ m_n v_n^2$$

karena v = ωr, maka

$$K = 1/2\ m_1 \omega^2 r_1^2 + 1/2\ m_2 \omega^2 r_2^2 + \dots + 1/2\ m_n \omega^2 r_n^2$$

$$K = 1/2\ (\textstyle\sum m_i r_i^2)\ \omega^2$$

Energi kinetik rotasi benda :

$$K = 1/2\ I\ \omega^2$$

dimana $I = \sum m_i r_i^2$ adalah momen kelembaman rotasi atau momen inersia sistem partikel tersebut. Momen inersia ini tergantung pada :

a. distribusi/bentuk massa/benda tersebut.

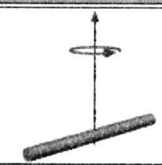
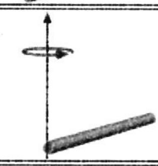
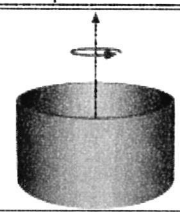
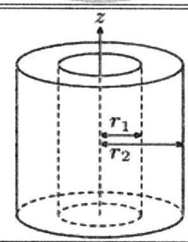
b. sumbu rotasi.

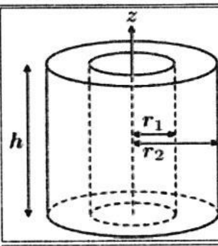
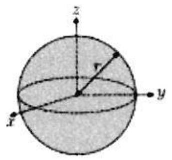
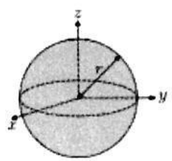
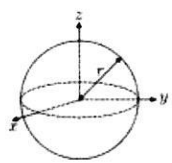
Untuk benda-benda kontinu momen inersia dapat dicari dari :

$$I = \int r^2 \, dm$$

Untuk benda-benda tertentu yang berbentuk teratur momen inersianya dapat dilihat pada tabel berikut :

Tabel 5.3. Momen Inersia Beberapa Benda dengan Bentuk Teratur

Benda	Poros	Gambar	Momen inersia
Batang silinder	Pusat		$I = \frac{1}{12} mL^2$
Batang silinder	Ujung		$I = \frac{1}{3} mL^2$
Silinder berongga	Melalui sumbu		$I = mR^2$
Silinder pejal	Melalui sumbu		$I = \frac{1}{2} mR^2$

Silinder pejal	Melintang sumbu		$I = \frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}mL^2$
Bola pejal	Melalui diameter		$I = \frac{2}{5}mR^2$
Bola pejal	Melalui salahsatu garis singgung		$I = \frac{7}{5}mR^2$
Bola berongga	Melalui diameter		$I = \frac{2}{3}mR^2$

Bila sumbu putar bergeser sejauh h dari sumbu putar yang melalui pusat massa, maka momen inersianya menjadi : $I = I_{pm} + Mh^2$

dimana : I_{pm} adalah momen inersia dengan sumbu yang melalui pusat massa. M adalah massa total benda.

Contoh soal :

1. Seorang anak dengan kedua lengan berada dalam pangkuan sedang berputar pada suatu kursi putar dengan 1,00 putaran/s. Ketika ia merentangkan kedua lengannya, ia diperlambat sampai 0,40 putaran/s. Tentukan perbandingan:
   a. momen inersia gabungan anak + kursi sebelum dan sesudah kedua lengannya direntangkan
   b. Energi kinetik sebelum dan sesudahnya

Jawab :

ω = 1 rps (sebelum merentangkan tangan)

ω = 0,4 rps (sesudah merentangkan tangan)

a). Gunakan Hukum Kekekalan momentum sudut

=> L= L

=>I ω = I ω

=>I (1) = I (0,4)

maka : I : I = 0,4 : 1

atau : I : I = 2 : 5

b). Rumus energi kinetik rotasi adalah : Ekr = ½ I ω^2

Maka :

Ekr = ½ I ω^2 dan Ekr = ½ I ω^2

Sehingga perbandingan :

Ekr : Ekr = (I / I).(ω : ω)^2

Ekr : Ekr = (2/5) . (5/2)^2 = 5/2

Ekr : Ekr = 5 : 2

2. Pada sistem keseimbangan benda tegar, AB adalah batang homogen panjang 80 cm, beratnya 18 N, berat beban 30 N. BC adalah tali. Berapa tegangan pada tali (dalam newton) jika jarak AC = 60 cm?

   Jawab :

Langkah 1.

Gambarkan semua gaya-gaya pada tongkat AB, yaitu :

Wt = 80 N (berat tongkat - ke bawah) => letak ditengah AB

Wb = 30 N (berat beban di B -m kebawah) => letaknya di B

T = gaya tegangan tali (pada garis BC - arah dari B ke C)

Langkah 2.

- hitung sudut ABC (α) => tan α = AC/AB = 60/80 = 3/4

sehingga diperoleh : $\alpha = 37^o$

- buat garis tegak lurus, dari titik A ke BC

(garis ini kita beri nama d, dimana d tegak lurus BC)

=> d = AB sin α

=> d = 80 sin 37° = 48 cm

(d = jarak gaya tegang tali T ke titik A)

Langkah 3.

Ambil resultan momen di titik A (A sebagai poros).

$\Sigma\tau$ (di A) = 0

$\Sigma\tau$ (di A) = Wt.d1 + Wb.d2 - T.d = 0

======> 80.(40) + 30.(80) - T.(48) = 0

======> 3200 + 2400 = 48.T

======> 5600 = 48.T

======> T = 5600/48 = 116,67 N

3. Seutas tali dililitkan mengelilingi sebuah silinder pejal bermassa M dan berjari-jari R, yang bebas berputar mengelilingi sumbunya. Tali ditarik dengan gaya F. Silinder mula-mula diam pada t=0.
   a. Hitung percepatan sudut dan kecepatan sudut silinder pada saat t
   b. Jika M=6 kg, R=10 cm, dan F= 9 N, hitung percepatan sudut dan kecepatan sudut pada saat t=2 s

Jawab :

a.Momen inersia silinder pejal => ½ m.R2

$I.\alpha = F.R$

$\alpha = F.R/I = 2.F/m.R$

$\omega = \alpha.\ t = 2.F/m.R.t$

b. α = 2.(g.n)/6 kg (0,1 m) = 30 rad/s^2

ω = 2.(g.n)/6 kg (0,1 m).2 = 60 rad/s

4. Pada sebuah roda dengan momen inersia sebesar 6 kgm^2 dikerjakan sebuah torsi konstan 51 Nm.
   a. Berapakah percepatan sudutnya ?
   b. Berapakah lama diperlukan dari keadaan diam sampai pada mencapai kecepatan 88,4 rad/s ?
   c. Berapakah energi kinetik pada kecepatan ini ?

Jawab :

a.$\tau = I.\alpha$

$\alpha = \tau/I = 51/6 = 8{,}5$ rad/s^2

b. $\omega t = \omega 0 + \alpha.t$

$88{,}4 = 0 + 8{,}5.t$

$t = 10{,}4$ s

c. $Ek = ½ .I.\omega^2$

$Ek = ½.6.(88{,}4)^2$

Ek = 2,34x104 Joule

5. Silinder pejal terbuat dari besi menggelinding diatas lantai datar dengan laju 10 m/s. Massa silinder 4 kg dan berdiameter 80 cm. energi kinetic total silinder tersebut.

Jawab

$EK\_tot = EK\_translasi + EK\_rotasi$

$EK\_tot = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ ($\omega = v/R$ & utk silinder pejal $I = 1/2\ mR^2$)

$EK\_tot = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(1/2\ mR^2)(v/R)^2$

$EK\_tot = \frac{1}{2}mv^2 + 1/4\ mv^2 = 3/4\ mv^2$

$EK\_tot = 3/4\ .4.(10)^2 = 300$ J

6. Pada sebuah roda dengan momen inersia sebesar 12 $kg.m^2$ dikerjakan sebuah torsi konstan sebesar 50 Nm. Tentukan percepatan sudutnya.

Jawab

$\tau = I.\alpha$

$50 = 12.\alpha$

$\alpha = 50/12 = 4{,}167\ rad/s^2$

7. Sebuah bola pejal menggelinding dari keadaan diam menuruni suatu bidang miring dengan ketinggian 1.4 m. Tentukan kecepatan linear silinder pada dasar bidang miring.

Jawab

($EK1 = 0$ karena mula-mula diam dan di dasar bidang $EP2 = 0$)

EM: $EP1 + EK1 = EP2 + EK2$

sehingga $EP1 = EK\_translasi + EK\_rotasi$

$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$mgh = 3/4\ mv^2$ ==> lihat jawaban nomor 6

$v^2 = 4/3\ gh = 4/3\ .10.1{,}4 = 18{,}67$

$v = 4{,}32$ m/s

8. Sebuah benda berputar pada suatu sumbu dengan perpindahan sudut yang besarnya dinyatakan dalam persamaan $\theta = 8t^2 - 5t + 3$ (θ dalam radian dan t dalam sekon). Tentukan:

   a. Tentukan perpindahan sudut saat t = 0 dan t = 3 sekon
   b. Tentukan kecepatan sudut saat t = 0 dan t = 3 sekon
   c. Tentukan kecepatan laju liner sebuah titik yang berjarak 20 cm dari sumbu putaran pada saat 2 sekon
   d. Berapa percepatan sudut benda

Jawab :

Diketahui : $\theta = 8t^2 - 5t + 3$

Ditanya :

a. θ ? → pada saat t = 0 dan t = 3 sekon
b. ω ?→ pada saat t = 0 dan t = 3 sekon
c. V ?→ r = 20 cm = 0,2 m dan t = 2 sekon
d. α ?

Penyelesaian

a. $\theta = 8t^2 - 5t + 3$

- t = 0

  $\theta = 8t^2 - 5t + 3$

  $\theta = 8(0)^2 - 5(0) + 3$

  $\boldsymbol{\theta = 3\ rad}$

- t = 3

  $\theta = 8t^2 - 5t + 3$

  $\theta = 8(3)^2 - 5(3) + 3$

  $\theta = 72 - 15 + 3$

$\theta = 60$ rad

b. $\omega = d\theta / dt$

$\omega = d\,(8t^2 - 5t + 3)/dt$

$\omega = 16t - 5$

$t = 0$

$\omega = 16t - 5$

$\omega = 16(0) - 5$

$\omega = 5$ rad/sekon

$t = 3$

$\omega = 16t - 5$

$\omega = 16(3) - 5$

$\omega = 43$ rad/sekon

c. $\omega = 16t - 5$

$t = 2$

$\omega = 16t - 5$

$\omega = 16(2) - 5$

$\omega = 27$ rad / sekon

d. $V = \omega \cdot r$

$V = 27 \times 0.2$

$V = 5.4$ m/s

e. Percepatan sudut (α)

$\alpha = d\omega / dt$

$\alpha = d(16t - 5)/dt$

$\alpha = 16$ rad/s^2

10. Partikel bergerak rotasi dengan $\alpha = (4t + 7)$ rad / s^2. Tentukan :

a) Fungsi kecepatan sudut

b) Fungsi posisi sudut

c) Percepatan rata-rata dari t = 0 hingga t = 2 sekon

Jawab

Diketahui: $\alpha = (4t + 7)\ rad / s^2$

Penyelesaian

a. $\alpha = (4t + 7)\ rad / s^2$

$\omega = \int \alpha .\ dt$

$\omega = \int (4t + 7)\ dt$

$\omega = 4/2\ t^2 + 7t$

$\omega = 2\,t^2 + 7t\ rad / sekon$

b. $\theta = \int \omega .\ dt$

$\theta = \int (2t^2 + 7t)\ dt$

$\theta = 2/3\ t^3 + 7t^2\ rad$

c. Percepatan rata-rata dari t = 0 hingga t = 2 sekon

t	$\omega = 2\,t^2 + 7t$
0	0
2	22

Maka;

$\alpha = \Delta\omega / \Delta t$

$\alpha = 22/ 2$

$\alpha = 11\ rad/ s^2$

Rangkuman :

Gerak rotasi yaitu gerak dengan lintasan melingkar dengan benda tegar

Kecepatan sudut dilambangkan dengan ω, $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

Percepatan sudut sesaat adalah $\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$

Setiap partikel yang bergerak melingkar tidak beraturan akan memiliki percepatan tangensial dan sentripetal. **Percepatan linier total** adalah

$$a = a_{tan} + a_R$$

Penurunan persamaan untuk **gerak rotasi dengan perepatan sudut konstan** sama dengan kasus gerak lurus dengan percepatan konstan, dengan mengganti x dengan θ, v dengan ω, a dengan α.

Penyebab gerak rotasi adalah bagian pembahasan **dinamika gerak rotasi**. Gerak rotasi disebabkan oleh gaya disekitar sumbu rotasi, yang dikenal dengan istilah torsi, dengan

$$\tau = r \times F$$

Usaha yang dilakukan torsi untuk **gerak rotasi**

$$dW = \tau \, d\theta$$

Laju usaha yang dilakukan **(daya/P) gerak rotasi** :

$$P = \tau \, \omega$$

Laju perubahan momentum sudut terhadap waktu sebesar torsi yang bekerja pada partikel tersebut

$$dl/dt = \tau$$

$I = \sum m_i r_i^2$ adalah momen kelembaman rotasi atau **momen inersia** sistem partikel

Untuk benda-benda kontinu momen inersia adalah

$$I = \int r^2 \, dm$$

Latihan soal :

1. Komidi putar berdiameter 4 meter dengan momen inersia 500 kg.m^2, melakukan satu putaran dalam waktu 5 sekon. Seorang anak yang bermassa 25 kg berjalan perlahan ke luar dari poros komidi putar. Hitunglah :
   a. Kecepatan anguler sebelum anak berjalan ke luar (tepi komidi putar).
   b. Momen inersia anak ketika berada di tepi luar komidi putar.
   c. Kecepatan anguler komidi putar ketika anak berada di tepi luarnya.
2. Sebuah gaya sebesar 200 N dalam arah tangensial bekerja pada tepi luar roda yang berdiameter 50 cm. Tentukan torsi yang dialami roda dari sudut 30^0 dan torsi maksimum yang mungkin dialami roda.
3. Sebatang tongkat panjangnya 1 meter. Jika poros diletakkan 25 cm dari salah satu ujungnya. Berapakah besar momen inersia tongkat tersebut. Turunkan persamaan momen inersianya.
4. Suatu meja berputar sekali dalam waktu 10 sekon. Momen inersia meja adalah 1200 kg.m^2. Seseorang bermassa 80 kg berdiri dari tengah meja, perlahan-lahan berjalan ke tepi meja. Jika diameter meja putar itu 4 meter. Tentukan :
   a. Kecepatan anguler meja mula-mula.
   b. Momen inersia orang saat berada di tepi luar.
   c. Kecepatan anguler meja saat orang berdiri di tepi luar meja.
5. Sebuah cakram berjari-jari 30 cm. Bermassa 20 kg. Bagian tepi luar cakram diberi gaya tangensial sebesar 100 N. Tentukan besar momen gaya dan percepatan sudut cakram. Hitung pula momen inersia cakram dimaksud.
6. Sebuah mesin memiliki gir dengan momen inersia 2,5 kg.m^2 jika laju sudut 400 putaran/menit dari keadaan diam tercapai setelah 8 sekon. Tentukan torsi yang dihasilkan gir tersebut.
7. Berdasarkan soal di atas tentukan energi kinetik rotasinya.
8. Sebuah roda dengan jari-jari 0,25 meter dililit dengan tali dan diberikan gaya sebesar 40 N pada tali untuk menggerakkan roda. Jika momen inersia roda 5 kg.m^2 tentukan percepatan sudut roda.

9. Sebuah gerinda yang terbuat dari batu berbentuk piringan padat berdiameter 0,52 meter dan massa 50 kg berputar sebanyak 850 rpm. Jika sebuah kapak ditekan dengan gaya 160 N untuk diasah ujungnya dan batu pengasah menjadi diam dalam waktu 8 sekon. Tentukan koefisien gesekan antara kapak dan batu pengasah.

10. Sebuah yoyo berdiameter 0,08 meter dan bermassa 0,18 kg dililit dengan tali yang bisa memulur dan memendek sambil yoyo berotasi. Tentukan : (a) besar tegangan tali saat yoyo menggelinding ke bawah, (b) waktu yang diperlukan untuk yoyo guna menggelinding sejauh 0,75 meter, dan (c) kecepatan sudut yoyo saat berputar sejauh 7,50 meter

11. Sebuah bola berlubang bermassa 2 kg menggelinding dari bidang miring yang memiliki sudut kemiringan 37^0. Tentukan besar percepatan tangensial yang dialami bola tersebut, hitung pula besar gaya gesek dan koefisien gesekan bola dengan bidang agar bola tidak slip.

12. Mainan komidi putar *merry-go-around* memiliki radius 2,4 m dan momen inersianya 2100 kg.m^2 jika seorang anak memberikan gaya sebesar 18 N pada bagian tangensialnya selama 15 sekon. Tentukan laju kecepatan sudut apabila mula-mula dari keadaan diam. Tentukan pula kerja yang diberikan torsi oleh anak tersebut.

13. Mesin pesawat memberikan daya sebesar 175 daya kuda (1 daya kuda = 750 W) dan menghasilkan rotasi sebanyak 2400 rpm. Hitunglah besar torsi yang dilakukan oleh mesin pesawat serta usaha torsi setiap satu kali putaran baling-baling.

14. Mesin mobil memberuikan daya keluaran 150 kW pada putaran sudut 4000 rpm. Jika diameter drum mesin mobil sebesar 0,4 m terpasang dan digunakan untuk menarik beban. Tentukan beban yang dapat diangkat dengan laju konstan.

15. Bumi bermassa 5,98 x 10^{24} kg dengan berotasi pada sumbunya selama 23 jam 56 menit. Tentukan momentum sudut bumi dan energi kinetik rotasi bumi.

16. Sebuah roda diberi gaya tangensial sebesar 5 N selama 2 sekon jika semula roda dalam keadaan diam akhirnya mencapai laju 100 putaran setiap menitnya. Setelah torsi dihilangkan rida dibiarkan berputar hingga akhirnya tepat berhenti setelah 125 sekon. Hitung jumlah putaran total yang dilakukan roda tersebut.

17. Sebuah batang panjangnya 2,5 meter dan bermassa 160 kg. Jika porosnya diletakkan sejauh 0,5 meter dari salah satu ujungnya. Tentukan besar momen inersia pada batang dimaksud.

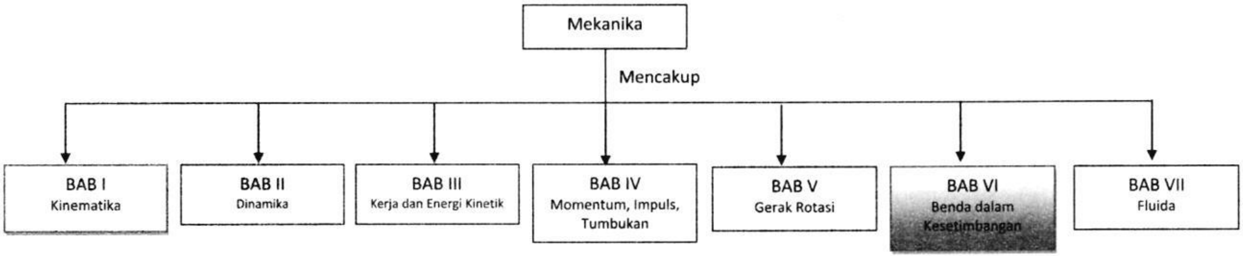
18. Bola bowling bergerak dari puncak bidang miring setinggi 10 meter. Jika massa bola 15 kg, tentukan kecepatan bola saat tepat menyentuh bagian dasar bidang dan berapa lama waktunya apabila kemiringan sudut elevasi bidang sebesar 30^0.

19. Sebuah piring memiliki massa 2 kg dan diputar dengan kecepatan sudut mula-mula 100 rpm. Jari-jari piring sebesar 25 cm. Kemudian sebuah benda persegi bermassa 500 gram diletakkan tepat di tepi piring kemudian diputar. Tentukan besar perubahan kecepatan sudut putaran piring itu sekarang.

20. Sebuah piringan pejal menggelinding tanpa slip dengan kecepatan 10 m/s mencoba menaiki bidang miring dengan sudut elevasi 60^0. Tentukan jarak dan tinggi piringan menaiki bidang tersebut sebelum tepat berbalik ke bawah.

BAB VI

Benda dalam Kesetimbangan ; Elastisitas dan Patahan



Tujuan Pembelajaran :

1. Mendeskripsikan syarat kesetimbangan
2. Menjelaskan pusat berat
3. Mengidentifikasi contoh kesetimbangan statik
4. Mendeskripsikan kopel
5. Menyelesaikan soal sederhana tentang kesetimbangan statik benda tegar

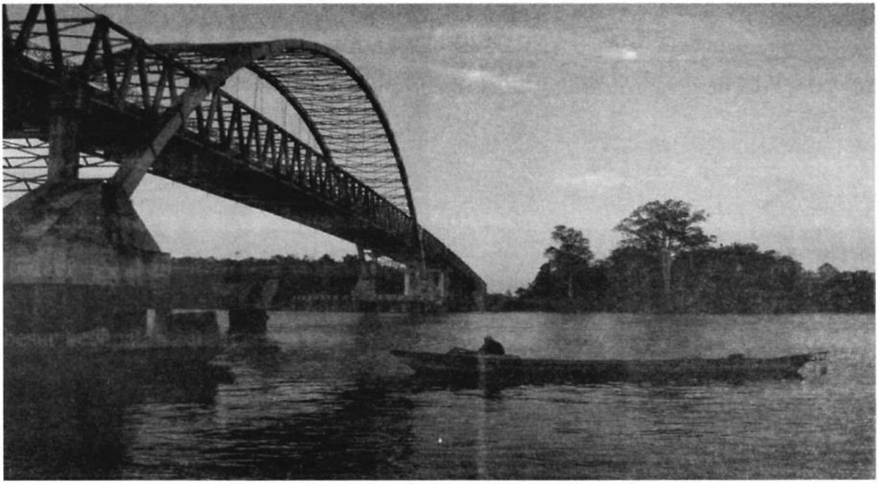
Deskripsi

Pada bab ini kita akan mengkaji gaya-gaya dalam benda-benda yang diam dengan gaya total dan torsi total nol. Bidang ini dikenal dengan istilah statika,sebenarnya tidak mungkin ditemukan bahkan pada benda yang diam tidak ada gaya-gaya yang bekerja pada benda. Selalu ada gaya-gaya yang bekerja pada benda bahkan kadang gaya-gaya itu sangat besar hingga dapat merubah bentuk benda atau memecahkan dan mematahkan benda. Menghindari kepatahan benda ini menjadi sangat penting untuk dikaji.

Relevansi

Menghindari kerusakan benda merupakan salah satu kegunaan mekanika. Ilmu tentang benda dalam kesetimbangan menjadi jembatan pemanfaatan mekanika di ilmu tekhnik bangunan.

Kata-kata kunci : Kesetimbangan, gaya total, torsi total, elastisitas, tegangan, regangan, patahan.

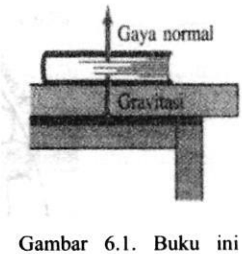


(www.Jembatan kahayanblogspot.com)

Pada bab ini kita akan mengkaji gaya-gaya dalam benda-benda yang diam dengan gaya total dan torsi total nol. Bidang ini dikenal dengan istilah statika, sebenarnya tidak mungkin ditemukan bahkan pada benda yang diam tidak ada gaya-gaya yang bekerja pada benda. Selalu ada gaya-gaya yang bekerja pada benda bahkan kadang gaya-gaya itu sangat besar hingga dapat merubah bentuk benda atau memecahkan dan mematahkan benda. Untuk menghindari masalah-masalah inilah bidang ini menjadi menarik dan sangat penting untuk dikaji.

6.1. Statika- Studi Gaya dalam Kesetimbangan

Benda-benda disekitar kita akan selalu ada gaya yang bekerja padanya. Pada setiap benda minimal ada gaya gravitasi yang bekerja padanya. Jika benda-benda tersebut dalam keadaan diam maka pasti ada gaya lain yang juga bekerja sehingga gaya total pada benda nol. Sebagai contoh buku yang diam diatas meja, mempunyai dua gaya yang bekeja padanya yaitu gaya gravitasi ke bawah dan gaya normal yang diberikan meja ke buku yang berarah ke atas.



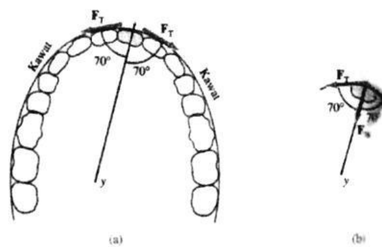
Gambar 6.1. Buku ini berada dalam kesetimbangan, gaya total yang bekerja padanya adalah nol

Hal inilah yang menjadi subjek dalam statika yaitu penghitungan gaya-gaya yang bekerja dalam system yang setimbang. Penentuan gaya-gaya ini akan menentukan apakah system dapat menahan gaya-gaya ini atau tidak yang berakibat berubahnya bentuk benda atau patahnya benda.

Gambar 6.2. Ketidaksetimbangan Jembatan kutai kartanegara kaltim (gstatic.com)

Contoh kasus :

Kawat untuk meluruskan gigi dibawah memiliki tegangan 2,0 N.Kawat ini kemudian memberikan gaya 2,0 N pada gigi tempat kawat dipasang ke dua arah seperti tampak di Gambar. Hitung gaya resultan pada gigi yang disebabkan oleh kawat, Fw.



Gambar 6.3. Gaya-gaya pada gigi

Penyelesaian :

Karena kedua gaya sama besar, jumlahnya akan memiliki arah sepanjang garis yang membagi dua sudut diantaranya, missal sumbu y. Komponen x dari gaya nol. Komponen y dari setiap gaya adalah (2,0 N)(cos 70) = 0,68 N, jika keduanya ditambahkan maka Fw sebesar 1,36 N. Perhatikan jika kawat kencang ke gigi tegangan akan ke kanan dapat dibuat lebh besar daripada ke kiri.

6.2. Syarat-syarat Kesetimbangan

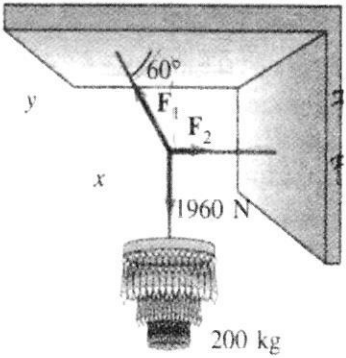
Agar benda diam, jumlah gaya yang bekeja padanya harus nol. Gaya merupakan vector maka syarat kesetimbanganya adalah

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0,$$

Jika komponen gaya bekerja pada sumbu x atau y negatif maka tandanya harus negatif.

Contoh soal :

Hitung tegangan F1 dan F2 pada kedua tali yang dihubungkan dengan tali lain yang menahan beban lampu gantung 200 kg pada Gambar di bawah ini



Gambar 6.4. Gaya-gaya pada lampu yang digantungkan

Penyelesaian :

Ketiga gaya F1, F2 dan berat lampu gantung 200 kg bekerja pada satu titik dimana ketiga tali bertemu. Kita pilih titik pertemuan ini sebagai benda yang kita tuliskan persamaanya $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$. Pada lampu gantung sendiri tidak diiperhitungkan karena ada dua gaya yyang saling menghilangkan yaitu gaya berat dan gaya normal ke atas. Ada dua gaya yang tidak diketahui, F1 dan F2. Pertama kita uraikan F1 menjadi komponen x dan y dan dapat dituliskan sebagai $F_{1x} = -F_1 \cos 60^o$ dan $F_{1y} = F1 \sin 60o$. F2 hanya memiliki komponen x. Pada arah vertical hanya ada berat lampu gantung = (200 kg)(g) yang bekerja ke bawah dan komponen vertical F1 ke atas. Karena $\sum F_y = 0$, diperoleh

$$\sum F_y = F_1 \sin 60^o - (200\, kg)(g) = 0$$

Jadi $F_1 = \frac{(200\ kg)g}{\sin 60^o} = \frac{(200\ kg)g}{0{,}866} = (231\ kg)g = 2260\ N$

Pada arah horizontal,

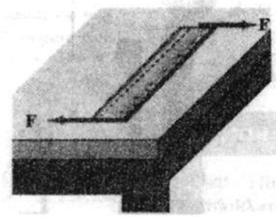
$$\sum F_x = F_2 - F_1 \cos 60^o = 0$$

maka

$$F_2 = F_1 \cos 60^o = (231\ kg)(g)(0{,}500) = (115\ kg)g = 1130\ N$$

Besar F1 dan F2 menentukan kekuatan tali atau kawat yang harus digunakan. Kawat harus dapat menahan paling tidak 231 kg.

Gambar disamping menunjukkan sebuah benda dengan gaya total nol, walaupun kedua gaya menghasilkan gaya total nol pada benda, mereka menambah torsi total yang akan merotasi benda. Tampak bahwa gaya total mistar nol tetapi gaya-gaya itu menambah torsi yang akan merotasi benda karena $\sum \tau = I\alpha$, agar benda tetap diam maka torsi total yang bekerja pada benda harus nol. Jadi syarat kedua kesetimbangan adalah



Gambar 6.5. Walaupun gaya total nol penggaris akan bergerak(berotasi). Sepasang gaya yang sama yang bekerja dengan arah berlawanan tetapi pada titik yang berbeda pada sebuah benda disebut sebagai kopel

$$\sum \tau = 0$$

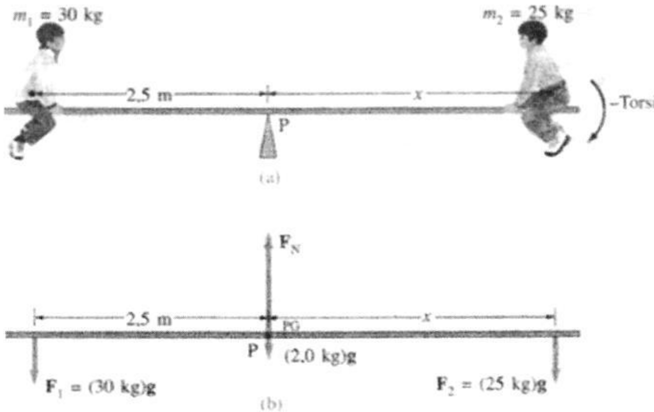
Hal ini akan menjamin bahwa percepatan sudut sekitar sumbu nol. Pada bidang xy agar setimbang harus memenuhi kedua syarat ini. Torsi dihitung sekitar sumbu yang tegak lurus bidang xy.

Contoh soal :

Sebuah papan jungkat jungkit 2,0 kg dimainkan oleh dua orang anak seperti tampak pada Gambar. Pada jarak berapa anak kedua harus duduk dari titik tumpu agar setimbang?Anggap papan serbasama dan berpusat pada titik tumpu.

Penyelesaian :

Diagram benda bebasnya seperti tampak di Gambar. Gaya yang bekerja diberikan oleh kedua anak ke arah bawah F_1 dan F_2, gaya ke atas FN diberikan oleh titik tumpu, gaya gravitasi bekerja pada pusat papan. Kita hitung torsi sekitar titik tumpu P,lengan gaya untuk FN dan untuk berat pada papan adalah nol. Persamaan torsi hanya dari gaya-gaya F_1 dan F_2 yang sama dengan berat anak-anak tersebut.



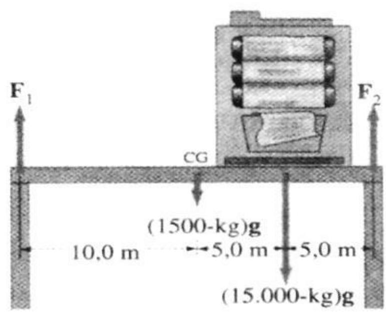
Gambar 6.6. (a)Dua anak pada papan jungkat –jungkit.(b)Diagram benda bebas papan

$$\sum \tau = (30\,kg)(g)(2{,}5\,m) - (25\,kg)(g)(x) = 0$$

Torsi yang searah jarum jam adalah negative dan yang berlawanan arah positif. Maka

$$x = \frac{(30\,kg)(2{,}5\ m)}{25\,kg} = 3{,}0\,m$$

Jadi anak kedua harus duduk 3,0 m dari titik tumpu agar jungkat jungkit setimbang karena ia lebh ringan maka posisinya harus lebih jauh dari titik tumpu dibandingkan anak pertama.



Gambar 6.7. Balok 1500 kg menopang mesin yang massanya 15.000 kg.

Contoh soal :

Sebuah balok serbasama 1500 kg, panjang 20,0 m, menopang mesin pencetak bermassa 15.000 kg dan berjarak 5,0 m dari penopang kanannya seperti pada Gambar. Hitung gaya pada setiap penopang vertikal tersebut !

Penyelesaian :

Gaya-gaya F1 dan F2 adalah gaya yang bekerja pada balok oleh penopang. Berat balok bekerja pada pusat gravitasinya yaitu berjarak 10 m dari tiap penopang. Untuk memudahkan kita pilih torsi di sekitar titik kerja F1 karena gaya F1 tidak termasuk dalam torsi karena lengan gayanya nol. Maka

$$\sum \tau = 0$$

$$\sum \tau = -(10{,}0\ m)(1500\ kg)g - (15{,}0\ m)(15.000\ kg)g + (20{,}0\ m)F_2 = 0$$

$$F_2 = (12.000 kg)g = 118.000\ N$$

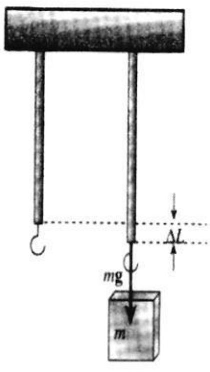
dan $\sum F_y = 0$

$$\sum F_y = F_1 - (1500\ kg)g - (15.000\ kg)g + F_2 = 0$$

$$F_1 = 44.100\ N$$

6.3. Elastisitas ; Tegangan dan Regangan

Jika sebelumnya kita menghitung gaya pada benda setimbang, sekarang yang menjadi perhatian kita adalah pengaruh gaya-gaya tadi pada benda. Benda dapat berubah bentuk bahkan patah karena gaya-gaya ini.

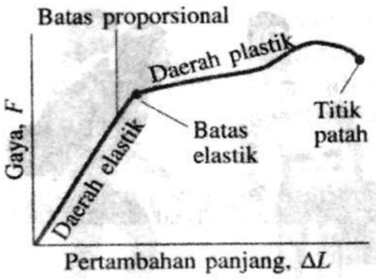


Gambar 6.8. Hukum Hooke : ΔL sebanding dengan gaya yang diberikan

Apabila sebuah gaya mengenai benda seperti batang logam yang digantung vertical, panjang benda berubah(Gambar 6.8), eksperimen menunjukkan bahwa ΔL sebanding dengan berat benda atau gaya yang diberikan pada benda, hal ini dapat dituliskan sebagai

$$F = k\Delta L$$

F adalah gaya atau berat yang menarik benda, ΔL perubahan panjang dan k adalah konstanta pembanding. Persamaan ini dikenal sebagai hukum Hooke, hukum ini berlaku untuk semua benda padat. Jika gaya terlalu besar benda meregang sangat besar hingga patah. Gambar 6.9, menunjukkan grafik yang khas dari pertambahan panjang terhadap gaya yang diberikan, sampai suatu batas proporsional.



Gambar 6.9. Gaya yang diberikan terhadap pertambahan panjang untuk logam biasa dibawah tegangan

Eksperimen memperlihatkan bahwa perubahan panjang benda juga dipengaruhi oleh bentuk materi dan dimensinya atau secara matematis dituliskan sebagai

$$\Delta L = \frac{1}{E}\frac{F}{A}L_0$$

L_0 adalah panjang awal benda, A luas penampang lintang, E adalah konstanta pembanding yang disebut sebagai modulus elastic atau modulus young yang nilainya hanya bergantung pada materi.

Tegangan adalah gaya yang bekerja pada luasan tertentu,

Tegangan = gaya/luas = F/A

Ada tiga jenis tegangan yaitu tegangan tarik, tegangan tekan dan tegangan geser. Perumusan matematis untuk menentukan ketiga tegangan ini samadengan rumus umum penentuan perubahan panjang benda. Untuk tegangan geser misalnya dapat digunakan persamaan

$$\Delta L = \frac{1}{G}\frac{F}{A}L_0$$

Dengan G adalah modulus geser dengan nilai biasanya setengah sampai sepertiga modulus elastic E.

Sedangkan regangan adalah perbandingan perubahan panjang dengan panjang awal

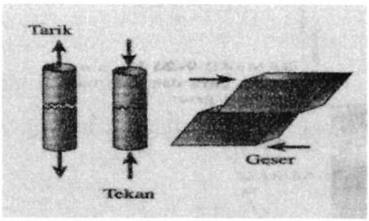
Regangan = perubahan panjang/panjang awal = $\frac{\Delta L}{L_o}$

Jika benda mengalami gaya internal dari semua sisi volumenya akan berkurang. Contoh benda yang dimasukkan dalam fluida, fluida akan menekan benda ke segala sisi maka

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{B}\Delta P$$

atau $B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V_o}$ dengan B adalah modulus bulk, tanda minus menunjukkan bahwa volume berkurang terhadap penambahan tekanan.

6.4. Patahan

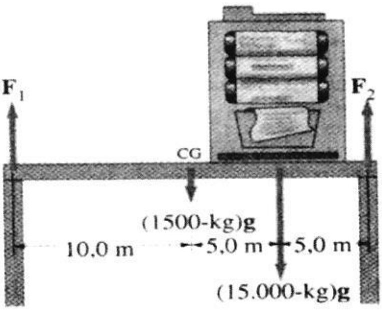


Gambar 6.11. Patahan sebagai akibat dari tiga jenis tegangan

Jika tegangan pada benda padat terlalu besar benda akan patah seperti tampak pada Gambar 6.11.

Contoh soal :

(a)Berapa luas penampang lintang minimum yang harus dimiliki dua tiang untuk menopang balok serbasama 1500 kg, panjang 20,0 m, menopang mesin pencetak bermassa 15.000 kg dan berjarak 5,0 m dari penopang kanannya seperti pada Gambar. Tang-tiang terbuat dari beton dan diperlukan factor aman sebesar 6. Pada soal sebelumnya telah diperoleh bahwa tang sebelah kiri menopang 4,,4 x 10^4 N dan yang di kanan menopang 1,2 x 10^5 N. (b)Seberapa besar tiang-tiang tersebut tertekan di bawah beban itu?



Gambar 6.12. Mesin pencetak di topang dua buah tiang

Penyelesaian :

(a) Tiang kanan menerima gaya yang lebih besar. Jelas tiang ini di bawah tekanan dan dari table kekuatan makimum untuk baja adalah 2,0 x 10^7 N/m^2 dengan factor aman 6 tegangan maksimum yang diperbolehkan adalah 1/6 (2,0 x 10^7 N/m^2)=3,3 x 10^6 N/m^2 yang sama dengan F/A, dengan F = 1,2 x 10^5 N maka $A = \frac{1{,}2 \text{ x } 10^5 \text{ N}}{3{,}3 \text{ x } 10^6 \text{ N/m}^2} = 3{,}6 \text{ x } 10^{-2}\text{m}^2$. Penopang dengan luas 18 x 20 cm^2 akan memadai

(b) $\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{1}{E}\frac{F}{A} = \left(\frac{1}{2{,}0 \text{ x } 10^{10}\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}\right)\left(3{,}3 \text{ x } 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right) = 1{,}7 \text{ x } 10^{-4}$. Jika penopang memiliki panjang Lo = 5,0 m,$\Delta L = 0{,}85x10^{-3}m$ atau sekitar 1 mm. Perhitungan ini untuk penopang sebelah kanan. Jika penopang kiri dibuat dengan luas yang sama ia akan lebih sedikit tertekan dan hal ini harus diperhitungkan.

Rangkuman :

Kesetimbangan adalah keadaan benda yang cenderung diam atau bergerak dengan keepatan konstan. Gaya-gaya dalam benda-benda yang diam dengan gaya total dan torsi total nol. Bidang ini dikenal dengan istilah **statika.**

Agar benda diam, jumlah **gaya yang bekeja padanya harus nol**. Gaya merupakan vector maka syarat kesetimbanganya adalah

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0,$$

agar benda tetap diam maka **torsi total yang bekerja pada benda harus nol**. Jadi syarat kedua kesetimbangan adalah

$$\sum \tau = 0$$

Persamaan **hukum Hooke** berlaku pada banyak zat padat. F adalah gaya atau berat yang menarik benda, ΔL perubahan panjang dan k adalah konstanta pembanding.

$$F = k\Delta L$$

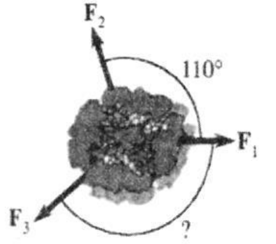
Tegangan adalah gaya yang bekerja pada luasan tertentu, Tegangan = gaya/luas = F/A

Regangan adalah perbandingan perubahan panjang dengan panjang awal,

$$\text{Regangan} = \text{perubahan panjang/panjang awal} = \frac{\Delta L}{L_o}$$

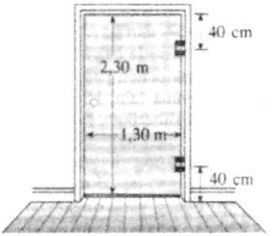
Latihan soal :

1. Tiga gaya yang diberikan pada pohon muda, sebagaimana Gambar 6.13. Untuk menstabilkannya. Jika F1 = 282 N dan F2 = 355 N cari besar dan arah F3!



Gambar 6.13. Gambar untuk soal no. 1

2. Pintu berukuran tinggi 2,30 m dan lebar 1,30 m bermassa 13,0 kg. Engsel yang berjarak 0,40 m dari atas dan satu engsel lagi pada 0,40 m dari bawah masing-masing menopang setengah dari berat pintu seperti Gambar 6.14. Anggap pusat gravitasi berada pada pusat geometris pintu, tentukan komponen-komponen gaya horizontal dan vertical yang diberikan setiap engsel pada pintu

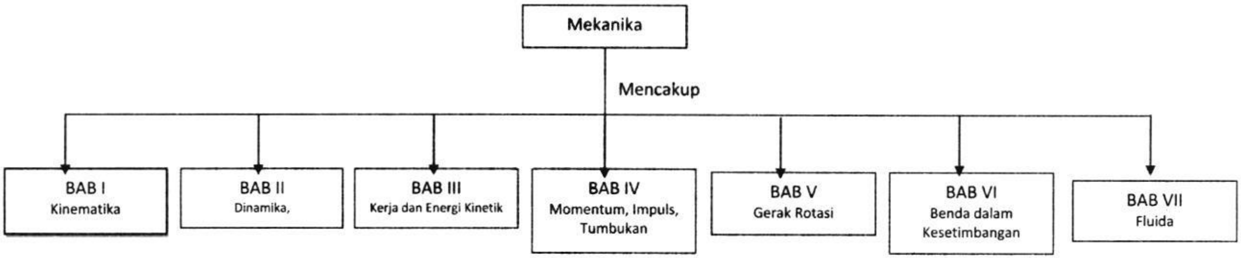


Gambar 6.14. Gambar untuk soal no 2

3. Tiang marmer dengan luas penampang lintang 2,0 m^2 menopang 25.000 kg .(a)Berapa tegangan di dalam tiang,(b) Berapa regangannya ?
4. Seberapa besar tiang pada soal diatas menjadi bertambah pendek jika tingginya 12 m?
5. Pada kedalaman 2000 m didalam laut, tekanan kira-kira 200 kali tekanan atmosfir ($1,1 \times 10^5$ N/m^2). Berapa pesentase perubahan volume bathysphere berubah pada kedalaman ini ?
6. Sebuah tiang dipasang horizontal terhadap dinding depan sebuah toko. Papan nama 5,1 kg bergantung pada tiang tersebut di titik 2,2 m dari dinding seperti pada Gambar. (a)Berapa torsi yang disebabkan papan nama ini jika dihitung terhadap titik dimana tiang bertemu dinding?(b) Agar tiang tidak jatuh harus ada torsi lain yang diberikan untuk mengimbangnya. Apa yang memberikan torsi ini?Gunakan diagram untuk menunjukkan bagaimana torsi ini harus bekeja.(c) Bahas bagaimana tekanan , tarikan, atau geseran berperan dibagian (b)
7. Jika gaya tekan sebesar $3,6 \times 10^4$ N diberikan pada ujung tulang yang panjangnya 20 cm dengan luas penampang lintang 3,6 cm2 ,(a) Apakah tulang akan patah, (b) Jika tidak,seberapa tulang itu akan memendek?

BAB VII

FLUIDA



Tujuan Pembelajaran :

1. Menjelaskan kerapatan
2. Mendeskripsikan tegangan dan regangan
3. Mendeskripsikan tekanan fluida
4. Mendeskripsikan gaya apung ke atas dan prinsip Archimedes
5. Mendeskripsikan tegangan permukaan dan kapilaritas
6. Mendeskrpsikan fluida bergerak dan persamaan Bernoulli
7. Mendeskripsikan aliran viskos

Deskripsi

Pada bab ini akan dibahas mekanika pada fluida, baik statika fluida dan dinamika fluida. Pembahasan dimulai dengan konsep massa jenis dan gravitasi khusus, tekanan, prinsip Pascal, prinsip Archimedes, kontinuitas dan persamaan Bernoulli.

Relevansi

Untuk zat cair atau fluida maka konsep mekanikanya dibahas khusus karena ada sifat fluida yang khusus seperti tekanan dan alirannya. Konsep mekanika fluida menjadikan sifat-sifat fluida dapat dimanfaatkan untuk teknologi misal dengan persamaan Bernoullinya.

Kata-kata kunci : Fluida, massa jenis, gravitasi khusus, tekanan, prinsip Pascal, pengapungan, prinsip Archimedes, Kecepatan aliran, persamaan kontinuitas, persamaan Bernoulli.

Zat yang tersebar di alam dibedakan dalam tiga keadaan (fase), yaitu fase padat, cair dan gas. Beberapa perbedaan di antara ketiganya adalah: 1) Fase padat, zat mempertahankan suatu bentuk dan ukuran yang tetap, meskipun suatu gaya yang besar dikerjakan pada benda tersebut. 2) Fase cair, zat tidak mempertahankan bentuk yang tetap melainkan mengikuti bentuk wadahnya. Tetapi seperti halnya fase padat, pada fase cair zat tidak mudah dimampatkan, dan volumenya dapat diubah hanya jika dikerjakan gaya yang sangat besar. 3) Fase gas, zat tidak mempunyai bentuk tetap, tetapi akan berkembang mengisi seluruh wadah.

Karena fase cair dan gas memiliki karakter tidak mempertahankan suatu bentuk yang tetap, maka keduanya mempunyai kemampuan untuk mengalir, dengan demikian keduanya disebut fluida. Fluida adalah zat alir, yaitu zat yang dalam keadaan biasa dapat mengalir. Salah satu ciri fluida adalah kenyataan bahwa jarak antar molekulnya tidak tetap, bergantung pada waktu. Ini disebabkan oleh lemahnya ikatan antara molekul (gaya kohesi).

Gaya kohesi antar molekul gas sangat kecil jika dibandingkan gaya kohesi antar molekul zat cair. Keadaan ini menyebabkan molekul-molekul gas menjadi relatif bebas sehingga gas selalu memenuhi ruang. Sebaliknya molekul-molekul zat cair terikat satu sama lainnya sehingga membentuk suatu kesatuan yang jelas, meskipun bentuknya sebagian ditentukan oleh wadahnya.

Akibat lainnya adalah kemampuannya untuk dimampatkan. Gas bersifat mudah dimampatkan sedangkan zat cair sulit. Gas jika dimampatkan dengan tekanan yang cukup besar akan berubah manjadi zat cair. Mekanika gas dan zat cair yang bergerak mempunyai perbedaan dalam beberapa hal, tetapi dalam keadaan diam keduanya mempunyai perilaku yang sama dan ini dipelajari dalam statika fluida. Selain Statika Fluida, pada bagian ini juga akan dikaji dinamika fluida.

7.1. Massa Jenis dan Gravitasi Khusus

Air dan minyak tidak dapat tercampur sempurna adalah salah satu fenomena massa jenis. Setiap benda memiliki massa jenis tertentu. Massa jenis (***density***), ρ adalah massa per satuan volum suatu benda.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

dengan m massa benda dan V volum benda.

Selain kerapatan, besaran lain yang sering digunakan dalam menangani persoalan fluida adalah berat jenis. Berat jenis suatu benda didefinisikan sebagai perbandingan kerapatan benda tersebut terhadap kerapatan air pada suhu 4^0C. Dengan demikian berat jenis merupakan besaran murni tanpa dimensi maupun satuan.

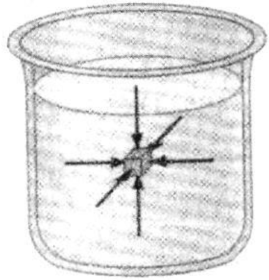
Gravitasi khusus suatu zat didefinsikan sebagai perbandingan massa jenis zat dengan massa jenis air pada 4,0 °C. Gravitasi khusus disingkat GK merupakan angka tanpa dimensi dan satuan.

7.2. Tekanan pada Fluida

Tekanan adalah gaya per satuan luas, dengan gaya F yang bekerja tegak lurus terhadap permukaan A :

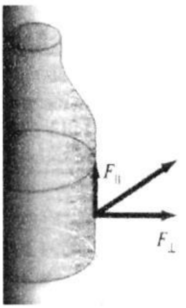
$$tekanan = P = \frac{F}{A}$$

Satuan SI untuk tekanan adalah N/m^2 atau pascal (Pa).



Gambar 7.1.besar tekanan selalu sama disemua arah pada fluida untuk kedalaman tertentu jika tidak fluida akan bergerak

Konsep tekanan sangat berguna ketika membahas fluida. Dari eksperimen disimpulkan bahwa fliuda memberikan tekanan ke segala arah. Hal ini telah dikenal dan dirasakan oleh perenang yang merasakan tekanan pada seluruh tubuh mereka. Pada setiap titik fluida yang diam besarnya tegangan dari seluruh arah sama. Seperti ilustrasi pada Gambar 7.1. Kubus mengalami tekanan yang sama besar dari setiap sisi,kubus sangat kecil sehingga pengaruh gravitasi diabaikan. Pada fluida yang diam gaya yang disebabkan tekanan fluida selalu bekerja tegak lurus terhadap permukaan yang bersentuhan dengannya. Jika ada komponen gaya yang sejajar dengan permukaan seperti Gambar 7.2, maka menurut hukum Newton Ketiga permukaan akan memberikan gaya kembali pada fluida dengan arah sejajar permukaan.



Gambar 7.2. Komonen gaya yang sejajar permukaan

Secara kuantitatif tekanan zat cair dengan massa jenis yang serba sama, karena F = mg = ρAhg, Ah adalah volume kolom, ρ adalah massa jenis zat cair dan g gravitasi. Tekanan P adalah

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\rho Ahg}{A}$$

$$P = \rho gh$$

P adalah tekanan dari zat cair itu sendiri.

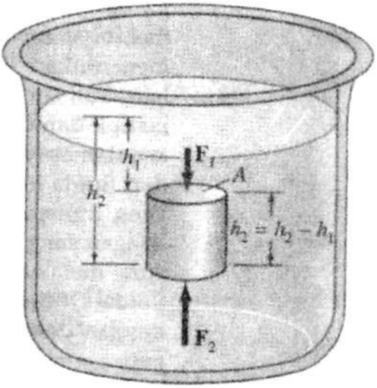
7.3. Prinsip Pascal

Atmosfir bumi memberikan tekanan pada semua benda yang bersentuhan dengannya, termasuk fluida. Tekanan luar yang bekerja pada fluida disalurkan ke seluruh fluida. Tekanan total pada fluida adalah tekanan dari fluida itu sendiri dan tekanan dari udara di atas fluida. Prinsip ini dicetuskan Pascal. **Prinsip Pascal** menyatakan bahwa *tekanan yang diberikan pada fluida dalam suatu tempat akan menambahkan tekanan keseluruhan dengan besar yang sama.* Prinsip Pascal banyak digunakan pada alat-alat praktis, contoh rem hidrolik dan lift hidrolik.

7.4. Pengapungan dan Prinsip Archimedes

Benda-benda yang dimasukkan ke fluida akan tampak lebih kecil massanya daripada massa benda itu ketika diluar fluida. Batu akan lebih mudah diangkat jika didalam air daripada di luar air. Hal tersebut terjadi karena ketika di dalam air benda akan mendapat gaya dari fluida sehingga terasa lebih ringan. Banyak benda yang mengapung di air seperti kayu, gaya gravitasi bekerja kearah bawah dan gaya apung oleh fluida bekerja ke arah atas. Jika gaya apung lebih besar maka benda akan mengapung di fluida.

Gaya apung terjadi karena tekanan pada fluida berrtambah terhadap kedalaman, sehingga tekanan ke atas pada permukaan bawah benda lebih besar dari tekanan pada permukaan atas benda karena perbedaan kedalaman fluida.



Gambar 7.3. Menghitung gaya apung

Gaya apung F_B bekerja keatas dengan besar

$$F_B = F_2 - F_1$$

$$F_B = \rho_F g A(h_2 - h_1)$$

$$F_B = \rho_F g A h = \rho_F g V$$

dimana V=Ah adalah volume silinder, karena ρ_F adalah massa jenis fluida maka $\rho_F g A h = m_F g$ merupakan berat fluida yang mempunyai volume yang sama dengan volume silinder. Sehingga gaya apung pada silinder sama dengan berat fluida yang dipindahkan oleh silinder. Hal ini merupakan penemuan Archimedes dan disebut sebagai prinsip Archimedes : *gaya apung yang bekerja pada benda yang dimasukkan dalam fluida sama dengan berat fluida yang dipindahkannya.*

Prinsip Archimedes belaku sama baiknya untuk benda-benda terapung, seperti kayu. Secara umum *benda dapat terapung pada fluida jika massa jenisnya lebih kecil* *dari massa jenis fluida tersebut.* Pada kesetimbangan saat benda terapung maka gaya apung sama dengan berat benda.

$$F_B = w$$

$$\rho_F V_{pinda\ h} g = \rho_o V_o g$$

$$\frac{V_{pinda\ h}}{V_o} = \frac{\rho_o}{\rho_F}$$

dimana Vo adalah volume total benda dan Vpindah adalah volume fluida yang dipindahkan(volum yang terbenam). Jadi bagian benda yang terbenam dinyatakan sebagai perbandingan massa jenis benda terhadap fluida.

Contoh soal :

Sebuah patung kuno 70 kg tenggelam di dasar laut. Volumenya 3,0 x 10^4 cm^3. Berapa gaya yang diperlukan untuk mengangkatnya?

Penyelesaian :

Gaya apung pada patung yang disebabkan air sama dengan berat benda, dengan $\rho\ air\ laut = 1{,}025\ x\ 10^3 kg/m^3$.

$$F_B = m_{H_2o} g = \rho_{H_2O} V = \left(\frac{1{,}025x10^3 kg}{m^3}\right)\left(9{,}8\frac{m}{s^2}\right)(3{,}0\ x\ 10^{-2} m^3) = 3{,}0\ x\ 10^2 N$$

Berat patung = mg = (70 kg)(9,8 m/s^2)= 6,9 x 10^2 N. Berarti gaya yang diperlukan untuk mengangkatnya adalah 690 N – 300 N = 390 N. Seakan-akan patung tersebut bermassa hanya sekitar 390 N/9,8 m/s^2= 40 kg

7.5. Gerak Fliuda ; Laju Aliran dan Persamaan Kontinuitas

Dinamika fluida membahas tentang gerak fluida. Aliran fluida dibedakan menjadi dua tipe, yaitu: 1) Aliran lurus *(streamline)* atau aliran laminar. Terjadi jika aliran lancar, sehingga lapisan fluida yang saling berdekatan mengalir dengan lancar. Setiap partkel fluida mengikuti sebuah lintasan lurus yang tidak saling menyilang. 2) Aliran turbulen atau aliran bergolak. Di atas kecepatan tertentu, yang tergantung pada sejumlah faktor, aliran akan bergolak. Aliran ini dicirikan oleh ketidaktentuan, kecil, melingkar-lingkar seperti pusaran air yang disebut sebagai arus eddy atau kisaran.

Massa fluida yang bergerak tidak berubah ketika mengalir. Fakta ini membimbing kita pada hubungan kuantitatif penting yang disebut persamaan kontinuitas. Volume fluida yang mengalir pada bagian pertama, V_1, yang melewati luasan A_1 dengan laju v_1 selama rentang waktu Δt adalah $A_1 v_1 \Delta t$. Dengan mengetahui hubungan Volume dan Massa jenis, maka laju aliran massa yang melalui luasan A_1 adalah:

$$\Delta m = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t = \rho A v$$

Keadaan yang sama terjadi pada bagian kedua. Laju aliran massa yang melewati A_2 selama rentang waktu Δt adalah: $\rho_2 A_2 v_2$

Volume fluida yang mengalir selama rentang waktu Δt pada luasan A_1 akan memiliki jumlah yang sama dengan volume yang mengalir pada A_2. Dengan demikian:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Persamaan diatas adalah persamaan kontinuitas. Jika $\rho_1 = \rho_2$, maka persamaan tersebut menjadi :

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

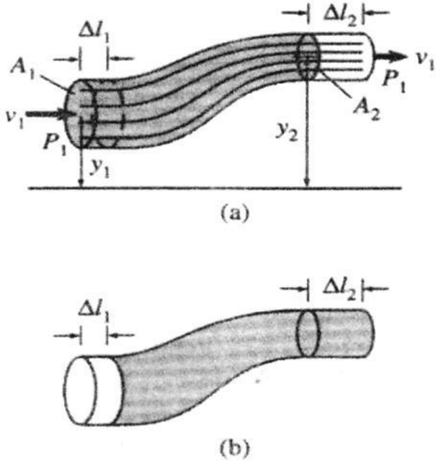
7.6. Persamaan Bernoulli

Salah satu persamaan fundamental dalam persoalan dinamika fluida adalah persamaan Bernoulli. Persamaan ini memberi hubungan antara tekanan, kecepatan dan ketinggian pada titik-titik sepanjang garis alir. Penurunan persamaan Bernoulli dapat dilakukan dengan menggunakan hukum kekekalan energi, dalam hal ini kerja total (net-work) sama dengan perubahan energi mekanik total yaitu perubahan energi kinetik ditambah perubahan energi potensial. Fluida dinamika yang memenuhi hukum

Bernoulli adalah fluida ideal yang karakteristiknya; mengalir dengan garis-garis arus atau aliran tunak, tak kompresibel dan tak kental.

Dengan menggunakan hukum kekekalan energi, dalam hal ini kerja total (net-work) sama dengan perubahan energi mekanik total, yaitu perubahan energi kinetik ditambah perubahan energi potensial diperoleh persamaan Bernoulli sebagai berikut :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$



Gambar 7.4. Aliran fluida untuk penurunan persamaan Bernoulli

Rangkuman :

Zat yang tersebar di alam dibedakan dalam tiga keadaan (fase), yaitu fase padat, cair dan gas. Fase cair dan gas memiliki karakter tidak mempertahankan suatu bentuk yang tetap, maka keduanya mempunyai kemampuan untuk mengalir, dengan demikian keduanya disebut **fluida**.

Tekanan adalah gaya per satuan luas, tekanan pada kedalaman h di dalam zat cair adalah

$$P = \rho g h$$

Prinsip Pascal menyatakan bahwa *tekanan yang diberikan pada fluida dalam suatu tempat akan menambahkan tekanan keseluruhan dengan besar yang sama.*

Prinsip Archimedes : *gaya apung yang bekerja pada benda yang dimasukkan dalam fluida sama dengan berat fluida yang dipindahkannya.*

Laju aliran fluida adalah massa atau volume fluida per satuan waktu. Persamaan kontinuitas menyatakan bahwa yang tidak bisa ditekan yang mengalir dalam tabung tertutup, hasil kali kecepatan aliran dan luas penampang lintang tabung tetap konstan.

Av = konstan

Prinsip Bernoulli memperlihatkan bahwa jika kecepatan fluida tinggi maka rendah, sebaliknya jika tekanannya tinggi maka kecepatan fluida rendah. Persamaan Bernoulli adalah :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Latihan Soal :

1. Jika satu materi memiliki massa jenis yang lebih tinggi dari yang lainnya, apakah ini berarti molekul materi pertama harus lebih berat dari yang kedua ?
2. Penumpang pesawat udara seringkali memperhatikan bahwa botol kosmetik mereka dan tempat penyimpanan lainnya bocor setelah suatu perjalanan. Apa yang menyebabkan hal ini ?
3. Mengapa Anda lebih mudah mengapung di air garam daripada di air biasa ?
4. Tekanan ukur maksimum pada lift hidrolik adalah 18 atm. Berapa mobil terbesar dalam kg yang dapat diangkatnya ? jika diameter jalur output adalah 22 cm ?
5. Potongan kayu 0,48 kg terapung di air tetapi tenggelam di alcohol(gravitasi khususnya 0,79) dengan massa seluruhnya adalah 0,035 kg. Berapa GK kayu ?
6. Berapa laju aliran volume air dari keran dengan diameter 1,60 cm jika puncak tekanannya adalah 12,0 atm ?
7. Seorang tukang kebun merasa waktu yang dibutuhkan untuk menyiram kebunya dengan selang berdiameter 3/8 inci terlalu lama. Dengan factor berapa waktunya akan lebih singkat jika ia menggunakan selang berdiameter 5/8 ?

DAFTAR PUSTAKA

Alonso, Marcelo. 1980. *Fundamental University Physics*. 2nd Edition(Terjemahan oleh Lea Prasetyo dan Kusnul Hadi). Jakarta. Erlangga

D. Halliday & Resnik. 1984. *Fisika*. Ed ke 3 (Terjemah dari P. Silaban & E. Sucipto). Jakarta. Erlangga

Giancoli, C Douglas. 2001. Fisika jilid 1(edisi kelima). Jakarta. Erlangga

Sutrisno. 1986. *Seri Fisika Dasar : Mekanika*. Bandung. ITB

Sears & Zemansky. 2004. *Fisika Universitas jilid 1*(terjemah). Jakarta. Erlangga

Tipler. 1991. *Fisika untuk Sains dan Tehnik*(terjemahan)Jilid 1. Jakarta. Erlangga.

Biografi

Santiani Adalah staf pengajar Tadris Fisika di Sekolah Tinggi Agama Islam Negeri (STAIN) Palangkaraya Kalimantan Tengah. Ia kelahiran Pangkalanbun Kotawaringin Barat Kalimantan Tengah tahun 1978. Setelah menamatkan SLTA di SMA 1 Pangkalanbun ia melanjutkan ke Institute Pertanian Bogor Fakultas MIPA Prodi Fisika dan mendapatkan gelar Sarjana Sains (S.Si) pada tahun 2002. Setelahnya ia melanjutkan Pendidikanya di pascasarjana Universitas Negeri Surabaya (UNESA) dan mendapatkan gelar Magister Pendidikan (M.Pd) pada tahun 2009 dari program studi Pendidikan Sains konsentrasi pendidikan Fisika. Matakuliah yang ditekuni sejak tahun 2003 adalah Fisika Dasar, Fisika Modern, Fisika Zat Padat, Fisika Inti. Buku yang pernah ditulis adalah pada bidang Fisika Inti dengan judul Nuklir, Fisika Inti dan Politik Energi Nuklir tahun 2011. Penelitian yang pernah dilakukan pada bidang pendidikan Fisika untuk tingkat universitas(Pengembangan perangkat pembelajaran inovatif Fisika Dasar I, Kemampuan Keterampilan Proses Sains Mahasiswa Fisika STAIN Palangkaraya, Pembentukan Karakter Islami Mahasiswa Fisika STAIN Palangkaraya melalui Penerapan Kurikulum Terintegrasi Islam dan Fisika Dasar I dengan Pendekatan Keterampilan Proses Sains

SANTIANI Adalah staf pengajar Tadris Fisika di Sekolah Tinggi Agama Islam Negeri (STAIN) Palangkaraya Kalimantan Tengah. Ia kelahiran Pangkalanbun Kotawaringin Barat Kalimantan Tengah tahun 1978. Setelah menamatkan SLTA di SMA 1 Pangkalanbun ia melanjutkan ke Institute Pertanian Bogor Fakultas MIPA Prodi Fisika dan mendapatkan gelar Sarjana Sains (S.Si) pada tahun 2002. Setelahnya ia melanjutkan Pendidikanya di pascasarjana Universitas Negeri Surabaya (UNESA) dan mendapatkan gelar Magister Pendidikan (M.Pd) pada tahun 2009 dari program studi Pendidikan Sains konsentrasi pendidikan Fisika.

Matakuliah yang ditekuni sejak tahun 2003 adalah Fisika Dasar, Fisika Modern, Fisika Zat Padat, Fisika Inti. Buku yang pernah ditulis adalah pada bidang Fisika Inti dengan judul Nuklir, Fisika Inti dan Politik Energi Nuklir tahun 2011. Penelitian yang pernah dilakukan pada bidang pendidikan Fisika untuk tingkat universitas(Pengembangan perangkat pembelajaran inovatif Fisika Dasar I, Kemampuan Keterampilan Proses Sains Mahasiswa Fisika STAIN Palangkaraya, Pembentukan Karakter Islami Mahasiswa Fisika STAIN Palangkaraya melalui Penerapan Kurikulum Terintegrasi Islam dan Fisika Dasar I dengan Pendekatan Keterampilan Proses Sains

smartbook

Redaksi dan Pemasaran:
Taman Cibaduyut Indah
Blok FA No. 303 Telp. (022) 91103334

ISBN 978-602-96734-5-6