

Centre d'Etudes de Saclay  
Direction des Réacteurs Nucléaires  
Département de Mécanique et de Technologie  
Service d'Etudes des Réacteurs et de Mathématiques Appliquées

**AMELIORATION DU MODELE DE FUTES DE NEUTRONS  
DANS LE SCHEMA DE CALCUL DES CONDITIONS CRITIQUES  
ET DES PARAMATRES HOMOGENEISES  
D'UN REACTEUR NUCLEAIRE**

par

Ivan PETROVIC

- Septembre 1993 -

**"AMELIORATION DU MODELE DE FUITES DE NEUTRONS DANS LE SCHEMA DE CALCUL DES CONDITIONS CRITIQUES ET DES PARAMETRES HOMOGENEISES D'UN REACTEUR NUCLEAIRE"**

**Sommaire** - Le nouveau modèle théorique TIBERE, introduit dans le code de transport APOLLO-2, permet de prendre en compte, dans le calcul fin d'un assemblage, en géométrie à deux dimensions x-y, l'influence de l'hétérogénéité de l'assemblage sur les fuites de neutrons. Cette méthode repose sur le formalisme  $B_1$  hétérogène ; cependant ce formalisme, sous sa forme exacte, conduirait à des calculs très complexes ; mais au prix d'un petit nombre d'approximations, il est possible de le réduire à un formalisme n'utilisant que des outils de calcul très voisins de ceux existant dans APOLLO-2. C'est le but du modèle TIBERE, qui permet de définir les sections efficaces de fuites comme des sections efficaces d'absorption additionnelles ayant une dépendance spatiale et énergétique, au même titre que les autres sections efficaces ; on peut ainsi définir des taux de fuites cohérents par cellule. Ceci a pour conséquence une modification de la procédure d'équivalence transport-transport ou transport-diffusion ; on peut ainsi obtenir de manière parfaitement cohérente, à l'échelle d'une cellule, des sections efficaces homogénéisées pour chaque réaction et pour la fuite dans chaque direction. Ces paramètres serviront au calcul du cœur. L'étude de ce traitement hétérogène des fuites a été entreprise par suite de l'insuffisance du modèle homogène de fuites, particulièrement dans le cas où un assemblage contient des zones vides ou presque vides où l'effet de streaming peut devenir important. On a comparé la distribution du taux de fission mesuré dans l'expérience EPICURE, où, dans la zone centrale du cœur, l'eau est remplacée par de l'aluminium, à celles obtenues par les calculs du cœur en théorie de diffusion ; ces calculs ont été effectués à partir de sections efficaces de réaction et de fuite par cellule obtenues par équivalence à partir de calculs en théorie du transport, soit par le procédé classique, soit par TIBERE. Ces comparaisons ont montré que les résultats du procédé TIBERE sont dans l'ensemble plus proches des valeurs expérimentales que ceux du procédé classique. Plus précisément, le procédé classique de calcul des fuites sous-estime la dépression du taux de fission dans la zone contenant l'aluminium ; cet effet résulte du fait que le nouveau modèle prend en compte le streaming. Ce nouveau modèle de fuites pourrait être utilisé dans des calculs de REP avec d'autres types de combustible (par exemple MOX), ainsi que dans d'autres types de réacteurs tels que les LMFBR.

1993 - Commissariat à l'Energie Atomique - France

**"IMPROVEMENTS OF THE NEUTRON LEAKAGE MODEL IN THE CALCULATIONAL PROCEDURE OF THE CRITICAL CONDITIONS AND THE HOMOGENIZED PARAMETERS OF A NUCLEAR REACTOR"**

**Summary** - The new theoretical method, presented in this thesis, implemented in APOLLO-2 code as the TIBERE procedure, allows to take into account, in 2D x-y fine group assembly calculations, the influence of assembly heterogeneity on neutron leakage. This method lies on the heterogeneous  $B_1$  procedure ; however this formalism, in its exact form, should lead to very complex calculations ; but, assuming a small number of approximations, it is possible to reduce it to a formalism using only calculation tools very close to those existing in APOLLO-2. It is the purpose of the TIBERE model, which allows to define the leakage cross-sections as additional absorption cross-sections having a space and energy dependence, as well as the other cross-sections ; thus cell-consistent leakage rates can be defined. In order to perform, further on, the whole core calculation, one obtains, by means of the redefined transport-transport or transport-diffusion equivalence procedure, the cell-homogenized cross-sections where leakages are presented also as cell-homogenized leakage cross sections. The study of this refined heterogeneous leakage treatment was undertaken because of the insufficiency of the homogeneous leakage model, especially in cases when an assembly contains voided or almost voided zones, so that the streaming effect may become important. The fission rate comparisons between the experimental results obtained from the series of experiments EPICURE where the water was substituted, in the central part of reactor, by aluminium in order to simulate void and the results of the whole reactor calculations were accomplished, where leakages were calculated by the classical (homogeneous) procedure and by the TIBERE (heterogeneous) procedure of APOLLO-2 code. They prove that the heterogeneous treatment of leakage give results which lie on the whole closer to the experimental values. In other words, the classical leakage procedure underestimates the depression in the zone with aluminium, due to streaming. This new model could be used, of course, for PWR's with other types of fuel (for example, MOX), and also for other types of reactors (for example, LMFBR's control assembly with or without sodium).

1993 - Commissariat à l'Energie Atomique - France

UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR EN SCIENCES PHYSIQUES

par

**Ivan PETROVIC**

**AMELIORATION DU MODELE DE FUITES DE NEUTRONS DANS LE SCHEMA DE  
CALCUL DES CONDITIONS CRITIQUES ET DES PARAMETRES HOMOGENEISES  
D'UN REACTEUR NUCLEAIRE**

Soutenu le 9 juillet 1993, devant la Commission d'Examen

MM.	B. GATTY	Président
	P. BENOIST	
	P. REUSS	Examineurs
	V. MASTRANGELO	
	M. LAM-HIME	

- Note CEA-N-2733 -

**Centre d'Etudes de Saclay  
Direction des Réacteurs Nucléaires  
Département de Mécanique et de Technologie  
Service d'Etudes des Réacteurs et de Mathématiques Appliquées**

**AMELIORATION DU MODELE DE FUITES DE NEUTRONS  
DANS LE SCHEMA DE CALCUL DES CONDITIONS CRITIQUES  
ET DES PARAMETRES HOMOGENEISES  
D'UN REACTEUR NUCLEAIRE**

**par**

**Ivan PETROVIC**

## REMERCIEMENTS

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur le Professeur B. GATTY, de l'Université de Paris-Sud Centre d'Orsay, qui a bien voulu accepter de présider la Commission d'Examen.

Cette thèse a été préparée sous la direction de Monsieur le Professeur P. BENOIST, Chargé de Mission au Département de Mécanique et de Technologie, dont les conseils et la patience ont toujours été pour moi une aide très précieuse. J'ai été particulièrement sensible aux encouragements qu'il m'a apportés à des moments difficiles pendant ce travail de thèse. Je le prie de croire à ma profonde gratitude.

Je remercie d'autre part, Monsieur le Professeur P. REUSS, de l'Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires, Monsieur le Professeur V. MASTRANGELO, du Conservatoire National de Arts et Métiers et le Docteur M. LAM-HIME, de l'Electricité de France qui ont bien voulu accepter de faire partie de cette Commission d'Examen.

Je remercie également Monsieur le Professeur V. MASTRANGELO et Monsieur le Professeur A. HEBERT, de l'Ecole Polytechnique de l'Université de Montréal, qui ont bien voulu accepter d'être rapporteurs de ma thèse.

Ce travail a été effectué au Centre d'Etudes de Saclay, dans le Département de Mécanique et de Technologie dirigé par Monsieur A. HOFFMANN, et plus particulièrement dans le Service d'Etudes des Réacteurs et de Mathématiques Appliquées dirigé par Monsieur J.B. THOMAS, dans le Laboratoire d'Etudes Neutroniques des Réacteurs dirigé par Monsieur J. BERGERON. Que toutes ces personnes trouvent ici, mes remerciements les plus sincères.

Je suis très reconnaissant à Monsieur le Professeur R. SANCHEZ de l'Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires qui a porté un intérêt continu à ce travail et m'a toujours réservé un accueil amical. Ses conseils m'ont été d'une grande utilité.

Ma reconnaissance va à toutes les personnes du Laboratoire d'Etudes Neutroniques des Réacteurs, qui m'ont amicalement apporté leur aide, en particulier à Messieurs Z. STANKOVSKI et I. ZMIJAREVIC avec qui j'ai eu de fréquents entretiens.

Enfin, je veux remercier Monsieur le Professeur J. MONDOT, de l'Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires, qui m'a constamment tenu au courant des derniers résultats de l'expérience EPICURE, réalisée au Centre d'Etudes Nucléaires de Cadarache.

## TABLE DES MATIERES

	Pages
<b>0. INTRODUCTION</b>	5
<b>1. EQUATION DU TRANSPORT</b>	11
1.1. Equations générales	11
1.2. Passage de l'équation intégró-différentielle à l'équation intégrale	14
1.3. Probabilités de première collision	16
1.4. Calcul de fuite d'un milieu homogène	18
1.4.1. Formalisme $B_0$ homogène	18
1.4.2. Formalisme $B_1$ homogène	22
1.5. Calcul des conditions critiques d'un assemblage	25
1.6. Homogénéisation par équivalence	27
<b>2. CALCUL DES FUTITES EN MILIEU HETEROGENE</b>	33
2.1. Formalisme $B_1$ hétérogène	33
2.2. Un modèle $B_1$ hétérogène simplifié : TIBERE	40
2.2.1. Les approximations d'isotropie du flux angulaire $\psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega})$ et d'anti-isotropie du flux angulaire $\psi_{sk}(\bar{r}, \bar{\Omega})$	40
2.2.2. Les approximations concernant les termes antisymétriques du flux (termes de corrélation angulaire)	43
2.2.3. Correction prenant en compte les termes de l'ordre supérieur en $B^2$	45
2.2.4. Probabilités de première collision orientées	50
2.2.5. Commentaires sur le modèle TIBERE	53
2.3. Homogénéisation par équivalence dans le cadre du modèle TIBERE- Définition cohérente des coefficients de fuites par cellule	56
<b>3. CALCUL NUMERIQUE DES FUTITES EN MILIEU HETEROGENE</b>	59
3.1. Stratégie du calcul	59

	<b>Pages</b>
<b>3.2. Calcul des matrices de probabilité de collision</b>	<b>62</b>
3.2.1. Calcul des probabilités de première collision "classiques"	62
3.2.2. Calcul des probabilités de première collision "orientées"	70
3.2.3. Les expressions pour les petites valeurs de parcours optiques	73
<b>3.3. Procédé numérique utilisé dans le modèle TIBERE</b>	<b>76</b>
3.3.1. Itérations externes, thermiques et internes	76
3.3.2. Calcul des fonctions Bickley-Naylor	78
3.3.3. Relation du bilan neutronique critique	79
3.3.4. Cas des petits parcours optiques	80
3.3.5. Schéma de calcul des fuites en milieu hétérogène	83
<b>4. TESTS ET RESULTATS</b>	<b>86</b>
<b>4.1. Considérations générales</b>	<b>86</b>
<b>4.2. Calculs critiques d'un assemblage de REP</b>	<b>88</b>
4.2.1. Assemblage en fonctionnement normal	88
4.2.2. Assemblage partiellement vidé	92
4.2.3. Assemblage avec les barres de contrôle	94
<b>4.3. Comparaisons entre l'expérience EPICURE et les calculs</b>	<b>100</b>
4.3.1. Programme expérimental EPICURE	100
4.3.2. Modélisation de l'expérience EPICURE pour le calcul	103
4.3.3. Résultats numériques	108
<b>5. CONCLUSION</b>	<b>133</b>
<b>ANNEXE I</b>	<b>135</b>
<b>Quelques commentaires sur les termes de corrélation angulaire</b>	<b>135</b>
<b>ANNEXE II</b>	<b>139</b>
<b>Première version de la procédure TIBERE</b>	<b>139</b>
<b>REFERENCES</b>	<b>144</b>

## 0. INTRODUCTION

Le calcul d'un réacteur nucléaire est en pratique fondé à l'heure actuelle sur un schéma transport-diffusion. Les calculs fins en théorie de transport fournissent les sections efficaces effectives nécessaires pour le calcul en théorie de diffusion. La méthode habituelle détermine les sections efficaces effectives multigroupes à partir du calcul d'un motif (cellule ou assemblage) en théorie de transport et en mode fondamental; chaque motif est considéré séparément, situé dans un milieu infini composé de motifs identiques.

L'intérêt croissant porté aux problèmes de sûreté des réacteurs nucléaires a conduit depuis quelques années les physiciens des réacteurs à fixer leur attention sur certains problèmes qui pouvaient à juste titre être considérés comme d'importance secondaire dans des situations de fonctionnement normal, au moins dans le cas des réacteurs à eau sous pression.

En particulier, l'effet en réactivité de l'hétérogénéité du réseau sur les fuites de neutrons, qui jouait un rôle de première importance dans les calculs de l'ancienne filière graphite-gaz, a été un peu négligé dans le calcul des réacteurs à eau sous pression, dont le degré d'hétérogénéité est beaucoup moins élevé. En effet, la plupart des codes permettent une description très fine de la carte de flux multigroupe et des taux de réaction dans un assemblage, mais calculent les fuites à partir d'un assemblage homogénéisé, ce qui n'est qu'une représentation très imparfaite des fuites réelles de l'assemblage hétérogène, qui tend à sous-estimer les fuites. Cette imperfection apparaît tout particulièrement lorsque le réacteur, ou certains assemblages du réacteur, comportent des milieux vides, ou presque vides (grands libres parcours), ce qui fait apparaître des phénomènes de "streaming" (mot que l'on peut traduire approximativement par "effet de couloir"), qui résultent de la propagation en ligne droite des neutrons dans le vide.

Ces milieux vides, qui existent en fonctionnement normal dans les réacteurs de l'ancienne filière graphite-gaz (le gaz pouvant être pratiquement assimilé à du vide) peuvent aussi apparaître dans les REP à la suite d'un dysfonctionnement du circuit de refroidissement (LOCA). Il en est de même dans les réacteurs à eau lourde, et aussi dans les réacteurs rapides LMFBR, à la suite d'un arrêt dans la circulation du sodium, qui fait apparaître des canaux vides particulièrement importants dans les assemblages de contrôle; de toute façon, même en fonctionnement normal, il apparaît un effet de "streaming" important dans les LMFBR, dû au fait que le sodium est un milieu très transparent aux neutrons, par suite de leur grand libre parcours.

L'effet de "streaming", entraîne toujours une diminution de la réactivité, mais il n'est qu'une des composantes de l'effet de vide global. En particulier l'effet de variation du spectre sur la réactivité, produit par la décroissance de la modération peut, suivant les cas, conduire à une diminution ou à un accroissement de la réactivité, l'accroissement pouvant se produire dans des réacteurs contenant du plutonium.

Enfin, l'influence de l'hétérogénéité du réseau sur les fuites de neutrons apparaît d'une autre manière, comme une des composantes de l'effet de température d'un réacteur à modérateur ou refroidisseur liquide. En effet, une augmentation de température de ces milieux liquides induit une diminution de leur densité, ce qui se traduit par une augmentation des fuites et une perte de réactivité.

L'effet de vide global étant la somme algébrique de plusieurs effets, les uns négatifs, les autres positifs, on comprend l'importance qu'il convient d'attacher au calcul de l'effet de streaming.

D'autre part, l'effet de l'hétérogénéité du réseau sur les fuites influera sur la distribution de puissance.

L'effet de l'hétérogénéité sur les fuites de neutrons était pris en compte dans le calcul des réacteurs de l'ancienne filière graphite-gaz, mais on ne considérait alors que des zones régulières comportant un grand nombre de cellules identiques. Le calcul permettait la détermination des coefficients de diffusion axial et radial de ces réseaux réguliers. L'un des apports des codes APOLLO et APOLLO-2, destinés à l'origine au calcul des REP, a été précisément, par le biais d'un module d'équivalence, de traiter des réseaux non réguliers, c'est-à-dire dont les assemblages ne sont pas tous identiques.

Une des méthodes les mieux adaptées pour la description détaillée d'un réseau de cellules est basée sur la forme intégrale de l'équation de transport en employant le formalisme des probabilités de première collision. Les calculs fondés sur la méthode des probabilités de collision tenant compte d'anisotropie du choc étant très longs, on admet l'hypothèse du choc isotrope par le calcul des cartes de flux.

Dans la procédure habituellement utilisée, l'idée la plus simple pour traiter un réacteur formé d'un réseau hétérogène mais régulier consiste à remplacer ce réseau par un réseau homogénéisé et d'étendre à l'infini le milieu homogénéisé ainsi obtenu (formalisme  $B_1$  homogène). L'hypothèse de base suppose la factorisation du flux physique du milieu homogène infini sous la forme d'un produit d'une fonction macroscopique exponentielle  $\exp(i \vec{B} \cdot \vec{r})$  dépendant du vecteur Laplacien  $\vec{B}$ , et d'une fonction microscopique  $\psi^g(\vec{\Omega})$  dépendant de la direction  $\vec{\Omega}$  et du groupe d'énergie. Cette factorisation n'est possible que pour une certaine valeur  $B$ , correspondant à la criticité, et nous obtenons la condition du mode fondamental. Le flux microscopique ne dépendant pas de l'espace, il est possible de prendre en compte sans prolongement important du calcul, l'anisotropie de choc à une harmonique (choc linéairement anisotrope), l'approximation  $B_0$  homogène est l'approximation du choc isotrope, l'approximation  $B_1$  homogène est l'approximation du choc linéairement anisotrope. Le coefficient reliant le flux et le courant de ce milieu homogénéisé représente le coefficient de fuites du milieu homogène.

Pour représenter un assemblage hétérogène en situation de coeur et le rendre critique, la solution classique consiste à prendre en compte l'absorption due à la structure macroscopique du flux en situation hétérogène en employant le coefficient de fuites et le Laplacien critique obtenus dans un milieu homogénéisé équivalent. Le milieu homogène équivalent doit représenter au mieux le problème hétérogène et, en conséquence, le calcul du coefficient de fuite et du Laplacien critique s'effectue avec les sections efficaces homogénéisées avec le flux local hétérogène. Comme ce dernier dépend à son tour des fuites volumiques, on sera amené à résoudre le problème d'une manière itérative.

Une fois obtenue, la carte de flux multigroupe dans un assemblage réfléchi par résolution du système d'équation au flux par la méthode des probabilités de collision, on peut définir un milieu homogène équivalent à l'assemblage par pondération des sections efficaces sur le flux. Ces sections efficaces définissent un milieu homogénéisé et purement réfléchi qui n'est pas critique. Pour le rendre critique, il faut introduire une section de fuite macroscopique  $D\beta B^2$ . Le Laplacien critique obtenu pour ce milieu homogénéisé n'est évidemment pas le Laplacien fondamental de l'assemblage hétérogène réel, puisque le milieu homogénéisé a été obtenu par simple pondération des sections efficaces sur la carte de flux d'un assemblage dans lequel les fuites macroscopiques n'ont pas été prises en compte. C'est pourquoi on refait un second calcul d'assemblage hétérogène réfléchi en figurant ces fuites par un terme d'absorption volumique additionnel  $D\beta B^2$  ou  $D\beta$  et  $B^2$  ont été obtenus par un calcul de fuites en milieu homogénéisé. En résolvant avec ces nouvelles sections efficaces le système d'équation au flux, on détermine une nouvelle carte de flux de l'assemblage. Cette carte de flux permet à son tour de déterminer un nouveau milieu homogène équivalent, qui n'est pas critique. On recommence alors la détermination d'un nouveau Laplacien  $B^2$  et d'un nouveau coefficient de fuites  $D\beta$  de ce nouveau milieu homogène. On refait ensuite un calcul de l'assemblage hétérogène incluant le nouveau  $D\beta B^2$  et on continue ainsi jusqu'à obtention de la criticité de l'assemblage hétérogène.

Ce procédé permet donc d'obtenir la carte de flux dans l'assemblage hétérogène réfléchi, le Laplacien critique  $B^2$  et le coefficient de fuite  $D\beta$  de l'assemblage homogénéisé équivalent. L'inconvénient de cette procédure provient du fait que les fuites sont calculées pour un assemblage homogénéisé, non pour un assemblage réel; la section efficace de fuites  $D\beta B^2$  devrait en effet dépendre de la variable d'espace, ce qui n'est pas le cas ici. D'autre part ce modèle de fuites homogènes présenté ci-dessus ne tient pas compte des effets d'anisotropie du milieu provoqués par l'hétérogénéité du réseau. Ces effets peuvent être dominants quand le réacteur contient des cavités ou des canaux de faible section efficace orientés dans une direction particulière; il en résulte que le coefficient de fuite axial diffère du coefficient de fuites transversal.

Le calcul des fuites dans un assemblage tel que nous venons de le décrire, est en particulier celui du code de transport APOLLO-2.

Comme le coeur du réacteur réel est composé d'assemblage différents, soit que les enrichissements du combustible diffèrent, soit qu'ils aient une proportion de plutonium et de produits de fission différents, par suite d'un taux d'irradiation inégal, soit que certains assemblages puissent comporter des grappes de contrôle ou des poisons consommables etc., le seul calcul véritablement exact consisterait à résoudre l'équation du transport multigroupe dans le réacteur tout entier, ainsi que dans son réflecteur, mais ceci est encore loin d'être possible à l'heure actuelle, malgré les progrès de l'informatique. En tout cas ce type de calcul coûterait extrêmement cher.

C'est pourquoi on est amené à découper le coeur du réacteur en petits morceaux, cellules ou assemblages, eux-mêmes hétérogènes, mais qui seront figurés, pour le calcul du coeur dans son ensemble, par des milieux homogénéisés équivalents. A partir de la carte de flux critique multigroupe on définit les paramètres homogénéisés de chacune des cellules de l'assemblage considéré de la manière la plus simple, en pondérant les sections efficaces par les flux critiques. En fait, on ne se contente pas d'homogénéiser le calcul, mais on effectue aussi une condensation sur l'échelle des énergies, en définissant des sections efficaces condensées sur des macrogroupes. Cette condensation a pour effets de produire des coefficients de fuites différents d'une cellule à une autre (de manière artificielle), par suite du fait que ces coefficients sont, dans chaque cellule, pondérés par le spectre existant dans cette cellule. Cependant, cette variation des coefficients, de cellule à cellule, provient uniquement d'un effet spectral tout à fait secondaire (qui disparaîtrait évidemment en théorie à un groupe). Les coefficients de fuites obtenues après condensation sont alors presque uniformes.

Il a été montré que cette simple pondération par le flux ne satisfait pas l'équivalence des taux de réaction et de fuite entre le calcul de référence (calcul en théorie de transport) et le macrocalcul, c'est-à-dire le calcul de diffusion ou de transport effectué sur un assemblage réfléchi formé de cellules homogénéisées et condensées sur les macrogroupes. Par conséquent, il est nécessaire d'effectuer le calcul d'équivalence transport-transport ou transport-diffusion en vue du calcul du coeur qui sera réalisé par la suite. Ce calcul d'équivalence donne des coefficients d'équivalence par cellule homogénéisée et par macrogroupe. Les sections efficaces et les coefficients de fuites multipliés par ces coefficients d'équivalence satisfont maintenant à la conservation des taux de réactions et de fuites à l'échelle du macrocalcul. Avec ces nouvelles sections efficaces équivalentes et ces nouveaux coefficients de fuites équivalents il est possible de réaliser le calcul du coeur.

Mais, il est évident que les taux de réaction et les taux de fuites utilisés pour le calcul d'équivalence ne sont pas cohérents par suite du fait que les sections efficaces dépendent de la variable d'espace, tandis que les coefficients de fuites sont calculés à partir d'un milieu homogénéisé et ne dépendent donc pas de la variable d'espace (au moins avant la condensation).

Pour éviter l'approximation consistant à homogénéiser l'assemblage pour le calcul particulier des fuites et toutes les conséquences provenant de là, nous sommes partis d'un formalisme plus élaboré, le  $B_1$  hétérogène.

Considérons donc un assemblage purement réfléchi, ou, ce qui revient au même, un réseau répétitif d'assemblages identiques et symétriques. L'hypothèse de base suppose la factorisation du flux physique dans un réseau d'assemblage sous la forme d'un produit d'une fonction macroscopique décrivant les variations globales du flux du réseau, et d'un flux de structure fine périodique, de période égale à celle du réseau, et décrivant les variations fines du flux à l'intérieur de l'assemblage. Les variations du flux local sont déterminées par les variations des sections efficaces à l'échelle des cellules, tandis que le flux macroscopique est déterminé par les bilans matières à large échelle. Ces idées sont à rapprocher de la notion de flux fondamental, défini par une factorisation du flux comprenant un flux macroscopique en  $\exp(i \vec{B} \cdot \vec{r})$ , qui provient de la généralisation à une situation hétérogène ( $B_1$  hétérogène) de la notion solidement établie de mode fondamental en milieu infini homogène ( $B_1$  homogène). Le mode fondamental d'un assemblage est le flux neutronique qu'adopte la population de neutrons quand l'assemblage se répète jusqu'à l'infini.

En substituant le flux physique, factorisé en un flux macroscopique fondamental  $\exp(i \vec{B} \cdot \vec{r})$  et un flux de structure fine, dans l'équation intégral-différentielle de transport, nous obtenons l'équation complexe gouvernant le flux microscopique. Les conditions aux limites de l'assemblage découlent de la répétitivité du flux microscopique, puisqu'il existe une invariance par translation d'un pas d'assemblage.

Il est possible de séparer le flux microscopique (dépendant de l'énergie, de l'espace et de la direction  $\vec{\Omega}$ ) en une partie réelle et une partie imaginaire, et en le substituant dans l'équation complexe du transport (avec le choc linéairement anisotrope) nous obtenons un système de deux équations réelles, représentant le système  $B_1$  hétérogène. Les deux fonctions inconnues sont le flux angulaire symétrique  $\psi_s(\vec{r}, \vec{\Omega})$  et le flux angulaire vectoriel antisymétrique  $\vec{\psi}_a(\vec{r}, \vec{\Omega})$ . La condition de répétitivité conduit à imposer à ces deux fonctions des conditions particulières aux limites d'un assemblage; la condition de réflexion spéculaire pour le flux angulaire symétrique  $\psi_s(\vec{r}, \vec{\Omega})$  et la condition de réflexion antispéculaire pour le flux antisymétrique  $\vec{\psi}_a(\vec{r}, \vec{\Omega})$ .

La résolution d'un système  $B_1$  hétérogène qui est assez complexe, serait possible et a d'ailleurs été effectuée dans certaines géométries particulières. Mais elle demanderait certainement un temps de calcul considérable dans des assemblages complexes. D'autre part, il faut bien être conscient du fait que la procédure  $B_1$  hétérogène n'est elle-même qu'une approximation. En effet, l'hypothèse de factorisation du flux suppose qu'il existe dans l'assemblage un mode fondamental unique  $\exp(i \vec{B} \cdot \vec{r})$ , ce qui n'est pas conforme à la réalité physique puisque les frontières de l'assemblage introduisent des transitoires qui ne sont pas pris en compte dans cette procédure.

Pour réduire la complexité du formalisme  $B_1$  hétérogène, nous présentons ici un formalisme simplifié TIBERE.

Ce modèle simplifié, au prix de quelques approximations raisonnables, ne fait appel pratiquement qu'aux outils mathématiques existant dans le code APOLLO-2, ou à des outils mathématiques voisins.

L'application de ces approximations nous a conduit à obtenir un système d'équations, la première étant la relation rigoureuse de conservation et la deuxième une relation de Fick généralisée à la théorie de transport.

L'inversion de l'opérateur de transport dans le système d'équations intégral-différentielles du système  $B_1$  hétérogène simplifié TIBERE, conduit à un système d'équations intégrales dont les fonctions inconnues sont le flux  $\phi_s(\vec{r})$  et le courant tenseur diagonal  $j_{akk}(\vec{r})$ . Après discrétisation, on obtient un système d'équations algébriques linéaires, dont les coefficients ne sont autres que les probabilités de première collision classique  $P_{ij}$  et les probabilités de première collision orientées  $P_{ij,k}$ . Ce système d'équations est résolu par itérations. Le rapport entre la carte de courants dans la direction  $k$  et de la carte de flux donne la carte de coefficients de fuites dans la direction  $k$ . Nous avons donc obtenu les coefficients de fuite directionnels qui dépendent de l'espace. Nous pouvons maintenant définir, par une équivalence, des sections efficaces de fuite dans chaque direction ( $k = x, y, z$ ), et dans chaque cellule; la détermination des paramètres homogénéisés est à présent entièrement cohérente, puisque les fuites sont traitées exactement sur le même pied que les autres réactions.

Comme le calcul des probabilités de première collision classique et orientées est, dans le cadre du procédé TIBERE, très sensible, il apparaît des effets de différences numériques pour des petits parcours optiques; ce qui nous a conduit d'utiliser des développements en série à partir d'une certaine taille de parcours optiques.

Le procédé  $B_1$  hétérogène simplifié TIBERE est introduit dans le code de transport APOLLO-2 pour le calcul en géométrie x-y.

Mais il faut encore une fois être bien conscient du fait que ce perfectionnement repose encore sur certaines approximations, qui auraient certainement été inadmissibles dans le calcul des réacteurs de l'ancienne filière graphite-gaz, mais qui peuvent être considérées comme raisonnablement justifiées dans celui des REP et des LMFBR.

Pour montrer la différence entre le traitement des fuites de manière classique (en milieu homogénéisé) et par TIBERE (en milieu réel hétérogène) nous avons effectué des calculs sur un assemblage typique de REP dans les conditions de fonctionnement normal, dans le cas accidentel avec une vidange partielle de l'eau et dans le cas d'un assemblage de contrôle.

Nous avons également étudié la modélisation, par le calcul, du programme expérimental EPICURE réalisé au Centre d'Etudes Nucléaires de Cadarache (SPRC). Ce programme expérimental est consacré à l'analyse de l'effet de la vidange partielle du cœur de réacteur expérimental à eau EOLE. Des raisons de sûreté ont conduit à remplacer le vide par l'aluminium, ce qui est justifié par le grand libre parcours dans l'aluminium. Nous avons comparé, à l'échelle du cœur, la distribution du taux de fission obtenue par l'expérience avec celles obtenues par les calculs, où les fuites sont traitées par le procédé classique et par TIBERE. De même, nous avons effectué un certain nombre de tests utilisant le vrai vide à la place d'aluminium, ainsi que des tests avec différentes proportions de vide dans le cœur.

Dans le premier chapitre nous établissons, en partant de l'équation de transport, le calcul des fuites en milieu homogène et le calcul des conditions critiques d'un assemblage, nous exposons aussi la procédure d'homogénéisation de l'assemblage par équivalence.

Le deuxième chapitre est consacré au calcul de fuites en milieu hétérogène et au développement du modèle  $B_1$  hétérogène simplifié TIBERE.

Dans le troisième chapitre nous concrétisons le formalisme TIBERE à une géométrie à deux dimensions x-y et nous obtenons les formules appropriées pour les probabilités de première collision classique et orientées; puis nous établissons la procédure numérique du calcul TIBERE.

Dans le quatrième chapitre nous présentons des calculs et des tests réalisés pour un assemblage de REP et pour l'expérience EPICURE.

La conclusion est donnée dans le cinquième chapitre.

## 1. EQUATION DU TRANSPORT

### 1.1. Equations générales

La distribution des neutrons en interaction avec la matière ou dans le vide est déterminée par une fonction: le flux angulaire  $\psi(\vec{r}, \vec{v}, t)$ .

Le flux angulaire, à chaque instant  $t$ , est le produit de la vitesse et de la densité de neutrons au point  $(\vec{r}, \vec{v})$  de l'espace de phases. Ce flux dépend des propriétés des milieux, décrites par les sections efficaces, et des distributions et des intensités des sources.

Le flux angulaire est régi par une équation intégral-différentielle, appelée équation du transport. Cette équation n'est qu'une application, dans la théorie des neutrons, de l'équation de Boltzmann de la théorie cinétique des gaz. L'équation du transport résulte du bilan local des neutrons dans un élément infinitésimal de l'espace de phases [1].

Nous limiterons notre attention à l'étude du transport de neutrons en régime stationnaire dans des milieux non-cristallins et nous effectuerons une décomposition multigroupe du spectre énergétique neutronique, ce qui nous permettra donc d'employer une forme simplifiée de l'équation de transport. Dans ces conditions, le flux angulaire dans le groupe  $g$  ne dépend que des coordonnées spatiale et angulaire  $\psi^g(\vec{r}, \vec{\Omega})$ .

L'équation intégral-différentielle du transport comprend une partie différentielle spatiale et une partie intégrale angulaire. En régime stationnaire et pour un domaine  $D$ , elle s'écrit :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \psi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma^g(\vec{r}) \psi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_g \int_{4\pi} \Sigma_g^{g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi^{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') d\Omega' + Q^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (1.1)$$

où  $\Sigma^g(\vec{r})$  et  $\Sigma_g^{g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$  sont respectivement les sections efficaces totale et différentielle et  $Q^g(\vec{r}, \vec{\Omega})$  est une source autonome. Le premier terme de cette équation est le terme d'advection ou de fuite, le deuxième est le terme de disparition, le troisième est le terme de transfert d'énergie et le quatrième est une source autonome

Le flux angulaire  $\psi(\vec{r}, \vec{\Omega})$  est continu à la frontière entre deux milieux. Les conditions aux limites sur la surface du domaine  $D$  peuvent être quelconques. Si le domaine  $D$  est convexe et entouré par le vide le flux angulaire, entrant sur la surface sera nul. On obtient la même condition si le milieu extérieur est un absorbant "noir", même si le domaine  $D$  est concave ou non convexe.

Mais on peut aussi placer une source superficielle ou définir une condition de réflexion à la surface du domaine D. Cette réflexion peut être isotrope - toutes les directions  $\bar{\Omega}$  sont également probables après le rebondissement du neutron - ou spéculaire - l'angle de rebondissement du neutron par rapport à la normale à la surface est égal à l'angle d'incidence (effet de miroir) -.

Par la suite, nous nous intéresserons à un réseau infini d'assemblages identiques, ce qui revient à considérer un assemblage avec réflexion spéculaire.

On peut simplifier l'équation (1.1) en employant le développement de la loi de choc en polynômes de Legendre [1,2].

$$\Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}, \bar{\Omega}') = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \Sigma_{s,n}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) P_n(\bar{\Omega} \cdot \bar{\Omega}')$$

où les composantes du développement sont donnés par

$$\Sigma_{s,n}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) = (2n+1) \int_{4\pi} \Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}, \bar{\Omega}') P_n(\bar{\Omega} \cdot \bar{\Omega}') d\Omega'$$

Dans la pratique, on peut négliger les moments élevés de la loi de choc et prendre une loi de choc à un harmonique (loi de choc linéairement anisotrope) :

$$\Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}, \bar{\Omega}') = \frac{1}{4\pi} \left[ \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) + \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) \bar{\Omega} \cdot \bar{\Omega}' \right] \quad (1.2)$$

Maintenant, nous pouvons écrire l'équation du transport multigroupe dans l'approximation de la loi de choc linéairement anisotrope.

$$\bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \Sigma^g(\bar{r}) \psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \int_{4\pi} \left[ \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) + \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) \bar{\Omega} \cdot \bar{\Omega}' \right] \psi^{g'}(\bar{r}, \bar{\Omega}') d\Omega' + Q^g(\bar{r}, \bar{\Omega})$$

soit,

$$\bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \Sigma^g(\bar{r}) \psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \sum_{g'} \left[ \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) \varphi^{g'}(\bar{r}) + \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) \bar{\Omega} \cdot \bar{j}^{g'}(\bar{r}) \right] + Q^g(\bar{r}, \bar{\Omega}) \quad (1.3)$$

avec

$$\begin{aligned} \varphi^g(\bar{r}) &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega}') d\Omega' \\ \bar{j}^g(\bar{r}) &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega}') \bar{\Omega} d\Omega' \end{aligned}$$

Le cas le plus fréquemment employé dans la pratique est l'approximation de la loi de choc isotrope. Dans ce cas on conserve seulement l'harmonique 0 et, après le choc, toutes les directions sont équiprobables :

$$\Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\bar{r}, \bar{\Omega}', \bar{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) \quad (1.4)$$

On suppose aussi que la source est isotrope :

$$Q^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} Q^s(\bar{r})$$

Dans ce cas nous obtenons l'équation intégral-différentielle du transport multigroupe dans l'approximation de la loi de choc isotrope.

$$\bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \Sigma^s(\bar{r}) \psi^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \sum_{s'} \Sigma_{s_0}^{s' \rightarrow s}(\bar{r}) \varphi^{s'}(\bar{r}) + Q^s(\bar{r}) \quad (1.5)$$

où

$$\varphi^s(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi^s(\bar{r}, \bar{\Omega}') d\bar{\Omega}'$$

est le flux angulaire moyen sur l'angle solide  $4\pi$ .

Dans la suite, nous allons présenter le passage de l'équation intégral-différentielle à l'équation intégrale du transport.

## 1.2. Passage de l'équation intégral-différentielle à l'équation intégrale

Si l'on considère le second membre de l'équation (1.5) comme une source, l'inversion [3] de l'opérateur  $\bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} + \Sigma^g$  conduit à :

$$\psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \int_0^\infty \exp[-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}')] \left[ \sum_{g'} \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) \varphi^{g'}(\bar{r}') + Q^g(\bar{r}') \right] dR \quad (1.6)$$

avec  $\bar{r}' = \bar{r} - \bar{R}$  et  $\bar{R} = R \bar{\Omega}$ .

La quantité

$$\tau^g(\bar{r}, \bar{r}') = \int_0^R \Sigma^g(\bar{r} - R' \bar{\Omega}) dR'$$

est le parcours optique entre les points  $\bar{r}'$  et  $\bar{r}$ , calculé dans le groupe d'énergie  $g$ . Si entre le point  $\bar{r}'$  et le point  $\bar{r}$ , le neutron traverse en ligne droite plusieurs milieux : 1, 2, 3 ..., on aura :

$$\tau^g(\bar{r}, \bar{r}') = \Sigma_1^g R_1 + \Sigma_2^g R_2 + \Sigma_3^g R_3 + \dots$$

où  $\Sigma_1^g, \Sigma_2^g, \Sigma_3^g \dots$  sont les sections efficaces totales des milieux 1, 2, 3, ... et où  $R_1, R_2, R_3, \dots$  sont les parcours du neutron dans chacun de ces milieux.

L'intégration de l'équation (1.6) sur  $d\bar{\Omega}$ , étendue à l'angle solide  $4\pi$  conduit à :

$$\varphi^g(\bar{r}) = \int_{4\pi} \frac{d\bar{\Omega}}{4\pi} \int_0^\infty dR \exp[-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}')] \left[ \sum_{g'} \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}') \varphi^{g'}(\bar{r}') + Q^g(\bar{r}') \right]$$

soit :

$$\varphi^g(\bar{r}) = \int_{(\infty)} d^3r' \frac{\exp[-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \left[ \sum_{g'} \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}') \varphi^{g'}(\bar{r}') + Q^g(\bar{r}') \right] \quad (1.7)$$

L'intégration étant étendue au réseau infini d'assemblages répétitif, où l'élément de volume où les neutrons étaient émis vaut :  $d^3r' = R^2 dR d\bar{\Omega}$ .

Par intégration de l'équation (1.6) sur l'angle solide  $4\pi$  avec le poids  $\bar{\Omega}$ , on obtient l'expression du courant :

$$\bar{j}^g(\bar{r}) = \int_{(\infty)} d^3r' \frac{\exp[-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \bar{\Omega} \left[ \sum_{g'} \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}') \varphi^{g'}(\bar{r}') + Q^g(\bar{r}') \right] \quad (1.8)$$

Si nous considérons un milieu multiplicatif sans sources externes, le terme  $Q^g(\bar{r}')$ , est remplacé par la source de fission.

Dans ces conditions, l'équation intégrale de transport c'est-à-dire l'équation qui régit le flux dans le groupe g, dans un milieu infini ou ce qui revient au même dans un ensemble purement réfléchi, est :

$$\varphi^g(\bar{r}) = \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp[-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \left[ \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g}(\bar{r}') \varphi^{g'}(\bar{r}') \right] \quad (1.9)$$

avec

$$\hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g}(\bar{r}') = \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}') + \chi^g \frac{v^{g'} \Sigma_f^{g'}(\bar{r}')}{K_\infty}$$

où  $\hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g}(\bar{r}')$  est la section efficace rendant compte des transferts du groupe g' vers le groupe g par scattering ( $\Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}')$ ) et fission dans groupe g' ( $\Sigma_f^{g'}(\bar{r}')$ ),  $\chi^g$  étant le spectre de fission dans le groupe g,  $v^{g'}$  nombre de neutrons produit par fission dans le groupe g' et  $K_\infty$  facteur de multiplication infini, et  $V_A$  est le volume de l'assemblage, supposé réfléchi.

Pour tenir compte de l'anisotropie de choc de manière approximative dans l'équation (1.9), la correction de transport à l'ordre 0 pourrait être utilisée. Cette correction à l'ordre 0 est une modification d'un développement en polynôme de Legendre de la section de transfert de façon à incorporer approximativement l'anisotropie du choc à l'ordre 1. Dans la pratique, ceci se fait en ajoutant un terme au développement d'ordre 0 de manière à préserver le moment angulaire d'ordre 1.

La formulation de la correction de transport à l'ordre 0 est donc donnée par les formules :

$$\begin{aligned} \Sigma_c^g(\bar{r}') &= \Sigma^g(\bar{r}') - \bar{\mu}^g \Sigma_d^g(\bar{r}') \\ \Sigma_c^{g' \rightarrow g}(\bar{r}') &= \Sigma^{g' \rightarrow g}(\bar{r}') - \delta_{gg'} \bar{\mu}^g \Sigma_d^g(\bar{r}') \\ \Sigma_{dc}^g(\bar{r}') &= \Sigma_d^g(\bar{r}') - \bar{\mu}^g \Sigma_d^g(\bar{r}') \end{aligned}$$

où l'indice c représente les sections efficaces corrigées,  $\bar{\mu}^g$  est le cosinus moyen de l'angle de diffusion pour un neutron incident du groupe g et  $\Sigma_d^g(\bar{r}')$  est la section efficace de diffusion dans le groupe g.

L'intervalle de définition de la variable  $\bar{r}'$  est étendu au réseau infini pour l'étude d'un réseau. Nous nous ramènerons dans ce qui suit à un domaine fini, qui sera défini par le volume d'un assemblage avec des conditions aux limites de réflexion spéculaire.

### 1.3. Probabilités de première collision

La résolution numérique de l'équation de transport (1.9) sera effectuée par la méthode de probabilités de collision, qu'on peut justifier par la méthode dite de Galerkin [4]. Comme l'assemblage présente un réseau de cellules dont chacune contient des régions homogènes, nous pourrions diviser le volume  $V_A$  en zones de calculs  $V_i$  présentant les régions homogènes, c'est-à-dire que  $\hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g}(\bar{r}') = \hat{\Sigma}_{0i}^{g' \rightarrow g}$  et que  $\Sigma^g(\bar{r}) = \Sigma_j^g$ . On supposera que les flux  $\varphi^g(\bar{r})$  et  $\varphi^{g'}(\bar{r}')$  sont uniformes sur chaque zone  $V_j$  et  $V_i$ . Multiplions l'équation (1.9) par  $\Sigma_j^g$  et intégrons la sur le sous-volume  $V_j$ , nous obtenons l'équation de transport discrétisée :

$$\Sigma_j^g \varphi_j^g V_j = \sum_i V_i P_{ij}^g \sum_{g'} \hat{\Sigma}_{0i}^{g' \rightarrow g} \varphi_i^{g'} \quad (1.10)$$

où  $V_i$  et  $V_j$  sont les volumes des zones  $i$  et  $j$  de calculs,  $\Sigma_j^g$  la section efficace totale du milieu  $j$  et  $P_{ij}^g$  la probabilité pour qu'un neutron émis dans le volume  $V_i$  subisse son premier choc dans le volume  $V_j$ .

$$P_{ij}^g = \frac{\Sigma_j^g}{V_i} \int_{V_j} d^3r \int_{V_i} d^3r' \frac{\exp(-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}'))}{4\pi R^2} \quad (1.11)$$

On observe que la relation de réciprocité suivante est satisfaite:

$$\frac{V_i P_{ij}^g}{\Sigma_j^g} = \frac{V_j P_{ji}^g}{\Sigma_i^g} \quad (1.12)$$

Ecrivons maintenant l'équation intégral-différentielle de transport monocinétique avec choc isotrope :

$$\bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \Sigma(\bar{r}) \psi(\bar{r}, \bar{\Omega}) = S(\bar{r}) \quad (1.13)$$

avec

$$\varphi(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\Omega$$

Intégrons l'équation de transport (1.13) sur angle solide  $4\pi$ , nous obtenons l'équation de conservation

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{j}(\bar{r}) + \Sigma(\bar{r}) \varphi(\bar{r}) = S(\bar{r}) \quad (1.14)$$

Considérons une source de neutron  $S(\bar{r})$  définie dans la région  $V_i$  d'un assemblage  $V_A$ . Le flux et le courant sans choc produits par cette source seront d'après les équations (1.7) et (1.8).

$$\varphi(\bar{r}) = \int_{V_i} d^3r' \frac{\exp(-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}'))}{4\pi R^2} S(\bar{r}') \quad (1.15)$$

$$\bar{j}(\bar{r}) = \int_{V_i} d^3r' \frac{\exp(-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}'))}{4\pi R^2} \bar{\Omega} S(\bar{r}') \quad (1.16)$$

Intégrons l'équation (1.14) sur le volume  $V_A$  d'un assemblage purement réfléchi, nous obtenons, compte tenu de l'équation (1.15).

$$\int_{V_A} d^3r S(\bar{r}) = \int_{V_i} d^3r' \int_{V_A} d^3r \Sigma(\bar{r}) \frac{\exp(-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}'))}{4\pi R^2} S(\bar{r}') \quad (1.17)$$

où le premier terme du premier membre de l'équation (1.14) disparaît après l'intégration, compte tenu du théorème d'Ostrogradsky.

Supposons maintenant que la source est isotrope et homogène dans le volume  $V_i$  et nulle à l'extérieur, et qu'elle émet un neutron par unité de temps dans le volume  $V_i$

$$S(\bar{r}') = \begin{cases} \frac{1}{V_i} & \text{si } \bar{r}' \in V_i \\ 0 & \text{si } \bar{r}' \notin V_i \end{cases}$$

D'autre part, nous pouvons écrire  $V_A = \sum_j V_j$ . Alors on obtient

$$1 = \sum_j \frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3r' \int_{V_j} d^3r \Sigma(\bar{r}) \frac{\exp(-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}'))}{4\pi R^2} \quad (1.18)$$

la relation de conservation dans un assemblage purement réfléchi (dans chaque groupe d'énergie) est donc

$$\sum_j P_{ij} = 1 \quad (1.19)$$

## 1.4. Calcul de fuite d'un milieu homogène

L'idée la plus simpliste permettant de traiter un réacteur formé d'un réseau hétérogène mais régulier consiste à remplacer ce réseau par un réseau homogénéisé d'une manière quelconque (nous verrons plus loin comment il y a lieu de préciser le sens du mot homogénéisation), et d'étendre à l'infini le milieu homogène ainsi obtenu [1, 5].

L'hypothèse de base suppose la factorisation du flux physique du milieu homogène infini sous la forme d'un produit de  $\exp(i\vec{B}\cdot\vec{r})$  et d'une fonction dépendant de l'angle solide et de l'énergie. Cette factorisation n'est possible quelle que soit l'orientation du vecteur  $\vec{B}$ , que pour une certaine valeur  $B$  de son module, correspondant à la criticité ( $\vec{B}$  fondamental).

### 1.4.1. Formalisme $B_0$ homogène

L'équation intégral-différentielle de transport en milieu homogène et infini s'écrit, en régime stationnaire et dans l'hypothèse de choc isotrope (équation (1.5)):

$$\bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \Psi^g(\vec{r}, \bar{\Omega}) + \Sigma^g \Psi^g(\vec{r}, \bar{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} \Phi^{g'}(\vec{r}) \quad (1.20)$$

avec

$$\hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} = \Sigma_{g,0}^{g' \rightarrow g} + \chi^g \frac{v^{g'} \Sigma_f^{g'}}{K}$$

où  $K$  est le facteur de multiplication effectif. Les sections efficaces sont évidemment indépendantes de la variable d'espace. On a

$$\Phi^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} \Psi^g(\vec{r}, \bar{\Omega}) d\Omega$$

Nous avons choisi des solutions ayant une variation spatiale du type

$$\Psi^g(\vec{r}, \bar{\Omega}) = \psi^g(\bar{\Omega}) \exp(i\vec{B}\cdot\vec{r}) \quad (1.21)$$

et nous allons le substituer dans l'équation (1.20).

Dans un milieu homogène infini de telles solutions existent pour n'importe quelle orientation du vecteur  $\vec{B}$ , à condition que l'équation suivante soit vérifiée :

$$(\Sigma^g + i\vec{B}\cdot\bar{\Omega}) \psi^g(\bar{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} \psi^{g'}$$

soit

$$\psi^g(\bar{\Omega}) = \frac{1}{\Sigma^g + i\vec{B}\cdot\bar{\Omega}} \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} \psi^{g'} \quad (1.22)$$

avec

$$\varphi^s = \int_{4\pi} \psi^s(\bar{\Omega}) d\Omega$$

Intégrons l'équation (1.22) sur l'angle solide  $4\pi$ , on peut montrer facilement que,  $\theta$  étant la colatitude et  $\mu$  son cosinus

$$\int_{4\pi} \frac{d\Omega}{\Sigma^s + i\bar{B} \cdot \bar{\Omega}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \frac{\sin\theta d\theta}{\Sigma^s + iB \cos\theta} = 2\pi \int_{-1}^1 \frac{d\mu}{\Sigma^s + iB\mu} = \frac{4\pi}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^s}$$

On obtient alors le système linéaire (équation caractéristique)

$$\varphi^s = \frac{1}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^s} \sum_{s'} \hat{\Sigma}_0^{s' \rightarrow s} \varphi^{s'} \quad (1.23)$$

Il n'y aura de solution du type,  $\exp(i\bar{B} \cdot \bar{r})$  que si le module  $B$  du vecteur  $\bar{B}$  satisfait à cette équation. Dans le cas où le facteur de multiplication  $K$  est égal à 1, la valeur de  $B^2$  la plus faible sur l'axe réel positif satisfaisant à cette équation est le laplacien critique du milieu. Le flux  $\varphi^s$  est le spectre critique en mode fondamental.

Ecrivons maintenant l'expression pour le courant

$$\bar{J}^s(\bar{r}) = \int_{4\pi} \psi^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) \bar{\Omega} d\Omega = \exp(i\bar{B} \cdot \bar{r}) \int_{4\pi} \psi^s(\bar{\Omega}) \bar{\Omega} d\Omega$$

soit,

$$\bar{J}^s(\bar{r}) = \bar{j}^s \exp(i\bar{B} \cdot \bar{r}) \quad (1.24)$$

d'où

$$\bar{j}^s = \int_{4\pi} \psi^s(\bar{\Omega}) \bar{\Omega} d\Omega = \frac{1}{4\pi} \sum_{s'} \hat{\Sigma}_0^{s' \rightarrow s} \varphi^{s'} \int_{4\pi} \frac{\bar{\Omega} d\Omega}{\Sigma^s + i\bar{B} \cdot \bar{\Omega}}$$

Nous allons montrer que l'intégrale apparaissant dans l'expression pour le courant  $\bar{j}^s$ , est colinéaire avec le vecteur laplacien  $\bar{B}$ . On a le droit de positionner l'axe  $z$  dans la direction du vecteur  $\bar{B}$ . Donc, on peut présenter le vecteur  $\bar{\Omega}$  par ces projections (où  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  et  $\bar{z}$  sont les vecteurs unitaires).

$$\begin{aligned} \int_{4\pi} \frac{\bar{\Omega} d\Omega}{\Sigma^s + i\bar{B} \cdot \bar{\Omega}} &= \\ &= \int_0^{2\pi} \cos\varphi d\varphi \int_0^\pi \frac{\sin^2\theta d\theta}{\Sigma^s + iB \cos\theta} \bar{x} + \int_0^{2\pi} \sin\varphi d\varphi \int_0^\pi \frac{\sin^2\theta d\theta}{\Sigma^s + iB \cos\theta} \bar{y} + \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \frac{\cos\theta \sin\theta d\theta}{\Sigma^s + iB \cos\theta} \bar{z} \end{aligned}$$

Il est évident que les intégrales dans les directions  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$  sont identiquement nulles, par suite de l'intégration de sinus  $\varphi$  et cos  $\varphi$  sur  $2\pi$ , et nous avons

$$\int_{4\pi} \frac{\bar{\Omega} d\Omega}{\Sigma^s + i\bar{B} \cdot \bar{\Omega}} = 2\pi \int_0^\pi \frac{\cos\theta \sin\theta d\theta}{\Sigma^s + iB \cos\theta} \bar{z} = 2\pi \int_{-1}^1 \frac{\mu d\mu}{\Sigma^s + iB\mu} \bar{z} = \frac{2\pi}{iB} \int_{-1}^1 \frac{B^2 \mu^2 d\mu}{\Sigma^s + B^2 \mu^2} \bar{z}$$

Comme le vecteur  $\bar{B}$  est colinéaire avec l'axe  $\bar{z}$ , on peut écrire

$$\int_{4\pi} \frac{\bar{\Omega} d\Omega}{\Sigma^s + i\bar{B} \cdot \bar{\Omega}} = \frac{4\pi}{iB^2} \left(1 - \frac{\Sigma^s}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^s}\right) \bar{B}$$

ce qui montre aussi que le courant  $\bar{j}^s$  a la même orientation que le laplacien  $\bar{B}$ .

$$\bar{j}^s = \frac{1}{iB^2} \sum_{\hat{\Sigma}_0^{s' \rightarrow s}} \varphi^{s'} \left(1 - \frac{\Sigma^s}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^s}\right) \bar{B} \quad (1.25)$$

De même, le courant  $\bar{J}^s(\bar{r})$ , d'après l'équation (1.24), a l'orientation du vecteur  $\bar{B}$ .

Comme

$$\Phi^s(\bar{r}) = \varphi^s \exp(i\bar{B} \cdot \bar{r})$$

appliquons l'opérateur gradient sur le flux  $\Phi^s(\bar{r})$ , on a

$$\bar{\nabla} \Phi^s(\bar{r}) = i\bar{B} \varphi^s \exp(i\bar{B} \cdot \bar{r}) \quad (1.26)$$

La propriété fondamentale d'un problème de transport en milieu homogène infini est que le flux  $\varphi^s$  solution du problème ne dépend que de la variation des sections efficaces avec l'énergie, c'est-à-dire de l'énergie elle-même. Ceci est vrai aussi pour le courant  $\bar{j}^s$ . En conséquence, en milieu homogène infini, le coefficient reliant le flux  $\varphi^s$  et le courant  $\bar{j}^s$  est une fonction de l'énergie et nous pouvons écrire :

$$\bar{j}^s = -iD^s \bar{B} \varphi^s \quad (1.27)$$

d'où la relation

$$\bar{J}^s(\bar{r}) = -D^s \bar{\nabla} \Phi^s(\bar{r})$$

qui en milieu homogène infini ne fait pas appel à aucune approximation, autre que celle du choc isotrope; elle présente une ressemblance évidente avec la relation de Fick de l'approximation de diffusion. Toutefois, nous allons voir que le coefficient de fuite  $D^s$  qui apparaît dans l'équation (1.27) diffère du coefficient de diffusion obtenu dans l'approximation de diffusion.

D'autre part, la relation de conservation, obtenue par intégration directe de l'équation (1.20) au flux angulaire sur  $4\pi$  s'écrit :

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbf{j}}^g(\bar{r}) + \Sigma^g \Phi^g(\bar{r}) - \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} \Phi^{g'}(\bar{r}) = 0$$

soit,

$$i\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\mathbf{j}}^g + \Sigma^g \varphi^g - \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} = 0 \quad (1.28)$$

L'équation (1.23) au flux nous fournit l'expression de la sommation sur  $g'$ .

$$\sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} = \frac{B}{\text{arctg} \frac{B}{\Sigma^g}} \varphi^g$$

d'où

$$i\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\mathbf{j}}^g + \Sigma^g \left[ 1 - \frac{\frac{B}{\Sigma^g}}{\text{arctg} \frac{B}{\Sigma^g}} \right] \varphi^g = 0$$

Revenons à l'équation (1.27), et multiplions-la scalairement par  $i\bar{\mathbf{B}}$ , nous obtenons :

$$i\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\mathbf{j}}^g = D^g B^2 \varphi^g \quad (1.29)$$

En éliminant  $i\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\mathbf{j}}$  entre cette relation et la relation de conservation, on obtient la relation pour le coefficient de fuite :

$$D^g = \frac{1}{B} \frac{1 - \frac{\Sigma^g}{B} \text{arctg} \frac{B}{\Sigma^g}}{\text{arctg} \frac{B}{\Sigma^g}} \quad (1.30)$$

Dans le cas où le laplacien critique  $B^2$  est faible devant la section efficace totale  $\Sigma^g$  (c'est-à-dire en gros lorsque les dimensions du réacteur sont grandes devant le libre parcours total dans le groupe  $g$ ), on obtient le développement classique :

$$D^g = \frac{1}{3 \Sigma^g} \left[ 1 - \frac{4}{15} \frac{B^2}{\Sigma^{g2}} + o\left(\frac{B^4}{\Sigma^{g4}}\right) \right]$$

où le coefficient de diffusion est la limite du coefficient de fuite au premier ordre en  $B^2$ . En général, on utilise la formule non développée, qui n'est pas plus difficile à calculer.

Le laplacien d'un système sur-critique est réel et l'on peut donc employer directement l'équation (1.30). Par contre, le laplacien d'un système sous-critique est purement imaginaire ( $B^2 < 0$ ) et l'on travaillera donc avec le module du laplacien qu'on dénotera par commuté B. Pour le cas sous-critique, utilisant :

$$\operatorname{arctg} i \frac{B}{\Sigma^g} = \frac{i}{2} \ln \frac{\Sigma^g + B}{\Sigma^g - B}$$

L'équation (1.30) est remplacée par :

$$D^g = - \frac{1}{B} \frac{1 - \frac{\Sigma^g}{2B} \ln \frac{\Sigma^g + B}{\Sigma^g - B}}{\frac{1}{2} \ln \frac{\Sigma^g + B}{\Sigma^g - B}} \quad (1.31)$$

Le procédé de calcul du coefficient de fuites en milieu homogène infini dans l'hypothèse du choc isotrope est connu sous le nom de  $B_0$  homogène - B pour résolution de l'équation de transport, par opposition à P (diffusion), et 0 pour choc isotrope.

La raison d'être du coefficient de fuite est de calculer le taux de fuites par unité de volume; ce taux de fuites est donné par :

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{J}^g(\bar{r}) = - D^g \nabla^2 \Phi^g(\bar{r}) = - D^g \varphi^g \nabla^2 [\exp(i\bar{B} \cdot \bar{r})] = D^g B^2 \Phi^g(\bar{r})$$

Le terme  $D^g B^2$  joue en quelque sorte le rôle d'une section efficace macroscopique de fuite.

Ici nous pouvons faire une constatation importante: le coefficient de fuite  $D^g$  dans le groupe g ne dépend que de la section efficace totale  $\Sigma^g$  du groupe g et nullement des sections efficaces des autres groupes. En d'autres termes, les fuites dans un groupe ne sont pas corrélées aux fuites dans les autres groupes.

#### 1.4.2. Formalisme $B_1$ homogène

Mais cette propriété n'est vraie que dans l'hypothèse du choc isotrope que nous avons admise jusqu'ici. La résolution de l'équation de transport en milieu infini et homogène dans l'approximation  $B_1$  (1 pour choc linéairement anisotrope, c'est-à-dire à deux harmoniques) suppose la loi de choc dans la forme.

$$\Sigma_{s'}^{g' \rightarrow g}(\bar{\Omega} \cdot \bar{\Omega}') = \frac{1}{4\pi} (\Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g} + \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g} \bar{\Omega} \cdot \bar{\Omega}')$$

En réécrivant l'équation (1.20) en milieu homogène et infini, dans l'hypothèse de choc linéairement anisotrope et en substituant dedans la solution au flux donné par l'équation (1.21), nous obtenons :

$$(\Sigma^g + i\bar{B} \cdot \bar{\Omega}) \psi^g(\bar{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} (\hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} + \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g} \bar{\Omega} \cdot \bar{j}^{g'}) \quad (1.32)$$

avec

$$\begin{aligned}\varphi^{\mathfrak{s}} &= \int_{4\pi} \psi^{\mathfrak{s}}(\bar{\Omega}') d\Omega' \\ \bar{j}^{\mathfrak{s}} &= \int_{4\pi} \psi^{\mathfrak{s}}(\bar{\Omega}') \bar{\Omega}' d\Omega'\end{aligned}$$

En divisant par  $\Sigma^{\mathfrak{s}} + i\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\Omega}$  et en intégrant sur angle solide  $4\pi$ , nous obtenons les intégrales que nous avons déjà calculées :

$$\int_{4\pi} \frac{d\Omega}{\Sigma^{\mathfrak{s}} + i\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\Omega}} = \frac{4\pi}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^{\mathfrak{s}}}$$

et

$$\int_{4\pi} \frac{\bar{\Omega} d\Omega}{\Sigma^{\mathfrak{s}} + i\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\Omega}} = \frac{4\pi}{iB^2} \left(1 - \frac{\Sigma^{\mathfrak{s}}}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^{\mathfrak{s}}}\right) \bar{\mathbf{B}}$$

Finalement, on obtient la relation suivante entre  $\bar{\varphi}^{\mathfrak{s}}$  et  $\bar{j}^{\mathfrak{s}}$ .

$$\bar{\varphi}^{\mathfrak{s}} = \sum_{\mathfrak{s}'} \left[ \frac{1}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^{\mathfrak{s}}} \hat{\Sigma}_0^{\mathfrak{s}' \rightarrow \mathfrak{s}} \varphi^{\mathfrak{s}'} + \left(1 - \frac{\Sigma^{\mathfrak{s}}}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^{\mathfrak{s}}}\right) \Sigma_{s,1}^{\mathfrak{s}' \rightarrow \mathfrak{s}} \frac{\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{j}^{\mathfrak{s}'}}{iB^2} \right] \quad (1.33)$$

D'autre part, en intégrant directement l'équation (1.32) au flux angulaire sur l'angle solide  $4\pi$ , on obtient la relation de conservation qui est la même que dans le cas de choc isotrope (l'équation (1.28)), puisque le terme anisotrope fait apparaître l'intégrale sur  $4\pi$  de  $\bar{\Omega} d\Omega$  qui est nul par antisymétrie et nous avons :

$$i\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{j}^{\mathfrak{s}} + \Sigma^{\mathfrak{s}} \varphi^{\mathfrak{s}} - \sum_{\mathfrak{s}'} \hat{\Sigma}_0^{\mathfrak{s}' \rightarrow \mathfrak{s}} \varphi^{\mathfrak{s}'} = 0 \quad (1.34)$$

L'élimination de  $i\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{j}^{\mathfrak{s}}$  entre les équations (1.33) et (1.34) fournit l'équation au flux  $\varphi^{\mathfrak{s}}$ , ou équation caractéristique, qui permet de définir le laplacien critique  $B^2$  et le spectre  $\varphi^{\mathfrak{s}}$ .

Quant au coefficient de fuite, il est toujours défini par l'équation (1.29)

$$D^{\mathfrak{s}} = \frac{i\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{j}^{\mathfrak{s}}}{B^2 \varphi^{\mathfrak{s}}}$$

De la relation de conservation (équation 1.34), on tire

$$\sum_{\mathfrak{s}'} \hat{\Sigma}_0^{\mathfrak{s}' \rightarrow \mathfrak{s}} \varphi^{\mathfrak{s}'} = i\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{j}^{\mathfrak{s}} + \Sigma^{\mathfrak{s}} \varphi^{\mathfrak{s}}$$

En portant cette expression dans l'équation (1.33), et en le divisant par  $\varphi^{\mathfrak{s}}$ , on obtient le coefficient de fuite  $D^{\mathfrak{s}}$  par résolution du système linéaire.

$$D^g = D_0^g \left( 1 + \sum_{g'} \frac{\Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}}{\Sigma^g} \frac{\varphi^{g'}}{\varphi^g} D^{g'} \right) \quad (1.35)$$

où

$$D_0^g = \frac{1}{B} \frac{1 - \frac{\Sigma^g}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^g}}{\operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^g}}$$

est le coefficient de fuite obtenu dans le cas du choc isotrope.

Le rapport  $\frac{\varphi^{g'}}{\varphi^g}$  est obtenu par un calcul préalable du spectre.

On voit que le terme d'anisotropie du choc introduit un couplage des fuites entre les différents groupes. En d'autres termes, le coefficient de fuite dans le groupe  $g$  dépend non seulement de la section efficace totale  $\Sigma^g$ , mais de tous les  $\Sigma^{g'}$  et  $\Sigma^{g' \rightarrow g}$ .

Comme dans l'approximation  $B_0$  homogène, dans le cas où le laplacien critique  $B^2$  est faible devant la section efficace totale  $\Sigma^g$ , on peut utiliser le développement. De même, pour un système sous-critique ( $B^2 < 0$ ), on est obligé d'utiliser une relation similaire à l'équation (1.31).

Une approximation fréquemment utilisée consiste à traiter le cas du choc anisotrope au moyen de formalisme isotrope, en remplaçant la section efficace totale par la section efficace de transport (la correction de transport), comme il a été déjà expliqué.

Pour représenter un assemblage en situation de coeur et le rendre critique, on peut approximativement prendre en compte l'absorption due à la structure macroscopique du flux en situation hétérogène en employant le coefficient de fuites et le laplacien critique obtenus dans un milieu homogène équivalent. Le milieu homogène équivalent doit représenter au mieux le problème hétérogène et, en conséquence, le calcul du coefficient de fuites et du laplacien critique doivent s'effectuer avec les sections efficaces homogénéisées avec le flux local hétérogène (ce qu'on verra plus loin). Comme ce dernier dépend à son tour des fuites volumiques, on sera amené à résoudre le problème d'une manière itérative.

Ce modèle de fuites homogènes ne tient pas compte des effets d'anisotropie provoqués par l'hétérogénéité du milieu [6, 7, 8]. Ces effets peuvent être dominants quand le réacteur contient des cavités ou des canaux de faibles sections efficaces, orientés dans une direction particulière.

## 1.5. Calcul des conditions critiques d'un assemblage

La théorie intégrale de transport présentée dans le chapitre 1.3, permettant de calculer une cellule, un assemblage ou quelques assemblages en interaction, soit par un traitement exact par probabilités de collision (chapitre 1.3), soit par une méthode approximative de courants d'interface, est la base des codes APOLLO [9, 10] et APOLLO-2 [11, 12, 13]. Ces codes, qui ont été à l'origine conçus pour le calcul des REP, permettent une description très fine de la carte de flux multigroupe et donc des taux de réaction dans un assemblage, mais calculent les fuites à partir d'un assemblage homogénéisé (suivant le schéma présenté dans le chapitre précédent), ce qui n'est qu'une représentation très imparfaite des fuites réelles de l'assemblage hétérogène, qui tend à sous-estimer les fuites.

Cette imperfection est faible dans les réacteurs à eau ordinaire qui sont relativement peu hétérogènes, mais apparaît tout particulièrement lorsque le réacteur, ou certains assemblages du réacteur, comportent des milieux vides, ou presque vides (grand libre parcours), ce qui fait apparaître des phénomènes de "streaming" (effet de couloir), qui résultent de la propagation en ligne droite des neutrons dans le vide. Cet effet apparaît aussi dans le cas des réacteurs rapides dû au sodium qui a un grand libre parcours ou dans des réacteurs refroidis au gaz, (graphite-gaz, eau lourde-gaz, HTGR) où le gaz peut être pratiquement assimilé à du vide. La prise en compte de l'hétérogénéité dans le calcul des fuites de neutrons est le but de notre travail et elle sera présentée un peu plus loin.

Revenons maintenant au calcul de fuites en milieu homogénéisé.

Une fois obtenue, la carte de flux multigroupe dans l'assemblage réfléchi par résolution du système d'équation couplée en  $\varphi_j^g$  par exemple par la méthode des probabilités de collision exacte (équation 1.10) au moyen des modules MARSYAS [14, 15] pour APOLLO ou 2D x-y exacte [12,14] pour APOLLO-2, on peut définir un milieu homogène "équivalent" à l'assemblage par pondération des sections efficaces pour la réaction  $\beta$  sur le flux :

$$\bar{\Sigma}_\beta^g = \frac{\int_{V_A} \Sigma_\beta^g(\bar{r}) \varphi^g(\bar{r}) d^3r}{\int_{V_A} \varphi^g(\bar{r}) d^3r}$$

soit dans la forme discrétisée

$$\bar{\Sigma}_\beta^g = \frac{\sum_{i \in A} \Sigma_{i,\beta}^g \varphi_i^g V_i}{\sum_{i \in A} \varphi_i^g V_i} \quad (1.36)$$

Ces sections efficaces définissent un milieu homogénéisé et purement réfléchi (ou ce qui revient au même, un milieu homogénéisé et infini) qui n'est pas critique ( $K \neq 1$ ).

Pour le rendre critique, il faut introduire une section de fuite macroscopique  $D^g B^2$  et le calculer comme nous l'avons montré dans le chapitre 1.4 (au moyen des modules DIFFON pour le code APOLLO ou FUITES [12] pour APOLLO-2).

Le laplacien critique ainsi obtenu n'est évidemment pas le laplacien fondamental de l'assemblage hétérogène réel, puisque le milieu homogénéisé a été obtenu par simple pondération des sections efficaces sur la carte de flux d'un assemblage dans lequel les fuites macroscopiques n'ont pas été prises en compte. C'est pourquoi on refait un second calcul d'assemblage hétérogène réfléchi par la méthode des probabilités de collision (comme précédemment) en figurant ces fuites par un terme d'absorption volumique additionnel  $D^s B^2$  ou  $D^s$  et  $B^2$  ont été obtenus par le calcul des fuites homogènes. En fait, pour ne pas avoir à recalculer les probabilités de collision, on conserve la section totale de calcul hétérogène sans fuite (calcul initial) en diminuant la section efficace de transfert  $\Sigma_{s,0}^{g \rightarrow s}$  dans chaque groupe de la quantité  $D^s B^2$  (indépendante de la variable d'espace  $\bar{r}$ ). En résolvant avec ces nouvelles sections efficaces le système d'équations au flux  $\phi_j^s$ , toujours pour un assemblage purement réfléchi, on détermine une nouvelle carte de flux de l'assemblage. Cette carte de flux permet à son tour de déterminer un nouveau milieu homogène "équivalent" au moyen de l'équation (1.36), qui n'est pas critique. On recommence alors la détermination d'un nouveau  $B^2$  et d'un nouveau  $D^s$  en ce nouveau milieu homogène. On refait ensuite un calcul de l'assemblage hétérogène incluant le nouveau  $D^s B^2$  et on continue ainsi jusqu'à la convergence ( $K = 1$ ), obtenue d'ailleurs après un petit nombre d'itérations.

Ce procédé nous a donc permis d'obtenir la carte de flux  $\phi^s(\bar{r})$  dans l'assemblage hétérogène réfléchi, le laplacien critique  $B^2$  et le coefficient de fuite  $D^s$  de l'assemblage homogénéisé "équivalent". La quantité  $D^s B^2 \phi^s(\bar{r})$  représente le taux de fuites volumiques par unité de volume de l'assemblage, dans le groupe  $g$  (en d'autres termes  $D^s B^2$  représente la section efficace de fuite macroscopique, indépendant du point  $\bar{r}$ ). L'inconvénient de cette procédure provient du fait que les fuites sont calculées pour un assemblage homogénéisé, non pour l'assemblage réel; la section efficace de fuites  $D^s B^2$  devrait en effet dépendre du point  $\bar{r}$ , ce qui n'est pas le cas ici. En particulier, la méthode présentée ici ne permet pas de prendre en compte l'anisotropie du coefficient de fuites, c'est-à-dire le fait que le coefficient axial diffère du coefficient transversal [16, 17, 18]. Pour tenir compte de cette anisotropie, il faut employer une méthode  $B_1$  hétérogène (qui sera présentée plus loin) et non une méthode  $B_1$  homogène.

## 1.6. Homogénéisation par équivalence

Nous avons vu que le procédé (utilisé dans les codes APOLLO ou APOLLO-2) présenté dans le chapitre précédent, permet de déterminer, aux prix de certaines approximations, le laplacien critique  $B^2$  d'un assemblage donné, sa carte de flux critique et par conséquent la carte des taux des réactions et des niveaux de puissance, ainsi que le coefficient de fuite  $D^{\beta}$  et donc la section efficace de fuite volumique  $D^{\beta}B^2$ . L'assemblage en question est supposé parfaitement réfléchi, et les fuites macroscopiques de neutrons de l'assemblage réel, qui se produisent évidemment par sa surface, sont prises en compte artificiellement par cette section efficace additionnelle  $D^{\beta}B^2$  répartie en volume.

Comme le coeur du réacteur réel est composé d'assemblages différents, soit que les enrichissements du combustible soient différents, soit qu'ils aient une proportion de plutonium et de ses dérivés, et de produits de fission différents, par suite d'un taux d'irradiation différent, soit que certains assemblages puissent comporter des grappes de contrôle ou des poisons consommables etc., le seul calcul véritablement exact consisterait à résoudre l'équation du transport multigroupe dans le réacteur tout entier, ainsi que dans son réflecteur, mais c'est encore loin d'être possible à l'heure actuelle, malgré les progrès vertigineux des ordinateurs. En tout cas ce type de calcul coûterait extrêmement cher.

C'est pourquoi on est amené à découper le coeur du réacteur en petits morceaux, cellules ou assemblages, eux-mêmes hétérogènes, mais qui seront figurés, pour le calcul du coeur dans son ensemble, par des milieux homogénéisés "équivalents". Nous avons vu toute l'ambiguïté que pouvait contenir le sens du mot "équivalent". La démarche sera expliquée par la suite.

D'abord on calcule le laplacien fondamental critique, la carte de flux multigroupe correspondante et le coefficient de fuite volumique  $D^{\beta}$  de chacun des assemblages du coeur, pris isolément, et supposé parfaitement réfléchi (i.e. répété à l'infini). C'est le procédé expliqué précédemment (les codes APOLLO et APOLLO-2), compte tenu des approximations admises.

A partir de la carte de flux multigroupe, on définit les paramètres homogénéisés de chacune des cellules de l'assemblage considéré, c'est-à-dire les sections efficaces équivalentes. Nous avons vu que la manière la plus élémentaire de définir ces sections efficaces équivalentes était la simple pondération par les flux. En fait, on ne se contente pas d'homogénéiser le calcul, mais on effectue aussi une condensation sur l'échelle des énergies, en définissant des sections efficaces condensées sur des macrogroupes  $G$ . Alors que le nombre de microgroupes  $g$  est élevé (en général 99 ou 172), le nombre de macrogroupes ne dépasse pas 2 à 8. Pour la réaction  $\beta$ , nous avons donc les sections efficaces moyennes dans la cellule  $I$  condensée sur le macrogroupe  $G$

$$\bar{\Sigma}_{\beta,I}^G = \frac{\sum_{i \in I} \sum_{g \in G} \Sigma_{\beta,i}^g \varphi_i^g V_i}{\sum_{i \in I} \sum_{g \in G} \varphi_i^g V_i} \quad (1.37)$$

Remarquons que nous avons défini des sections efficaces moyennes à l'échelle de la cellule, mais le coefficient de fuites volumiques obtenu à l'échelle de l'assemblage peut être homogénéisé et condensé de deux manières. Le coefficient de fuites global est un coefficient de fuites spatialement constant partout dans l'assemblage A dans le macrogroupe G.

$$\bar{D}_A^G = \frac{\sum_{g \in G} D^g \sum_{i \in A} \varphi_i^g V_i}{\sum_{g \in G} \sum_{i \in A} \varphi_i^g V_i} \quad (1.38)$$

Le coefficient de fuites par cellule est un coefficient de fuites homogénéisé dans chaque cellule I et chaque macrogroupe G. Dans ce cas, le coefficient de fuite s'obtient comme les autres sections :

$$\bar{D}_I^G = \frac{\sum_{g \in G} D^g \sum_{i \in I} \varphi_i^g V_i}{\sum_{g \in G} \sum_{i \in I} \varphi_i^g V_i} \quad (1.39)$$

S'il s'agit d'un problème monocinétique, il est évident que le coefficient de fuite sera le même dans toutes les cellules, ce qui montre que, dans un problème à spectre, l'écart de coefficient de fuite par rapport à l'uniformité spatiale ne provient ici que d'un effet de variation du spectre de cellule à cellule; nous verrons plus loin que cet effet est petit. Donc, on voit que nous avons obtenu le coefficient de fuite par cellule de manière complètement artificielle, par suite de la pondération du coefficient de fuites (indépendant de la variable d'espace) sur le flux au niveau de la cellule. En général, dans les calculs, on utilise le coefficient de fuites par cellule (équation (1.39)), parce que sa définition est plus cohérente avec la définition des sections efficaces homogénéisées et condensées.

Maintenant que nous connaissons les paramètres de chaque cellule homogénéisée dans chacun des assemblages du coeur, il devient possible de faire un calcul complet du coeur à un prix raisonnable avec un petit nombre de macrogroupes. Ce calcul peut être fait soit en théorie de diffusion, soit en théorie de transport. La théorie de transport n'est utilisée que pour l'étude de "motifs" de plusieurs assemblages en interaction, mais pas pour le calcul d'un coeur entier, ce qui serait, sinon impossible, du moins hors de prix à l'heure actuelle. De toute façon, même en théorie de diffusion, le calcul du coeur entier avec homogénéisation par cellule n'est pratiquement possible qu'à deux dimensions (les fuites axiales étant prises en compte par un terme volumétrique en  $\bar{D}_I^G B_2^2$ ). Mais on peut homogénéiser à une échelle plus grande que celle de la cellule, par exemple homogénéiser un groupe de cellules ou un assemblage entier. Cette voie, où l'homogénéisation s'effectue à l'échelle de l'assemblage, est très prometteuse car, étant beaucoup moins lourde, elle permet des calculs de coeur à trois dimensions.

Revenons à l'homogénéisation par cellule, étant bien entendu que l'assemblage est toujours supposé parfaitement réfléchi.

A partir de la carte de flux multigroupe cinétique, on peut obtenir les taux des réactions  $T_{\beta, I}^G$  dans la cellule I et le macrogroupe G, pour la réaction de type  $\beta$

$$T_{\beta, I}^G = \sum_{i \in I} \sum_{g \in G} \Sigma_{\beta, I}^g \varphi_i^g V_i = \bar{\Sigma}_{\beta, I}^G \varphi_I^G V_I \quad (1.40)$$

On peut définir également, par macrogroupe G, un flux moyen  $\varphi_1^G$  dans le volume de la cellule I.

$$\varphi_1^G = \frac{1}{V_1} \sum_{i \in I} \sum_{i \in G} \varphi_i^s V_i \quad (1.41)$$

On peut définir aussi un taux de fuite volumique dans le macrogroupe G et dans la cellule I .

$$L_1^G = B^2 \sum_{g \in G} D^s \sum_{i \in I} \varphi_i^s V_i = \bar{D}_1^G \varphi_1^G V_1 \quad (1.42)$$

Il ne faut pas oublier que le coefficient de fuite  $D^s$  est calculé pour un assemblage homogénéisé, et que le taux de fuites par cellule est obtenu artificiellement comme dans le cas de l'équation (1.39).

Les taux de réaction, de fuite volumique et le flux moyen ainsi définis, seront appelés grandeurs de référence bien qu'elles soient obtenues à partir d'une carte de flux qui comporte des approximations.

Il a été montré que cette simple pondération par les flux ne satisfait pas l'équivalence des taux de réaction et de fuite entre le calcul de référence et le macrocalcul (c'est-à-dire le calcul de diffusion ou de transport effectué sur un assemblage réfléchi formé de cellules I homogénéisées et condensées sur des macrogroupes G) [19, 20].

Le problème de l'équivalence consiste à définir, dans une cellule I et un macrogroupe G, des sections efficaces  $\bar{\Sigma}_{\beta,1}^G$  de réaction  $\beta$  correspondant à une cellule homogène, et telles que, en utilisant un algorithme de calcul approché, on retrouve les mêmes taux de réaction que dans le calcul de référence. Si  $\tilde{T}_{\beta,1}^G$  représente le taux de réaction correspondant au calcul approché, on doit avoir :

$$\tilde{T}_{\beta,1}^G = T_{\beta,1}^G \quad (1.43)$$

Cet algorithme de calcul approché, utilisé dans un assemblage purement réfléchi composé de cellules homogènes, peut être, soit un algorithme de diffusion (équivalence transport-diffusion), soit un algorithme de transport avec éventuellement, l'approximation du flux plat dans chaque cellule (équivalence transport-transport).

La section efficace moyenne définie par simple pondération sur le flux peut s'écrire :

$$\bar{\Sigma}_{\beta,1}^G = \frac{T_{\beta,1}^G}{\varphi_1^G V_1}$$

Le choix de ces sections efficaces comme sections équivalentes conduit à des résultats à peu près satisfaisants tant que le réacteur ne contient pas d'assemblage de contrôle ni de poisons consommables. Mais, comme il a été montré, dans certains cas, il peut conduire à des résultats considérablement différents [20].

Cette erreur a conduit à rechercher d'autres types d'homogénéisations que la pondération sur les flux. Plusieurs méthodes sont proposées, parmi lesquelles la méthode SPH, reposant sur la conservation des taux de réaction dans chaque cellule de l'assemblage, comme nous venons de l'énoncer [19, 20, 21, 43].

Or, si l'on choisit comme sections équivalentes  $\bar{\Sigma}_{\beta,I}^G$ , les sections moyennes  $\bar{\Sigma}_{\beta,I}^G$ , il est impossible de satisfaire la conservation des taux de réaction; cette équivalence ne peut être satisfaite que pour des sections efficaces

$$\bar{\Sigma}_{\beta,I}^G = \mu_I^G \bar{\Sigma}_{\beta,I}^G \quad (1.44)$$

où  $\mu_I^G$ , appelé facteur SPH, est précisément à déterminer de telle sorte que l'équivalence soit satisfaite.

Nous nous trouvons là en présence d'un problème non linéaire, car les taux de réaction ne dépendent pas linéairement des sections efficaces. La détermination des facteurs  $\mu_I^G$  ne peut donc se faire que par un processus itératif.

Il est facile de montrer que le facteur  $\mu_I^G$  ne dépend pas du type de réaction considéré. Si nous appelons  $\bar{\varphi}_I^G$  le flux moyen dans la cellule I, donné par le calcul approché (calcul d'équivalence) à cellules homogénéisées, le taux de réaction du calcul approché (équivalent) s'écrit :

$$\bar{r}_{\beta,I}^G = \bar{\Sigma}_{\beta,I}^G \bar{\varphi}_I^G V_I = \mu_I^G \bar{\Sigma}_{\beta,I}^G \bar{\varphi}_I^G V_I$$

comme il faut satisfaire la conservation des taux de réaction, (équation (1.43)), il faut que :

$$\bar{\varphi}_I^G = \frac{\varphi_I^G}{\mu_I^G}$$

comme les flux sont des quantités indépendantes de la réaction  $\beta$   $\mu_I^G$  ne dépend pas de  $\beta$ . On peut donc déterminer  $\mu_I^G$  pour n'importe quelle section efficace, et en pratique on choisit la section efficace totale.

Comme nous avons obtenu les coefficients de fuites par cellule  $\bar{D}_I^G$ , d'une manière artificielle (équation (1.39)), à partir des coefficients de fuites pour un assemblage homogénéisé  $D^{\beta}$ , nous avons pu définir les taux de fuites volumiques par cellule (équation (1.42)).

Grâce à cet effet, les taux de fuites sont devenus des taux de réactions ordinaires comme les autres, et donc nous pouvons appliquer la même logique pour l'obtention des coefficients de fuites équivalentes  $\bar{D}_I^G$  comme dans le cas des sections efficaces équivalentes. Si  $\bar{L}_I^G$  représente le taux de fuites équivalent, nous pouvons écrire :

$$\bar{L}_I^G = L_I^G \quad (1.45)$$

avec :

$$\bar{L}_I^G = \bar{D}_I^G \varphi_I^G V_I$$

d'où :

$$\bar{D}_1^G = \mu_1^G \bar{D}_1^G \quad (1.46)$$

Les coefficients de fuites volumiques équivalents sont donc déterminés à l'échelle de chaque cellule I, comme les sections efficaces équivalentes, mais il ne faut pas oublier que le coefficient de fuite par cellule de référence a été obtenu à partir de coefficient de fuite pour un assemblage homogénéisé.

Ecrivons maintenant, dans le cadre du calcul d'équivalence à cellules homogénéisées, la relation de conservation dans une cellule I de l'assemblage A. Cette relation, qui est rigoureuse, exprime que la somme du courant à la frontière et de la somme algébrique de tous les taux de réaction et de fuite volumique est nulle.

$$S_{1j_1}^G + V_1 \left[ \bar{\Sigma}_1^G \bar{\varphi}_1^G + \bar{D}_1^G B^2 \bar{\varphi}_1^G - \sum_G (\bar{\Sigma}_{s,0,1}^{G \rightarrow G} + \chi^G \frac{V^G \bar{\Sigma}_{f,1}^{G'}}{K}) \bar{\varphi}_1^{G'} \right] = 0, K=1$$

(Bien distinguer les fuites volumiques, d'origine macroscopique, et les fuites locales S<sub>j</sub>).

Nous avons vu que la conservation des taux de réactions et de fuite volumique et par suite, celle du courant global  $S_{1j_1}^G$  à la frontière n'est possible que pour certaines valeurs particulières des sections équivalentes  $\bar{\Sigma}_{\beta,1}^G$ , et du coefficient de fuite  $\bar{D}_1^G$ . Changer ces paramètres reviendrait à changer les taux de réaction et par suite le courant global  $S_{1j_1}^G$  à la surface, donc les échanges de neutrons avec les cellules adjacentes.

Supposons maintenant que la cellule homogène I soit parfaitement réfléchissante. Dans ce cas, le courant global à la surface de la cellule est nul et la relation de conservation se réduit à l'annulation du bilan des taux de réaction et de fuite volumique. On peut alors, dans chaque macrogroupe G, multiplier chaque section efficace  $\bar{\Sigma}_{\beta,1}^G$  et le coefficient de fuite  $\bar{D}_1^G$  par un facteur quelconque  $\mu^G$ . La relation de conservation des taux de réactions continuera à être vérifiée, la solution, étant un flux  $\frac{\bar{\varphi}^G}{\mu^G}$ .

Il y a donc, pour une cellule parfaitement réfléchi, un arbitraire total dans le choix des sections efficaces et du coefficient de fuite équivalent. Le facteur SPH  $\mu_1^G$  est indéterminé, et l'on peut, par exemple, le choisir égal à 1 dans chaque macrogroupe G, ce qui correspond à l'homogénéisation élémentaire par pondération sur le flux. On voit que la détermination du facteur SPH est liée fondamentalement aux échanges de neutrons d'une cellule à une autre. S'il y a échange de neutrons, le courant  $S_{1j_1}^G$  réapparaît dans l'équation de conservation, et changer  $\bar{\Sigma}$  en  $\mu \bar{\Sigma}$  et  $\bar{\varphi}$  en  $\frac{\bar{\varphi}}{\mu}$  ne laisse pas la relation invariante.

Ce qui vient d'être dit à l'échelle d'une cellule a une conséquence à l'échelle de l'assemblage, toujours supposé réfléchi. Nous avons, par macrogroupe G, un facteur  $\mu_1^G$  à déterminer par cellule I pour préserver les taux de réaction et de fuite dans cette cellule. S'il y a N cellules dans l'assemblage, il y aura donc N facteurs  $\mu_1^G$  à déterminer par macrogroupe G. Mais, ces N relations ne sont pas indépendantes car, l'assemblage étant réfléchi, la somme algébrique de tous les taux de réaction et de taux de fuite volumique dans l'assemblage est automatiquement respectée. Il en résulte qu'il existe dans chaque macrogroupe, un degré de liberté que l'on peut choisir à sa guise.

On peut choisir de fixer le facteur  $\mu_1^G$  d'une cellule particulière (en fait une région dans la périphérie de l'assemblage), en le prenant par exemple égal à 1 pour tous les macrogroupes [20]. D'autre part, dans certaines méthodes, on choisit de fixer le degré de liberté disponible de telle sorte que l'équivalence préserve le flux moyen dans le volume de l'assemblage pour chaque macrogroupe G, [21]

$$\sum_{I \in A} \tilde{\varphi}_I^G V_I = \sum_{I \in A} \varphi_I^G V_I \quad (1.47)$$

Un autre choix du degré de liberté disponible est possible, et est probablement le meilleur. Ce choix revient à conserver le courant  $S_A J_-^G$  de neutrons entrant par la surface de l'assemblage (non pas le courant global  $S(J_- - J_+)$  qui est nul par définition, mais le courant de neutron entrant) [43].

Dans la suite de notre travail, nous n'allons utiliser que la conservation du flux moyen dans le volume de l'assemblage.

## 2. CALCUL DE FUITE D'UN MILIEU HETEROGENE

### 2.1. Formalisme $B_1$ hétérogène

Nous avons vu que les méthodes  $B_0$  et  $B_1$  homogène, utilisées dans les codes APOLLO et APOLLO-2 contenaient une certaine incohérence due au fait que les fuites sont calculées pour un milieu homogène "équivalent" à l'assemblage hétérogène, mais non pour l'assemblage réel. Nous allons voir qu'il est possible de remédier à cette insuffisance sur un modèle simplifié qui ne complique pas trop les calculs présentés.

Considérons donc un assemblage purement réfléchi, ou encore ce qui revient au même, un réseau répétitif d'assemblages identiques et symétriques. L'hypothèse de base suppose la factorisation du flux physique d'un assemblage réfléchi sous la forme d'un produit d'un flux de structure fine périodique (c'est-à-dire répétitif), de période égale à celle du réseau, décrivant les variations rapides du flux à l'intérieur de l'assemblage, et d'une fonction macroscopique décrivant les variations globales du flux du réseau. Les variations du flux local sont déterminées par les variations des sections efficaces à l'échelle des cellules, tandis que le flux macroscopique est défini par les bilans matières à large échelle. Ces idées sont à rapprocher de la notion de flux fondamental, défini par une factorisation du flux avec un flux macroscopique en  $\exp(i\bar{B} \cdot \bar{r})$ , qui provient de la généralisation à une situation hétérogène de la notion solidement établie de mode fondamental en milieu infini homogène. Le mode fondamental d'un assemblage est le flux neutronique qu'adopte la population de neutrons quand l'assemblage se répète jusqu'à l'infini. Evidemment, le flux fondamental dans un réacteur hétérogène n'est pas factorisable. Mais les techniques d'homogénéisation basées sur cette notion de mode fondamental supposent que le flux est factorisable en produit d'un flux hétérogène local et d'un flux macroscopique de la forme  $\exp(i\bar{B} \cdot \bar{r})$ .

Nous allons pour commencer réécrire l'équation intégral-différentielle de transport dans un assemblage hétérogène (équation (1.3)).

$$H\Psi = P\Psi \tag{2.1}$$

avec

$$H\Psi = \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \Psi^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \Sigma^s(\bar{r}) \Psi^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$$

et, dans l'approximation du choc linéairement anisotrope

$$P\Psi = \sum_{g'} \left[ \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) \Phi^{g'}(\bar{r}) + \Sigma_1^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) \sum_k \Omega_k J_k^{g'}(\bar{r}) \right]$$

avec  $\Omega_k$  étant la composante  $k = x, y, z$  du vecteur unitaire  $\bar{\Omega}$ ,

$$\Phi^g(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \Psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega}') d\Omega'$$

$$J_k^g(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \Psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega}') \Omega'_k d\Omega'$$

et

$$\hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) = \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\bar{r}) + \chi^g \frac{v^{g'} \Sigma_f^{g'}(\bar{r})}{K}$$

où  $K$  est le facteur de multiplication effectif. Pour simplifier le formalisme nous écrivons dans la suite  $\Sigma_1(\bar{r})$  à la place de  $\Sigma_{s,1}(\bar{r})$ .

Le formalisme  $B_1$  hétérogène (qui n'est lui-même aussi qu'une approximation puisqu'un assemblage, s'il est entouré d'assemblages différents, comportera des transitoires de flux au voisinage de sa frontière), repose sur l'hypothèse que le flux angulaire "physique"  $\Psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ , peut être factorisé en un flux macroscopique fondamental  $\exp(i\bar{B} \cdot \bar{r})$  et un flux de structure fine  $\psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega})$  [17, 18, 22].

$$\Psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega}) \exp(i\bar{B} \cdot \bar{r}) \quad (2.2)$$

où  $\bar{B}$  est le vecteur laplacien. En portant cette expression de  $\Psi$  dans l'équation intégrodifférentielle du transport (2.1), on obtient l'équation gouvernant le flux microscopique  $\psi$ .

$$(H + i\bar{B} \cdot \bar{\Omega}) \psi = P\psi \quad (2.3)$$

Rappelons que nous considérons un réseau répétitif d'assemblages identiques. Nous supposons ici que l'assemblage est symétrique et carré. Les conditions aux limites de l'assemblage découlent de la répétitivité du flux microscopique  $\psi^g(\bar{r}, \bar{\Omega})$ . En d'autres termes, il existe une invariance par translation d'un pas d'assemblage.

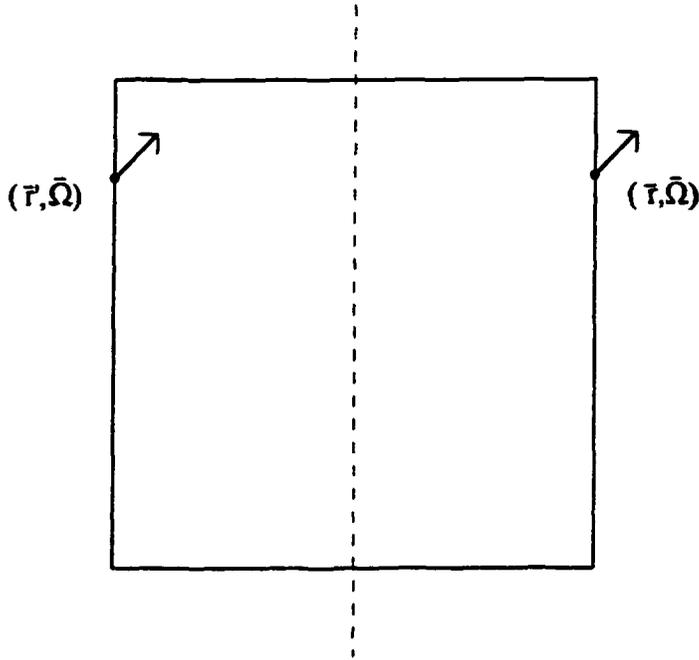


Figure 2.1. Assemblage symétrique avec conditions aux limites pour le flux  $\psi^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$

Donc, d'après la figure 2.1., nous pouvons conclure: à tout point  $\bar{r}$  de la frontière correspond un point  $\bar{r}'$  symétrique par rapport au plan médian parallèle à la face considérée, tel que

$$\psi^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \psi^s(\bar{r}', \bar{\Omega})$$

pour tout  $\bar{\Omega}$ .

Il est possible de séparer le flux angulaire  $\psi^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  en une partie réelle et une partie imaginaire [16, 17, 18].

$$\psi^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \psi_s^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) + i f^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) \quad (2.4)$$

En substituant l'équation (2.4) dans (2.3), l'équation complexe du transport peut être remplacée par un système de deux équations réelles :

$$\begin{cases} H\psi_s - \bar{B} \cdot \bar{\Omega} f = P\psi_s \\ Hf + \bar{B} \cdot \bar{\Omega} \psi_s = Pf \end{cases} \quad (2.5)$$

On peut écrire :

$$\bar{B} \cdot \bar{\Omega} f = \left( \sum_{k=x,y,z} B_k \Omega_k \right) f \quad (2.6)$$

Comme chacune des deux équations du système (2.5) est linéaire, nous supposons que la solution de la deuxième équation de ce système peut s'écrire :

$$f^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) = - \sum_{k=x,y,z} B_k \psi_{sk}^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) \quad (2.7)$$

En portant les équations (2.6) et (2.7), dans la deuxième équation du système (2.5), on obtient trois équations (pour x, y et z) de type :

$$H\psi_{ak} = P\psi_{ak} + \Omega_k \psi_s \quad (2.8)$$

où  $\psi_{ak}^e(\bar{r}, \bar{\Omega})$  est le flux angulaire pour les directions  $k = x, y, z$ .

L'existence de la solution de l'équation (2.8) est garantie par le théorème de Fredholm, en d'autres termes, la source est orthogonale dans le domaine de l'espace des phases considéré à la solution (flux adjoint) de l'équation adjointe sans source.

Nous pouvons réécrire l'équation (2.4) au flux angulaire  $\psi^e(\bar{r}, \bar{\Omega})$ .

$$\psi^e(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \psi_s^e(\bar{r}, \bar{\Omega}) - i \sum_{k=x,y,z} B_k \psi_{ak}^e(\bar{r}, \bar{\Omega}) = \psi_s^e(\bar{r}, \bar{\Omega}) - i\bar{B} \cdot \bar{\psi}_a^e(\bar{r}, \bar{\Omega}) \quad (2.9)$$

en introduisant le vecteur flux  $\bar{\psi}_a^e(\bar{r}, \bar{\Omega})$  avec ses composantes  $\psi_{ax}^e(\bar{r}, \bar{\Omega})$ ,  $\psi_{ay}^e(\bar{r}, \bar{\Omega})$  et  $\psi_{az}^e(\bar{r}, \bar{\Omega})$

Le flux angulaire "physique"  $\Psi(\bar{r}, \bar{\Omega})$  est maintenant, considérant la partie réelle qui est la seule à avoir un sens physique,

$$\begin{aligned} \text{Re } \Psi(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= \text{Re} [\psi(\bar{r}, \bar{\Omega}) \exp(i\bar{B} \cdot \bar{r})] \\ &= \psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega}) \cos(\bar{B} \cdot \bar{r}) + \bar{B} \cdot \bar{\psi}_a(\bar{r}, \bar{\Omega}) \sin(\bar{B} \cdot \bar{r}) \\ &= \psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega}) \cos(\bar{B} \cdot \bar{r}) - (\bar{V} \cos(\bar{B} \cdot \bar{r})) \cdot \bar{\psi}_a(\bar{r}, \bar{\Omega}) \end{aligned}$$

Le premier terme est simplement le produit du flux macroscopique  $\cos(\bar{B} \cdot \bar{r})$  et du flux microscopique  $\psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  qui est la solution de la première équation du système (2.5). Ce flux tient compte des fuites représentées par le terme :

$$\bar{B} \cdot \bar{\Omega} f = - (\bar{B} \cdot \bar{\Omega})(\bar{B} \cdot \bar{\psi}_a(\bar{r}, \bar{\Omega})) = - \sum_k \sum_{k'} B_k B_{k'} \Omega_k \psi_{ak'}(\bar{r}, \bar{\Omega})$$

qui représente un type particulier d'absorption. Le deuxième terme est proportionnel au gradient du flux macroscopique et le vecteur flux  $\bar{\psi}_a(\bar{r}, \bar{\Omega})$  reflète le changement dans le flux microscopique induit par la présence du gradient de flux macroscopique.

Les flux angulaires  $\psi_s$  et  $\psi_{ak}$  peuvent être choisis parmi les solutions du système  $B_1$  hétérogène.

$$\begin{cases} H\psi_s = P\psi_s - \sum_k \sum_{k'} B_k B_{k'} \Omega_k \psi_{ak'} \\ H\psi_{ak} = P\psi_{ak} + \Omega_k \psi_s \end{cases} \quad (2.10)$$

ou sous la forme explicite

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \Sigma^s(\bar{r}) \psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= \sum_{\bar{s}'} \left[ \hat{\Sigma}_0^{\bar{s}' \rightarrow s}(\bar{r}) \varphi_{\bar{s}'}^s(\bar{r}) + \Sigma_1^{\bar{s}' \rightarrow s}(\bar{r}) \sum_k \Omega_k \bar{j}_{\bar{s}k}^s(\bar{r}) \right] - \sum_k \sum_{k'} B_k B_{k'} \Omega_k \psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) \\ \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_{\bar{s}k}^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) + \Sigma^s(\bar{r}) \psi_{\bar{s}k}^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= \sum_{\bar{s}'} \left[ \hat{\Sigma}_0^{\bar{s}' \rightarrow s}(\bar{r}) \varphi_{\bar{s}k}^s(\bar{r}) + \Sigma_1^{\bar{s}' \rightarrow s}(\bar{r}) \sum_{k'} \Omega_{k'} \bar{j}_{\bar{s}k k'}^s(\bar{r}) \right] + \Omega_k \psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) \end{aligned} \right. \quad (2.11)$$

avec

$$\begin{aligned} \varphi_{\bar{s}}^s(\bar{r}) &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\Omega \\ \bar{j}_{\bar{s}k}^s(\bar{r}) &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) \Omega_k d\Omega \\ \varphi_{\bar{s}k}^s(\bar{r}) &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_{\bar{s}k}^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\Omega \\ \bar{j}_{\bar{s}k k'}^s(\bar{r}) &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_{\bar{s}k}^s(\bar{r}, \bar{\Omega}) \Omega_{k'} d\Omega \end{aligned} \quad (2.12)$$

Le flux angulaire  $\psi_{\bar{s}k}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  est un flux produit par une source très particulière,  $\Omega_k \psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$ , ce que montre la deuxième équation de transport du système (2.10) ou (2.11). Le flux angulaire  $\psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  n'est pas isotrope mais il est rarement très loin de l'isotropie. Par contre, le facteur  $\Omega_k$  conduit à une source très anisotrope, puisqu'elle envoie des neutrons positifs dans les directions  $\bar{\Omega}$ , formant un angle aigu avec la direction  $k$  ( $k = x, y, z$ ), et des neutrons négatifs dans la direction  $\bar{\Omega}$ , formant un angle obtus avec la direction  $k$ . Ainsi la source  $\Omega_k \psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  produit le flux directionnel  $\psi_{\bar{s}k}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  qui est très anisotrope, et on n'est pas très familier, dans les problèmes classiques, avec ce type de source.

Le flux angulaire  $\psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  est la somme de plusieurs termes, chacun d'eux ayant le même caractère de symétrie ou antisymétrie à la fois en  $r_k$  et en  $\Omega_k$  ( $k = x, y, z$ ).

Le flux angulaire  $\psi_{\bar{s}k}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  est la somme de plusieurs termes, chacun d'eux ayant un caractère de symétrie ou antisymétrie opposé à la fois en  $r_k$  et en  $\Omega_k$  ( $k = x, y, z$ ).

Il en résulte que le flux angulaire  $\psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  est invariant sous le changement de  $k$  en  $-k$ , quel que soit  $k = x, y, z$ . A l'inverse, le flux angulaire  $\psi_{\bar{s}k}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  change de signe dans le changement de  $k$  en  $-k$ , mais est invariant dans le changement de  $k'$  en  $-k'$  pour  $k' \neq k$  [7, 16].

En connaissant, maintenant, les comportements des flux angulaires  $\psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  et  $\psi_{\bar{s}k}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$ , nous pouvons mieux expliquer la signification de la condition de répétitivité à la limite d'un assemblage symétrique, que nous avons imposée au début de ce chapitre. En ce qui concerne le flux angulaire  $\psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$ , les termes antisymétriques en  $r_k$  et antisymétriques en  $\Omega_k$  s'annulent identiquement à la limite de cet assemblage et il nous reste le terme symétrique en  $r_k$  et symétrique en  $\Omega_k$ . En effet, pour tout  $\bar{\Omega}$ , le flux  $\psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  est continu quand on passe d'un assemblage à un assemblage adjacent. Donc, à l'aide de la figure 2.2., nous pouvons écrire les conditions aux limites de l'assemblage symétrique et répétitif pour le flux angulaire  $\psi_{\bar{s}}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$ .

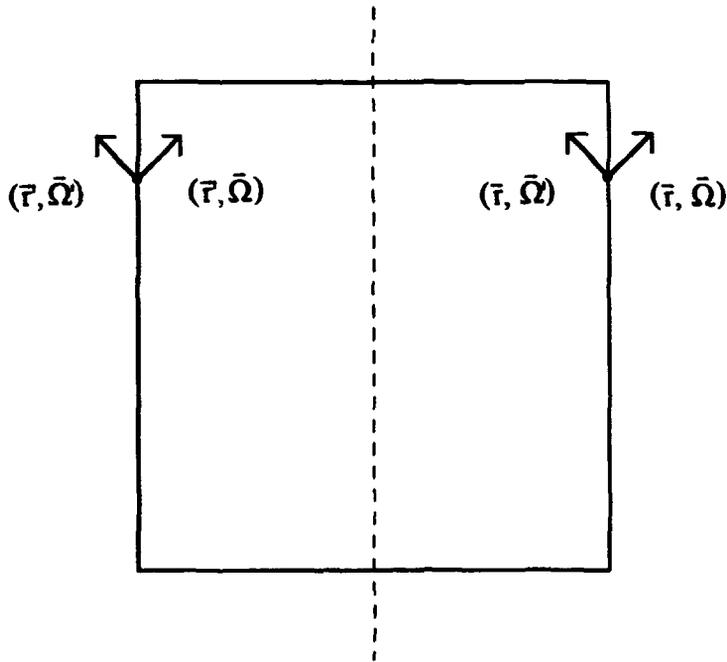


Figure 2.2. Assemblage symétrique avec les conditions aux limites pour les flux  $\psi_s^E(\bar{r}, \bar{\Omega})$  et  $\psi_{ak}^E(\bar{r}, \bar{\Omega})$

Chaque point  $\bar{r}$  de la frontière a un point correspondant  $\bar{r}'$  symétrique par rapport au plan médian parallèle à la face considérée. La distribution angulaire est symétrique en tous points de la frontière par rapport à la face de la frontière. Conséquemment, nous pouvons écrire

$$\begin{aligned}\psi_s^E(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= \psi_s^E(\bar{r}', \bar{\Omega}) \\ \psi_{ak}^E(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= \psi_{ak}^E(\bar{r}, \bar{\Omega}')$$

ou dans la forme plus explicite, par exemple pour  $r_x$  et  $\Omega_x$

$$\begin{aligned}\psi_s^E(r_x, r_y, r_z, \Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) &= \psi_s^E(-r_x, r_y, r_z, \Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) \\ \psi_{ak}^E(r_x, r_y, r_z, \Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) &= \psi_{ak}^E(r_x, r_y, r_z, -\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)\end{aligned}$$

Les relations que nous venons d'écrire représentent la condition de réflexion spéculaire rencontrée dans tous les problèmes classiques.

Par contre, dans le cas du flux angulaire  $\psi_{ak}^E(\bar{r}, \bar{\Omega})$ , ce sont les termes antisymétriques en  $r_k$  et symétrique en  $\Omega_k$  qui s'annulent identiquement à la limite de l'assemblage concerné, et il reste le terme symétrique en  $r_k$  et antisymétrique en  $\Omega_k$ , ce qui donne les conditions aux limites de l'assemblage pour le flux angulaire  $\psi_{ak}^E(\bar{r}, \bar{\Omega})$  (figure 2.2.).

Par conséquent la symétrie spatiale par rapport au plan médian perpendiculaire à  $k$  et parallèle à la face considérée existe ici aussi. En ce qui concerne la distribution angulaire, elle est antisymétrique en tous points de la frontière par rapport à la face de la frontière perpendiculaire à  $k$ . nous pouvons écrire

$$\begin{aligned}\psi_{ak}^E(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= \psi_{ak}^E(\bar{r}', \bar{\Omega}) \\ \psi_{ak}^E(\bar{r}, \bar{\Omega}) &= -\psi_{ak}^E(\bar{r}, \bar{\Omega}')$$

ou plus explicitement, par exemple pour la direction x

$$\begin{aligned}\psi_{ax}^g(r_x, r_y, r_z, \Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) &= \psi_{ax}^g(-r_x, r_y, r_z, \Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) \\ \psi_{ax}^g(r_x, r_y, r_z, \Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) &= -\psi_{ax}^g(r_x, r_y, r_z, -\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)\end{aligned}$$

Ici nous avons représenté la condition de réflexion antispéculaire (ou la condition d'antiréflexion).

La résolution d'un système  $B_1$  hétérogène donné par l'équation (2.11) (ou du système intégral équivalent) serait possible, et a d'ailleurs été effectuée dans certaines géométries particulières [23]. Mais elle demanderait certainement un temps de calcul considérable dans des assemblages complexes. D'autre part, comme nous avons vu, il faut bien être conscient du fait que la procédure  $B_1$  hétérogène n'est elle-même qu'une approximation.

En effet, l'hypothèse de factorisation du flux suppose qu'il existe dans l'assemblage un mode fondamental unique  $\exp(i\vec{B}\cdot\vec{r})$ , ce qui n'est pas conforme à la réalité physique puisque les frontières de l'assemblage introduisent des transitoires qui ne sont pas pris en compte dans cette procédure.

## 2.2. Modèle B<sub>1</sub> hétérogène simplifiée : TIBERE

Par suite de la complexité du formalisme de B<sub>1</sub> hétérogène, une forme simplifiée de ce même formalisme est présentée ici [24, 35]. D'autre part, ce modèle B<sub>1</sub> hétérogène simplifié, au prix de quelques approximations, ne fait appel pratiquement qu'aux outils mathématiques existant dans le code APOLLO-2, ou à des outils mathématiques voisins. Nous allons considérer un assemblage symétrique et réfléchi.

Pour cela, écrivons le système d'équations B<sub>1</sub> hétérogène sous forme explicite, étant entendu que  $\hat{\Sigma}_0$  est la matrice multigroupe rendant compte du transfert (harmonique 0) et de la fission, que  $\Sigma_1$  est la matrice multigroupe de transfert (harmonique 1), que  $\Sigma$  est la matrice diagonale représentant la section efficace totale, et que les flux et les courants sont des vecteurs multigroupes.

$$\begin{cases} \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_s + \Sigma \psi_s = \hat{\Sigma}_0 \varphi_s + \Sigma_1 \sum_k \Omega_k j_{sk} - \sum_k \sum_{k'} B_k B_{k'} \Omega_k \psi_{ak} \\ \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_{ak} + \Sigma \psi_{ak} = \hat{\Sigma}_0 \varphi_{ak} + \Sigma_1 \sum_{k'} \Omega_{k'} j_{akk'} + \Omega_k \psi_s \end{cases} \quad (2.16)$$

où  $k = x, y, z$ , et où

$$\varphi_s(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\Omega \quad (2.17)$$

$$j_{sk}(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega}) \Omega_k d\Omega \quad (2.18)$$

$$\varphi_{ak}(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_{ak}(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\Omega \quad (2.19)$$

$$j_{akk'}(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_{ak}(\bar{r}, \bar{\Omega}) \Omega_{k'} d\Omega \quad (2.20)$$

### 2.2.1 Les approximations d'isotropie du flux angulaire $\psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega})$ et d'anti-isotropie du flux angulaire $\psi_{ak}(\bar{r}, \bar{\Omega})$

Analysons, maintenant, les termes du système d'équations (2.16). Si nous supposons, pour le moment, que le troisième terme du second membre de la première équation est nul, nous avons une équation du transport classique ( $B_k = 0$ ). Comme il s'agit d'un assemblage symétrique et réfléchi, l'opérateur de transport est lui aussi symétrique. Le flux angulaire  $\psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  est une fonction symétrique par rapport aux trois directions  $k = x, y, z$ , parce que, si on change  $r_k$  en  $-r_k$  et  $\Omega_k$  en  $-\Omega_k$  (par exemple,  $r_x$  en  $-r_x$  et  $\Omega_x$  en  $-\Omega_x$ ) le signe de la fonction reste inchangée. De même le flux intégré  $\varphi_s(\bar{r})$  sera symétrique par rapport à  $k$ . Par contre, le courant  $j_{sk}(\bar{r})$  dans la direction  $k$ , correspondant aux flux  $\psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  (autrement dit la composante dans la direction du courant  $\bar{j}_s(\bar{r})$ ) est une fonction antisymétrique en  $k$ , mais le produit de  $\Omega_k$  et  $j_{sk}$  est symétrique en  $k$ . Donc, nous voyons que tous les termes de la première équation du système (2.16) sont symétriques en  $k$  (en se limitant, pour l'instant, à  $B_k = 0$ ).

Dans la deuxième équation du système (2.16), le flux angulaire  $\psi_{ak}(\bar{r}, \bar{\Omega})$  est une fonction antisymétrique en  $k$ , dû à la "source"  $\Omega_k \psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega})$ , qui est antisymétrique en  $k$ . En conséquence, le flux intégré  $\varphi_{ak}(\bar{r})$  est aussi une fonction antisymétrique en  $k$ . Le courant  $\bar{j}_{akk}(\bar{r})$  dans la direction  $k'$ , correspondant au flux  $\psi_{ak}(\bar{r})$  de la direction  $k$ , (autrement dit la composante dans la direction  $k'$  du courant  $\bar{j}_{kk}(\bar{r})$ ) est une fonction antisymétrique en  $k'$ , pour  $k' \neq k$ , mais une fonction symétrique en  $k'$ , pour  $k' = k$ . Par conséquent le produit de  $\Omega_{k'}$  et  $\bar{j}_{akk}$  est un terme symétrique en  $k'$  pour  $k' \neq k$  et antisymétrique en  $k'$ , pour  $k' = k$ .

Maintenant, revenons au troisième terme du second membre de la première équation du système (2.16). Si  $B_k \neq 0$ , il est évident que le produit de  $B_{k'}$  et  $\psi_{ak}(\bar{r}, \bar{\Omega})$  est symétrique en  $k'$ , parce que chacune des deux composantes est antisymétrique en  $k'$ . Il en est de même pour le produit de  $B_k$  et  $\Omega_k$  qui est symétrique en  $k$ . Donc, nous pouvons conclure que ce terme est symétrique en  $k$  et  $k'$ . Par conséquent, le flux angulaire  $\psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  est aussi une fonction symétrique en  $k$ , dans le cas où  $B_k \neq 0$ .

Admettons, pour l'instant, (elle sera partiellement corrigée par la suite) une approximation\*, consistant d'une part à remplacer, dans le second membre de la seconde équation, du système (2.16),  $\psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  par :

$$\varphi_s(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\Omega \quad (\text{approximation isotrope})$$

d'autre part, à remplacer dans le second membre de la première équation du système (2.16),  $\psi_{ak}(\bar{r}, \bar{\Omega})$  par une quantité proportionnelle à  $\Omega_k$ , c'est-à-dire par  $A(\bar{r})\Omega_k$ . Comme :

$$\bar{j}_{akk}(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_{ak}(\bar{r}, \bar{\Omega}) \Omega_k d\Omega = \frac{A(\bar{r})}{4\pi} \int_{4\pi} \Omega_k^2 d\Omega = \frac{A(\bar{r})}{3}$$

l'approximation consistera donc à remplacer  $\psi_{ak}^s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  par

$$3\bar{j}_{akk}(\bar{r})\Omega_k \quad (\text{approximation anti-isotrope})$$

dans cette équation.

---

\* L'approximation du flux isotrope, même corrigée par le procédé qui va suivre, pourrait peut-être devenir contestable dans le cas d'un assemblage comportant des barres de contrôle très absorbantes, qui induisent une forte anisotropie du flux angulaire; une étude approfondie de cette approximation est envisagée.

Par exemple, dans un assemblage, suivant une direction  $k$  ( $k = x, y, z$ ), les flux intégrés  $\varphi_s$  et  $\varphi_{ak}$  auront les allures représentées sur la figure 2.3.

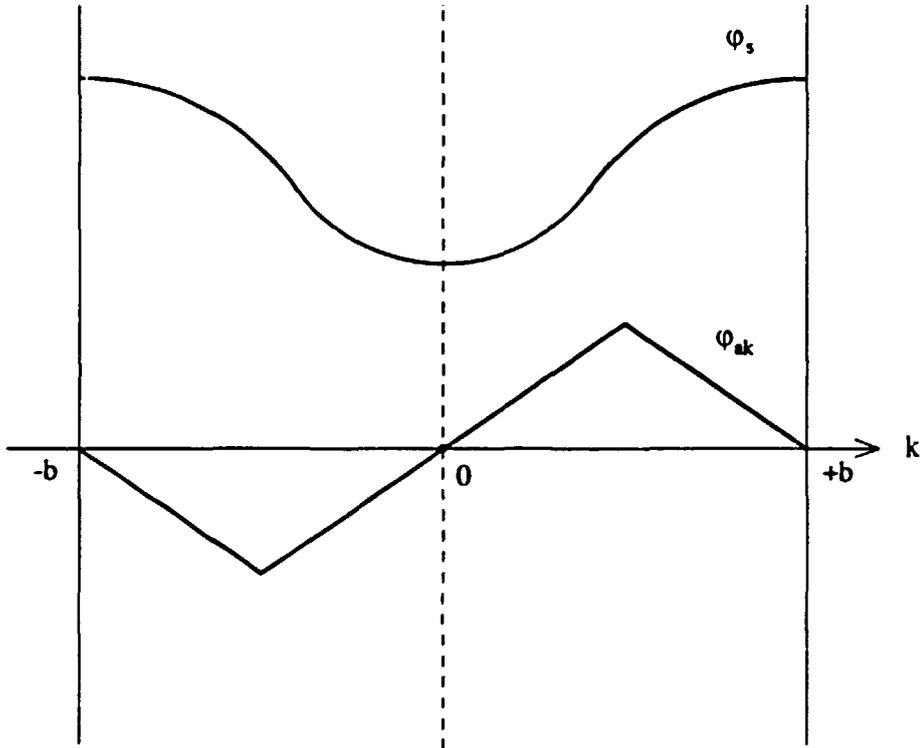


Figure 2.3. La forme des flux intégrés  $\varphi_s(\bar{r})$  et  $\varphi_{ak}(\bar{r})$  dans un assemblage suivant une direction  $k$

Le flux  $\varphi_s$  a une dérivée nulle au centre  $k = 0$  et aux limites  $k = \pm b$  de l'assemblage. D'autre part, le flux  $\varphi_{ak}$  est nul au centre  $k = 0$  et aux limites  $k = \pm b$  de l'assemblage. D'après les analyses précédentes, suivant une direction  $k$ , l'allure symétrique comme le flux  $\varphi_s$  possède le courant  $j_{akk}$  ( $k' = k$ ) et les allures antisymétriques comme le flux  $\varphi_{ak}$  ont les courants  $j_{sk}$  et  $j_{akk'}$  ( $k \neq k'$ ).

Appliquons les approximations décrites, c'est-à-dire les approximations d'isotropie et d'anti-isotropie, le système d'équations (2.16) peut s'écrire :

$$\begin{cases} \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_s + \Sigma \psi_s = \hat{\Sigma}_0 \varphi_s + \Sigma_1 \sum_k \Omega_k j_{sk} - 3 \sum_k \sum_{k'} B_k B_{k'} \Omega_k \Omega_{k'} j_{akk'} \\ \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_{ak} + \Sigma \psi_{ak} = \hat{\Sigma}_0 \varphi_{ak} + \Sigma_1 \sum_{k'} \Omega_{k'} j_{akk'} + \Omega_k \varphi_s \end{cases} \quad (2.21)$$

En inversant l'opérateur de transport, nous obtenons les équations intégrales suivantes :

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_s(\bar{r}) &= \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \left[ \hat{\Sigma}_0(\bar{r}') \varphi_s(\bar{r}') + \Sigma_1(\bar{r}') \sum_k \Omega_k j_{sk}(\bar{r}') - 3 \sum_k \sum_{k'} B_k B_{k'} \Omega_k \Omega_{k'} j_{skk'}(\bar{r}') \right] \\ j_{sk}(\bar{r}) &= \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \Omega_k \left[ \hat{\Sigma}_0(\bar{r}') \varphi_s(\bar{r}') + \Sigma_1(\bar{r}') \sum_k \Omega_k j_{sk}(\bar{r}') - 3 \sum_k \sum_{k'} B_k B_{k'} \Omega_k \Omega_{k'} j_{skk'}(\bar{r}') \right] \\ \varphi_{sk}(\bar{r}) &= \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \left[ \hat{\Sigma}_0(\bar{r}') \varphi_{sk}(\bar{r}') + \Sigma_1(\bar{r}') \sum_{k'} \Omega_{k'} j_{skk'}(\bar{r}') + \Omega_k \varphi_s(\bar{r}') \right] \\ j_{skk'}(\bar{r}) &= \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \Omega_{k'} \left[ \hat{\Sigma}_0(\bar{r}') \varphi_{sk}(\bar{r}') + \Sigma_1(\bar{r}') \sum_{k''} \Omega_{k''} j_{skk''}(\bar{r}') + \Omega_{k'} \varphi_s(\bar{r}') \right] \end{aligned} \right.$$

### 2.2.2. Les approximations concernant les termes antisymétriques du flux (termes de corrélation angulaire)

Considérons maintenant le cas particulier où l'assemblage réfléchi est un milieu homogène. Supposons que le flux  $\psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega})$ , solution de la première équation du système (2.21), soit un flux uniforme et isotrope. Nous avons dit "supposons" parce que, pour le moment, nous ne savons pas encore la nature du troisième terme du second membre de cette équation. D'après la définition, équation (2.18), le courant  $j_{sk}(\bar{r})$  est nul parce que le flux est isotrope. D'autre part, le flux  $\psi_{sk}(\bar{r}, \bar{\Omega})$ , solution de la deuxième équation du système (2.21), est proportionnel à  $\Omega_k$ . Conséquemment, le flux intégré  $\varphi_{sk}(\bar{r})$ , équation (2.19), est égal à l'intégrale de  $\Omega_k$  sur l'angle solide  $4\pi$  qui est nul. Le courant  $j_{skk'}(\bar{r})$ , équation (2.20), pour  $k' \neq k$ , est lui aussi nul, parce que  $\Omega_k$  est invariant par rapport à  $\Omega_{k'}$ . Par contre le courant  $j_{skk}(\bar{r})$ , pour  $k' = k$ , n'est pas nul, par suite de l'intégrale de  $\Omega_k^2$  sur l'angle solide  $4\pi$ .

Maintenant, nous pouvons conclure que dans un assemblage homogène et réfléchi, par suite de l'antisymétrie, dans la première équation du système (2.21), le second terme du deuxième membre et les termes croisés de la double somme sur  $k$  et  $k'$ , pour  $k \neq k'$ , sont identiquement nuls, et il nous reste le terme de la somme pour  $k = k'$ , qui est égale à :

$$3 \sum_k B_k^2 \Omega_k^2 j_{skk}$$

Ce terme est évidemment une fonction symétrique et isotrope, ce qui prouve que la solution de la première équation du système (2.21) est une fonction uniforme et isotrope. Dans la deuxième équation du même système, encore dû à l'antisymétrie, dans le deuxième membre le premier terme et les termes croisés (pour  $k \neq k'$ ) de la somme sur  $k'$  sont identiquement nuls, et il reste le terme de la somme pour  $k = k'$ ,  $\Sigma_1 \Omega_k j_{skk}$ , parce que le courant  $j_{skk}$  est, comme nous avons déjà vu, une fonction symétrique.

Le cas de l'assemblage homogène et réfléchi, que nous venons d'étudier, nous servira à présenter le problème à deux dimensions et aussi à mieux comprendre une approximation que nous allons utiliser.

Si les sections efficaces sont, dans un assemblage hétérogène, symétrique et réfléchi, indépendantes de la direction  $k = z$ , nous avons le problème à deux dimensions et qui est le problème le plus souvent traité. Par la suite, nous allons aussi traiter ce cas. Comme le milieu

est invariant en  $z$ , nous allons utiliser pour cette direction, les conclusions présentées précédemment. Le flux intégré  $\varphi_{az}$  et les courants  $j_{sz}$ ,  $j_{kxz}$ ,  $j_{kyz}$ ,  $j_{azx}$  et  $j_{azy}$  sont identiquement nuls par antisymétrie, et les flux  $\varphi_s$  et  $\varphi_{ak}$  et les courants  $j_{kk}$  et  $j_{kk'}$  sont indépendants de  $z$ .

Comme un résumé des analyses fait jusqu'à maintenant sur les symétries et antisymétries, nous allons écrire les relations de symétries pour un assemblage hétérogène, symétrique et réfléchi à deux dimensions.

$$\begin{aligned}
 \varphi_s(x, y) &= \varphi_s(-x, y) & \varphi_s(x, y) &= \varphi_s(x, -y) \\
 j_{sx}(x, y) &= -j_{sx}(-x, y) & j_{sx}(x, y) &= j_{sx}(x, -y) \\
 j_{sy}(x, y) &= j_{sy}(-x, y) & j_{sy}(x, y) &= -j_{sy}(x, -y) \\
 j_{sz}(x, y) &= 0 \\
 \varphi_{ax}(x, y) &= -\varphi_{ax}(-x, y) & \varphi_{ax}(x, y) &= \varphi_{ax}(x, -y) \\
 \varphi_{ay}(x, y) &= \varphi_{ay}(-x, y) & \varphi_{ay}(x, y) &= -\varphi_{ay}(x, -y) \\
 \varphi_{az}(x, y) &= 0 \\
 j_{axx}(x, y) &= j_{axx}(-x, y) & j_{axx}(x, y) &= j_{axx}(x, -y) \\
 j_{axy}(x, y) &= -j_{axy}(-x, y) & j_{axy}(x, y) &= -j_{axy}(x, -y) \\
 j_{axz}(x, y) &= 0 \\
 j_{ayy}(x, y) &= j_{ayy}(-x, y) & j_{ayy}(x, y) &= j_{ayy}(x, -y) \\
 j_{ayx}(x, y) &= -j_{ayx}(-x, y) & j_{ayx}(x, y) &= -j_{ayx}(x, -y) \\
 j_{ayz}(x, y) &= 0 \\
 j_{azz}(x, y) &= j_{azz}(-x, y) & j_{azz}(x, y) &= j_{azz}(x, -y) \\
 j_{azx}(x, y) &= 0 \\
 j_{azy}(x, y) &= 0
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Revenons maintenant au système d'équations (2.21). Des considérations d'antisymétrie, rigoureuses pour  $k = z$ , permettent d'éliminer  $j_{kk}$  de la première équation,  $\varphi_{ak}$  de la seconde, ainsi que les termes croisés  $j_{akk'}$  et  $j_{kk'k}$  pour  $k' \neq k$ . Ensuite, nous allons, mais cette fois de manière approchée, éliminer les mêmes grandeurs pour  $k = x, y$  ( $k \neq k'$ ).

Dans les directions  $k = x, y$ , l'approximation est fondée sur l'allure antisymétrique du flux  $\varphi_{ak}$  telle qu'elle apparaît sur la figure 2.3.; les courants  $j_{kk}$  et  $j_{kk'}$  ( $k \neq k'$ ) ont un comportement antisymétrique analogue (système d'équations (2.22)). Nous allons prendre les valeurs moyennes de ces grandeurs, à l'échelle d'un assemblage symétrique et réfléchi, et il est évident qu'elles sont nulles par antisymétrie.

L'approximation consistant à négliger les termes antisymétriques dans les seconds membres du système d'équations (2.21), revient à négliger les termes de corrélation angulaire [6]. Ces termes ont été longuement étudiés dans le passé [7,25]. On peut penser, à la lumière des résultats obtenus, que pour les types d'assemblages étudiés ici, ces termes ne jouent pas un rôle considérable [26]. Du moins, est-ce une première approximation qui simplifie considérablement les calculs, mais des études ultérieures, sur ce point, ne seraient pas inutiles dans le contexte de ce nouveau modèle. Dans l'Annexe I nous donnons quelques commentaires sur les termes de corrélation angulaire.

Cette approximation est équivalente à une approximation du flux plat effectuée sur les neutrons provenant de source de scattering antisymétrique (à l'échelle de l'assemblage); la moyenne d'une carte d'un flux antisymétrique est évidemment nulle; c'est pourquoi on ne verra apparaître dans la suite que des probabilités de première collision.

Nous rappelons que les termes du système d'équation (2.21) que nous venons de négliger approximativement par le biais de la moyenne des fonctions antisymétriques, sont identiquement nuls dans le cas limite d'un assemblage homogène comme nous l'avons déjà montré.

On peut voir que l'index s a une signification "symétrique" ce qui est vrai pour le flux intégré  $\varphi_s(\bar{r})$ . Le courant  $j_{sk}(\bar{r})$  est une fonction antisymétrique, mais nous avons gardé l'index s parce que ce courant correspond au flux  $\varphi_s(\bar{r})$ . De même, l'index a signifie "antisymétrique", ce qui correspond au flux intégré  $\varphi_{ak}(\bar{r})$ . Comme le courant  $j_{akk}(\bar{r})$  correspond au flux  $\varphi_{ak}(\bar{r})$ , nous avons conservé l'index a, même si ce courant est une fonction symétrique.

Le système d'équations (2.21) s'écrit maintenant :

$$\begin{cases} \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_s + \Sigma \psi_s = \hat{\Sigma}_0 \varphi_s - 3 \sum_k B_k^2 \Omega_k^2 j_{akk} \\ \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_{ak} + \Sigma \psi_{ak} = \Sigma_1 \Omega_k j_{akk} + \Omega_k \varphi_s \end{cases} \quad (2.23)$$

### 2.2.3. Correction prenant en compte les termes de l'ordre supérieur en $B^2$

Nous allons voir qu'il est possible de corriger partiellement ces approximations. Pour cela, considérons un assemblage homogène purement réfléchi (ce qui est équivalent à un milieu homogène et infini); le système d'équation (2.23) s'écrit, après intégration de la première équation sur  $d\Omega$  et de la seconde sur  $\Omega_k d\Omega$ , et en utilisant les définitions de  $j_{akk}$  et de  $\varphi_s$ ,

$$\begin{cases} \Sigma^H \varphi_s^H = \hat{\Sigma}_0^H \varphi_s^H - B^2 j_a^H \\ \Sigma^H j_a^H = \frac{\Sigma_1^H}{3} j_a^H + \frac{\varphi_s^H}{3} \end{cases} \quad (2.24)$$

où

$$B^2 = \sum_k B_k^2$$

Les  $\Sigma^H$ ,  $\varphi_s^H$  et  $j_a^H$  sont indépendants de la variable  $\bar{r}$ , si bien que le système (2.24) est un simple système multigroupe. D'autre part, en milieu homogène, le courant  $j_{akk}$  ne dépend pas de k.

On peut écrire le système (2.24) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} (\Sigma^H - \hat{\Sigma}_0^H) \varphi_s^H + B^2 j_a^H = 0 \\ \Sigma^H j_a^H = \frac{\varphi_s^H}{3} \end{cases} \quad (2.25)$$

où la section efficace de transport

$$\Sigma_{tr}^H = \Sigma^H - \frac{\Sigma_1^H}{3}$$

est une matrice de transfert multigroupe non diagonale.

La première équation du système (2.25) est la relation de conservation, la seconde est la relation de Fick. Notons que la relation de conservation peut s'obtenir directement dans un assemblage hétérogène réfléchi, par intégration sur  $d\Omega$  et sur tout l'assemblage de la première équation du système (2.23). Au contraire, on ne peut rien obtenir de simple par intégration de la seconde de ces équations. Notons aussi que le système (2.25) correspond à une approximation  $P_1$  homogène.

Les hypothèses d'isotropie et d'anti-isotropie des flux angulaires limitent la validité du système d'équations (2.23), écrit pour un assemblage hétérogène. Mais, en milieu homogène, on peut analytiquement, traiter le modèle  $B_1$  sans faire appel à ces approximations. En effet, dans le cas homogène, l'équation  $B_1$  (2.3) se réduit à :

$$(\Sigma^H + i\bar{B} \cdot \bar{\Omega}) \psi^H = \hat{\Sigma}_0^H \varphi^H + \Sigma_1^H \bar{\Omega} \cdot \bar{j}^H \quad (2.26)$$

et l'expression (2.9), du flux angulaire  $\psi(\bar{r}, \bar{\Omega})$  à :

$$\psi^H = \psi_s^H - i\bar{B} \cdot \bar{\psi}_s^H = \psi_s^H - i \sum_k B_k \psi_{ak}^H = \psi_s - i \psi_s^H \sum_k B_k \quad (2.27)$$

où les flux angulaires  $\psi_{ak}^H$  dans les directions  $k$ , sont identiques entre eux.

En intégrant l'équation (2.27) sur  $d\Omega$ , nous obtenons l'expression du flux intégré (d'après les relations (2.17) et (2.19))

$$\varphi^H = \varphi_s^H - i \sum_k B_k \varphi_{ak}^H$$

Comme nous avons déjà montré pour un assemblage homogène et réfléchi, les flux  $\varphi_{ak}$  sont identiquement nuls, dans la direction  $k$ , par antisymétrie, et on a

$$\varphi^H = \varphi_s^H \quad (2.28)$$

Après intégration de l'expression (2.27), du flux angulaire, sur  $\bar{\Omega} d\Omega$ , nous obtenons l'expression du courant (au moyen des relations (2.18) et (2.20)).

$$\bar{j}^H = \bar{j}_s^H - i \sum_k B_k \bar{j}_{ak}^H$$

où dans la direction  $k'$ , nous avons

$$j_{k'}^H = j_{kk'}^H - i \sum_k B_k j_{akk'}^H$$

Nous avons aussi montré que, dans le cas homogène, les courants  $j_{jk}^H$ , sont identiquement nuls, dans la direction  $k'$ , par antisymétrie, de même les courants  $j_{akk}^H$  ( $k \neq k'$ ). Comme les courants  $j_{akk}^H$ , dans les directions  $k'$ , sont identiques entre eux dans le milieu homogène, nous pouvons écrire

$$j_{k'}^H = -i j_a^H B_k$$

ou

$$\bar{j}^H = -i j_a^H \bar{B} \quad (2.29)$$

L'intégration de l'équation  $B_1$  homogène (2.26) sur  $d\Omega$  conduit à l'équation de conservation :

$$\Sigma^H \varphi^H = \hat{\Sigma}_0^H \varphi^H - i \bar{B} \cdot \bar{j}^H \quad (2.30)$$

Portons dans l'équation (2.30) les relations pour le flux (2.28) et pour le courant (2.29), nous obtenons la première équation du système (2.24), ce qui est aussi la relation de conservation. Le même résultat peut s'obtenir en introduisant directement l'équation pour le flux angulaire (2.27) dans la relation de  $B_1$  homogène (2.26) et en intégrant sur  $d\Omega$ , tout en respectant les propriétés de symétrie et antisymétrie.

Pour obtenir une seconde équation permettant d'écrire un système  $B_1$  homogène, il faut diviser l'équation (2.26) par  $\Sigma^H + i \bar{B} \cdot \bar{\Omega}$  et intégrer sur  $d\Omega$  sur l'angle solide  $4\pi$ . On obtient :

$$\varphi^H = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \frac{d\Omega}{\Sigma^H + i \bar{B} \cdot \bar{\Omega}} \hat{\Sigma}_0^H \varphi^H + \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \frac{\bar{\Omega} d\Omega}{\Sigma^H + i \bar{B} \cdot \bar{\Omega}} \Sigma_1^H \bar{j}^H$$

d'où d'après les relations (2.28) et (2.29)

$$\varphi_s^H = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \frac{d\Omega}{\Sigma^H + i \bar{B} \cdot \bar{\Omega}} \hat{\Sigma}_0^H \varphi_s^H - \frac{i}{4\pi} \int_{4\pi} \frac{\bar{B} \cdot \bar{\Omega} d\Omega}{\Sigma^H + i \bar{B} \cdot \bar{\Omega}} \Sigma_1^H j_s^H$$

soit

$$\varphi_s^H = \frac{C_s}{\Sigma^H} \hat{\Sigma}_0^H \varphi_s - \frac{B^2}{3(\Sigma^H)^2} C_s \Sigma_1^H j_s^H \quad (2.31)$$

avec

$$C_s = \frac{\Sigma^H}{4\pi} \int_{4\pi} \frac{d\Omega}{\Sigma^H + i \bar{B} \cdot \bar{\Omega}} = \frac{(\Sigma^H)^2}{4\pi} \int_{4\pi} \frac{d\Omega}{(\Sigma^H)^2 + (\bar{B} \cdot \bar{\Omega})^2}$$

$$C_s = \frac{3i (\Sigma^H)^2}{4\pi B^2} \int_{4\pi} \frac{\bar{B} \cdot \bar{\Omega} d\Omega}{\Sigma^H + i \bar{B} \cdot \bar{\Omega}} = \frac{3 (\Sigma^H)^2}{4\pi B^2} \int_{4\pi} \frac{(\bar{B} \cdot \bar{\Omega})^2 d\Omega}{(\Sigma^H)^2 + (\bar{B} \cdot \bar{\Omega})^2}$$

ou encore :

$$C_s = \frac{\Sigma^H}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^H}$$

$$C_s = \frac{3 (\Sigma^H)^2}{B^2} (1 - C_s) = \frac{3 (\Sigma^H)^2}{B^2} \left(1 - \frac{\Sigma^H}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^H}\right) \quad (2.32)$$

Posons

$$\Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right) = \frac{C_s}{C_s} = \frac{3 \Sigma^H}{B} \frac{1 - \frac{\Sigma^H}{B} \operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^H}}{\operatorname{arctg} \frac{B}{\Sigma^H}} \quad (2.33)$$

En remplaçant  $\hat{\Sigma}_0^H \varphi_s^H$  dans le second membre de l'équation (2.31) par son expression obtenue à partir de la première des relations (2.24) (relation de conservation)

$$\hat{\Sigma}_0^H \varphi_s^H = \Sigma^H \varphi_s^H + B^2 j_s^H$$

et en tirant  $B^2$  de la seconde relation du système (2.32)

$$B^2 = \frac{3 (\Sigma^H)^2}{C_s} (1 - C_s)$$

pour introduire dans l'équation (2.31), on obtient l'expression qu'on peut appeler "loi de Fick généralisée au modèle  $B_1$  homogène".

$$j_s^H \left[ \Sigma^H - \Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right) \frac{\Sigma_1^H}{3} \right] = \Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right) \frac{\varphi_s^H}{3}$$

soit

$$\Sigma_{\nu'}^H j_s^H = \Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right) \frac{\varphi_s^H}{3} \quad (2.34)$$

où la matrice multigroupe de transport  $\Sigma_{\nu'}^H$  est définie par

$$\Sigma_{\nu'}^H = \Sigma^H - \Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right) \frac{\Sigma_1^H}{3}$$

La section totale  $\Sigma^H$  est une matrice diagonale, tandis que la section efficace  $\Sigma_1^H$  est une matrice multigroupe.

La relation (2.34) est rigoureuse en milieu homogène, par comparaison avec la seconde relation (2.25) qui ne l'est pas. La relation (2.34) est celle utilisée dans le modèle  $B_1$  homogène (dans le module DIFFON du code APOLLO et dans le module FUITES du code APOLLO-2), où le coefficient de fuites du milieu homogène est défini comme

$$D^H = \frac{j_a^H}{\varphi_s^H}$$

A la limite

$$\frac{B}{\Sigma^H} \rightarrow 0$$

On a

$$\Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right) \rightarrow 1$$

et la relation (2.34) se réduit à la seconde relation (2.25), qui n'est qu'une approximation (loi de Fick).

La relation (2.34) peut encore s'écrire (d'après la seconde relation du système (2.24)).

$$\Sigma^H j_a^H = \Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right) \left[ \frac{\Sigma_1^H}{3} j_a^H + \frac{\varphi_s^H}{3} \right] \quad (2.35)$$

Considérons maintenant la seconde des équations (2.25), qui est une approximation :

$$\Sigma^H j_a^H = \frac{\Sigma_1^H}{3} j_a^H + \frac{\varphi_s^H}{3}$$

Nous voyons que pour passer au  $B_1$  homogène, qui est rigoureux (équation (2.35)), il suffit de multiplier le second membre dans chaque groupe d'énergie par  $\Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right)$  correspondant.

En pratique  $\Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right)$  est voisin de l'unité.

Nous nous proposons d'effectuer la même opération sur la seconde équation du système (2.23), relative à un assemblage hétérogène et réfléchi. Le système (2.23), qui n'est qu'approximatif, sera alors recalé sur un  $B_1$  homogène exact :

$$\begin{cases} \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_s + \Sigma \psi_s = \hat{\Sigma}_0 \varphi_s - 3 \sum_k B_k \Omega_k^2 j_{akk} \\ \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_{ak} + \Sigma \psi_{ak} = \Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right) \left[ \Sigma_1 \Omega_k j_{akk} + \Omega_k \varphi_s \right] \end{cases} \quad (2.36)$$

La section efficace  $\Sigma^H$  dans chaque groupe  $g$  pourra être définie par simple pondération sur les flux.

Pour mettre à profit la technique des probabilités de collision, il convient de remplacer le système d'équations intégral-différentiel (2.36) par le système intégral équivalent, qui est linéaire :

$$\begin{cases} \varphi_s(\bar{r}) = \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp(-\tau(\bar{r}, \bar{r}'))}{4\pi R^2} \left[ \hat{\Sigma}_0(\bar{r}') \varphi_s(\bar{r}') - 3 \sum_k B_k^2 \Omega_k^2 j_{akk}(\bar{r}') \right] \\ j_{akk}(\bar{r}) = \Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right) \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp(-\tau(\bar{r}, \bar{r}'))}{4\pi R^2} \Omega_k^2 [\Sigma_1(\bar{r}') j_{akk}(\bar{r}') + \varphi_s(\bar{r}')] \end{cases} \quad (2.37)$$

L'intégration s'étend au volume  $V_A$  de l'assemblage parfaitement réfléchi, ou, ce qui revient au même, à un réseau infini d'assemblages identiques. Il est toutefois entendu que  $\varphi_s$  et  $j_{akk}$  sont des vecteurs multigroupes et que  $\Sigma^H$ ,  $\Sigma_0$  et  $\Sigma_1$  sont des matrices multigroupes.

Un processus d'itération est évidemment nécessaire pour résoudre le système d'équations (2.37). Le laplacien  $B$  apparaissant dans le facteur correctif  $\Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right)$  peut être calculé par le procédé  $B_1$  homogène, ce qui est une approximation suffisante, mais que l'on pourrait pousser au moyen d'un procédé itératif. Si, dans la première équation du système (2.37), le laplacien axial  $B_z^2$  est supposé connu, le système permettra de déterminer le laplacien radial critique  $B_r^2 = B_x^2 + B_y^2$

#### 2.2.4. Probabilités de première collision orientées

La discrétisation numérique (étudiée dans le chapitre 1.3) du système d'équations intégrales (2.37) conduit au système d'équations algébriques

$$\begin{cases} V_j \Sigma_j^g \varphi_{s,j}^g = \sum_{i \in A} V_i \left[ P_{ij}^g \sum_{g'} \hat{\Sigma}_{0,i}^{g' \rightarrow g} \varphi_{s,i}^{g'} - \sum_k B_k^2 P_{ij,k}^g j_{akk,i}^g \right] \\ V_j \Sigma_j^g j_{akk,j}^g = \frac{1}{3} \Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H g}\right) \sum_{i \in A} V_i P_{ij,k}^g \left[ \sum_{g'} \Sigma_{1,i}^{g' \rightarrow g} j_{akk,i}^{g'} + \varphi_{s,i}^g \right] \end{cases} \quad (2.38)$$

Ici,  $V_j$  est le volume (par unité de hauteur) de la zone de calcul  $j$ ,  $\varphi_{s,j}^g$  et  $j_{akk,j}^g$  le flux et le courant moyen dans le volume de cette zone et dans le groupe  $g$ ; les sommations sur  $g'$  sont étendues à tous les groupes du spectre d'énergie.

Les  $P_{ij}^g$  sont les probabilités de première collision "classiques" déjà rencontrées

$$P_{ij}^g = \frac{\Sigma_j^g}{V_i} \int_{V_j} d^3r \int_{V_i} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \quad (2.39)$$

où

$$R = |\bar{R}| \quad \bar{R} = \bar{r} - \bar{r}'$$

et où  $\tau(\bar{r}, \bar{r}')$  est le parcours optique entre  $\bar{r}$  et  $\bar{r}'$ , dans le groupe  $g$ .

Les  $P_{ij,k}^g$  sont les probabilités de première collision orientées [7, 8, 25].

$$P_{ij,k}^g = \frac{\Sigma_j^g}{V_j} \int_{V_j} d^3r \int_{V_i} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} 3\Omega_k^2 \quad (2.40)$$

où  $\Omega_k$  est la composante k du vecteur unitaire  $\bar{\Omega}$ .

$$\bar{\Omega} = \frac{\bar{R}}{R}$$

Dans l'approximation de choc isotrope, ce qui est le procédé  $B_0$  hétérogène, la première équation du système (2.37) reste inchangée, mais la seconde devient une équation à source.

$$j_{akk}^g(\bar{r}) = \Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H}\right) \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \Omega_k^2 \varphi_s^g(\bar{r}') \quad (2.41)$$

où dans la forme discrétisée

$$V_j \Sigma_j^g j_{akk,j}^g = \frac{1}{3} \Lambda\left(\frac{B}{\Sigma^H g}\right) \sum_{i \in A} V_i P_{ij,k}^g \varphi_{s,i}^g \quad (2.42)$$

Nous pouvons écrire la première équation du système (2.37) d'une manière différente pour qu'on puisse mettre en évidence la définition de coefficient de fuites orienté, c'est-à-dire :

$$\varphi_s(\bar{r}) = \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \left[ \hat{\Sigma}_0(\bar{r}') \varphi_s(\bar{r}') - 3 \sum_k B_k^2 D_k(\bar{r}') \Omega_k^2 \varphi_s(\bar{r}') \right]$$

où

$$D_k(\bar{r}') = \frac{j_{akk}(\bar{r}')}{\varphi_s(\bar{r}')} \quad (2.43)$$

ou dans la forme discrétisée (d'après la première équation du système (2.38)).

$$V_j \Sigma_j^g \varphi_{s,j} = \sum_{i \in A} V_i \left[ P_{ij}^g \sum_g \hat{\Sigma}_{0,i}^{g \rightarrow g} \varphi_{s,i}^g - \sum_k B_k^2 P_{ij,k}^g D_{k,i}^g \varphi_{s,i}^g \right]$$

où

$$D_{k,i}^g = \frac{j_{akk,i}^g}{\varphi_{s,i}^g} \quad (2.44)$$

D'après les relations (2.43) et (2.44), on voit que nous avons obtenu la définition du coefficient de fuites orienté dépendant de sa position  $\bar{r}$  (ou de la région i de la discrétisation) et de la direction k dans un assemblage réfléchi [16, 17, 28]. Le produit  $D_k(\bar{r}) B_k^2$  représente une section efficace additionnelle d'absorption qui est tout à fait cohérente avec les autres sections efficaces, ce qui n'était pas le cas dans le calcul qui suppose les fuites homogènes où il y avait un  $DB^2$  pour tout l'assemblage dans chaque groupe d'énergie.

Revenons aux probabilités de première collision orientées. On voit tout de suite que la relation de réciprocité suivant est satisfaite.

$$\frac{V_i P_{ij,k}^g}{\Sigma_j^g} = \frac{V_i P_{ji,k}}{\Sigma_i^g} \quad (2.45)$$

D'autre part, comme

$$\sum_k \Omega_k^2 = 1$$

nous avons la relation entre les probabilités de première collision "classiques" et orientées:

$$\sum_k P_{ij,k}^g = 3 P_{ij}^g \quad (2.46)$$

Pour démontrer la relation de conservation pour les probabilités de première collision orientées, faisons la somme de l'équation (2.40) sur tous les j:

$$\sum_j P_{ij,k}^g = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3r' \int_{\infty}^{\infty} d^3r \Sigma^g(\bar{r}) \frac{\exp[-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} 3\Omega_k^2$$

Comme nous l'avons déjà vu

$$d^3r' = R^2 dR d\Omega$$

nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \sum_j P_{ij,k}^g &= \frac{3}{4\pi V_i} \int_{V_i} d^3r' \int_{4\pi} d\Omega \Omega_k^2 \int_0^{\infty} dR \Sigma^g(\bar{r}) \exp[-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}')] = \\ &= \frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3r' \int_0^{\infty} dR \Sigma^g(\bar{r}) \exp[-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}')] \end{aligned}$$

Sachant que  $\bar{R} = \bar{r} - \bar{r}'$ , nous pouvons définir  $\bar{R}' = \bar{r}'' - \bar{r}'$ , et d'après la définition du parcours optique.

$$\tau^g(\bar{r}, \bar{r}') = \int_0^R dR' \Sigma^g(\bar{r} - \bar{R}') = \int_0^R dR' \Sigma^g(\bar{r}' + \bar{R}') = \int_0^R dR' \Sigma^g(\bar{r}'')$$

Nous pouvons écrire:

$$\frac{\partial \tau^g(\bar{r}, \bar{r}')}{\partial R} = \Sigma^g(\bar{r}' + \bar{R}) = \Sigma^g(\bar{r})$$

Maintenant nous avons

$$\sum_j P_{ij,k}^g = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3r' \int_0^{\infty} dR \Sigma^g(\bar{r}) \exp[-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}')] = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3r' \int_0^{\infty} dR \frac{\partial \tau^g(\bar{r}, \bar{r}')}{\partial R} \exp[-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}')]$$

et en utilisant une intégration par parties

$$\sum_j P_{ij,k}^g = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3r' \left| -\exp[-\tau^g(\bar{r}, \bar{r}')] \right|_0^\infty = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3r'$$

Nous obtenons la conservation des probabilités de première collision orientées:

$$\sum_j P_{ij,k}^g = 1 \tag{2.47}$$

### 2.2.5. Commentaires sur le modèle TIBERE

Notons que le procédé  $B_1$  (ou  $B_0$ ) homogène, présenté dans le chapitre 1.4, et qui est la méthode de calcul de fuites dans le code APOLLO et Ai-OLLO-2, revient à résoudre par itération, le système non linéaire

$$\begin{cases} \varphi_s(\bar{r}) = \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \left[ \hat{\Sigma}_0(\bar{r}') \varphi_s(\bar{r}') - B^2 \frac{j_a^H}{\varphi_s^H} \varphi_s(\bar{r}') \right] \\ j_a^H = \Lambda \left( \frac{B}{\Sigma^H} \right) \frac{1}{3\Sigma^H} \left[ \Sigma_1^H j_a^H + \varphi_s^H \right] \end{cases} \tag{2.48}$$

où apparaît un milieu homogénéisé H dont les sections efficaces  $\Sigma^H$  et  $\Sigma_1^H$  sont définies par pondération sur la carte de flux  $\varphi_s(\bar{r})$ ; pour chaque type de réaction  $\beta$ , on a :

$$\Sigma_\beta^H = \frac{\int_{V_A} \Sigma_\beta(\bar{r}) \varphi_s(\bar{r}) d^3r}{\int_{V_A} (\bar{r}) d^3r}$$

Ce système de trois équations ne peut être résolu qu'au moyen d'une itération du calcul de la carte de flux et du calcul du laplacien critique  $B^2$  et du coefficient de fuite  $D^H = \frac{j_a^H}{\varphi_s^H}$  du milieu homogénéisé.

L'intérêt du système (2.37), ou après discrétisation (2.38), est de calculer les fuites de l'assemblage réel, et non celles d'un milieu homogénéisé, comme dans le système (2.48).

Cette amélioration est particulièrement importante lorsque le coeur comporte des milieux vides ou du brouillard, mais il n'est absolument pas exclu qu'elle fasse apparaître des écarts non négligeables dans d'autres cas (assemblages contenant des barres de contrôle très absorbantes par exemple).

Le flux  $\varphi_s$ , obtenu à partir des équations (2.37) ou (2.38) est symétrique suivant les trois directions  $k$ , et le courant  $j_{akk}$  aussi (c'est le flux  $\varphi_{ak}$  associé à  $j_{akk}$  qui, lui, est antisymétrique suivant la direction  $k$  et symétrique suivant les deux autres directions). Pour illustrer l'allure du flux et du courant, considérons un problème très simple, à un groupe, celui d'une cellule carrée de côté  $b$  purement réfléchissante, composée d'un milieu conservatif uniforme et d'un canal central cylindrique vide.

Considérons les courbes de flux  $\varphi_s$  et de courant  $j_{akk}$  suivant l'une des médianes comme sur la figure 2.4. Le flux  $\varphi_s$  est évidemment uniforme. Le courant  $j_{azz}$ , de même que le courant  $j_{axx}$  ( $j_{axx} = j_{ayy}$ ) ne le seront pas et comporteront une remontée vers le centre de la cellule (cette remontée est plus accusée pour  $j_{azz}$  que pour  $j_{axx}$ ).

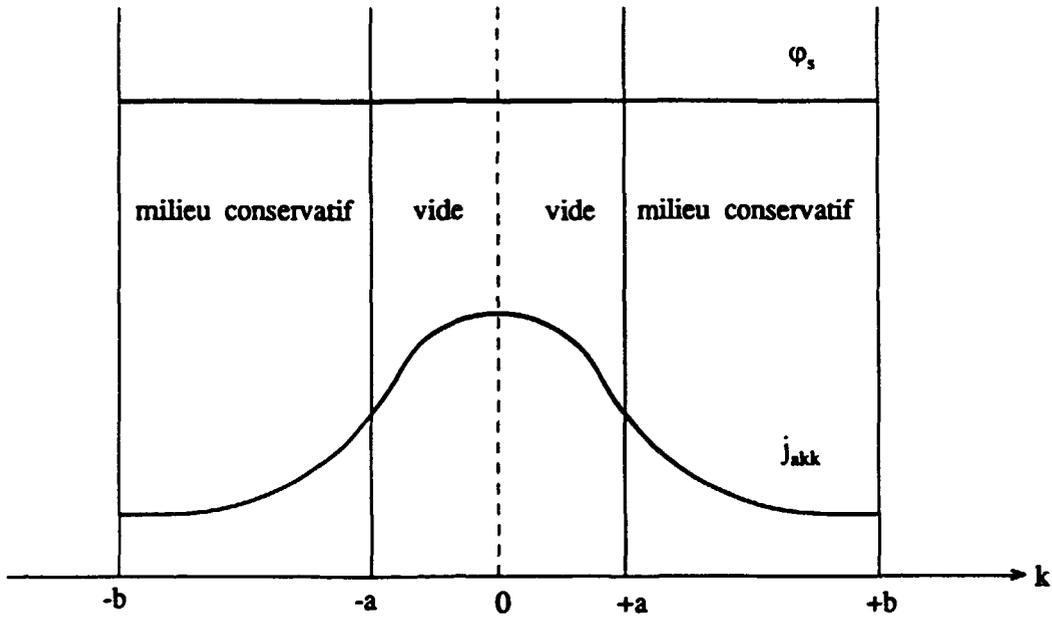


Figure 2.4. La forme du flux  $\varphi_s$  et du courant  $j_{akk}$  dans une cellule suivant une direction  $k$

Dans un modèle à fuites homogènes tel que celui du code APOLLO-2 classique (équations (2.48)), le courant  $j_s$  serait uniforme et indépendant de la direction  $k$ . On voit que ce n'est pas le cas dans la réalité, et la non-uniformité des courants  $j_{azz}$  et  $j_{axx}$  traduit précisément l'effet de "streaming".

Si le réseau infini d'assemblages identiques comporte des cavités en forme de fentes planes, ou encore des couloirs vides situés entre les éléments combustibles, permettant au neutron de s'échapper à l'infini dans un espace à deux dimensions, le modèle TIBERE, que nous venons de présenter, conduit à une divergence analytique du courant  $j_{akk}(\bar{r})$ , et donc du coefficient de fuite  $D_k$ , pour des valeurs de  $k$  incluses dans cet espace. Ceci provient du fait que, si  $c$  représente le milieu vide, la probabilité de première collision orientée  $P_{cc,k}$  diverge. Ce fait est bien connu depuis longtemps [6,7]. Si le vide est remplacé par un milieu de libre parcours fini mais grand (sodium, brouillard), il n'y aura pas de divergence analytique, mais  $D_k$  sera certainement très surestimé. Cette divergence interdit dans le modèle TIBERE la vidange sur toute la section de l'assemblage; on ne peut donc vider que la partie centrale d'un assemblage, de manière à laisser suffisamment de milieu matériel dans la partie périphérique de celui-ci pour arrêter les neutrons.

Pour remédier à cet état de choses, on pourrait utiliser le formalisme  $B_1$  hétérogène, qui lui, ne diverge pas à la limite vide, et pour simplifier, retenir seulement les termes les plus bas (terme logarithmique) du développement en puissance du laplacien (méthodes DIFFAX [29] et MOBIDIC [30, 31]). Mais on obtient ainsi une convergence faible qui présente un aspect quelque peu artificiel. Une autre méthode beaucoup plus simple consiste à prendre un assemblage purement réfléchi, non pas de façon spéculaire (équivalente à un réseau régulier d'assemblages identiques), mais un assemblage purement réfléchi dans lequel un neutron frappant la paroi rebondit de manière uniforme et isotrope. Ce choix est aussi justifié que le précédent dans des assemblages ne contenant pas de vide, mais est beaucoup plus proche de la réalité dans le cas où un assemblage vidé est entouré d'assemblages non vidés. Ce choix élimine la divergence résultant de la réflexion spéculaire, divergence introduite de façon purement artificielle et ne correspondant à la réalité. Par ce nouveau procédé qui n'est pas encore mis en oeuvre, on pourra traiter le cas d'assemblages entièrement vidés (étant supposé que le coeur réel ne comporte pas deux assemblages vidés adjacents). D'autre part, ce procédé simplifie les calculs puisque l'on pourra exprimer les  $P_{ij,k}$  calculés en assemblage ouvert en utilisant les relations de réciprocité et de conservation.

### 2.3. Homogénéisation par équivalence dans le cadre du modèle TIBERE - Définition cohérente des coefficients de fuites par cellule.

Le modèle B<sub>1</sub> hétérogène simplifié TIBERE permet d'établir une procédure d'équivalence entièrement cohérente, traitant la réaction "fuites" sur le même pied que les autres réactions.

Comme nous avons vu la solution de l'équation de transport

$$(H + i\vec{B} \cdot \vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = P \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (2.49)$$

est le flux

$$\psi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \psi_s(\vec{r}, \vec{\Omega}) - i\vec{B} \cdot \vec{\psi}_s(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (2.50)$$

et on peut définir un taux de réaction de référence pour chaque réaction  $\beta$ , dans la macrorégion M et le macrogroupe G. La macrorégion M peut être limitée à une cellule (représentation la plus fine mais la plus coûteuse), à plusieurs cellules, ou à tout l'assemblage purement réfléchi.

Le taux de réaction est :

$$T_{M,\beta}^G = \frac{1}{4\pi} \sum_{g \in G} \int_{V_M} d^3r \int_{4\pi} d\Omega \Sigma_\beta^g(\vec{r}) \psi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{g \in G} \int_{V_M} d^3r \Sigma_\beta^g(\vec{r}) \varphi^g(\vec{r})$$

ou

$$T_{M,\beta}^G = \sum_{g \in G} \int_{V_M} d^3r \Sigma_\beta^g(\vec{r}) \varphi_s^g(\vec{r}) - i \sum_{g \in G} \sum_k B_k \int_{V_M} d^3r \Sigma_\beta^g(\vec{r}) \varphi_{ak}^g(\vec{r}) \quad (2.51)$$

Le flux antisymétrique  $\varphi_{ak}^g(\vec{r})$  s'annule d'après l'approximation expliquée dans le chapitre 2.2.2. Le taux de réaction est donc le même que celui défini dans la procédure d'équivalence classique

$$T_{M,\beta}^G = \sum_{g \in G} \int_{V_M} d^3r \Sigma_\beta^g(\vec{r}) \varphi_s^g(\vec{r}) \quad (2.52)$$

Définissons maintenant un taux de réaction de référence  $T_{M,k}^G$  pour la réaction "fuite volumique" dans la direction k, dans la macrorégion M et dans le macrogroupe G; le taux de réaction correspond à la section efficace  $iB_k \Omega_k$  apparaissant dans l'équation (2.49) est

$$T_{M,k}^G = \frac{iB_k}{4\pi} \sum_{g \in G} \int_{V_M} d^3r \int_{4\pi} d\Omega \Omega_k \psi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = iB_k \sum_{g \in G} \int_{V_M} d^3r j_k^g(\vec{r})$$

ou

$$T_{M,k}^G = iB_k \sum_{g \in G} \int_{V_M} d^3r j_{sk}^g(\vec{r}) + B_k \sum_{g \in G} \sum_{k'} \int_{V_A} d^3r B_{k'} j_{ak'k}^g(\vec{r}) \quad (2.53)$$

Ici, le  $j_{kk}^g$  et les  $j_{ak'k}^g$ , pour  $k' \neq k$ , s'annulent par suite de l'approximation appliquée au fonction antisymétrique (ce qui a été montré précédemment), et nous obtenons le taux de réaction "fuite volumique"

$$T_{M,k}^G = B_k^2 \sum_{g \in G} \int_{V_M} d^3r j_{akk}^g(\bar{r}) \quad (2.54)$$

Si l'assemblage est symétrique, on peut obtenir les expressions (2.52) et (2.54) sans faire appel à l'approximation annulant les fonctions antisymétriques. Dans ce cas, on peut grouper sous le même indice M les quatre macrorégions symétriques par rapport aux deux médianes.

On voit que les expressions (2.51) et (2.53) sont complexes conjuguées pour les macrorégions symétriques, et donc, les fonctions  $\varphi_{ak}^g(\bar{r})$  et  $j_{ak}^g(\bar{r})$  disparaissant identiquement à l'échelle de quatre macrorégions groupées. Les fonctions  $j_{ak'k}^g(\bar{r})$ , pour  $k' \neq k$ , s'annulent mutuellement aussi. Pour obtenir les taux de réaction et de fuites par macrorégion il faut diviser les taux obtenus par quatre.

La carte de flux  $\varphi_s^g$  et des courants  $j_{akk}^g$  est obtenue, dans chaque zone de calcul, par résolution du système d'équations (2.38) par un procédé itératif. Connaissant les taux de référence  $T_{M,\beta}^G$  et  $T_{M,k}^G$  on peut définir les sections efficaces moyennes pour la réaction  $\beta$  (obtenues par pondération sur le flux) et pour la fuite dans la direction k (obtenue par pondération sur le courant)

$$\bar{\Sigma}_{M,\beta}^G = \frac{T_{M,\beta}^G}{\sum_{g \in G} \int_{V_M} \varphi_s^g(\bar{r}) dr} \quad (2.55)$$

et

$$\bar{\Sigma}_{M,k}^G = \bar{D}_{M,k}^G B_k^2 = \frac{T_{M,k}^G}{\sum_{g \in G} \int_{V_M} \varphi_s^g(\bar{r}) dr} \quad (2.56)$$

où  $\bar{D}_{M,k}^G$  est le coefficient de fuite moyen.

Une définition d'un coefficient de fuite (ou de diffusion) par cellule avait déjà été proposée [27]. D'autre part, la méthode présentée dans l'Annexe II découle d'une idée apparentée à celle exposée ici [32, 33, 34], mais est moins cohérente; en effet, on calcule les fuites de manière classique ( $B_0$  ou  $B_1$  homogène) en effectuant ensuite une correction par un modèle de  $B_1$  hétérogène plus simplifié et en renormalisant les taux de réaction et de fuites pour assurer la conservation des neutrons.

Revenons maintenant à l'équivalence. Nous avons vu (chapitre 1.6) que la simple pondération sur le flux ne satisfait pas l'équivalence des taux de réaction et de fuite entre le calcul de référence et le "macrocalcul" c'est-à-dire le calcul de diffusion ou de transport effectué sur un assemblage réfléchi formé de régions M homogénéisées, avec condensation sur des macrogroupes G.

L'équivalence n'est possible que pour certaines sections efficaces homogénéisées  $\bar{\Sigma}_{M,\beta}^G$  et  $\bar{\Sigma}_{M,k}^G$  définies par :

$$\bar{\Sigma}_{M,\beta}^G = \mu_M^G \bar{\Sigma}_{M,\beta}^G \quad (2.57)$$

et

$$\bar{\Sigma}_{M,k}^G = \mu_M^G \bar{\Sigma}_{M,k}^G \quad (2.58)$$

d'où

$$\bar{D}_{M,k}^G = \mu_M^G \bar{D}_{M,k}^G \quad (2.59)$$

Le facteur SPH  $\mu_M^G$  est obtenu par un procédé non linéaire et dépend du type de macrocalcul (diffusion, transport) ainsi que du degré de discrétisation adopté.

### 3. CALCUL NUMERIQUE DES FUTITES EN MILIEU HETEROGENE

#### 3.1. Stratégie du calcul

Jusqu'à présent nous nous sommes limités à décrire, en toute généralité, une méthode de résolution de l'équation de transport multigroupe dans un assemblage hétérogène purement réfléchi ou ce qui revient au même d'un réseau infini de tels assemblages. En utilisant l'approximation du flux plat dans une zone de calcul et en supposant la loi de choc isotrope nous avons obtenu, au moyen des probabilités de première collision, l'équation générale pour le calcul du flux. Pour représenter l'assemblage en situation "cœur" on introduit dans un procédé classique (calcul hétérogène de flux), une "section efficace de fuite". Cette section efficace est obtenue à partir du calcul du laplacien critique et du coefficient de fuite de l'assemblage homogénéisé équivalent, ce qui n'est qu'une représentation très imparfaite des fuites réelles de l'assemblage hétérogène. A cause de cela, les sections efficaces à partir desquelles sont calculés les paramètres de réaction et de fuite des zones homogénéisées, destinés au calcul du cœur, ne sont pas cohérentes. Pour remédier à ce défaut, nous avons exposé, en partant du traitement B<sub>1</sub> hétérogène de fuites (qui est assez complexe), un nouveau modèle théorique - TIBERE, où au prix d'un petit nombre d'approximations nous avons obtenu les équations qui décrivent le traitement hétérogène des fuites. Donc, ce modèle donne des "sections efficaces de fuite" qui sont tout à fait cohérentes avec les autres sections efficaces.

Nous avons appliqué le modèle B<sub>1</sub> hétérogène simplifié - TIBERE à l'écriture de plusieurs modules qui constituent la procédure TIBERE, pour le calcul des fuites hétérogènes d'un assemblage, et qui sont introduits dans le code modulaire de transport de neutrons APOLLO-2. Nous allons décrire ici les modules concernés en insistant sur les techniques de calcul employées. Ceci nous offre un bon exemple d'une application pratique de la méthode et en même temps nous donne une occasion de voir le détail des calculs ainsi que leur enchaînement.

Le procédé du calcul des fuites hétérogènes peut être représenté de manière suivante. Ecrivons l'équation intégrale de transport en notation fonctionnelle pour un assemblage réfléchi.

$$\phi = K \left( \frac{1}{\lambda} F\phi + R\phi - L(\phi)\phi \right)$$

où l'opérateur K prend en compte l'effet de transport spatial ( $\bar{p}_{ij}$ ), F est l'opérateur de production (neutrons de fission), R prend en compte les effets de transport en énergie ( $\Sigma_{i,0}^{g' \rightarrow g}$ ) et  $\lambda$  étant la valeur propre du système hétérogène. L'opérateur L( $\phi$ ) représente les effets de

fuites critiques ( $\lambda_{\text{hom}} = 1$ ) calculées pour le milieu homogénéisé équivalent, où les paramètres homogénéisés sont obtenus par pondération des paramètres hétérogènes sur le flux  $\phi$ . La valeur propre  $\lambda$  peut se calculer en multipliant l'équation au flux  $\phi$  par un vecteur arbitraire  $f$ , et nous avons [12]

$$\lambda = \frac{[\text{KF}\phi, f]}{[\phi - \text{K}(\text{R}\phi - \text{L}(\phi)\phi), f]}$$

où, les grandes parenthèses représentent l'intégration sur le volume du milieu et sur tous les groupes d'énergie. On choisit souvent  $f = (\text{K}^{-1})1$ . Maintenant, nous pouvons écrire les expressions tenant compte du numéro  $n$  des itérations

$$\phi^{n+1} = \text{K} \left( \frac{1}{\lambda^n} \text{F}\phi^n + \text{R}\phi^{n+1} \text{L}(\phi^n)\phi^{n+1} \right)$$

d'où

$$\lambda^{n+1} = \frac{[\text{KF}\phi^{n+1}, f]}{[\phi^{n+1} - \text{K}(\text{R}\phi^n - \text{L}(\phi^n)\phi^{n+1}), f]} = \lambda^n \frac{[\text{KF}\phi^{n+1}, f]}{[\text{KF}\phi^n, f]} = \lambda^n \frac{[\text{F}\phi^{n+1}, 1]}{[\text{F}\phi^n, 1]}$$

Ce procédé converge parce que à chaque itération intervient la nouvelle valeur du terme  $\text{L}(\phi)$ , solution du problème homogénéisé critique ( $\lambda_{\text{hom}} = 1$ ). Le procédé que nous venons d'expliquer est en fait le procédé du calcul des fuites homogènes critiques du code APOLLO-2. Mais cela nous permet de calculer le facteur  $\Lambda \left( \frac{\text{B}}{\Sigma \text{H}} \right)$  d'après l'équation (2.33), parce que nous connaissons maintenant le laplacien critique et la carte du flux critique multigroupe nécessaire pour le calcul de la section efficace totale homogénéisée dans chaque groupe de l'énergie.

Ecrivons maintenant les équations au flux et au courant, dans le modèle  $\text{B}_1$  hétérogène simplifié - TIBERE.

$$\begin{cases} \phi_s = \text{K} \left( \frac{1}{\lambda} \text{F}\phi_s + \text{R}_0\phi_s \right) - \text{T}(\phi_s) \\ J_k = \Lambda \left( \frac{\text{B}}{\Sigma \text{H}} \right) \text{K}_k (\text{R}_1 J_k + \phi_s) \end{cases}$$

où

$$\text{T}(\phi_s) = \sum_k \text{B}_k^2 \text{K}_k J_k$$

L'opérateur  $K_k$  tient compte de l'effet de transport spatial dans la direction  $k$  ( $\tilde{p}_{ij,k}$ ), les opérateurs  $R_0$  et  $R_1$  prennent en compte les effets de transport en énergie par l'harmonique 0 ( $\Sigma_{s0}^{g \rightarrow g}$ ) et l'harmonique 1 ( $\Sigma_{s1}^{g \rightarrow g}$ ) de la loi de choc. Le procédé itératif peut se présenter de manière suivante

$$\begin{cases} \phi_s^{n+1} = K \left( \frac{1}{\lambda^n} F \phi_s^n + R_0 \phi_s^{n+1} \right) - T(\phi_s^n) \\ J_k^{n+1} = \Lambda \left( \frac{B}{\Sigma^H} \right) K_k (R_1 J_k^{n+1} + \phi_s^{n+1}) \end{cases}$$

et la valeur propre est

$$\lambda^{n+1} = \frac{[KF \phi_s^{n+1}, f]}{[\phi_s^{n+1} - KR_0 \phi_s^{n+1} + T(\phi_s^n), f]} = \lambda^n \frac{[F \phi_s^{n+1}, 1]}{[F \phi_s^n, 1]}$$

Une description plus détaillée des itérations sera effectuée plus loin. Il est évident que le schéma du calcul des fuites de manière "classique" ressemble à celle du TIBERE. Par suite de ce fait, une grande partie des outils numériques seront communs aux deux schémas de calcul.

### 3.2. Calcul des matrices de probabilité de collision

Dans le cadre du calcul des probabilités de collision, le traitement des variables d'espace sera réalisé au prix d'un certain nombre d'hypothèses supplémentaires. D'ailleurs, la matrice des probabilités de collision dans un groupe d'énergie ne dépend pas des sections efficaces dans les autres groupes, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de couplage énergétique. Comme nous traitons ici un assemblage réfléchi, ce qui représente un réseau infini d'assemblages identiques, les probabilités de collision seront définies sur un domaine spatial infini.

#### 3.2.1. Calcul des probabilités de première collision "classiques"

La probabilité de première collision (équation (1.11)) peut s'exprimer sous la forme

$$P_{ij} = \frac{\sum_j \tilde{P}_{ij}}{V_i}$$

où  $\tilde{P}_{ij}$  est la probabilité de première collision réduite

$$\tilde{P}_{ij} = \int_{V_j} d^3 r \int_{V_i} d^3 r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi|\bar{r} - \bar{r}'|^2} = \int_{V_j} d^3 r \int_{V_i} d^3 r' k(\bar{r}, \bar{r}') \quad (3.1)$$

est exprimée sous forme d'intégrale du noyau de collision  $k(\bar{r}, \bar{r}')$  sur deux sous-domaines géométriques (régions) multidimensionnels. Comme chaque paire de points  $(\bar{r}, \bar{r}')$  définit une trajectoire  $t(\bar{r}, \bar{r}')$  entre les deux sous-domaines, on peut dire que chaque probabilité est la somme des valeurs du noyau de collision pour l'ensemble des trajectoires d'un sous-domaine à l'autre. Dans le présent travail nous nous sommes limités à considérer une géométrie à deux dimensions x-y. On supposera donc que les propriétés neutroniques des milieux physiques (les sections efficaces), ainsi que les sources et les conditions aux limites (dans ce travail la condition de réflexion spéculaire) sont invariants par rapport à la variable z. En conséquence le flux est aussi invariant et ne dépend donc pas de z: les équations intégrales peuvent se réécrire en fonction de la projection sur plan x-y, orthogonale à z. Les intégrales sur les volumes se réduisent à des intégrales sur les surfaces ( $V_i$  est le volume de la zone i par unité de hauteur de réseau). [4, 36]

D'après la figure 3.1, nous savons que  $\bar{L} = \bar{r} - \bar{r}'$  et que  $\omega = |\bar{\rho} - \bar{\rho}'|$  est la projection de L.

Nous pouvons écrire

$$\tau(\bar{r}, \bar{r}') = \frac{\bar{\tau}(\bar{\rho}, \bar{\rho}')}{\sin \theta} \quad |\bar{r} - \bar{r}'| = \frac{|\bar{\rho} - \bar{\rho}'|}{\sin \theta} \quad z' = \frac{\omega}{\tan \theta} \quad dz' = -\frac{\omega}{\sin^2 \theta} d\theta \quad (3.2)$$

La probabilité de première collision réduite devient

$$\tilde{P}_{ij} = \int_{S_j} d^2 \rho \int_{S_i} d^2 \rho' \int_{-\infty}^{\infty} dz' \exp\left[-\frac{\bar{\tau}(\bar{\rho}, \bar{\rho}')}{\sin \theta}\right] \frac{\sin^2 \theta}{4\pi|\bar{\rho} - \bar{\rho}'|^2}$$

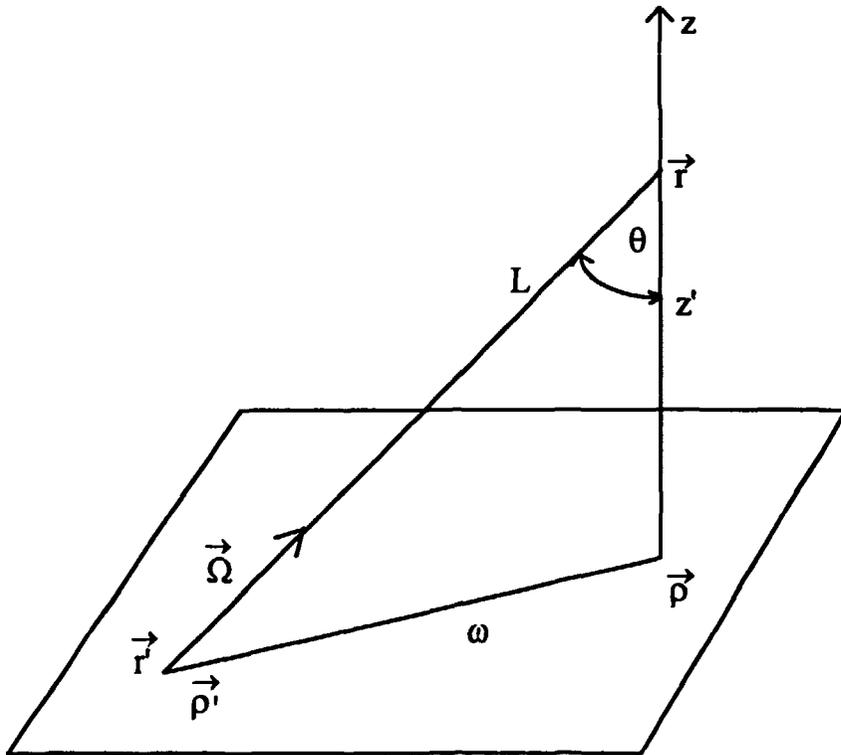


Figure 3.1. Coordonnées naturelles associées à la projection d'une trajectoire sur le plan.

ou

$$\tilde{P}_{ij} = \int_{S_j} d^2 \rho \int_{S_i} d^2 \rho' \int_0^{\pi} d\theta \frac{1}{2\pi |\bar{\rho} - \bar{\rho}'|} \exp \left[ -\frac{\bar{\tau}(\bar{\rho}, \bar{\rho}')}{\sin \theta} \right]$$

Introduisons la définition de la fonction de Bickley-Nayler d'ordre n

$$Ki_n(x) = \int_0^{\pi} \frac{1}{2} d\theta \exp \left[ -\frac{x}{\sin \theta} \right] \sin^{n-1} \theta \quad (3.3)$$

qui a la propriété

$$\frac{1}{a} Ki_{n+1}(ax) = - \int_0^x dt Ki_n(at) \quad (3.4)$$

Les fonctions  $Ki_n$  sont, au signe près, les primitives successives de la fonction de Bessel

$$K_0(x) = \int_0^{\pi} \frac{1}{2} d\theta \exp \left[ -\frac{x}{\sin \theta} \right] \frac{1}{\sin \theta} = Ki_0(x)$$

nous obtenons

$$\bar{P}_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_{S_j} d^2\rho \int_{S_i} d^2\rho' \frac{1}{|\bar{\rho} - \bar{\rho}'|} K_{i_1}(\bar{\tau}) \quad (3.5)$$

L'expression obtenue est calculée partiellement analytiquement, partiellement numériquement et dépend de la géométrie considérée. Dans une géométrie à deux dimensions les trajectoires de neutrons sont naturellement incluses dans le plan x-y.

En adoptant des coordonnées polaires dans le plan de projection, on aura  $\bar{\rho} = (\rho, \varphi)$ ,  $\bar{\rho}' = (\rho', \varphi')$ . Les trajectoires planes étant définies par les coordonnées  $(R, \phi)$  de la figure 3.2, on fera dans les intégrales de l'équation (3.5) le changement de variable  $(\rho, \varphi; \rho', \varphi') \rightarrow (R, \phi, t, t')$

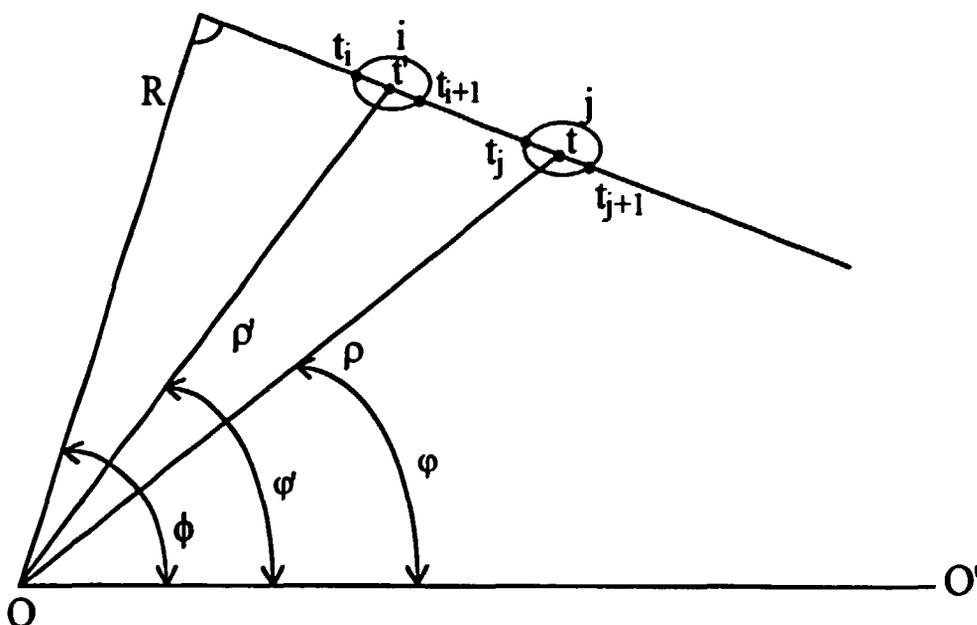


Figure 3.2. Coordonnées naturelles pour le calcul des probabilités de collision.

défini par

$$\begin{aligned} \rho^2 &= t'^2 + R^2 & \varphi' &= \phi - \arctg \frac{t'}{R} \\ \rho^2 &= t^2 + R^2 & \varphi &= \phi - \arctg \frac{t}{R} \end{aligned} \quad (3.6)$$

d'où le jacobien, avec  $\omega = |t - t'|$ , est

$$\frac{\partial(\rho, \rho', \varphi, \varphi')}{\partial(R, \phi, t, t')} = \begin{vmatrix} \frac{R}{\rho} & \frac{R}{\rho'} & \frac{t}{\rho^2} & \frac{t'}{\rho'^2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ \frac{t}{\rho} & 0 & -\frac{R}{\rho^2} & 0 \\ 0 & \frac{t'}{\rho'} & 0 & -\frac{R}{\rho'^2} \end{vmatrix} = \frac{t-t'}{\rho\rho'} = \frac{\omega}{\rho\rho'} \quad (3.7)$$

on a finalement

$$\begin{aligned} \bar{P}_{ij} &= \frac{1}{2\pi} \int_{S_i} \rho d\rho d\varphi \int_{S_j} \rho' d\rho' d\varphi' \frac{1}{\omega} K_{i_1}(\bar{\tau}) = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dR \int_0^{2\pi} d\phi \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt' \frac{\partial(\rho, \rho', \varphi, \varphi')}{\partial(R, \phi, t, t')} \frac{1}{\omega} K_{i_1}(\bar{\tau}) \end{aligned}$$

ou

$$\bar{P}_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dR \int_0^{2\pi} d\phi \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt' K_{i_1}(\bar{\tau}) \quad (3.8)$$

Le parcours optique entre les points  $\bar{\rho}'$  et  $\bar{\rho}$  est

$$\bar{\tau}(t', t) = (t_{i+1} - t') \Sigma_i + \sum_{k=i+1}^{j-1} (t_{k+1} - t_k) \Sigma_k + (t - t_j) \Sigma_j$$

ou

$$\bar{\tau}(t', t) = (t_{i+1} - t') \Sigma_i + \tau_0 + (t - t_j) \Sigma_j \quad (3.9)$$

où  $\tau_0$  est le parcours optique entre les régions  $i$  et  $j$  ( $i \neq j$ ), sur la ligne définie par  $\phi$  et  $R$ .

Les intégrales sur  $t$  et  $t'$ , dans l'équation (3.8), sont analytiques et on va montrer qu'il est facile de les calculer en tenant compte de la propriété des fonctions de Bickley-Nayler données par l'équation (3.4).

Suivant que l'on calcule les probabilités de première collision entre les différentes régions ( $i \neq j$ ), ou dans une même région ( $i = j$ ) et en tenant compte du fait que certaines régions peuvent être vides ( $\Sigma_i = 0$ ), nous allons obtenir des expressions différentes.

En dérivant l'équation (3.9) nous avons

$$\frac{\partial \bar{\tau}(t', t)}{\partial t'} = -\Sigma_i \quad \frac{\partial \bar{\tau}(t', t)}{\partial t} = \Sigma_j \quad (3.10)$$

et nous pouvons écrire

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} = \frac{\partial}{\partial t'} \frac{1}{\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial t'}} = -\frac{1}{\Sigma_i} \frac{\partial}{\partial t'} \quad \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial t}} = \frac{1}{\Sigma_j} \frac{\partial}{\partial t} \quad (3.11)$$

Utilisant la propriété des fonctions de Bickly-Nayler donnée par l'équation (3.4)

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} \text{Ki}_n(\bar{\tau}) = -\text{Ki}_{n-1}(\bar{\tau}) \quad (3.12)$$

nous pouvons procéder à l'intégration sur la région i

$$F_{ij}(R, \phi) = \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt' \text{Ki}_1(\bar{\tau}) = - \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt' \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} \text{Ki}_2(\bar{\tau}) = \frac{1}{\Sigma_i} \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt' \frac{\partial}{\partial t'} \text{Ki}_2(\bar{\tau})$$

d'où, en définissant l'opérateur  $H_{ij} = H_i H_j = H_j H_i$ , avec  $H_i f(t', t) = f(t_{i+1}, t) - f(t_i, t)$  et  $H_j f(t', t) = f(t', t_{j+1}) - f(t', t_j)$ ,

$$F_{ij}(R, \phi) = \frac{1}{\Sigma_i} H_i \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt \text{Ki}_2(\bar{\tau}) = -\frac{1}{\Sigma_i} H_i \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} \text{Ki}_3(\bar{\tau}) = -\frac{H_i}{\Sigma_i \Sigma_j} \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt \frac{\partial}{\partial t} \text{Ki}_3(\bar{\tau})$$

et finalement nous obtenons

$$F_{ij}(R, \phi) = -\frac{1}{\Sigma_i \Sigma_j} H_{ij} \text{Ki}_3(\bar{\tau}) \quad (3.13)$$

d'où

$$\bar{P}_{ij} = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{\Sigma_i \Sigma_j} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty dR H_{ij} \text{Ki}_3(\bar{\tau}) \quad (3.14)$$

Dans le cas où  $\Sigma_j = 0$ , il est évident

$$F_{ij}(R, \phi) = \frac{1}{\Sigma_i} H_j t H_i \text{Ki}_2(\bar{\tau}) \quad (3.15)$$

et dans le cas où  $\Sigma_i = 0$

$$F_{ij}(R, \phi) = -\frac{1}{\Sigma_j} H_i t' H_j \text{Ki}_2(\bar{\tau}) \quad (3.16)$$

Si nous avons  $\Sigma_i = \Sigma_j = 0$  et  $i \neq j$

$$F_{ij}(R, \phi) = H_i t' H_j \text{Ki}_1(\tau_0) \quad (3.17)$$

de même si  $\Sigma_i = \Sigma_j = 0$  et  $i = j$

$$F_{ij}(R, \phi) = H_i t' H_j t K_{i_1}(0) \quad (3.18)$$

Par contre, quand on calcule la probabilité de collision dans une même région ( $i = j$ ) supposée non vide ( $\Sigma_i \neq 0$ ) l'expression pour le parcours optique (3.9) devient

$$\bar{\tau}(t', t) = |t - t'| \Sigma_i \quad (3.19)$$

et l'intégration sur la région  $i$  donne

$$F_{ij}(R, \phi) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt' K_{i_1}(|t - t'| \Sigma_i) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt \int_{t_i}^t dt' K_{i_1}((t - t') \Sigma_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt \int_t^{t_{i+1}} dt' K_{i_1}((t' - t) \Sigma_i)$$

Utilisant les équations (3.10)-(3.12) nous avons

$$F_{ij}(R, \phi) = - \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt \int_{t_i}^t dt' \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} K_{i_2}((t - t') \Sigma_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt \int_t^{t_{i+1}} dt' \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} K_{i_2}((t' - t) \Sigma_i)$$

ou

$$F_{ij}(R, \phi) = \frac{1}{\Sigma_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt \int_{t_i}^t dt' \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} K_{i_2}(\bar{\tau}) - \frac{1}{\Sigma_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt \int_t^{t_{i+1}} dt' \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} K_{i_2}(\bar{\tau}) = \frac{2}{\Sigma_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt K_{i_2}(0) + \frac{1}{\Sigma_i} H_i \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt K_{i_2}(\bar{\tau})$$

ou encore

$$F_{ij}(R, \phi) = \frac{2}{\Sigma_i} H_i t - \frac{1}{\Sigma_i} H_i \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} K_{i_3}(\bar{\tau}) = \frac{2}{\Sigma_i} H_i t - \frac{1}{\Sigma_i^2} H_i \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt \frac{\partial}{\partial t} K_{i_3}(\bar{\tau})$$

et finalement nous obtenons

$$F_{ij}(R, \phi) = - \frac{1}{\Sigma_i^2} H_i H_j K_{i_3}(\bar{\tau}) + \frac{2}{\Sigma_i} H_i t \quad (3.20)$$

ou

$$\hat{P}_{ij} = - \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\Sigma_i^2} \int_0^\pi d\phi \int_0^\infty dR H_i H_j K_{i_3}(\bar{\tau}) + \frac{V_i}{\Sigma_i} \quad (3.21)$$

En appliquant les définitions des opérateurs  $H_i$  et  $H_j$  nous obtenons les relations développées, qui seront utilisées par la suite: pour  $i \neq j$ ,  $\Sigma_i \neq 0$ ,  $\Sigma_j \neq 0$

$$F_{ij}(R, \phi) = \frac{1}{\Sigma_i \Sigma_j} \left[ K_{i_3}(\tau_i + \tau_0 + \tau_j) - K_{i_3}(\tau_i + \tau_0) - K_{i_3}(\tau_0 + \tau_j) + K_{i_3}(\tau_0) \right] \quad (3.22)$$

pour  $i = j$ ,  $\Sigma_i \neq 0$

$$F_{ij}(R, \phi) = \frac{2}{\Sigma_i^2} \left[ \tau_i + K_{i_3}(\tau_i) - K_{i_3}(0) \right] \quad (3.23)$$

pour  $i \neq j$ ,  $\Sigma_i = 0$ ,  $\Sigma_j \neq 0$ , avec  $T_i = t_{i+1} - t_i$

$$F_{ij}(R, \phi) = \frac{T_i}{\Sigma_j} \left[ Ki_2(\tau_0) - Ki_2(\tau_0 + \tau_j) \right] \quad (3.24)$$

pour  $i \neq j$ ,  $\Sigma_i \neq 0$ ,  $\Sigma_j = 0$ , avec  $T_j = t_{j+1} - t_j$

$$F_{ij}(R, \phi) = \frac{T_j}{\Sigma_i} \left[ Ki_2(\tau_0) - Ki_2(\tau_i + \tau_0) \right] \quad (3.25)$$

pour  $i \neq j$ ,  $\Sigma_i = \Sigma_j = 0$

$$F_{ij}(R, \phi) = T_i T_j Ki_1(\tau_0) \quad (3.26)$$

et pour  $i = j$ ,  $\Sigma_i = 0$

$$F_{ij}(R, \phi) = T_i^2 Ki_1(0) \quad (3.27)$$

Finally, knowing analytically the integrals between  $t$  and  $t'$ , we can write the expression for the probability of first collision reduced to its general form

$$\tilde{P}_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty dR F_{ij}(R, \phi) \quad (3.28)$$

The integration of the angle  $\phi$  over  $2\pi$  can be decomposed into two integrals

$$\tilde{P}_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\phi \int_0^\infty dR F_{ij}(R, \phi) + \frac{1}{2\pi} \int_\pi^{2\pi} d\phi \int_0^\infty dR F_{ij}(R, \phi)$$

By making the change of variable  $\phi' = \phi - \pi$  in the second integral we obtain

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\phi' \int_0^\infty dR F_{ij}(R, \phi' + \pi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\phi' \int_0^\infty dR F_{ji}(R, \phi')$$

because the vector path of a neutron represented by the function  $F_{ij}(R, \phi' + \pi)$  is equal, but with an inverse orientation, to that given by  $F_{ji}(R, \phi')$ , and thus equation (3.28) becomes for  $i \neq j$  or  $i = j$  with  $\Sigma_i = 0$

$$\tilde{P}_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\phi \int_0^\infty dR [F_{ij}(R, \phi) + F_{ji}(R, \phi)] \quad (3.29)$$

One notices that when  $i = j$  and  $\Sigma_i \neq 0$ , the contribution  $F_{ij}(R, \phi)$  given by equation (3.20) (or by (3.23)) is counted twice, that's why one has

$$\tilde{P}_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\phi \int_0^\infty dR F_{ij}(R, \phi) \quad (3.30)$$

L'intégration en R et en  $\phi$  se fait numériquement en employant des formules de quadrature. Ceci revient à remplacer l'ensemble infini de trajectoires par un ensemble fini de trajectoires. L'interaction entre deux régions est décrite par seulement des lignes d'intégration qui traversent les deux régions. Quand on change R ou  $\phi$ , les lignes d'intégration rentrent ou sortent des différentes régions. Ceci fait que l'emploi d'une formule de quadrature globale pour l'ensemble d'interaction revient à intégrer des fonctions discontinues [12].

La seule formule de quadrature qui peut assurer des bons résultats à petit nombre de points et, ce qui est plus important, une convergence uniforme est celle des quadratures élémentaires du type rectangles.

Les formules de quadrature seront donc définies par un pas constant  $\Delta\phi$  en  $\phi$  et un pas constant  $\Delta R$  en R. Il est nécessaire que la formule de quadrature soit assez précise de façon à ce que l'ensemble des trajectoires d'intégration assure une liaison entre toutes les zones. Ceci pose un problème de pas minimum dans les géométries contenant des petites régions.

Finalement nous pouvons écrire les expressions pour le calcul numérique des probabilités de collision réduites, correspondant aux équations (3.29) et (3.30). Pour  $i \neq j$  ou  $i = j$  avec  $\Sigma_i = 0$

$$\tilde{P}_{ij} = \frac{1}{2\pi} \sum_m^{M_\phi} \Delta\phi \sum_n^{N_{R_m}} \Delta R [F_{ij}(R_n, \phi_m) + F_{ji}(R_n, \phi_m)]$$

et pour  $i = j$  avec  $\Sigma_i \neq 0$

$$\tilde{P}_{ij} = \frac{1}{2\pi} \sum_m^{M_\phi} \Delta\phi \sum_n^{N_{R_m}} \Delta R [F_{ij}(R_n, \phi_m)]$$

ou  $\Delta\phi$  et  $\Delta R$  sont les intervalles entre des valeurs discrètes des variables correspondantes. La sommation sur n concerne l'ensemble de lignes parallèles équidistantes tracées dans le domaine géométrique, et la sommation sur m décrit la rotation de ces lignes par rapport à une direction de référence.  $M_\phi$  est le nombre de valeurs discrètes de l'angle  $\phi$ , dans le domaine  $(0, \pi)$ , et  $N_{R_m}$  est le nombre de lignes qui traversent le domaine géométrique sous l'angle  $\phi_m$ .

Comme les valeurs de la matrice de collision réduite, dans chaque groupe d'énergie, est obtenue par une formule de quadrature, qui fournit nécessairement des valeurs approchées, elles ne satisfont pas automatiquement les relations de conservation. La précision finie des calculs rend la renormalisation nécessaire et introduit donc l'arbitraire propre à la renormalisation. Ceci se fait, d'abord en calculant la relation de conservation (équation (1.19)). Pour chaque ligne de la matrice on écrit

$$\sum_{j=1}^{i-1} \tilde{P}_{ij}^* \Sigma_j + C_i \sum_{j=1}^N \tilde{P}_{ij} \Sigma_j = V_i \quad (3.31)$$

avec

$$\sum_{j=1}^{i-1} \tilde{P}_{ij}^* \Sigma_j = \sum_{j=1}^{i-1} C_i \tilde{P}_{ij} \Sigma_j$$

où  $C_i$  est le facteur de normalisation qu'on cherche (calculé à partir des éléments diagonaux de la matrice), et  $C_j$  le facteur de normalisation qu'on a obtenu pour les lignes précédentes. Dès que l'on obtient le facteur de normalisation pour une ligne à partir d'élément diagonal, on utilise la relation de réciprocity (équation (1.12))

$$\tilde{P}_{ji}^* = \tilde{P}_{ij}^*$$

On obtient les éléments  $j = i + 1, \dots, N$  pour la colonne  $i$  de la matrice à partir d'élément diagonal [14].

Le calcul des matrices de collision réduites se décompose d'une manière naturelle en deux étapes. Une étape géométrique dans laquelle on emploie une formule de quadrature pour tracer des trajectoires dans le domaine, et une étape multigroupe où l'on emploie les sections efficaces totales pour évaluer dans chaque groupe les parcours optiques. Le résultat de l'étape géométrique est un maillage d'intégration pour l'ensemble des trajectoires de la formule de quadrature. Chacune des lignes d'intégration est décrite en termes de longueurs des parcours dans les régions qu'elle traverse.

Dans l'étape de calcul multigroupe, on emploie les relations de réciprocité pour diminuer le nombre d'évaluations du noyau de collision. Pour chaque ligne on ne calcul donc que les interactions entre chaque région et les régions à sa droite. En procédant ainsi, les relations de réciprocité sont automatiquement satisfaites.

### 3.2.2. Calcul des probabilités de première collision "orientées"

Comme la probabilité de première collision orientée ressemble beaucoup à la probabilité de première collision classique, nous allons définir la probabilité de première collision orientée réduite  $\tilde{P}_{ij,k}$  ( $k = x, y, z$ ) sous la forme

$$P_{ij,k} = \frac{\sum_j}{V_i} \tilde{P}_{ij,k}$$

avec

$$\tilde{P}_{ij,k} = 3 \int_{V_j} d^3r \int_{V_i} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] \Omega_k^2}{4\pi |\bar{r} - \bar{r}'|^2} \quad (3.32)$$

Le vecteur unitaire  $\bar{\Omega} = \frac{\bar{L}}{L}$ , sur la figure 3.1, peut être représenté par l'angle polaire  $\theta$  et l'angle azimutal  $\varphi$ , ce qui donne pour le carré des projections

$$\Omega_x^2 = \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \quad \Omega_y^2 = \sin^2 \theta \sin^2 \varphi \quad \Omega_z^2 = \cos^2 \theta$$

Si les propriétés neutroniques dans les directions  $x$  et  $y$  sont les mêmes, nous pouvons prendre la valeur moyenne de ces deux projections et nous avons

$$\Omega_r^2 = \frac{1}{2} \sin^2 \theta \quad \Omega_z^2 = \cos^2 \theta$$

d'où nous obtenons, d'après l'équation (2.46)

$$P_{ij,z} + 2 P_{ij,r} = 3 P_{ij} \quad (3.33)$$

Supposons, comme dans le calcul des probabilités de première collision "classiques", que les propriétés neutroniques sont invariants par rapport à la variable  $z$ , et par conséquent le flux ne dépend pas de  $z$ . En réécrivant la probabilité de la première collision radiale et axiale réduite

$$\bar{P}_{ij,r} = \frac{3}{2} \int_{V_j} d^3r \int_{V_i} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi|\bar{r} - \bar{r}'|^2} \sin^2 \theta \quad (3.34)$$

et

$$\bar{P}_{ij,z} = 3 \int_{V_j} d^3r \int_{V_i} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi|\bar{r} - \bar{r}'|^2} \cos^2 \theta \quad (3.35)$$

en fonction de leurs projections sur le plan  $x-y$  (figure 3.1) en utilisant les relations (3.2) et en transformant les intégrales (équation (3.3)), nous obtenons

$$\bar{P}_{ij,r} = \frac{3}{2} \frac{1}{2\pi} \int_{S_j} d^2\rho \int_{S_i} d^2\rho' \frac{1}{|\bar{\rho} - \bar{\rho}'|} Ki_3(\bar{\tau}) \quad (3.36)$$

et

$$\bar{P}_{ij,z} = 3 \frac{1}{2\pi} \int_{S_j} d^2\rho \int_{S_i} d^2\rho' \frac{1}{|\bar{\rho} - \bar{\rho}'|} (Ki_1(\bar{\tau}) - Ki_3(\bar{\tau})) \quad (3.37)$$

En passant à coordonnées polaires  $\bar{\rho} = (\rho, \varphi)$  et  $\bar{\rho}' = (\rho', \varphi')$  et en définissant les trajectoires par les coordonnées  $(R, \phi)$ , comme sur la figure 3.2, nous pouvons réaliser le changement de variable  $(\rho, \varphi; \rho', \varphi') \rightarrow (R, \phi, t, t')$  avec l'aide des équations (3.6) et (3.7), et nous obtenons

$$\bar{P}_{ij,r} = \frac{3}{2} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty dR \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt' Ki_3(\bar{\tau}) \quad (3.38)$$

et

$$\bar{P}_{ij,z} = 3 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty dR \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt \int_{t_{i+1}}^{t_i} dt' (Ki_1(\bar{\tau}) - Ki_3(\bar{\tau})) \quad (3.39)$$

Les intégrales en  $t$  et  $t'$ , dans les équations (3.38) et (3.39), sont analytiques, en utilisant les équations (3.10 - 3.12) on peut les calculer facilement comme dans le chapitre 3.1.1. Finalement nous obtenons les résultats de l'intégration analytique

pour  $i \neq j, \Sigma_i \neq 0, \Sigma_j \neq 0$

$$F_{ij,r}(R, \phi) = \frac{1}{\Sigma_i \Sigma_j} [Ki_5(\tau_i + \tau_0 + \tau_j) - Ki_5(\tau_i + \tau_0) - Ki_5(\tau_0 + \tau_j) + Ki_5(\tau_0)] \quad (3.40)$$

$$F_{ij,z}(R, \phi) = \frac{1}{\Sigma_i \Sigma_j} [Ki_3(\tau_i + \tau_0 + \tau_j) - Ki_3(\tau_i + \tau_0) - Ki_3(\tau_0 + \tau_j) + Ki_3(\tau_0) - Ki_5(\tau_i + \tau_0 + \tau_j) + Ki_5(\tau_i + \tau_0) + Ki_5(\tau_0 + \tau_j) - Ki_5(\tau_0)] \quad (3.41)$$

pour  $i = j, \Sigma_i \neq 0$

$$F_{ij,r}(R, \phi) = \frac{2}{\Sigma_i^2} \left[ \frac{2}{3} \tau_i + Ki_5(\tau_i) - Ki_5(0) \right] \quad (3.42)$$

$$F_{ij,z}(R, \phi) = \frac{2}{\Sigma_i^2} \left[ \frac{1}{3} \tau_i + Ki_3(\tau_i) - Ki_3(0) - Ki_3(\tau_i) + Ki_3(0) \right] \quad (3.43)$$

pour  $i \neq j$ ,  $\Sigma_i = 0$ ,  $\Sigma_j \neq 0$

$$F_{ij,r}(R, \phi) = \frac{T_i}{\Sigma_j} [Ki_4(\tau_0) - Ki_4(\tau_0 + \tau_j)] \quad (3.44)$$

$$F_{ij,z}(R, \phi) = \frac{T_i}{\Sigma_j} [Ki_2(\tau_0) - Ki_2(\tau_0 + \tau_j) - Ki_4(\tau_0) + Ki_4(\tau_0 + \tau_j)] \quad (3.45)$$

pour  $i \neq j$ ,  $\Sigma_i \neq 0$ ,  $\Sigma_j = 0$

$$F_{ij,r}(R, \phi) = \frac{T_j}{\Sigma_i} [Ki_4(\tau_0) - Ki_4(\tau_0 + \tau_i)] \quad (3.46)$$

$$F_{ij,z}(R, \phi) = \frac{T_j}{\Sigma_i} [Ki_2(\tau_0) - Ki_2(\tau_0 + \tau_i) - Ki_4(\tau_0) + Ki_4(\tau_0 + \tau_i)] \quad (3.47)$$

pour  $i \neq j$ ,  $\Sigma_i = \Sigma_j = 0$

$$F_{ij,r}(R, \phi) = T_i T_j Ki_3(\tau_0) \quad (3.48)$$

$$F_{ij,z}(R, \phi) = T_i T_j [Ki_1(\tau_0) - Ki_3(\tau_0)] \quad (3.49)$$

pour  $i = j$ ,  $\Sigma_i = 0$

$$F_{ij,r}(R, \phi) = T_i^2 Ki_3(0) \quad (3.50)$$

$$F_{ij,z}(R, \phi) = T_i^2 [Ki_1(0) - Ki_3(0)] \quad (3.51)$$

Maintenant, nous pouvons réécrire les expressions des probabilités de collision radiale et axiale réduites pour  $i \neq j$  ou  $i = j$  avec  $\Sigma_i = 0$

$$\bar{P}_{ij,r} = \frac{3}{2} \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\phi \int_0^\infty dR [F_{ij,r}(R, \phi) + F_{j,i,r}(R, \phi)] \quad (3.52)$$

$$\bar{P}_{ij,z} = 3 \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\phi \int_0^\infty dR [F_{ij,z}(R, \phi) + F_{j,i,z}(R, \phi)] \quad (3.53)$$

et pour  $i = j$  avec  $\Sigma_i \neq 0$

$$\bar{P}_{ij,r} = \frac{3}{2} \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\phi \int_0^\infty dR F_{ij,r}(R, \phi) \quad (3.54)$$

$$\bar{P}_{ij,z} = 3 \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\phi \int_0^\infty dR F_{ij,z}(R, \phi) \quad (3.55)$$

L'intégration en R et en  $\phi$  se fait numériquement en employant les formules de quadrature. La ressemblance entre les équations pour la probabilité de première collision "classique" réduite (3.29) et (3.30) avec les équations pour les probabilités de première collision orientées réduites (3.52 - 3.55) est évidente; toutes les considérations liées à l'intégration numérique en R et en  $\phi$  déjà présentées sont donc valables ici aussi.

De même, la normalisation des probabilités orientées réduites se fait ici aussi comme nous l'avons expliqué précédemment.

### 3.2.3. Les expressions pour les petites valeurs de parcours optiques

Dans le calcul des probabilités de première collision réduites, classique, radiale et axiale, des effets de différences numériques peuvent affecter l'évaluation des expressions (3.22 - 3.27) et (3.42 - 3.51), quand la dimension optique de l'intersection de la trajectoire avec l'une ou les deux régions est petite. Ce problème peut être résolu en utilisant deux types de développement en série. D'une part, des développements en série des fonctions de Bessel et de Bickley-Neyler pour les petites valeurs de l'argument

$$\begin{aligned}
 Ki_{-1}(x) &= \frac{1}{x} + \frac{x}{2} \ln \frac{Cx}{2} - \frac{x}{4} + \frac{x^3}{16} \ln \frac{Cx}{2} - \frac{5x^3}{64} + 0(x^5) \\
 Ki_0(x) = K_0(x) &= -\ln \frac{Cx}{2} - \frac{x^2}{4} \ln \frac{Cx}{2} + \frac{x^2}{4} - \frac{x^4}{64} \ln \frac{Cx}{2} + \frac{3x^4}{128} + 0(x^6) \\
 Ki_1(x) &= \frac{\pi}{2} - x \ln \frac{Cx}{2} - x + \frac{x^3}{12} \ln \frac{Cx}{2} - \frac{x^3}{9} + \frac{x^5}{320} \ln \frac{Cx}{2} - \frac{17x^5}{3200} + 0(x^7) \\
 Ki_2(x) &= 1 - \frac{\pi}{2}x - \frac{x^2}{2} \ln \frac{Cx}{2} - \frac{3x^2}{4} - \frac{x^4}{48} \ln \frac{Cx}{2} + \frac{19x^4}{576} + 0(x^6) \tag{3.56} \\
 Ki_3(x) &= \frac{\pi}{4} - x + \frac{\pi x^2}{4} + \frac{x^3}{6} \ln \frac{Cx}{2} - \frac{11}{36}x^3 + \frac{x^5}{240} \ln \frac{Cx}{2} - \frac{107x^5}{14400} + 0(x^7) \\
 Ki_4(x) &= \frac{2}{3} - \frac{\pi x}{4} + \frac{x^2}{2} - \frac{\pi x^3}{12} - \frac{x^4}{24} \ln \frac{Cx}{2} + \frac{25}{288}x^4 + 0(x^6) \\
 Ki_5(x) &= \frac{3\pi}{16} - \frac{2x}{3} + \frac{\pi x^2}{8} - \frac{x^3}{6} + \frac{\pi x^4}{48} + \frac{x^5}{12} \ln \frac{Cx}{2} - \frac{137x^5}{7200} + 0(x^7)
 \end{aligned}$$

où  $C = e^\gamma$ , et  $\gamma = 0.57721566490153$  est la constante d'Euler (ce qui donne  $C = 1.781072418990$ ).

D'autre part nous allons utilisé aussi les développements en série de Taylor pour représenter la différence entre deux fonctions proches. Avec l'aide de la relation de récurrence pour les fonctions de Bickley-Nayler

$$(n-1) Ki_n(x) = x(Ki_{n-3}(x) - Ki_{n-1}(x)) + (n-2) Ki_{n-2}(x) \tag{3.57}$$

nous avons tous les outils nécessaires pour le calcul des probabilités réduites. Comme la probabilité axiale réduite peut être obtenue à partir de la connaissance des probabilités "classique" et radiale réduite (équation (3.33)), nous ne traiterons que ces deux dernières probabilités.

Maintenant, en n'utilisant que le développement en série de Taylor, pour représenter la différence entre deux fonctions ayant des valeurs d'argument proche, nous avons, pour  $\tau_i \ll 1$  et  $\tau_j > 0$  avec  $X_i = \tau_0 + \tau_i$  et  $X_o = \tau_0 + \tau_i + \tau_j$

$$F_{ij}(R, \phi) = \frac{\tau_i}{\Sigma_i \Sigma_j} \left[ Ki_2(X_i) - Ki_2(X_o) + \frac{\tau_i}{2} (Ki_1(X_i) - Ki_1(X_o)) + \frac{\tau_i^2}{6} (Ki_0(X_i) - Ki_0(X_o)) + 0(\tau_i^3) \right] \quad (3.58)$$

$$F_{ij,r}(R, \phi) = \frac{\tau_i}{\Sigma_i \Sigma_j} \left[ Ki_4(X_i) - Ki_4(X_o) + \frac{\tau_i}{2} (Ki_3(X_i) - Ki_3(X_o)) + \frac{\tau_i^2}{6} (Ki_2(X_i) - Ki_2(X_o)) + 0(\tau_i^3) \right] \quad (3.59)$$

pour  $\tau_i > 0$  et  $\tau_j \ll 1$  avec  $X_j = \tau_0 + \tau_j$

$$F_{ij}(R, \phi) = \frac{\tau_j}{\Sigma_i \Sigma_j} \left[ Ki_2(X_j) - Ki_2(X_o) + \frac{\tau_j}{2} (Ki_1(X_j) - Ki_1(X_o)) + \frac{\tau_j^2}{6} (Ki_0(X_j) - Ki_0(X_o)) + 0(\tau_j^3) \right] \quad (3.60)$$

$$F_{ij,r}(R, \phi) = \frac{\tau_j}{\Sigma_i \Sigma_j} \left[ Ki_4(X_j) - Ki_4(X_o) + \frac{\tau_j}{2} (Ki_3(X_j) - Ki_3(X_o)) + \frac{\tau_j^2}{6} (Ki_2(X_j) - Ki_2(X_o)) + 0(\tau_j^3) \right] \quad (3.61)$$

pour  $\tau_i \ll 1$  et  $\tau_j \ll 1$

$$F_{ij}(R, \phi) = \frac{\tau_i \tau_j}{\Sigma_i \Sigma_j} \left[ Ki_1(X_o) + \frac{\tau_i + \tau_j}{2} Ki_0(X_o) + \frac{(\tau_i + \tau_j)^2 - \frac{\tau_i \tau_j}{2}}{6} Ki_{-1}(X_o) + 0(\tau_i^3 \tau_j^3) \right] \quad (3.62)$$

$$F_{ij,r}(R, \phi) = \frac{\tau_i \tau_j}{\Sigma_i \Sigma_j} \left[ Ki_3(X_o) + \frac{\tau_i + \tau_j}{2} Ki_2(X_o) + \frac{(\tau_i + \tau_j)^2 - \frac{\tau_i \tau_j}{2}}{6} Ki_1(X_o) + 0(\tau_i^3 \tau_j^3) \right] \quad (3.63)$$

En ce qui concerne les relations (3.62) et (3.63), si  $\tau_0 + \tau_i + \tau_j \gg 0$  ( $\tau_0 \gg 0$ ) les fonctions  $Ki_0(X_0)$  et  $Ki_{-1}(X_0)$  peuvent être calculées par la relation de récurrence (3.57). Par contre, si  $\tau_0 + \tau_i + \tau_j \ll 1$  ( $\tau_0 \ll 1$ ) les fonctions  $Ki_0(X_0)$  et  $Ki_{-1}(X_0)$  sont calculées à partir de développement en série de ces fonctions pour les petites valeurs de l'argument (les deux premières équations de (3.56)).

Si  $\tau_i \ll 1$  pour  $i = j$ , en utilisant la relation de récurrence (3.57) et les développements (3.56), nous obtenons

$$P_{ij}(\mathbf{R}, \phi) = \frac{2}{\Sigma_i^2} \left[ \tau_i + \frac{\tau_i}{2} \left( \tau_i \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\tau_i}{3} \left( \ln \frac{C\tau_i}{2} - \frac{11}{6} \right) \right) - 2 \right) + O(\tau_i^5) \right] \quad (3.64)$$

$$P_{ij,r}(\mathbf{R}, \phi) = \frac{3}{\Sigma_i^2} \left[ \frac{2}{3} \tau_i + \tau_i \left( \frac{\tau_i}{2} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\tau_i}{3} \right) - \frac{2}{3} \right) + O(\tau_i^5) \right] \quad (3.65)$$

Les formules qu'on vient d'obtenir s'appliquent directement au calcul des matrices de collision réduite dans un domaine à deux dimensions.

### 3.3. Procédé numérique utilisé dans le modèle TIBERE

La réalisation du calcul numérique de fuites d'un milieu hétérogène (l'assemblage) par le modèle TIBERE est effectué comme la suite du calcul "classique" (en milieu homogénéisé) de fuites du code APOLLO-2. Ceci veut dire, qu'une fois obtenue le laplacien critique d'un assemblage homogénéisé, à l'aide de quelques itérations externes appliquées au modèle TIBERE nous obtenons le nouveau laplacien critique et la carte de fuites (hétérogène) critique multigroupe. Le nombre d'itérations du modèle TIBERE est petit, parce que la carte du flux critique, issue du calcul "classique", est utilisée pour l'initialisation du calcul par le procédé TIBERE et donc, elle n'est pas loin de la carte du flux critique donnée par TIBERE. Ceci est tout à fait raisonnable par suite du fait que la carte du flux critique du calcul "classique" tient compte déjà des fuites, mais de manière uniforme (la section efficace de fuite  $DB^2$  est partout la même dans un groupe de l'énergie).

Dans le calcul "classique" de fuites, l'évaluation des probabilités de première collision "classiques" d'un assemblage réfléchi (répétitif jusqu'à l'infini) en géométrie x-y exact, représente la majeure partie du temps total de calcul. C'est-à-dire, si on utilise un maillage fin pour l'intégration numérique (un assez petit pas et un certain nombre d'angles pour tracer les trajectoires), qui va nous permettre d'obtenir une bonne précision numérique, le temps de calcul des probabilités de collision "classique" peut être 60 % - 70 % du temps total de calcul.

Dans le cadre du procédé TIBERE, à part les probabilités de collision "classique", nous faisons appel aux calculs directs des probabilités de collision radiales (axiales sont calculées à partir de ces deux par la relation reliant les probabilités de collision classiques et orientées (3.33)). Par suite de ce fait, le temps de calcul des probabilités de collision ("classiques" et radiales) augmente pour environ 75 %. Ce temps ne redouble pas parce que le traçage des trajectoires est commun pour les deux calculs, et il consomme un temps considérable pour des précisions de calcul élevées. L'introduction des relations pour des petits parcours optiques augmentent aussi, un peu, le temps de calcul des probabilités de collision.

D'après les considérations exposées, nous pouvons conclure que le calcul des probabilités de collision dans le cadre du procédé TIBERE est un peu moins qu'une fois plus long que dans le procédé "classique". Par conséquent, le calcul des probabilités de collision demande approximativement 99 % du temps total du calcul par le procédé TIBERE.

#### 3.3.1. Itérations externes, thermiques et internes

D'abord, nous allons brièvement décrire la partie du code APOLLO-2 [12] qui précède directement le procédé TIBERE. Le calcul du flux multigroupe de transport pour un assemblage répétitif, est fait par la méthode des probabilités de collision, c'est-à-dire par résolution de l'équation suivante, équivalente à l'équation (1.10)

$$\varphi_j^g V_j = \sum_i \tilde{P}_{ij}^g \sum_{g'} \hat{\Sigma}_{0,i}^{g' \rightarrow g} \varphi_i^{g'} \quad (3.66)$$

avec

$$\tilde{P}_{ij}^g = \frac{V_i}{\Sigma_j^g} P_{ij}^g$$

où  $\tilde{P}_{ij}^g$  est la probabilité de première collision réduite.

Les modules de calcul du flux permettent de résoudre un problème à valeur propre (calcul du facteur de multiplication effectif) ou à source. Le calcul du flux multigroupe se fait par une série d'itérations externes. Chaque itération part d'une source de fission connue et calcule un nouveau flux multigroupe en résolvant les équations groupe par groupe. A la fin de l'itération externe on emploie le flux multigroupe et la valeur propre obtenus pour recalculer des nouvelles sources de fission. D'après la définition usuelle, le facteur de multiplication effectif est simplement le rapport du nombre de neutrons de fission entre deux générations (c'est-à-dire le rapport de la source de fission obtenue à partir d'une source à cette source). Lorsque la convergence sur les itérations externes est atteinte, les valeurs de ce facteur et de la valeur propre doivent être les mêmes à l'erreur de précision près. Une autre quantité est le coefficient de multiplication infini qui est défini comme le rapport entre le nombre de neutrons de fission produit par un flux de neutrons et le nombre d'absorptions causées par le même flux. Ces deux coefficients sont égaux s'il n'y a pas de fuites. La nouvelle source de fission peut être accélérée par un processus de minimisation du reste et on le combine avec les itérations libres.

Le critère de convergence consiste à donner une borne supérieure de l'erreur relative de la valeur propre et de l'intégrale de la source de fission, ou encore du maximum de l'erreur relative commise sur la carte de sources de fission. A cause des itérations thermiques et internes, on doit se donner des critères de convergence sur le flux de façon à pouvoir satisfaire les critères de convergence sur la source de fission. Comme la source de fission est une intégrale en énergie du flux, le critère de convergence pour le flux peut être plus relâché que celui sur la source de fission. Le même argument s'applique à la valeur propre par rapport à la source de fission.

Dans un calcul du flux, on résout chaque équation dans l'ordre décroissant des énergies. En procédant de cette façon, on peut obtenir la solution pour tous les groupes rapides car les sources de ralentissement sont connues, et le calcul est réalisé dans chaque groupe rapide, par inversion du système d'équations linéaires directement ou par une méthode itérative, avec accélération par minimisation du reste. Ceci n'est pas le cas dans le domaine thermique où les groupes sont couplés par les remontées. Des itérations dites thermiques peuvent s'effectuer à l'intérieur d'une itération externe pour faire converger le flux dans le domaine thermique. Une itération thermique passe d'un flux thermique à un nouveau flux thermique par un processus de Gauss-Seidel: on résout groupe par groupe dans le sens décroissant des énergies et dans un groupe donné, on calcule le flux en employant les sources de ralentissement dues au flux de cette itération et les sources de remontées dues au flux de l'itération précédente. Pour profiter de la convergence plus rapide dans les groupes thermiques d'énergie élevée (qui sont moins couplés par les remontées) on itère sur un nombre de groupes variables. A chaque itération, on fait un test pour déterminer l'ensemble des groupes thermiques sur lesquels portera l'itération suivante. Ceux sont les groupes dans lesquels le flux a changé de façon perceptible depuis l'itération précédente. Cet ensemble contient tous les groupes thermiques d'énergie égale ou inférieure au groupe de plus basse énergie pour lequel on a trouvé la région où la différence relative entre les flux de deux itérations successives est maximale et où elle est plus petite que la borne donnée. Ce processus d'itérations thermiques est doublement accéléré par une méthode de minimisation du reste et par une méthode de rétablissement du bilan par groupe. Le "rebalancing" se fait en multipliant les composantes du flux par un paramètre dépendant du groupe, qui assure que le bilan donné par l'équation de conservation sur tout le domaine géométrique est respecté dans chaque groupe thermique. Le processus employé pour résoudre l'équation de transport à un groupe représente les itérations internes. Il peut être effectué, comme dans le cas des groupes rapides, soit par inversion gaussienne directe, soit en

employant une méthode itérative avec accélération par minimisation du reste. Le code décide lui même laquelle des deux méthodes employer, en fonction de la taille du système linéaire à résoudre. Si le nombre de régions et de groupes est petit, dans le domaine thermique, on établit un système complet dont les inconnues sont les composantes du flux à la fois spatialement et énergétiquement; ce système peut être inversé directement.

La normalisation du flux se fait, soit sur la production de neutrons (source de fission), soit sur un taux de réaction (généralement la puissance) sur un domaine géométrique arbitraire.

Les modules de calcul du flux peuvent aussi simuler une situation "coeur" en incorporant les fuites dues à l'interaction du domaine avec son environnement. Une manière de calculer ces fuites est rappelons-le, de partir du laplacien critique du problème homogénéisé et de les introduire comme des termes d'absorption volumique. En cas de prise en compte des fuites, les itérations externes sont couplées avec des calculs d'homogénéisation et du coefficient de fuites. Le but de ces itérations est de trouver les fuites critiques (sous forme de laplacien critique) qui correspondent à une valeur fixée en avance du facteur de multiplication effectif ( $K$ ), généralement 1 [12].

### 3.3.2. Calcul des fonctions Bickley-Nayler

En ce qui concerne le calcul des matrices de probabilité de collision réduite, le premier pas est la tabulation des données géométriques nécessaires au calcul des fonctions de type  $P_{ij}(R_m, \phi_m)$ . Pour chaque valeur discrète de l'angle  $\phi_m$  on trace  $N_R$  lignes équidistantes et parallèles dans le domaine calculé. Pour chaque ligne on identifie les  $m$  régions traversées par cette ligne et on calcule les parcours dans chaque région. Chaque ligne d'intégration part d'une des frontières de la cellule ou de l'assemblage et s'arrête à l'autre frontière si la condition à la limite sur cette frontière est une condition de vide. Par contre, dans le cas d'un domaine étendu à l'infini par des conditions aux limites de réflexion les lignes d'intégration sont de longueur infinie et on doit donc limiter leur longueur à une valeur donnée. D'autre part, les fonctions de Bickley-Nayler décroissent de façon monotone et tendent rapidement vers zéro (pour  $\tau \rightarrow \infty$  nous avons  $Ki_n(\tau) \rightarrow 0$ ). Comme le calcul de ces fonctions est long, les fonctions  $Ki_3(\tau)$ ,  $Ki_4(\tau)$  et  $Ki_5(\tau)$  sont tabulées pour des valeurs de parcours optique de  $\tau_{max}$  à 0, avec un pas équidistant très petit. Pour  $\tau > \tau_{max}$  les valeurs des fonctions sont très petites et on néglige donc leurs contributions. Cette valeur de  $\tau_{max}$  définit donc une coupure optique dans le calcul (on néglige des interactions avec un parcours optique  $\tau > \tau_{max}$ ). Pour diminuer le prix des calculs, on peut aussi définir une valeur de la coupure optique plus petite que celle imposée par la tabulation. Il en résulte évidemment une perte de précision. La fonction  $Ki_2(\tau)$  est calculée directement à partir d'une approximation en fraction rationnelle. Cette fonction n'est employée que pour le calcul des régions vides ou des régions avec une section efficace plus petite qu'une valeur fixée  $\Sigma_{min}$  [12,14].

Nous avons consacré une place importante aux outils et techniques numériques de calcul "classique" du flux dans le code APOLLO-2 parce que le procédé TIBERE fait appel très souvent aux outils et techniques déjà existants. Maintenant, nous allons passer au procédé TIBERE.

### 3.3.3. Relation du bilan neutronique critique

Dans le modèle TIBERE, représenté par l'équation (2.38), les flux et les courants sont, en fait, calculés à partir du système d'équations suivant

$$\begin{aligned} V_j \varphi_{s,j}^g &= \sum_i \left[ \bar{P}_{ij}^g \sum_{g'} \hat{\Sigma}_{o,i}^{g' \rightarrow g} \varphi_{s,i}^{g'} - \sum_k B_k^2 \bar{P}_{ij,k}^g j_{akk,i}^g \right] \\ V_j j_{akk,j}^g &= \frac{1}{3} \Lambda \left( \frac{B}{\Sigma_{Hg}} \right) \sum_i \bar{P}_{ij,k}^g \left[ \sum_{g'} \hat{\Sigma}_{l,i}^{g' \rightarrow g} j_{akk,i}^{g'} + \varphi_{s,i}^g \right] \end{aligned} \quad (3.67)$$

où  $k = r, z$  et

$$\bar{P}_{ij,k}^g = \frac{V_i}{\Sigma_j^g} P_{ij,k}^g$$

où  $\bar{P}_{ij,k}^g$  est la probabilité de première collision orientée réduite.

Donc, ici nous avons à résoudre un système linéaire de trois équations (au  $\varphi_s$ ,  $j_{arr}$  et  $j_{azz}$ ) dans chaque groupe d'énergie et en chaque point de l'assemblage traité. Comme dans le cas de l'équation (3.66) c'est un problème à valeur propre. Le flux et les courants se calculent simultanément par un certain nombre d'itérations externes, que nous avons déjà expliquées précédemment mais qui contiennent quelques adaptations. Tenant compte du fait que nous cherchons le laplacien critique (pour  $K = 1$ ) de l'assemblage concerné, il est évident qu'il faut connaître l'un des deux laplaciens (axial ou radial) pour qu'on puisse calculer l'autre. Comme dans la pratique il est plus facile d'estimer le laplacien axial, nous allons supposé qu'il est connu.

Pour assurer la convergence vers 1 de la valeur propre, il nous faut encore une condition supplémentaire. Cette condition découle de manière tout à fait naturelle de la première équation du système (3.67) (relation de conservation), et elle s'obtient en imposant un bilan critique, qui va nous permettre de calculer le laplacien radial critique. Pour obtenir la relation du bilan critique il faut faire la somme sur tous les points  $j$  et toutes les énergies  $g$  de la première équation du système (3.67), en imposant  $K = 1$ . En utilisant les relations de conservation pour les probabilités de collision classiques et orientées et les relations entre les sections efficaces suivantes

$$\begin{aligned} \Sigma_i^{g'} &= \Sigma_{a,i}^{g'} + \Sigma_{d,o,i}^{g'} \\ \sum_g \Sigma_{a,o,i}^{g' \rightarrow g} &= \Sigma_{d,o,i}^{g'} + \Sigma_{exc,i}^{g'} \end{aligned}$$

nous obtenons la relation du bilan neutronique critique, et de là le laplacien radial critique

$$B_r^2 = \frac{\sum_i V_i \sum_g \left( v_i^g \Sigma_{f,i}^g - \Sigma_{a,i}^g + \Sigma_{exc,i}^g \right) \varphi_{s,i}^g - B_z^2 \sum_i V_i \sum_g j_{azz,i}^g}{\sum_i V_i \sum_g j_{arr,i}^g} \quad (3.68)$$

où  $\Sigma_{d,o,i}^g$  est la section efficace de diffusion dans le groupe  $g$  à l'ordre 0 d'anisotropie,  $\Sigma_{a,i}^g$  est la section efficace d'absorption et  $\Sigma_{exc}^g$  est la section efficace d'excès de neutrons ( $\Sigma_{exc}^g = \Sigma_{n,2n}^g + 2\Sigma_{n,3n}^g + \dots$ ).

### 3.3.4. Cas des petits parcours optiques

Revenons maintenant au calcul des probabilités de collision. En regardant l'équation (3.66), qui donne la carte de flux multigroupe dans un assemblage répétitif, il est clair que si une région  $m$  est vide, le terme  $i = m$  de la somme sur  $i$  sera nul parce que les sections efficaces dans cette région sont nulles aussi. Par conséquent, il semble qu'il ne soit pas nécessaire de calculer la probabilité de collision réduite  $\bar{P}_{mj}$ , mais en fait on a besoin de la connaître pour le calcul de  $\bar{P}_{jm}$ ; or la relation de réciprocité donne  $\bar{P}_{jm} = \bar{P}_{mj}$ . Or  $\bar{P}_{jm}$  est multipliée par une section efficace non nulle (la région  $j$  n'est pas vide). Mais, si la région  $j$  est vide elle aussi ou s'il s'agit de la même région ( $j = m$ ), les probabilités de collision réduites  $\bar{P}_{jm}$  et  $\bar{P}_{mj}$ , ainsi que  $\bar{P}_{mm}$  sont multipliées par des sections efficaces qui sont nulles. Dans ce cas il n'est pas nécessaire de calculer ces probabilités et le code APOLLO-2 n'a pas utilisé les relations (3.26) et (3.27). De même, si la section efficace totale est plus petite qu'une valeur donnée (dans la pratique  $10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ ) le milieu a été traité comme le vide, du point de vue du calcul des probabilités de collision réduites.

Analysons maintenant la deuxième relation du système (3.67), c'est-à-dire la relation de la loi de Fick généralisée. Il est évident que si la région  $i = m$  est vide (les sections efficaces sont nulles), ce terme dans la somme sur  $i$  ne sera pas nul parce que la probabilité de collision orientée réduite sera multipliée par le flux dans cette région. Donc ici, nous avons besoin de toutes les relations décrivant les différentes combinaisons entre les régions  $i$  et  $j$ . Rappelons que nous calculons directement les probabilités de collision radiales réduites et que les probabilités de collision axiales réduites sont obtenues à partir de la relation reliant les probabilités de collision classiques et orientées (3.33). Pour cela nous avons introduit les fonctions de Bickley et Nayler  $Ki_1(\tau)$  et  $Ki_2(\tau)$  tabulées de la même manière que les fonctions  $Ki_3(\tau)$ ,  $Ki_4(\tau)$  et  $Ki_5(\tau)$ , c'est-à-dire pour des valeurs de parcours optique de  $\tau_{max} = 10$  à  $\tau_{min} = 0$  avec un pas équidistant de  $\Delta\tau = 0.00225$ . Les valeurs des fonctions sont très petites pour  $\tau > \tau_{max}$  et on néglige leur contribution. Il faut noter que les fonctions de Bickley et Nayler sont concaves et décroissantes et tendent vers zéro exponentiellement quand  $\tau$  tend vers l'infini. A partir de ces tables, une interpolation linéaire entre deux points, fournit la valeur cherchée. Ceci est moins long que le calcul exact de ces fonctions. L'erreur relative maximale pour des valeurs obtenues à partir des tables, pour les cinq fonctions, est inférieure à  $\epsilon = 10^{-6}$ . D'après les analyses faites cette précision est suffisante pour obtenir une bonne carte de flux dans les calculs classiques du code APOLLO-2 [1?]. Pour les fonctions concernées l'erreur relative, due à l'interpolation quand  $\tau$  tend vers zéro, augmente. De même, l'erreur relative augmente avec la diminution de l'ordre des fonctions de Bickley et Nayler, c'est-à-dire elle augmente quand on passe de  $Ki_5(\tau)$  à  $Ki_1(\tau)$ . Donc, on peut dire que l'erreur relative est maximale pour la fonction  $Ki_1(\tau)$  au voisinage de l'origine. En ce qui concerne la fonction  $Ki_0(\tau) = K_0(\tau)$ , qui est en fait la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce d'ordre 0, c'est aussi une fonction concave et décroissante qui tend exponentiellement vers 0 à l'infini. Mais, cette fonction, tend vers l'infini à l'origine. Pour avoir la même précision sur la fonction  $Ki_0(\tau)$  tabulée, que celle que nous avons pour les autres fonctions de Bickley-Nayler, il faudrait

tabuler la fonction  $Ki_0(\tau)$  avec un pas plus petit que pour les autres, surtout pour les petites valeurs de l'argument  $\tau$ . A cause de ceci nous avons décidé de calculer la fonction  $Ki_0(\tau)$  à partir des fonctions Bickley-Nayler déjà tabulées, avec l'aide de la relation de récurrence (3.57).

Dans les calculs "classiques" du code APOLLO-2, les parcours optiques sont rarement très petits. Ceci peut se produire quand les trajectoires traversant les régions de petite épaisseur ou/et de faible section efficace totale (ce qui est rare), ou encore, quand la trajectoire traverse une région très proche de sa tangente. On peut presque éliminer cet effet en augmentant le nombre de trajectoires (diminuant le pas de l'intégration numérique) et le nombre d'angles, mais il y aura encore quelques cas où le parcours optique sera petit. Dans ces cas, les petits parcours optiques vont provoquer des effets de différence numériques et donc une mauvaise estimation des fonctions de Bickley-Nayler. Mais, comme la situation décrite ne se produit qu'avec une fréquence très faible dans un calcul, cet effet influence très peu ou pratiquement pas le résultat final, c'est-à-dire la carte du flux multigroupe.

Par contre, comme l'apport du modèle TIBERE est très important justement dans les assemblages contenant des milieux à faible section efficace totale (brouillard, gaz, sodium), l'effet que nous venons de décrire est ici très important [37]. En d'autres termes, on peut obtenir, pour des probabilités de collision classiques et orientées, des valeurs négatives ou extrêmement grandes, qui sont évidemment fausses. Pour éliminer les effets de différence numériques ou un mauvais calcul des fonctions de Bickley-Nayler pour des petites valeurs de parcours optiques, nous avons utilisé respectivement des développements en série de Taylor autour d'un argument et des développements en série des fonctions de Bickley-Nayler pour des petites valeurs de l'argument (développement en série de MacLaurin). Les relations sont données dans le chapitre 3.2.3.

En examinant les relations (3.22 - 3.23) et (3.40 - 3.43), on voit qu'elles sont composées d'une, deux ou quatre différences entre deux fonctions de Bickley-Nayler, de type  $Ki_n(X) - Ki_n(X + \Delta X)$ . Nous allons chercher maintenant la limite supérieure de  $\Delta X$ , à partir de laquelle (pour des valeurs plus petites) nous allons effectuer des développements en série. Comme nous calculons les probabilités de collision classiques et radiales directement, nous avons à calculer les fonctions  $Ki_3(\tau)$  et  $Ki_5(\tau)$ . Tenant compte du fait, que la précision des fonctions  $Ki_n(\tau)$ , calculées à partir des tables, décroît avec la diminution de l'ordre en  $n$ , nous allons travailler avec la fonction  $Ki_3(\tau)$ , qui va nous donner, par conséquent, la condition la plus sévère. Supposons, donc, que les  $Ki_3(X)$  et  $Ki_3(X + \Delta X)$  sont les valeurs exactes et que  $\tilde{K}i_3(X)$  et  $\tilde{K}i_3(X + \Delta X)$  sont les valeurs obtenues à partir de la table. Posons maintenant

$$\tilde{K}i_3(X) = Ki_3(X) + \delta Ki_3(X)$$

$$\tilde{K}i_3(X + \Delta X) = Ki_3(X + \Delta X) + \delta Ki_3(X + \Delta X)$$

Nous avons déjà dit que l'erreur relative maximale des tables est  $\epsilon = 10^{-6}$ , c'est-à-dire

$$\left| \frac{\tilde{K}i_3(X) - Ki_3(X)}{Ki_3(X)} \right| = \left| \frac{\delta Ki_3(X)}{Ki_3(X)} \right| < \epsilon = 10^{-6}$$

Supposons que l'erreur relative sur le calcul de la différence entre deux valeurs de  $Ki_3$  rapprochées, obtenue à partir de la table, soit plus petite que  $\epsilon_1$ ,

$$\left| \frac{[\bar{K}i_3(X) - \bar{K}i_3(X + \Delta X)] - [Ki_3(X) - Ki_3(X + \Delta X)]}{Ki_3(X) - Ki_3(X + \Delta X)} \right| < \epsilon_1$$

d'où nous pouvons écrire

$$\left| \frac{\delta Ki_3(X) - \delta Ki_3(X + \Delta X)}{Ki_3(X) - Ki_3(X + \Delta X)} \right| < \frac{|\delta Ki_3(X)| + |\delta Ki_3(X + \Delta X)|}{|Ki_3(X) - Ki_3(X + \Delta X)|} < \epsilon_1$$

et par suite,

$$\frac{[Ki_3(X) + Ki_3(X + \Delta X)]\epsilon}{Ki_3(X) - Ki_3(X + \Delta X)} < \epsilon_1$$

En développant en série de Taylor la fonction  $Ki_3(X)$  autour de  $X + \Delta X$ , et en gardant les deux premiers termes, nous avons

$$Ki_3(X) = Ki_3(X + \Delta X) + \Delta X Ki_2(X + \Delta X) - 0(\Delta X^2)$$

d'où

$$\frac{[Ki_3(X) + Ki_3(X + \Delta X)]\epsilon}{Ki_3(X) - Ki_3(X + \Delta X)} < \frac{2Ki_3(X)\epsilon}{\Delta X Ki_2(X)} < \epsilon_1$$

Compte tenu du fait que l'erreur relative des valeurs calculées à partir des tables est maximale au voisinage de l'origine de cette fonction, nous pouvons écrire finalement

$$\frac{2Ki_3(X)\epsilon}{Ki_2(X)\epsilon_1} < \frac{\pi\epsilon}{2\epsilon_1} < \Delta X$$

Après une analyse et un certain nombre de tests, sachant que  $\epsilon = 10^{-6}$ , nous avons choisi  $\epsilon_1 = 10^{-4}$ , ce qui donne  $\Delta X = 1.57 \cdot 10^{-2}$ , c'est-à-dire, que pour les plus petites valeurs de  $\Delta X$  nous utilisons les relations (3.58 - 3.63). Nous n'avons pas seulement appliqué ce critère à des petites valeurs du parcours optiques, mais nous l'avons étendu à toutes les valeurs des parcours optiques. Par contre, les relations (3.64 - 3.65) ne sont utilisées que pour les petits parcours optiques, autrement dit, pour des valeurs plus petites que  $1.57 \cdot 10^{-2}$ . Notons aussi, que nous n'utilisons que les deux premiers termes en  $\tau_i$  et  $\tau_j$  dans les relations (3.58 - 3.65). En ce qui concerne la limite pour passer de la relation de récurrence, dans le calcul de la fonction  $Ki_0(\tau)$  (relations (3.62 - 3.63)), au développement en série pour des petites valeurs du parcours optique, nous avons effectué aussi une analyse. De la même manière que dans le cas précédent, nous avons obtenu la limite de  $5 \cdot 10^{-2}$ .

Nous avons consacré une place importante aux analyses de calcul numérique des probabilités de première collision classiques et orientées car, comme nous l'avons montré, elles sont assez sensibles dans le cadre du modèle TIBERE. Pour avoir une bonne précision dans les calculs des cartes du flux et des courants axiaux et radiaux multigroupes il faut tenir compte des effets que nous avons décrit et des critères que nous venons d'établir.

### 3.3.5. Schéma de calcul des fuites en milieu hétérogène

Maintenant nous avons tous les éléments permettant de représenter le schéma TIBERE pour le calcul des fuites d'un assemblage hétérogène. Ce schéma est présenté sur la figure 3.3. En connaissant les sections efficaces macroscopiques (obtenues au préalable par un calcul de l'autoprotection des résonances), le calcul débute par initialisation du flux en chaque point de l'assemblage et dans chaque groupe de l'énergie, ce qui permet d'obtenir les sources de fission initiales. Par une série d'itérations externes (déjà décrites) nous obtenons la valeur propre - le facteur de multiplication infini et la carte du flux multigroupe. Ensuite, on homogénéise tout l'assemblage par pondération des sections efficaces sur la carte de flux multigroupe. Pour ce milieu homogénéisé on cherche le laplacien critique et les coefficients de fuite multigroupe. Ceci se fait par des itérations qui ressemblent aux itérations externes (en fait, il n'y a pas d'itérations internes par suite du fait que le milieu est homogène) et en cherchant le zéro de la fonction  $f(B) = K_{\text{hom}}(B) - 1$  à chaque itération par la méthode de Newton et les polynômes d'interpolation de Lagrange. Une fois obtenu le laplacien critique du milieu homogénéisé et les coefficients de fuites correspondants, on définit les "sections efficaces de fuites homogènes" comme une absorption additionnelle et on les introduit dans la bibliothèque des sections efficaces macroscopiques. En fait, pour ne pas avoir à recalculer les probabilités de collision classique, on conserve la section efficace totale du calcul hétérogène sans fuite (calcul initial) en diminuant la section efficace de transfert  $\Sigma_{s,0}^{g \rightarrow g}$  dans chaque groupe de la quantité  $D \Sigma B^2$  (indépendante de la variable d'espace). Maintenant, avec ces nouvelles sections efficaces on passe au calcul hétérogène, où il est évident que dans chaque groupe d'énergie, les "sections efficaces de fuites homogènes" sont les mêmes dans tous les points de l'assemblage. Après un certain nombre d'itérations externes on obtient la valeur propre - le facteur de multiplication effectif et la carte du flux. Si le facteur n'est pas égale à 1, on homogénéise de nouveau l'assemblage en pondérant les sections efficaces par cette nouvelle carte de flux et on cherche les nouvelles valeurs du laplacien critique et des coefficients de fuites. Ensuite, on refait le calcul hétérogène avec les nouvelles "sections efficaces de fuites". Si le facteur de multiplication effectif n'est pas encore égale à 1, on revient à l'homogénéisation et on continue ainsi jusqu'à la convergence ( $K = 1$ ). Remarquons qu'il n'est pas nécessaire d'itérer jusqu'à la convergence de la valeur propre dans les calculs hétérogènes (à chaque fois plusieurs itérations externes), parce que le procédé décrit converge par suite de la convergence du calcul homogène.

La partie du calcul que nous venons d'expliquer jusqu'ici, est le procédé "classique" de calcul des fuites de l'assemblage hétérogène homogénéisé. Mais, ce calcul nous est nécessaire pour qu'on puisse calculer le facteur  $\Lambda\left(\frac{B}{\Sigma_{Hg}}\right)$ , d'après la relation (2.33). Ceci veut dire que nous connaissons, maintenant, le laplacien critique et la carte du flux critique multigroupe qui va nous servir à obtenir la section efficace totale multigroupe de l'assemblage homogénéisé dans les conditions critiques. Dans la pratique, le facteur  $\Lambda\left(\frac{B}{\Sigma_{Hg}}\right)$  est proche de 1. En effet, le procédé TIBERE commence maintenant. Comme nous n'avons plus besoin de la "section efficace de fuite homogène" elle est annulée dans la bibliothèque de sections efficaces macroscopiques.

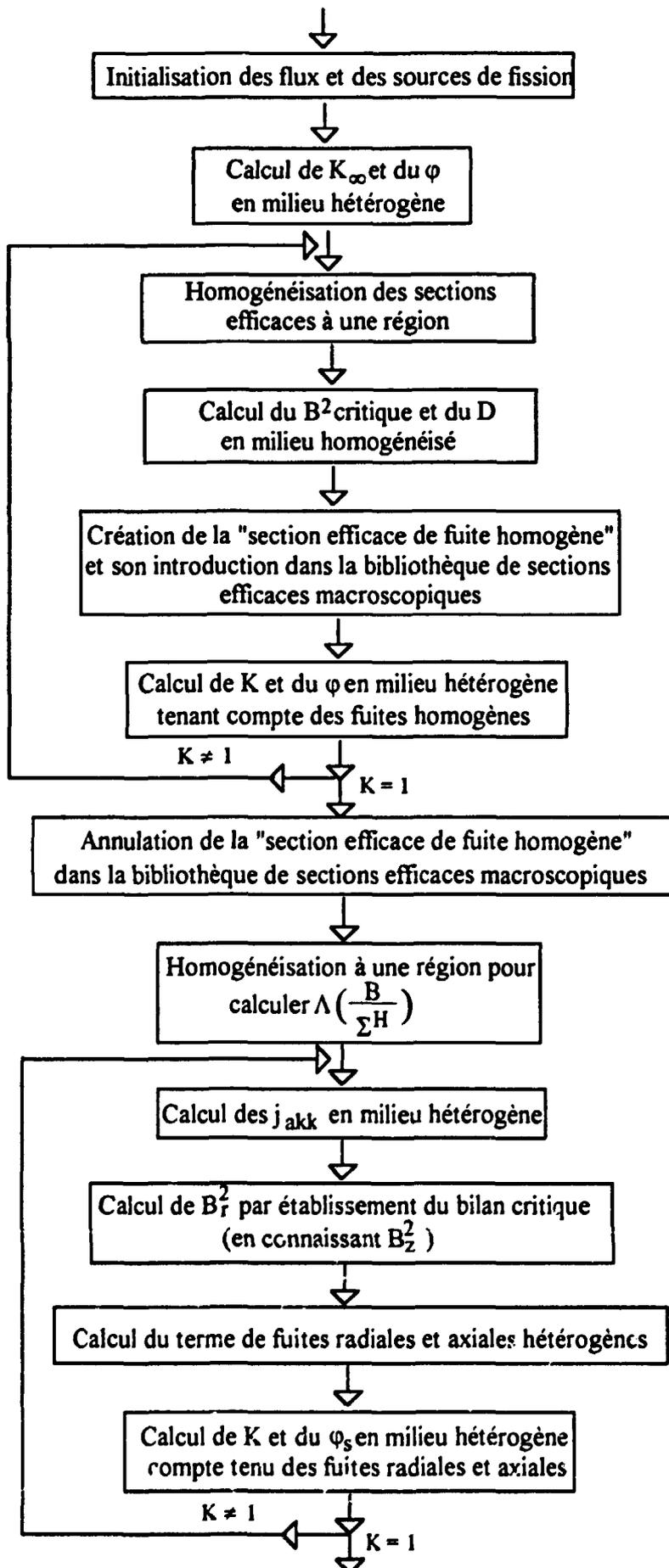


Figure 3.3. Schéma de calcul des fuites en milieu hétérogène.

Le système d'équations (3.67) représente un problème à valeur propre. Du point de vue numérique, la deuxième relation (loi de Fick généralisée) ressemble à la première (relation de conservation). Par conséquent, elles sont résolues successivement par une itération externe. Dans le calcul des courants (radial et axial), le flux qui apparaît comme une "source externe" est, en fait, la carte du flux multigroupe précédemment calculée. Une fois obtenues les cartes de courants axial et radial multigroupes (après une itération externe) et en supposant que le laplacien axial est donné, nous pouvons calculer le laplacien radial d'après la relation de bilan neutronique critique (3.68). Connaissant les cartes de courants multigroupes et les laplaciens radial et axial nous pouvons calculer le terme "d'absorption additionnelle" dans l'équation au flux du système (3.67), c'est à dire le terme qui représente les fuites orientées. Comme l'équation au flux fait intervenir la valeur propre de ce système d'équations, on obtient, après une itération externe, le facteur de multiplication effectif et la carte de flux. Ce facteur n'est pas égal à 1 parce que nous n'avons fait qu'une itération et nous voulons itérer en même temps sur le flux et les courants. Utilisant cette carte de flux multigroupe on recalcule les nouvelles cartes de courants axial et radial. Portant ces cartes de flux et de courants dans la relation du bilan critique nous obtenons la nouvelle valeur du laplacien radial, ce qui nous permet d'obtenir un nouveau terme représentant les fuites orientées et conséquemment une nouvelle carte du flux multigroupe. Si le facteur de multiplication effectif n'est pas égal à 1, on revient au calcul des cartes de courants et on continue ainsi jusqu'à la convergence ( $K=1$ ), atteinte après un certain nombre d'itérations externes et obtenue pour une certaine valeur de laplacien radial qui sera la valeur critique. Il est évident qu'ici nous avons itéré en même temps sur le laplacien critique et sur la valeur propre critique du milieu hétérogène (l'assemblage). Maintenant, au moyen de l'expression (2.44), utilisant les cartes de flux et de courants critiques, nous obtenons les coefficients de fuites radiale et axiale dans chaque zone de calcul et dans chaque groupe d'énergie. Finalement nous pouvons calculer la carte des "sections efficaces de fuites" multigroupes dans les directions radiale et axiale. Conséquemment on peut obtenir les taux de fuites calculés de la même manière que les taux de réaction, c'est à dire dans chaque zone de calcul et dans chaque groupe.

Il faut souligner que les probabilités de première collisions classiques et orientées sont calculées une fois pour toute avant le procédé que nous venons de présenter. Ceci provient simplement du fait que les probabilités de collision ne dépendent que de la section efficace totale, qui n'est pas changée tout au long de la procédure itérative.

## 4. TESTS ET RESULTATS

### 4.1. Considérations générales

Dans ce chapitre nous représentons et analysons des résultats obtenus par la procédure classique et par la procédure TIBERE du code APOLLO-2. Tout d'abord nous avons effectué les calculs d'un assemblage de REP dans les conditions de fonctionnement normales, dans le cas accidentel où la partie centrale de l'assemblage est vidée, et dans le cas où l'assemblage comporte des barres de contrôle. Ensuite nous avons simulé, par le calcul, l'expérience de la vidange partielle du coeur EPICURE [38]. En plus de cette simulation, nous avons réalisé quelques tests numériques à titre illustratif. La simulation de l'expérience de vidange partielle EPICURE est réalisée en trois étapes. Premièrement, nous serons amenés à définir, dans le coeur d'EPICURE un assemblage contenant la zone vidée et nous calculons, par chacune des procédures du traitement de fuites, les conditions critiques de cet assemblage. Sur cet assemblage nous effectuerons ensuite une équivalence transport-diffusion qui nous permettra finalement de calculer le coeur. Les calculs de l'équivalence et du coeur sont réalisés par le code de diffusion CRONOS [39].

Les calculs, que nous venons de décrire brièvement, sont réalisés sur l'ordinateur CRAY-1. La géométrie utilisée dans les calculs APOLLO-2 et CRONOS est la géométrie x-y. Les données neutroniques proviennent de la bibliothèque de sections efficaces microscopiques CEA86 à 99 groupes d'énergie. Avant d'effectuer les calculs de criticité en théorie du transport, le calcul de l'autoprotection des résonances d'absorption pour certains isotopes est nécessaire. Rappelons brièvement ce qu'est l'autoprotection des résonances. Le flux présente une dépression au droit de chaque résonance qui réduit considérablement l'absorption. Cet effet demande l'introduction de la section d'absorption effective définie comme la section qui rendrait compte de l'absorption réelle si le flux avait partout sa valeur asymptotique. Donc, une bonne modélisation, du calcul de cette section efficace est très importante dans les calculs destinés à être comparés avec l'expérience. Pour cela nous avons effectué un certain nombre de tests pour choisir et optimiser le mode de traitement de l'autoprotection (ce calcul peut être assez long, pour certain maillages géométriques). Pour l'assemblage introduit dans l'interprétation de l'expérience EPICURE, le calcul de l'autoprotection est réalisé pour chaque cellule de manière à tenir compte du voisinage des autres cellules de cet assemblage.

En ce qui concerne les calculs de probabilités de première collision classiques et orientées, nous avons effectué des tests avec des différents pas et différents maillages angulaires pour l'intégration numérique, afin de juger la sensibilité de calculs. Il faut souligner que dans les

calculs des assemblages contenant des zones vides ou de faible densité, le nombre d'angles est très important, car il faut prendre en compte les longues trajectoires rectilignes du neutron dans les directions, correspondant aux couloirs par lesquels, le neutron passe sans subir le choc. Nous avons trouvé aussi qu'il est suffisant que le maillage spatial du calcul, à l'échelle de la cellule, coïncide avec les régions définissant les différents milieux.

Les calculs en théorie de diffusion sont effectués à deux groupes d'énergie. Pour cela, nous avons condensé les sections efficaces par le spectre critique de manière suivante: le groupe rapide de diffusion représente la condensation du groupe 1 au groupe 75 et le groupe thermique est le résultat de la condensation du groupe 76 (0.625 eV) au groupe 99. De même l'homogénéisation pour le calcul de diffusion se fait de telle sorte que la cellule est le motif du maillage géométrique.

Pour transférer les sections efficaces homogénéisées et condensées du code APOLLO-2 à CRONOS nous avons été conduits à écrire un module d'interface pour relier les deux codes [40].

Le calcul de l'équivalence, réalisé par CRONOS, doit obligatoirement être effectué sur le même maillage géométrique que celui utilisé dans le calcul du coeur.

Pour la résolution de l'équation de diffusion, dans le code CRONOS [39], nous avons utilisé la méthode des éléments finis. Pour avoir une idée du comportement du calcul de coeur avec les différentes représentations spatiales du flux dans un élément fini, nous avons effectué des tests avec une représentation spatiale en polynômes de Lagrange: linéaires, paraboliques et cubiques. De même, nous avons utilisé les différentes méthodes de l'intégration numérique, existant dans CRONOS, comme les formules de Gauss, Gauss-Lobatto et la formule analytique. Finalement, comme les calculs d'aquivalence et du coeur que nous effectuons sont assez courts, nous avons choisi pour nos calculs la meilleure combinaison: les polynômes cubiques de Lagrange et l'intégration numérique par les formules de Gauss.

## 4.2. Calculs critiques d'un assemblage de REP

Comme assemblage typique d'un REP en fonctionnement normal, nous considérons un réseau de 17 x 17 cellules identiques de côté 1.2647 cm. La cellule centrale contient uniquement de l'eau. Le rayon de la barre de combustible est 0.4127 cm, la gaine de zirconium a un rayon extérieur de 0.4744 cm; le combustible est un mélange MOX typique d'oxyde d'uranium et d'oxyde de plutonium. Les sections efficaces macroscopiques correspondent à des températures de 700 °C pour le combustibles et de 306 °C pour l'eau. Avant de passer au calcul des fuites par le code APOLLO-2, on effectue le calcul de l'autoprotection des résonances des isotopes  $U^{238}$ ,  $U^{235}$ ,  $Pu^{239}$ . Ce calcul est fait pour une cellule de combustible en milieu infini et des sections efficaces autoprotégées sont attribuées à toutes les cellules. Cela veut dire que, dans le calcul de l'autoprotection, nous n'avons pas pris en compte la répartition spatiale des cellules au niveau de l'assemblage et par conséquent leur interaction. Mais, cette approximation est justifiable par suite du fait que nous ne faisons pas une comparaison avec une expérience, mais des calculs des fuites par les deux modèles de calcul à partir des mêmes sections efficaces; nous cherchons seulement un effet différentiel.

Nous avons réalisé les calculs à 99 groupes d'énergie. Comme l'assemblage est symétrique par rapport aux axes et aux diagonales, les calculs sont effectués sur un huitième de l'assemblage.

En ce qui concerne l'intégration numérique, dans le calcul des probabilités de collision, le pas entre les trajectoires est 0.02 cm et le nombre d'angles déterminant les trajectoires est  $24 \left( \frac{\pi}{24} \right)$ . La précision demandée pour la valeur propre est de  $10^{-6}$  et pour les sources de fission de  $10^{-4}$ . Tous ces critères nous ont permis d'obtenir une bonne carte du flux et des courants multigroupes. Chaque région matérielle représente une région de calcul.

### 4.2.1. Assemblage en fonctionnement normal

Tout d'abord, nous avons effectué le calcul de l'assemblage réfléchi sans tenir compte des fuites, c'est à dire le calcul de la valeur propre  $K_{\infty}$ . Ensuite, nous avons cherché le laplacien critique  $B^2$  par la méthode classique de calcul des fuites en milieu homogénéisé. Finalement, au moyen du procédé TIBRE, nous avons calculé le laplacien radial critique  $B_r^2$  en supposant que le laplacien axial est connu,  $B_z^2 = 16 \cdot 10^{-4}$ , et que  $B^2 = B_r^2 + B_z^2$ . Dans la table 4.1. nous avons représenté les facteurs de multiplication effectif et infini, les taux d'absorption, fission, production et fuite et les laplaciens total et radial critiques. Notons que les facteurs de multiplication infini dans les calculs de fuites (classique et TIBERE) sont calculés à partir d'un flux qui tient compte des fuites. Les taux de réaction sont normalisés de telle sorte que le taux de production est égal au facteur de multiplication effectif.

Type de calcul de fuites	Sans fuites	Classique	TIBERE
K	1.28347	1.	1.
$K_{\infty}$	1.28347	1.27972	1.27973
Taux ABS.	1.00215	0.78318	0.78318
Taux FISS.	0.45204	0.35221	0.35221
Taux PROD.	1.28347	1.	1.
Taux FUIT.	-	0.21858	0.21858
$B^2 \cdot 10^{-4} \text{ (cm}^{-2}\text{)}$	-	48.3377	48.0380
$B_r^2 \cdot 10^{-4} \text{ (cm}^{-2}\text{)}$	-	32.3377	32.0380

Table 4.1. Calcul de fuites dans un assemblage de REP non vidé.

En analysant les résultats du calcul des fuites critiques, calculées de manière classique et par TIBERE, nous voyons que la différence n'existe qu'au niveau des laplaciens critiques. Comme le laplacien total critique est plus petit dans le cas TIBERE que dans le cas classique, et comme les taux de réaction sont les mêmes dans les deux cas, il est évident que les coefficients de fuites sont plus grands dans le cas TIBERE. Nous allons maintenant, calculer l'influence de cet effet sur la réactivité. Ecrivons la relation entre le facteur de multiplication effectif et le laplacien.

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_{\infty}} (1 + M^2 B^2)$$

où  $M^2$  est l'aire de migration. La variation de réactivité due à la variation du laplacien est

$$\delta\left(\frac{1}{K}\right) = \frac{M^2 B^2}{K_{\infty}} \frac{\delta B^2}{B^2}$$

Pour un assemblage critique ( $K = 1$ ) nous pouvons écrire  $M^2 B^2 = K_{\infty} - 1$ , et par conséquent

$$\delta\left(\frac{1}{K}\right) = \left(1 - \frac{1}{K_{\infty}}\right) \frac{\delta B^2}{B^2}$$

Nous observons donc que le calcul classique de fuites surestime la réactivité de  $\delta\left(\frac{1}{K}\right) = 138 \cdot 10^{-5}$ .

Ensuite, nous avons condensé les cartes de flux et de courants obtenues par TIBERE, de 99 groupes à 2 groupes. De même, nous avons homogénéisé les régions appartenant à une cellule. La figure 4.1. donne la distribution du flux et des courants radial et axial en fonction de la position des cellules sur la demi-médiane dans le groupe rapide.

La faible dépression du flux dans le trou d'eau est due à l'absence de combustible (il n'y a pas de fission thermique et donc il n'y a pas de production de neutrons rapides). L'absence de combustible diminue l'absorption et donc la section efficace totale (le libre parcours augmente) dans le groupe rapide et par conséquent nous avons une montée des courants, ce qui provoque une augmentation des fuites dans cette cellule. Sur la figure 4.2. nous avons présenté la distribution du flux et des courants axial et radial en fonction de la position des cellules sur la demi-médiane dans le groupe thermique. La montée importante du flux thermique dans le trou d'eau est due, d'une part, à une plus grande thermalisation et d'autre part, à l'absence d'absorption fissile. La petite montée des courants est provoqué par la diminution de la section efficace totale et par l'augmentation du flux dans le groupe thermique dans cette cellule.

## GROUPE RAPIDE

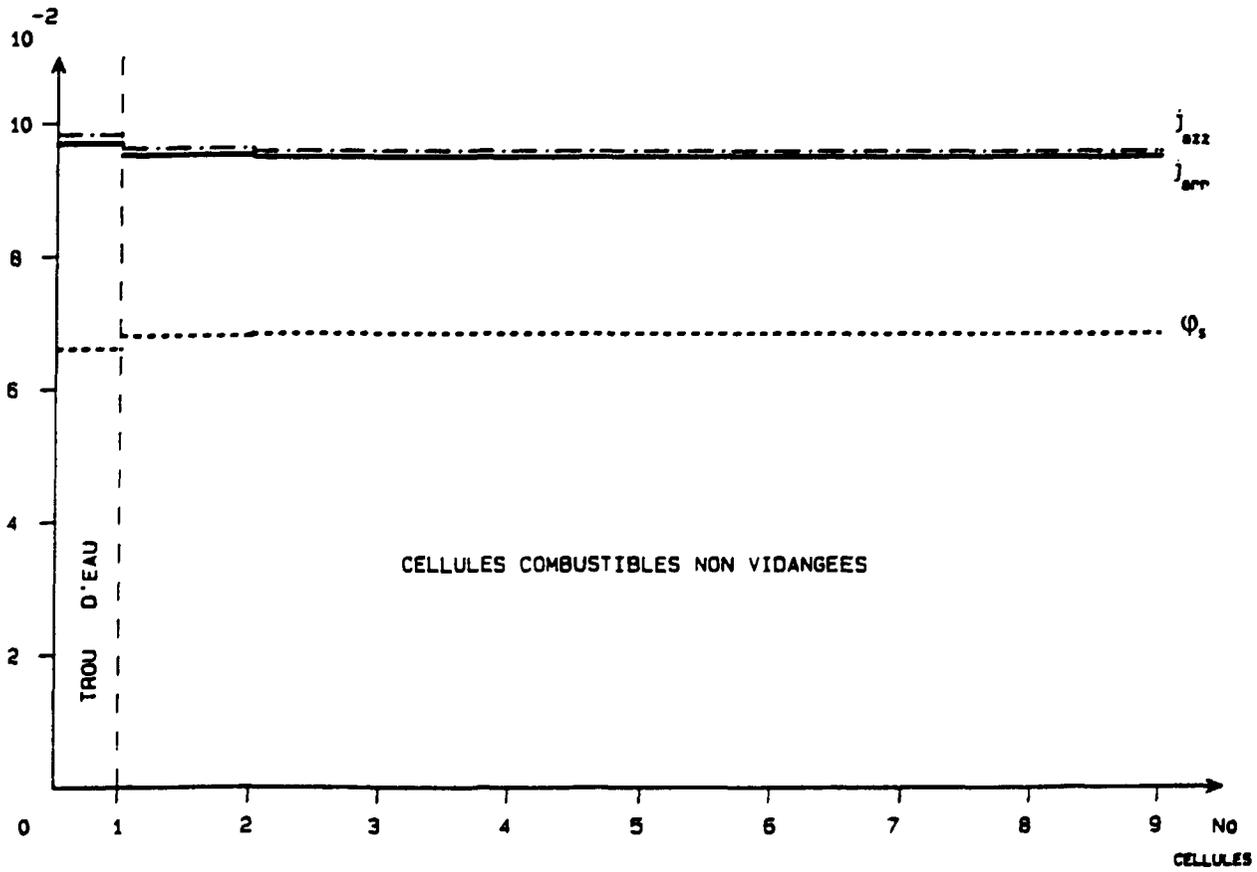


Figure 4.1. Distribution du flux et des courants radial et axial dans le groupe rapide, dans une moitié d'assemblage (17 x 17 cellules) de REP.

## GRUPE THERMIQUE

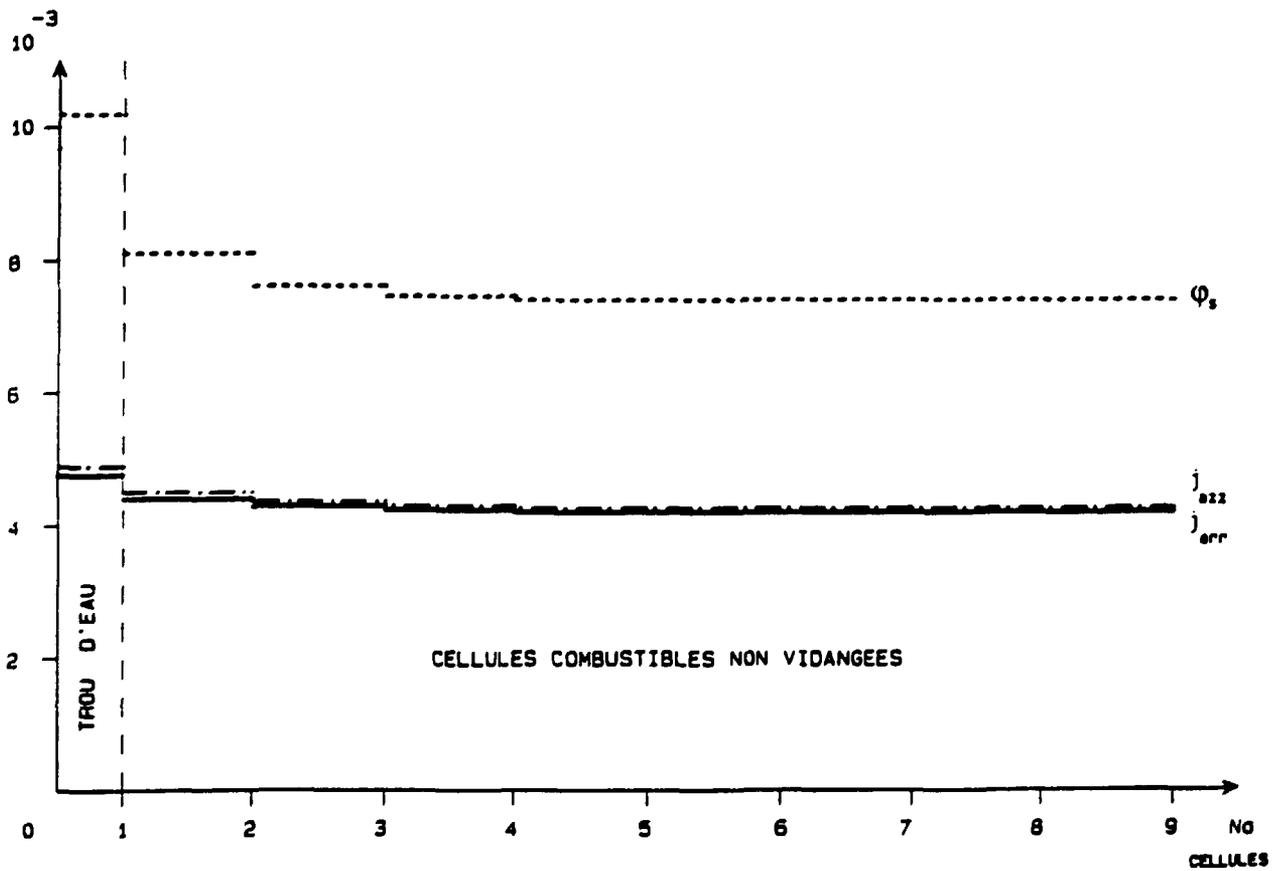


Figure 4.2. Distribution du flux et des courants radial et axial dans le groupe thermique, dans une moitié d'assemblage (17 x 17 cellules) de REP.

#### 4.2.2. Assemblage partiellement vidé

Ensuite nous avons vidé l'eau de la partie de 7 x 7 cellules de l'assemblage considéré pour simuler une situation accidentelle. Avec les mêmes critères numériques que précédemment, nous avons effectué les trois calculs de cette assemblage partiellement vidé: le calcul de l'assemblage réfléchi sans fuites, la recherche de laplacien critique de manière classique ( en milieu homogénéisé), enfin le procédé TIBRE. Le laplacien radial est le même que précédemment,  $B_z^2 = 16 \cdot 10^{-4}$ . Dans la table 4.2. nous avons représenté les grandeurs physiques qui nous intéressent dans ces calculs, et qui correspondent à celles de la table 4.1.

Type de calcul de fuites	Sans fuites	Classique	TIBRE
K	1.27061	1.	1.
$K_\infty$	1.27061	1.26820	1.26856
Taux ABS.	1.00235	0.79047	0.79025
Taux FISS.	0.44758	0.35226	0.35225
Taux PROD.	1.27061	1.	1.
Taux FUIT.	-	0.21148	0.21171
$B^2 \cdot 10^{-4}$ (cm <sup>-2</sup> )	-	37.0428	35.4689
$B_r^2 \cdot 10^{-4}$ (cm <sup>-2</sup> )	-	21.0428	19.4689

Table 4.2. Calcul de fuites dans un assemblage de REP partiellement vidé.

Par rapport aux calculs de fuites, par les procédés classique et TIBERE, d'un assemblage non vidé, où pratiquement il n'y avait pas de différence entre les taux de réaction ni entre les taux de fuites, ici, pour l'assemblage partiellement vidé apparaît une différence. En comparant les taux d'absorption de fission, et de fuites, dans la table 4.2., on voit que, dans le cas TIBERE, l'augmentation du taux de fuites, par rapport au cas classique, provoque une diminution corrélative des taux d'absorption et de fission. Ceci s'explique par le fait que les taux de réaction et de fuite sont normalisés de telle sorte que le taux de production soit égal au facteur de multiplication effectif, qui est dans les deux cas égal à 1. Donc, nous voyons nettement que dans le calcul des fuites par le procédé TIBERE, les fuites sont plus grandes que dans le calcul classique. Cela veut dire que le calcul classique sous-estime les fuites. L'influence de cet effet sur la réactivité peut être estimée par la même relation que dans le cas de l'assemblage non vidé. Le calcul classique des fuites surestime donc la réactivité de  $\delta\left(\frac{1}{K}\right) = 935 \cdot 10^{-5}$ . Pour

vérifier cette valeur, nous avons imposé le laplacien critique, obtenu par TIBERE, dans le calcul des coefficients de fuites et de la valeur propre par le procédé classique. Nous avons obtenu  $K = 1.00944$ , ce qui donne la réactivité de  $935 \cdot 10^{-5}$ . La diminution du laplacien critique dans le cas TIBERE (par rapport au cas classique) montre qu'il faut augmenter les dimensions du réacteur pour qu'il devienne critique. Autrement dit, en augmentant les dimensions du réacteur on compense la perte de neutrons due à l'augmentation de fuites. Le calcul classique effectué avec le laplacien critique du cas TIBERE montre que, en fait, nous avons calculé la valeur propre et les coefficients de fuites d'un assemblage correspondant à un réacteur ayant des dimensions plus grandes que les dimensions critiques. Ceci a donné une réactivité sur-critique et conséquemment une sous-estimation des fuites, c'est-à-dire, une sous-estimation des coefficients de fuites. D'autre part, nous avons réalisé aussi, le calcul de la valeur propre et des coefficients de fuites, par le procédé TIBERE, en imposant le laplacien radial critique du cas classique. En fait, c'est le cas inverse du calcul que nous venons de commenter. Dans ce cas

nous avons obtenu  $K = 0.99017$ , ce qui donne une réactivité de  $- 992 \cdot 10^{-5}$ . Il est évident que cette réactivité sous-critique et due au fait qu'ici nous avons calculé un assemblage correspondant à un "réacteur qui sous-estime les fuites"; en d'autres termes ces dimensions ne sont pas assez grandes pour compenser la fuite de neutrons pour le rendre critique, lorsque les coefficients de fuites sont calculés par le procédé TIBERE. Les valeurs absolues des réactivités de ces deux calculs "croisés" ne sont pas égales par suite du fait que les coefficients de fuite ne sont pas calculés de la même manière dans les deux procédés.

Probablement plus intéressant que les réactivités, sont les cartes du flux et des courants critiques obtenues par le procédé TIBERE. En homogénéisant chaque cellule et en condensant les 99 groupes d'énergie de calcul à 2 groupes, nous obtenons les cartes du flux et des courants en fonction de la position des cellules sur la demi-médiane dans les groupes rapide et thermique, données respectivement sur les figures 4.3. et 4.4. Notons que dans la zone de l'assemblage où l'eau est vidée, il reste des barres de combustible sauf dans la cellule centrale qui est vide. En regardant la figure 4.3., on voit que le flux rapide est presque uniforme, il décroît légèrement de la périphérie de l'assemblage vers le centre. Ceci résulte de la diminution de la production de neutrons rapide. En revanche, les courants orientés croissent très fortement de la périphérie vers le centre de l'assemblage et les maxima se trouvent dans la cellule centrale (vide). On voit aussi, que le courant axial est plus important que le courant radial dans la zone où l'eau est vidée et que l'effet est inverse dans le reste de l'assemblage\* .

---

\* Nous allons essayer d'expliquer cet effet sur un cas simplifié. Supposons que nous ayons deux régions vidées  $i$  et  $j$ , non connectées. En partant des expressions pour les probabilités de première collision radiale et axiale (3.38) et (3.39) (ou (3.52) et (3.53) avec (3.48) et (3.49)) pour ce cas, et en considérant une trajectoire (un angle et un pas pour l'intégration numérique) nous pouvons créer une fonction qui représente le rapport entre ces deux probabilités de collision.

$$\varphi(\tau_0) = \frac{P_{ij,z}}{P_{ij,r}} = \frac{Ki_1(\tau_0) - Ki_3(\tau_0)}{\frac{1}{2} Ki_3(\tau_0)} = 2 \left( \frac{Ki_1(\tau_0)}{Ki_3(\tau_0)} - 1 \right)$$

où  $\tau_0$  est le parcours optique entre deux régions vidées. Comme la première dérivée de cette fonction est partout négative et la deuxième positive,  $\varphi(\tau_0)$  est une fonction décroissante et concave. A l'origine nous avons  $\varphi(0) = 2$  et quand l'argument (parcours optique) tend vers l'infini la fonction est zéro  $\left( \frac{Ki_1(\tau_0)}{Ki_3(\tau_0)} \rightarrow 1 \right)$ . En fait, nous cherchons

le parcours optique qui satisfait la condition  $\varphi(\tau_0) = 1$ , ou  $Ki_1(\tau_0) = \frac{3}{2} Ki_3(\tau_0)$ . Cette valeur est  $\tau_c \approx 0.5287$  ( $Ki_1 = 0.617785$  et  $Ki_3 = 0.412062$ ). Maintenant, nous pouvons conclure que si le parcours optique est plus petit que  $\tau_c$  nous avons  $\tilde{P}_{ij,z} > \tilde{P}_{ij,r}$ , et si il est plus grand que  $\tau_c$  nous avons  $\tilde{P}_{ij,z} < \tilde{P}_{ij,r}$ . En tout cas comme (d'après la relation de conservation des probabilités de collision orientées)  $\sum_j P_{ij,z} = \sum_j P_{ij,r} = 1$ , certaines probabilités de collision seront

plus grandes et d'autres plus petites. Ce simple exemple illustre qu'on peut trouver une combinaison des parcours optiques  $\tau_i$ ,  $\tau_r$  et  $\tau_0$ , pour que  $P_{ij,r} > P_{ij,z}$  ou inversement  $P_{ij,r} < P_{ij,z}$ . Analysons maintenant la deuxième équation du système (3.67) à partir de laquelle nous calculons les courants orientés. En supposant que le choc est isotrope, nous obtenons l'équation (2.42). Considérons seulement les termes diagonaux des matrices de probabilités de collision réduite, qui sont les plus importants. Nous voyons, à l'aide des relations (3.40 - 3.55), que si le milieu dans la région considérée est dense, nous avons  $\tilde{P}_{ij,r} \approx \tilde{P}_{ij,z}$ , par contre si le milieu est vide on a  $\tilde{P}_{ij,z} \gg \tilde{P}_{ij,r}$ , ce qui explique l'inversion des courants.

Dans le groupe thermique, donné par la figure 4.4, le flux décroît de la périphérie vers le centre à cause de l'inexistence de l'eau dans la zone vidée, ce qui empêche la thermalisation de neutrons. Le flux décroît encore dans la zone vidée par suite de l'absorption de neutrons dans les barres de combustible dans cette zone. Les courants orientés, partant d'un maximum dans la cellule centrale (vide), décroissent dans la zone vidée, et encore plus dans la zone non vidée vers la périphérie de l'assemblage. Le courant axial est ici aussi plus grand que le courant radial dans la zone vidée, et inversement dans la zone non vidée. Mais, ici il y a une deuxième inversion des courants orientés et aussi une petite montée des courants proche de la limite de l'assemblage. Cette faible remontée peut s'expliquer par le fait que dans la seconde relation du système (3.67) le flux apparaît comme une "source externe" et comme il est assez élevé à la périphérie de l'assemblage, il crée une remontée des courants.

#### 4.2.3. Assemblage avec les barres de contrôle

Pour illustrer l'effet que nous étudions dans le cas d'un assemblage typique d'un REP contenant des barres de contrôle, nous avons calculé un réseau de 17 x 17 cellules de côté 1.2621 cm. La cellule centrale contient uniquement l'eau. Comme l'assemblage est symétrique par rapport aux axes et aux diagonales, nous allons décrire les positions des barres d'AIC (argent-indium-cadmium) sur une huitième de l'assemblage. Donc, les positions des barres de contrôle sont: dans la quatrième et septième cellule de la demi-médiane, dans la quatrième et sixième cellule de la demi-diagonale et dans la quatrième cellule de la sixième colonne par rapport à la demi-médiane. Les autres cellules contiennent les crayons de combustible (oxyde d'uranium).

Le rayon du crayon de combustible est 0.4127 cm; le rayon extérieur de la gaine de zirconium est 0.4744 cm. Le rayon de la barre de contrôle est de 0.436 cm; le rayon extérieur de la gaine est 0.486 cm; la gaine est séparée des tubes de zirconium par une couche d'eau; cette gaine a un rayon intérieur de 0.5634 cm et un rayon extérieur de 0.6035 cm.

Avec les mêmes critères numérique que précédemment nous avons effectué les trois calculs de l'assemblage avec des barres de contrôle. Le laplacien radial est le même,  $B_z^2 = 16 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$ . Dans la table 4.3. nous avons représenté les grandeurs physiques qui nous intéressent.

Type de calcul de fuites	Sans fuites	Classique	TIBERE
K	0.82670	1.	1.
$K_\infty$	0.82670	0.82890	0.82869
Taux ABS.	1.00156	1.20829	1.20860
Taux FISS.	0.33622	0.40699	0.40699
Taux PROD.	0.82670	1.	1.
Taux FUIT.	-	- 0.20641	0.20672
$B^2 \cdot 10^{-4} (\text{cm}^{-2})$	-	- 32.0153	- 31.9399
$B_r^2 \cdot 10^{-4} (\text{cm}^{-2})$	-	- 48.0153	- 47.9399

Table 4.3. Calcul de fuites dans un assemblage de REP avec barres de contrôle.

# GRUPE RAPIDE

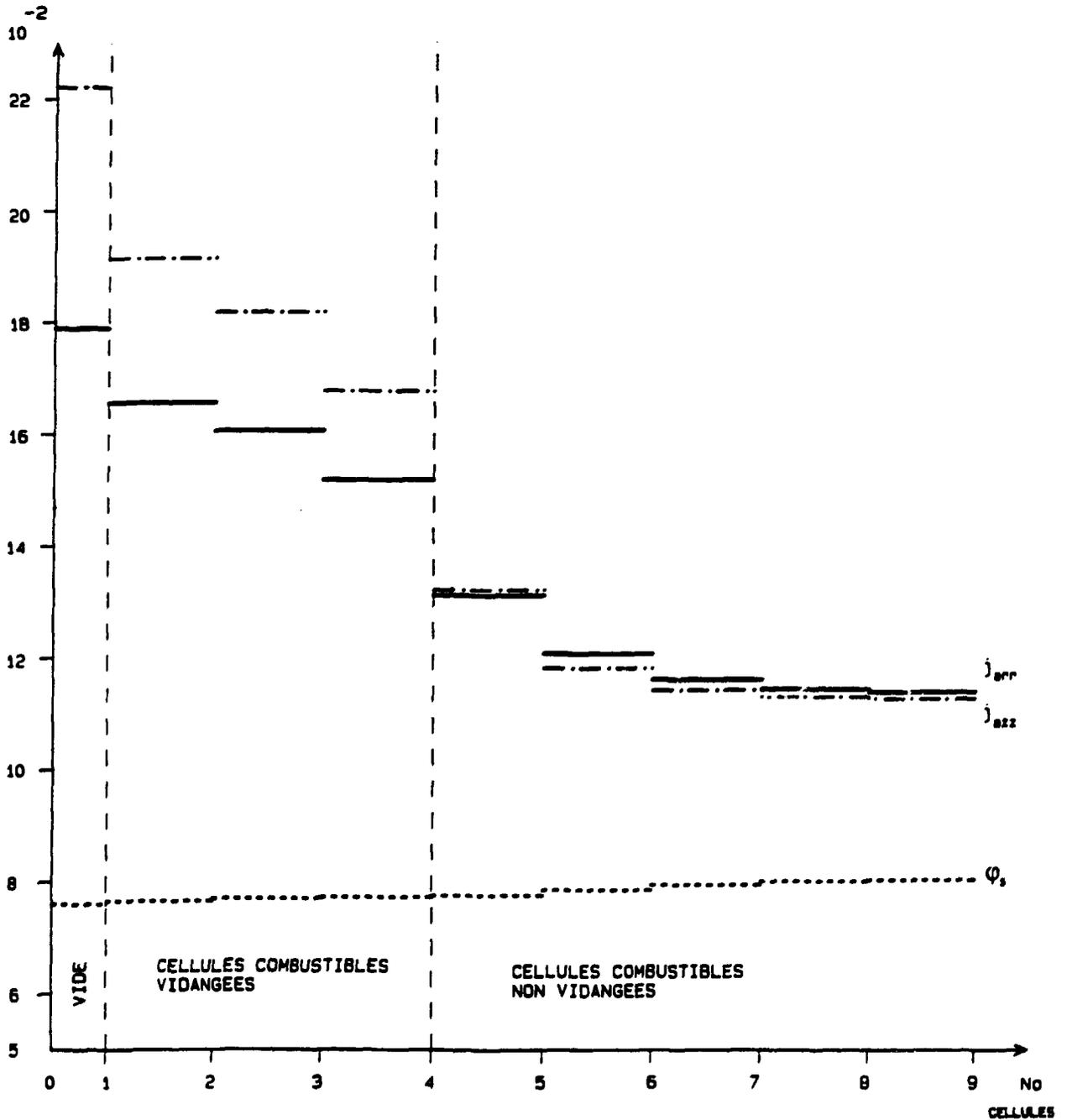


Figure 4.3. Distribution du flux et des courants radial et axial dans le groupe rapide, dans une moitié d'assemblage (17 x 17 cellules) de REP, contenant une zone vidée de 7 x 7 cellules.

## GRUPE THERMIQUE

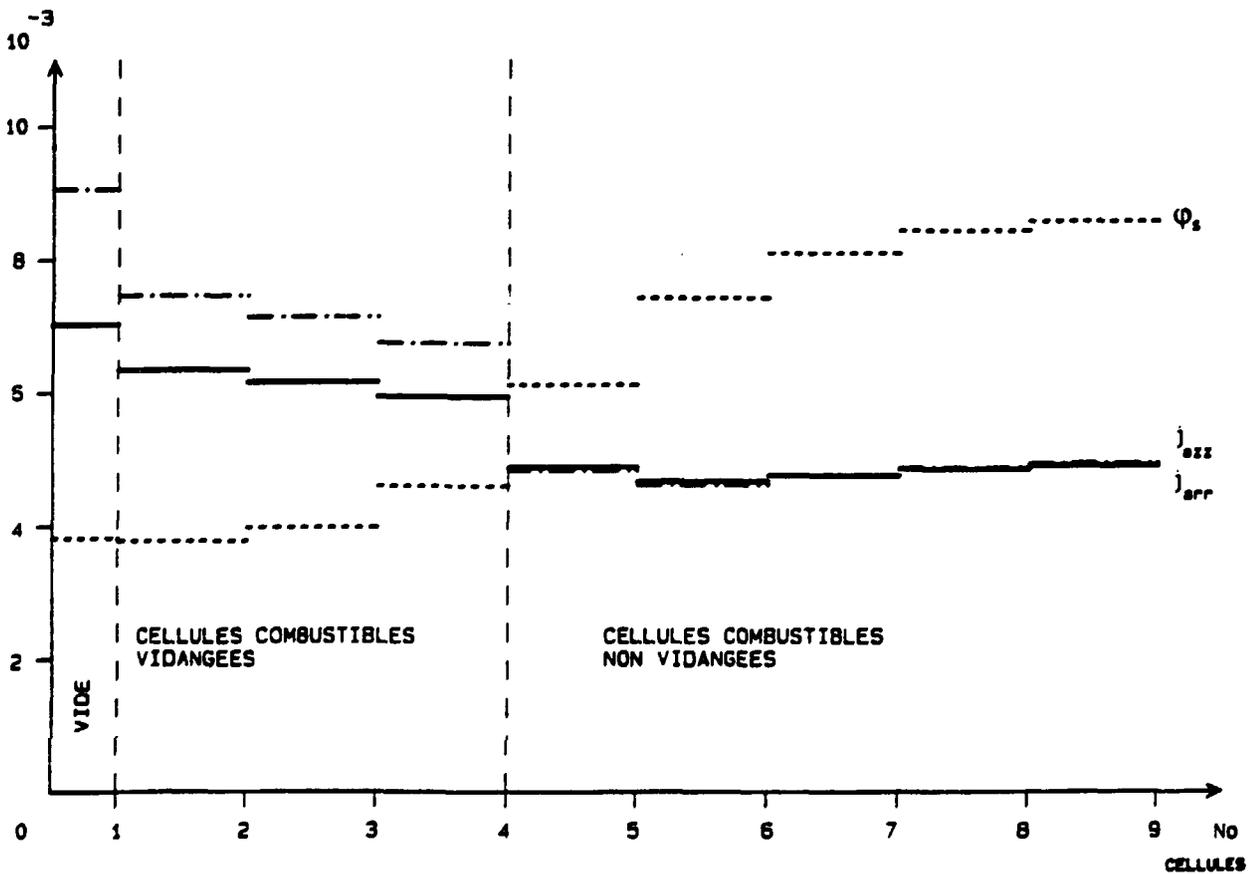


Figure 4.4. Distribution du flux et des courants radial et axial dans le groupe thermique, dans une moitié d'assemblage (17 x 17 cellules) de REP, contenant une zone vidée de 7 x 7 cellules.

Nous voyons qu'il s'agit évidemment d'un assemblage sous-critique, par suite de l'importante absorption de neutrons par les barres de contrôle. Par conséquent, les taux de fuites et les laplaciens critiques sont négatifs. Comme les taux de réaction et de fuites sont normalisés à la même valeur dans les calculs classique et TIBERE, nous voyons que l'apport de neutrons (fuites négatives) est plus grand dans TIBERE de même que le taux d'absorption. Le calcul classique de fuites surestime la réactivité de  $\delta\left(\frac{1}{K}\right) = 49 \cdot 10^{-5}$ . Nous avons condensé spatialement et énergétiquement les cartes de flux et des courants orientés. Les figures 4.5. et 4.6. représentent ces cartes condensées dans les groupes rapide et thermique, respectivement, en fonction des cellules sur la demi-médiane de l'assemblage. On voit, sur les deux figures, que le flux et les courants présentent d'importantes dépressions aux endroits où sont placées les barres de contrôle, ce qui est dû à la très forte absorption dans ces barres. Les courants orientés présentent ici aussi des phénomènes d'inversion.

En résumé, dans le modèle à fuites homogènes, tel que celui d'APOLLO-2 classique, le courant du milieu homogénéisé est évidemment uniforme et indépendant de la direction axiale ou radiale, ce qui est également le cas avec le flux, et par conséquent celui de leur rapport qui n'est autre que le coefficient de fuite. Les calculs de fuites, par le procédé TIBERE, ont montré que les courants orientés ne sont pas uniformes et que les flux ne le sont pas non plus. Donc, nous avons une variation de coefficients de fuite radial et axial à travers un assemblage. On a vu que la non uniformité des courants orientés est particulièrement importante dans le cas d'un assemblage partiellement vidé. Ce problème de la vidange partielle de l'eau dans un REP est évidemment d'une grande importance pour l'étude des situations de LOCA. Les résultats présentés ici pour un réseau régulier à assemblages identiques montrent que l'effet peut être important, mais il est extrêmement probable que, dans une situation d'accident réel, la vidange de l'eau ne se produira pas dans tous les assemblages à la fois. D'où l'intérêt de la méthode d'équivalence que nous avons présentée, qui permet le traitement des cas plus réalistes.

# GRUPE RAPIDE

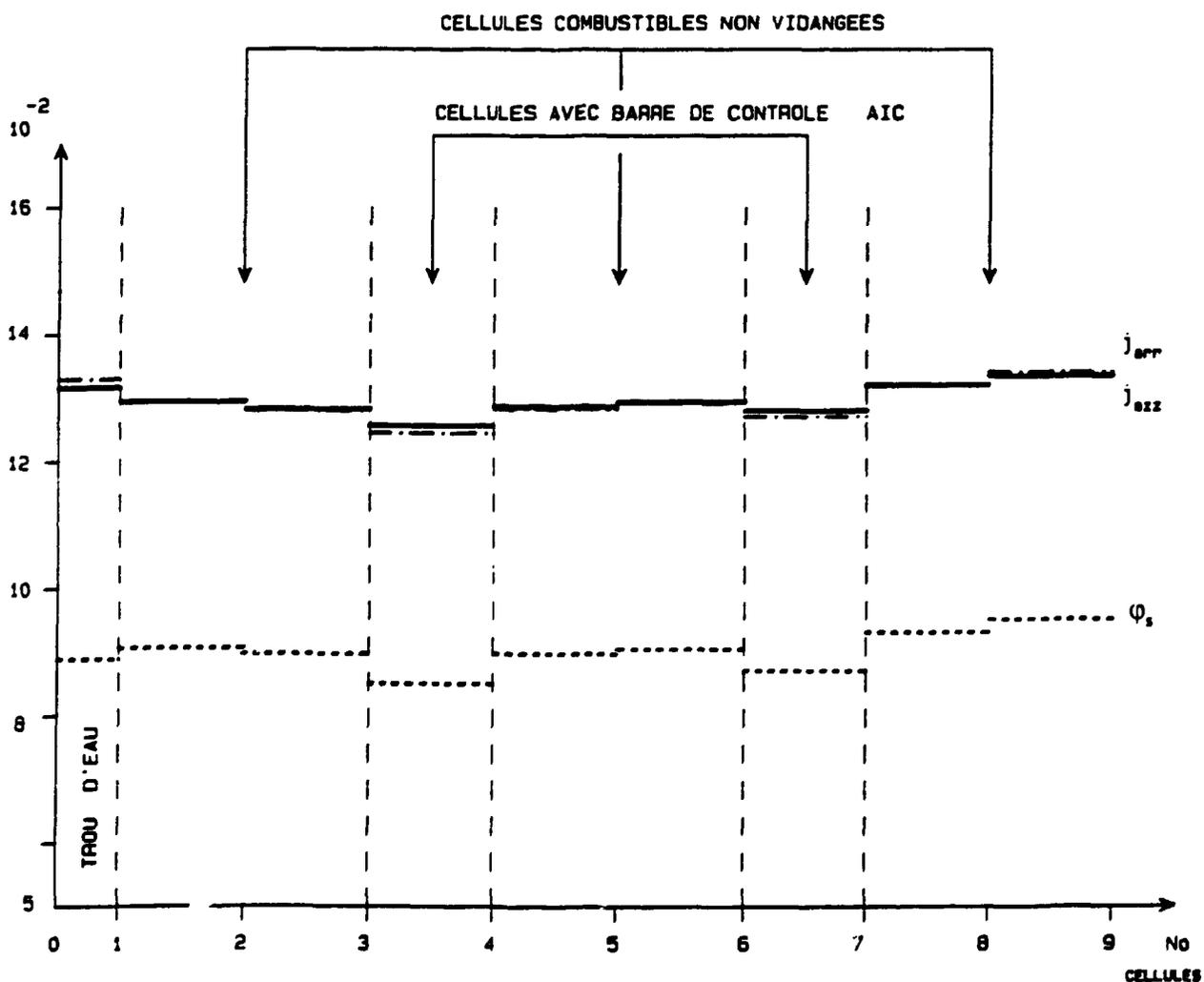


Figure 4.5. Distribution du flux et des courants radial et axial dans le groupe rapide, dans une moitié d'assemblage (17 x 17 cellules) de REP, contenant des barres de contrôle.

# GROUPE THERMIQUE

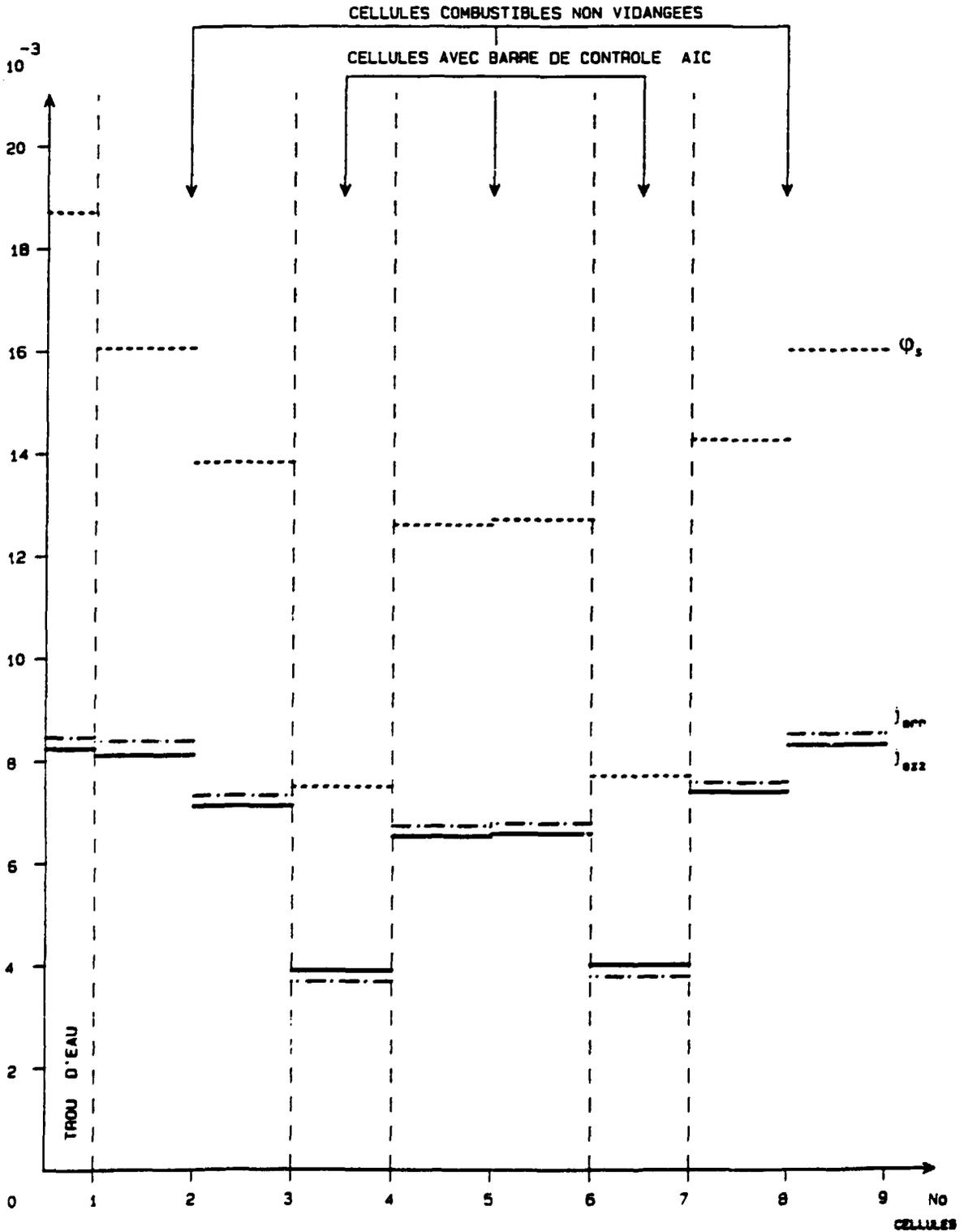


Figure 4.6. Distribution du flux et des courants radial et axial dans le groupe thermique, dans une moitié d'assemblage (17 x 17 cellules) de REP, contenant des barres de contrôle.

### 4.3. Comparaisons entre l'expérience EPICURE et les calculs

#### 4.3.1. Programme expérimental EPICURE

Une partie du programme expérimental EPICURE [38], effectué dans le réacteur d'essai EOLE au Centre d'Etudes Nucléaires de Cadarache (SPRC), est consacré à l'investigation de l'effet de vides locaux, à deux dimensions, dans un coeur de  $UO_2$ . Ces expériences ont pour but de revoir et de définir plus précisément les facteurs d'incertitude pris en compte par le constructeur dans les dossiers de sûreté. Autrement dit, le but de ces expériences est de mesurer les perturbations de la distribution de la puissance et de la réactivité causées par l'évacuation progressive et locale de l'eau d'un coeur régulier et de vérifier les schémas de calcul pour une telle configuration. Le coeur de référence est formé d'un réseau régulier de 1417 crayons, d' $UO_2$  enrichi à 3.7 % de  $U^{235}$  représenté sur la figure 4.7. Autour du coeur il y a un réflecteur d'eau d'une vingtaine de centimètres d'épaisseur. Le pas de réseau est 1.26 cm, ce qui conduit à un rayon de 26.76 cm pour le coeur cylindrisé. La composition et les dimensions géométriques correspondantes de la cellule sont présentées sur la figure 4.8. La surgaine en aluminium permet de reproduire à froid, c'est-à-dire dans les vraies conditions expérimentales le rapport de modération (la réduction de la densité de l'eau) d'un REP à chaud (300 °C, 155b). A cause des raisons de sûreté, l'aluminium sera utilisé pour simuler le vide. Ceci est justifiable par le fait que le libre parcours d'aluminium est assez grand ( $\approx 10$  cm). Par conséquent, dans le centre du coeur une zone de 7 x 7 cellules est prévue pour les changements géométriques spéciaux. Trois configurations différentes sont étudiées, qui correspondent chacune à une vidange progressive de l'eau de cette zone. La réalisation de ces vides locaux, pour simuler les pourcentages de vide de 30 % et 50 %, est fait par variation de l'épaisseur de la surgaine d'aluminium des crayons dans la partie centrale de 7 x 7 cellules du coeur. Dans le cas de 100 % de vide, un bloc d'aluminium percé a été réalisé, permettant le passage de 49 crayons sans surgaine, prévu de remplacer les 7 x 7 cellules centrales. D'abord, pour le coeur de référence (non vidé) l'expérience conduit à une concentration critique du bore soluble dilué dans l'eau de  $CB = 570.3 \pm 2.8$  ppm. Dans ces conditions, par les mesures de la courbe axiale et radiale du flux critique, dérivées d'un certain nombre de cartes des différents taux de réaction, les laplaciens radial et axial obtenus sont,  $B_r^2 = 49.6 \pm 0.3 \cdot 10^{-4}$  cm<sup>-2</sup> et  $B_z^2 = 10.9 \pm 0.1 \cdot 10^{-4}$  cm<sup>-2</sup>. D'ailleurs il a été observé que la distribution radiale du flux dans le coeur (jusqu'à une distance de quelques cellules du réflecteur) est très proche de la fonction de Bessel de première espèce  $J_0(x)$ , qui représente la distribution radiale du mode fondamental en géométrie cylindrique.

Dans les trois cas vidés (aluminium), la criticité a été obtenue en variant la concentration de bore soluble. L'effet différentiel du bore soluble dans la configuration de référence est de  $\Delta\rho/\Delta CB = 12 \cdot 10^{-5}$ /ppm. Dans la table 4.4. on donne l'effet en réactivité et en concentration de bore critique. Rappelons que la concentration de bore en  $10^{-6}$  ppm est égale au produit du nombre de noyaux et de la masse atomique du bore naturel divisé par le produit du nombre de noyaux et de la masse moléculaire de l'eau [41,42].

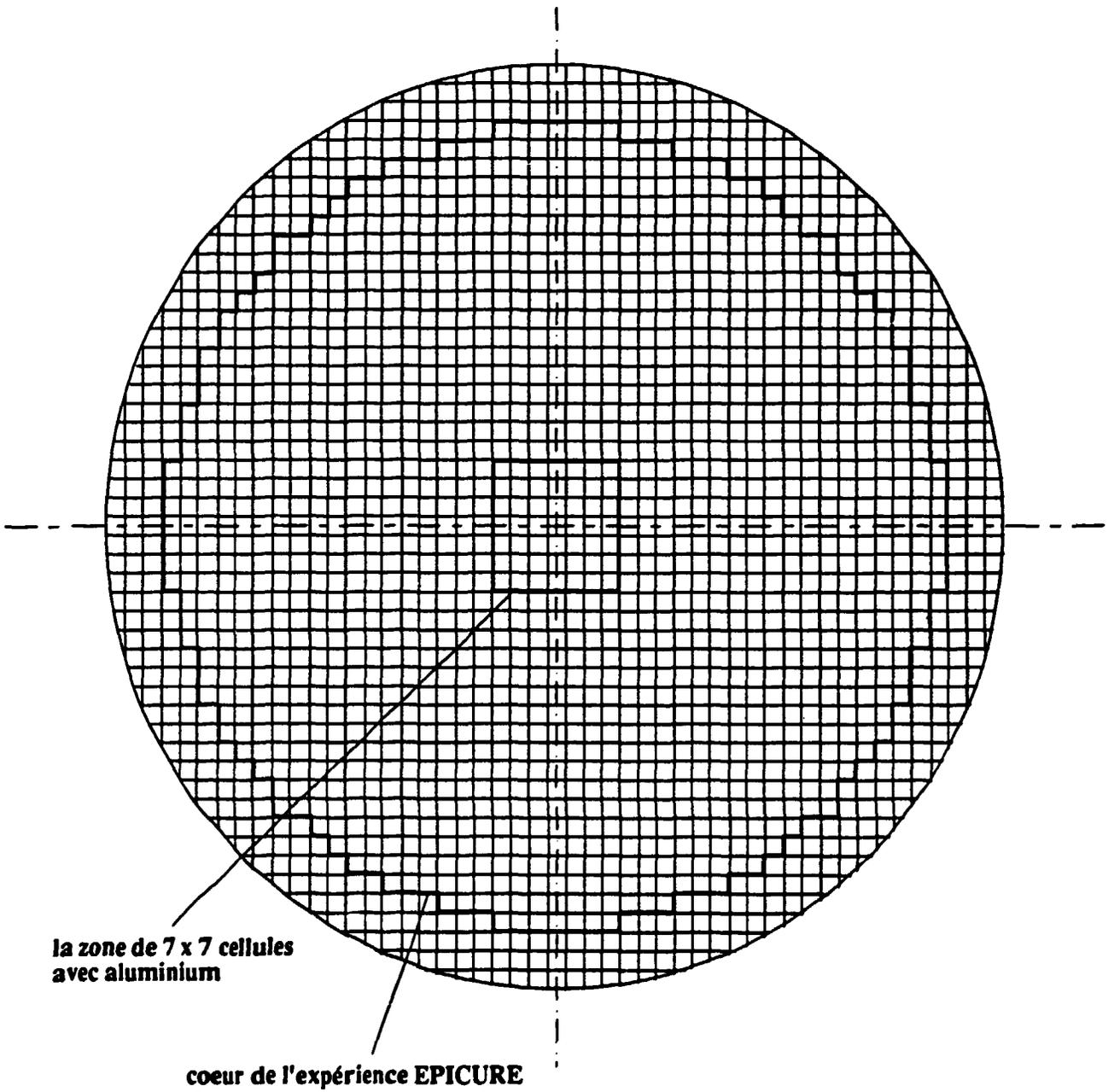


Figure 4.7. Configuration du coeur de l'expérience EPICURE.

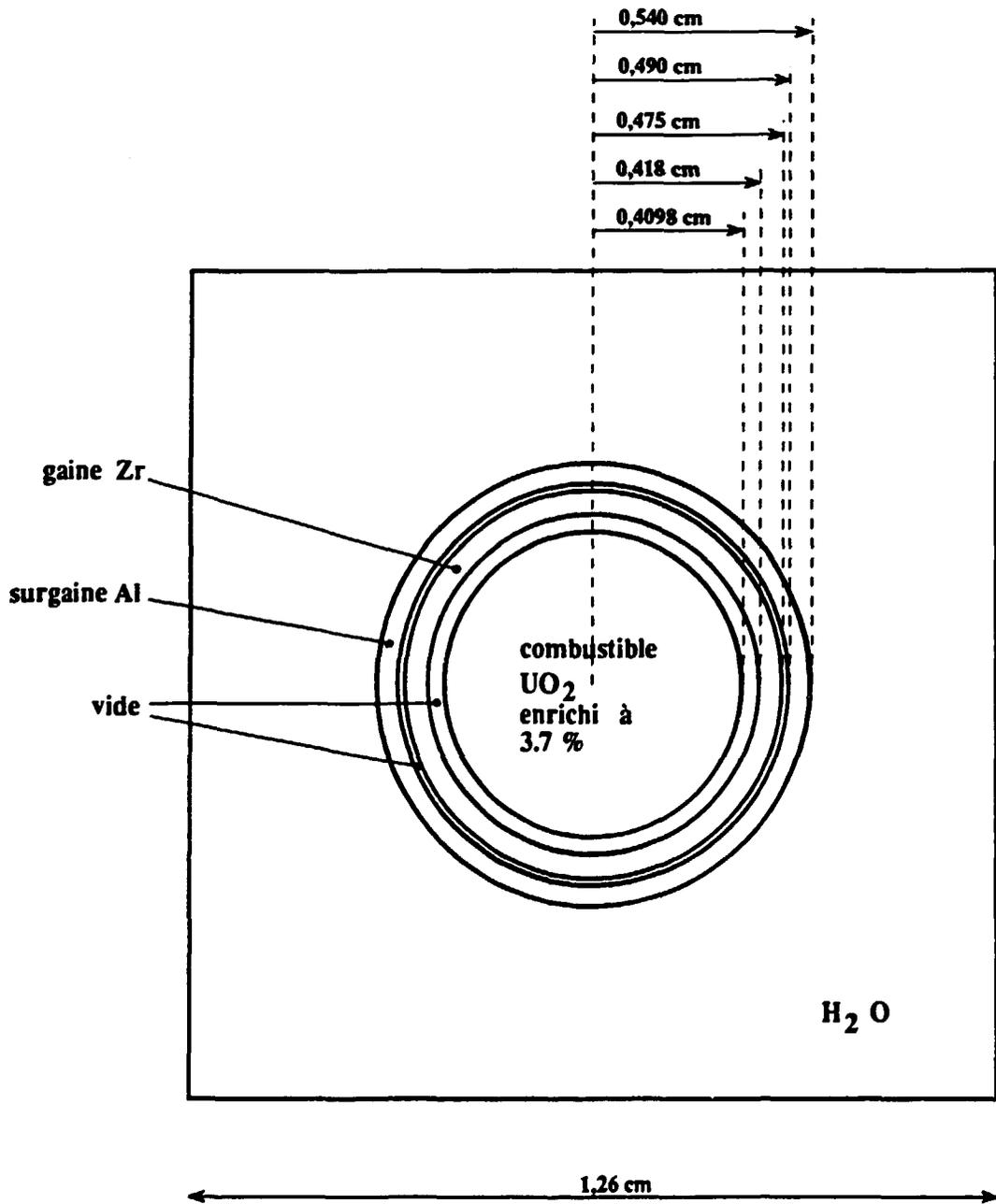


Figure 4.8. Cellule élémentaire dans l'expérience EPICURE.

Configuration	Effet en réactivité $\Delta\rho$	Concentration de bore critique CB (ppm)
30 % de vide	$- 543 \pm 66 \cdot 10^{-5}$	$522.8 \pm 2.6$
50 % de vide	$-1111 \pm 64 \cdot 10^{-5}$	$473.3 \pm 2.4$
100 % de vide	$-2165 \pm 64 \cdot 10^{-5}$	$381.5 \pm 2.3$

Table 4.4. Effet du vide sur la réactivité et sur la concentration de bore dans l'expérience EPICURE

Pour chacune des quatre configurations, la distribution de taux de fission, dans la direction de la diagonale, a été mesurée par spectrométrie gamma intégrale. Ces taux de réaction sont représentés sur la figure 4.9., (la cellule numéro 16 est la cellule centrale). La perturbation vers la périphérie du coeur est provoquée par la présence du réflecteur d'eau. Le creusement des taux de fission dans la partie centrale du coeur devient de plus en plus importante au fur et à mesure que la proportion de vide (aluminium) s'accroît. On remarque que la perturbation due à la zone vidée disparaît relativement vite, et que le mode fondamental s'établit. En d'autres termes, dès que les perturbations provoquées d'un côté par l'existence de la zone vidée et de l'autre par la présence du réflecteur s'éteignent au-delà d'une distance de quelques cellules de part et d'autre, le flux retrouve la forme du spectre du mode fondamental. Donc, dans les quatre configurations, il existe dans le coeur une zone où le flux a le même comportement; nous l'appellerons la zone de mode fondamentale.

Nous allons maintenant étudier la modélisation de l'expérience EPICURE pour le calcul. Nous n'allons traiter que les deux configurations extrêmes de cette expérience: le cas de référence (non vidé) et le cas à 100 % de vide, c'est-à-dire à 100 % d'aluminium dans la zone des 7 x 7 cellules centrales.

#### 4.3.2. Modélisation de l'expérience EPICURE pour le calcul

Comme l'expérience l'a montré, dans le cas non vidé, il existe dans le coeur, à part quelques cellules proches du réflecteur, un mode fondamental où le rapport entre les flux rapide et thermique ne dépend pas de la variable d'espace. Cette circonstance nous a donné l'idée de ne pas faire le calcul d'un réacteur avec réflecteur mais de traiter le cas d'un coeur sans réflecteur. En procédant par cette voie nous évitons le calcul des sections efficaces du réflecteur (l'eau) à deux groupes, dont la connaissance est nécessaire pour le calcul du réacteur en théorie de diffusion. Ceci veut dire, comme nous avons une bibliothèque de sections efficaces à 99 groupes, nous avons besoin d'un flux à 99 groupes pour pouvoir condenser les sections efficaces à deux groupe. Donc, le problème est de trouver ce flux de pondération par la théorie de transport; or dans le réflecteur il n'y a pas ni de sources de neutrons ni d'isotopes fissiles; il n'y a donc pas de mode fondamental. On pourra faire apparaître artificiellement un mode fondamental en introduisant une petite quantité d'un isotope fissile dans le réflecteur et en calculant une cellule de ce type en milieu infini. Une autre possibilité serait de faire un calcul d'albédo du réflecteur, par la méthode des probabilités de collision, mais d'une part cela aurait demandé un travail important sur le code APOLLO-2 et d'autre part, il nous est apparu qu'un tel traitement du réflecteur permettrait difficilement de prendre en compte l'effet du choc

# Distribution de puissance dans EPICURE UH1.2 (expérience)

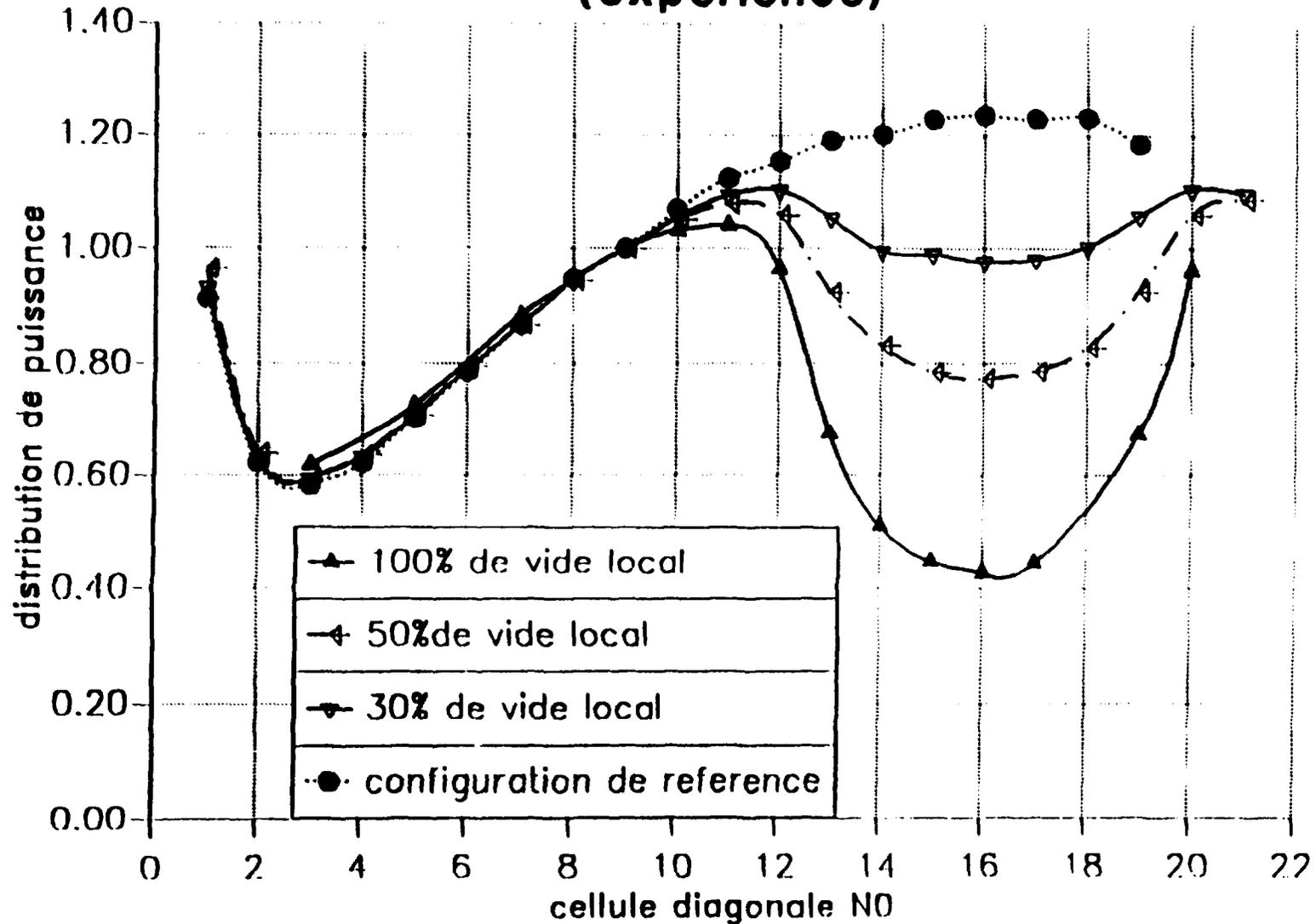


Figure 4.9. Distribution expérimental du taux de fission dans les crayons combustibles suivant la diagonale du coeur EPICURE

anisotrope dans l'eau, qui est très important. Utilisant la relation  $B_r^2 = \left(\frac{2.4048}{r}\right)^2$ , où  $B_r^2$  est le laplacien radial obtenu par l'expérience et 2.4048 est le premier zéro de la fonction de Bessel de première espèce ( $J_0(2.4048) = 0$ ), nous obtenons le point d'annulation extrapolé du flux macroscopique en mode fondamental, en géométrie cylindrique, soit le rayon extrapolé  $r = 34.146$  cm. Le réacteur étant composé de cellules carrées, nous avons défini un coeur équivalent "en escalier" ayant pour section  $\pi r^2$ . Ce coeur équivalent, destiné au calcul de diffusion, aura des conditions de flux nul sur sa surface. Il contient 2305 crayons d' $UO_2$ ; un huitième de ce coeur est présenté sur la figure 4.10.

En ce qui concerne le cas vidé (100 % d'aluminium) dans la zone centrale de 7 x 7 cellules, l'expérience a montré que les zones de transitoires, induites par l'aluminium et le réflecteur ne se recouvrent pas mutuellement, et qu'il existe une zone de mode fondamental entre les deux zones de transitoires. L'existence de la zone de mode fondamental dans le cas vidé est très importante car elle va nous permettre d'imposer au flux fondamental le même point d'annulation que dans le calcul de référence (non vidé). (Ceci est bien entendu une approximation). C'est-à-dire que nous avons un coeur sans réflecteur. Pour pouvoir calculer ce coeur par la théorie de diffusion en géométrie x-y, nous sommes obligés de définir un assemblage carré, contenant la zone où l'eau est remplacée par l'aluminium, de telle sorte que la frontière de l'assemblage se trouve dans la zone de mode fondamental. Ceci veut dire que la dimension de l'assemblage est définie de telle sorte que la perturbation provoquée par la présence de l'aluminium dans la zone centrale de l'assemblage s'éteint avant la frontière de cet assemblage. En pratique, nous avons choisi la dimension de l'assemblage de manière à ce que le rapport entre les flux thermique et rapide dans les cellules, les plus proches de la frontière devienne égal au rapport existant dans les cellules de la zone de mode fondamental. Dans la zone fondamentale la cellule utilisée est celle qui correspond à la concentration de bore critique dans le cas où il existe une zone centrale (7 x 7 cellules) d'aluminium. Nous avons calculé le flux hétérogène critique dans cette cellule en 99 groupes et nous l'avons homogénéisé et condensé à deux groupes. Le groupe rapide résulte de la condensation des groupes 1 à 75, le groupe thermique de la condensation des groupes 76 (0.625 eV) à 99. En ce qui concerne l'assemblage avec l'aluminium, nous avons effectué les calculs de flux critique (avec la concentration de bore pour le cas 100 % d'aluminium), pour plusieurs dimensions d'assemblage et nous avons moyenné et condensé les flux dans chaque cellule.

L'écart relatif du rapport du flux rapide au flux thermique, entre la cellule de la médiane de l'assemblage jouxtants la frontière et les cellules de la zone de mode fondamental, est de 1.4 % si l'on choisit l'assemblage de 17 x 17 cellules, de 0.7 % si l'on choisit l'assemblage 19 x 19 et de 0.3 % si l'on choisit l'assemblage 21 x 21. Cet écart est moindre pour les cellules se trouvant dans les coins de l'assemblage parce qu'elles sont plus loin de la zone d'aluminium que les cellules sur la médiane jouxtant la frontière de l'assemblage. Si l'on choisit un assemblage plus grand, l'écart relatif diminue plus lentement et en même temps l'augmentation de la dimension de l'assemblage diminue la zone de mode fondamental. Par conséquent, nous avons choisi l'assemblage de 21 x 21 cellules. Notons encore, que la zone de 7 x 7 cellules contenant l'aluminium, représente une vidange partielle de 2.13 % du coeur calculé.

Dans la description de la cellule du programme expérimental EPICUR<sub>2</sub>, nous avons vu qu'il existent deux régions très fines avec du vide. Par suite du fait que leur importance, à cause de leurs tailles, est négligeable dans les calculs et aussi pour diminuer le temps de calcul des probabilités de collision, nous avons "dilué" le premier vide dans la gaine de zirconium et le deuxième dans la surgaine d'aluminium.

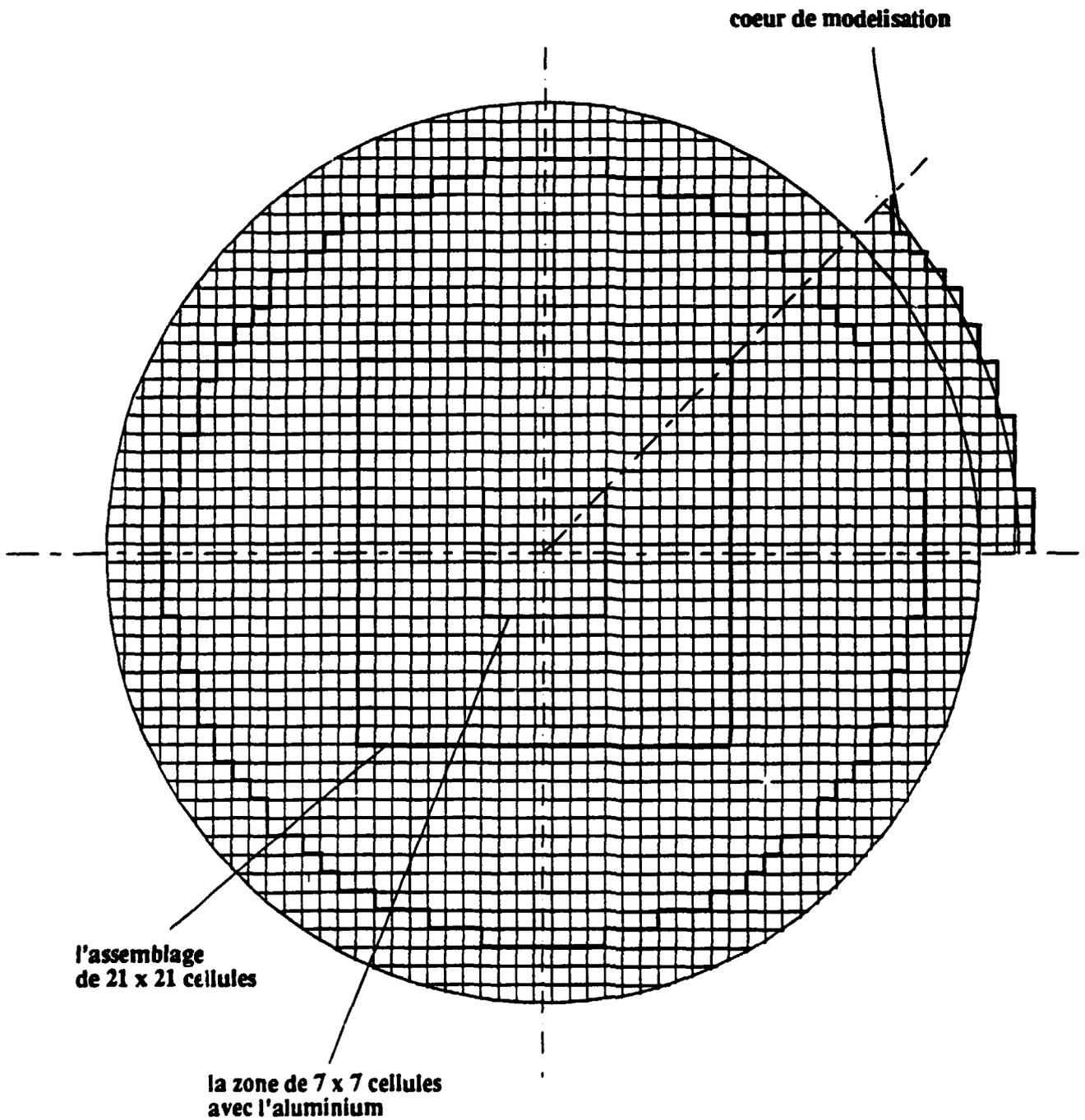


Figure 4.10. Configuration d'un huitième du coeur équivalent au coeur de l'expérience EPICURE

Le schéma de calcul, pour le coeur de référence (non vidé), est le suivant: après calcul du laplacien critique et des coefficients de fuite, par le procédé classique et par TIBERE, du réseau infini avec les fuites volumiques, on homogénéise la cellule, en pondérant les sections efficaces (y compris les sections efficaces de fuites) sur la carte de flux critique et en les condensant à deux groupes. Il est évident que dans ce cas, nous n'avons pas besoin d'effectuer le calcul d'équivalence, car nous n'avons qu'une région homogénéisée. Même si nous avons fait un calcul d'équivalence, nous aurions obtenu tous les facteurs d'équivalence égaux à 1. Utilisant le module que nous avons construit pour transmettre les sections efficaces de APOLLO-2 au code de diffusion CRONOS [39] nous pouvons continuer le calcul. Il existe une arbitraire dans la définition du coefficient de diffusion utilisé dans le calcul de diffusion, mais il nous a paru naturel d'utiliser le même coefficient que le coefficient de fuite donné par APOLLO-2. C'est-à-dire, comme le calcul de diffusion est fait en géométrie x-y, dans le cas de sections efficaces issues du calcul par APOLLO-2 classique, les coefficients de diffusion dans les directions x et y sont égaux au coefficient de fuite homogène (D). Par ailleurs, pour représenter les fuites axiales on ajoute à l'absorption le produit de coefficient de fuites homogène et de laplacien axial critique ( $DB_z^2$ ) comme une absorption additionnelle. Par contre, dans le cas de sections efficaces issues du calcul par TIBERE, les coefficients de diffusion dans les directions x et y sont égaux au coefficient de fuite radial ( $D_r$ ), et les fuites axiales sont représentées en ajoutant le produit de coefficient de fuite axial et de laplacien axial critique ( $D_z B_z^2$ ) à l'absorption. Notons qu'ici, dans les deux calculs du coeur de référence en théorie de diffusion, le coeur est constitué de zones homogènes identiques ayant les dimensions de la cellule. Le maillage dans les calculs de diffusion correspond à celui que nous venons de décrire.

Il est évident que le schéma de calcul, pour le coeur contenant la zone de 7 x 7 cellules avec 100 % d'aluminium, est plus complexe. Tout d'abord, les calculs critiques de l'assemblage répétitif de 21 x 21 cellules, par les deux procédés d'APOLLO-2 a été effectué. En suite, l'homogénéisation et la condensation sont faites dans les conditions critiques à l'échelle de chaque cellule de l'assemblage. Nous avons déjà expliqué, dans le chapitre 1.6, que cette simple homogénéisation par pondération des sections efficaces sur le flux critique, ne satisfait pas l'équivalence des taux de réactions et de fuite entre le calcul de l'assemblage, que nous venons d'effectuer et le macrocalcul. Par macrocalcul nous considérons ici le calcul de diffusion effectué sur l'assemblage réfléchi formé de cellules homogénéisées et condensées à deux groupes. Le calcul du coeur étant réalisé en théorie de diffusion, nous avons été amenés à effectuer le calcul d'équivalence transport-diffusion par le code CRONOS. Le degré de liberté, existant dans ce calcul, a été choisi de telle sorte que l'équivalence préserve le flux moyen dans le volume de l'assemblage pour chacun des deux groupes. Finalement, nous obtenons les sections efficaces (y compris les sections efficaces de fuites) équivalentes. Par ailleurs, nous avons réalisé les calculs critiques de la cellule supposée réfléchie, appartenant à la zone fondamentale avec la concentration du bore correspondante. Les calculs étaient fait par les deux procédé de APOLLO-2, de même que les homogénéisations et les condensations. Le calcul d'équivalence n'est pas nécessaire, comme nous l'avons déjà montré, dans le cas d'une cellule réfléchie. Notons que les calculs de l'assemblage et de la cellule ont été faits avec la concentration de bore correspondant à 100 % d'aluminium. Maintenant, nous avons tous les éléments pour effectuer les calculs de diffusion par CRONOS. Les considérations liées aux coefficients de diffusion et de fuites, ainsi que celles liées aux fuites axiales, exposées dans le schéma de calcul du coeur de référence (non vidé) sont valables ici, pour le coeur avec l'aluminium aussi. Il faut souligner que dans les deux calculs du coeur, avec la zone de 7 x 7 cellules d'aluminium, le coeur est constitué de zones homogénéisées ayant les dimensions de la cellule. Les cellules appartenant à l'assemblage ont des paramètres différents; par contre, les cellules entourant l'assemblage sont identiques entre elles.

En ce qui concerne les calculs de l'autoprotection de résonances, réalisés avant les calculs de flux critiques, ils étaient effectués pour les isotopes uranium 238, 235 et zirconium. Le calcul de l'autoprotection dans le cas d'une seule cellule est fait en milieu infini; dans le cas de l'assemblage, il est fait pour chaque cellule, en tenant compte des autres cellules appartenant à cet assemblage, ce qui donne différentes valeurs de l'autoprotection pour chacune des cellules.

En plus des calculs directement liés aux comparaisons avec le programme expérimental EPICURE, nous avons effectué aussi un certain nombre de tests qui ont une signification illustratrice. Ce sont des calculs où l'aluminium est remplacé par du vrai vide, ou encore les calculs où la zone représentant le vide augmente progressivement.

### 4.3.3. Résultats numériques

Dans tous les calculs que nous avons réalisé dans le cadre des simulations de l'expérience EPICURE par APOLLO-2, nous avons utilisé les mêmes critères numériques. L'intégration numérique dans les calculs de probabilités de première collision classiques et orientées est effectuée avec le pas de 0.02 cm entre les trajectoires et avec 24 angles ( $\frac{\pi}{24}$ ). La précision demandée pour la valeur propre est de  $10^{-5}$  et pour les sources de fission de  $10^{-3}$ . Ces critères permettent d'obtenir une bonne carte du flux et des courants.

Dans les calculs de coeur réalisés par le code de diffusion CRONOS, nous avons utilisé, pour la résolution de l'équation de diffusion, la méthode des éléments finis avec des polynômes cubiques de Lagrange et avec une intégration numérique de Gauss. La précision demandée pour la valeur propre est du  $10^{-5}$  et pour le flux de  $10^{-4}$ .

Tout d'abord nous avons réalisé les calculs critiques par les procédés classiques et TIBERE pour une cellule répétitive appartenant au coeur de référence (non vide). La concentration de bore est  $CB = 568.5$  ppm (cas non vidé) et pour le laplacien axial nous avons pris la valeur expérimentale  $B_z^2 = 10.9 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$ . La température du combustible est de  $84$  °C et celle du modérateur (l'eau) de  $22$  °C. Ces températures vont restées les mêmes dans tous les calculs. Dans la table 4.5. nous donnons les valeurs physiques qui nous intéressent. Rappelons que le facteur de multiplication infini, dans les calculs traitant les fuites, est obtenu à partir du flux qui tient compte de fuites. Tous les taux de réaction sont normalisés de manière à ce que le taux de production soit égal au facteur de multiplication effectif. Pour voir l'influence des deux types de calculs de fuites sur la réactivité, nous avons imposé dans le procédé classique le laplacien critique trouvé par TIBERE et les résultats obtenus sont présentés dans la cinquième colonne de la table 4.5. Donc, on peut voir que le calcul classique surestime la réactivité de  $187 \cdot 10^{-5}$ , c'est-à-dire qu'il sous estime les fuites par rapport au procédé TIBERE. La même conclusion peut s'obtenir en regardant les laplaciens critiques dans la troisième et quatrième colonne; le laplacien critique du procédé TIBERE est plus petit, ce qui veut dire que le coeur critique dans le cas TIBERE doit être plus grand pour compenser les fuites. Autrement dit, il s'agit de deux cellules appartenant à deux réacteurs de différentes dimensions.

Après homogénéisation et condensation des cellules dans le cas classique et le cas TIBERE, nous avons effectué les calculs du coeur par CRONOS. Les réactivités obtenues et leurs différences sont présentées dans la deuxième et troisième ligne de la table 4.7. On voit que la différence de réactivité, entre les deux calculs de diffusion (avec des sections efficaces issues du calcul classique et du calcul TIBERE) est de  $180 \cdot 10^{-5}$ .

Type de calcul de fuites	Sans fuites	Classique	TIBERE	Classique avec B <sup>2</sup> de TIBERE imposé
K	1.31050	1.	1.	1.00187
K <sub>∞</sub>	1.31050	1.30408	1.30384	1.30414
Taux ABS.	1.00141	0.76800	0.76814	0.76940
Taux FISS.	0.53646	0.40891	0.40891	0.40968
Taux PROD.	1.31050	1.	1.	1.00187
Taux FUIT.	-	0.23317	0.23303	0.23177
B <sup>2</sup> .10 <sup>-4</sup> (cm <sup>2</sup> )	-	60.5559	60.1049	60.1049
B <sub>r</sub> <sup>2</sup> .10 <sup>-4</sup> (cm <sup>2</sup> )	-	49.6559	49.2049	49.2049

Table 4.5. Calculs des fuites critiques par APOLLO-2 dans la cellule du coeur de référence (concentration de bore du cas non vidé)

Type de calcul de fuites	Sans fuites	Classique	TIBERE
K	1.33154	1.	1.
K <sub>∞</sub>	1.33154	1.32430	1.32404
Taux ABS.	1.00141	0.75628	0.75643
Taux FISS.	0.54516	0.40895	0.40894
Taux PROD.	1.33154	1.	1.
Taux FUIT.	-	0.24489	0.24473
B <sup>2</sup> .10 <sup>-4</sup> (cm <sup>2</sup> )	-	64.2980	63.7624
B <sub>r</sub> <sup>2</sup> .10 <sup>-4</sup> (cm <sup>2</sup> )	-	53.3980	52.8624

Table 4.6. Calculs des fuites critiques par APOLLO-2 dans la cellule du coeur contenant la zone aluminium (concentration de bore du cas vidé)

Concentration du bore pour le cas	Type du coeur	Type de fuite	K	$\rho \cdot 10^{-5}$	$\Delta\rho \cdot 10^{-5}$
Non vide	Non vide	Classique	0.99736	- 265	180
Non vide	Non vide	TIBERE	0.99557	- 445	
Aluminium	Non vide	Classique	1.01027	1017	203
Aluminium	Non vide	TIBERE	1.00821	814	

Table 4.7. Calculs du coeur de référence par CRONOS pour les différents traitements des fuites et pour différentes concentrations de bore

ce qui est pratiquement la même différence que celle obtenue en théorie de transport dans les calculs de réseau infini. D'ailleurs, le coeur avec les cellules calculées par TIBERE est moins réactif à cause des fuites qui sont plus grandes, comme c'était le cas en théorie de transport. En ce qui concerne la petite sous-criticité des deux calculs du coeur par rapport à l'expérience qui est critique pour la même concentration de bore, nous attribuons cet effet à la modélisation géométrique. En somme, nous représentons, en théorie de diffusion la frontière circulaire extrapolée du coeur (obtenue d'après le rayon extrapolé en géométrie cylindrique) par des "escaliers" où le flux de diffusion s'annule. Conséquemment, il y a des parties de cellule qui sont hors du cercle pour compenser les parties de cellules qui sont dans le cercle. Le fait que l'influence des parties extérieures au cercle étant moins grande que celle des parties intérieures (à cause de leurs distances du centre de coeur) explique que les calculs soient sous critiques.

Maintenant, nous allons passer au cas où dans la zone de 7 x 7 cellules centrales du coeur l'eau est remplacée par 100 % d'aluminium.

D'abord, nous allons calculer en théorie de transport, les sections efficaces homogénéisées et condensées pour les cellules extérieures à l'assemblage de 21 x 21 cellules. Ces sections efficaces sont obtenues par simple pondération sur le flux critique. La concentration de bore est  $CB = 383.1$  ppm, et le laplacien axial  $B_2^2 = 10.9 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$ . Dans la table 4.6. nous avons présenté les valeurs caractéristiques obtenues par le procédé classique et par TIBERE. On voit que la différence entre les deux laplaciens (colonnes trois et quatre) est ici un peu plus grande que dans le cas de la cellule appartenant au coeur, de référence (table 4.5.). Pour voir comment cette augmentation de la différence influait sur le calcul du coeur, nous avons effectué un test, c'est-à-dire des calculs du coeur construit exclusivement de cellules appartenant à la zone entourant l'assemblage dans le cas du coeur avec la zone d'aluminium (concentration de bore du cas vidé). Dans la quatrième et cinquième ligne de la table 4.7. nous donnons les réactivités obtenues. Par suite de la diminution de la concentration de bore, les deux coeurs sont surcritiques. De même, par suite de l'augmentation de la différence des deux laplaciens critiques la différence entre les deux réactivités a augmenté aussi de  $180 \cdot 10^{-5}$  à  $203 \cdot 10^{-5}$ .

Ensuite, nous avons calculé les conditions critiques, en théorie du transport, de l'assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 7 x 7 cellules où l'eau était remplacé par l'aluminium. Notons que la concentration de bore est la même comme pour la cellule calculée précédemment,  $CB = 383.1$  ppm. Il est de même pour le laplacien axial,  $B_2^2 = 10.9 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$ .

Dans la table 4.8., nous avons présenté les grandeurs physiques caractéristiques concernant les calculs par les procédés classique et TIBERE.

Type de calcul de fuites	Sans fuites	Classique	TIBERE
K	1.31460	1.	1.
$K_{\infty}$	1.31460	1.30881	1.30876
Taux ABS.	1.00143	0.76525	0.76528
Taux FISS.	0.53798	0.40874	0.40873
Taux PROD.	1.31460	1.	1.
Taux FUIT.	-	0.23595	0.23592
$B^2 \cdot 10^{-4} \text{ (cm}^{-2}\text{)}$	-	55.5167	54.6753
$B_r^2 \cdot 10^{-4} \text{ (cm}^{-2}\text{)}$	-	44.6167	43.7753

Table 4.8. Calculs de fuites critiques par APOLLO-2 dans l'assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone d'aluminium (7 x 7 cellules)

Type de calcul de fuites	Sans fuites	Classique	TIBERE
K	1.32048	1.	1.
$K_{\infty}$	1.32048	1.31461	1.31474
Taux ABS.	1.00149	0.76192	0.76184
Taux FISS.	0.54025	0.40864	0.40864
Taux PROD.	1.32048	1.	1.
Taux FUIT.	-	0.23932	0.23939
$B^2 \cdot 10^{-4} \text{ (cm}^{-2}\text{)}$	-	54.0647	52.3307
$B_r^2 \cdot 10^{-4} \text{ (cm}^{-2}\text{)}$	-	43.1647	41.4307

Table 4.9. Calculs de fuites critiques par APOLLO-2 dans l'assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone avec le vrai vide (7 x 7 cellules)

Concentration du bore pour le cas	Type du coeur	Type de fuite	K	$\rho \cdot 10^{-5}$	$\Delta \rho \cdot 10^{-5}$
Aluminium	Aluminium	Classique	0.99061	- 948	217
Aluminium	Aluminium	TIBERE	0.98848	- 1165	
Aluminium	Vide exacte	Classique	0.99121	- 887	284
Aluminium	Vide exacte	TIBERE	0.98843	- 1171	

Table 4.10. Calculs du coeur avec la zone d'aluminium et avec la zone de vrai vide, par CRONOS, pour les différents traitement de fuites

Par ailleurs, même si l'expérience avec le vrai vide à la place de l'aluminium n'a pas été réalisée (pour des raisons de sûreté), nous avons effectué ce calcul. Nous avons calculé les conditions critiques de l'assemblage de 21 x 21 cellules dans lequel l'eau est remplacée par le vrai vide dans la zone de 7 x 7 cellules. La concentration de bore et le laplacien axial ont été choisies égales à celles du cas de l'assemblage avec l'aluminium. Nous avons présenté dans la table 4.9., les grandeurs physiques résultant des calculs par les deux procédés d'APOLLO-2. En comparant les différences entre les laplaciens critiques dans les tables 4.8. et 4.9., obtenues par les deux calculs de fuites, on voit que la différence est plus importante dans l'assemblage avec le vrai vide ce qui influera évidemment sur le calcul du coeur.

Pour obtenir les sections efficaces équivalentes dans chaque cellule homogénéisée, de l'assemblage avec la zone d'aluminium et de l'assemblage contenant la zone avec le vrai vide, nous avons réalisé le calcul d'équivalence transport-diffusion en utilisant le code CRONOS. Dans la table 4.11., nous donnons les facteurs d'équivalence pour les cellules se trouvant sur la demi-diagonale de l'assemblage avec la zone d'aluminium, pour les groupes thermique et rapide, et dans le cas classique et dans le cas TIBERE. De la même manière nous présentons, dans la table 4.12., le facteur d'équivalence pour l'assemblage contenant la zone avec le vrai vide. En analysant les deux tables, on peut voir que les coefficients d'équivalence, surtout dans la zone avec l'aluminium ou avec le vrai vide, sont plus proches de 1 dans le cas TIBERE que dans le cas classique au moins dans le groupe thermique.

En connaissant toutes les sections efficaces de cellules homogénéisées, dans le cas aluminium et dans le cas du vrai vide, nous avons effectué les calculs du coeur par CRONOS. Dans la table 4.10., nous donnons les réactivités et leurs différences pour le coeur aluminium et pour le coeur avec le vrai vide, chacun est calculé avec les sections efficaces issues du traitement de fuites classique et du traitement TIBERE. On peut voir que la différence sur la réactivité du coeur, dans le cas d'aluminium, due aux différents traitements de fuites en théorie de transport est  $217 \cdot 10^{-5}$ . Le coeur calculé avec les sections efficaces issues de TIBERE est moins réactif, à cause des fuites qui sont, dans ce traitement, plus important. La sous-criticité de deux calculs est provoqué par la modélisation du coeur avec aluminium en escalier et par la modélisation en mode fondamental, mais ces modélisations ne peuvent influencer sur la différence de réactivités entre les deux types de calculs. En ce qui concerne les calculs du coeur contenant du vrai vide, la différence entre les deux traitements de fuites en transport, provoque une différence à l'échelle du calcul du coeur égale à  $284 \cdot 10^{-5}$ . Cette différence de réactivité est plus grande que dans le cas de coeur avec aluminium, ce que nous avons déjà prévu en comparant les différences de laplaciens critiques dans ces deux cas (tables 4.8. et 4.9.).

N° Cellule	Fuites Classique		Fuites TIBERE	
	Groupe Rapide	Groupe Thermique	Groupe Rapide	Groupe Thermique
1	1.0012	1.6665	0.99313	0.89869
2	1.0009	1.5335	0.99312	0.90332
3	0.99977	1.2394	0.99302	0.91588
4	0.99581	0.99621	0.99051	0.94321
5	0.99502	0.98064	0.99280	1.0018
6	0.99914	0.98676	0.99939	1.0077
7	1.0013	0.98712	1.0030	1.0066
8	1.0027	0.98692	1.0052	1.0057
9	1.0037	0.98660	1.0067	1.0049
10	1.0043	0.98650	1.0077	1.0047
11	1.0046	0.98637	1.0082	1.0045

Tableau 4.11. Coefficients d'équivalence de l'assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 7 x 7 cellules avec l'aluminium

N° Cellule	Fuites Classique		Fuites TIBERE	
	Groupe Rapide	Groupe Thermique	Groupe Rapide	Groupe Thermique
1	0.98593	1.7516	0.96837	0.88839
2	0.98666	1.6015	0.96965	0.89233
3	0.98868	1.2705	0.97324	0.90401
4	0.98849	0.99734	0.97547	0.93414
5	0.99446	0.97621	0.98875	0.99985
6	1.0003	0.98446	1.0007	1.0084
7	1.0038	0.98547	1.0076	1.0081
8	1.0060	0.98549	1.0118	1.0076
9	1.0074	0.98525	1.0145	1.0072
10	1.0082	0.98517	1.0160	1.0071
11	1.0087	0.98504	1.0168	1.0070

Tableau 4.12. Coefficients d'équivalence de l'assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 7 x 7 cellules avec le vrai vide

Nous voyons donc que la différence de réactivité du coeur (calculs de diffusion) provoquée par les différents traitements des fuites en théorie du transport, passe de  $180 \cdot 10^{-5}$  dans le cas du coeur de référence (non vidé) à  $217 \cdot 10^{-5}$  dans le cas du coeur contenant une zone d'aluminium et  $284 \cdot 10^{-5}$  dans le cas du coeur contenant une zone vidée. D'après ces résultats, il est évident qu'en ce qui concerne le traitement des fuites, il y a une importante différence entre l'aluminium et le vide. Pour ce qui est de la différence de réactivité entre les deux calculs de fuites suivant que l'on considère le coeur de référence ou le coeur aluminium, on constate qu'elle n'est pas énorme; ceci pourrait s'expliquer par le fait que la zone contenant l'aluminium représente 2.13 % du volume du coeur. En tout cas, il est très difficile de déterminer l'effet net des deux traitements des fuites sur des grandeurs physiques intégrales telles que la réactivité. Cela peut s'expliquer par le fait qu'il peut exister une compensation des effets, les uns positifs et les autres négatifs.

La comparaison la plus intéressante concerne la distribution du taux de fission dans le cas du coeur de l'expérience EPICURE contenant la zone de l'aluminium. Sur les figures 4.11. et 4.12., nous présentons les écarts relatifs de taux de fission par cellule entre l'expérience et les calculs de diffusion  $\left( \frac{EXP - CALC}{EXP} \% \right)$ . La normalisation des taux de fission calculés est

choisie de telle sorte que l'écart relatif est nul dans la dixième cellule de la diagonale, c'est-à-dire dans une cellule appartenant à la zone de mode fondamental. La figure 4.11. est relative au calcul du coeur résultant du traitement des fuites en transport par le procédé classique; la figure 4.12. fournit les mêmes résultats par le procédé TIBERE. On peut voir que le procédé classique du traitement des fuites sous-estime la dépression de taux de fission dans la zone aluminium d'environ 3 %, alors que TIBERE donne une bonne concordance avec l'expérience (l'erreur expérimentale étant de 1.5 %). Ceci est la conséquence du fait que, en comparant les coefficients de fuites uniformes résultant du modèle classique, le modèle TIBERE donne, dans la zone aluminium, des coefficients de fuites plus grands et par conséquent une absorption additionnelle plus importante. Dans le voisinage de la limite entre la zone aluminium et la zone normale (dans les deux figures), l'écart relatif par rapport à l'expérience est plus important. Ceci pourrait s'expliquer par le fait que dans les calculs de probabilités de première collision classiques et orientées la dépendance azimutale, dans chaque cellule, n'a pas été prise en compte; cette insuffisance pourrait se faire sentir particulièrement dans les zones à fort gradient ce qui est le cas au voisinage de l'interface de deux zones.

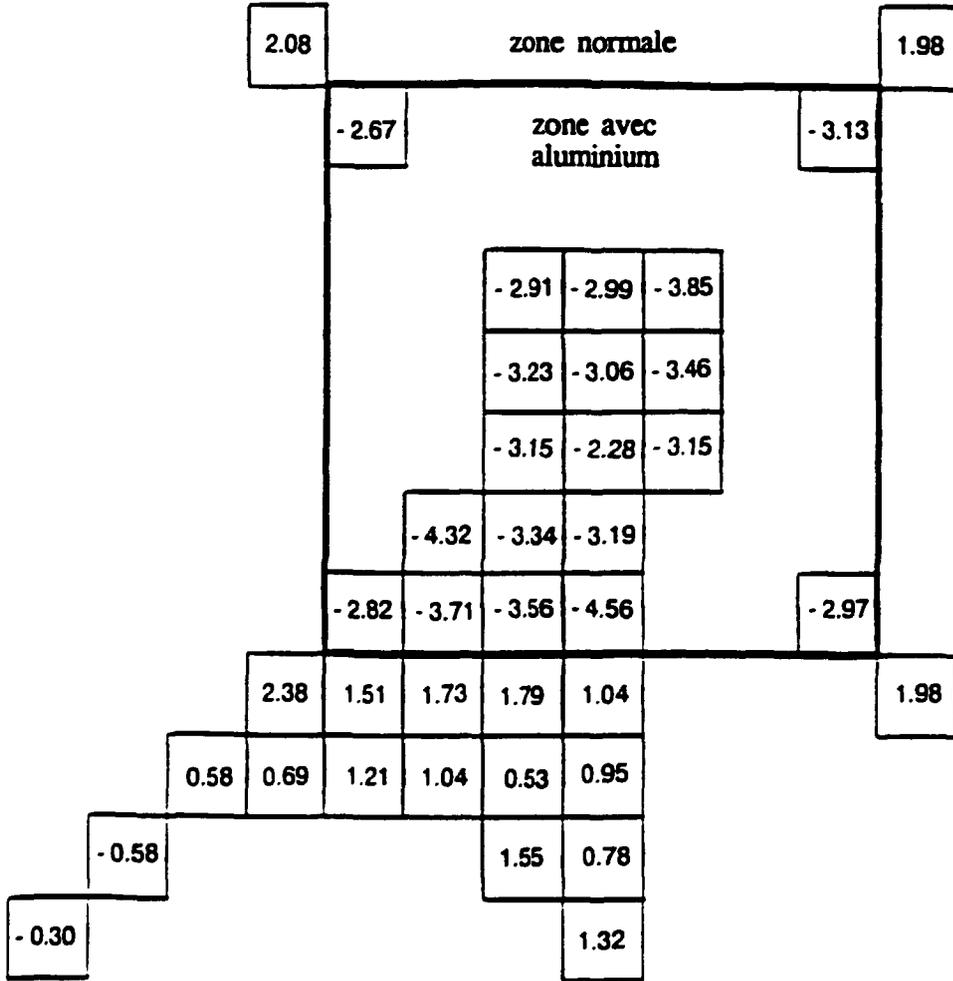


Figure 4.11. Ecart relatifs entre les taux de fission obtenus par l'expérience et par le calcul où les fuites sont traitées de manière classique  $\left(\frac{EXP - CAL}{EXP} \%\right)$  pour le cas de la zone avec l'aluminium

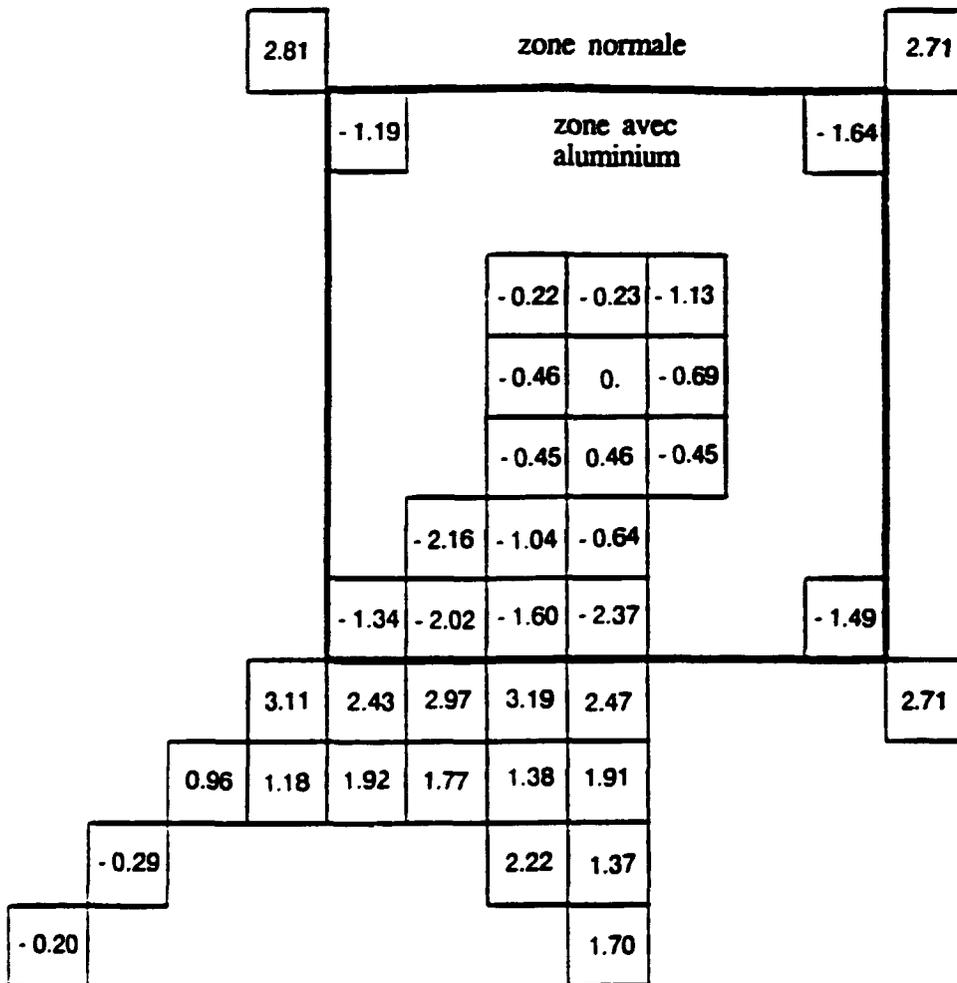


Figure 4.12. Ecart relatifs entre les taux de fission obtenus par l'expérience et par le calcul où les fuites sont traitées par TIBERE  $\left(\frac{EXP - CAL}{EXP} \%\right)$  pour le cas de la zone avec l'aluminium

A titre d'illustration, nous donnons les écarts relatifs sur les taux de fission entre l'expérience contenant la zone d'aluminium et les calculs de diffusion contenant au lieu de la zone de l'aluminium, la zone avec du vrai vide. La figure 4.13. correspond au modèle classique de fuites et la figure 4.14. au modèle TIBERE. En supposant, d'après les considérations précédentes, que TIBERE donne des taux de fission "exacts", nous voyons que la substitution, dans l'expérience, de l'aluminium par le vrai vide augmenterait la dépression dans le centre du coeur de 3 %. Par ailleurs, nous voyons aussi que l'écart entre le traitement classique des fuites et TIBERE est ici plus grand que dans le cas de l'aluminium.

Un paramètre particulièrement intéressant est le rapport entre le maximum et le minimum du taux de fission dans le coeur. Dans la table 4.13., nous donnons ce rapport, d'une part pour l'expérience, d'autre part pour les calculs du coeur en théorie de diffusion de l'assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 7 x 7 cellules avec aluminium et aussi pour l'assemblage contenant du vrai vide. Comme nous avons aussi effectué les calculs du coeur avec des assemblages de 19 x 19 et de 17 x 17 cellules, contenant la zone d'aluminium de 7 x 7 cellules, nous donnons également les rapports de taux de fission pour ces configurations. De même nous donnons, dans la table 4.13., les écarts relatifs de ce rapport calculé par CRONOS, par rapport à l'expérience et aussi ceux du calcul classique par rapport à TIBERE. On voit, d'abord pour l'assemblage 21 x 21 avec aluminium, que le rapport des taux de fission est beaucoup plus proche de l'expérience quand les fuites sont traitées par TIBERE (0.49 %) que par le procédé classique (3.19 %). Cette différence est encore plus accentuée quand l'aluminium est remplacé par du vrai vide. Par ailleurs, la dépression du taux de fission est plus importante dans le cas de l'aluminium, malgré un plus fort effet de "streaming" dans le vrai vide; ceci résulte du fait que l'absorption dans l'aluminium n'est pas tout à fait négligeable; malgré un libre parcours assez long l'aluminium ne peut être considéré exactement comme du vide. Dans les calculs de coeur avec des assemblages plus petits (19 x 19 et 17 x 17), l'écart par rapport à l'expérience augmente lorsque les fuites sont traitées par TIBERE et par conséquent l'écart entre le traitement classique et TIBERE diminue. L'explication de cet effet sera donnée à l'échelle du calcul de l'assemblage puisqu'il est dans ce cas plus significatif. Dans le calcul du coeur cet effet est amorti, dû à la présence de cellules autour de l'assemblage.

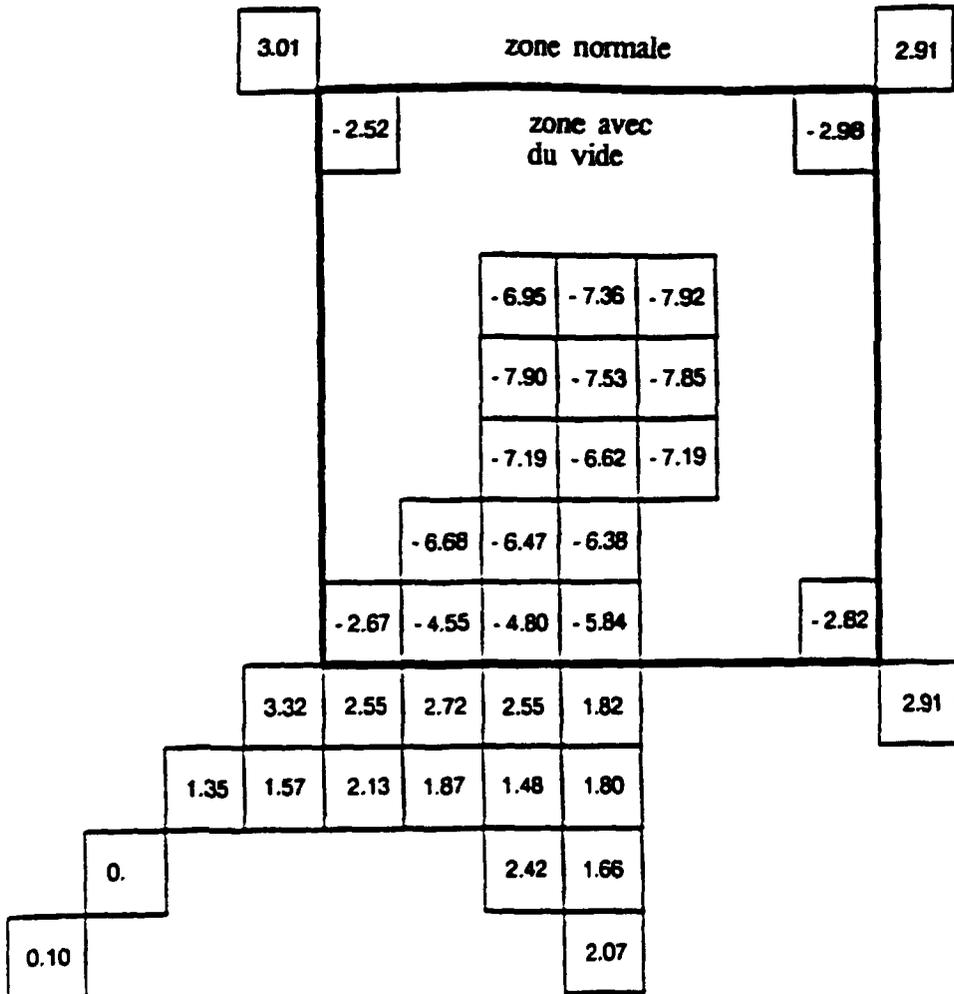


Figure 4.13. Ecart relatif entre les taux de fission obtenus par l'expérience pour le cas de la zone avec l'aluminium et le calcul pour le cas de la zone avec le vrai vide, où les fuites sont traitées de manière classique  $\left( \frac{EXP - CAL}{CAL} \% \right)$

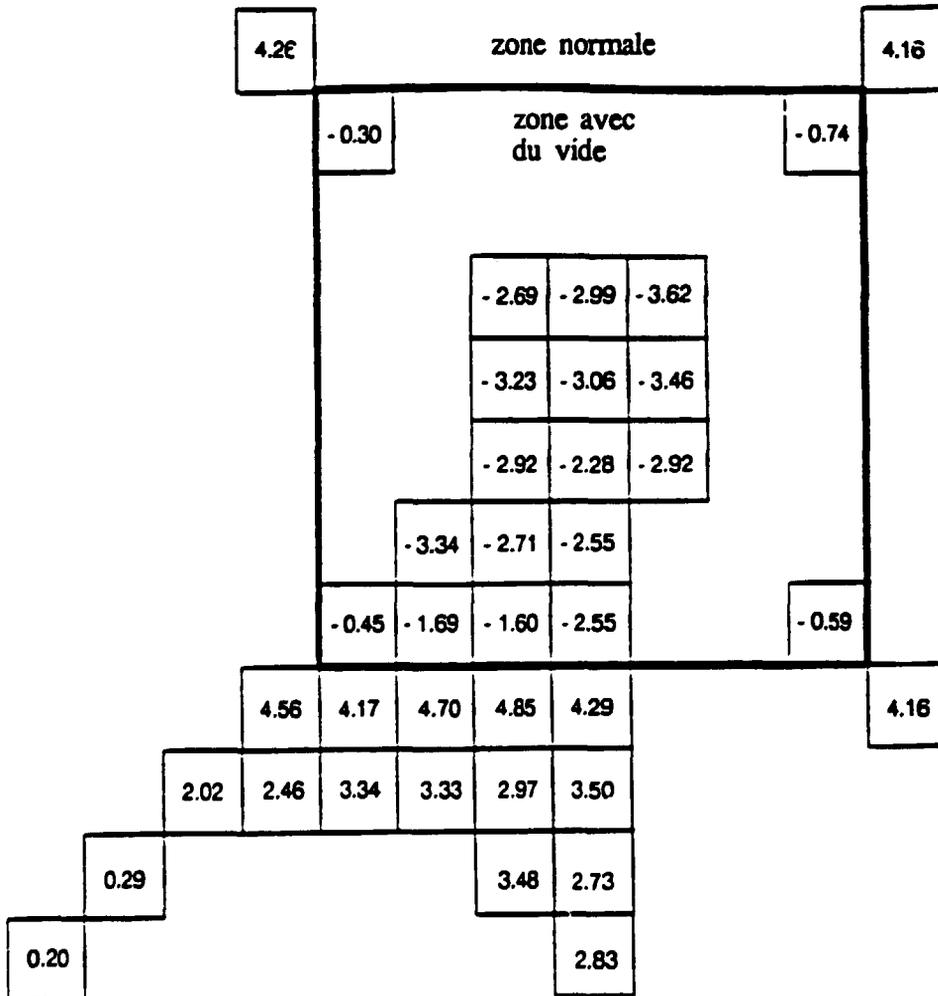


Figure 4.14. Ecart relatif entre les taux de fission obtenus par l'expérience pour le cas de la zone avec l'aluminium et le calcul pour le cas de la zone avec le vrai vide, où les fuites sont traitées par TIBERE  $\left( \frac{EXP - CAL}{CAL} \% \right)$

	Expérience	Aluminium 7 x 7 cellules						Vrai Vide 7 x 7 cel.	
		21 x 21 cellules		19 x 19 cellules		17 x 17 cellules		21 x 21 cellules	
		CLAS.	TIB.	CLAS.	TIB.	CLAS.	TIB.	CLAS.	TIB.
$\frac{MAX}{MIN}$	2.447	2.369	2.435	2.367	2.429	2.367	2.426	2.257	2.349
$\frac{TIB - CLAS}{TIB}$ (%)	-	2.71		2.55		2.43		3.92	
$\frac{EXP - CAL}{EXP}$ (%)	-	3.19	0.49	3.27	0.74	3.27	0.86	7.76	4.00

Table 4.13. Rapport entre le maximum et le minimum de taux de fission dans le coeur obtenu par l'expérience et par le calcul de CRONOS avec les sections efficaces issues du traitement de fuites de manière classique et par TIBERE d'APOLLO-2 et pour les différentes dimensions de l'assemblage

	Aluminium 7 x 7 cellules						Vrai Vide 7 x 7 cel.	
	21 x 21 cellules		19 x 19 cellules		17 x 17 cellules		21 x 21 cellules	
	CLAS.	TIB.	CLAS.	TIB.	CLAS.	TIB.	CLAS.	TIB.
$\frac{MAX}{MIN}$	2.761	2.888	2.735	2.849	2.710	2.808	2.627	2.823
$\frac{TIB - CLAS}{TIB}$ (%)	4.40		4.00		3.49		6.94	

Table 4.14. Rapport entre le maximum et le minimum de taux de diffusion dans l'assemblage de différentes dimensions obtenu par APOLLO-2 en traitant les fuites par les procédés classique et TIBERE

	Aluminium 7 x 7 cellules		Vrai Vide					
	CLAS.	TIB.	7 x 7 cellules		11 x 11 cellules		15 x 15 cellules	
			CLAS.	TIB.	CLAS.	TIB.	CLAS.	TIB.
$\frac{MAX}{MIN}$	2.761	2.888	2.627	2.823	3.736	4.044	4.600	4.826
$\frac{TIB - CLAS}{TIB}$ (%)	4.40		6.94		7.62		4.68	

Table 4.15. Rapport entre le maximum et le minimum de taux de fission dans l'assemblage de 21 x 21 cellules avec les différentes dimensions de la zone avec l'aluminium ou avec le vrai vide obtenu par APOLLO-2 en traitant les fuites par les procédés classique et TIBERE

Donc, dans la table 4.14., nous donnons le rapport entre le maximum et le minimum du taux de fission obtenu pour différentes dimensions de l'assemblage et par les méthodes de calcul des fuites dans le code APOLLO-2; nous donnons aussi leurs écarts relatifs. Notons que le minimum se trouve dans le centre et le maximum dans le coin de l'assemblage. Nous voyons que l'écart entre les procédé, classique et TIBERE diminue avec la réduction des dimensions de l'assemblage et qu'il est plus élevé que dans le calcul du coeur. Pour l'assemblage de 21 x 21 cellules avec aluminium, l'écart au niveau du calcul de l'assemblage est 4.4 %; au niveau du calcul du coeur il est de 2.71 %. Si l'aluminium est remplacé par du vrai vide, les écarts sont 6.94 % et 3.92 %. De même, la diminution de l'écart avec la diminution des dimensions de l'assemblage est plus accentuée dans les calculs d'assemblage. Nous allons essayer d'expliquer cet effet. Avec la diminution des dimensions de l'assemblage la zone "productrice" (modérée à l'eau) diminue aussi. Sachant que les fuites, dans le procédé classique, sont uniformément distribuées dans l'assemblage, la réduction de la zone "productrice" influe uniformément sur les fuites. Par contre, dans le procédé TIBERE, les fuites ne sont pas uniformes dans l'assemblage; elles sont plus fortes dans la zone aluminium. La diminution de la zone "productrice" donne donc plus d'importance relative à la zone aluminium. En d'autres termes, il n'y a pas d'uniformisation de la perturbation comme c'est le cas dans le procédé classique. Donc, l'effet décrit ici diminue plus vite le rapport de taux de fission dans le procédé TIBERE que dans le procédé classique; de même il diminue leur écart relatif. Le même effet diminue l'écart relatif entre les rapports de taux de fission dans les calculs du coeur, par suite du fait que les fuites axiales sont représentées comme une absorption additionnelle dans la théorie de diffusion. Nous pouvons dire qu'ici l'effet de la zone "productrice" est dominant. Mais, nous allons tout de suite voir qu'il peut y avoir une inversion de l'effet.

Nous avons effectué aussi par les deux procédures du code APOLLO-2, des calculs de l'assemblage 21 x 21 contenant une zone de 11 x 11 ou de 15 x 15 cellules contenant du vrai vide. La concentration de bore adopté est celle du cas aluminium CB = 383.1 ppm; le laplacien axial est  $B_z^2 = 10.9 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$ . Dans les tables 4.16. et 4.17., nous donnons les grandeurs physiques caractéristiques dans des assemblages contenant la zone de 11 x 11 ou 15 x 15 cellules vidées. Dans la table 4.15., nous donnons les rapports entre le maximum et le minimum du taux de fission, pour les différentes dimensions de la zone vidée dans l'assemblage de 21 x 21 cellules, obtenus par les deux traitements des fuites dans le code APOLLO-2, et leurs écarts relatifs. Donc, ici nous faisons varier aussi le rapport de volumes entre la zone "productrice" et la zone aluminium ou la zone vidée. Dans la table 4.14., cette variation a été produite en changeant la dimension de l'assemblage; maintenant dans la table 4.15., elle est faite en changeant la dimension de la zone vidée. En regardant la table 4.15., on voit que l'écart du rapport de taux de fission entre les deux traitements de fuites augmente de 6.94 % pour la zone de 7 x 7 cellules contenant le vrai vide, à 7.62 % pour la zone avec 11 x 11 cellules pour ensuite tomber à 4.68 % pour la zone de 15 x 15 cellules. Donc, avec l'augmentation de la zone vidée jusqu'à une certaine limite, l'effet de cette zone est dominant; en d'autres termes le traitement hétérogène des fuites par TIBERE favorise les fuites, par rapport au procédé classique. En augmentant encore la zone vidée nous constatons une inversion, c'est-à-dire que la zone "productrice" devient dominante et l'écart du rapport des taux de fission entre les deux traitements des fuites diminue.

Nous pouvons en conclure que, en augmentant la zone vidée d'un assemblage, jusqu'à une certaine limite l'effet du traitement hétérogène de fuites est dominant par rapport au traitement classique; ceci est vrai jusqu'à une certaine limite; en augmentant encore cette zone l'effet diminue.

Type de calcul de fuites	Sans fuites	Classique	TIBERE
K	1.29967	1.	1.
$K_{\infty}$	1.29967	1.29667	1.29754
Taux ABS.	1.00163	0.77257	0.77206
Taux FISS.	0.53107	0.40810	0.40891
Taux PROD.	1.29967	1.	1.
Taux FUIT.	-	0.22880	0.22932
$B^2 \cdot 10^{-4} \text{ (cm}^{-2}\text{)}$	-	40.2973	37.6115
$B_r^2 \cdot 10^{-4} \text{ (cm}^{-2}\text{)}$	-	29.3973	26.7115

Table 4.16. Calculs de fuites critiques par APOLLO-2 dans un assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 11 x 11 cellules avec le vrai vide

Type de calcul de fuites	Sans fuites	Classique	TIBERE
K	1.25138	1.	1.
$K_{\infty}$	1.25138	1.25201	1.25298
Taux ABS.	1.00189	0.80036	0.79975
Taux FISS.	0.50996	0.40693	0.40693
Taux PROD.	1.25138	1.	1.
Taux FUIT.	-	0.20129	0.20190
$B^2 \cdot 10^{-4} \text{ (cm}^{-2}\text{)}$	-	22.3694	20.0287
$B_r^2 \cdot 10^{-4} \text{ (cm}^{-2}\text{)}$	-	11.4694	9.1287

Table 4.17. Calculs de fuites critiques par APOLLO-2 dans un assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 15 x 15 cellules avec le vrai vide

Nous allons maintenant représenter les cartes de coefficients de fuites classiques ( $D$ ) et les cartes de coefficients de fuites radiale ( $D_r$ ) et axiale ( $D_z$ ), dans les groupes rapide et thermique pour les assemblages de 21 x 21 cellules que nous avons déjà traités dans la table 4.15. Les points représentent les coefficients de fuites correspondant aux cellules situées sur la demi diagonale. La ligne verticale représente la limite entre la zone aluminium ou vidée et la zone normale de l'assemblage. Les figures 4.15. et 4.16. concernent l'assemblage contenant la zone de 7 x 7 cellules avec aluminium, les figures 4.17. et 4.18. l'assemblage contenant la zone de 7 x 7 cellules vidées, les figures 4.19. et 4.20. l'assemblage contenant la zone de 11 x 11 cellules vidées et les figures 4.21. et 4.22. l'assemblage contenant la zone de 15 x 15 cellules vidées. Rappelons que les cartes présentées résultent de la condensation, à deux groupes de flux et de courants axial et radial calculés à 99 groupes par les procédés classique et TIBERE.

Cet effet de spectre a pour conséquence que le coefficient de fuite classique  $D = \frac{j^H}{\phi^H}$  n'est pas

tout à fait uniforme, ce qu'il était avant condensation, par suite du fait que le spectre dépend de la variable d'espace. Par contre, les coefficients de fuite orientés donnés par TIBERE,

$D_k = \frac{j_{akk}}{\phi_s}$ , dépendent fortement de l'espace, par suite du "streaming" dans l'aluminium ou dans

le vide. On voit, sur ces figures, que les coefficients de fuite orientés sont beaucoup plus grands dans la zone aluminium ou dans la zone vidée que dans le reste de l'assemblage et ils sont aussi, dans cette zone (aluminium ou vide), beaucoup plus grands que le coefficient de fuite classique. D'ailleurs, le coefficient de fuite axial est plus grand que le coefficient de fuite radial, ce que nous avons déjà vu pour les courants axial et radial dans un assemblage de REP. De même les coefficients de fuite orientés sont plus grands dans le groupe rapide que dans le groupe thermique, ce qui prouve que les fuites rapides sont plus grandes que les fuites thermiques dans la zone avec l'aluminium ou avec le vide. On remarque que dans le groupe rapide, dans le reste de l'assemblage, le coefficient de fuite classique est plus grand que les coefficients de fuite orientés. Ceci s'explique par le fait que le coefficient de fuite classique dans chaque groupe est calculé pour un assemblage homogénéisé, donc il présente, en quelque sorte, une valeur moyenne et il ne dépend pas de l'espace, ce qui n'est pas le cas pour les coefficients de fuites orientés qui dépendent de l'espace. Les coefficients de fuite orientés sont plus grands quand l'aluminium est remplacé par du vide, et ils augmentent encore si la zone contenant le vide augmente.

Pour permettre de voir et de comparer les taux d'absorption et de fuites dans l'assemblage que nous avons utilisé pour la simulation de l'expérience EPICURE (assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 7 x 7 cellules avec aluminium), nous donnons les valeurs de ces grandeurs dans la table 4.18., pour les groupes rapide et thermique, dans les cellules situées sur la demi diagonale calculées par les deux procédés d'APOLLO-2. De même, dans la table 4.19., nous donnons les taux d'absorption et de fuites pour le même assemblage, mais l'aluminium y est remplacé par du vide. En analysant les résultats présentés, on voit que dans le groupe rapide les taux d'absorption et de fuites sont du même ordre de grandeur. Par contre, dans le groupe thermique les taux de fuites sont à peu près 50 fois plus petits que les taux d'absorption, ce qui implique que les fuites rapides sont relativement plus importantes que les fuites thermiques. La différence entre le traitement des fuites de manière classique et le traitement TIBERE, dans la zone d'aluminium et surtout dans la zone vidée, est plus grande dans le groupe thermique que dans le groupe rapide.

N° Cel.	Taux d'absorption				Taux de fuites			
	Classique		TIBERE		Classique		TIBERE	
	Rapide 10 <sup>-4</sup>	Thermique 10 <sup>-4</sup>	Rapide 10 <sup>-4</sup>	Thermique 10 <sup>-4</sup>	Rapide 10 <sup>-4</sup>	Thermique 10 <sup>-6</sup>	Rapide 10 <sup>-4</sup>	Thermique 10 <sup>-6</sup>
1	4.958	2.787	4.803	2.674	5.101	8.345	6.009	21.275
2	5.038	3.029	4.889	2.915	5.106	8.752	5.974	21.771
3	5.293	3.854	5.160	3.740	5.115	10.090	5.854	22.980
4	5.801	5.760	5.697	5.648	5.092	13.005	5.548	22.165
5	7.265	9.339	7.205	9.252	5.080	17.875	5.086	18.467
6	7.550	10.842	7.542	10.816	5.167	20.076	5.050	20.114
7	7.641	11.407	7.665	11.430	5.240	20.902	5.087	21.023
8	7.682	11.634	7.729	11.692	5.292	21.230	5.129	21.437
9	7.707	11.723	7.767	11.840	5.326	21.365	5.162	21.624
10	7.724	11.765	7.793	11.860	5.345	21.425	5.184	21.713
11	7.732	11.777	7.804	11.878	5.355	21.447	5.194	21.749

Table 4.18. Distribution des taux d'absorption et de fuites dans les cellules de la demi diagonale de l'assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 7 x 7 cellules avec l'aluminium, calculée par les procédés classique et par TIBERE du code APOLLO-2

N° Cel.	Taux d'absorption				Taux de fuites			
	Classique		TIBERE		Classique		TIBERE	
	Rapide 10 <sup>-4</sup>	Thermique 10 <sup>-4</sup>	Rapide 10 <sup>-4</sup>	Thermique 10 <sup>-4</sup>	Rapide 10 <sup>-4</sup>	Thermique 10 <sup>-6</sup>	Rapide 10 <sup>-4</sup>	Thermique 10 <sup>-6</sup>
1	4.691	2.857	4.436	2.702	5.250	8.599	7.665	24.901
2	4.759	3.078	4.510	2.922	5.252	8.956	7.565	25.203
3	4.972	3.827	4.744	3.667	5.252	10.138	7.231	25.800
4	5.406	5.543	5.215	5.377	5.204	12.772	6.434	23.524
5	7.222	9.280	7.088	9.133	5.179	17.420	5.200	17.731
6	7.523	10.798	7.488	10.746	5.248	19.601	4.971	19.171
7	7.628	11.377	7.665	11.414	5.315	20.438	4.956	20.114
8	7.678	11.617	7.764	11.724	5.363	20.784	4.981	20.591
9	7.706	11.714	7.825	11.870	5.395	20.932	5.008	20.830
10	7.724	11.762	7.863	11.947	5.413	21.000	5.027	20.954
11	7.732	11.776	7.881	11.976	5.423	21.026	5.037	21.005

Table 4.19. Distribution des taux d'absorption et de fuites dans les cellules de la demi diagonale de l'assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 7 x 7 cellules avec le vrai vide, calculée par les procédés classique et par TIBERE du code APOLLO-2

### GRUPE RAPIDE

assemblage : 21 x 21 cellules  
aluminium : 7 x 7 cellules

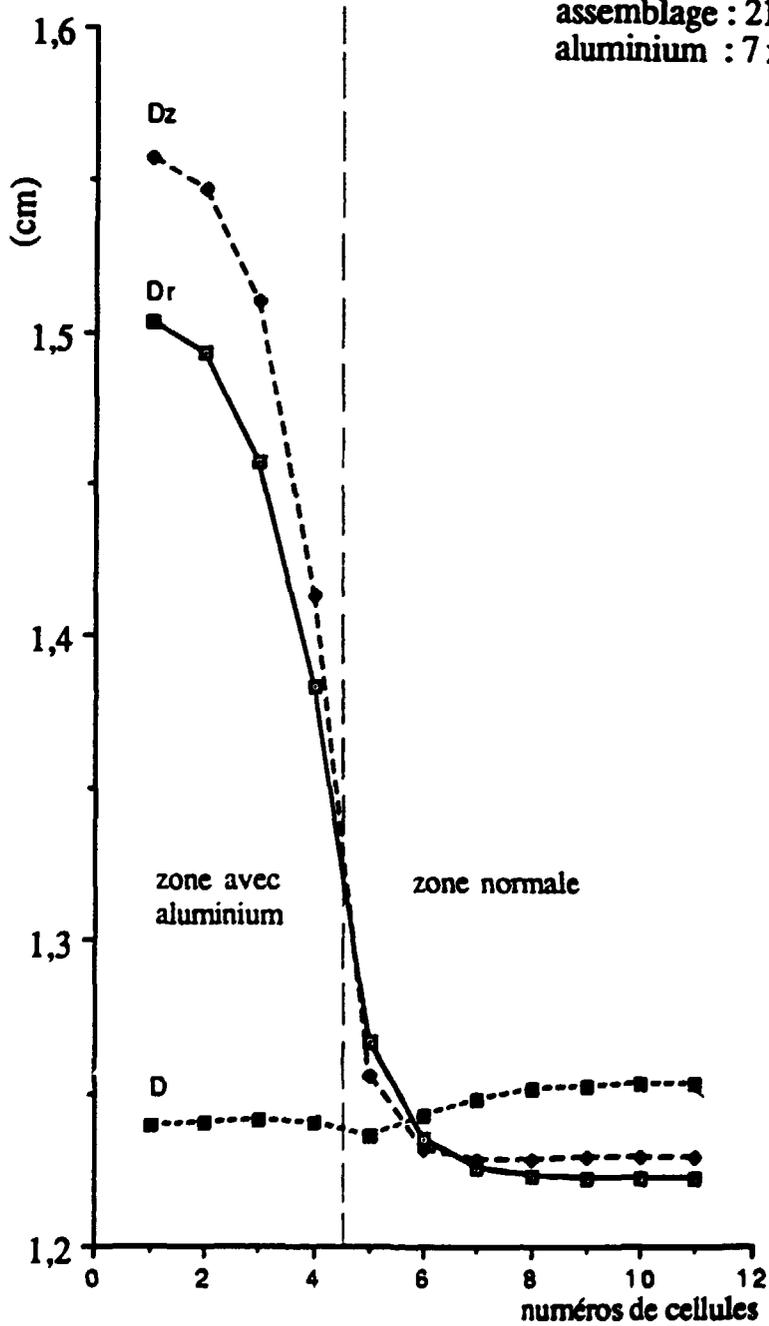


Figure 4.15. Distributions des coefficients de fuites dans le groupe rapide, dans la moitié d'un assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 7 x 7 cellules avec l'aluminium

### GRUPE THERMIQUE

assemblage : 21 x 21 cellules  
aluminium : 7 x 7 cellules

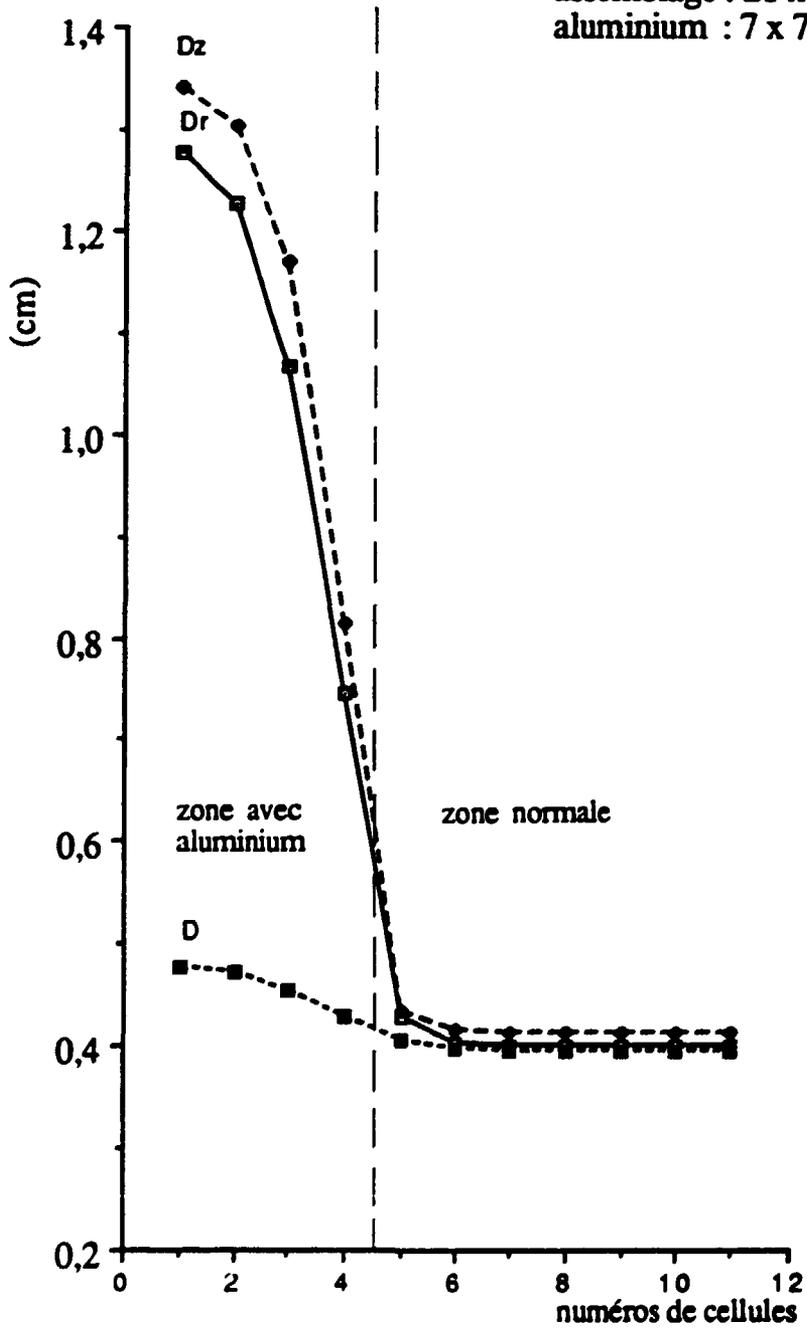


Figure 4.16. Distributions des coefficients de fuites dans le groupe thermique, dans la moitié d'un assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 7 x 7 cellules avec l'aluminium

### GROUPE RAPIDE

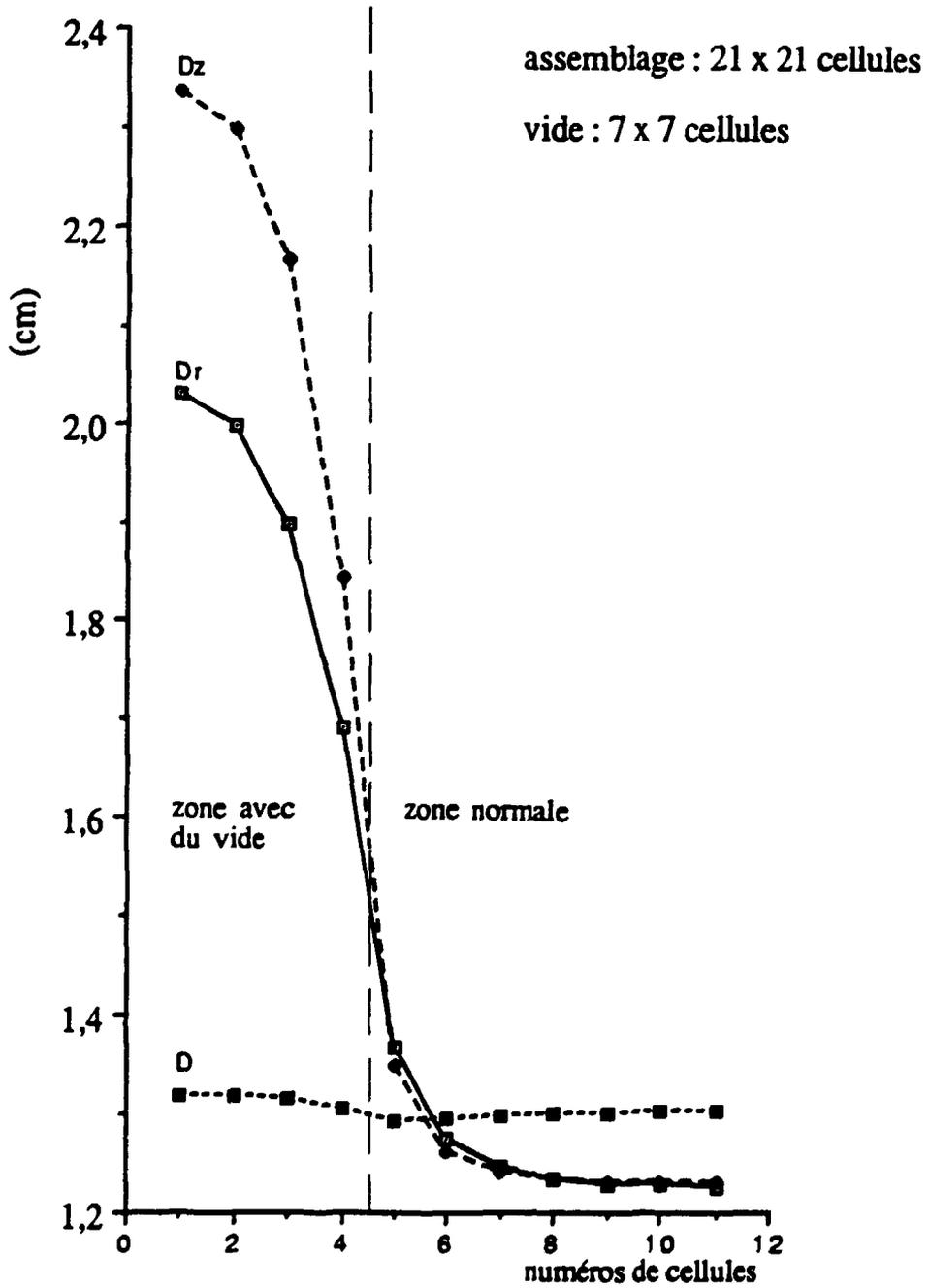


Figure 4.17. Distributions des coefficients de fuites dans le groupe rapide, dans la moitié d'un assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 7 x 7 cellules avec le vide

### GRUPE THERMIQUE

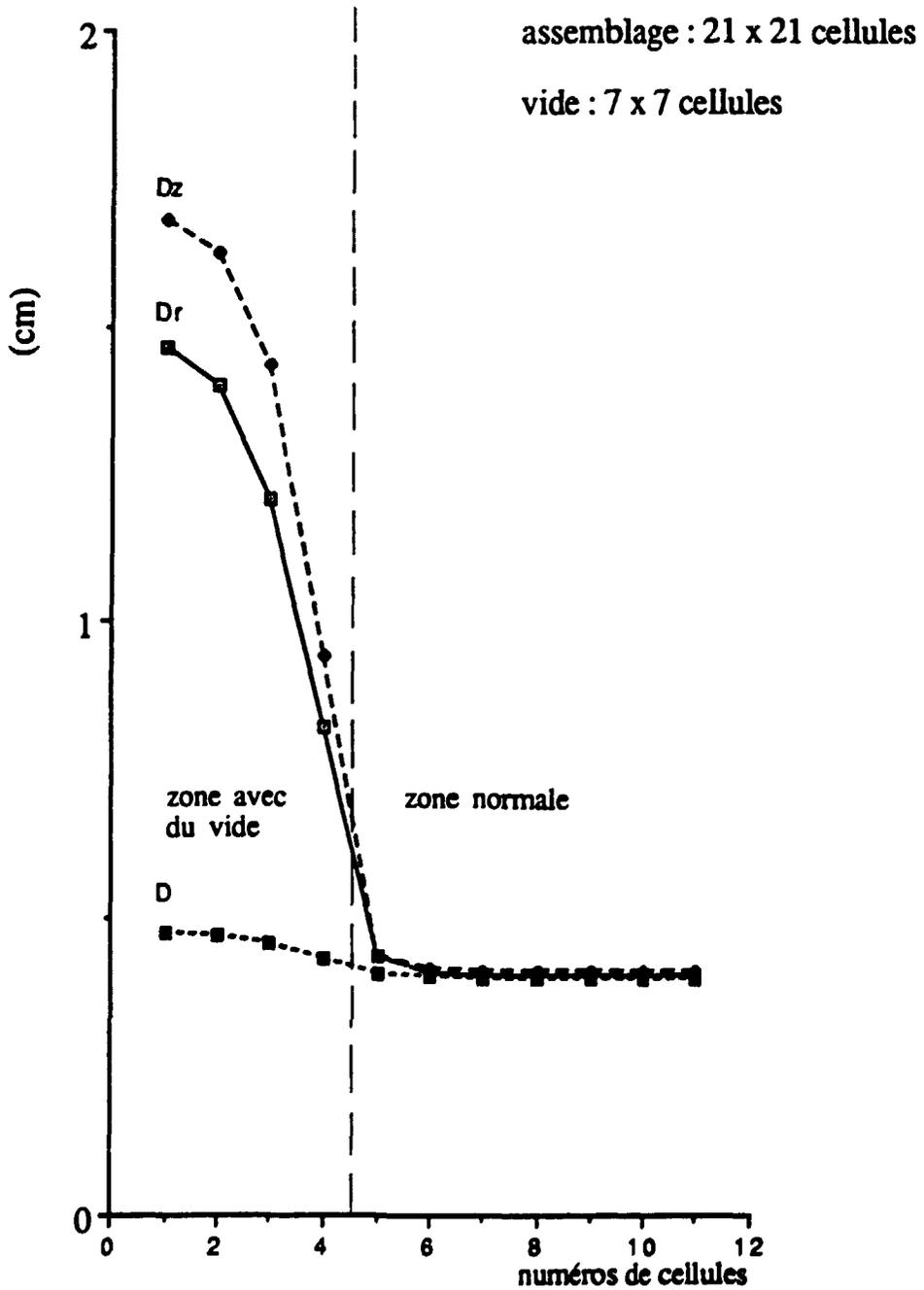


Figure 4.18. Distributions des coefficients de fuites dans le groupe thermique, dans la moitié d'un assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 7 x 7 cellules avec le vide

### GRUPE RAPIDE

assemblage : 21 x 21 cellules

vide : 11 x 11 cellules

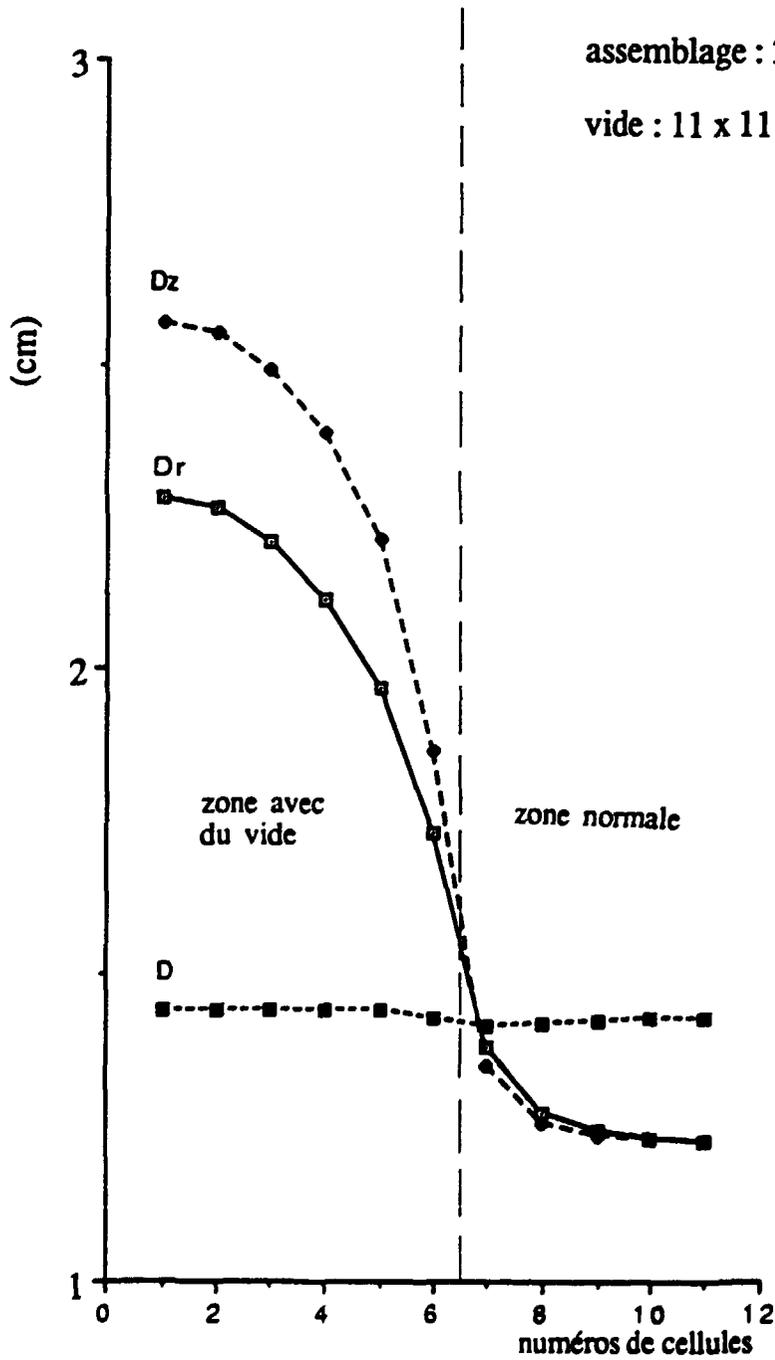


Figure 4.19. Distributions des coefficients de fuites dans le groupe rapide, dans la moitié d'un assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 11 x 11 cellules avec le vide

### GRUPE THERMIQUE

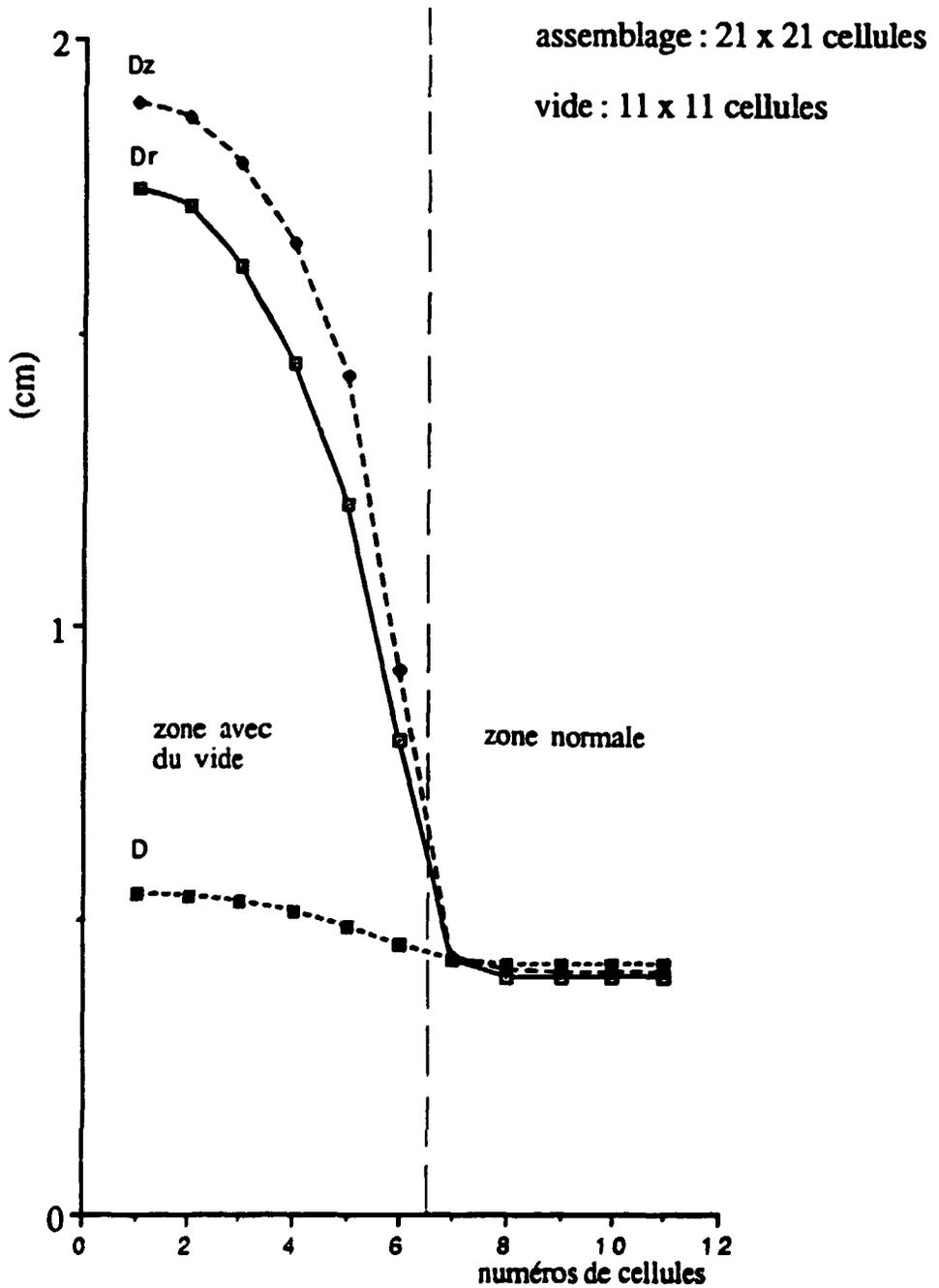


Figure 4.20. Distributions des coefficients de fuites dans le groupe thermique, dans la moitié d'un assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 11 x 11 cellules avec le vide

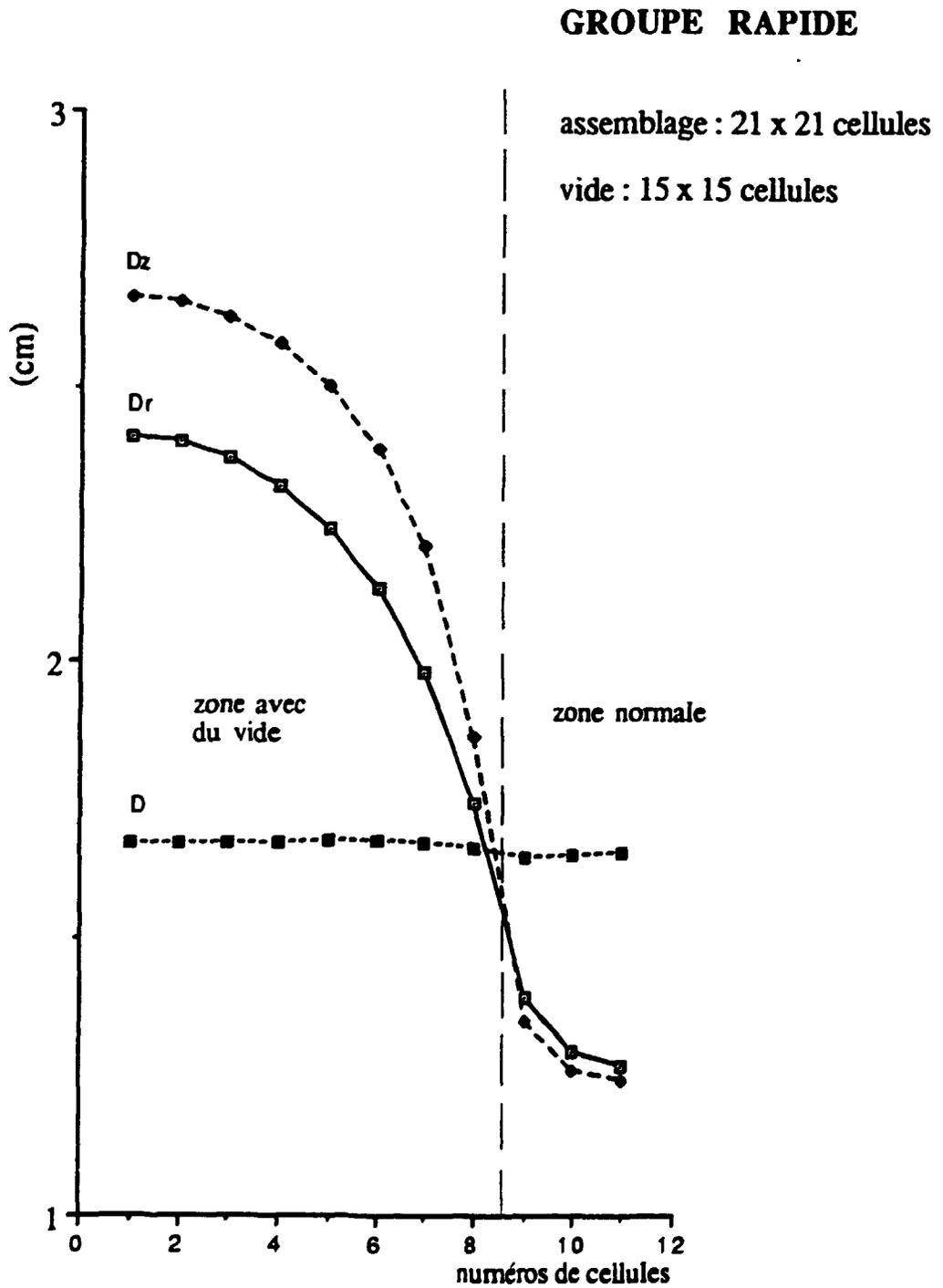


Figure 4.21. Distributions des coefficients de fuites dans le groupe rapide, dans la moitié d'un assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 15 x 15 cellules avec le vide

### GRUPE THERMIQUE

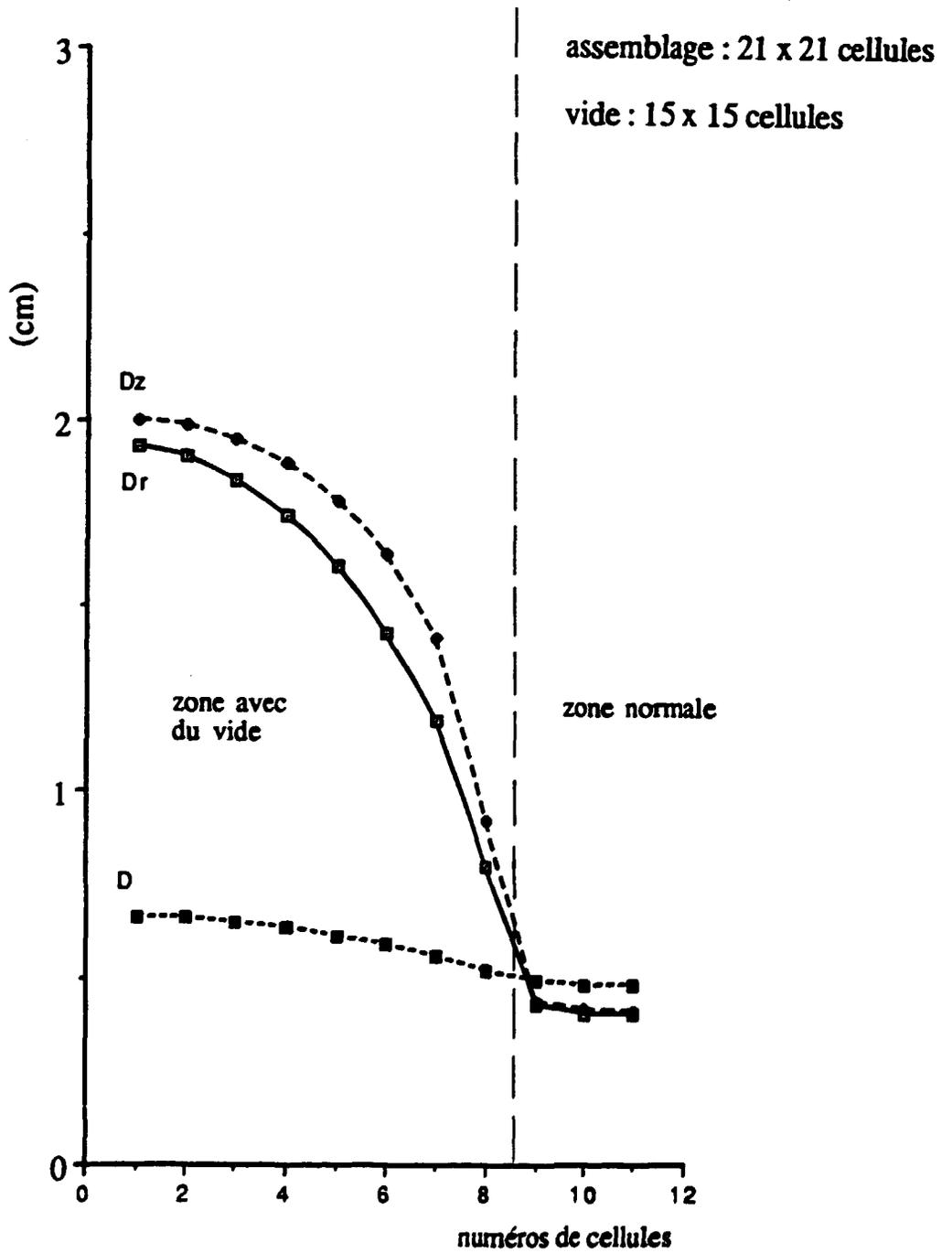


Figure 4.22. Distributions des coefficients de fuites dans le groupe thermique, dans la moitié d'un assemblage de 21 x 21 cellules contenant la zone de 15 x 15 cellules avec le vide

## 5. CONCLUSION

Le nouveau modèle théorique présenté ici, introduit comme module dans le code de transport APOLLO-2 sous le nom de TIBERE, permet de prendre en compte, dans le calcul fin d'un assemblage, en géométrie à deux dimensions x-y, l'influence de l'hétérogénéité de l'assemblage sur les fuites de neutrons. Cette méthode, basée sur le formalisme  $B_1$  hétérogène, qui suppose l'existence d'un mode fondamental, permet d'obtenir des coefficients de fuites dépendants de l'espace. Au prix d'un petit nombre d'approximation, cette méthode ne requiert que des outils mathématiques très voisins de ceux existants dans le code APOLLO-2. Le modèle TIBERE permet maintenant de définir les sections efficaces de fuites comme des sections efficaces d'absorption additionnelle, qui ont une dépendance énergétique et spatiale comme les autres sections efficaces. De même, il permet de définir des taux de fuites cohérents par cellule. Ceci a pour conséquence une modification de la procédure d'équivalence transport-transport ou transport-diffusion; on peut ainsi obtenir de manière parfaitement cohérente, à l'échelle d'une cellule, des sections efficaces homogénéisées pour chaque réaction et pour la fuite dans chaque direction. Ces paramètres serviront au calcul du coeur. L'étude de ce traitement hétérogène des fuites a été entreprise par suite de l'insuffisance du modèle homogène de fuites, particulièrement dans le cas où un assemblage contient des zones vides ou presque vides où l'effet de streaming peut devenir important.

Les calculs réalisés avec un assemblage de REP ont montré que, par rapport au traitement classique des fuites qui donne un coefficient de fuites uniforme dans tout l'assemblage, le traitement des fuites par TIBERE fournit des courants orientés qui sont loin de l'uniformité; par conséquent, les coefficients de fuites orientés varient à travers un assemblage. Cette variation est très prononcée dans le cas où l'assemblage comporte une région vidée. De même, il a été montré que le procédé classique de traitement des fuites sous-estime les fuites par rapport à TIBERE.

La modélisation par les calculs de l'expérience EPICURE, où, dans la zone centrale du coeur, l'eau est remplacée par de l'aluminium pour simuler le vide, a donné des résultats intéressants. On a comparé la distribution expérimentale du taux de fission à celles obtenues par les calculs du coeur en théorie de diffusion; ces calculs ont été effectués à partir de sections efficaces de réaction et de fuite par cellule obtenues par équivalence à partir de calculs en théorie du transport, soit par le procédé classique, soit par TIBERE. Ces comparaisons ont montré que, contrairement à ceux du procédé classique, les résultats du procédé TIBERE se situent nettement dans la marge d'erreur expérimentale. Plus précisément, le procédé classique de

calcul des fuites sous-estime la dépression du taux de fission dans la zone contenant l'aluminium (comparaison la plus frappante concerne le rapport du maximum au minimum du taux de fission); cette sous-estimation résulte du fait que le streaming est pris en compte de manière incorrecte dans le procédé classique (ce que montre également la comparaison des réactivités). Lorsque l'aluminium est remplacé par du vide, les calculs montrent que la sous-estimation de la dépression est encore plus prononcée, et ceci d'autant plus que la proportion de vide augmente, au moins jusqu'à un certain point.

Ce nouveau modèle de fuites pourrait être utilisé dans des calculs de REP avec d'autres types de combustible (par exemple MOX), ainsi que dans d'autres types de réacteurs, tels que les LMFBR, en particulier dans les assemblages de contrôle.

## ANNEXE I

### Quelques commentaires sur les termes de corrélation angulaire

Nous avons vu que la méthode TIBERE se déduisait du formalisme  $B_1$  hétérogène au prix de deux type d'approximation:

- l'approximation d'isotropie du flux angulaire  $\psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega})$  et d'anti-isotropie du flux angulaire  $\psi_{ak}(\bar{r}, \bar{\Omega})$ ,
- l'approximation concernant à négliger les termes de corrélation angulaire.

Ces deux approximations peuvent trouver une justification dans le fait que les termes qu'elles négligent disparaissent en effet identiquement à la limite où le réseau devient homogène.

Nous allons ici rappeler brièvement le sens physique des termes de corrélation angulaire. Dans l'équation  $B_1$  hétérogène (2.16), ces termes font apparaître d'une part le flux intégré  $\varphi_{ak}(\bar{r})$ , d'autre part les termes non diagonaux  $j_{akk}(\bar{r})$  (pour  $k \neq k'$ ) du tenseur courant. Ces deux types de termes sont antisymétriques par rapport à la composante  $r_k$  de  $\bar{r}$ , à l'échelle de l'assemblage. Mais les termes non diagonaux du courant sont certainement très petits, car ils mesurent l'influence des fuites dans une direction sur les fuites dans une autre direction. Le terme de corrélation angulaire le plus important est certainement celui faisant intervenir le flux antisymétrique  $\varphi_{ak}(\bar{r})$ . Pour simplifier l'illustration, supposons le choc isotrope (la généralisation au choc anisotrope est présentée dans le chapitre 2.2.1). La relation régissant le courant  $j_{akk}(\bar{r})$  devient alors

$$j_{akk}(\bar{r}) = \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \left[ \Omega_k^2 \varphi_s(\bar{r}') + \hat{\Sigma}_0(\bar{r}) \Omega_k \varphi_{ak}(\bar{r}') \right] \quad (I.1)$$

L'équation régissant le flux  $\varphi_{ak}(\bar{r})$  est

$$\varphi_{ak}(\bar{r}) = \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp[-\tau(\bar{r}, \bar{r}')] }{4\pi R^2} \left[ \Omega_k \varphi_s(\bar{r}') + \hat{\Sigma}_0(\bar{r}') \varphi_{ak}(\bar{r}') \right] \quad (I.2)$$

Supposons connue la fonction  $\varphi_s(\bar{r})$  qui, comme nous le savons, est symétrique à l'échelle de l'assemblage. Le flux  $\varphi_{ak}(\bar{r})$  est la solution de l'équation de transport avec une source très fortement anisotrope  $\Omega_k \varphi_s(\bar{r})$  (l'existence de cette solution étant garantie par le théorème de

Fredholm). Ecrivons les équations (I.2) et (I.1) en notation fonctionnelle, K étant ici l'opérateur intégral de transport

$$\varphi_{ak} = K(\Omega_k \varphi_s + \hat{\Sigma}_0 \varphi_{ak}) \quad (I.3)$$

et

$$j_{akk} = K(\Omega_k^2 \varphi_s + \hat{\Sigma}_0 \Omega_k \varphi_{ak}) \quad (I.4)$$

La solution  $\varphi_{ak}$  peut s'écrire sous la forme d'un développement en série de Liouville-Neuman (développement choc par choc), c'est-à-dire en puissance de  $\hat{\Sigma}_0$

$$\varphi_{ak} = K \Omega_k \varphi_s + K \hat{\Sigma}_0 K \Omega_k \varphi_s + (K \hat{\Sigma}_0)^2 K \Omega_k \varphi_s + \dots + (K \hat{\Sigma}_0)^{n-1} K \Omega_k \varphi_s + \dots \quad (I.5)$$

En substituant la solution  $\varphi_{ak}$  donnée par le relation (I.5) dans (I.4), nous obtenons

$$j_{akk} = K \Omega_k^2 \varphi_s + K \hat{\Sigma}_0 \Omega_k K \Omega_k \varphi_s + K \hat{\Sigma}_0 \Omega_k K \hat{\Sigma}_0 K \Omega_k \varphi_s + \dots + K \hat{\Sigma}_0 \Omega_k (K \hat{\Sigma}_0)^n K \Omega_k \varphi_s + \dots \quad (I.6)$$

Le premier terme de la série (I.6) représente clairement la contribution au courant  $j_{akk}$  des neutrons n'ayant pas subi de choc depuis la source  $\Omega_k \varphi_s$ ; le deuxième terme représente la contribution des neutrons ayant subi un choc; le n<sup>ème</sup> terme celle des neutrons ayant subi n+1 chocs. Par conséquent le premier terme fait apparaître la probabilité de première collision orientée et les autres termes concernent les probabilités de collision orientées de neutrons ayant déjà subi un jusqu'à n chocs; la somme de ces probabilités de collision orientées donne la probabilité de transport orientée de neutrons. Chaque probabilité de collision orientée concernant les neutrons ayant déjà subi au moins un choc tient compte de la corrélation angulaire entre deux parcours rectilignes de neutron séparés par des chocs.

Dans la méthode TIBERE nous avons admis l'approximation consistant à ne conserver que le premier terme. Cette approximation se justifie par le fait que les termes suivants, c'est-à-dire les termes de corrélation angulaire, résultent d'une source  $K \Omega_k \varphi_s$  qui est antisymétrique en  $r_k$ . Cette hypothèse revient à admettre que cette source peut être raisonnablement remplacée par sa valeur moyenne à l'échelle de l'assemblage (approximation dite du "flux plat"); cette valeur moyenne est évidemment nulle.

Cette approximation, qui aurait été inadmissible dans des réseaux très hétérogènes tels que ceux des réacteurs graphite-gaz ou eau lourde-gaz, nous paraît beaucoup plus acceptable dans des assemblages de REP, même vidés. En tout cas, est-ce une première approximation qui mériterait une étude plus approfondie. Cette étude a déjà été menée à bien en géométrie à une dimension, dans le cas d'une cellule cylindrique composée d'un nombre quelconque de milieux concentriques (code MARCO POLO [25,26]). Une étude à deux dimensions serait certainement souhaitable. L'avantage de la formulation TIBERE est sa simplicité, puisqu'elle ne fait intervenir que des probabilités de première collision, ce qui ne serait plus le cas si les termes de corrélation angulaire étaient pris en compte.

Une présentation simple des termes de corrélation angulaire est la suivante. En milieu homogène, on peut montrer que l'aire de diffusion  $L^2$ , qui est liée directement au coefficient de fuite, est égale dans chaque groupe au sixième du carré moyen du module du vecteur joignant le point de naissance du neutron à son point de disparition. Ce carré moyen est composé de la somme des carrés moyens des parcours élémentaires  $|\bar{r}_m|^2$ , plus la somme de produits scalaires moyens  $\overline{\bar{r}_m \cdot \bar{r}_n}$  de deux parcours séparés par  $l = m-n$  collisions

$$\bar{r} = \bar{r}_1 + \bar{r}_2 + \bar{r}_3 + \dots$$

$$|\bar{r}|^2 = \sum_m |\bar{r}_m|^2 + 2 \sum_m \sum_l \overline{\bar{r}_m \cdot \bar{r}_{m+l}} \quad (L.7)$$

Dans un milieu homogène, si le choc est isotrope, la contribution à l'aire de diffusion ne provient que des carrés moyens; les produits scalaires moyens s'annulent identiquement car la valeur moyenne de cosinus de l'angle est nulle. En d'autres termes, après une collision le neutron perd la mémoire de la direction du parcours précédent.

Par contre, ceci n'est plus vrai dans le cas de choc anisotrope par suite du fait que les produits scalaires moyens (termes de corrélation angulaire) ne sont pas nuls; ils contribuent à la section efficace de transport.

D'autre part, l'aire de diffusion dans un réseau dépend de la direction  $k$  (coordonnée  $k$  considérée), ce qui introduit une anisotropie dans la propagation des neutrons. Autrement dit, dans un milieu hétérogène, en particulier un réseau (après intégration spatiale sur les points de naissance du neutron), même si le choc est isotrope, les termes de corrélation angulaire ne s'annulent pas. Par conséquent, dans un réseau, le neutron après avoir subi un certain nombre de chocs garde la mémoire des parcours précédents. Dans ce cas, les carrés moyens des composantes  $k$  du vecteur  $\bar{r}$  des parcours élémentaires correspondent aux probabilités de première collision orientées  $P_{ij,k}$ , et les moyennes des produits scalaires des composantes de deux parcours élémentaires séparés par  $l$  collisions correspondent aux probabilités de  $(l+1)^{\text{ème}}$  collision orientée suivant  $k$ ,  $P_{ij,k}^{(l)}$ . Si la direction  $k$  est telle que la structure du réseau est uniforme dans cette direction et si de plus le choc est isotrope, les probabilités de collision d'ordre supérieur (termes de corrélation angulaire) s'annulent identiquement ( $l=0$ ) [7,8].

La première théorie du transport de neutron dans un réseau contenant des zones vides [6] suppose le calcul de l'aire de diffusion en se réduisant à la sommation des carrés moyens des parcours élémentaires; or nous venons de voir que cette propriété n'est valable que dans un milieu homogène dans l'hypothèse du choc isotrope. Il est alors évident que, cette théorie n'est absolument pas correcte car elle ne considère pas les termes de corrélation angulaire.

Pour comprendre physiquement le sens des termes de corrélation angulaire nous présentons ici un exemple simple; considérons un réseau à deux types de milieux contenant des zones vides séparées par une épaisseur de matière relativement grande par rapport au libre parcours moyen de ce milieu matériel. Le neutron qui vient de traverser une zone vidée, assez grande devant le libre parcours moyen de milieu matériel, a une plus grande probabilité de subir un long parcours s'il est diffusé vers l'arrière après le choc que s'il est diffusé vers l'avant. Cet effet, illustré sur la figure I.1., tend à diminuer l'aire de diffusion, et par conséquent le coefficient de fuite par suite du fait que le cosinus d'un angle obtus est négatif. Le coefficient de fuites sera d'autant plus diminué que la zone vidée est plus grande vis-à-vis du libre parcours moyen du milieu matériel.

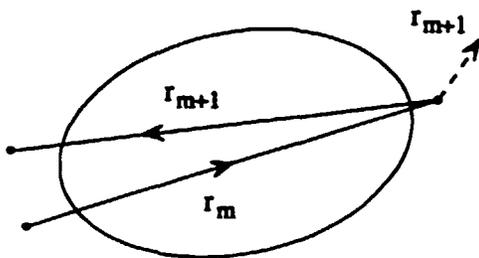


Figure I.1 Corrélation angulaire des parcours de neutrons après la traversée de la zone vidée

L'importance des termes de corrélation angulaire par rapport au terme principal dépend du degré d'hétérogénéité du réseau. Ce degré d'hétérogénéité influe sur la rapidité de la convergence du développement en série de Liouville-Neuman, équation (I.6). Si le réseau n'est pas trop hétérogène ce qui est le cas d'un REP ou d'un LMFBR, les termes de corrélation angulaire ne sont pas trop importants et ils doivent pouvoir être négligés, au moins en première approximation. Dans le cas de réseau très hétérogène comme ceux des réacteurs de l'ancienne filière graphite-gaz ou des réacteurs à l'eau lourde, les termes de corrélation angulaire jouent un rôle très important et diminuent fortement le coefficient de fuite radial. Au contraire, ces termes s'annulent identiquement dans le calcul du coefficient de fuite axial, au moins si le choc est isotrope (en géométrie à deux dimensions) [7,8,26].

Dans un schéma multigroupe, les termes de corrélation angulaire introduisent un couplage entre les groupes, même si le choc est isotrope. Le calcul de ces termes dans un groupe d'énergie fait alors intervenir les sections efficaces des autres groupes.

## ANNEXE II

### Première version de la procédure TIBERE

Avant d'établir la méthode TIBERE telle qu'elle est présentée dans ce mémoire, une première version, moins cohérente, avait été proposée. Dans cette version on calcule les coefficients de fuites en milieu homogénéisé (formalisme  $B_1$  homogène), en les corrigeant ultérieurement par un procédé  $B_1$  hétérogène simplifié. Ce procédé simplifié s'obtient en partant du système  $B_1$  hétérogène (2.16).

$$\begin{cases} \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_s + \Sigma \psi_s = \hat{\Sigma}_0 \varphi_s + \Sigma_1 \sum_k \Omega_k j_{sk} - \sum_k \sum_{k'} B_k B_{k'} \Omega_k \psi_{sk} \\ \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_{sk} + \Sigma \psi_{sk} = \hat{\Sigma}_0 \varphi_{sk} + \Sigma_1 \sum_{k'} \Omega_{k'} j_{skk'} + \Omega_k \psi_s \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Rappelons que les flux sont des vecteurs multigroupes et que les sections efficaces sont des matrices multigroupes. En appliquant les approximations exposées dans le chapitre 2.2, nous allons simplifier la deuxième équation du système. Tout d'abord nous allons remplacer dans le second membre de la deuxième équation du système (II.1), le flux angulaire  $\psi(\bar{r}, \bar{\Omega})$  par le flux moyenné sur l'angle solide  $4\pi$

$$\varphi_s(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_s(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\Omega \quad (\text{approximation isotrope})$$

Ensuite, compte tenu du comportement antisymétrique du flux intégré  $\varphi_{sk}(\bar{r})$  et des courants  $j_{skk'}(\bar{r})$  pour  $k' \neq k$ , nous admettons que ces quantités peuvent être remplacées par leurs valeurs moyennes à l'échelle d'un assemblage symétrique et réfléchi, on peut montrer qu'elles sont nulles par antisymétrie. En appliquant ces approximations la deuxième équation du système (II.1) devient

$$\bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \psi_{sk} + \Sigma \psi_{sk} = \Sigma_1 \Omega_k j_{skk} + \Omega_k \varphi_s \quad (\text{II.2})$$

Pour mettre à profit la technique des probabilités de collision, il convient de remplacer l'équation intégral-différentielle (II.2) par l'équation intégrale équivalente

$$j_{skk}(\bar{r}) = \int_{V_A} d^3r' \frac{\exp(-\tau(\bar{r}, \bar{r}'))}{4\pi R^2} \Omega_k^2 [\Sigma_1(\bar{r}') j_{skk}(\bar{r}') + \varphi_s(\bar{r}')] \quad (\text{II.3})$$

ou sous forme discrétisée

$$V_j \sum_j^g \tilde{j}_{akk,j} = \frac{1}{3} \sum_{i \in A} V_i P_{ij,k}^g \left[ \sum_{g'} \sum_{i,j}^{g' \rightarrow g} \tilde{j}_{akk,i}^g + \varphi_{s,i}^g \right] \quad (\text{II.4})$$

Dans le cadre du modèle de traitement de fuites, que nous considérons dans cette annexe, il est évident que la première équation du système  $B_1$  hétérogène (II.1) n'est pas utilisée et que nous ne connaissons pas le flux intégré  $\varphi_s(\bar{r})$ . La supposition que nous avons admise est que ce flux intégré sera la carte du flux critique obtenue par le calcul hétérogène à fuites homogène (formalisme  $B_1$  homogène). Nous avons alors tous les éléments pour calculer les courants orientés  $j_{akk}(\bar{r})$ . Mais il faut s'assurer du fait que le bilan, à l'échelle de l'assemblage, de toutes les réactions et des fuites est nul. Compte tenu des quelques approximations admises dans le calcul de la carte des courants  $j_{akk}(\bar{r})$ , ce n'est pas rigoureusement exact. En revanche nous savons que, à l'échelle de l'assemblage les taux de fuites par groupe d'énergie (fournis par APOLLO-2) sont compatibles avec les taux de réaction (d'APOLLO-2), calculés à partir du flux,  $\varphi_s(\bar{r})$  utilisé pour le calcul des courants. Nous avons donc renormalisé les courants dans chaque groupe d'énergie de la manière suivante

$$\tilde{j}_{akk}(\bar{r}) = \frac{D B_k^2 \int_{V_A} \varphi_s(\bar{r}) d^3r}{B_k^2 \int_{V_A} j_{akk}(\bar{r}) d^3r} j_{akk}(\bar{r}) \quad (\text{II.5})$$

De cette façon le taux de fuites global dans l'assemblage est bien celui calculé par le calcul hétérogène à fuites homogène (formalisme  $B_1$  homogène).

Sous forme discrétisée, nous avons

$$\tilde{j}_{akk,i}^g = \frac{D^g \sum_{i \in A} \varphi_{s,i}^g V_i}{\sum_{i \in A} j_{akk,i}^g V_i} j_{akk,i}^g \quad (\text{II.6})$$

Maintenant nous pouvons définir la carte des coefficients de fuites orientés

$$D_k(\bar{r}) = \frac{\tilde{j}_{akk}(\bar{r})}{\varphi_s(\bar{r})} = D \frac{j_{akk}(\bar{r}) \int_{V_A} \varphi_s(\bar{r}) d^3r}{\varphi_s(\bar{r}) \int_{V_A} j_{akk}(\bar{r}) d^3r} \quad (\text{II.7})$$

où

$$D_{k,i}^g = D^g \frac{j_{akk,i}^g \sum_{i \in A} \varphi_{s,i}^g V_i}{\varphi_{s,i}^g \sum_{i \in A} j_{akk,i}^g V_i} \quad (\text{II.8})$$

Les coefficients de fuites orientés que nous avons obtenus, sont maintenant compatibles avec les autres sections efficaces en ce sens qu'ils sont définis dans chaque région (cellule). Nous pouvons donc définir les taux de réaction et de fuite par cellule, de manière tout à fait cohérente, ce qui est nécessaire pour le calcul d'équivalence.

Mais, il faut souligner que les coefficients de fuites orientés obtenus de cette manière sont en fait des coefficients de fuites calculés par le formalisme  $B_1$  homogène, corrigés ultérieurement par un procédé  $B_1$  hétérogène simplifié.

Comme le procédé de calcul des cartes de coefficients de fuites orientées, que nous venons de présenter, n'influe pas, sur la carte de flux et par conséquent ne change pas les taux de réaction par région (cellule) et le taux de fuite par assemblage, il n'est pas possible de voir l'effet de ces nouveaux coefficients de fuites sur la réactivité de l'assemblage. Pour ceci, nous avons établi un procédé approximatif.

On sait qu'en milieu homogène, l'aire de migration  $M^2(B_0)$  permet de relier le facteur de multiplication effectif  $K$  au laplacien  $B_0$

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_\infty} \left[ 1 + M^2(B_0) B_0^2 \right] \quad (\text{II.9})$$

Dans un réseau hétérogène, il apparaît une anisotropie dans la fuite des neutrons et la relation devient

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_\infty} \left[ 1 + \sum_{k=x,y,z} M_k^2(\bar{B}) B_k^2 \right] \quad (\text{II.10})$$

où  $M_k^2(\bar{B})$  est l'aire de migration directionnelle, qui sera calculée par l'expression approximative

$$M_k^2(\bar{B}) = M_k^2(0) \frac{M_{\text{hom}}^2(B_0)}{M_{\text{hom}}^2(0)} \quad (\text{II.11})$$

où  $M_k^2(0)$  est l'aire de migration du réseau calculée à laplacien nul et où  $M_{\text{hom}}^2(B_0)$  est l'aire de migration du milieu homogène défini par pondération des sections efficaces sur la carte de flux. L'aire de migration  $M_{\text{hom}}^2(B_0)$  est calculée pour la valeur  $B_0$  du laplacien critique du milieu homogène (obtenue par le procédé classique de traitement de fuites d'APOLLO-2). Le calcul de  $M_{\text{hom}}^2(0)$  est un cas particulier de calcul de  $M_k^2(0)$ . La relation (II.11) de  $M_k^2(\bar{B})$ , bien que n'étant qu'approximative, devrait permettre de prendre en compte la migration des neutrons en milieu hétérogène.

Nous allons maintenant exposer le calcul de l'aire de migration  $M_k^2(0)$  d'un réseau à la limite d'un laplacien nul. Utilisant la relation d'adjonction ainsi que le développement du flux angulaire microscopique limité au premier ordre en  $B$ , on obtient [17]

$$M_k^2(0) = K_\infty \frac{\langle \psi_0, \Omega_k \psi_{ak} \rangle}{\langle \psi_0, F \psi_0 \rangle} \quad (\text{II.12})$$

avec

$$\langle \cdot, \cdot \rangle = \int_E dE \int_{V_A} d^3r \int_{4\pi} d\Omega$$

où  $\psi_0^\circ$  est le flux angulaire adjoint et indépendant des fuites ( $B = 0$ ), et  $\psi_{ak}$  est le flux angulaire antisymétrique que nous avons défini dans le chapitre 2; enfin  $F\psi_0$  représente la source de fission.

Pour éliminer les flux angulaires dans l'expression (II.12), et ne conserver que des quantités intégrées sur les directions, on est conduit à admettre l'approximation suivante. Le flux angulaire adjoint  $\psi_0^\circ(\bar{r}, \bar{\Omega}, E)$  sera supposé isotrope

$$\psi_0^\circ(\bar{r}, E) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_0^\circ(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) d\Omega$$

L'expression de l'aire de migration devient

$$M_k^2(0) = K_\infty \frac{\int_{V_A} d^3r \int_0^\infty dE \psi_0^\circ(\bar{r}, E) j_{akk}(\bar{r}, E)}{\int_{V_A} d^3r \int_0^\infty dE \psi_0^\circ(\bar{r}, E) \chi(E) \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(\bar{r}, E') \psi_0(\bar{r}, E')} \quad (\text{II.13})$$

où

$$j_{akk}(\bar{r}, E) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_{ak}(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) \Omega_k d\Omega$$

$$\psi_0(\bar{r}, E) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi_0(\bar{r}, \bar{\Omega}, E) d\Omega$$

Notons que maintenant  $j_{akk}(\bar{r}, E)$  est calculé d'après la relation (II.3) où  $\varphi_s(\bar{r}) = \varphi_0(\bar{r})$ , c'est-à-dire pour  $B = 0$ .

Il faut insister sur le fait que le flux adjoint  $\psi_0^\circ(\bar{r}, E)$ , qui est celui qui nous intéresse, n'est pas le flux solution de l'équation intégrale adjointe, mais la solution de l'équation intégrale où les matrices de transfert sont remplacées par leurs adjointes et où les spectres et les sources de fission sont interchangés. Ceci découle du fait que la solution de l'équation intégral-différentielle adjointe n'est pas égale à la solution de l'équation intégrale adjointe; elle est égale à la solution de l'équation intégrale de transport où les variables d'énergie sont interchangées [32].

Dans l'approximation du flux plat dans chaque zone de calcul la relation (II.13) devient

$$M_k^2(0) = K_\infty \frac{\sum_{i \in A} \sum_g \varphi_{0,i}^g j_{akk,i}^g V_i}{\sum_{i \in A} \sum_g \sum_{g'} \varphi_{0,i}^g V_i \chi_i^g \nu \Sigma_{f,i}^{g'} \varphi_{0,i}^{g'}} \quad (\text{II.14})$$

L'aire de migration  $M_{\text{hom}}^2(0)$  se calcule à partir de la relation (II.14) dans le cas particulier d'un milieu homogénéisé. Par exemple, dans le cas de l'approximation du choc isotrope nous avons

$$M_k^2(0) = \frac{K_\infty}{3} \frac{\sum_g \sum_{i \in A} \sum_{j \in A} \varphi_{0,j}^{*g} V_i \varphi_{0,i} \frac{P_{ij,k}^g}{\Sigma_i^g}}{\sum_g \sum_{g'} \sum_{i \in A} \varphi_{0,i}^{*g} V_i \chi_i^g \nu \Sigma_{f,i}^{g'} \varphi_{0,i}^{g'}} \quad (\text{II.15})$$

et

$$M_{\text{hom}}^2(0) = \frac{K_\infty}{3} \frac{\sum_g \overline{\varphi_0^g} \overline{\varphi_0^g} \frac{1}{\Sigma^g}}{\sum_g \sum_{g'} \overline{\varphi_0^g} \overline{\chi^g} \nu \Sigma_{f,i}^{g'} \overline{\varphi_0^g}} \quad (\text{II.16})$$

où les traits représentent les grandeurs physiques homogénéisées par pondération sur le flux.

Rappelons que le  $M_{\text{hom}}^2(B_0)$  peut se calculer par la relation suivante

$$M_{\text{hom}}^2(B_0) = \frac{\int_{V_A} d^3r \int_E dE D(E) \varphi(\vec{r}, E)}{\int_{V_A} d^3r \int_E dE [\Sigma_a(\vec{r}, E) - \Sigma_{\text{esc}}(\vec{r}, E)] \varphi(\vec{r}, E)} \quad (\text{II.17})$$

où le flux  $\varphi(\vec{r}, E)$  est le flux critique dans un assemblage dans lequel le coefficient de fuite  $D(E)$  est obtenu pour l'assemblage homogénéisé (formalisme  $B_1$  homogène).

Finalement en utilisant les relations (II.9) et (II.10) nous obtenons

$$\delta\left(\frac{1}{K}\right) = \frac{1}{K_\infty} \left[ \sum_{k=x,y,z} M_k^2(\bar{B}) B_k^2 - M_{\text{hom}}^2(B_0) B_0^2 \right]$$

ce qui est une estimation en réactivité de l'effet de l'hétérogénéité du réseau sur les fuites de neutrons.

## REFERENCES

- [1] K.M. CASE, F. DE HOFFMANN, G. PLACZEK  
Introduction to the Theory of Neutron Diffusion  
Los Alamos (1953).
- [2] K.M. CASE, P.F. ZWEIFFEL  
Linear Transport Theory  
Addison-Wasley (1967).
- [3] J.J. DUDERSTADT, W.R. MARTIN  
Transport Theory  
John Wiley & Sons, New York (1979).
- [4] E.E. LEWIS, W.F. MILER  
Computational Methods of Neutron Transport  
John Wiley & Sons, New York (1984)
- [5] J. BUSSAC, P. REUSS  
Traité de neutronique  
Hermann, Paris (1978).
- [6] D.J. BEHRENS  
The Effect of Holes in a Reacting Material on the Passage of Neutrons  
Proc. Phys. Soc., **62**, 607 (1949).
- [7] P. BENOIST  
Théorie du Coefficient de Diffusion des Neutrons dans un réseau comportant des cavités  
Rapport CEA - R - 2278 (1964).
- [8] P. BENOIST  
Streaming Effects and Collision Probabilities in Lattices  
Nucl. Sci. Eng., **34**, 285 (1968).
- [9] A. HOFFMANN, F. JEANPIERRE, A. KAVENOKY, M. LIVOLANT et J. LORAIN  
APOLLO: Code Multigroupe de Résolution de l'Equation du Transport pour les Neutrons  
Thermiques et Rapides  
Note CEA - N- 1610, Saclay (1973).
- [10] A. KAVENOKY  
APOLLO: A General Code for Transport, Slowing-down and Thermalization Calculations in  
Heterogeneous Media  
Conf. 73044P1, Ann Arbor, Michigan (1973).
- [11] R. SANCHEZ, J. MONDOT, Z. STANKOVSKI, A. COSSIC et I. ZMIJAREVIC  
APOLLO-2: A User-Oriented, Portable, Modular Code for Multigroup Transport Assembly  
Calculations  
Proc. 12<sup>th</sup> Int. Top. Mtg. Advances in Reactor Physics, Mathematics and Computation,  
ANS/ENS, **3**, 1563, Paris (1987).

- [12] R. SANCHEZ  
Le code APOLLO-2  
Rapport DMT/90-027, Saclay (1990).
- [13] R. SANCHEZ  
Approximate Solutions of the Two-Dimensional Integral Transport Equations by Collision Probability Method  
Nucl. Sci. Eng. **64**, 386-404 (1977).
- [14] Z. STANKOVSKI  
Traitement par la Méthode de Galerkin du transport des neutrons dans un milieu hétérogène à géométrie X-Y  
Thèse de 3ème cycle, Belgrade (1978).
- [15] A. KAVENOKY, M. LAM-HIME et Z. STANKOWSKI  
Improvements of the Integral Transport Theory Method  
Proc. Top. Mtg. on Computational Methods in Transport Theory, ANS, Williamsburg, **II**, 7- 55 (1979).
- [16] P. BENOIST  
Homogenization Theory in Reactor Lattice  
Note CEA-N-2471, Saclay (1986).
- [17] V.C. DENIZ  
The Theory of Neutron Leakage in Reactor Lattices  
CRC Handbook of Nuclear Reactor Calculations, **II**, 409-508 (1986).
- [18] V.C. DENIZ  
A New Consistent Definition of the Homogenized Diffusion Coefficient in a Lattice  
Proc. Specialists Mtg on Homogenization Method In Reactor Physics. AIEA, Lugano (1978).
- [19] A. KAVENOKY  
The SPH Homogenization Method  
Proc. Specialists Mtg on Homogenization Methods in Reactor Physics  
AIEA, Lugano, p. 181 (1978).
- [20] J. MONDOT  
Détermination de constantes équivalentes pour les calculs de diffusion aux différences finies  
AIEA, Lugano, p. 389 (1978).
- [21] A. HEBERT  
Développement de la Méthode SPH: Homogénéisation de cellules dans un réseau non Uniforme et Calcul des Paramètres de Réflecteurs  
Note CEA-N-2209, Saclay (1981).
- [22] D.C. LESLIE  
Weighting of Diffusion Coefficients in Cell Calculations  
Reactor Science and Technology, **16**, 1 (1962).

- [23] **M. LAM-HIME**  
Homogénéisation: Résolution de l'équation de transport en mode fondamental. Définition et calcul des coefficients de diffusion de cellules unidimensionnelles planes  
Thèse du 3ème cycle, Orsay (1980).
- [24] **P. BENOIST, I. PETROVIC**  
TIBERE: Une méthode de calcul de l'effet de l'hétérogénéité d'un réseau sur les fuites de neutrons  
Note CEA-N-2707, Saclay (1992).
- [25] **P. BENOIST**  
Integral Transport Theory Formalism for Diffusion Coefficients Calculations in Wigner-Seitz Cells  
Nucl. Sci. Eng., 77, 1-12 (1981).
- [26] **C. YANG et P. BENOIST**  
Scattering Anisotropy and Neutron Leakage in Reactor Lattices  
Nucl. Sci. Eng., 86, 47-62 (1984).
- [27] **J. ROWLANDS**  
Communication privée  
Winfrith (1987).
- [28] **R.A. BONALUMI**  
Rigorous Homogenized Diffusion Theory Parameter for Neutrons  
Nucl. Sci. Eng., 77, 219 (1981).
- [29] **P. KÖHLER, J. LIGOU**  
Axial Neutron Streaming in Gas-Cooled Reactors.  
Nucl. Sci. Eng., 54, 357-360 (1974).
- [30] **P. BENOIST**  
A Simple Model for the Calculation of the Sodium-Voiding Effect on Neutron Leakages in a Fast Reactor Lattice, I Formalism  
Nucl. Sci. Eng., 86, 22-40 (1984).
- [31] **P. BENOIST, T. DURACZ**  
A Simple Model for the Calculation of the Sodium-Voiding Effect on Neutron Leakages in a fast Reactor Lattice, II Numerical Results for Hexagonal lattices  
Nucl. Sci. Eng., 86, 41-46 (1984).
- [32] **P. BENOIST**  
Propositions pour le calcul du Laplacien critique d'un réseau de REP ou de RSM  
Note CEA-N-2619, Saclay (1989).
- [33] **P. BENOIST, I. PETROVIC and Z. STANKOVSKI**  
Improvements in the Computational Methods of Nuclear Reactor Assemblies  
Specialists Mtg. on Advanced Computational Methods for Power Reactors, IAEA, IAEA-TECDOC 678, 20, Cadarache (1990).

- [34] P. BENOIST, I. PETROVIC and Z. STANKOVSKI  
Improvements in Leakage Calculations of Nuclear Reactor Assemblies and Consistent Definition of Cell Leakage Coefficients by an Equivalence Procedure  
Proc. Int. Top. Mtg. Advances in Mathematics, Computations and Reactor Physics, ANS/ENS, 3, 15.2, Pittsburgh (1991).
- [35] P. BENOIST, J. MONDOT, I. PETROVIC  
Calculational and Experimental Investigations of Void Effect. A New Model for Leakage Treatment of Heterogeneous Assembly  
Proc. Int. Conf. on Mathematical Methods and Supercomputing in Nuclear Application, ANS/ENS, 1, 113, Karlsruhe (1993).
- [36] R. SANCHEZ, N.J. McCORMICK  
A Review of Neutron Transport Approximation  
Nucl. Sci. Eng., 80, 481-535 (1982).
- [37] R. SANCHEZ  
Communication privée  
Saclay (1991).
- [38] J. MONDOT, J.C. GAUTHIER, P. CHAUCHEPRAT, J.P. CHAUVIN, C. GARZENNE, J.C. LEFEVRE, A. VALLEE  
EPICURE: An Experimental Program Devoted to the Validation of the Calculational Schemes for Plutonium Recycling in PWRs  
Proc. Int. Conf. on Reactor Physics, PHYSOR, ANS/ENS, 1, VI-53, Marseille (1990).
- [39] J.J. LAUTARD, S. LOUBIERE, C. FEDON-MAGNAUD  
CRONOS: A Modular Computational System for Neutronic Core Calculations  
Spec. Mtg. on Advanced Calculational Methods for Power Reactors, IAEA, Cadarache (1990).
- [40] C. FEDON-MAGNAUD  
Communication privée  
Saclay (1992).
- [41] J.P. CHAUVIN, P. FOUGERAS  
Effet en réactivité des configurations "Arcure de crayons" et "vide local"  
Note technique, CEA/CEN/DRN/DER/SPRC, 91-183, Cadarache (1991).
- [42] A. NICOLAS, P. FOUGERAS, J.P. CHAUVIN  
EPICURE: Configuration UH 1.2, Expériences "vide local", Résultats expérimentaux.  
Note technique, CEA/CEN/DRN/DER/SPRC, 92-031, Cadarache (1992).
- [43] A. HEBERT  
Consistent Technique for the Pin-by-Pin Homogenization of a Pressurized Water Reactor Assembly.  
Nucl. Sci. Eng., 113, 227-238 (1993).

*Edité par*  
*le Service de Documentation*  
*et d'Édition Multimédia du CE Saclay*  
*Centre d'Études de Saclay*  
*91191 GIF-sur-YVETTE Cédex (France)*