THESIS / THÈSE

MASTER EN SCIENCES INFORMATIQUES

Utilisation de la séparabilité dans les modèles énergétiques : conception et programmation

Guillaume, Gilbert; Guiot, Didier

Award date:
1984

Awarding institution:
Universite de Namur

FACULTES UNIVERSITAIRES NOTRE-DAME DE LA PAIX (NAMUR)

Institut d'Informatique

UTILISATION DE LA SEPARABILITE DANS LES MODELES ENERGETIQUES: CONCEPTION ET PROGRAMMATION

Directeur : F LOUVEAUX

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de Licencié et Maître en Informatique par

GUILLAUME GILBERT

et

GUIOT DIDIER

année académique 83-84

Qu'il nous soit avant tout permis de remercier Monsieur le professeur F. Louveaux. Son assistance dévouée, ses critiques et ses conseils judicieux nous furent d'un très grand secours. Qu'il trouve ici l'expression de nos plus vifs remerciements.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

L'incertitude joue un rôle important dans les modèles énergétiques à long terme.

Une façon habituelle de la prendre en compte consiste à définir un certain nombre d'alternatives, c'est-à-dire construire un arbre de décision.

Les approches classiques de programmation nous obligent à décrire le problème sous forme extensive (description complète du modèle en chaque noeud de l'arbre). Elles apparaissent donc peu pratiques, surtout lorsqu'on est en face d'un modèle multi-périodes dont le nombre d'aléas est élevé et dont les variables et contraintes sont nombreuses. C'est pourquoi, il existe peu de modèles énergétiques stochastiques avec optimisation.

Si l'on veut résoudre un modèle stochastique à long terme, il faut donc user de techniques particulières. L'utilisation de la propriété de "blocs séparables" que les programmes stochastiques multi-périodes possèdent naturellement ou peuvent être amenés à posséder, en est une.

Si le problème est vu comme un ensemble de sous-problèmes définis en chaque noeud de l'arbre de décision, la propriété de "blocs séparables" signifie premièrement, que le vecteur de décision de chaque sous-problème est formé de deux vecteurs; un vecteur de niveau global et un vecteur de niveau détaillé, et deuxièmement que la fonction objectif et les contraintes sont, relativement à ces deux vecteurs, mathématiquement séparables.

Dans ce mémoire, nous utilisons cette propriété dans un cas précis de modèle énergétique, rassemblant des technologies électriques et non électriques utilisées pour satisfaire les demandes en énergie.

La séparabilité nous permettra de définir deux sous-problèmes, l'un détaillé traitant des opérations courantes (de la période), l'autre global, traitant des opérations à long terme (investissements).

L'objet de ce travail est de résoudre le sous-problème détaillé. Sa résolution permettrait de faire un grand pas dans la résolution du problème complet.

La structure de mémoire est la suivante.

Dans la première partie, nous définissons un modèle énergétique multi-périodes, point de départ de notre travail.

Dans la seconde partie, nous soulignons les difficultés d'une approche classique de résolution et exprimons les conditions d'une approche "blocs séparables".

La troisième partie, la plus importante traite de la résolution du sous-problème détaillé. Comme nous le verrons, celui-ci consiste à maximiser une fonction quadratique concave soumise à un système de contraintes linéaires. Une décomposition du sous-problème et la recherche de priorités dans les technologies utilisées nous permettront de simplifier la résolution. Pour garantir l'intérêt du travail, nous généraliserons d'abord le modèle de départ en opérant sur un nombre quelconque d'équipements.

PREMIERE PARTIE

POSITION DU PROBLEME

CHAPITRE I

FORMULATION D'UN MODELE DE DEPART : MODELE ENERGETIQUE MULTI-PERIODES

Dans ce chapitre, nous allons décrire de façon précise le modèle qui servira de base à notre travail. Celui-ci se situe dans le cadre du développement énergétique.

Le modèle rassemble un certain nombre d'équipements appartenant à différents secteurs d'activité et ayant pour but la production ou la conversion de l'énergie.

Les équipements choisis ne font évidemment pas le tour de toutes les techniques existantes. Cependant nombre d'équipements contribuent de la même façon à la fonction objectif et sont soumis aux mêmes types de contraintes, d'où l'intérêt d'un choix limité d'équipements représentatifs.

Les autres techniques ou activités, liées à d'autres ressources seront prises en compte dans une généralisation du modèle au chapitre quatre.

Nous nous attacherons également à la définition de la fonction objectif et des contraintes ainsi qu'à leur formulation mathématique.

On remarquera à ce niveau, la présence de variables et de contraintes (variables de décision d'investissements, contraintes de transfert de capacités d'une période à la suivante) faisant de notre modèle un problème de programmation multi-périodes.

A) Les secteurs d'activité et leurs équipements.

1. Les approvisionnements en énergie primaire.

Le secteur concerne la production des énergies de base telles le pétrole, le gaz, le charbon et l'uranium.

Les techniques envisagées sont souvent des techniques d'extraction ou des procédés d'importation de ces ressources.

Certaines ressources sont converties par des technologies appropriées (charbon); d'autres (pétrole) contribuent directement à la satisfaction de la demande en énergie.

Nous envisageons les activités suivantes (avec en regard l'unité correspondante).

activités	unité
OLTRD : importation de pétrole	PCAL (=10^{15} calories)
OLEX : extraction de pétrole	PCAL
HCTRD : importation de charbon brut	PCAL
HCEX : extraction de charbon brut	PCAL
NUEX : extraction d'uranium	PCAL

A chacune de ces activités correspondent des facteurs techniques ou économiques :

1) IC : coût d'investissement
2) FC : coût fixe
3) VC : coût variable (de fonctionnement)
4) TL : durée de vie technique
5) UR : taux d'utilisation de l'équipement
6) CE : coéfficient de conversion (dû à des différences d'unité)

2. Le secteur du charbon.

Le charbon a toujours occupé une place très importante dans la politique énergétique de la CEE, même si aujourd'hui, il est quelque peu en perte de vitesse. Son utilisation dans les secteurs énergétiques fait l'objet de nombreuses techniques : on citera à titre d'exemple les procédés nouveaux de liquéfaction ou de gazéification du charbon (procédés de conversion du charbon en énergies non électriques : fabrication de carburants, élaboration de gaz substituts du gaz naturel, fabrication de gaz de synthèse destinés à l'industrie chimique, ...). Le charbon voit également son utilisation dans la production d'électricité et il n'est pas rare de remarquer l'usage du charbon dans les centrales électriques.

Dans notre modèle, nous retiendrons deux équipements énergétiques de traitement du charbon; le premier sera utilisé à des fins non électriques et sera un procédé de liquéfaction du charbon brut, le second sera un procédé de génération d'électricité.

Nous les noterons :

techniques	unité
HCPWS : utilisation du charbon dans la production d'électricité	GWY (=10^9 watt/année)
HCLIQ : liquéfaction du charbon	PCAL (= IO^{15} calories)

Les facteurs techniques et économiques associés à ces équipements sont les mêmes que dans le secteur d'approvisionnement.

3. Le secteur nucléaire.

Les dernières années ont été marquées par une augmentation de la part de l'électricité dans la demande finale d'énergie. Dans cette production, l'électricité d'origine nucléaire prend de plus en plus le pas sur l'approvisionnement des centrales électriques par le charbon, les fuels ou le gaz.

Les centrales nucléaires renferment trois types différents de réacteurs qui constitueront autant d'équipements au sein de notre modèle:

- Le réacteur à haute température (HTR) qui est un réacteur thermique fonctionnant à l'uranium et refoulant de l'uranium pouvant être recyclé.
- Le réacteur à eau pressurisée (PWR) brûlant aussi bien de l'uranium que du plutonium et déchargeant de ces deux matières.
- Le réacteur auto-générateur (FBR) brûlant et refoulant du plutonium.

L'unité correspondante de ces trois équipements est évidemment celle d'un équipement producteur d'électricité, à savoir GWY (10^9 watt/année). On note également la présence des facteurs techniques et économiques définis au point 1.

4. Le secteur solaire.

L'énergie solaire constitue certainement une source d'approvisionnement qu'il ne faut pas négliger dans notre modèle. Son usage en est surtout fait dans le secteur de la production électrique (centrales utilisant les cellules photovoltaïques, centrales de conversion de l'énergie solaire en électricité) et dans une moindre mesure dans le secteur domestique (panneaux solaires).

La façon dont ces équipements contribuent à la fonction objectif est fort semblable et les contraintes qui leur sont associées sont toutes d'un même type; c'est pourquoi nous n'envisageons pour le moment qu'une seule technologie.

technique	unité
STEC : équipement de conversion soleil-électricité	GWY (10^9 watt/année)

5. Conclusion.

Nous pouvons reprendre les équipements et activités décrits ci-dessus et les ranger selon leur utilisation.

-Les installations génératrices d'électricité (contribuent à la satisfaction de la demande électrique).

ELEC = {HCPWS, PWR, HTR, FBR, STEC}

- Les équipements ou activités contribuent à la satisfaction de la demande en énergie non électrique.

NELE = {OLEX, OLTRO, HCLIQ}

- Les activités intermédiaires :

HCEX, HCTRD, NUEX.

B) Variables du problème.

La formulation de la fonction objectif et des contraintes nécessite la définition préliminaire de variables qui sont soit des variables de décision, soit des variables d'état.

Soit $i=1,\dots,11$: index de l'ensemble des 11 équipements.

Variables de décision.

DEL^t : demande en énergie électrique durant la période t.

DNE^t : demande en énergie non électrique durant la période t.

D_i^t : décision d'accroissement de capacité de l'équipement n° i durant la période t (investissement).

Pu_{in}^t : quantité annuelle de plutonium nécessaire au fonctionnement d'un PWR.

UR_{in}^t : quantité annuelle d'uranium nécessaire au fonctionnement d'un PWR.

Variables d'état.

C_i^t : capacité de l'équipement n°i durant la période t.

E_i^t : quantité de la ressource i extraite ou importée jusqu'à la période t.

$URST^t$: état du stock d'uranium durant la période t.

$PUST^t$: état du stock de plutonium durant la période t.

C) Formulation de la fonction objectif.

L'objectif poursuivi est un objectif économique; il consiste à satisfaire les demandes en énergies électrique et non électrique à leur niveau maximum à partir des technologies dont nous disposons.

Il nous faut donc considérer l'impact de ces équipements sur la production sans oublier les coûts d'investissement et de fonctionnement.

Nous rappelons ci-dessous, en les numérotant, les équipements présents dans notre modèle.

numéro (i)	équipement	unité
1	HCPWS	GWY
2	HCLIQ	PCAL
3	FBR	GWY
4	PWR	GWY
5	HTR	GWY
6	OLEX	PCAL
7	OLTRD	PCAL
8	HCEX	PCAL
9	HCTRD	PCAL
10	NUEX	PCAL
11	STEC	GWY

Les technologies 1,3,4,5 et 11 contribuent à la satisfaction de la demande électrique.

Les technologies 2,6 et 7 contribuent à la satisfaction de la demande non électrique.

Nous ne rappelerons que les grandes lignes de l'élaboration de la fonction objectif; une justification et une explication des quantités utilisées peuvent être trouvées dans (1).

Comme nous l'avons déjà dit, la fonction objectif prend en compte :

- la satisfaction de la demande électrique et non électrique.
- la minimisation des coûts.

On doit encore ajouter :

- le coût de stockage des matières nucléaires.

L'expression de la satisfaction des demandes en énergie à partir des techniques de production est une fonction quadratique et concave en les variables DEL^t et DNE^t, elle s'écrit :

$$S = C'_1 \cdot DEL^t + C'_2 \cdot DNE^t - \frac{1}{2} \cdot C_{11} \cdot (DEL^t)^2$$

$$- C_{12} \cdot DEL^t \cdot DNE^t - \frac{1}{2} \cdot C_{22} \cdot (DNE^t)^2$$

où $\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1{,}23 & 0{,}0114 \\ 0{,}0114 & 0{,}0052 \end{vmatrix}$

est une matrice semi-définie positive, comme on peut le remarquer, cette matrice garantit la concavité de la fonction.

$C'_1 = 740{,}7$

$C'_2 = 48{,}49$

Ces valeurs rendent bien compte de la part de l'électricité dans les besoins en énergie.

Les coûts unitaires de production des différents équipements sont les coéfficients des capacités. Ils ont la forme suivante:

$$\frac{\rho \quad IC}{1 - (1 + R)^{-TL}} + \beta \ . \ (FC + UR \ . \ VC)$$

où IC = coût d'investissement

FC = coût fixe

VC = coût variable (de fonctionnement)

UR = taux d'utilisation

TL = durée de vie technique

R = taux annuel de dévaluation (5 %)

ρ = $(1 + R)^{NAN} - 1$ (= 0,276)

avec NAN : longueur de la période en années
(ici NAN = 5)

β = facteur de correction résultant de la transformation d'un coût annuel en un coût portant sur une période de 5 ans.

$$\beta = \sum_{n=1}^{5} \frac{1}{(1 + R)^{n-1}} = 4,54$$

Dans la fonction objectif, le montant total des coûts de production intervient de façon négative.

Il nous reste à faire état des coûts de stockage des matières nucléaires.

coût unitaire de stockage du plutonium : SC' = 0,020

coût unitaire de stockage de l'uranium : SC = 0,015

Nous trouverons dans le tableau qui suit les différentes valeurs des facteurs techniques et économiques associés aux équipements ainsi que les unités correspondantes.

Tableau de données

. Equipements	10^6 . ECU (*) IC	FC	VC	années TL	UR	unité de production
1) HCPWS	500	15	10	30	0,80	GWY
2) HCLIQ	80	0	2	20	0,85	PCAL
3) FBR	1200	20	0	25	0,75	GWY
4) PWR	900	20	0	25	0,75	GWY
5) HTR	1000	20	0	25	0,75	GWY
6) OLEX	22	0	2	10	0,95	PCAL
7) OLTRD	0	0	16	/	0,99	PCAL
8) HCEX	14	3	4	30	0,98	PCAL
9) HCTRD	0	0	8	/	0,99	PCAL
10) NUEX	0,1	0,002	0,037	25	0,98	Tonne
11) STEC	1700	0	0	20	0,14	GWY

(*) un écu (78) = 41 Frs
un écu (84) = 48 Frs

Coéfficients de conversion : $CE_1 = 0{,}36$
$CE_2 = 0{,}69$

La fonction objectif est la suivante

$$\text{Maximiser} \quad F = \beta \quad C_1' \cdot DEL^t + C_2' \cdot DNE^t - \frac{1}{2} \cdot C_{11} \cdot (DEL^t)^2$$

$$- C_{12} \cdot DEL^t \cdot DNE^t - \frac{1}{2} \cdot C_{22} \cdot (DNE^t)^2$$

$$- \sum_{i=1}^{11} \left(\frac{\rho \cdot IC}{1 - (1 + R)^{TL}} + \beta \cdot (FC + UR \cdot VC) \quad C_i^t \right)$$

$$- \beta \cdot SC \cdot URST^t - \beta \cdot SC' \cdot PUST^t$$

D) Formulation des contraintes.

1. Contraintes de capacité.

D'une période à l'autre, les capacités des équipements subissent des changements, qui sont liés à la durée de vie technique (usure) ou qui résultent de décisions d'accroissement de capacités (investissements).

La représentation des modifications subies par les capacités d'une période à l'autre est la suivante :

$$C_i^t = DF(i) \, . \, C_i^{t-1} + D_i^t$$

où $DF(i)$ = facteur de dégénerescence de l'équipement n°i, relatif à une période et portant sur les capacités.

$$DF(i) = 1 - \frac{5}{TL(i)}$$

2. Contraintes de demande.

Les demandes électrique et non électrique sont satisfaites par le biais respectif des équipements producteurs d'électricité et des équipements producteurs d'énergie non électrique.
Les capacités cumulées de ces technologies se doivent donc d'être supérieures aux quantités d'énergie demandées.

Nous pouvons donc écrire :

1) $DEL^t \leq \sum_{(k \in ELEC)} UR(k) \, . \, C_k^{t-\delta(k)}$

où ELEC = (HCPWS, FBR, PWR, HTR, STEC)

UR(k) = taux d'utilisation de la $k^{ième}$ technique

$\delta(k)$ = nombre de périodes nécessaires à la construction de l'équipement n°k

$\delta(k) = 2$ pour $k = 3,4,5$

$\delta(k) = 1$ pour $k = 1,2,6,7,8,10,11$

$\delta(k) = 0$ pour $k = 9$

2) $DNE^t \leq \sum_{(k \in NELE)} UR(k) \, . \, C_k^{t-\delta(k)} + d_{HC}^t$

où NELE = (HCLIQ, OLTRD, OLEX)

d_{HC}^t = demande domestique en charbon.

3. Contraintes d'extraction et d'importation.

Les égalités qui suivent sont l'expression des quantités de ressources extraites ou importées pendant la période t.

$E_i^t = E_i^{t-1} + 5 \, . \, UR(i) \, . \, C_i^{t-\delta(i)}$

où $i \in \{OLTRD, OLEX, HCTRD, HCEX, NUEX\}$

le facteur 5 est dûau fait que les capacités sont exprimées en PCAL ou GW par année.

E_i^t = quantité de ressource i extraite ou importée jusqu'à la période t.

4. Contraintes de disponibilité en ressources.

Il est facile à comprendre que les quantités de ressources extraites ou importées sont bornées supérieurement par les quantités effectivement disponibles de ces ressources d'où

$$E_i^t \leqslant RQ\ (i)$$

où RQ (i) exprime la disponibilité de la ressource i.

5. Contrainte d'équilibre du charbon.

Les quantités de charbon utilisées à la liquéfaction, à la production d'électricité et à la demande domestique sont inférieures aux quantités de charbon importé et extrait.

$$\sum_{k \in HCTRD,HCEX} UR(k) \cdot C_k^{t-\delta(k)} > \sum_{k \in HCLIQ,HCPWS} \frac{UR(k)}{CE(k)} \cdot C_k^{t-\delta(k)} + d_{HC}^t$$

où CE(k) = coéfficient de conversion

d_{HC}^t = demande domestique en charbon.

6. Contraintes nucléaires.

a) Cycles de l'uranium et du plutonium dans les réacteurs nucléaires

Les schémas ci-dessous donnent les quantités en plutonium et (ou) uranium brûlées et refoulées par les trois réacteurs : PWR, FBR et HTR. Ce sont les quantités nécessaires à la production d'un GWY d'électricité.

1. PWR.

$$UR_{in} \xrightarrow{\text{I97 tonnes}} \boxed{PWR(UR)} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{33 tonnes}} UR_{out} \\ \xrightarrow{\text{217 KGS}} PU_{out} \end{array}$$

$$PU_{in} \xrightarrow{\text{I340 KGS}} \boxed{PWR(PU)} \xrightarrow{\text{861 KGS}} PU_{out}$$

De ces deux schémas, on tire les équations :

1) $UR_{out} = 0,17 \cdot UR_{in}$

2) $PU_{out} = I,10 \cdot UR_{in} + 0,64\ PU_{in}$

2. HTR.

$$UR_{in} \xrightarrow{\text{240 tonnes}} \boxed{HTR} \xrightarrow{\text{0 tonne}} UR_{out}$$

(-240 tonnes)

3. FBR.

$$PU_{in} \xrightarrow{\text{I850 KGS}} \boxed{FBR} \xrightarrow{\text{2I40 KGS}} PU_{out}$$

(+290 KGS)

Le fonctionnement du PWR aussi bien à l'uranium qu'au plutonium nous oblige à définir la contrainte d'équilibre.

$$PU_{in} + 6,8\ .\ UR_{in} - I340\ UR(4)\ \ C_4^{t-2} = 0$$

qui explicite l'apport respectif du plutonium et de l'uranium dans la génération d'électricité.

b) Contraintes de stock.

Le stock d'uranium est alimenté par les quantités extraites de cette matière et est desservi par les utilisations d'uranium dans le PWR et le HTR :

$$URST^t = URST^{t-1} + NAN \cdot UR(10) \cdot C_{10}^{t-1} - 0,83 \cdot NAN \cdot UR_{in}$$

$$- 240 \cdot NAN \cdot UR(HTR) \cdot C_5^{t-2} .$$

où les coéfficients

. 0,83 résulte de l'équation 1 du point a.1

. 240 résulte du point a.2

NAN = 5

Le stock de plutonium est alimenté par le plutonium dégagé par la combustion de l'uranium dans le PWR, par le surplus de plutonium refoulé par le FBR et est desservi par son utilisation dans le PWR

$$PUST^t = PUST^{t-1} + 1,10 \cdot NAN \cdot UR_{in} - 0,36 \cdot NAN \cdot PU_{in}$$

$$+ 290 \cdot NAN \cdot UR(3) \cdot C_3^{t-2}$$

où les coéfficients

0,36 ; 1,1 résultent de l'équation 2 du point a.1

290 résulte du point a.3

Il nous reste à imposer aux stocks de rester positif.

$$PUST^t \geq 0$$

$$URST^t \geq 0$$

CHAPITRE 2

MODIFICATION DU MODELE DE DEPART :

INTRODUCTION DE VARIABLES DE FONCTIONNEMENT.

Dans le modèle décrit précédemment, on remarque que chacun des équipements i est utilisé en quantité $UR(i) \cdot C_i^{t-\delta(i)}$.

On se voit donc obligé d'exploiter les technologies dont on dispose à leur pleine valeur sans se préoccuper de l'état de satisfaction des demandes électrique et non électrique.

Il serait intéressant de relâcher cette exigence de façon à permettre une utilisation partielle des équipements.

Pour cela, nous allons remplacer dans notre modèle les variables de capacité par des variables dites de fonctionnement.

Il résulte évidemment de cela une nouvelle définition de la fonction objectif en même temps qu'un nouveau système de contraintes beaucoup plus grand.

A) Formulation des nouvelles contraintes.

1. Contraintes de dépassement de capacité.

Considérons les variables de fonctionnement F_i^t en remplacement des quantités $UR(i) \cdot C_i^{t-\delta(i)}$.

L'introduction de telles variables nous oblige à formuler un nouveau type de contraintes. Celles-ci expriment l'utilisation partielle des équipements.

On obtient ainsi le système suivant :

$$F_i^t \leqslant UR(i) \cdot C_i^{t-\delta(i)} \qquad 1 \leqslant i \leqslant 11$$

exemples HCPWS $\Longrightarrow$ $F_i^t \leqslant 0,8 \cdot C_1^{t-1}$

FBR $\Longrightarrow$ $F_3^t \leqslant 0,75 \cdot C_3^{t-2}$

2. Contraintes liées à la disponibilité de ressources.

Dans le modèle de départ nous avions

1° $E_i^t = E_i^{t-1} + 5 \cdot UR(i) \cdot C_i^{t-1} \qquad 6 \leqslant i \leqslant 10$

2° $E_i^t \leqslant RQ(i)$

Les relations 1° et 2° et la substitution de F_i^t à $UR(i) \cdot C_i^{t-\delta(i)}$

nous permettent de définir le système de contraintes.

$$F_i^t \leqslant \frac{RQ(i) - E_i^{t-1}}{5} \qquad 6 \leqslant i \leqslant 10$$

où le membre de droite est une constante connue exemples OLEX $\Longrightarrow$ $F_6^t \leqslant \dfrac{62 - E_6^{t-1}}{5}$

HCTRD $\Longrightarrow$ $F_9^t \leqslant \dfrac{1000 - E_9^{t-1}}{5}$

3. Contraintes de demande.

Il est clair que l'on va pousser la production en énergie électrique ou non électrique jusqu'à satisfaction des demandes et pas plus loin (toute quantité supplémentaire nuierait à la fonction objectif (fonction concave en del^t et dne^t)).

On peut alors écrire :

1) $DEL^t = \sum_i F_i^t \qquad i \in \{1,3,4,5,11\}$

2) $DNE^t = \sum_i F_i^t + d_{HC}^t \qquad i \in \{2,6,7\}$

4. Contrainte d'équilibre du charbon.

Rappelons que cette contrainte exprime que les apports en charbon sont supérieurs aux usages qui en sont faits :

$$F_8^t + F_9^t > \frac{1}{CE_1} F_1^t + \frac{1}{CE_2} F_2^t + d_{HC}^t$$

5. Contraintes nucléaires.

1) $PUST^t = PUST^{t-1} + 5{,}5\ UR_{in} - 1{,}8\ PU_{in} + 1450 \cdot F_3^t$

2) $URST^t = URST^{t-1} + 5 \cdot F_{10}^t - 4{,}15 \cdot UR_{in} - 1200 \cdot F_5^t$

3) $PU_{in} + 6,8 \cdot UR_{in} - 1340 \cdot F_4^t = 0$

4) $PUST^t \geq 0 \quad , \quad URST^t \geq 0$

6. Contraintes d'accroissement de capacité.

1) $C_i^t = DF(i) \cdot C_i^t + D_i^t$

On fera remarquer ici que les décisions d'accroissement de capacité portent sur les capacités totales.

B) Formulation de la nouvelle fonction objectif.

1. Remarque:

Les coûts de fonctionnement sont liés aux variables F_i^t tandis que les investissements portent sur les capacités totales.

2) Fonction objectif.

$$\begin{aligned} \text{Maximiser } F = {} & C_1' \cdot DEL^t + C_2' \cdot DEN^t - C_{11} \cdot (DEL^t)^2 \\ & - 2 \cdot C_{12} \cdot DEL^t \cdot DEN^t - C_{22} \cdot (DEN^t)^2 \\ & - \sum_{i=1}^{11} C_i \cdot F_i^t - \sum_{i=1}^{11} B_i \cdot C_i^t \\ & - PUST^t \cdot SC' - URST^t \cdot SC \end{aligned}$$

où . $C_1' = 740{,}7$ $\quad C_{11} = 0{,}615$ $\quad C_{22} = 0{,}0026$

$C_2' = 48{,}49$ $\quad C_{12} = 0{,}0057$

. Les coéfficients C_i sont les coûts de fonctionnement des equipements i ($C_i = CV$).

Rappelons en les valeurs.

$C_1 = 10$ $\quad C_2 = 2$ $\quad C_3 = C_4 = C_5 = 0$

$C_6 = 2$ $\quad C_7 = 16$ $\quad C_8 = 4$ $\quad C_9 = 8$

$C_{10} = 0{,}037$ $\quad C_{11} = 0$

. Les coéfficients B_i des variables C_i^t sont liés aux investissements.

DEUXIEME PARTIE

DE L'APPROCHE CLASSIQUE VERS UNE APPROCHE "BLOCS SEPARABLES"

CHAPITRE 3

DE L'APPROCHE CLASSIQUE

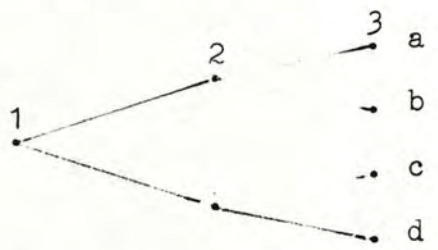
VERS UNE APPROCHE "BLOCS SEPRABLES"

Nous allons dans ce chapitre essayer de faire ressortir l'intérêt d'une nouvelle approche de résolution des modèles stochastiques multi-périodes. Cette approche utilise la propriété de blocs séparables.

A) APPROCHE CLASSIQUE

1) Approche par scénarios

Considérons ci-dessous, l'arbre de décision d'un problème multi-périodes.



Modèle s'étalant sur 3 périodes et dont chaque décision est soumise à 2 alternatives

Une façon habituelle de résoudre ce genre de problème consiste à associer à chaque noeud de l'arbre de décision un scénario. Ces scénarios permettent de déterminer une solution optimale sur chacun des 4 chemins déterministes a, b, c, d.

A chacun de ces chemins est attribué un certain poids. On construit à partir de là une solution approchée du modèle. Malheureusement, on a pu constater qu'une telle résolution conduisait souvent à une sous-optimisation.

2) Programmes stochastiques multi-périodes

Soit $\underline{x}_t = (x_1, \ldots\ldots, x_t)$, l'ensemble des décisions prises jusque la période t (la période t incluse)

Soit $\underline{\xi}_t = (\xi_1, \ldots\ldots, \xi_t)$, l'ensemble des réalisations du vecteur aléatoire vues de la période t.

Le programme stochastique multi-périodes peut être défini récursivement de la manière suivante :

(M. S. P.) $\quad \inf \{ Z_1(x_1) \mid x_1 \in D_1 \}$

où $\quad Z_t(\underline{x}_t, \underline{\xi}_t) = C_t(x_t) + E_{\xi_{t+1} \mid \xi_t} Q_t(\underline{x}_t, \underline{\xi}_{t+1})$

et $\quad Q_t(\underline{x}_t, \underline{\xi}_{t+1}) = \inf Z_{t+1}(\underline{x}_{t+1}, \underline{\xi}_{t+1})$

sous contraintes

$x_{t+1} \in F_{t+1}$

$T_{t+1}\, \underline{x}_t + W_{t+1}\, x_{t+1} = h_{t+1}$

Pour $0 < t < N-1$, $\quad Q_n(\underline{x}_n, \xi_{n+1}) = 0$

x_{t+1} est un vecteur de R^n

W_{t+1} est une matrice de m x n

$\underline{x}^t$ est un vecteur de R^{nxt}

T_{t+1} est une matrice m x (n.t)

On peut montrer que la résolution d'un tel programme est équivalente à la résolution d'une suite emboîtée de programmes déterministes de la forme

$(D.\ E.\ P.)_t \quad \inf Z_t(x_t, \underline{\xi}_t)$

sous contraintes

$x_t \in F_t$

$T_t\, \underline{x}_{t-1} + W_t\, X_t = h_t$

où $Z_t(x_t, \underline{\xi}_t)$ est une fonction convexe

Ces programmes sont déterministes en ce sens que vu de la période t, les événements et décisions passés sont connus.

B) APPROCHE BLOCS SEPARABLES

1) Notions de séparabilité (blocs séparables)

Les approches classiques de programmation nous obligent donc à décrire le problème sous forme extensive (à chaque noeud, il faut résoudre un D. E. P.).

La résolution en devient très difficile, voire impossible si le nombre de périodes et d'aléas est élevé et encore plus si les variables et contraintes sont nombreuses.

Si l'on veut résoudre à long terme des problèmes stochastiques, il faut donc user de techniques particulières : une de ces techniques consite à utiliser la propriété de "blocs séparables" que la plupart des programmes multi-périodes possédent ou peuvent être amenés à posséder.

DEFINITION

Un programme multi-périodes stochastique a la propriété de "blocs séparables" si pour toute période t et tout événement aléatoire ξ_{t+1} Ξ_t, le vecteur décision x_t peut être séparé en 2 sous-vecteurs $x_t = (w_t, y_t)$ de manière que

a) la fonction objective $C_t(x_t)$ est en 2 parties
$$C_t(x_t) = R_t(w_t) + Q_t(y_t)$$

b) la matrice des contraintes W_t est
$$W_t = \begin{vmatrix} A_t & 0 \\ 0 & B_t \end{vmatrix}$$

A_t est associé au vecteur w_t

B_t est associé au vecteur y_t

c) La région $x_t \in F_t$ est équivalente à
$$\{x_t \in F_t\} = \{w_t \in D_t\} \times \{y_t \in E_t\}$$

w_t est appelé le vecteur de décision globale

y_t est appelé le vecteur de décision détaillée

d) Les matrices T_t et h_t sont décomposées par rapport au vecteur de séparation (w_t, y_t).
De plus, T_t possède des éléments nuls dans la colonne associée au vecteur de décision détaillé y_t.

$$T_t = \begin{vmatrix} R_t & 0 \\ S_t & 0 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad h_t = \begin{vmatrix} b_t \\ d_t \end{vmatrix}$$

Le programme multi-périodes stochastique sera en utilisant cette propriété définit comme suit :

(BS - MSP) $\inf \left\{ Z_1(w_1) \mid w_1 \in D_1 \right\}$

où $Z_t\ (\underline{w}_t, \xi_t) = r_t(w_t) + E_{\xi_{t+1} | \xi_t} \left\{ Q_t^w\ (\underline{w}_t, \underline{\xi}_t) + Q_t^y\ (\underline{w}_t, \underline{\xi}_t) \right\}$

et $Q_t^w\ (\underline{w}_t, \underline{\xi}_t) = \inf Z_{t+1}\ (w_{t+1})$

sous contraintes

$w_{t+1} \in D_{t+1}$

$R_{t+1}\ \underline{W}_t + A_{t+1}\ w_{t+1} = b_{t+1}$

et $Q_t^y\ (\underline{w}_t, \underline{\xi}_t) = \inf Q_{t+1}\ (y_{t+1})$

sous con traites

$y_{t+1} \in E_{t+1}$

$S_{t+1}\ \underline{w}_t + B_{t+1}\ y_{t+1} = d_{t+1}$

Pour $t = 1, \ldots, N - 1$, $Z_1(w_1) = Z_1\ (w_1 . \xi_1)$

2) Séparabilité dans notre modèle

Dans notre modèle énergétique, nous allons traiter indépendamment les opérations courantes, c'est-à-dire les opérations dépendant des actions passées et les opérations à long terme c'est-à-dire les opérations liées au futur. Cette décomposition offre l'avantage de traiter deux problèmes de dimensions réduites.

Le vecteur

$$x_t = (C_i^t, D_i^t, E_j^t, PUST^t, URST^t, F_i^t, PU_{in}, UR_{in})$$

est décomposé en deux sous-vecteurs

$$w_t = (C_i^t, D_i^t, E_j^t, PUST^t, URST^t)$$

Vecteur des opérations à long terme

$$y_t = (F_i^t, PU_{in}, UR_{in})$$

Vecteur des opérations courantes

Pour i = 1 jusque 11

j = 6 jusque 10

Comme on le verra dans la résolution du sous-problème détaillé, les variables courantes F_i^t, UR_{in}, et PU_{in} peuvent être exprimées en fonction des variables $\underline{C}_i^{t-1}$, $\underline{D}_i^{t-1}$, E_j^{t-1}, $PUST^{t-1}$, et $URST^{t-1}$ formant le vecteur w^{t-1}.

Dans le cadre de notre modèle, nous définissons ci-dessous les matrices résultant de la définition de la séparabilité.

1° Fonction objectif

$$C_t\ (x_t) = R_t\ (w_t) + Q_t\ (y_t)$$

$$R_t\ (w_t) = -\sum_{i=1}^{11} B_i \cdot C_i^t - SC' \cdot PUST^t - SC \cdot URST^t$$

$$Q_t\ (y_t) = C_1' \cdot DEL^t + C_2' \cdot DNE^t - C_{11} \cdot (DEL^t)^2$$
$$- 2C_{12}\ DEL^t\ DNE^t - C_{22}\ (DNE^t)^2$$
$$- \sum_{i=1}^{11} C_i \cdot F_i^t$$

2° La matrice des contraintes

$$W_t = \begin{vmatrix} A_t & 0 \\ 0 & B_t \end{vmatrix}$$

$$B_t = \begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{-1}{CE_1} & \frac{-1}{CE_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{1}{CE_1} & \frac{1}{CE_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1450 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}8 & -5{,}5 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1200 & & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 4{,}15 \\
0 & 0 & 0 & -1340 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6{,}8 \\
0 & 0 & 0 & 1340 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -6{,}8
\end{vmatrix}$$

$$A_t = \left|\begin{array}{ccccccccccccccccccccccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0
\end{array}\right|$$

Nous n'expliciterons pas ici les matrice T_t et h_t. Leur représentation, plus longue, serait difficile.

TROISIEME PARTIE

RESOLUTION DU SOUS-PROBLEME DETAILLE

CHAPITRE 4

LA SOLUTION : VERS UNE SIMPLIFICATION DU PROBLEME PAR DECOMPOSITION ET RECHERCHE DE PRIORITES.

La résolution de problèmes de programmation non linéaire, quel que soit leur structure ou leur objet, peut être traitée par des logiciels. Il existe plusieurs méthodes de résolution (méthode de Lagrange, conditions de Kuhn et Tucker).

La méthode de Kuhn et Tucker garantit l'optimalité d'une solution lorsque celle-ci vérifie certaines conditions.

Une façon de résoudre le problème décrit au chapitre deux serait d'écrire un programme d'application de cette méthode. Nous soulignons dans ce chapitre les problèmes que suscitent une telle résolution.

Nous envisageons alors, dans le cadre des modèles énergétiques et plus précisément d'une généralisation de notre modèle, une nouvelle approche de solution. Nous cherchons avant tout à simplifier le problème et sa résolution.

Nous verrons que la décomposition du modèle et le rangement par priorités des équipements y contribuent. La division du problème se fera sur base de certains faits ou hypothèses justifiés dans le contexte du développement énergétique.

A) Approche classique de solution : méthode de Kuhn et Tucker.

1. Principes de la méthode de Kuhn et Tucker.

Les fonctions quelconques de plusieurs variables sont relativement difficiles à analyser, une représentation graphique est même souvent impossible à obtenir. Pour optimiser de telles fonctions, on a souvent recours à des procédures de recherche de l'optimum et fréquemment on obtient qu'une estimation de celui-ci.

Cependant, si une fonction F en les variables $(x_1, \dots, x_n)$ a la propriété d'être concave (convexe), le maximum (minimum) peut être obtenu exactement en résolvant le système d'équations fourni par le vecteur gradient

$$\Delta_X F = \begin{vmatrix} \frac{\delta F}{\delta x_1} \\ \vdots \\ \frac{\delta F}{\delta x_n} \end{vmatrix} = 0$$

Notre problème consiste à maximiser une fonction objectif ayant la propriété d'être concave, mais soumise à des contraintes qui sont soit des égalités, soit des inégalités.

On peut démontrer qu'un point $X^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ est le maximum de la fonction concave $F(x)$ soumise aux contraintes $g_1(X) \leqslant 0, \dots, g_p(X) \leqslant 0$ s'il satisfait aux conditions suivantes de Kuhn et Tucker.

1) $$\frac{\delta H}{\delta x_i} = \frac{\delta F(X)}{\delta x_i} - \sum_{j=1}^{p} \lambda_j \frac{\delta g_j(X)}{\delta x_i} = 0 \qquad \text{en } x_i = x_i^* > 0$$

$$\frac{\delta H}{\delta x_i} = \frac{\delta F(X)}{\delta x_i} - \sum_{j=1}^{p} \lambda_j \frac{\delta g_j(X)}{\delta x_i} < 0 \qquad \text{en } x_i = x_i^* = 0$$

Pour $i = 1, 2, \dots, n$

2) $\lambda_j g_j(X) = 0$

3) $\lambda_j \geqslant 0$ $\qquad g_j(X) \leqslant 0$

Pour $j = 1, 2, \ldots, p$

en $X = X^*$

En ce qui concerne les contraintes d'égalité, on aurait :

4) $\lambda_j g_j(X) = 0$

λ_j quelconque $\qquad g_j(X) = 0$

Pour $j = 1, 2, \ldots, q$

en $X = X^*$

2. Problème à résoudre.

$$
\begin{aligned}
\text{Maximiser } F = {} & C_1' \, (F_1^t + F_3^t + F_4^t + F_5^t + F_{11}^t) \\
& + C_2' \, (F_2^t + F_6^t + F_7^t) \\
& - C_{11} (F_1^t + F_3^t + F_4^t + F_5^t + F_{11}^t)^2 \\
& - 2C_{12} \, (F_1^t + F_3^t + F_4^t + F_5^t + F_{11}^t) \, (F_2^t + F_6^t + F_7^t) \\
& - C_{22} \, (F_2^t + F_6^t + F_7^t)^2 \\
& - \sum_{i=1}^{11} C_i \, F_i^t
\end{aligned}
$$

Sous contraintes

(1) $DEL^t = F_1^t + F_3^t + F_4^t + F_5^t + F_{11}^t$)

(2) $DNE^t = F_2^t + F_6^t + F_7^t$)

3) $F_1^t \leqslant UR(1) \, . \, C_1^{t-1}$ $\qquad (= g_1)$

4) $F_2^t \leqslant UR(2) \, . \, C_2^{t-1}$ $\qquad (= g_2)$

5) $F_3^t \leq UR(3) \cdot C_3^{t-2}$ $\quad (= g_3)$

6) $F_4^t \leq UR(4) \cdot C_4^{t-2}$ $\quad (= g_4)$

7) $F_5^t \leq UR(5) \cdot C_5^{t-2}$ $\quad (= g_5)$

8) $F_6^t \leq K_6 = \min \left\{ UR(6) \cdot C_6^{t-1}, \frac{RQ(6) - E_6^{t-1}}{5} \right\} (= g_6)$

9) $F_7^t \leq K_7 = \min \left\{ UR(7) \cdot C_7^{t-1}, \frac{RQ(7) - E_7^{t-1}}{5} \right\} (= g_7)$

10) $F_8^t \leq K_8 = \min \left\{ UR(8) \cdot C_8^{t-1}, \frac{RQ(8) - E_8^{t-1}}{5} \right\} (= g_8)$

II) $F_9^t \leq K_9 = \min \left\{ UR(9) \cdot C_9^{t-1}, \frac{RQ(9) - E_9^{t-1}}{5} \right\} (= g_9)$

12) $F_{10}^t \leq K_{10} = \min \left\{ UR(10) \cdot C_{10}^{t-1}, \frac{RQ(10) - E_{10}^{t-1}}{5} \right\} (= g_{10}$

13) $F_{11}^t \leq UR(11) \cdot C_{11}^{t-1}$ $\quad (= g_{11})$

14) $PUST^t = PUST^{t-1} + 5,5\ UR_{in} - 1,8\ PU_{in}$

$+ 1450\ F_3^t \geq 0$ $\quad (= g_{pu})$

15) $URST^t = URST^{t-1} + 5 . F_{10}^t - 4,15\ UR_{in}$

$- 1200\ F_5^t \geq 0$ $\quad (= g_{ur})$

16) $\frac{F_1^t}{CE_1} + \frac{F_2^t}{CE_2} = F_8^t + F_9^t$ $\quad (= g_h)$

17) $PU_{in} + 6,8 \cdot UR_{in} - 1340\ F_4^t = 0$ $\quad (= g_1)$

Remarques

1) La demande domestique en charbon est satisfaite en premier lieu et dans sa totalité.
C'est pourquoi nous avons ajusté la contrainte 16 ci-avant en supprimant d^t_{HC}.
Nous supposerons donc que DNE^t(demande en énergie non électrique) ne comprend pas la demande domestique en charbon (voir contrainte 2).

2) On remarque à présent que la contrainte 16 est serrée (égalité). Cela est dû au fait que F^t_8 et F^t_9 interviennent de façon négative dans la fonction objectif. Il est donc naturel de n'importer ou extraire du charbon qu'en quantité suffisante.

3. Limites de la résolution classique du problème par la méthode de Kuhn et Tucker.

Nous allons,dans le cas du problème défini au point 2, essayer de faire ress ortir les difficultés d'une application de la méthode de Kuhn et Tucker.

Soit $H = F - \sum_{i \in A} \lambda_i . g_i$ où $A = (1,\dots,11 ; pu ; ur ; l ; h)$

Les conditions à vérifier sont les suivantes:

A) $(F^t_i - UR(i) . C^{t-1}_i) . \lambda_i = 0$ pour $i = 1,2,11$

$(F^t_i - UR(i) . C^{t-2}_i) . \lambda_i = 0$ pour $i = 3,4,5$

$(F^t_i - K_i) . \lambda_i = 0$ pour $i = 6,7,8,9,10$

$(1,8.PU_{in} - 5,5.UR_{in} - PUST^{t-1} - 1450.F^t_3) . \lambda_{PU} = 0$

$(4,15.UR_{in} - URST^{t-1} - 5.F^t_{10} + 1200.F^t_5) . \lambda_{UR} = 0$

$(PU_{in} + 6,8.UR_{in} - 1340.F^t_4) . \lambda_l = 0$

$\left(\frac{F^t_1}{CE_1} + \frac{F^t_2}{CE_2} - F^t_8 + F^t_9 \right) . \lambda_h = 0$

B) Les dérivées de H par rapport aux variables de fonctionnement sont les suivantes.

-équipements électriques

$$\frac{\delta H}{\delta F_1^t} = C_1' - C_1 - 2.C_{11}.DEL^t - 2.C_{12}.DNE^t - \lambda_1 - \frac{\lambda_h}{CE_1}$$

$$\frac{\delta H}{\delta F_3^t} = C_1' - C_3 - 2.C_{11}.DEL^t - 2.C_{12}.DNE^t - \lambda_3 + 1450.\lambda_{PU}$$

$$\frac{\delta H}{\delta F_4^t} = C_1' - C_4 - 2.C_{11}.DEL^t - 2.C_{12}.DNE^t - \lambda_4 + 1340.\lambda_I$$

$$\frac{\delta H}{\delta F_5^t} = C_1' - C_5 - 2.C_{11}.DEL^t - 2.C_{12}.DNE^t - \lambda_5 - 1200.\lambda_{UR}$$

$$\frac{\delta H}{\delta F_{11}^t} = C_1' - C_{11} - 2.C_{11}.DEL^t - 2.C_{12}.DNE^t - \lambda_{11}$$

-équipements producteurs d'énergie non électrique

$$\frac{\delta H}{\delta F_2^t} = C_2' - C_2 - 2.C_{22}.DNE^t - 2.C_{12}.DEL^t - \lambda_2 - \frac{\lambda_h}{CE_2}$$

$$\frac{\delta H}{\delta F_6^t} = C_2' - C_6 - 2.C_{22}.DNE^t - 2.C_{12}.DEL^t - \lambda_6$$

$$\frac{\delta H}{\delta F_7^t} = C_2' - C_7 - 2.C_{22}.DNE^t - 2.C_{12}.DEL^t - \lambda_7$$

-activités intermédiaires

$$\frac{\delta H}{\delta F_8^t} = -C_8 - \lambda_8 + \lambda_h$$

$$\frac{\delta H}{\delta F_9^t} = -C_9 - \lambda_9 + \lambda_h$$

$$\frac{\delta H}{\delta F_{10}^t} = -C_{10} - \lambda_{10} + 5.\lambda_{UR}$$

-plutonium,uranium

$$\frac{\delta H}{\delta PU_{in}} = -\lambda_1 - 1,8.\lambda_{PU}$$

$$\frac{\delta H}{\delta UR_{in}} = -6,8.\lambda_1 + 5,5.\lambda_{PU} - 4,15.\lambda_{UR}$$

Chaque variable du problème peut avoir une valeur nulle ou strictement positive.

$$\text{si } F_i^t = 0 \implies \frac{\delta H}{\delta F_i^t} < 0$$

$$\text{si } F_i^t > 0 \implies \frac{\delta H}{\delta F_i^t} = 0$$

Chacune des contraintes qui sont des inégalités peut être serrée ou non selon les valeurs prises par les variables du problème.

Exemple :
$$(F_1^t - UR(1)\ C_1^{t-1})\ \lambda_1 = 0$$

$$\text{si } F_1^t < UR(1)\ C_1^{t-1} \implies \lambda_1 = 0$$

$$\text{si } F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1} \implies \lambda_1 \geq 0$$

Notre problème compte 13 variables et 13 contraintes d'inégalité. Il y a donc 2^{26} cas à soumettre aux conditions de Kuhn et Tucker.

Rappelons qu'un cas consiste en les vérifications suivantes

- Vérifier que l'on a bien une solution, c'est-à-dire que toutes les contraintes sont vérifiées.
- Vérifier la valeur de λ_i , $i \varepsilon A$.
- Vérifier que la solution est optimale : dérivées de H par rapport aux variables du problème.

Il n'est dès lors pas utile de préciser le temps que peut mettre le programme pour trouver la solution.

Comment remédier à cela ?

On pourrait se demander si pour satisfaire la demande électrique ou non électrique, certains équipements ne sout pas préférables à d'autres.

Une analyse des conditions du point B ci-dessus nous permet d'énoncer la proposition suivante.

<u>Proposition</u> (1) Un ordre de préférence peut être établi au sein de l'ensemble des équipements électriques : cet ordre est indépendant de l'état de satisfaction de la demande électrique et non électrique.

(2) Un ordre de préference peut être établi au sein de l'ensemble des équipements non électriques : cet ordre est indépendant de l'état de satisfaction de la demande électrique et non électrique.

<u>Démonstration</u>

(1) Pour que l'équipement électrique n° i soit préférable à l'équipement électrique n° j, il faut que

$$\frac{\delta H}{\delta F_i^t} > \frac{\delta H}{\delta F_j^t}$$

Dans chaque dérivée de H par rapport aux variables de fonctionnement des équipements électriques apparaît le terme

$$2\ C_{11}\ DEL^t + 2\ C_{12}\ DNE^t$$

L'ordre de préférence est donc indépendant de l'état de satisfaction des demandes.

L'équipement i est préférable à l'équipement j si

$C'_1 - \alpha_i - f(\lambda) > C'_1 - \alpha_j - f'(\lambda)$

où α_i = terme constant résultant des coûts de fonctionnement (et éventuellement de stockage des matières utilisées par l'équipement i).

$f(\lambda), f'(\lambda)$ = termes constants obtenus à partir des valeurs prises par $\lambda_i, \lambda_j, \lambda_h, \lambda_{PU}, \lambda_{UR}, \lambda_1$.

<u>Exemple</u> : Le PWR fonctionnant au plutonium du stock est préférable à l'équipement solaire car

$C'_1 - C_4 + 1340\ \lambda_1 > C'_1 - C_{11}$

(2) Un raisonnement analogue peut être fait en ce qui concerne les équipements non électriques.
Le terme $2\ C_{22}\ DNE^t + 2\ C_{12}\ DEL^t$ est présent dans chacune des dérivées de H par rapport aux équipements non électriques $\Rightarrow$ indépendance par rapport à l'état des demandes.

L'équipement i est préférable à l'équipement j si

$C'_2 - C_i - g(\lambda) > C'_2 - C_j - g'(\lambda)$

où C_i, C_j = coûts de fonctionnement des équipements i et j

$g(\lambda), g'(\lambda)$ = termes constants obtenus à partir des valeurs prises par $\lambda_i, \lambda_j, \lambda_h$.

LISTE I Priorités dans les équipements électriques.

1) $F_4^t(PU)$: PWR fonctionnant au plutonium

Valeur du terme constant : $C'_1 - C_4 = 740,7$

$PUST^t > 0$, $URST^t > 0$, $F_{10}^t = 0$

$F_4^t(UR)$: PWR fonctionnant à l'uranium du stock

Valeur du terme constant : $C'_1 - C_4 = 740,7$

$PUST^t = 0$, $URST^t > 0$, $F_{10}^t = 0$

$F_5^t(UR)$: HTR fonctionnant à l'uranium du stock

Valeur du terme constant : $C'_1 - C_5 = 740,7$

$PUST^t > 0$, $URST^t > 0$, $F_{10}^t = 0$

$F_3^t(PU)$: FBR fonctionnant au plutonium

Valeur du terme constant : $C'_1 - C_3 = 740,7$

F_{11}^t : STEC

Valeur du terme constant : $C'_1 - C_{11} = 740,7$

2) $F_4^t(F_{10}^t)$: PWR fonctionnant à l'uranium extrait

Valeur du terme constant : $C'_1 - C_4 + 1340\ \lambda_1 = 736,94$

$PUST^t = 0$, $URST^t = 0$, $F_{10}^t > 0$

3) $F_5^t(F_{10}^t)$: HTR fonctionnant à l'uranium extrait

Valeur du terme constant : $C'_1 - C_5 - 1200\ \lambda_{UR} = 731,82$

4) $F_1^t(F_8^t)$: HCPWS fonctionnant au charbon extrait

Valeur du terme constant : $C'_1 - C_1 - \dfrac{\lambda_h}{CE_1} = 719,59$

5) $F_1^t(F_9^t)$: HCPWS fonctionnant au charbon importé

Valeur du terme constant : $C'_1 - C_1 - \dfrac{\lambda_h}{CE_2} = 708,48$

LISTE II Priorités dans les équipements non électriques.

1) F_6^t : OLEX

Valeur du terme constant : $C_2' - C_6 = 46{,}49$

2) $F_2^t(F_8^t)$: HCLIQ fonctionnant au charbon extrait

Valeur du terme constant : $C_2' - C_2 - \dfrac{\lambda_h}{CE_2} = 40{,}7$

3) $F_2^t(F_9^t)$: HCLIQ fonctionnant au charbon importé

Valeur du terme constant : $C_2' - C_2 - \dfrac{\lambda_h}{CE_2} = 34{,}9$

4) F_7^t : OLTRD

Valeur du terme constant : $C_2' - C_7 = 32{,}49$

On pourrait se demander maintenant quel serait l'intérêt d'une classification préalable des équipements ?

Pour répondre à cette question, considérons la situation suivante :

$$F_4^t = 0,\ F_1^t > 0,\ F_8^t > 0,\ UR_{in} > 0,\ PU_{in} > 0,$$

$$F_i^t = 0 \qquad i \neq 4,8,1$$

$$PUST^t > 0,\ URST^t > 0$$

Cette situation est une des 2^{26} cas envisagés par le logiciel de résolution. La solution ci-dessus, si elle existe, ne peut être optimale. En effet, selon Kuhn et Tucker

$$F_4^t = 0 \text{ et } F_1^t > 0 \quad \not\Longleftrightarrow \quad \frac{\delta H}{\delta F_4^t} < 0$$

$$\frac{\delta H}{\delta F_1^t} = 0$$

Or, une simple consultation de la liste I de rangement des équipements électriques nous montre que

si $PUST^t > 0$ et $URST^t > 0$

$$\frac{\delta H}{\delta F_4^t} > \frac{\delta H}{\delta F_1^t}$$

La classification préalable des équipements nous permettrait de construire un programme éliminant directement de telles situations (il y en a plus de 2^{19} dans notre problème). Le gain de temps est évidemment non négligeable. Il y a d'autres raisons toutes aussi importantes qui nous poussent à ne pas utiliser un programme classique de résolution.

En effet, celui-ci nous fournirait une solution numérique. Or si l'on veut étudier par la suite les effets qu'auraient les investissements sur une telle solution et ainsi tendre à la résolution du problème complet (multi-périodes), on a besoin d'une expression <u>paramétrique</u> de la solution ainsi que de sa région de confiance : cela en permettrait une analyse de variation.

On pourrait maintenant, sur base des listes I et II dressées auparavant, énumérer et écrire les solutions vérifiant les conditions de Kuhn et Tucker.

Cependant, cela ne nous avancerait pas beaucoup car le programme écrit serait inutilisable si l'on veut tenir compte de technologies supplémentaires.

B) Généralisation et décomposition du problème.

1. Généralisation du problème.

Les onze équipements considérés dans notre problème sont soumis à des contraintes de dépassement de capacité et de disponibilité de ressources. Les contraintes restantes sont uniquement liées aux réacteurs nucléaires et aux équipements au charbon.

Il est facile de comprendre que les demandes en énergie électrique et non électrique ne sont pas satisfaites uniquement par ces onze équipements. D'autres technologies et d'autres ressources y contribuent certainement : pensons par exemple à l'utilisation du gaz naturel au sein de la CEE.

Ces considérations nous amènent à définir un modèle plus général dans lequel un nombre quelconque mais fini de technologies contribuent à la production d'énérgie, qu'elle soit électrique ou non. L'utilisation de toutes ces techniques est limitée par la capacité maximale de l'équipement et pour certaines d'entre elles par la disponibilité en ressources.

Nous distinguerons cependant parmi elles les équipements au charbon et les équipements nucléaires soumis à des contraintes plus particulières.

Notre modèle sera donc le suivant.

1) Equipements et contraintes.

- Equipements producteurs d'électricité (non compris les réacteurs nucléaires et les équipements au charbon)
  Notation : $ELE(i)$, $i > 0$
  (= variable de fonctionnement)

  Contrainte: $ELE(i) \leqslant UR(i)\ C^{t}_{ELE(i)} = CELE(i)$

- Equipements producteurs d'énergie non électrique (non compris les équipements au charbon).

  Notation : NELE(j) , j > 0

  (= variable de fonctionnement)

  Contrainte : NELE(j) $\leqslant$ CNELE(j)

  où CNELE(j) tient compte si il y a lieu de la disponibilité en ressources; dans ce cas :

$$CNELE(j) = \min \left\{ UR(j)\ C^{t}_{NELE(j)} \quad \frac{RQ(NELE(j)) - E^{t-1}_{NELE(j)}}{5} \right.$$

- Equipements nucléaires : PWR, HTR, FBR

  Contraintes : $F_3^t \leqslant UR(3) \,.\, C_3^{t-2}$

$$F_4^t \leqslant UR(4) \,.\, C_4^{t-2}$$

$$F_5^t \leqslant UR(5) \,.\, C_5^{t-2}$$

$$PU_{in} + 6{,}8\ UR_{in} - 1340\ F_4^t = 0$$

$$PUST^t = PUST^{t-1} + 5{,}5\ UR_{in} - 1{,}8\ PU_{in} + 1450\ F_3^t \geqslant 0$$

$$URST^t = URST^{t-1} + 5 . F_{10}^t - 4{,}15\ UR_{in} - 1200\ F_5^t \geqslant 0$$

- Equipements au charbon : HCPWS, HCLIQ, HCEX, HCTRD

  Contraintes : $F_1^t \leqslant UR(1) \,.\, C_1^{t-1}$

$$F_2^t \leqslant UR(2) \,.\, C_2^{t-1}$$

$$F_8^t \leqslant K_8$$

$$F_9^t \leqslant K_9$$

$$\frac{F_1^t}{CE_1} + \frac{F_2^t}{CE_2} = F_8^t + F_9^t$$

2) Fonction objectif.

$$\text{Maximiser } F = C'_1.\text{Del}^t + C'_2.\ \text{DNE}^t - C_{11}(\ \text{DEL}^t)^2$$
$$- 2C_{12}\ \text{DEL}^t.\text{DNE}^t - C_{22}(\text{DNE}^t)^2$$
$$- \sum_{i=1}^{\alpha} C'_i.\ \text{ELE}(i) - \sum_{j=1}^{\beta} C''_j.\text{NELE}(j)$$
$$- C_1F_1^t - C_2F_2^t - C_3F_3^t - C_4F_4^t$$
$$- C_5F_5^t - C_8F_8^t - C_9F_9^t$$

$$\text{Où DEL}^t = \sum_{i=1}^{\alpha} \text{ELE}(i) + F_1^t + F_3^t + F_4^t + F_5^t$$

= nombre d'équipements électriques considérés.

$$\text{DNE}^t = \sum_{j=1}^{\beta} \text{NELE}(j) + F_2^t$$

= nombre d'équipements non électriques considérés.

2. Décomposition du modèle.

Comme on peut le voir dans la liste I classifiant les équipements producteurs d'électricité, les contraintes nucléaires ne facilitent en rien le rangement par priorité des équipements.

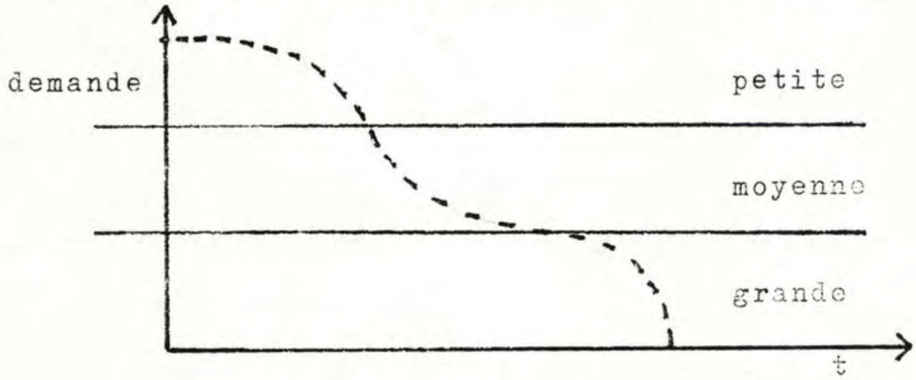
Il serait donc intéressant de séparer les équipements nucléaires du reste des technologies et de les traiter indépendamment de celles-ci. Cette séparation est justifiée ci-dessous par le biais d'hypothèses inhérentes aux descriptions des deux sous-problèmes.

1) Sous-problème 1 : équipements nucléaires.

a) Hypothèses

- L'utilisation des équipements nucléaires dans la satisfaction de la demande finale en énergie est faite en premier lieu et indépendamment des autres équipements.

Cela est justifiée par les coûts de fonctionnement des réacteurs nucléaires ($_i$ = 0) et par le fait que la demande n'est pas répartie de façon uniforme sur l'année.



Des investissements coûteux dans les secteurs nucléaires nous poussent donc à une utilisation maximale des équipements nucléaires (il paraît raisonnable de supposer qu'ils ne peuvent seuls satisfaire la demande électrique).
Si les contraintes de stock ou de disponibilités en matières nucléaires le permettent, les équipements nucléaires seront utilisés en quantité $UR(i) \, . \, C_1^{t-2}$

On notera ici que l'on a toujours

$$F_3^t = UR(3) \, . \, C_3^{t-2}$$

car son utilisation contribue à l'augmentation du stock de plutonium.

b) Formulation du sous-problème

$$\text{Maximiser } F_N = C_1' \, (F_3^t + F_4^t + F_5^t) - C_3 F_3^t - C_4 F_4^t$$
$$- C_5 F_5^t - C_{10} F_{10}^t$$

sachant que $F_3^t = UR(3) \, . \, C_3^{t-2}$

et sous contraintes : $F_4^t \leq UR(4) \cdot C_4^{t-2}$

$$F_5^t \leq UR(5) \cdot C_5^{t-2}$$

$$F_{10}^t \leq K_{10}$$

$$PU_{in} + 6,8\ UR_{in} - 1340\ F_4^t = 0$$

$$PUST^t = PUST^{t-1} + 5,5\ UR_{in} - 1,0\ PU_{in} + 1450\ UR(3) \cdot C_3^{t-2} \geq 0$$

$$URST^t = URST^{t-1} + 5 \cdot F_{10}^t - 4,15\ UR_{in} - 1200\ F_5^t \geq 0$$

2) Sous-problème 2 : équipements restants.

a) Hypothèses

Le sous-problème défini ci-dessous rassemble les équipements non nucléaires, c'est-à-dire des équipements électriques (ELE(i)), des équipements non électriques (NELE(j)) et les équipements au charbon.
Bien entendu, il nous faut tenir compte de la partie de la demande électrique satisfaite par les équipements nucléaires.

b) Formulation du sous-problème

Maximiser $$F_B = C_1' \left(\sum_{i=1}^{\alpha} ELE(i) + F_1^t \right) + C_2' \left(\sum_{j=1}^{\beta} NELE(j) + F_2^t \right) - C_{11} \cdot \left(\sum_{i=1}^{\alpha} ELE(i) + F_1^t \right)^2 - 2\ C_{12} \cdot \left(\sum_{i=1}^{\alpha} ELE(i) + F_1^t \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^{\beta} NELE(j) + F_2^t \right) - C_{22} \cdot \left(\sum_{j=1}^{\beta} NELE(j) + F_2^t \right)^2$$

$$- C_1 . F_1^t - C_2 . F_2^t - C_8 F_8^t - C_9 F_9^t$$
$$- \sum_{i=1}^{\alpha} C'_i \ ELE(i) - \sum_{j=1}^{\beta} C''_j \ NELE(j).$$

où C'_i = coût de fonctionnement de l'équipement ELE(i)

C''_j = coût de fonctionnement de l'équipement NELE(j)

Sous-contraintes : $F_1^t \leq UR(1) . C_1^{t-1}$

$$F_2^t \leq UR(2) . C_2^{t-1}$$

$$F_8^t < K_8$$

$$F_9^t < K_9$$

$$ELE(i) \leq CELE(i) \qquad 1 < i \leq \alpha$$
$$NELE(j) \leq CNELE(j) \qquad 1 < j \leq \beta$$

$$\frac{F_1^t}{CE_1} + \frac{F_2^t}{CE_2} = F_8^t + F_9^t$$

$$DEL^t = Q + \sum_{i=1}^{\alpha} ELE(i) + F_1^t$$

3) Conclusion

On peut écrire le problème sous la forme

$$\max F(Z^t) = \max F_A(Z_1^t) + \max F_N(Z_2^t)$$

Sous-contraintes $\quad A_t \ Z_1^t \leq D_1$

$$N_t \ Z_2^t \leq D_2$$

$$\bullet\ Z^t = \begin{pmatrix} Z_1^t \\ Z_2^t \end{pmatrix};$$

avec

$$\bullet\ Z_1^t = \left(ELE(1)..ELE(i)..ELE(\ )NELE(1)..NELE(j)..NELE(\beta)F_1^tF_2^tF_8^tF_9^t \right)^T$$

$$\bullet\ Z_2^t = \left(F_4^t\ F_5^t\ F_{10}^t UR_{in}\ PU_{in} \right)^T$$

$$\bullet\ N_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1340 & 0 & 0 & 1 & 6,8 \\ 1340 & 0 & 0 & -1 & -6,8 \\ 0 & 0 & 0 & -5,5 & 1,8 \\ 0 & 1200 & -1 & 0 & 4,15 \end{pmatrix} \quad D_2 = \begin{pmatrix} UR(4)C_4^{t-2} \\ UR(5)C_5^{t-2} \\ K_{10} \\ 0 \\ 0 \\ PUST^{t-1}-1450UR(3)C_3^{t-2} \\ URST^{t-1} \end{pmatrix}$$

$$\bullet\ A_t = \begin{pmatrix} 1\ 0\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0\ 1\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0\ 0\ 1\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdots & \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdots\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & \frac{1}{CE_1} & \frac{1}{CE_2} & -1 & -1 \\ 0 & \cdots & \frac{-1}{CE_1} & \frac{-1}{CE_2} & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad D_1 = \begin{pmatrix} CELE(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ CELE(\alpha) \\ CNELE(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ CNELE(\beta) \\ UR(1)\ C_1^{t-1} \\ UR(2)\ C_2^{t-2} \\ K_8 \\ K_9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Les valeurs prises par les variables du vecteur Z_t et obtenues après résolution des deux sous-problèmes sont évidemment des valeurs approchées de celles qui correspondraient à la solution obtenue sans division du problème. C'est le prix à payer pour une simplification de celui-ci. On pourrait, suite à ce mémoire vérifier que nos hypothèses conduisent à une bonne approximation.

CHAPITRE 5

RESOLUTION DU SOUS-PROBLEME NUCLEAIRE.

Nous allons dans ce chapitre essayer de cerner l'ensemble des situations correspondant à une solution optimale du sous-problème nucléaire. Le caractère optimal sera vérifié à l'aide des conditions de Kuhn et Tucker.

Les hypothèses faites au chapitre précédent et qui nous conduisent à utiliser les équipements nucléaires au maximum de leurs possibilités nous ont permis de restreindre fortement les situations possibles.

Nous montrerons qu'elles sont mutuellement exclusives et que tous les cas sont couverts (partition).

Rappelons que l'on a déjà $F_3^t = UR(3) \cdot C_3^{t-2}$.

1. Conditions de Kuhn et Tucker.

Soit $H = F_N - \sum_i \lambda_i g_i$ $\qquad i \in \{4,5,PU,UR,1\}$

Les conditions à vérifier sont les suivantes :

a) $F_4^t - UR(4) \, . \, C_4^{t-2} \leq 0$

$F_5^t - UR(5) \, . \, C_5^{t-2} \leq 0$

$F_{10}^t - K_{10} \leq 0$

$PU_{in} + 6{,}8 \; UR_{in} - 1340 \; F_4^t = 0$

$1{,}8 \; PU_{in} - 5{,}5 \; UR_{in} - 1450 \, . \, UR(3) \, . \, C_3^{t-2} - PUST^{t-1} \leq 0$

$4{,}15 \; UR_{in} + 1200 \; F_5^t - F_{10}^t - URST^{t-1} \leq 0$

b) $(F_4^t - UR(4) \, . \, C_4^{t-2}) \, . \, \lambda_4 = 0$ $\qquad \lambda_4 \geq 0$

$(F_5^t - UR(5) \, . \, C_5^{t-2}) \, . \, \lambda_5 = 0$ $\qquad \lambda_5 \geq 0$

$(F_{10}^t - K_{10}) \, . \, \lambda_{10} = 0$ $\qquad \lambda_{10} \geq 0$

$(1{,}8 \; PU_{in} - 5{,}5 \; UR_{in} - 1450 \; F_3^t - PUST^{t-1}) \, . \, \lambda_{PU} = 0$ $\qquad \lambda_{PU} \geq 0$

$(4{,}15 \; UR_{in} + 1200 \; F_5^t - F_{10}^t - URST^{t-1}) \, . \, \lambda_{UR} = 0$ $\qquad \lambda_{UR} \geq 0$

$(PU_{in} + 6{,}8 \; UR_{in} - 1340 \; F_4^t) \, . \, \lambda_1 = 0$ $\qquad \lambda_1$ quelconque

c) $$\frac{\delta H}{\delta F_4^t} = M_4 - 2C_{11}(F_3^t + F_4^t + F_5^t) - \lambda_4 + 1340 \, \lambda_1$$

où $M_4 = C_1' - C_4$

$$\frac{\delta H}{\delta F_5^t} = M_5 - 2C_{11}(F_3^t + F_4^t + F_5^t) - \lambda_5 + 1200 \, \lambda_{UR}$$

où $M_5 = C_1' - C_5$

$$\frac{\delta H}{\delta F^t_{10}} = M_{10} - \lambda_{10} + \lambda_{UR}$$

où $M_{10} = - C_{10}$

$$\frac{\delta H}{\delta PU_{in}} = - \lambda_1 - 1,8\lambda_{PU}$$

$$\frac{\delta H}{\delta UR_{in}} = - 6,8\ \lambda_1 + 5,5\ \lambda_{PU} - 4,15\lambda_{UR}$$

2. Solutions du sous-problème nucléaire : justification du caractère optimal de ces solutions.

Cas 1 : Les quantités en stock de plutonium et d'uranium sont suffisantes pour faire fonctionner les équipements au maximum de leurs capacités.

Remarque

L'utilisation de PU_{in} et UR_{in} dans le fonctionnement du PWR est indifférente.

Démonstration :

Soit $PUST^t > 0$, $URST^t > 0$

a) Supposons que le PWR fonctionne uniquement au plutonium

$\Longrightarrow PU_{in} > 0$, $UR_{in} = 0$

$PUST^t > 0 \Longrightarrow \lambda_{PU} = 0$

$URST^t > 0 \Longrightarrow \lambda_{UR} = 0$

$PU_{in} > 0 \Longrightarrow \dfrac{\delta H}{\delta PU_{in}} = 0 \Longrightarrow \lambda_1 = 0$

$UR_{in} = 0 \Longrightarrow \dfrac{\delta H}{\delta UR_{in}} < 0$

On devrait donc avoir

$$-6,8\ \lambda_1 + 5,5\ \lambda_{PU} - 4,15\ \lambda_{UR} < 0$$

or $\lambda_1 = \lambda_{PU} = \lambda_{UR} = 0$

b) Si on suppose que le PWR fonctionne uniquement à l'uranium on arrive à la même contradiction.

Le PWR fonctionne indifféremment au plutonium ou à l'uranium PU_{in} et UR_{in} peuvent donc prendre une valeur arbitraire (soit $\theta > 0$, la valeur de PU_{in}, la valeur de UR_{in} est déterminé par la contrainte de liaison). Cela entraîne une infinité de solutions.

Résolution

Situation envisagée : $F_4^t = UR(4)\ .\ C_4^{t-2}$, $F_5^t = UR(5)\ .\ C_5^{t-2}$

$$F_{10}^t = 0\ ,\ PU_{in} = \theta \geq 0\ ,\ UR_{in} \geq 0$$

$$PUST^t > 0\ ,\ URST^t > 0$$

$$\Longrightarrow\ \lambda_{10},\ \lambda_{PU},\ \lambda_{UR} = 0$$

Conditions à vérifier

1) $$\frac{\delta H}{\delta F_4^t} = 0 \Longrightarrow M_4 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2}) - \lambda_4 + 1340\ \lambda_1 = 0$$

2) $$\frac{\delta H}{\delta F_5^t} = 0 \Longrightarrow M_5 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2}) - \lambda_5 = 0$$

3) $$\frac{\delta H}{\delta F_{10}^t} < 0 \Longrightarrow M_{10} < 0$$

4) $$\frac{\delta H}{\delta PU_{in}} = 0 \Longrightarrow \lambda_1 = 0$$

5) $\frac{\delta H}{\delta UR_{in}} = 0 \implies \lambda_1 = 0$

6) $\lambda_4 , \lambda_5 \geq 0$

7) Contraintes du problème

Vérification des conditions :

$$\lambda_4 \geq 0 \implies M_4 - 2C_{11} \; (UR(3).\, C_3^{t-2} + UR(4).\, C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2}) \geq 0$$

$$\lambda_5 \geq 0 \implies M_5 - 2C_{11} \; (UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2}) \geq 0$$

$$\text{Or } M_4 = M_5 \implies \lambda_4 = \lambda_5$$

Recherche de UR_{in}

$$PU_{in} = \theta \implies UR_{in} = \frac{1340 \; UR(4).C_4^{t-2} - \theta}{6,8}$$

Conclusion

Produire $F_3^t = UR(3).C_3^{t-2}$

$F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}$

$F_5^t = UR(5).C_5^{t-2}$

$F_{10}^t = 0$

$PU_{in} = \theta$

$$UR_{in} = \frac{1340 \; UR(4).\, C_4^{t-2} - \theta}{6,8}$$

SI 1) $UR(3).c_3^{t-2} + UR(4).c_4^{t-2} + UR(5).c_5^{t-2} \leqslant M_5/2C_{11}$

2) $URST^t = URST^{t-1} - 1200\ UR(5).c_5^{t-2} - 4,5.UR_{in} > 0$

3) $PUST^t = PUST^{t-1} - 1,8.PU_{in} + 5,5.UR_{in} + 1450.UR(3).c_3^{t-2} > 0$

4) $0 \leqslant \theta \leqslant 1340.UR(4).c_4^{t-2}$

$\boxed{\text{Cas 2}}$: Les équipements sont utilisés au maximum de leurs capacités; ici, le stock de plutonium est nul.

Résolution

Situation envisagée

$F_4^t = UR(5).c_5^{t-2}$, $F_5^t = UR(5).c_5^{t-2}$

$F_{10}^t = 0$, $UR_{in} > 0$, $Pu_{in} > 0$, $PUST^t > 0$

$URST^t > 0$

$\Longrightarrow \lambda_{10}$, $\lambda_{UR} = 0$

Conditions à vérifier

1) $$\frac{\delta H}{\delta F_4^t} = 0 \Longrightarrow M_4 - 2C_{11}\ (UR(3).c_3^{t-2} + UR(4).c_4^{t-2} + UR(5).c_5^{t-2}) - \lambda_4 + 1340\ \lambda_1 = 0$$

2) $$\frac{\delta H}{\delta F_5^t} = 0 \Longrightarrow M_5 - 2C_{11}\ (UR(3).c_3^{t-2} + UR(4).c_4^{t-2} + UR(5).c_5^{t-2}) - \lambda_5 = 0$$

3) $$\frac{\delta H}{\delta F_{10}^t} < 0 \Longrightarrow M_{10} < 0$$

4) $$\frac{\delta H}{\delta PU_{in}} = 0 \Longrightarrow -\lambda_1 - 1,8\ \lambda_{PU} = 0$$

5) $\frac{\delta H}{\delta UR_{in}} = 0 \Longrightarrow - 6{,}8\,\lambda_1 + 5{,}5\,\lambda_{PU} = 0$

6) $\lambda_4\ ,\ \lambda_5\ ,\ \lambda_{PU} \geqslant 0$

7) Contraintes du problème

Vérification des conditions

$$\lambda_4 \geqslant 0 \Longrightarrow M_4 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2}) \geqslant 0$$

$$\lambda_5 \geqslant 0 \Longrightarrow M_5 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2}) \geqslant 0$$

$$\text{Or } M_4 = M_5 \Longrightarrow \lambda_4 = \lambda_5$$

Recherche de PU_{in} , UR_{in}

Des équations

$PU_{in} + 6{,}8\ UR_{in} = 1340.F_4^t$

$PUST^t + 5{,}5\ UR_{in} - 1{,}8\ PU_{in} + 1450.UR(3).C_3^{t-2} = 0$

On tire, les valeurs de UR_{in} et PU_{in} (voir conclusion)

Conclusion

Produire $F_3^t = UR(3).C_3^{t-2}$

$F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}$

$F_5^t = UR(5).C_5^{t-2}$

$F_{10}^t = 0$

$$UR_{in} = \frac{-PUST^t - 1450.UR(3).C_3^{t-2} + 2412.UR(4).C_4^{t-2}}{17{,}74}$$

$$PU_{in} = 1340.UR(4).C_4^{t-2} - 6{,}8.UR_{in}$$

SI 1) $UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2} < \frac{M_5}{2C_{11}}$

2) $-PUST^{t-1} - 1450.UR(3).C_3^{t-2} + 2412.UR(4).C_4^{t-2} > 0$

3) $URST^t = URST^{t-1} - 4{,}15.UR_{in} - 1200.UR(5).C_5^{t-2} > 0$

$\boxed{\text{Cas 3}}$: Si dans le cas 2, la contrainte concernant le stock d'uranium n'est pas respecté ($URST^t < 0$), on pose $URST^t = 0$ et on extrait de l'uranium ($F_{10}^t > 0$)

Situation envisagée

$F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}$, $F_5^t = UR(5).C_5^{t-2}$

$0 < F_{10}^t < K_{10}$, $UR_{in} > 0$, $PU_{in} > 0$

$PUST^t = 0$, $URST^t = 0$

$\Longrightarrow \lambda_{10} = 0$

Conditions à vérifier

1) $\frac{\delta H}{\delta F_4^t} = 0 \Longrightarrow M_4 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2})$
$-\lambda_4 + 1340.\ \lambda_1 = 0$

2) $\frac{\delta H}{\delta F_5^t} = 0 \Longrightarrow M_5 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2})$
$-\lambda_5 + 1200.\ \lambda_{UR} = 0$

3) $\frac{\delta H}{\delta UR_{in}} = 0 \Longrightarrow -6{,}8\ \lambda_1 + 5{,}5\lambda_{PU} - 4{,}15\lambda_{UR} = 0$

4) $\frac{\delta H}{\delta PU_{in}} = 0 \Longrightarrow -\lambda_1 + 1{,}8\lambda_{PU} = 0$

5) $\frac{\delta H}{\delta F_{10}^t} = 0 \Longrightarrow M_{10} + 5.\lambda_{UR} = 0$

6) $\lambda_{PU}, \lambda_{UR}, \lambda_4, \lambda_5 \geqslant 0$

7) Contraintes du problème

Vérification des conditions

λ_4 λ_5 et $\lambda_5 \geqslant 0$ si $M_5 - 1200\lambda_{UR} - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2}$

$+ UR(5).C_5^{t-2}) \geqslant 0$

$\lambda_{UR} \geqslant 0$ car $\lambda_{UR} = -M_{10}/5$

$\lambda_{PU} \geqslant 0$ car $\lambda_{PU} = 0{,}23.\ \lambda_{UR} > 0$

Recherche de PU_{in} , UR_{in} , F_{10}^t

PU_{in} et UR_{in} ont les valeurs du cas deux

$$F_{10}^t = \frac{4{,}15.UR_{in} + 1200.UR(5).C_5^{t-2} - URST^{t-1}}{5}$$

Conclusion

Produire $F_3^t = UR(3).C_3^{t-2}$, $F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}$, $F_5^t = UR(5).C_5^{t-2}$

$$UR_{in} = \frac{-PUST^{t-1} - 1450.UR(3).C_3^{t-2} + 2412.UR(4).C_4^{t-2}}{17{,}74}$$

$$PU_{in} = 1340.UR(4).C_4^{t-2} - 6{,}8.UR_{in}$$

$$F_{10}^t = \frac{4{,}15.UR_{in} + 1200.UR(5).C_5^{t-2} - URST^{t-1}}{5}$$

si 1) $UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2} \leqslant \dfrac{M_5 + 240.M_{10}}{2.C_{11}}$

2) $0 < 4{,}15.UR_{in} + 1200.UR(5).C_5^{t-2} - URST^{t-1} < K_{10}$

3) $-PUST^{t-1} - 1450.UR(3).C_3^{t-2} + 2412.UR(4).C_4^{t-2} > 0$

$\boxed{\text{Cas 4}}$: Si dans le cas 3, la contrainte concernant l'extraction d'uranium n'est pas respectée ($F_{10}^t < K_{10}$) alors on pose $F_{10}^t = K_{10}$ et on diminue la valeur de F_5^t (dernier sur la liste des équicléaires).

Situation envisagée

$F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}$

$0 < F_5^t < UR(5).C_5^{t-2}$

$F_{10}^t = K_{10}$

$PUST = 0$, $URST^t = 0$

$\Longrightarrow \lambda_5 = 0$

Conditions à vérifier

1) $\dfrac{\delta H}{\delta F_4^t} = 0 \Longrightarrow M_4 - 2C_{11}(UR(4).C_4^{T-2} + UR(3).C_3^{t-2} + F_5^t)$
$- \lambda_4 + 1340.\lambda_1 = 0$

2) $\dfrac{\delta H}{\delta F_5^t} = 0 \Longrightarrow M_5 - 2C_{11}(UR(4).C_4^{t-2} + UR(3).C_3^{t-2} + F_5^t)$
$- 1200\,\lambda_{UR} = 0$

3) $\dfrac{\delta H}{\delta F_{10}^t} = 0 \Longrightarrow M_{10} - \lambda_{10} + 5\lambda_{UR} = 0$

4) $\dfrac{\delta H}{\delta PU_{in}} = 0 \Longrightarrow \lambda_p - 1{,}8\,\lambda_{PU} = 0$

5) $\dfrac{\delta H}{\delta UR_{in}} = 0 \Longrightarrow -6{,}8\,\lambda_p + 5{,}5\,\lambda_{PU} - 4{,}15\,\lambda_{UR} = 0$

6) $\lambda_{10}, \lambda_{PU}, \lambda_{UR}, \lambda_4 \geqslant 0$

7) Contraintes du problème

Vérification des conditions

De 5) on tire : $\lambda_{UR} = \dfrac{M_5 - 2C_{11}(UR(4).C_4^{t-2} + UR(3).C_3^{t-2} + F_5^t)}{1200}$

De 3) on tire : $\lambda_{10} = M_{10} + 5\lambda_{UR}$

$\lambda_{10} \geqslant 0 \Longrightarrow \lambda_{UR} \geqslant 0$ (M_{10} est négatif)

$$(*) \quad \frac{M_5 + 240\ M_{10} - 2C_{11}(UR(4).C_4^{t-2} + UR(3).C_3^{t-2} + F_5^t)}{1200} \geq 0$$

si (*) est vérifié, alors λ_{PU} , λ_4 , $\lambda_{UR} \geq 0$

<u>Recherche de F_5^t , UR_{in} , PU_{in}</u>

$$F_5^t = (5K_{10} + URST^{t-1} - 4,15\ UR_{in}) / 1200$$

UR_{in} et PU_{in} sont les expressions trouvées dans le cas 2.

<u>Conclusion</u>

Produire

$$F_3^t = UR(3).C_3^{t-2}$$

$$F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}$$

$$F_5^t = (5K_{10} + URST^{t-1} - 4,15\ UR_{in}) / 1200$$

$$F_{10}^t = K_{10}$$

$$UR_{in} = \frac{-PUST^{t-1} - 1450.UR(3).C_3^{t-2} + 2412.UR(4).C_4^{t-2}}{17,74}$$

$$PU_{in} = 1340.UR(4).C_4^{t-2} - 6,8.UR_{in}$$

SI 1) $UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + (URST^{t-1} + 5K_{10} -$

$4,15.UR_{in}) \leq \dfrac{M_5 + 240\ M_{10}}{2C_{11}}$

2) $0 < 5K_{10} + URST^{t-1} - 4,15.UR_{in} < K_{10} \cdot 1200$

3) $-PUST^{t-1} - 1450.UR(3).C_3^{t-2} + 2412.UR(4).C_4^{t-2} > 0$

$\boxed{\text{Cas 5}}$: Si dans le cas 4, $F_5^t < 0$, on pose $F_5^t = 0$ et on détermine la valeur de F_4^t

Résolution

Situation envisagée

$$0 < F_4^t < UR(4).C_4^{t-2} \;,\; F_5^t = 0$$

$$F_{10}^t = K_{10} \;,\; UR_{in} > 0 \;,\; PU_{in} > 0$$

$$PUST^t = 0 \;,\; URST^t = 0$$

$$\Longrightarrow \lambda_4, \lambda_5 = 0$$

Conditions à vérifier

1) $$\frac{\delta H}{\delta F_4^t} = 0 \Longrightarrow M_4 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + F_4^t) + 1340.\lambda_1 = 0$$

2) $$\frac{\delta H}{\delta F_5^t} < 0 \Longrightarrow M_5 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + F_4^t) - 1200.\lambda_{UR} \quad 0$$

3) $$\frac{\delta H}{\delta F_{10}^t} = 0 \Longrightarrow M_{10} - \lambda_{10} + 5\,\lambda_{UR} = 0$$

4) $$\frac{\delta H}{\delta PU_{in}} = 0 \Longrightarrow -\lambda_1 - 1,8\,\lambda_{PU} = 0$$

5) $$\frac{\delta H}{\delta UR_{in}} = 0 \Longrightarrow -6,8.\lambda_1 + 5,5.\lambda_{PU} - 4,15.\lambda_{UR} = 0$$

6) $\lambda_{UR} \,,\, \lambda_{PU} \,,\, \lambda_{10} \geq 0$

7) Contraintes du problème

Vérification des conditions

$$\lambda_1 = \frac{-M_4 + 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + F_4^t)}{1340}$$

$$\lambda_{PU} \geqslant 0 \Longrightarrow \frac{-\lambda_1}{1,8} \geqslant 0 \qquad (\text{vrai si } \lambda_1 \geqslant 0)$$

$$\lambda_{UR} \geqslant 0 \Longrightarrow \frac{-6,8.\lambda_1 + 5,5.\lambda_{PU}}{4,15} \geqslant 0$$

$$\lambda_{10} \geqslant 0 \Longrightarrow M_{10} + 5.\lambda_{UR} \geqslant 0$$

De ces trois implications, on tirera la contrainte 1 de la conclusion car on a $\lambda_{10} < \lambda_{UR}$ et $\lambda_{10} < \lambda_{PU}$

Recherche de UR_{in} , PU_{in} , F_4^t

$$UR_{in} = \frac{URST^{t-1} + 5.K_{10}}{4,15}$$

$$PU_{in} = \frac{PUST^{t-1} + 5,5.UR_{in} + 1450.UR(3).C_3^{t-2}}{1,8}$$

$$F_4^t = \frac{PU_{in} + 6,8.UR_{in}}{1340}$$

Conclusion

Produire $F_3^t = UR(3).C_3^{t-2}$

$$UR_{in} = \frac{URST^{t-1} + 5.K_{10}}{4,15}$$

$$PU_{in} = \frac{PUST^{t-1} + 5,5.UR_{in} + 1450.UR(3).C_3^{t-2}}{1,8}$$

$$F_4^t = \frac{PU_{in} + 6,8.UR_{in}}{1340}$$

$$F_5^t = 0$$

$$F_{10}^t = K_{10}$$

SI 1) $2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + F_4^t) \leq \dfrac{M_{10} + 0,009\ M_4}{0,009}$

2) $0 < \dfrac{PU_{in} + 6,8.UR_{in}}{1340} < UR(4).C_4^{t-2}$

$\boxed{\text{Cas 6}}$: La quantité de plutonium en stock est suffisante pour faire fonctionner PWR au maximum de sa capacité (cas 1).
Mais, ici, le stock d'uranium est nul et on en extrait.

Situation envisagée

$$F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}\ ,\ F_5^t = UR(5).C_5^{t-2}$$

$$0 < F_{10}^t < K_{10}$$

$$PU_{in} > 0\ ,\ URST^t = 0$$

$$\Longrightarrow \lambda_{PU}\ ,\ \lambda_{10} = 0$$

Conditions à vérifier

1) $\dfrac{\delta H}{\delta F_4^t} = 0 \Longrightarrow M_4 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2}) - \lambda_4 = 0$

2) $\dfrac{\delta H}{\delta F_5^t} = 0 \Longrightarrow M_5 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2})$
$- 1200\ \lambda_{UR} - \lambda_5 = 0$

3) $\dfrac{\delta H}{\delta F_{10}^t} = 0 \Longrightarrow M_{10} + 5\ \lambda_{UR} = 0$

4) $\frac{\delta H}{\delta PU_{in}} = 0 \implies \lambda_1 = 0$

5) $\frac{\delta H}{\delta UR_{in}} < 0 \implies -6{,}8.\lambda_1 - 4{,}15.\lambda_{UR} < 0$

6) $\lambda_4 , \lambda_5 , \lambda_{UR} \geqslant 0$

7) contraintes du problème

Vérification des conditions

$\lambda_4 \geqslant 0 \implies M_4 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2}) \geqslant 0$

$\lambda_5 \geqslant 0 \implies M_5 - 1200.\lambda_{UR} - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2}) \geqslant 0$

comme $M_5 - 1200.\lambda_{UR} < M_4$, on a $\lambda_4 > \lambda_5$

$\lambda_{UR} \geqslant 0$ car $-M_{10}/5 \geqslant 0$

$\frac{\delta H}{\delta UR_{in}} < 0$ car $\lambda_1 = 0$ et $\lambda_{UR} \geqslant 0$

Conclusion

Produire

$$F_3^t = UR(3).C_3^{t-2}$$

$$F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}$$

$$F_5^t = UR(5).C_5^{t-2}$$

$$F_{10}^t = \frac{1200.UR(5).C_5^{t-2} - URST^{t-1}}{5}$$

$$PU_{in} = 1340.UR(4).C_4^{t-2}$$

$$UR_{in} = 0$$

SI 1) $0 < F_{10}^t < K_{10}$

2) $UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + UR(5).C_5^{t-2} \leqslant \frac{M_5 + 240.M_{10}}{2C_{11}}$

3) $PUST^t = PUST^{t-1} - 2412.UR(4).C_4^{t-2} + 1450.UR(3).C_3^{t-2} > 0$

$\boxed{\text{Cas 7}}$: Si dans le cas 6, la contrainte concernant l'uranium extrait n'est pas respectée ($F_{10}^t < K_{10}$) alors on pose $F_{10}^t = K_{10}$ et on diminue F_5^t ($F_5^t < UR(5).C_5^{t-2}$).

Situation envisagée

$$F_4^t = UR(4).C_4^{t-2} \ , \ 0 < F_5^t < UR(5).C_5^{t-2} \ , \ F_{10}^t = K_{10}$$

$$\dot{UR}_{in} = 0 \ , \ \dot{PU}_{in} > 0 \ , \ PUST^t > 0 \ , \ URST^t = 0 \ .$$

$$\Longrightarrow \lambda_{PU} \ , \ \lambda_5 = 0$$

Conditions à vérifer

1) $\dfrac{\delta H}{\delta F_4^t} = 0 \Longrightarrow M_4 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + F_5^t) - \lambda_4 + 1340\ \lambda_1 = 0$

2) $\dfrac{\delta H}{\delta F_5^t} = 0 \Longrightarrow M_5 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + F_5^t) - 1200\ \lambda_{UR} = 0$

3) $\dfrac{\delta H}{\delta PU_{in}} = 0 \Longrightarrow \lambda_1 = 0$

4) $\dfrac{\delta H}{\delta UR_{in}} < 0 \Longrightarrow -4,15\ \lambda_{UR} < 0$

5) $\lambda_4 \ , \ \lambda_{10} \ , \ \lambda_{UR} \geqslant 0$

6) $\dfrac{\delta H}{\delta F_{10}^t} = 0 \Longrightarrow M_{10} - \lambda_{10} + 5.\ \lambda_{UR} = 0$

7) contraintes du problème

Vérification des conditions

$\lambda_4 > 0 \Longrightarrow M_4 - 2C_{11}(\ UR(4).C_4^{t-2} + UR(3).C_3^{t-2} + F_5^t\ ) > 0$

note: $URST^t = 0 \Longrightarrow F_5^t = \dfrac{5K_{10} + URST^{t-1}}{1200}$

Des conditions 2,5 et 6 on tire :

$$\lambda_{10} = 240.M_{10} + M_5 - 2C_{11}(UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + F_5^t)$$

$$\text{Si } \lambda_{10} \geqslant 0 \implies \lambda_{UR} \geqslant 0 \quad \text{car } \lambda_{UR} > - \frac{M_{10}}{5}$$

$$\frac{\delta H}{\delta UR_{in}} < 0 \quad \text{car } \frac{\delta H}{\delta UR_{in}} = -4,15.\lambda_{UR}$$

$$\lambda_{UR} > 0 \implies \frac{\delta H}{\delta UR_{in}} < 0$$

Conclusion

Produire
$$F_3^t = UR(3).C_3^{t-2}$$
$$F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}$$
$$F_5^t = \frac{5.K_{10} + URST^{t-1}}{1200}$$
$$F_{10}^t = K_{10}$$
$$PU_{in} = 1340.UR(4).C_4^{t-2}$$
$$UR_{in} = 0$$

SI 1) $0 < \dfrac{5.K_{10} + URST^{t-1}}{1200} < UR(5).C_5^{t-2}$

2) $UR(3).C_3^{t-2} + UR(4).C_4^{t-2} + \dfrac{5.K_{10} + URST^{t-1}}{1200} \leqslant \dfrac{M_5 + 240.M_{10}}{2C_{11}}$.

3) $PUST^t = PUST^{t-1} - 2412.UR(4).C_4^{t-2} + 1450.UR(3).C_3^{t-2} > 0$

3. Partition de l'ensemble des solutions.

Relativement à l'état des stocks, on peut regrouper les sept cas en quatre types.

a) <u>Type 1</u> : $PUST^t > 0$, $URST^t > 0$.

Pour ce type, on distingue un seul cas

$PU_{in} \geqslant 0$, $UR_{in} \geqslant 0$

$F_3^t = UR(3).C_3^{t-2}$, $F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}$, $F_5^t = UR(5).C_5^{t-2}$

Si la solution existe, ce problème admet une solution simplement indéterminée.

b) <u>Type 2</u> : $PUST^t > 0$, $URST^t = 0$.

<u>Proposition</u>

$$\left| \begin{array}{l} PUST^t > 0 \text{ , } URST^t = 0 \\ F_4^t > 0 \text{ , } F_{10}^t > 0 \\ \Longrightarrow PU_{in} > 0 \text{ , } UR_{in} = 0 \end{array} \right.$$

<u>Démonstration</u>

$$PUST^t > 0 \Longrightarrow \lambda_{PU} = 0$$

$$F_{10}^t > 0 \Longrightarrow \frac{\delta H}{\delta F_{10}^t} = 0$$

$$\Longrightarrow \lambda_{UR} = \frac{-M_{10}}{5}$$

$$\frac{\delta H}{\delta PU_{in}} = -\lambda - 1{,}8\ \lambda_{PU}$$

$$\frac{\delta H}{\delta UR_{in}} = -6{,}8\lambda + 5{,}5\lambda_{PU} - 4{,}15\ \lambda_{UR}$$

$F_4^t > 0 \Longrightarrow$ On se trouve dans une des trois situations qui suivent:

1) $PU_{in} > 0$ et $UR_{in} > 0$

2) $PU_{in} > 0$ et $UR_{in} = 0$

3) $PU_{in} = 0$ et $UR_{in} > 0$

La situation 1 est impossible car

$$PU_{in} > 0 \implies \frac{\delta H}{\delta PU_{in}} = 0$$

$$\implies \lambda_1 = 0$$

$$UR_{in} > 0 \implies \frac{\delta H}{\delta UR_{in}} = 0$$

$$\implies -6{,}8\lambda_1 + \frac{4{,}15}{5} M_{10} = 0$$

$$\implies \frac{4{,}15}{5} M_{10} = 0 \text{ (impossible)}$$

La situation 2 est possible car

$$PU_{in} > 0 \implies \lambda_1 = 0$$

$$UR_{in} = 0 \implies \frac{\delta H}{\delta UR_{in}} < 0$$

$$\implies \frac{4{,}15}{5} M_{10} < 0 \text{ (vrai car } M_{10} < 0)$$

La situation 3 est impossible car

$$UR_{in} > 0 \implies \frac{\delta H}{\delta UR_{in}} = 0$$

$$\implies \lambda_1 = \frac{4{,}15}{6{,}8.5} M_{10}$$

$$PU_{in} = 0 \implies \frac{\delta H}{\delta PU_{in}} < 0$$

$$\implies \frac{-4{,}15}{6{,}8.5} M_{10} = 0 \text{ (impossible)}$$

On obtient donc les 2 cas distincts suivants:

- $PU_{in} > 0$, $UR_{in} = 0$

$F_3^t = UR(3).c_3^{t-2}$, $F_4^t = UR(4).c_4^{t-2}$, $F_5^t = UR(5).c_5^{t-2}$

$0 < F_{10}^t < K_{10}$

- $PU_{in} > 0$, $UR_{in} = 0$

$F_3^t = UR(3).c_3^{t-2}$, $F_4^{t-2} = UR(4).c_4^{t-2}$

$0 < F_5^t < UR(5).c_5^{t-2}$, $F_{10}^t = K_{10}$

c) Type 3 : $PUST^t = 0$, $URST^t > 0$.

Proposition

$$\left|\begin{array}{l} PUST^t = 0 \ , \ URST^t > 0 \\ F_4^t > 0 \\ \Longrightarrow PU_{in} > 0 \ , \ UR_{in} > 0 \end{array}\right.$$

Démonstration

$URST^t > 0 \Longrightarrow \lambda_{UR} = 0$

$$\frac{\delta H}{\delta PU_{in}} = -\lambda_1 - 1,8\ \lambda_{PU}$$

$$\frac{\delta H}{\delta UR_{in}} = -6,8.\lambda_1 + 5,5.\lambda_{PU}$$

$F_4^t > 0$ et $PUST^t = 0$ $\Longrightarrow$ On se trouve dans une des 2 situations suivantes :

1) $PU_{in} > 0$, $UR_{in} > 0$

2) $PU_{in} > 0$, $UR_{in} = 0$

La situation 1 est possible car

$$PU_{in} > 0 \Longrightarrow \frac{\delta H}{\delta PU_{in}} = 0$$

$$\Longrightarrow -\lambda_1 - 1,8\lambda_{PU} = 0 \qquad (1)$$

$$UR_{in} > 0 \Longrightarrow \frac{\delta H}{\delta UR_{in}} = 0$$

$$\Longrightarrow -6,8.\lambda_1 + 5,5.\lambda_{PU} = 0 \ (2)$$

(1) et (2) $\Longrightarrow \lambda_1 = \lambda_{PU} = 0$ (aucune contradiction)

La situation 2 est impossible car

$$PU_{in} > 0 \Longrightarrow \frac{\delta H}{\delta PU_{in}} = 0$$

$$\Longrightarrow -\lambda_1 - 1,8.\lambda_{PU} = 0$$

$$\Longrightarrow \lambda_1 = -1,8.\lambda_{PU}$$

(λ_1 est négatif car λ_{PU} doit être positif)

$$UR_{in} = 0 \Longrightarrow \frac{\delta H}{UR_{in}} < 0$$

$$\Longrightarrow -6,8.\lambda_1 + 5,5.\lambda_{PU} < 0$$

impossible car $\lambda_1 < 0$ et $\lambda_{PU} > 0$

On n'a donc que le cas suivant

- $PU_{in} > 0$, $UR_{in} > 0$

$F_3^t = UR(3).C_3^{t-2}$, $F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}$, $F_5^t = UR(5).C_5^{t-2}$

$F_{10}^t = 0$

d) Type 4 : $PUST^t = 0$, $URST^t = 0$

Proposition

$$\left| \begin{array}{l} PUST^t = 0 \ , \ URST^t = 0 \\ F_4^t > 0 \ , \ F_{10}^t > 0 \\ \Longrightarrow \ PU_{in} > 0 \ , \ UR_{in} > 0 \end{array} \right.$$

Démonstration

Démonstration semblable au cas précédent.

On obtient donc les 3 cas distincts qui suivent

- $PU_{in} > 0$, $UR_{in} > 0$

  $F_3^t = UR(3).C_3^{t-2}$, $F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}$, $F_5^t = UR(5).C_5^{t-2}$

  $0 < F_{10}^t < K_{10}$

- $PU_{in} > 0$, $UR_{in} > 0$

  $F_3^t = UR(3).C_3^{t-2}$, $F_4^t = UR(4).C_4^{t-2}$, $0 < F_5^t < UR(5).C_5^{t-2}$

  $F_{10}^t = K_{10}$

- $PU_{in} > 0$, $UR_{in} > 0$

  $F_3^t = UR(3).C_3^{t-2}$, $0 < F_4^t < UR(4).C_4^{t-2}$, $F_5^t = 0$

  $F_{10}^t = K_{10}$

Conclusion

L'ensemble des cas étudiés forment bien une partition de l'ensemble des solutions admissibles.

CHAPITRE 6

RESOLUTION DU SOUS-PROBLEME RELATIF AUX EQUIPEMENTS NON NUCLEAIRES

Le sous-problème relatif aux équipements non nucléaires est plus long à résoudre.En effet,on y fait usage d'un nombre quelconque d'équipements contribuant aussi bien à la demande électrique qu'à la demande non électrique.Cependant,comme on l'a vu au chapitre quatre,la plupart des technologies employées (ELE(i) , NELE(j)) sont soumises à un même type de contraintes (contraintes liées aux dépassements de capacité et à la disponibilité en ressources).Seuls les équipements au charbon sont soumis à une contrainte particulière;on a:

$$F_1^t \leq UR(1) \cdot C_1^{t-1}$$

$$F_2^t \leq UR(2) \cdot C_2^{t-1}$$

$$F_8^t \leq K_8$$

$$F_9^t \leq K_9$$

soumis à la contrainte

$$\frac{F_1^t}{CE_1} + \frac{F_2^t}{CE_2} = F_8^t + F_9^t$$

Ce sont ces équipements qui nous permettront de définir les différentes situations à envisager et à soumettre aux conditions de Kuhn et Tucker,mais avant nous nous attacherons d'abord à limiter le nombre de situations possibles en établissant un ordre de priorités dans le domaine des équipements électriques et non électriques.

1. Conditions de Kuhn et Tucker.

a) Notations.

$n + 1$ = Nombre total d'équipements électriques considérés ($ELE(i), F_1^t$)

$m + 1$ = Nombre total d'équipements non électriques considérés ($\dot{E}LE(j), F_2^t$)

α = Nombre d'équipements $ELE(i)$ effectivement utilisés $0 < \alpha \leq n$

β = Nombre d'équipements $NELE(j)$ effectivement utilisés $0 < \alpha \leq m$

b) Conditions.

$$\text{Soit } H = F_B - \lambda_1 g_1 - \lambda_2 g_2 - \sum_{i=1}^{n} \lambda_{ELE(i)}\, g_{ELE(i)} - \sum_{j=1}^{m} \lambda_{NELE(j)}\, g_{NELE(j)}$$

Les conditions à vérifier sont les suivantes

1) $F_1^t - UR(1)\, C_1^{t-1} \leq 0 \qquad (= g_1)$

$F_2^t - UR(2)\, C_2^{t-1} \leq 0 \qquad (= g_2)$

$F_8^t - K_8 \leq 0$

$F_9^t - K_9 \leq 0$

$Ele(i) - CELE(i) \leq 0 \qquad (= g_{ELE(i)})$

$NELE(j) - CNELE(j) \leq 0 \qquad (= g_{NELE(j)})$

$$\frac{F_1^t}{CE_1} + \frac{F_2^t}{CE_2} - F_8^t - F_9^t = 0$$

2) $(F_1^t - UR(1) \cdot C_1^{t-1}) \cdot \lambda_1 = 0$ et $\lambda_1 \geqslant 0$

$(F_2^t - UR(2) \cdot C_2^{t-1}) \cdot \lambda_2 = 0$ et $\lambda_2 \geqslant 0$

$(F_8^t - K_8) \cdot \lambda_8 = 0$ et $\lambda_8 \geqslant 0$

$(F_9^t - K_9) \cdot \lambda_9 = 0$ et $\lambda_9 \geqslant 0$

$(ELE(i) - CELE(i)) \cdot \lambda_{ELE(i)} = 0$ et $\lambda_{ELE(i)} \geqslant 0$

$(NELE(j) - CNELE(j)) \cdot \lambda_{NELE(j)} = 0$ et $\lambda_{NELE(j)} \geqslant 0$

$\left\{ \frac{F_1^t}{CE_1} + \frac{F_2^t}{CE_2} - F_8^t + F_9^t \right\} \cdot \lambda_h = 0$ et λ_h quelconque

3) $$\frac{\delta H}{\delta F_1^t} = M_1 - 2.C_{11}.DEL^t - 2.C_{12}.DNE^t - \lambda_1 - \frac{\lambda_h}{CE_1}$$

où $M_1 = C_1' - C_1$

$$\frac{\delta H}{\delta F_2^t} = M_2 - 2.C_{11}.DEL^t - 2.C_{12}.DNE^t - \lambda_2 - \frac{\lambda_h}{CE_2}$$

où $M_2 = C_2' - C_2$

$$\frac{\delta H}{\delta F_8^t} = -M_8 - \lambda_8 + \lambda_h$$

où $M_8 = C_8$

$$\frac{\delta H}{\delta F_9^t} = -M_9 - \lambda_9 + \lambda_h$$

où $M_9 = C_9$

$$\frac{\delta H}{\delta\, ELE(i)} = TEQE(i) - 2.C_{11}.DEL^t - 2.C_{12}.DNE^t - \lambda_{ELE(i)}$$

où $TEQE(i) = C_1' - C_i'$

$$\frac{\delta H}{\delta\, NELE(j)} = TNEQE(j) - 2.C_{12}.DEL^t - 2.C_{22}.DNE^t - \lambda_{NELE(j)}$$

où $TNEQE(j) = C_2' - C_j''$

où $DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + F_1^t + Q$

Q= état de la demande électrique après la production nucléaire

$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta} NELE(j) + F_2^t$

2. Classements par priorité des équipements électriques et non électriques.

a) Equipements électriques.

Nous avons n équipements à classer :

ELE(i) : i=1 à n

F_1^t (F_8^t) : HCPWS fonctionnant au charbon extrait

F_1^t (F_9^t) : HCPWS fonctionnant au charbon importé

Sur base des termes TEQE(i); on peut ranger par ordre décroissant les équipements ELE(i). Il nous reste alors à insérer dans ce classement les équipements fonctionnant au charbon.

Soit a = ordre de F_1^t (fonctionnant avec F_8^t) dans le classement des équipements électriques

$F_1^t(F_8^t)$ est préférable à ELE(i) si et seulement si

$$M_1 - \frac{M_8}{CE_1} > \text{TEQE}(i)$$

On peut donc définir a comme étant l'ordre de l'équipement ELE(i) dont le terme constant TEQE(i) est directement inférieur à $M_1 - M_8/CE_1$.

De la même façon, on peut affirmer que $F_1^t(F_9^t)$ est préférable à ELE(i) si et seulement si

$$M_1 - \frac{M_9}{CE_1} > \text{TEQE}(i)$$

Soit alors C = ordre de F_1^t (fonctionnant avec F_9^t) dans le classement des équipements électriques.

b) Equipements non électriques.

Nous avons m équipements à classer

$NELE(j)$: $j = 1$ à m

F_2^t (F_8^t) : HCLIQ fonctionnant au charbon extrait

F_2^t (F_9^t) : HCLIQ fonctionnant au charbon importé

Comme ci-dessus, nous classons les équipements non électriques par ordre décroissant à partir des termes $TNEQE(j)$ et nous insérons dans ce classement les équipements au charbon.

Soit b = ordre de F_2^t (fonctionnant avec F_8^t) dans le classement des équipements non électriques.

d = ordre de F_2^t (fonctionnant avec F_9^t) dans le classement des équipements non électriques.

On aura de même

F_2^t (F_8^t) préférable à $NELE(j)$ si et seulement si

$$M_2 - \frac{M_8}{CE'_2} > TNEQE(j)$$

F_2^t (F_9^t) préférable à $NELE(j)$ si et seulement si

$$M_2 - \frac{M_9}{CE_1} > TNEQE(j)$$

c) Remarques.

L'utilisation du charbon extrait est toujours préférable à celle du charbon importé.

L'usage de F_9^t implique donc que $F_8^t = K_8$.

De même, on aura toujours les relations suivantes

1) $a \lesssim c$

2) $b \lesssim d$

Nous supposerons dorénavant que les coéfficients i et j des variables ELE(i) et NELE(j) sont également l'ordre de ces équipements dans les classements respectifs. Au besoin, une renumérotation sera donc effectuée.

3. Solutions du sous-problème : justification du caractère optimal de ces solutions et expression de leur région de confiance.

Si l'on veut se limiter uniquement aux équipements ELE(i) et NELE(j) les solutions trouvées et vérifiant les conditions de Kuhn et Tucker sont toutes d'un même type. En effet, le principe en serait le suivant :

Si ELE(α) est le dernier équipement électrique employé, on sait que tous ceux qui le précèdent sont utilisés au maximum de leur capacité et que les variables de fonctionnement de ceux qui le suivent seront nulles.

Quant à ELE(α), il peut soit être partiellement utilisé, soit également au maximum de sa capacité.

On aurait alors la situation suivante :

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i=1$ jusque $\alpha - 1$

$0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$ ou $ELE(\alpha) = CELE(\alpha)$

$ELE(i) = 0$ pour $i= \alpha + 1$ jusque n

On peut effectuer le même raisonnement à propos des équipements non électriques.

On obtient alors :

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j=1$ jusque $\beta - 1$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$ ou $NELE(\beta) = CNELE(\beta)$

$NELE(j) = 0$ pour $j= \beta + 1$ jusque m

L'utilisation de F_1^t et F_2^t modifie quelque peu le problème : on n'a plus la même similitude dans les solutions, les conditions et les contraintes sont d'un autre type.

C'est pourquoi, nous allons par la suite centrer chacune des situations sur l'usage qui est fait de F_1^t et F_2^t.

Celui-ci pourra être nul, partiel ou maximal selon l'état des demandes en énergie et sera évidemment lié à une utilisation nulle, partielle ou maximale de F_8^t et F_9^t.

Précisons cela par un exemple.

<u>Soit la situation</u> $F_1^t = 0$, $F_2^t = 0$, $F_8^t = 0$, $F_9^t = 0$

F_1^t et F_2^t n'étant pas employés, il faut considérer l'usage des (a-1) équipements ELE(i) et des (b-1) équipements NELE(j) qui sont plus prioritaires.

La solution correspondra à une des 4 situations qui suivent:

1° ELE(i) = CELE(i) $\quad$ i = 1 jusque α
$\quad 1 \leq \alpha < a$
NELE(j) = CNELE(j) $\quad$ j = 1 jusque β
$\quad 1 \leq \beta < b$

==> utilisation maximale de tous les équipements ELE(i) et NELE(j)

2° $0 <$ ELE(α) $<$ CELE(α) $\quad 1 \leq \alpha < a$
ELE(i) = CELE(i) $\quad$ i = 1 jusque $\alpha - 1$
NELE(j) = CNELE(j) $\quad$ j = 1 jusque β
$\quad 1 \leq \beta < b$

==> utilisation partielle de l'équipement ELE(α)

3° $0 <$ NELE(β) $<$ CNELE (β) $\quad 1 \leq \beta < b$
NELE(j) = CNELE(j) $\quad$ j = 1 jusque $\beta - 1$
ELE(i) = CELE(i) $\quad$ i = 1 jusque α
$\quad 1 < \alpha < a$

==> utilisation partielle de l'équipement NELE(β)

4° $0 <$ ELE(α) $<$ CELE(α) $\quad 1 \leq \alpha < a$
ELE(i) = CELE(i) $\quad$ i = 1 jusque $\alpha - 1$
$0 <$ NELE(β) $<$ CNELE(β) $\quad 1 \leq \beta < b$
NELE(j) = CNELE(j) $\quad$ j = 1 jusque $\beta - 1$

==> utilisation partielle des équipements ELE(α) et NELE(β).

Les cas qui suivent ont été déterminés comme dans l'exemple ci-dessus à partir de l'utilisation qui est faite des équipements au charbon.

Pour chacun d'eux, nous envisageons une utilisation partielle respectivement du dernier équipement électrique et du dernier équipement non électrique (point 4 dans l'exemple ci-dessus) : les autres types d'usage (points 1 à 3) seront traités en annexe.

Cependant, comme nous allons le montrer ci-dessous, il est possible de simplifier fortement le travail, en effet, beaucoup de situations sont déductibles d'autres et on peut obtenir très facilement les solutions correspondantes ainsi que les nouvelles régions de confiance par simple modification d'un facteur ou d'un indice ou encore par symétrie dans l'usage de F_1^t ou de F_2^t.

A) $\boxed{\text{CAS -1-}}$

Situation envisagée

$F_1^t = 0,\ F_2^t = 0,\ F_8^t = 0,\ F_9^t = 0$

$0 < ELE\ (\alpha) < CELE\ (\alpha) \qquad 0 < \alpha < a$

$ELE\ (i) = CELE\ (i)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$0 < NELE\ (\beta) < CNELE\ (\beta) \qquad 0 < \beta < b$

$NELE\ (j) = CNELE\ (j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

$ELE\ (i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE\ (j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$\Longrightarrow \lambda_1, \lambda_2, \lambda_8, \lambda_9, \lambda_{ELE\ (\alpha)}, \lambda_{NELE\ (\beta)} = 0$

$\lambda_{ELE\ (i)} = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$\lambda_{NELE\ (j)} = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

Conditions à vérifier

1) $\dfrac{\delta H}{\delta F_1^t} < 0 \Longrightarrow M_1 - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t - \dfrac{\lambda_h}{CE_1} < 0$

2) $\dfrac{\delta H}{\delta F_2^t} < 0 \Longrightarrow M_2 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t - \dfrac{\lambda_h}{CE_2} < 0$

3) $\dfrac{\delta H}{\delta F_8^t} < 0 \Longrightarrow -M_8 + \lambda_h < 0$

4) $\dfrac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0 \Longrightarrow -M_9 + \lambda_h < 0$

5) $\dfrac{\delta H}{\delta ELE\ (\alpha)} = 0 \Longrightarrow TEQE\ (\alpha) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t = 0$

6) $\dfrac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} = 0 \Longrightarrow TEQE\ (i) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t - \lambda_{ELE(i)} = 0$

pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

7) $\dfrac{\delta H}{\delta NELE\ (\beta)} = 0 \Longrightarrow TNEQE\ (\beta) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t = 0$

8) $\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} = 0 \Longrightarrow TNEQE(j) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t - \lambda_{NELE(j)} = 0$

pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

9) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} < 0 \Longrightarrow TEQE(i) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

pour $i = \alpha + 1$ jusque n

10) $\frac{\delta H}{\delta NELE\ (j)} < 0 \Longrightarrow TNEQE(j) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

pour $j = \beta + 1$ jusque m

11) $\lambda_{ELE\ (i)} \geq 0$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$\lambda_{NELE(j)} \geq 0$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

12) Contraintes du problème

Valeurs de DEL^t, DNE^t

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE\ (i) + ELE\ (\alpha) + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE\ (j) + NELE\ (\beta)$$

Calcul de $ELE(\alpha)$, $NELE(\beta)$

Des conditions 5 et 7, on tire :

$$DEL^t = \frac{TEQE\ (\alpha) \cdot C_{22} - TNEQE\ (\beta) \cdot C_{12}}{2\ (C_{11}\ C_{22} - C_{12}^2)}$$

$$DNE^t = \frac{TNEQE\ (\beta) \cdot C_{11} - TEQE\ (\alpha) \cdot C_{12}}{2\ (C_{11}\ C_{22} - C_{12}^2)}$$

$$\Longrightarrow ELE\ (\alpha) = DEL^t - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE\ (i) - Q$$

$$NELE\ (\beta) = DNE^t - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE\ (j)$$

Vérification des contraintes

$\frac{\delta H}{\delta F_1^t} < 0$ car $M_1 - M_8 / CE_1 < TEQE(\alpha)$

$\frac{\delta H}{\delta F_2^t} < 0$ car $M_2 - M_8 / CE_2 < TNEQE(\beta)$

$\frac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0$ car $M_9 > M_8$

$\frac{\delta H}{\delta ELE(i)} < 0$ car $TEQE(i) < TEQE(\alpha)$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} < 0$ car $TNEQE(j) < TNEQE(\beta)$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$\lambda_{ELE(i)} \geq 0$ car $TEQE(i) > TEQE(\alpha)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$\lambda_{NELE(j)} \geq 0$ car $TNEQE(j) > TNEQE(\beta)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

Conclusion

Produire $F_1^t = F_2^t = F_8^t = F_9^t = 0$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

$$ELE(\alpha) = \frac{TEQE(\alpha).C_{22} - TNEQE(\beta).C_{11}}{2(C_{11}.C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i) - Q$$

$$NELE(\beta) = \frac{TNEQE(\beta).C_{11} - TEQE(\alpha).C_{12}}{2(C_{11}.C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j)$$

si $0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$

B) $\boxed{\text{CAS -2-}}$

Situation envisagée

$0 < F_1^t < UR\,(1)\,.\,C_1^{t-1},\ F_2^t = 0,$

$0 < F_8^t < K_8,\ F_9^t = 0$

$ELE\,(i) = CELE\,(i)$ pour $i = 1$ jusque $a - 1$

$0 < NELE\,(\beta) < CNELE\,(\beta)$ $\quad 0 < \beta < b$

$NELE\,(j) = CNELE\,(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

$ELE\,(i) = 0$ pour $i = a$ jusque n

$NELE\,(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$\Longrightarrow \lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_8,\ \lambda_9,\ \lambda_{NELE\,(\beta)} = 0$

$\lambda_{ELE\,(i)} = 0$ pour $i = a$ jusque n

$\lambda_{NELE\,(j)} = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

Conditions à vérifier

1) $\dfrac{\delta H}{\delta F_1^t} = 0 \Longrightarrow M_1 - 2C_{11}\,DEL^t - 2C_{12}\,DNE^t - \dfrac{\lambda_h}{CE_1} = 0$

2) $\dfrac{\delta H}{\delta F_2^t} < 0 \Longrightarrow M_2 - 2C_{12}\,DEL^t - 2C_{22}\,DNE^t - \dfrac{\lambda_h}{CE_2} \quad 0$

3) $\dfrac{\delta H}{\delta F_8^t} = 0 \Longrightarrow -M_8 + \lambda_h = 0$

4) $\dfrac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0 \Longrightarrow -M_9 + \lambda_h < 0$

5) $\dfrac{\delta H}{\delta ELE\,(i)} = 0 \Longrightarrow TEQE(i) - 2C_{11}\,DEL^t - 2C_{12}\,DNE^t - \lambda_{ELE(i)} = 0$

pour $i = 1$ jusque à $- 1$

6) $\dfrac{\delta H}{\delta NELE\,(j)} = 0 \Longrightarrow TNEQE(j) - 2C_{12}\,DEL^t - 2C_{22}\,DNE^t - \lambda_{NELE(j)} = 0$

pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

7) $\dfrac{\delta H}{\delta NELE\,(\beta)} = 0 \Longrightarrow TNEQE(\beta) - 2C_{12}\,DEL^t - 2C_{22}\,DNE^t = 0$

8) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} < 0 \implies TEQE\ (i) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

pour $i = a$ jusque n

9) $\frac{\delta H}{\delta NELE\ (j)} < 0 \implies TNEQE\ (j) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

pour $j = \beta + 1$ jusque m

10) $\lambda_{ELE\ (i)} \geq 0$ pour $i = 1$ jusque $a - 1$

$\lambda_{NELE\ (j)} \geq 0$ Pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

11) Contraintes du problème

Valeurs de DEL^t, DNE^t

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{a-1} CELE\ (i) + F_1^t + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE\ (j) + NELE\ (\beta)$$

Calcul de F_1^t, NELE (β)

Des conditions 1 et 7, on tire :

$$DEL^t = \frac{(M_1 - M_8 / CE_1)\ C_{22} - C_{12}\ TNEQE\ (\beta)}{2\ (C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2)}$$

$$DNE^t = \frac{TNEQE\ (\beta) \cdot C_{11} - (M_1 - M_8 / CE_1)\ C_{22}}{2\ (C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2)}$$

$$\implies F_1^t = DEL^t - \sum_{i=1}^{a-1} CELE(i) - Q$$

$$NELE\ (\beta) = DNE^t - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE\ (j)$$

Conclusion

Produire $$F_1^t = \frac{(M_1 - M_8/CE_1)C_{22} - C_{12}TNEQE(\beta)}{2\ (C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2} - \sum_{i=1}^{a-1} CELE(i) - Q$$

$ELE(i) = CELE(i) \qquad i = 1 \dashrightarrow a - 1$

$$NELE(\beta) = \frac{TNEQE(\beta) . C_{11} - (M_1 - M_8/CE_1) C_{12}}{2\,(C_{11} . C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j)$$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

$ELE(i) = 0$ pour $i = a$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$F_8^t = F_1^t / CE_1$

$F_9^t = 0$

$F_2^t = 0$

si $0 < F_1^t < UR(1) . C_1^t - 1$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$

$0 < F_8^t < K_8$

Situations déductibles du cas 2

CAS -3-

Dans le cas -2 -, on procède au changement suivant :

$F_8^t = K_8$

$0 < F_9^t < K_9 \qquad F_9^t = \frac{F_1^t}{CE_1} - K_8$

La solution peut être écrite directement en remplaçant dans la conclusion

M_8 par M_9

a par c

et en substituant à la contrainte portant sur F_8^t une contrainte de même type portant sur F_9^t

$\boxed{\text{CAS -4-}}$ et $\boxed{\text{CAS -5-}}$

Ces deux cas sont les symétriques respectivement des cas 2 et 3, dans lesquels on considère

$$F_9^t = 0$$

$$0 < F_2^t < UR\ (2)\ .\ C_2^{t-1}$$

au lieu de

$$F_2^t = 0$$

$$0 < F_1^t < UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1}$$

<u>Exemple</u> : On peut écrire directement

$$F_2^t = \frac{(M_2 - M_8/\ CE_2)\ C_{11} - C_{12}.TEQE(\alpha)}{2\ (C_{11}\ .\ C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{j=1}^{b-1} CNELE\ (j)$$

ou encore

NELE (j) = CNELE (j) $\quad j \dashrightarrow b - 1$

C) $\boxed{\text{CAS -6-}}$

Situation envisagée

$0 < F_1^t < UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1},\ F_2^t = 0$

$F_8^t = K_8,\ F_9^t = 0$

0 ELE(α) CELE (α)	$a \leqslant \alpha < c$
ELE (i) = CELE (i)	pour i = 1 jusque α - 1
0 < NELE (β) < CNELE (β)	0 < β < d
NELE (j) = CNELE (j)	pour j = jusque β - 1
ELE (i) = 0	pour i = α + 1 jusque n
NELE (j) = 0	pour j = β + 1 jusque m

$\Longrightarrow \lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_9,\ \lambda_{ELE\ (\alpha)},\ \lambda_{NELE\ (\beta)} = 0$

$\lambda_{ELE\ (i)} = 0$	pour i = α + 1 jusque n
$\lambda_{NELE\ (j)} = 0$	pour j = β + 1 jusque m

Conditions à vérifier

1) $\frac{\delta H}{\delta F_1^t} = 0 \implies M_1 - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t - \lambda_h/CE_1 = 0$

2) $\frac{\delta H}{\delta F_2^t} < 0 \implies M_2 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t - \lambda_h/CE_2 = 0$

3) $\frac{\delta H}{\delta F_8^t} = 0 \implies -M_8 - \lambda_8 + \lambda_h = 0$

4) $\frac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0 \implies -M_9 + \lambda_h < 0$

5) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} = 0 \implies TEQE(i) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t - \lambda_{ELE(i)} = 0$

pour i = 1 jusque α - 1

6) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (\alpha)} = 0 \implies TEQE\ (\alpha) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t - \lambda_{NELE(j)} = 0$

7) $\frac{\delta H}{\delta NELE\ (j)} = 0 \implies TNEQE(j) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t - \lambda_{NELE(j)} = 0$

pour j = 1 jusque β - 1

8) $\frac{\delta H}{\delta NELE\ (\beta)} = 0 \implies TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t = 0$

9) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} < 0 \implies TEQE\ (i) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

pour i = α + 1 jusque n

10) $\frac{\delta H}{\delta NELE\ (j)} < 0 \implies TNEQE(j) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

pour j = β + 1 jusque m

11) $\lambda_8 \geq 0$

$\lambda_{ELE\ (i)} \geq 0$ pour i = 0 jusque α - 1

$\lambda_{NELE\ (j)} \geq 0$ pour j = 0 jusque β - 1

12) Contraintes du problème

Valeurs de DEL^t, DNE^t, F_1^t

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE\ (i) + ELE\ (\alpha) + F_1^t + Q$$

$$DNE^t \quad \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE\ (j) + NELE\ (\beta)$$

$$F_1^t = CE_1 \ . \ K_8$$

Calcul de ELE (α), NELE (β)

Des équations 6 et 8, on tire :

$$DEL^t = \frac{TEQE\ (\alpha).C_{22} - TNEQE\ (\beta).C_{12}}{2\ (C_{11} \ . \ C_{22} - C_{12}^2)}$$

$$DNE^t = \frac{TNEQE\ (\beta)C_{11} - TEQE\ (\alpha)\ .\ C_{12}}{2\ (C_{11} \ . \ C_{22} - C_{12}^2)}$$

$$\Longrightarrow ELE\ (\alpha) = DEL^t - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE\ (i) - CE_1 \ . \ K_8 - Q$$

$$NELE\ (\beta) = DNE^t - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE\ (j)$$

Vérification des contraintes

$\lambda_{ELE(i)} > C$ car TEQE (i) > TEQE (α)
pour i = 1 jusque α - 1

$\lambda NELE\ (j) > 0$ car TNEQE (j) > TNEQE (β)
pour j = 1 jusque β - 1

$\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} < 0$ car TEQE (i) < TEQE (α)
pour i = α + 1 jusque n

$\frac{\delta H}{\delta NELE\ (j)} < 0$ car TNEQE (j) < TNEQE (β)
pour j = β + 1 jusque m.

$\lambda_8 \geqslant 0$ n'est pas toujours vrai

Il faut pour cela que

$CE_2\ (M_2 - TNEQE\ (\beta)) \leqslant CE_1\ (M_1 - TEQE\ (\alpha))$

Cette relation est déterminée à partir des conditions 1, 2, 3 et 4.

<u>Conclusion</u>

Produire $F_1^t = CE_1 \cdot K_8$

$F_2^t = 0$

$F_8^t = K_8$

$F_9^t = 0$

$$ELE(\alpha) = \frac{TEQE(\alpha)\ C_{22} - TNEQE(\beta)\ C_{12}}{2\ (C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i) - CE_1\ K_8 - Q$$

$$NELE(\beta) = \frac{TNEQE(\beta)\ C_{11} - TEQE(\alpha)\ C_{12}}{2\ (C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j)$$

$ELE\ (i) = CELE\ (i)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$NELE\ (j) = CNELE\ (j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

$ELE\ (i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE\ (j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

si $0 < F_1^t < UR\ (1) \cdot C_1^{t-1}$

$0 < ELE\ (\alpha) < CELE\ (\alpha)$

$0 < NELE\ (\beta) < CNELE\ (\beta)$

$CE_2\ (M_2 - TNEQE\ (\beta)) \leqslant CE_1\ (M_1 - TEQE\ (\alpha))$

Situations déductibles du cas 6

$\boxed{\text{CAS -7-}}$

Considérons ici la modification des quantités F_8^t et F_9^t du cas -6- par

$F_8^t = K_8$

$F_9^t = K_9$

Il suffit alors d'ajuster les conclusions précédentes en modifiant la valeur de F_1^t

$$F_1^t = (K_8 + K_9)\ CE_1$$

et la contrainte lui correspondant

$\boxed{\text{CAS -8-}}$ et $\boxed{\text{CAS -9-}}$

Les cas 8 et 9 sont les symétriques des cas 6 et 7 quant à l'usage qui est fait de F_1^t et F_2^t

On considère $F_1^t = 0$

$F_2^t = K_8 \,.\, CE_2\ ((K_8 + K_9)\ .\ CE_1)$

au lieu de $F_1^t = K_8 \,.\, CE_1\ ((K_8 + K_9)\ .\ CE_1)$

$F_2^t = 0$

D) $\boxed{\text{CAS -10-}}$

Situation envisagée

$0 < F_1^t < UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1}$, $0 < F_2^t < UR\ (2)\ .\ C_2^{t-}$

$0 < F_8^t < K_8$, $F_9^t = 0$

ELE (i) = CELE (i) pour i = 1 jusque a - 1
NELE (j) = CNELE (j) pour j = 1 jusque b - 1
ELE (i) = 0 pour i = a jusque n
NELE (j) = 0 pour j = b jusque m

$\Longrightarrow$ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_8, \lambda_9 = 0$

$\lambda_{ELE\ (i)} = 0$ pour i = a jusque n

$\lambda_{NELE\ (j)} = 0$ pour j = b jusque m

Conditions à vérifier

1) $\frac{\delta H}{\delta F_1^t} = 0 \implies M_1 - 2C_{11}\,DEL^t - 2C_{12}\,DNE^t - \frac{\lambda_h}{CE_1} = 0$

2) $\frac{\delta H}{\delta F_2^t} = 0 \implies M_2 - 2C_{12}\,DEL^t - 2C_{22}\,DNE^t - \frac{\lambda_h}{CE_2} = 0$

3) $\frac{\delta H}{\delta F_8^t} = 0 \implies -M_8 + \lambda_h = 0$

4) $\frac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0 \implies -M_9 + \lambda_h < 0$

5) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} = 0 \implies TEQE(i) - 2C_{11}\,DEL^t - 2C_{12}\,DNE^t - \lambda_{ELE(i)} = 0$

pour i = 1 jusque a - 1

6) $\frac{\delta H}{\delta NELE\ (j)} = 0 \implies TNEQE(j) - 2C_{12}\,DEL^t - 2C_{22}\,DNE^t - \lambda_{NELE(j)} = 0$

pour j = 1 jusque b - 1

7) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} = 0 \implies TEQE(i) - 2C_{11}\,DEL^t - 2C_{12}\,DNE^t < 0$

pour i = a jusque n

8) $\frac{\delta H}{\delta NELE\ (j)} = 0 \implies TNEQE(j) - 2C_{12}\,DEL^t - 2C_{22}\,DNE^t < 0$

pour j = b jusque m

9) $\lambda_{ELE\ (i)} \geq 0$ pour i = 1 jusque a - 1

$\lambda_{NELE\ (j)} \geq 0$ pour j = 1 jusque b - 1

10) Contraintes du problème

Valeurs de DEL^t, DNE^t

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{a-1} CELE\ (i) + F_1^t + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{b-1} CNELE\ (j) + F_2^t$$

Recherche de F_1^t, F_2^t

Des conditions 1 et 2, on tire :

$$DEL^t = \frac{(M_1 - M_8 / CE_1)\, C_{22} - (M_2 - M_8 / CE_2)\, C_{12}}{2\,(C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2)}$$

$$DNE^t = \frac{(M_2 - M_8 / CE_2)\, C_{11} - (M_1 - M_8 / CE_1)\, C_{12}}{2\,(C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2)}$$

$$\Longrightarrow \quad F_1^t = DEL^t - \sum_{i=1}^{a-1} CELE\,(i) - Q$$

$$F_2^t = DNE^t - \sum_{j=1}^{b-1} CNELE\,(j)$$

Vérification des conditions

$\frac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0$ car $M_9 > M_8$

$\frac{\delta H}{\delta ELE\,(i)} < 0$ car $TEQE\,(i) < M_1 - M_8 / CE_1$ pour $i = a$ jusque n

$\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} < 0$ car $TNEQE\,(j) < M_2 - M_8 / CE_2$ pour $j = b$ jusque m

$\lambda_{ELE\,(i)} \geq 0$ car $TEQE\,(i) > M_1 - M_8 / CE_1$ pour $i = 1$ jusque $a - 1$

$\lambda_{NELE\,(j)} \geq 0$ car $TNEQE\,(j) > M_2 - M_8 / CE_2$ pour $j = 1$ jusque $b - 1$

Conclusion

Produire $ELE\,(i) = CELE\,(i)$ pour $i = 1$ jusque $a - 1$

$NELE\,(j) = CNELE\,(j)$ pour $j = 1$ jusque $b - 1$

$ELE\,(i) = 0$ pour $i = a$ jusque n

$NELE\,(j) = 0$ pour $j = b$ jusque m

$$F_1^t = \frac{(M_1-M_8/CE_1)\,C_{22} - (M_2-M_8/CE_2)\,C_{12}}{2\,(C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{i=1}^{a-1} CELE(i) - Q$$

$$F_2^t = \frac{(M_2-M_8/CE_2)\,C_{11} - (M_1-M_8/CE_1)\,C_{12}}{2\,(C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{j=1}^{b-1} CNELE(j)$$

$$F_8^t = \frac{F_1^t}{CE_1} + \frac{F_2^t}{CE_2}$$

$$F_9^t = 0$$

si $\quad 0 < F_1^t < UR\ (1) \cdot C_1^{t-1}$

$$0 < F_2^t < UR\ (2) \cdot C_2^{t-2}$$

$$0 < F_8^t < K_8$$

avec F_1^t, F_2^t, F_8^t donnés ci-dessus

Situation déductible du cas 10

$\boxed{\text{CAS -11-}}$

Dans le cas -10-, on remplace

$$0 < F_8^t < K_8$$

$$F_9^t = 0$$

par

$$F_8^t = K_8$$

$$0 < F_9^t < K_9$$

La solution du cas -11- est obtenue en remplaçant dans celle du cas -10-

M_8 par M_9

a par c

b par d

Exemple :

$$F_2^t = \frac{(M_2-M_9/CE_2)\ C_{11} - (M_1-M_9/CE_1)\ C_{12}}{2\ (C_{11}\ .\ C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{j=1}^{d-1} CNELE\ (j)$$

E) CAS -12-

Situation envisagée

$F_1^t = UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1},\ F_2^t = 0$

$0 < F_8^t < K_8,\ F_9^t = 0$

$0 <$ NELE $(\beta) <$ CNELE (β)	$0 < \beta < b$
NELE (j) = CNELE (j)	pour j = 1 jusque β - 1
$0 <$ ELE $(\alpha) <$ CELE (α)	$a \leqslant \alpha \leqslant n$
ELE (i) = CELE (i)	pour i = 1 jusque α - 1
NELE (j) = 0	pour j = β + 1 jusque m
ELE (i) = 0	pour i = α + 1 jusque n

$\Longrightarrow \lambda_2,\ \lambda_8,\ \lambda_9,\ \lambda_{ELE\ (\alpha)},\ \lambda_{NELE\ (\beta)} = 0$

$\lambda_{ELE\ (i)} = 0$	pour i = α + 1 jusque n
$\lambda_{NELE\ (j)} = 0$	pour j = β + 1 jusque m

Conditions à vérifier

1) $\frac{\delta H}{\delta F_1^t} = 0 \Longrightarrow M_1 - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t - \lambda_1 - \frac{\lambda_h}{CE_1} = 0$

2) $\frac{\delta H}{\delta F_2^t} < 0 \Longrightarrow M_2 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t - \frac{\lambda_h}{CE_2} < 0$

3) $\frac{\delta H}{\delta F_8^t} = 0 \Longrightarrow -M_8 + \lambda_h = 0$

4) $\frac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0 \Longrightarrow -M_9 + \lambda_h < 0$

5) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} = 0 \Longrightarrow$ $TEQE(i) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t - \lambda_{ELE(i)} = 0$

pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

6) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (\alpha)} = 0 \Longrightarrow$ $TEQE(\alpha) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t = 0$

7) $\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} = 0 \Longrightarrow$ $TNEQE(j)-2C_{12}\ DEL^t-2C_{22}\ DNE^t-\lambda_{NELE(j)} = 0$

pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

8) $\frac{\delta H}{\delta NELE(\beta)} = 0 \Longrightarrow$ $TNEQE\ (\beta) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t = 0$

9) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} < 0 \Longrightarrow$ $TEQE\ (i) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

pour $i = \alpha + 1$ jusque n

10) $\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} < 0 \Longrightarrow$ $TNEQE\ (j) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

pour $j = \beta + 1$ jusque m

11) $\lambda_1 \geq 0$

$\lambda_{ELE\ (i)} \geq 0$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$\lambda_{NELE\ (j)} \geq 0$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

12) Contraintes du problème

<u>Valeurs de DEL^t, DNE^t</u>

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha - 1} C\,ELE\ (i) + ELE\ (\alpha) + UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta - 1} CNELE\ (j) + NELE\ (\beta)$$

<u>Recherche de DEL^t, DNE^t</u>

Des conditions 6 et 8 et des équations ci-dessus, on tire

$$(*)\quad ELE(\alpha) = \frac{TEQE(\alpha).C_{22} - TNEQE(\beta).C_{12}}{2\ (C_{11}.C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{i=1}^{\alpha - 1} CELE(i) - UR(1).C_1^{t-1} - Q$$

$$(**) \quad NELE(\beta) = \frac{TNEQE(\beta).\ C_{11} - TEQE(\alpha).\ C_{12}}{2\ (C_{11}\ .\ C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE\ (j)$$

Vérification des contraintes

$\frac{\delta H}{\delta F_2^t} < 0$ car $M_2 - \frac{M_8}{CE_2} < TNEQE\ (\beta)$

$\frac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0$ car $M_9 > M_8$

$\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} < 0$ car $TEQE\ (i) < TEQE\ (\alpha)$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} < 0$ car $TNEQE\ (j) < TNEQE\ (\beta)$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$\lambda_1 \geq 0$ car $M_1 - M_8\ /\ CE_1 > TEQE\ (\alpha)$

$\lambda_{ELE\ (i)} \geq 0$ car $TEQE\ (i) > TEQE\ (\alpha)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$\lambda_{NELE(j)} \geq 0$ car $TNEQE\ (j) > TNEQE\ (\beta)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

Conclusion

Produire $F_1^t = UR(1)\ .\ C_1^{t-1}$

$F_2^t = 0$

$F_8^t = UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1}\ /\ CE_1$

$F_9^t = 0$

$ELE\ (i) = CELE\ (i)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$NELE\ (j) = CNELE\ (j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

$NELE\ (j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$ELE\ (i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$ELE\ (\alpha)$ donné par (*)

$NELE\ (\beta)$ donné par (**)

si $\quad 0 < F_8^t < K_8$

$0 < ELE\ (\alpha) < CELE\ (\alpha)$

$0 < NELE\ (\beta) < CNELE\ (\beta)$

avec F_8^t, ELE (α), NELE (β) donnés ci-dessus.

Situations déductibles du cas 12

$\boxed{\text{CAS -13-}}$

Dans le cas -12-, on pose

$$F_8^t = K_8$$

$$0 < F_9^t < K_9 \qquad F_9^t = \frac{UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1}}{CE_1} - K_8$$

La conclusion est alors la même que ci-dessus sauf que l'on remplace a par c

b par d

M_8 par M_9

De même, la contrainte en F_8^t est remplacée par une contraine F_9^t

$\boxed{\text{CAS -14-}}$ et $\boxed{\text{CAS -15-}}$

Ces deux cas sont les symétriques par rapport aux quantités F_1^t et F_2^t des cas 12 et 13

On considère donc $\quad F_2^t = UR\ (2)\ .\ C_2^{t-1}$

$$F_1^t = 0$$

au lieu de $\quad F_1^t = UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1}$

$$F_2^t = 0$$

F) $\boxed{\text{CAS -16-}}$

Situation à envisager

$F_1^t = UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1}$

$0 < F_2^t < UR\ (2)\ .\ C_2^{t-1}$

$0 < F_8^t < K_8 \quad , \quad F_9^t = 0$

$0 < ELE\ (\alpha) < CELE\ (\alpha)$ $\quad$ $a \leqslant \alpha \leqslant n$

$ELE\ (i) = CELE\ (i)$ $\quad$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$NELE\ (j) = CNELE\ (j)$ $\quad$ pour $j = 1$ jusque $b - 1$

$ELE\ (i) = 0$ $\quad$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE\ (j) = 0$ $\quad$ pour $j = b$ jusque m

$\Longrightarrow \lambda_2, \lambda_8, \lambda_9, \lambda_{ELE\ (\alpha)} = 0$

$\lambda_{ELE\ (i)} = 0$ $\quad$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$\lambda_{NELE\ (j)} = 0$ $\quad$ pour $j = b$ jusque m

Conditions à vérifier

1) $\frac{\delta H}{\delta F_1^t} = 0 \Longrightarrow M_1 - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t - \lambda_1 - \frac{\lambda_h}{CE_1} = 0$

2) $\frac{\delta H}{\delta F_2^t} = 0 \Longrightarrow M_2 - 2C_{22}\ DNE^t - \frac{\lambda_h}{CE_2} - 2C_{12}\ DEL^t = 0$

3) $\frac{\delta H}{\delta F_8^t} = 0 \Longrightarrow -M_8 + \lambda_h = 0$

4) $\frac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0 \Longrightarrow -M_9 + \lambda_h < 0$

5) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} = 0 \Longrightarrow TEQE(i) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t - \lambda_{ELE(i)} = 0$

pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

6) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (\alpha)} = 0 \Longrightarrow TEQE(\alpha) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t = 0$

7) $\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} = 0 \Longrightarrow TNEQE(j) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t - \lambda_{NELE(j)} = 0$

pour j = 1 jusque b - 1

8) $\frac{\delta H}{\delta ELE(i)} \leqslant 0 \Longrightarrow TEQE(i) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

pour i = α + 1 jusque n

9) $\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} < 0 \Longrightarrow TNEQE(j) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

pour j = b jusque m

10) $\lambda_1 \geqslant 0$

$\lambda_{ELE\ (i)} \geqslant 0$ pour i = 1 jusque α - 1

$\lambda_{NELE\ (j)} \geqslant 0$ pour j = 1 jusque b - 1

11) Contraintes du problème

Valeurs de DEL^t et DNE^t

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha - 1} CELE\ (i) + UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1} + ELE\ (\alpha) + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{b-1} CNELE\ (j) + F_2^t$$

Recherche de F_2^t, ELE (α), F_8^t

Des conditions 2 et 6, on ŀire

$$DEL^t = \frac{C_{22}\ .\ TEQE\ (\alpha) - (M_2 - M_8\ /\ CE_2)\ C_{12}}{2\ (\ C_{11}\ .\ C_{22} - C_{12}^2)}$$

$$DNE^t = \frac{(M_2 - M_8\ /\ CE_2)\ C_{11} - TEQE\ (\alpha)\ .\ C_{22}}{2\ (C_{11}\ .\ C_{22} - C_{12}^2)}$$

$$\Longrightarrow \quad ELE\ (\alpha) = DEL^t - \sum_{i=1}^{d-1} CELE\ (i) - UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1} - Q$$

$$F_2^t = DNE^t - \sum_{j=1}^{b-1} NELE\ (j)$$

$$F_8^t = \frac{UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1}}{CE_1} + \frac{F_2^t}{CE_2}$$

Vérification des conditions

$\frac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0$ car $M_9 > M_8$

$\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} < 0$ car TEQE (i) < TEQE (α) pour i = α + 1 jusque n

$\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} < 0$ car $TNEQE(j) < M_2 - \frac{M_8}{CE_2}$ pour j = b jusque m

$\lambda_1 \geqslant 0$ car $M_1 - \frac{M_8}{CE_1} > M_2 - \frac{M_8}{CE_2}$

$\lambda_{ELE\ (i)} \geqslant 0$ car TEQE (i) > TEQE (α) pour i = 1 jusque α - 1

$\lambda_{NELE(j)} \geqslant 0$ car $TNEQE\ (j) > M_2 - \frac{M_8}{CE_2}$ pour j = 1 jusque b - 1

Conclusion

Produire $F_1^t = UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1}$

$$F_2^t = \frac{(M_2 - M_8/CE_2)\ C_{11} - TEQE(\alpha).C_{12}}{2\ (C_{11}\ .\ C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{j=1}^{b-1} NELE(j)$$

$$F_8^t = \frac{UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1}}{CE_1} + \frac{F_2^t}{CE_2}$$

$$F_9^t = 0$$

ELE (i) = CELE (i) pour i = 1 jusque α - 1
NELE (j) = CNELE (j) pour j = 1 jusque b - 1
ELE (i) = 0 pour i = α + 1 jusque n
NELE (j) = 0 pour j = b jusque m

$$ELE(\alpha) = \frac{TEQE(\alpha).C_{22} - (M_2 - M_8/CE_2).C_{12}}{2\,(C_{11} \,.\, C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i)$$

$$- UR(1) \,.\, C_1^{t-1} - Q$$

si $\quad 0 < F_2^t < UR(2) \,.\, C_2^{t-2}$

$0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$

$0 < F_8^t < K_8$

avec F_2^t, F_8^t, ELE (α) donnés ci-dessus

Situations déductibles du cas 16

CAS -17-

Dans le cas -16-, on pose

$F_8^t = K_8$

$0 < F_9^t < K_9$

et on obtient la solution en remplaçant dans la conclusion

a par c

b par d

M_8 par M_9

et en ajustant la contrainte en F_8^t

CAS -18- et CAS -19-

Ces deux cas sont les symétriques en F_1^t; F_2^t des cas 16 et 17.

On Considère $\quad F_2^t = UR(2) \,.\, C_2^{t-1}$

$0 < F_1^t < UR(1) \,.\, C_1^{t-1}$

au lieu de $\quad F_1^t = UR(1) \,.\, C_1^{t-1}$

$0 < F_2^t < UR(2) \,.\, C_2^{t-1}$

G) $\boxed{\text{CAS -20-}}$

Situation envisagée

$F_1^t = UR\ (1)\ .\ C_1^{t-1}$

$0 < F_2^t < UR\ (2)\ .\ C_2^{t-1}$

$F_8^t = K_8,\ F_9^t = 0$

$0 < ELE\ (\alpha) < CELE\ (\alpha)$	$a \leqslant \alpha \leqslant n$
$ELE\ (i) = CELE\ (i)$	pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$
$0 < NELE\ (\beta) < CNELE\ (\beta)$	$b \leqslant \beta < d$
$NELE\ (j) = CNELE\ (j)$	pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$
$ELE\ (i) = 0$	pour $i = \alpha + 1$ jusque n
$NELE\ (j) = 0$	pour $j = \beta + 1$ jusque m

$\Longrightarrow \lambda_2,\ \lambda_9,\ \lambda_{ELE\ (\alpha)} = 0$

$\lambda_{ELE\ (i)} = 0$	pour $i = \alpha + 1$ jusque n
$\lambda_{NELE\ (j)} = 0$	pour $j = \beta + 1$ jusque m

Conditions à vérifier

1) $\frac{\delta H}{\delta F_1^t} = 0 \Longrightarrow M_1 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t - \lambda_1 - \frac{\lambda_h}{CE_1} = 0$

2) $\frac{\delta H}{\delta F_2^t} = 0 \Longrightarrow M_2 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t - \frac{\lambda_h}{CE_2} = 0$

3) $\frac{\delta H}{\delta F_8^t} = 0 \Longrightarrow -M_8 + \lambda_h + \lambda_8 = 0$

4) $\frac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0 \Longrightarrow -M_9 + \lambda_h < 0$

5) $\frac{\delta H}{\delta ELE\ (i)} = 0 \Longrightarrow TEQE(i) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t - \lambda_{ELE(i)} = 0$
pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

6) $\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} = 0 \Longrightarrow TNEQE(j) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t = 0$
pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

7) $\frac{\delta H}{\delta \; ELE(\alpha)} = 0 \implies$ TEQE $(\alpha) - 2C_{11}\; DEL^t - 2C_{12}\; DNE^t = 0$

8) $\frac{\delta H}{\delta NELE(\beta)} = 0 \implies$ TNEQE $(\beta) - 2C_{12}\; DEL^t - 2C_{22}\; DNE^t = 0$

9) $\frac{\delta H}{\delta ELE\;(i)} < 0 \implies$ TEQE $(i) - 2C_{11}\; DEL^t - 2C_{12}\; DNE^t < 0$

pour $i = \alpha + 1$ jusque n

10) $\frac{\delta H}{\delta NELE\;(j)} < 0 \implies$ TNEQE $(j) - 2C_{12} DEL^t - 2C_{22}\; DNE^t < 0$

pour $j = \beta + 1$ jusque m

11) $\lambda_1 \geqslant 0$

$\lambda_{ELE(i)} \geqslant 0$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$\lambda_{NELE\;(j)} \geqslant 0$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

12) Contraintes du problème

Valeurs de DEL^t, DNE^t

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE\;(i) + ELE\;(\alpha) + UR\;(1)\;.\;C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j) + \left(K_8 - \frac{UR(1)\;.\;C_1^{t-1}}{CE_1}\right) CE_2 + NELE\;(\beta)$$

Calcul de ELE (α), NELE (β)

Des conditions 7 et 8, on tire

$$(*)\; ELE(\alpha) = \frac{TEQE(\alpha).C_{22} - TNEQE(\beta).C_{12}}{2\;(C_{11}\;.\;C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i) - UR(1).C_1^{t-1} - Q$$

$$(**)\, NELE(\beta) = \frac{TNEQE(\beta).C_{11} - TEQE(\alpha).C_{12}}{2\;(C_{11}\;.\;C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE\;(j)$$

$$-\left(K_8 - \frac{UR\;(1)\;.\;C_1^{t-1}}{CE_1}\right) CE_2$$

Vérification des contraintes

$\frac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0$ car $M_9 > M_8$

$\frac{\delta H}{\delta ELE(i)} < 0$ car $TEQE(i) < TEQE(\alpha)$ pour $i = \alpha+1$ jusque n

$\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} < 0$ car $TNEQE(j) < TNEQE(\beta)$ pour $j = \beta+1$ jusque m

$\lambda_1 > 0$ si la contrainte suivante est vérifiée

$TEQE(\alpha) \leq M_1 - CE_2/CE_1 . (TNEQE(\beta) + M_2)$

Conclusion

Produire $F_1^t = UR(1) . C_1^{t-1}$

$F_8^t = K_8$

$F_9^t = 0$

$F_2^t = (K_8 - UR(1).C_1^{t-1}/ CE_1) . CE_2$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$ELE(\alpha)$ donné par (*)

$NELE(\beta)$ donné par (**)

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

si $0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$

$TEQE(\alpha) < M_1 - CE_2/CE_1 . (M_2 - TNEQE(\beta))$

$0 < F_2^t < UR(2) . C_2^{t-1}$

Situations déductibles du cas 20

$\boxed{\text{CAS -21-}}$

Dans ce complétons la solution du cas 20 en considérant

$$F_9^t = K_9$$

La valeur de F_2^t devient

$$F_2^t = (\ K_8 + K_9 - UR(1).C_1^{t-1}/CE_1\ )\ .\ CE_2$$

$\boxed{\text{CAS -22-}}$ et $\boxed{\text{CAS -23-}}$

Ces deux cas sont les symétriques en F_1^t et F_2^t des deux cas précédents.

On considère $F_2^t = UR(2)\ .\ C_2^{t-1}$

$$0 < F_1^t < UR(1)\ .\ C_1^{t-1}$$

au lieu de $F_1^t = UR(1)\ .\ C_1^{t-1}$

$$0 < F_2^t < UR(2)\ .\ C_2^{t-1}$$

note: $F_1^t = (K_8 + K_9 - UR(2).C_2^{t-1}/CE_2)\ .\ CE_1$

H) $\boxed{\text{CAS -24-}}$

Situation à envisager

$F_1^t = UR(1)\ .\ C_1^{t-1}$

$F_2^t = UR(2)\ .\ C_2^{t-1}$

$F_8^t > 0$

$F_9^t = 0$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha-1$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

$0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$ $a \leqslant \alpha < n$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$ $b \leqslant \beta < m$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$\Longrightarrow \lambda_8, \lambda_9, \lambda_{ELE(\alpha)}, \lambda_{NELE(\beta)} = 0$

$\lambda_{ELE(i)} = 0$ pour $i = \alpha+1$ jusque n

$\lambda_{NELE(j)} = 0$ pour $j = \beta+1$ jusque m

<u>Conditions à vérifier</u>

1) $\dfrac{\delta H}{\delta F_1^t} = 0 \Longrightarrow M_1 - 2.C_{11}.DEL^t - 2C_{12}DNE^t - {}_1 - \dfrac{\lambda_h}{CE_1} = 0$

2) $\dfrac{\delta H}{\delta F_2^t} = 0 \Longrightarrow M_2 - 2C_{12}DEL^t - 2C_{22}DNE^t - {}_2 - \dfrac{\lambda_h}{CE_2} = 0$

3) $\dfrac{\delta H}{\delta F_8^t} = 0 \Longrightarrow -M_8 + \lambda_h = 0$

4) $\dfrac{\delta H}{\delta F_9^t} \leqslant 0 \Longrightarrow -M_9 + \lambda_h \leqslant 0$

5) $\dfrac{\delta H}{\delta ELE(i)} = 0 \Longrightarrow TEQE(i) - 2C_{11}DEL^t - 2C_{12}DNE^t - \lambda_{ELE(i)} = 0$
pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

6) $\dfrac{\delta H}{\delta ELE(\alpha)} = 0 \Longrightarrow TEQE(\alpha) - 2C_{11}DEL^t - 2C_{12}\ DEN^t = 0$

7) $\dfrac{\delta H}{\delta NELE(j)} = 0 \Longrightarrow TNEQE(j) - 2C_{12}DEL^t - 2C_{22}DNE^t - \lambda_{NELE(j)} = 0$
pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

8) $\dfrac{\delta H}{\delta NELE(\beta)} = 0 \Longrightarrow TNEQE(\beta) - 2C_{12}DEL^t - 2C_{22}DNE^t = 0$

9) $\dfrac{\delta H}{\delta ELE(i)} \leqslant 0 \Longrightarrow TEQE(i) - 2C_{11}DEL^t - 2C_{12}DNE^t \quad 0$
pour $i = \alpha+1$ jusque n

10) $\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} < 0 \Longrightarrow TNEQE(j) - 2C_{12}DEL^t - 2C_{22}DNE^t < 0$
pour $j = \beta+1$ jusque m

11) $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$

$\lambda_{ELE(i)} \geq 0$ pour $i = 1$ jusque $\alpha-1$

$\lambda_{NELE(j)} \geq 0$ pour $j = 1$ jusque $\beta-1$

12) contraintes du problème

Valeurs de DEL^t, DNE^t

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i) + UR(1) \, . \, C_1^{t-1} + ELE(\alpha) + Q \quad \alpha \in a,n$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j) + UR(2) \, . \, C_2^{t-1} + NELE(\beta) \quad \beta \in b,m$$

Recherche de $ELE(\alpha), NELE(\beta), F_8^t$

Des conditions 6 et 8 et des relations ci-dessus, on tire

$$(*) \; ELE(\alpha) = \frac{TEQE(\alpha)C_{22} - TNEQE(\beta)C_{12}}{2(C_{11}C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i) - UR(1)C_1^{t-1} - Q$$

$$(**) \; NELE(\beta) = \frac{TNEQE(\beta)C_{11} - TEQE(\alpha)C_{12}}{2(C_{11}C_{22} - C_{12}^2)} - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j) - UR(2)C_2^{t-1}$$

Vérification des contraintes

$\frac{\delta H}{\delta F_9^t} < 0$ car $M_9 > M_8$

$\frac{\delta H}{\delta ELE(i)} < 0$ car $TEQE(i) < TEQE(\alpha)$ pour $i = \alpha+1$ jusque n

$\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} < 0$ car $TNEQE(J) < TNEQE(\beta)$ pour $j = \beta+1$ jusque m

$\lambda_1 \geq 0$ car $M_1 - M_8/CE_1 > TEQE(\alpha)$

$\lambda_2 \geq 0$ car $M_2 - M_9/CE_2 > TNEQE(\beta)$

$\lambda_{ELE(i)} \geq 0$ car $TEQE(i) > TEQE(\alpha)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$\lambda_{NELE(j)} \geq 0$ car $TNEQE(j) > TNEQE(\beta)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

CONCLUSION

Produire $F_1^t = UR(1) \cdot C_1^{t-1}$

$F_2^t = UR(2) \cdot C_2^{t-1}$

$F_8^t = F_1^t/CE_1 + F_2^t/CE_2$

$F_9^t = 0$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

$ELE(\alpha) = (*)$

$NELE(\beta) = (**)$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

si $0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$

$0 < F_8^t < K_8$

avec $ELE(\alpha)$, $NELE(\beta)$, F_8^t donnés ci-dessus

Situation déductible du cas 24

CAS -25-

Dans le cas 24 on pose $F_8^t = K_8$ et $0 < F_9^t < K_9$

La solution est obtenue en remplaçant dans la conclusion

c par a

d par b

la contrainte en F_8^t par la contrainte en F_9^t

I) $\boxed{\text{CAS -26-}}$

Situation envisagée

$0 < F_1^t < UR(1) \cdot C_1^{t-1}$

$F_8^t = K_8$

$F_9^t = K_9$

$0 < F_2^t < UR(2) \cdot C_2^{t-1}$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque α

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

$0 \leq NELE(\beta) < CNELE(\beta)$ $d \leq \beta \leq m$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$\Longrightarrow \lambda_1, \lambda_2, \lambda_{NELE(\beta)} = 0$

$\lambda_{ELE(i)} = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$\lambda_{NELE(j)} = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

Conditions à vérifier

1) $\dfrac{\delta H}{\delta F_1^t} = 0 \Longrightarrow M_1 - 2C_{11}DEL^t - 2C_{12}DNE^t - \dfrac{\lambda_h}{CE_1}$

2) $\dfrac{\delta H}{\delta F_2^t} = 0 \Longrightarrow M_2 - 2C_{12}DEL^t - 2C_{22}DNE^t - \dfrac{\lambda_h}{CE_2}$

3) $\dfrac{\delta H}{\delta F_8^t} = 0 \Longrightarrow -M_8 + \lambda_h + \lambda_8 = 0$

4) $\dfrac{\delta H}{\delta F_9^t} = 0 \Longrightarrow -M_9 + \lambda_h + \lambda_9 = 0$

5) $\dfrac{\delta H}{\delta ELE(i)} = 0 \Longrightarrow TEQE(i) - 2C_{11}DEL^t - 2C_{12}DNE^t - \lambda_{ELE(i)} = 0$
pour $i = 1$ jusque α

6) $\dfrac{\delta H}{\delta NELE(j)} = 0 \Longrightarrow TNEQE(j) - 2C_{12}DEL^t - 2C_{22}DNE^t - \lambda_{NELE(j)} = 0$
pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

7) $\dfrac{\delta H}{\delta NELE(\beta)} = 0 \Longrightarrow TNEQE(\beta) - 2C_{12}DEL^t - 2C_{22}DNE^t - \lambda_{NELE(\beta)} = 0$

8) $\frac{\delta H}{\delta ELE(i)} < 0 \Longrightarrow TEQE(i) - 2C_{11}DEL^t - 2C_{12}DNE^t < 0$
pour $i = \alpha + 1$ jusque n

9) $\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} < 0 \Longrightarrow TNEQE(j) - 2C_{12}DEL^t - 2C_{22}DNE^t < 0$
pour $j = \beta + 1$ jusque m

10) $\lambda_8, \lambda_9 \geq 0$

$\lambda_{ELE(i)} \geq 0$ pour $i = 1$ jusque α

$\lambda_{NELE(j)} \geq 0$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

11) contraintes du problème

Valeurs de DEL^t, DNE^t

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + F_1^t + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j) + F_2^t + NELE(\beta)$$

Recherche de $NELE(\beta), F_1^t, F_2^t$.

Des conditions 2 et 7 on tire

$$\lambda_h = (M_2 - TNEQE(\beta)) \cdot CE_2$$

Des conditions 1 et 7 on tire

$$DEL^t = \frac{\{M_1 - (M_2 - TNEQE(\beta))CE_2/CE_1\} \cdot C_{22} - TNEQE(\beta).C_{12}}{2.(C_{11}C_{22} - C_{12}^2)}$$

$$DNE^t = \frac{\{M_1 - (M_2 - TNEQE(\beta))CE_2/CE_1\} \cdot C_{12} - TNEQE(\beta).C_{11}}{2.(C_{11}C_{22} - C_{12}^2)}$$

On peut donc écrire:

$$F_1^t = DEL^t - \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) - Q \qquad (1)$$

$$F_2^t = K_8 + K_9 - F_1^t/CE_1 \qquad (2)$$

$$NELE(\beta) = DNE^t - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j) - F_2^t \qquad (3)$$

Vérification des contraintes

$\lambda_9 \geq 0$ car $TNEQE(\beta) < M_2 - M_9/CE_2$

$\lambda_8 \geq 0$ car $M_8 < M_9$

$\lambda_{NELE(j)} \geq 0$ car $TNEQE(\beta) < TNEQE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta-1$

$\lambda_{ELE(i)} \geq 0$ SI $TEQE(i) > M_1 - (M_2 - TNEQE(\beta)).CE_2/CE_1$

$\Longrightarrow$ Poser $= \text{ordre}(M_1-(M_2-TNEQE(\beta))CE_2/CE_1) - 1$

$\frac{\delta H}{\delta NELE(j)} < 0$ car $TNEQE(\beta) > TNEQE(j)$ pour $j = \beta+1$ jusque m

Conclusion

Produire $F_8^t = K_8$

$F_9^t = K_9$

F_1^t, F_2^t, $NELE(\beta)$ donnés par (1),(2) et (3)

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque α

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta-1$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha+1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta+1$ jusque m

si $0 < F_1^t < UR(1) . C_1^{t-1}$

$0 < F_2^t < UR(2) . C_2^{t-1}$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$

avec $F_1^t, F_2^t, NELE(\beta)$ donnés en (1),(2) et (3)

Situations déductibles du cas 26

CAS -27-

Ce cas est le symétrique du cas 26 par rapport à $NELE(\beta)$.

Ici, on a $0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$
au lieu de $0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$

$\boxed{\text{CAS -28-}}$ et $\boxed{\text{CAS -29-}}$

Poser $K_9 = 0$ dans les cas -26- et -27-

CONCLUSION

Nous avons,dans ce mémoire considéré une nouvelle approche de résolution des modèles multi-périodes.
Comme nous l'avons dit,la résolution classique d'un modèle multi-périodes,dont le nombre de variables et de contraintes peut être très grand,est très difficile voire impossible car elle nécessite une description extencive du problème en chaque noeud de l'arbre de décision et donc la résolution d'autant de sous-problèmes.
La propriété de "blocs séparables" que possèdent de nombreux programmes stochastiques multi-périodes et qui consiste à traîter indépendamment les opérations à court terme et les opérations à long terme,nous permet de simplifier considérablement le problème.
Nous nous sommes attachés à la résolution du sous-problème relatif aux opérations courantes dans le cadre d'un modèle énergétique général.Une résolution de ce sous-problème obtenue sous forme paramétrique nous permettrait par la suite de traîter les opérations àlong terme plus facilement.
Nous avions à maximiser une fonction quadratique soumise à un ensemble de contraintes linéaires.
Cependant,le nombre de situations (qui peuvent être des solutions optimales) à envisager peut être considérable si le nombre de variables et de contraintes est élevé(2^{n+m} si n variables et m contraintes).Nous avons essayer de cerner l'ensemble des cas optimaux et de nous limiter à ces cas dans la recherche d'une solution paramétrique.Pour cela,il nous a fallu décomposer le problème,utiliser des priorités et poser certaines hypothèses.
On a donc dû adopter une certaine heuristique.
Il est clair que la solution obtenue est une solution approchée de la solution réelle du sous-problème.
Nous pourrions,suite à ce travail,vérifier que l'écart entre ces deux solutions n'est pas trop grand et donc que l'approximation

est bonne.On pourrait alors s'attacher aux effets des opérations à long terme (investissements) sur la solution obtenue

BIBLIOGRAPHIE

(1) F.V.LOUVEAUX,A-M.PONCELET,X.de GROOTE,Y.SMEERS. "A stochastic energy R D budget allocation model"

(2) F.V.LOUVEAUX,Y.SMEERS. "Stochastic optimization for the introduction of a new energy technology" . Cahiers de la Faculté des Sciences économiques et sociales de Namur 1981

(3) F.LOUVEAUX. "Multistage stochastic programs with block-separable recourse" à paraître dans'Mathematical programming study on stochastic programming , Prekopa and Wets eds 1984

(4) M.OSTERRIETH,STEF PROOST. "Analyse du système énergétique belge" Services de programmation de la politique scientifique, rue de la Science 8, 1040 Bruxelles 1983

(5) A.DAFFE,J-F.GUILMOT. "L'offre d'énergie: 7. Contribution des nouvelles technologies au système énergétique belge" . Services de programmation de la politique scientifique,rue de la Science 8, 1040 Bruxelles 1983

(6) E.HÖPFINGER. "Long Term European Investment in Energy R & D" 1983

(7) W.W.CLAYCOMBE,W.G.SULLIVAN. "Foundations of mathematical programming" . Reston 1943

(8) VAN DE PANEN. "Methods for linear and quadratic programming" édition Henri THEIL 1975

ANNEXES

ANNEXE 1

COMPLEMENTS A LA RESOLUTION DU SOUS-PROBLEME NON NUCLEAIRE

Nous reprenons ci-dessous les situations exposant les solutions optimales et les régions de confiance du sous-problème relatif aux équipements non nucléaires.

Dans le chapitre 6, nous avons envisagé pour chaque cas une utilisation partielle du dernier équipement électrique et du dernier équipement non électrique à savoir.

$$0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$$

$$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$$

Cependant, l'utilisation de ces derniers équipements peut être différente et conduire à de nouvelles régions de confiance.

On pourrait ainsi se trouver dans l'une des trois situations.

a) $ELE(\alpha) = CELE(\alpha)$, $NELE(\beta) = CNELE(\beta)$

b) $0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$
$ELE(\alpha) = CELE(\alpha)$

c) $0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$
$NELE(\beta) = CNELE(\beta)$

Nous considérons ci-après pour chaque cas du chapitre 6 ces trois situations manquantes. Les démonstrations sont évidemment du même type; nous nous limiterons donc aux conclusions.

$\boxed{\text{CAS -1-}}$

a) Produire $F_1^t = F_2^t = F_8^t = F_9^t = 0$

$ELE(i) = 0$	pour $i = \alpha + 1$ jusque n
$NELE(j) = 0$	pour $j = \beta + 1$ jusque m
$ELE(i) = CELE(i)$	pour $i = 1$ jusque α $0 < \alpha < a$
$NELE(j) = CNELE(j)$	pour $j = 1$ jusque β $0 < \beta < b$

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} ELE(i) + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta} NELE(j)$$

si

$$MAX\ (M_1 - M_8/CE_1,\ TEQE(\alpha+1)) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$$

$$MAX\ (M_2 - M_8/CE_2,\ TNEQE(\beta+1)) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$$

$$TEQE(\alpha) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t > 0$$

$$TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$$

b) Produire $F_1^t = 0,\ F_2^t = 0,\ F_8^t = 0,\ F_9^t = 0$

$ELE(i) = 0$	pour $i = \alpha + 1$ jusque n
$NELE(j) = 0$	pour $j = \beta + 1$ jusque m
$ELE(i) = CELE(i)$	pour $i = 1$ jusque α $0 < \alpha < a$
$NELE(j) = CNELE(j)$	pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$ $0 < \beta < b$

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + Q$$

$$DNE^t = \frac{TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t}{2C_{22}}$$

$$NELE(\beta) = DNE^t - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j)$$

si $MAX\,(M_1 - M_8/CE_1,\ TEQE(\alpha+1)) - 2C_{11}\,DEL^t - 2C_{12}\,DNE^t < 0$

$TEQE(\alpha) - 2C_{11}\,DEL^t - 2C_{12}\,DNE^t > 0$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$

c) Produire $F_1^t = 0,\ F_2^t = 0,\ F_8^t = 0,\ F_9^t = 0$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$0 < \alpha < a$

$0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque β

$0 < \beta < b$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta} CNELE(j)$$

$$DEL^t = \frac{TEQE(\alpha) - 2C_{12}\,DNE^t}{2C_{11}}$$

$$ELE(\alpha) = DEL^t - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i) - Q$$

si $MAX\,(M_2 - M_8/CE_2,\ TNEQE(\beta+1)) - 2C_{12}\,DEL^t - 2C_{22}\,DNE^t < 0$

$TNEQE(\beta) - 2C_{12}\,DEL^t - 2C_{22}\,DNE^t > 0$

$0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$

CAS -2-

a) Produire $F_1^t = UR(1)\,C_1^t,\ F_2^t = 0,\ F_8^t = UR(1)\,C_1^t/CE_1,\ F_9^t = 0$

$ELE(i) = 0$ pour $i = a$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$b \leqslant \beta \leqslant m$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $a - 1$
$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque β

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{a-1} CELE(i) + UR(1)\ C_1^t/CE_1 + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta} CNELE(j)$$

si $TEQE(a) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

$MAX\ (M_2 - M_8/CE_2,\ TNEQE(\beta+1)) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

$M_1 - M_8/CE_1 - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12} DNE^t > 0$

$TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$

$UR(1)\ C_1^t/CE_1 < K_8$

b) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1}$, $F_2^t = 0$, $F_8^t = UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1$, $F_9^t = 0$

$ELE(i) = 0$ pour $i = a$ jusque n
$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m
$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $a - 1$
$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$
$b \leqslant \beta \leqslant m$

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{a-1} CELE(i) + UR(1)\ C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^t = \frac{TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t}{2C_{22}}$$

$$NELE(\beta) = DNE^t - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j)$$

si $M_1 - M_8/CE_1 - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t > 0$

$TEQE(a) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$

$UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1 < K_8$

c) Produire $F_2^t = 0$, $F_9^t = 0$

$ELE(i) = 0$ pour $i = a$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $a - 1$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque β

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta} CNELE(j)$$

$$DEL^t = \frac{M_1 - M_8/CE_1 - 2C_{12}\,DNE^t}{2C_{11}}$$

$$F_1^t = DEL^t - \sum_{i=1}^{a-1} CELE(i) - Q$$

$$F_8^t = F_1^t / CE_1$$

si $MAX\,(M_2 - M_8/CE_2,\ TNEQE(\beta+1) - 2C_{12}\,DEL^t - 2C_{22}\,DNE^t < 0$

$TNEQE(\beta) - 2C_{12}\,DEL^t - 2C_{22}\,DNE^t > 0$

$0 < F_1^t < UR(1)\,C_1^t$

$0 < F_1^t/CE_1 < K_8$

$\boxed{\text{CAS -6-}}$

a) Produire $F_1^t = K_8 \,.\, CE_1$, $F_2^t = 0$, $F_8^t = K_8$, $F_9^t = 0$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n
$a \leqslant \alpha < c$

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m
$0 < \beta < d$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque α

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque β

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + K_8 \,.\, CE_1 + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta} CNELE(j)$$

si $\quad 0 < K_8 \,.\, CE_1 < UR(1)\ C_1^{t-1}$

$TEQE(\alpha) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t > 0$

$TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$

$TEQE(\alpha+1) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

$TNEQE(\beta+1) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

$$CE_2\ (M_2 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t) < CE_1\ (M_1 - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t)$$

b) Produire $F_1^t = K_8 \,.\, CE_1,\ F_2^t = 0,\ F_8^t = K_8,\ F_9^t = 0$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque α
$a \leqslant \alpha < c$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$
$0 < \beta < d$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + UR(1)\ C_1^t + Q$$

$$DNE^t = \frac{TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t}{2C_{22}}$$

$$NELE(\ ) = DNE^t - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j)$$

si $\quad 0 < K_8\ CE_1 < UR(1)\ C_1^{t-1}$

$TEQE(\alpha) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t > 0$

$TEQE(\alpha+1) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

$CE_2\ (M_2 - TNEQE(\beta)) < CE_1\ (M_1 - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t)$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$

c) Produire $F_1^t = K_8 \cdot CE_1$, $F_2^t = 0$, $F_8^t = K_8$, $F_9^t = 0$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$a \leqslant \alpha < c$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque β

$0 < \beta < d$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta} CNELE(j)$$

$$DEL^t = \frac{TEQE(\alpha) - 2C_{12}\ DNE^t}{2C_{11}}$$

$$ELE(\alpha) = DEL^t - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i) - K_8 \cdot CE_1 - Q$$

si $0 < K_8 \cdot CE_1 < UR(1)\ C_1^{t-1}$

$TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$

$TNEQE(\beta+1) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

$CE_2\ (M_2 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t) < CE_1\ (M_1 - TEQE(\alpha))$

$0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$

CAS -10-

a) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^t$, $F_2^t = UR(2)\ C_2^t$

$F_8^t = UR(1)\ C_1^t / CE_1 + UR(2)\ C_2^t / CE_2$, $F_9^t = 0$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $a - 1$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $b - 1$

$ELE(i) = 0$ pour $i = a$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = b$ jusque m

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{a-1} CELE(i) + UR(1)\ C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{b-1} CNELE(j) + UR(2)\ C_2^{t-1}$$

si $M_1 - M_8 / CE_1 - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t > 0$

$M_2 - M_8 / CE_2 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$

$TEQE(a) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

$TNEQE(b) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

$UR(1)\ C_1^t\ (CE_1 + UR(2)\ C_2^t / CE_2) < K_8$

b) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^t,\ F_9^t = 0$

$ELE(i) = CELE(i)$	pour $i = 1$ jusque $a - 1$
$NELE(j) = CNELE(j)$	pour $j = 1$ jusque $b - 1$
$ELE(i) = 0$	pour $i = a$ jusque n
$NELE(j) = 0$	pour $j = b$ jusque m

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{a-1} CELE(i) + UR(1)\ C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^t = \frac{M_2 - M_8 / CE_2 - 2C_{12}\ DEL^t}{2C_{22}}$$

$$F_2^t = DNE^t - \sum_{j=1}^{b-1} CNELE(j)$$

$$F_8^t = UR(1)\ C_1^t / CE_1 + F_2^t / CE_2$$

si $M_1 - M_8/CE_1 - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t > 0$

$TEQE(a) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

$0 < F_2^t < UR(2)\ C_2^t$

$0 < F_8^t < K_8$

c) Produire $F_2^t = UR(2)\ C_2^t,\ F_9^t = 0$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $a - 1$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $b - 1$

$ELE(i) = 0$ pour $i = a$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = b$ jusque m

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{b-1} CNELE(j) + UR(2)\ C_2^{t-1}$$

$$DEL^t = \frac{M_1 - M_8 / CE_1 - 2C_{12}\ DNE^t}{2C_{11}}$$

$$F_1^t = DEL^t - \sum_{i=1}^{a-1} CELE(i) - Q$$

$$F_8^t = UR(2)\ C_2^t / CE_2 + F_1^t / CE_1$$

si $M_2 - M_8 / CE_2 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$

$TNEQE(b) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

$0 < F_1^t < UR(1)\ C_1^t$

$0 < F_8^t < K_8$

$\boxed{\text{CAS -12-}}$

a) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1},\ F_2^t = 0$

$F_8^t = UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1,\ F_9^t = 0$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque β
$0 < \beta < b$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque α
$a \leqslant \alpha < n$

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i) + UR(1)\ C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^{t} = \sum_{j=1}^{\beta} CNELE(j)$$

si $\quad 0 < UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1 < K_8$

$TEQE(\alpha) - 2C_{11}\ DEL^{t} - 2C_{12}\ DNE^{t} > 0$

$TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^{t} - 2C_{22}\ DNE^{t} > 0$

$TEQE(\alpha+1) - 2C_{11}\ DEL^{t} - 2C_{12}\ DNE^{t} < 0$

$MAX\ (TNEQE(\beta+1),\ M_2 - M_8/CE_2) - 2C_{12}\ DEL^{t} - 2C_{22}\ DNE^{t} < 0$

b) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1},\ F_2^t = 0$

$F_8^t = UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1,\ F_9^t = 0$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque α

$a \leqslant \alpha \leqslant n$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

$0 < \beta < b$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$$DEL^{t} = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + UR(1)\ C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^{t} = \frac{TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^{t}}{2C_{22}}$$

$$NELE(\beta) = DNE^{t} - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j)$$

si $\quad 0 < UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1 < K_8$

$TEQE(\alpha) - 2C_{11}\ DEL^{t} - 2C_{12}\ DNE^{t} > 0$

$TEQE(\alpha+1) - 2C_{11}\ DEL^{t} - 2C_{12}\ DNE^{t} < 0$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$

c) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1}$, $F_2^t = 0$

$F_8^t = UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1$, $F_9^t = 0$

NELE(j) = CNELE(j) pour j = 1 jusque β, $0 < \beta < b$

ELE(i) = CELE(i) pour i = 1 jusque $\alpha - 1$, $a \leqslant \alpha \leqslant n$

ELE(i) = 0 pour i = $\alpha + 1$ jusque n

NELE(j) = 0 pour j = $\beta + 1$ jusque m

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta} CNELE(j)$$

$$DEL^t = \frac{TEQE(\alpha) - 2C_{12}\ DNE^t}{2C_{11}}$$

$$ELE(\alpha) = DEL^t - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i) - UR(1)\ C_1^{t-1} - Q$$

si $0 < UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1 < K_8$

$TNEQE(\beta) - 2C_{12}DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$

$MAX\ (TEQE(\alpha+1), M_2 - M_8/CE_2) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

$0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$

CAS -16-

a) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1}$, $F_2^t = UR(2)\ C_2^{t-1}$

$F_8^t = F_1^t / CE_1 + F_2^t / CE_2$, $F_9^t = 0$

ELE(i) = CELE(i) pour i = 1 jusque α, $a \leqslant \alpha \leqslant n$

NELE(j) = CNELE(j) pour j = 1 jusque b - 1

ELE(i) = 0 pour i = $\alpha + 1$ jusque n

NELE(j) = 0 pour j = b jusque m

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + UR(1)\ C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{b-1} CNELE(j) + UR(2)\ C_2^{t-1}$$

si $UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1 + UR(2)\ C_2^{t-1}/CE_2 < K_8$

$TEQE(\alpha) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t > 0$

$TEQE(\alpha+1) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

$M_2 - M_8/CE_2 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$

$TNEQE(b) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

b) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1}$, $F_9^t = 0$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque α

$a \leqslant \alpha \leqslant n$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $b - 1$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = b$ jusque m

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + UR(1)\ C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^t = \frac{M_2 - M_2/CE_2 - 2C_{12}\ DEL^t}{2C_{22}}$$

$$F_2^t = DNE^t - \sum_{j=1}^{b-1} CNELE(j)$$

$$F_8^t = F_1^t/CE_1 + UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_2$$

si $0 < F_2^t < UR(2)\ C_2^{t-1}$

$0 < F_8^t < K_8$

$TEQE(\alpha) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t > 0$

$TNEQE(\alpha+1) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

c) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1}$, $F_9^t = 0$

$F_2^t = UR(2)\ C_2^{t-1}$, $F_8^t = UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1 + UR(2)\ C_2^{t-2}/CE_2$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $b - 1$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$a < \alpha \leqslant n$

$$DNE^t = \sum_{i=1}^{b-1} CNELE(j) + UR(2)\ C_2^{t-1}$$

$$DEL^t = \frac{TEQE(\alpha) - 2C_{12}\ DNE^t}{2C_{11}}$$

$$ELE(\alpha) = DEL^t - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i) - UR(1)\ C_1^{t-1} - Q$$

si $UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1 + UR(2)\ C_2^{t-2}/CE_2 < K_8$

$0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$

$M_2 - M_8/CE_2 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$

$TNEQE(b) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

CAS -20-

a) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1}$

$F_2^t = (K8 - UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1)\ CE_2$

$F_8^t = K_8$, $F_9^t = 0$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque α

$a \leqslant \alpha \leqslant n$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque β

$b \leqslant \beta \leqslant d$

$ELE(i) = 0$ pour $i = n$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + UR(1)\ C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta} CNELE(j) + F_2^t$$

si

$$TEQE(\alpha+1) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$$

$$TEQE(\alpha) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t > 0$$

$$TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$$

$$TNEQE(\beta+1) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$$

$$0 < F_2^t < UR(2)\ C_2^{t-1}$$

$$CE_2\ (M_2 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t) < (M_1 - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t)\ CE_1$$

b) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1}$

$$F_2^t = (K_8 - UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1)\ CE_2$$

$$F_8^t = K_8,\ F_9^t = 0$$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque α
$a \leqslant \alpha \leqslant n$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$
$b \leqslant \beta \leqslant d$

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + UR(1)\ C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^t = \frac{TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t}{2C_{22}}$$

$$NELE(\beta) = DNE^t - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j) - F_2^t$$

si

$$0 < F_2^t < UR(2)\ C_2^{t-1}$$

$$TEQE(\alpha) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t > 0$$

$$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$$

$$CE_2\ (M_2 - TNEQE(\beta)) < (M_1 - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t)\ CE_1$$

c) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1}$

$$F_2^t = (K_8 - UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1)\ CE_2$$

$$F_8^t = K_8,\ F_9^t = 0$$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque β

$b \leqslant \beta \leqslant d$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$a \leqslant \alpha \leqslant n$

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$$DNE^t = \sum_{i=1}^{\beta} CELE(i) + F_2^t$$

$$DEL^t = \frac{TEQE(\alpha) - 2C_{12}\ DNE^t}{2C_{11}}$$

$$ELE(\alpha) = DEL^t - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i) - UR(1)\ C_1^{t-1} - Q$$

si $0 < F_2^t < UR(2)\ C_2^{t-1}$

$$TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$$

$$TNEQE(\beta+1) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$$

$$0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$$

$$CE_2\ (M_2 - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t) < M_1 - TEQE(\beta))$$

CAS -24-

a) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1}$

$$F_2^t = UR(2)\ C_2^{t-1}$$

$F_8^t = UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1 + UR(2)\ C_2^{t-1}/CE_2$

$F_9^t = 0$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque α, $a \leqslant \alpha \leqslant n$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque β, $b \leqslant \beta \leqslant m$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + UR(1)\ C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta} CNELE(j) + UR(2)\ C_2^{t-1}$$

si $0 < UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1 + UR(2)\ C_2^{t-1}/CE_2 < K_8$

$TEQE(\alpha) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t > 0$

$TEQE(\alpha+1) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

$TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$

$TNEQE(\beta+1) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

b) Produire $F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1}$

$F_2^t = UR(2)\ C_2^{t-1}$

$F_8^t = UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1 + UR(2)\ C_2^{t-1}/CE_2$

$F_9^t = 0$

$ELE(i) = 0$ pour $i = 1$ jusque α, $a \leqslant \alpha \leqslant n$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$, $b \leqslant \beta \leqslant m$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + UR(1)\, C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^t = \frac{TNEQE(\beta) - 2C_{12}\, DEL^t}{2C_{22}}$$

$$NELE(\beta) = DNE^t - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j) - UR(2)\, C_2^{t-1}$$

si $0 < UR(1)\, C_1^{t-1}/CE_1 + UR(2)\, C_2^{t-1}/CE_2 < K_8$

$TEQE(\alpha) - 2C_{11}\, DEL^t - 2C_{12}\, DNE^t > 0$

$TEQE(\alpha+1) - 2C_{11}\, DEL^t - 2C_{12}\, DNE^t < 0$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$

c) Produire $F_1^t = UR(1)\, C_1^{t-1}$

$F_2^t = UR(2)\, C_2^{t-1}$

$F_8^t = UR(1)\, C_1^{t-1}/CE_1 + UR(2)\, C_2^{t-1}/CE_2$

$F_9^t = 0$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque $\alpha - 1$

$a \leqslant \alpha \leqslant n$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque β

$b \leqslant \beta \leqslant m$

$$DNE^t = \sum_{j=1}^{\beta} CNELE(j) - UR(2)\, C_2^{t-1}$$

$$DEL^t = \frac{TEQE(\alpha) - 2C_{12}\, DNE^t}{2C_{11}}$$

$$ELE(\alpha) = DEL^t - \sum_{i=1}^{\alpha-1} CELE(i) - UR(1)\, C_1^{t-1} - Q$$

si $\quad 0 < UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1 + UR(2)\ C_2^{t-1}/CE_2 < K_8$

$TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t > 0$

$TNEQE(\beta+1) - 2C_{12}\ DEL^t - 2C_{22}\ DNE^t < 0$

$0 < ELE(\alpha) < CELE(\alpha)$

CAS -26-

Produire $\quad F_1^t = UR(1)\ C_1^{t-1}$

$F_8^t = K_8$

$F_9^t = K_9$

$F_2^t = (K_8 + K_9 - UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1)\ CE_2$

$ELE(i) = CELE(i)$ pour $i = 1$ jusque α

$\alpha = \text{Ordre}\ (M_1 - M_2 - TNEQE(\beta))\ CE_2/CE_1) - 1$

$NELE(j) = CNELE(j)$ pour $j = 1$ jusque $\beta - 1$

$d \leqslant \beta \leqslant m$

$ELE(i) = 0$ pour $i = \alpha + 1$ jusque n

$NELE(j) = 0$ pour $j = \beta + 1$ jusque m

$$DEL^t = \sum_{i=1}^{\alpha} CELE(i) + UR(1)\ C_1^{t-1} + Q$$

$$DNE^t = \frac{TNEQE(\beta) - 2C_{12}\ DEL^t}{2C_{22}}$$

$$NELE(\beta) = DNE^t - \sum_{j=1}^{\beta-1} CNELE(j) - F_2^t$$

si $\quad 0 < (K_8 + K_9 - UR(1)\ C_1^{t-1}/CE_1)\ CE_2 < UR(2)\ C_2^{t-1}$

$0 < NELE(\beta) < CNELE(\beta)$

$M_1 - (M_2 - TNEQE(\beta))CE_2/CE_1) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t > 0$

$TEQE(\alpha+1) - 2C_{11}\ DEL^t - 2C_{12}\ DNE^t < 0$

ANNEXE 2

PROGRAMMATION

Cette annexe contient la programmation de la résolution des deux sous-problèmes.

Nous ne joindrons pas à ce mémoire le texte du programme relatif aux équipements non nucléaires car il est trop long. Cependant, nous en donnerons un organigramme ainsi qu'une description des routines utilisées.

Le texte du programme relatif aux équipements nucléaires est plus court et sa structure est simple; il fait partie de cette annexe.

Nous terminons cette partie par la présentation de quelques résultats obtenus à partir de l'éxécution des programmes.

A) ROUTINES DU PROGRAMME (équipements non nucléaires)

On a vu au chapitre 6 que la résolution du problème non nucléaire engendrait 28 cas distincts. Chaque cas est décomposé en 4 sous-cas.
Voici les routines ce rapportant à chaque sous-cas

SOUS-CAS 1 (utilisation maximale du dernier équipement électrique et non électrique)

a) Routine CADEDN (FI, I, RTAB, DI, ETAT)
Cette routine calcule la valeur de DEL^t ou DNE^t

Entrée

FI : valeur de F_1^t ou F_2^t

I : nombre d'équipements au maximum de leur capacité

RTAB : tableau contenant les valeurs des capacités

ETAT : indique s'il s'agit de calculer DEL^t ou DNE^t

Sortie

DI : valeur de DEL^t ou DNE^t

$$DI = \sum_{j=1}^{I} RTAB(j) + FI \qquad \text{Calcul de } DNE^t$$

$$DI = \sum_{j=1}^{I} RTAB(j) + FI + Q \qquad \text{Calcul de } DEL^t$$

b) Routine VERSOL (I, J, D1, D2, RTABE, RTABN, BOOL)
Cette routine vérifie les contraintes suivantes :

$$RTABE(I) - 2C_{11}\ D1 - 2C_{12}\ D2 > 0$$

$$RTABE(I+1) - 2C_{11}\ D1 - 2C_{12}\ D2 < 0$$

$$RTABN(J) - 2C_{12}\ D1 - 2C_{22}\ D2 > 0$$

$$RTABN(J+1) - 2C_{12}\ D1 - 2C_{22}\ D2 < 0$$

Entrée

I, J : indice

RTABE, RTABN : tableaux contenant les valeurs des termes constants (électriques et non électriques) obtenus dans les dérivées de Kuhn et Tucker

D1 : valeur de DEL^t

D2 : valeur de DNE^t

Sortie

BOOL : cette variable est mise à 0 si au moins une des contraintes n'est pas vérifiée

c) Routine SOLPA2
Cette routine donne une solution paramétrique du sous-cas.

SOUS-CAS 2 (utilisation partielle du dernier équipement non électrique)

a) Routine CALDN (J, F2, D1, D2, RTAB, NOELE, RCAP)
Cette routine calcule la valeur de DNE^t et de la variable NOELE (NELE(j) ou F_2^t)

Entrée

J : J - 1 = nombre d'équipements non électriques utilisés au maximum de leur capacité

F2 : valeur de F_2^t

D1 : valeur de DEL^t

RTAB : tableau contenant les valeurs des termes constants non électriques obtenus dans les dérivées de Kuhn et Tucker

RCAP : tableau contenant les valeurs des capacités des équipements non électriques

Sortie

D2 : valeur de DNE^t

$$D2 = \frac{RTAB(J) - 2.C_{12}.D1}{2C_{11}}$$

NOELE : valeur de la variable NELE(J) ou F_2^t

$$NOELE = D2 - \sum_{i=1}^{J-1} RCAP(i) - F2$$

b) Routine VERSO1 (I, D1, D2, RTABE, RCAP, NOELE, BOOL)

Cette routine vérifie les contraintes suivantes :

$0 < NOELE < RCAP$

$RTABE(I) - 2C_{11}\ D1 - 2C_{12}\ D2 > 0$

$RTABE(I+1) - 2C_{11}\ D1 - 2C_{12}\ D2 < 0$

c) Routine SOLPA3

Cette routine donne une solution paramétrique du sous-cas

<u>SOUS-CAS 3</u> (utilisation partielle du dernier équipement électrique)

a) Routine CALDE (J, F1, D1, D2, RTAB, ELE, RCAP)

Cette routine calcule la valeur de DEL^t et la valeur de la variable ELE (ELE(j) ou F_1^t)

<u>Entrée</u>

J : J - 1 = nombre d'équipements électriques utilisés au maximum de leur capacité

F1 : valeur de F_1^t

D2 : valeur de DNE^t

RTAB : tableau contenant les valeurs des termes constants électriques obtenus dans les dérivées de Kuhn et Tucker

RCAP : tableau contenant la valeur des capacités des équipements électriques

<u>Sortie</u>

D1 : valeur de DEL^t

$$D1 = \frac{RTAB(J) - 2C_{12}\ D2}{2C_{22}}$$

ELE : valeur de la variable ELE(J) ou F_1^t

$$ELE = D1 - \sum_{i=1}^{J-1} RCAP(i) - F1 - Q$$

b) Routine VERSO2 (I, D1, D2, RTABN, RCAP, ELE, BOOL)

Cette routine vérifie les contraintes suivantes :

$0 < ELE < RCAP$

$RTABN(I) - 2C_{12}\ D1 - 2C_{22}\ D2 > 0$

$RTABN(I+1) - 2C_{12}\ D1 - 2C_{22}\ D2 < 0$

c) Routine SOLPA3

Cette routine donne une solution paramétrique de ce sous-cas.

<u>SOUS-CAS 4</u> (utilisation partielle du dernier équipement électrique et non électrique)

a) Routine DELDNE (AE, BE, D1, D2)

Cette routine donne la valeur de DEL^t et DNE^t

<u>Entrée</u>

AE : valeur du terme constant électrique obtenu dans les dérivées de Kuhn et Tucker

BE : valeur du terme constant non électrique obtenu dans les dérivées de Kuhn et Tucker

<u>Sortie</u>

D1 : valeur de DEL^t

$$D1 = \frac{AE \cdot C_{22} - C_{12}\ BE}{2\ (C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2)}$$

D2 : valeur de DNE^t

$$D2 = \frac{BE \cdot C_{11} \cdot AE\ C_{12}}{2\ (C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2)}$$

b) Routine CALEL (INDE, TOTE, EL, REL, ETAT)

Cette routine calcule la valeur de la variable électrique ou non électrique EL.

<u>Entrée</u>

TOTE : indique la valeur totale de DEL^t ou DNE^t

REL : tableau contenant les valeurs des capacités des équipements électriques ou non électriques

INDE : indique le nombre d'équipements électriques ou non électriques au maximun de leur capacité

ETAT : indique s'il s'agit d'équipements électriques ou non électriques

<u>Sortie</u>

EL : valeur de la variable électrique ELE(INDE) ou F_1^t

$$EL = \sum_{i=1}^{INDE-1} REL(i) - Q + TOTE$$

ou valeur de la variable non électrique NELE(INDE) ou F_2^t

$$EL = TOTE - \sum_{j=1}^{INDE-1} REL(j)$$

c) Routine SOLPA4

Cette routine donne une solution paramétrique de ce sous-cas.

La routine suivante est commune à tous les sous-cas.

Routine SOLUTI

Cette routine renvoie la solution numérique du problème.

Il nous reste à expliciter les routines concernant le classement par priorités des équipements électriques et non électriques.

a) Routine CLASSE (J, CLA)

Cette routine classe les j éléments du tableau CLA par ordre décroissant.

b) Routine ORDRE (J, DIM, K, CLA)

Cette routine donne l'ordre J du réel K dans le tableau ordonné CLA de dimension DIM.
Elle est utilisée pour trouver l'ordre de priorités des équipements HCPWS et HCLIQ.

B) ORGANIGRAMME DU PROGRAMME

Soit la variable BOOL : est mise à vrai si on a trouvé une solution.

L'organigramme du programme est le suivant :

- Saisie des données (RTEQE, RTEQN, RCELE, RCNELE)
- Classe (N, RTEQE) (*classement des équipements électriques*)
- Classe (K, RTEQN) (*classement des équipements non électriques*)
- Ordre (A, N, $M_1 - M_8/CE_1$) (*ordre de HCLIQ s'il fonctionne au charbon extrait*)
- Ordre (C, N, $M_1 - M_9/CE_1$) (*ordre de HCLIQ s'il fonctionne au charbon importé*)
- Ordre (B, K, $M_2 - M_8/CE_2$) (*ordre de HCPWS s'il fonctionne au charbon extrait*)
- Ordre (D, K, $M_2 - M_8/CE_2$) (*ordre de HCPWS s'il fonctionne au charbon importé*)

TANT QUE BOOL = FAUX (*pas trouver de solution*)
FAIRE (*traitement sous-cas 4*)
DELDNE (*calcul de DEL^t, DNE^t*)
CALEL (*calcul de ELE(i)*)
CALEL (*calcul de NELE(j)*)

```
        Vérification des contraintes
        SI BOOL = VRAI
              ALORS  SOLUTI  (*impression solution numérique*)
                     SOLPA   (*impression solution paramétrique*)
                     quitter le programme
        (*traitement sous-cas 1*)
        CADEDN          (*calcul DEL^t*)
        CADEDN          (*calcul DNE^t*)
        VERSOL (BOOL)   (*vérification des contraintes*)
        SI BOOL = VRAI
              ALORS  SOLUTI  (*impression solution numérique*)
                     SOLPA2  (*impression solution paramétrique*)
                     quitter le programme
        (*traitement sous-cas 2*)
        CADEDN          (*calcul de la valeur de DEL^t *)
        CADEDN          (*calcul de la valeur de DNE^t et de
                         NELE(j)*)
        VERSO2 (BOOL)   (*vérification des contraintes*)
        SI BOOL = VRAI
              ALORS  SOLUTI  (*impression solution numérique*)
                     SOLPA3  (*impression solution paramétrique*)
                     quitter le programme
        (*traitement sous-cas 3*)
        CADEDN          (*calcul de la valeur de DNE^t*)
        CALDE           (*calcul de la valeur de DEL^t et de
                         NELE(j)*)
        VERSO3 (BOOL)   (*vérification des contraintes*)
        SI BOOL = VRAI
              ALORS  SOLUTI  (*impression solution numérique*)
                     SOLPA4  (*impression solution paramétrique*)
                     quitter le programme
        Passer au cas suivant
END
```

C)PROGRAMME RELATIF AUX EQUIPEMENTS NUCLEAIRES.

```
      PROGRAM NUCLEA

      REAL M3,M4,M5,M10,C11,C12,C22,U3,U4,U5,U10,U11,DE
      REAL K3,K4,K5,K10,PUST,URST,F3,F4,F5,F10, PUin,URin
      CHARACTER*5 NOM,NOM2*10
10    FORMAT(A5)
      WRITE(5,*)'nom du FICHIER RESULTAT'
      READ(5,10)NOM
      NOM2=NOM//'.TXT.'
      OPEN(UNIT=40,FILE=NOM2)
      M3=740.7
      M4=740.7
      M5=740.7
      M10=-0.036
      C11=0.615
      C12=0.0057
      C22=0.0026
      U3=0.75
      U4=0.75
      U5=0.75
      U10=0.98
103   FORMAT(1X,'  C3(T-1)=',$)
104   FORMAT(1X,'  C4(T-1)=',$)
105   FORMAT(1X,'  C5(T-1)=',$)
1010  FORMAT(1X,'  C10(T-1)=',$)
1012  FORMAT(1X,'  PUST=',$)
1013  FORMAT(1X,'  URST=',$)
     WRITE(5,*)'*****************************************************'
     WRITE(5,*)'* CE PROGRAMME VOUS REND L''UTILISATION OPTIMALE  *'
     WRITE(5,*)'* D''EQUIPEMENTS ENERGETIQUES,ETANT DONNEES LES   *'
     WRITE(5,*)'* CAPACITES MAXIMALES DE CHACUN ET L''ETAT DES    *'
     WRITE(5,*)'* STOCKS(PUST ET URST)                           *'
     WRITE(5,*)'*****************************************************'
     WRITE(5,*)' '
     WRITE(5,*)' '
     WRITE(5,*)'********************************************************'
     WRITE(5,*)'*          HYPOTHESES:                                 *'
     WRITE(5,*)'*          -----------                                 *'
     WRITE(5,*)'* 1) L''UTILISATION DES EQUIPEMENTS NUCLEAIRES DANS *'
     WRITE(5,*)'*    LA SATISFACTION DE LA DEMANDE ELECTRIQUE EST   *'
     WRITE(5,*)'*    FAITE EN PREMIER LIEU ET INDEPENDEMMENT DES    *'
     WRITE(5,*)'*    AUTRES EQUIPEMENTS.DE PLUS, IL PARAIT RAISON-  *'
     WRITE(5,*)'*    NABLE DE SUPPOSER QUE CES EQUIPEMENTS NE PEU-  *'
     WRITE(5,*)'*    VENT SEULS SATISFAIRE LA DEMANDE ELECTRIQUE.   *'
     WRITE(5,*)'*                                                   *'
     WRITE(5,*)'* 2) LES EQUIPEMENTS NUCLEAIRES SERONT UTILISES AU  *'
     WRITE(5,*)'*    MAXIMUM DE LEURS CAPICITES SI C''EST POSSIBLE, *'
     WRITE(5,*)'*    C''EST-A-DIRE SI LES CONTRAINTES DE STOCK ET LA*'
     WRITE(5,*)'*    DISPONIBILITE D''URANIUM LE PERMETTENT.        *'
     WRITE(5,*)'*                                                   *'
     WRITE(5,*)'* 3) F3(T)(FBR) EST TOUJOURS UTILISE AU MAXIMUM DE  *'
     WRITE(5,*)'*    SA CAPACITE (F3=U3*C3(T-2)) CAR IL  CONTRIBUE  *'
     WRITE(5,*)'*    UNIQUEMENT A AUGMENTER LE STOCK DE PLUTONIUM.  *'
     WRITE(5,*)'*                                                   *'
     WRITE(5,*)'********************************************************'
     WRITE(5,*)' '
     WRITE(5,*)'**********************'
```

```
      WRITE(5,*)'* SAISIE DES DONNEES *'
      WRITE(5,*)'***********************'
      WRITE(5,*)' '
      WRITE(5,*)'INDIQUEZ POUR CHAQUE EQUIPEMENT,SA CAPACITE MAXIMALE'
      WRITE(5,*)' '
      WRITE(5,*)'EQUIPEMENT NUM-3-:FBR(GW)'
      WRITE(5,103)
      READ(5,*)K3
      WRITE(5,*)'EQUIPEMENT NUM-4-:PWR(GW)'
      WRITE(5,104)
      READ(5,*)K4
      WRITE(5,*)'EQUIPEMENT NUM-5-:HTR(GW)'
      WRITE(5,105)
      READ(5,*)K5
      WRITE(5,*)'EQUIPEMENT NUM-10-:NUEX(TONNES)'
      WRITE(5,1010)
      READ(5,*)K10
      WRITE(5,*)' '
      WRITE(5,*)'INDIQUEZ L''ETAT ACTUEL DES STOCKS'
      WRITE(5,*)' '
      WRITE(5,*)'STOCK DE PLUTONIUM:(KGS)'
      WRITE(5,1012)
      READ(5,*)PUST
      WRITE(5,*)'STOCK D''URANIUM:(TONNES)'
      WRITE(5,1013)
      READ(5,*)URST
       F3=U3*K3
       F4=U4*K4
       PUin=1340*F4
       URin=0
       write(5,*)'200'
       F5=U5*K5
       F10=0
       IF (URST-1200*F5.GT.0.AND.F3+F4+F5.LT.M5/(2*C11)
     * .AND.PUST-1.8*PUin+5.5*URin+1450*F3.GT.0) 300,400

300    WRITE(40,*)'***************'
       WRITE(40,*)'* CONCLUSIONS *'
       WRITE(40,*)'***************'
       WRITE(40,*)' '
       WRITE(40,*)'SOLUTION ALGEBRIQUE'
       WRITE(40,*)'-------------------'
       WRITE(40,*)'  PRODUIRE:'
       WRITE(40,*)'       F3(T)= U3 * C3(T-2)'
       WRITE(40,*)'       F4(T)= U4 * C4(T-2)'
       WRITE(40,*)'       F5(T)= U5 * C5(T-2)'
       WRITE(40,*)'       PUin= 1340 * U4 * C4(T-2)'
       WRITE(40,*)'       F10(T)=URin= 0'
       WRITE(40,*)'       Q=U3*C3(T-2)+U4*C4(T-2)+U5*C5(T-2) '
       WRITE(40,*)' '
       WRITE(40,*)'  CETTE SOLUTION EST OPTIMALE SI                  '
       WRITE(40,*)
     *'                                                 M3'
       WRITE(40,*)
     *'    1) U3 * C3(T-2) + U4 * C4(T-2) + U5 * C5(T-2) < -------'
       WRITE(40,*)
     *'                                                2 * C11'
       WRITE(40,*)' '
       WRITE(40,*)
     *'    2) PUST(T-1) - 2412 * U4 * C4(T-2) + 1450 * U3 * C3(T-2) > 0'
```

```
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)'     3) URST(T-1) - 1200 * U5 * C5(T-2) > 0'
      WRITE(40,*)' '
      GO TO 2000

400   F10=(1200*F5-URST)/5
      PUin=1340*F4
      wRITE(40,*)'400'
      IF (0.LT.F10.AND.F10.LT.K10.AND.F3+F4+F5.LT.
     * (M5+240)/(2*C11).AND.PUST-2412*F4+1450*F3
     * .GT.0) 500,600

500   WRITE(40,*)'***************'
      WRITE(40,*)'* CONCLUSIONS *'
      WRITE(40,*)'***************'
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)'SOLUTION ALGEBRIQUE'
      WRITE(40,*)'-------------------'
      WRITE(40,*)'  PRODUIRE:'
      WRITE(40,*)'   F3(T)= U3 * C3(T-2)'
      WRITE(40,*)'   F4(T)= U4 * C4(T-2)'
      WRITE(40,*)'   F5(T)= U5 * C5(T-2) '
      WRITE(40,*)'   F10(T)= (1200 * U5 * C5(T-2)-URST(T-1))/5'
      WRITE(40,*)'   PUin= 1340 * U4 * C4(T-2)'
      WRITE(40,*)'   URin= 0'
      WRITE(40,*)'   Q=U3*C3(T-2)+U4*C4(T-2)+U5*C5(T-2) '
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)' CETTE SOLUTION EST OPTIMALE SI'
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)'  1) 0 < 1200 * U5 * C5(T-2) - URST(T-1) < K10'
      WRITE(40,*)'  2) PUST(T-1) + 1450 * U3 * C3(T-2) - 2412 * U4 *
     * C4(T-2) > 0'
      WRITE(40,*)'
     * M5 + 240 * M10'
      WRITE(40,*)'  3) U3 * C3(T-2) + U4 * C4(T-2) + U5 * C5(T-2) >
     * ---------------'
      WRITE(40,*)'
     *  2 * C11'
      WRITE(40,*)' '
      GO TO 2000
      wRITE(40,*)'500'
600   F5=(5*K10+URST)/1200
      F10=K10
      PUin=1340*F4
      URin=0
      wRITE(40,*)'600'
      IF (0.LT.F5.AND.F5.LT.U5*K5.AND.F3+F4+F5.LT.
     * (M5+240)/(2*C11).AND.PUST-2412*F4+1450*F3
     * .GT.0) 700,800
700   WRITE(40,*)'***************'
      WRITE(40,*)'* CONCLUSIONS *'
      WRITE(40,*)'***************'
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)'SOLUTION ALGEBRIQUE'
      WRITE(40,*)'-------------------'
      WRITE(40,*)'  PRODUIRE:'
      WRITE(40,*)'    F3(T)= U3 * C3(T-2)'
      WRITE(40,*)'    F4(T)= U4 * C4(T-2)'
      WRITE(40,*)'    F10(T)= K10'
      WRITE(40,*)'                5*K10 + URST(T-1)'
```

```
      WRITE(40,*)'     F5(T)= ----------------'
      WRITE(40,*)'                    1200'
      WRITE(40,*)'     PUin= 1340 * U4 * C4(T-2)'
      WRITE(40,*)'     URin= 0'
      WRITE(40,*)'     Q=U3*C3(T-2)+U4*C4(T-2)+F5(T) '
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)' CETTE SOLUTION EST OPTIMALE SI'
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)
     *'   1) PUST(T-1) - 2412 * U4 * C4(T-2) + 1450 * U3 * C3(T-2) > 0'
      WRITE(40,*)
     *'                                  5*K10 + URST(T-1)
     * M5 + 240 * M10'
      WRITE(40,*)
     *'   2) U3 * C3(T-2) + U4 * C4(T-2) + -------------- <
     *---------------'
      WRITE(40,*)
     *'                                          1200
     *  2 * C11'
      GO TO 2000

800   F5=U5*K5
      F4=U4*K4
      F10=0
      URin=(-PUST-1450*F3+2412*F4)/17.74
      PUin=1340*F4-6.8*URin
      wRITE(40,*)'800'

      IF (URST-4.15*URin-1200*F5.GT.0.AND.-PUST
     * -1450*F3+2412*F4.GT.0.AND.(F3+F4+F5).LT.
     * (M5/2*C11)) 900,1000

900   WRITE(40,*)'***************'
      WRITE(40,*)'* CONCLUSIONS *'
      WRITE(40,*)'***************'
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)'SOLUTION ALGEBRIQUE'
      WRITE(40,*)'-------------------'
      WRITE(40,*)'  PRODUIRE:'
      WRITE(40,*)'    F3(T)= U3 * C3(T-2)'
      WRITE(40,*)'    F4(T)= U4 * C4(T-2)'
      WRITE(40,*)'    F5(T)= U5 * C5(T-2)'
      WRITE(40,*)
     *'          -PUST(T-1) - 1450 * U3 * C3(T-2) + 2412 * U4 * C4(T-2)'
      WRITE(40,*)
     *'   URin= -----------------------------------------------------'
      WRITE(40,*)'                                    17,74'
      WRITE(40,*)'    PUin= 1340 * U4 * C4(T-2) - 6,8 * URin'
      WRITE(40,*)'    F10(T)= 0'
      WRITE(40,*)'    Q=U3*C3(T-2)+U4*C4(T-2)+U5*C5(T-2) '
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)'  CETTE SOLUTION EST OPTIMALE SI'
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)
     *'  1) URST(T-1) - 4,15 * URin - 1200 * U5 * C5(T-2) > 0'
      WRITE(40,*)
     *'  2) -PUST(T-1) - 1450 * U3 * C3(T-2) + 2412 * U4 * C4(T-2) > 0'
      WRITE(40,*)
     *'                                                     M3 '
      WRITE(40,*)
```

```
*'  3) U3 * C3(T-2) + U4 * C4(T-2) + U5 * C5(T-2) < ----------'
    WRITE(40,*)
*'                                                       2 * C11'

    GO TO 2000
1000    F4=U4*K4
    F5=U5*K5
    URin=(-PUST-1450*F3+2412*F4)/17.74
    PUin=1340*F4-6.8*URin
    F10=(4.15*URin+1200*F5-URST)/5
    wRITE(40,*)'1100'
    IF (0.LT.F10.AND.F10.LT.K10.AND.
* F3+F4+F5.LT.(M5+240*M10)/(2*C11).AND.
* -PUST-1450*F3+2412*F4.GT.0) 1200,1300

1200    WRITE(40,*)'***************'
    WRITE(40,*)'* CONCLUSIONS *'
    WRITE(40,*)'***************'
    WRITE(40,*)' '
    WRITE(40,*)'SOLUTION ALGEBRIQUE'
    WRITE(40,*)'-------------------'
    WRITE(40,*)'  PRODUIRE:'
    WRITE(40,*)'   F3(T)= U3 * C3(T-2)'
    WRITE(40,*)'   F4(T)= U4 * C4(T-2)'
    WRITE(40,*)'   F5(T)= U5 * C5(T-2)'
    WRITE(40,*)'   PUin= 1340 * U4 * C4(T-2)-6,8*URin'
    WRITE(40,*)
*'        -PUST(T-1) - 1450 * C3(T-2) + 2412 * U4 * C4(T-2)'
    WRITE(40,*)
*'   URin= ------------------------------------------------'
    WRITE(40,*)'                          17,74'
    WRITE(40,*)
*'   F10(T)= (1200 * C5(T-2) + 4,15 * URin - URST(T-1))/5'
    WRITE(40,*)'  Q=U3*C3(T-2)+U4*C4(T-2)+U5*C5(T-2) '
    WRITE(40,*)' '
    WRITE(40,*)' CETTE SOLUTION EST OPTIMALE SI'
    WRITE(40,*)' '
    WRITE(40,*)
*'  1) -PUST(T-1) - 1450 * U3 * C3(T-2) + 2412 * U4 * C4(T-2) > 0'
    WRITE(40,*)
*'  2) 0 < (1200 * U5 * C5(T-2) + 4,15 * URin - URST(T-1))/5< K10'
    WRITE(40,*)
*'                                                   M5 + 240*M10'
    WRITE(40,*)
*'  3) U3 * C3(T-2) + U4 * C4(T-2) + U5 * C5(T-2) < ------------ '
    WRITE(40,*)
*'                                                       2 * C11'
    GO TO 2000

1300    URin=(-PUST-1450*F3+2412*F4)/17.74
    F10=K10
    F4=U4*K4
    PUin=1340*F4-6.8*URin
    F5=(5*F10+URST-4.15*URin)/1200
    IF (F3+F4+F5.LT.(M5+240*M10)/2*C11.
*   AND.0.LT.F5.AND.F5.LT.U5*K5.
*   AND.URin.GT.0) 1350,1400
    wRITE(40,*)'1300'
```

```
1350   WRITE(40,*)'***************'
       WRITE(40,*)'* CONCLUSIONS *'
       WRITE(40,*)'***************'
       WRITE(40,*)' '
       WRITE(40,*)'SOLUTION ALGEBRIQUE'
       WRITE(40,*)'-------------------'
       WRITE(40,*)'  PRODUIRE:'
       WRITE(40,*)'   F3(T)= U3 * C3(T-3)'
       WRITE(40,*)'   F4(T)= U4 * C4(T-4)'
       WRITE(40,*)
     *'        -PUST(T-1) - 1450 * C3(T-2) + 2412 * U4 * C4(T-2)'
       WRITE(40,*)
     *'  URin= ----------------------------------------------------'
       WRITE(40,*)'                              17,74'
       WRITE(40,*)'   F5(T)= (5 * K10 + URST(T-1) - 4,15 * URin)/1200'
       WRITE(40,*)'   PUin= 1340 * U4 * C4(T-2) - 6,8 * URin'
       WRITE(40,*)'   F10(T)= K10'
       WRITE(40,*)'   Q=U3*C3(T-2)+U4*C4(T-2)+F5(T) '
       WRITE(40,*)' '
       WRITE(40,*)' CETTE SOLUTION EST OPTIMALE SI'
       WRITE(40,*)' '
       WRITE(40,*)
     *' 1) -PUST(T-1) - 1450 * U3 * C3(T-2) + 2412 * U4 * C4(T-2) > 0'
       WRITE(40,*)
     *' 2) 0 < 5 * K10 + URST(T-1) - 4,15 * URin < 1200 * U5 * C5(T-2)'
       WRITE(40,*)
     *'                                        M5 + 240 * M10'
       WRITE(40,*)
     *' 3) U3 * C3(T-2) + U4 * C4(T-2) + F5(T) < --------------'
       WRITE(40,*)
     *'                                            2 * C11'
       GO TO 2000

1400   F10=K10
       F5=0
       URin=(URST+5*F10)/4.15
       PUin=(PUST+5.5*URin+1450*F3)/1.8
       F4=(PUin+6.8*URin)/1340
       IF (2*C11*(F3+F4).LT.(M10+0.009*M4)/0.009.
     * AND.0.LT.(PUin+6.8*URin)/1340.
     * AND.(PUin+6.8*URin)/1340.LT.U4*K4) THEN
1450   wRITE(40,*)'1400'
       WRITE(40,*)'***************'
       WRITE(40,*)'* CONCLUSIONS *'
       WRITE(40,*)'***************'
       WRITE(40,*)' '
       WRITE(40,*)'SOLUTION ALGEBRIQUE'
       WRITE(40,*)'-------------------'
       WRITE(40,*)'  PRODUIRE:'
       WRITE(40,*)'   F3(T)= U3 * C3(T-2)'
       WRITE(40,*)'   F10(T)= K10'
       WRITE(40,*)'   F5(T)= 0'
       WRITE(40,*)'        URST(T-1) + 5 * K10'
       WRITE(40,*)'   URin= -------------------'
       WRITE(40,*)'             4,15'
       WRITE(40,*)'        PUST(T-1) + 5,5 * URin + 1450 * U3*C3(T-2)'
       WRITE(40,*)'   PUin= ------------------------------------------'
       WRITE(40,*)'                          1,8'
       WRITE(40,*)'         PUin + 6,8 * URin'
       WRITE(40,*)'   F4(T)= -----------------'
```

```
      WRITE(40,*)'                    1340'
      WRITE(40,*)'  Q=U3*C3(T-2)+F4(T) '
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)' CETTE SOLUTION EST OPTIMALE SI'
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)'           PUin + 6,8 * URin'
      WRITE(40,*)'  1) 0 ≤ ----------------- ≤ K10'
      WRITE(40,*)'                 1340'
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)
     *'                   PUin + 6,8 * URin    M3 + 0,009 * M4'
      WRITE(40,*)
     *'  2) U3 * C3(T-2) + ----------------- ≤ --------------
     *------------'
      WRITE(40,*)
     *'                         1340
     *              3,11 * C11'
      GO TO 2000
      END IF
1900  WRITE(5,*)'**************'
      WRITE(5,*)'* CONCLUSION *'
      WRITE(5,*)'**************'
      WRITE(5,*)' '
      WRITE(5,*)'LA SOLUTION OBTENUE EST SANS SIGNIFICATION'
      WRITE(5,*)'CAR ELLE SUPPOSE QUE LA DEMANDE ELECTRIQUE'
      WRITE(5,*)'EST SATISFAITE.'
      WRITE(5,*)' '
      GO TO 5000
2000  PUST=PUST+5.5*URin-1.8*PUin+1450*F3
      URST=URST+5*F10-4.15*URin-1200*F5

      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,*)'SOLUTION REELLE'
      WRITE(40,*)'---------------'
      WRITE(40,*)' '
      WRITE(40,2300)F3
      WRITE(40,2400)F4
      WRITE(40,2500)F5
      WRITE(40,3000)F10
      WRITE(40,3200)PUin
      WRITE(40,3300)URin
      WRITE(40,3400)PUST
      WRITE(40,3500)URST
      DE=F3+F4+F5
      OPEN(UNIT=30,FILE='DEMELE.DAT')
      WRITE(30,*)DE
      CLOSE(30)
      CLOSE(40)
2300  FORMAT (1X,'F3(T)=  ',F,' GW')
2400  FORMAT (1X,'F4(T)=  ',F,' GW')
2500  FORMAT (1X,'F5(T)=  ',F,' GW')
3000  FORMAT (1X,'F10(T)= ',F,' TONNES')
3200  FORMAT (1X,'PUin=   ',F,' KGS')
3300  FORMAT (1X,'URin=   ',F,' TONNES')
3400  FORMAT (1X,'PUST=   ',F,' KGS')
3500  FORMAT (1X,'URST=   ',F,' TONNES')
5000  WRITE  (5,*)'FIN'
      END
```

D)EXEMPLES

```
EXEMPLE-1

**********************
* SAISIE DES DONNEES *
**********************

INDIQUEZ POUR CHAQUE EQUIPEMENT,SA CAPACITE MAXIMALE

EQUIPEMENT NUM-3-:FBR(GWY)
  C3(T-1)=100
EQUIPEMENT NUM-4-:PWR(GWY)
  C4(T-1)=100
EQUIPEMENT NUM-5-:HTR(GWY)
  C5(T-1)=100
EQUIPEMENT NUM-10-:NUEX(TONNES)
  C10(T-1)=100000

INDIQUEZ L'ETAT ACTUEL DES STOCKS

STOCK DE PLUTONIUM:(KGS)
  PUST(T-1)=0
STOCK D'URANIUM:(TONNES)
  URST(T-1)=100000
CAPACITE HCLIQ:(GWY)
  UR(1)*C1(T-1)=150
CAPACITE HCPWS:(PCAL)
  UR(2)*C2(T-1)=2000
CAPACITE HCTRD:(TONNES)
  K8=200
CAPACITE HCEX:(TONNES)
  K9=2100
CAPACITES ET COUTS DES  EQUIPEMENTS ELECTRIQUES
  CELE(1)=200
  TEQE(1)=735
  CELE(2)=150
  TEQE(2)=720
  CELE(3)=150
  TEQE(3)=710
CAPACITE ET COUT DES EQUIPEMENTS NON ELECTRIQUES
  CNELE(1)=1500
  TEQN(1)=45
  CNELE(2)=1400
  TEQN(2)=38
  CNELE(3)=1500
  TEQN(3)=25
 ***************
 * CONCLUSIONS *
 ***************

 SOLUTION PARAMETRIQUE
 --------------------
   PRODUIRE:
    F3(T)= U3 * C3(T-2)
    F4(T)= U4 * C4(T-2)
    F5(T)= U5 * C5(T-2)
    PUin= 1340 * U4 * C4(T-2)-6,8*URin
          -PUST(T-1) - 1450 * C3(T-2) + 2412 * U4 * C4(T-2)
```

```
   URin= -----------------------------------------------------
                                      17,74
   F10(T)= (1200 * C5(T-2) + 4,15 * URin - URST(T-1))/5
   Q=U3*C3(T-2)+U4*C4(T-2)+U5*C5(T-2)
   DN= CNELE(1.) + CNELE(2.) +(C8+C9)*CE2
      720.00-2*C12*DN
DE=-----------------------------
          2*C11
ELE(1.)=CELE(1.)
NELE(1.)=CNELE(1.)
NELE(2.)=CNELE(2.)
ELE(2.)=DE - CELE(1.) -Q
F1(T)= 0
F2(T)= (K8+K9)*CE2
F8(T)= K8
F9(T)= K9
 CETTE SOLUTION EST OPTIMALE SI

  1) -PUST(T-1) - 1450 * U3 * C3(T-2) + 2412 * U4 * C4(T-2) ≥ 0
  2) 0 ≤ (1200 * U5 * C5(T-2) + 4,15 * URin - URST(T-1))/5≤K10
                                                      M5 + 240*M10
  3) U3 * C3(T-2) + U4 * C4(T-2) + U5 * C5(T-2) ≤ ------------
                                                      2 * C11

  4)  34.90-2*C12*DE-2*C22*DN>=0
  5)  25.00-2*C12*DE-2*C22*DN<=0
  6)  0<=ELE(2.)<=CELE(2.)
  7)  0<=F2<=C2

SOLUTION NUMERIQUE
------------------

F3(T)=        75.0000000 GWY
F4(T)=        75.0000000 GWY
F5(T)=        75.0000000 GWY
F10(T)=     1375.6763611 TONNES
PUin=      72843.8554688 KGS
URin=       4067.0800476 TONNES
PUST=          0.0000000 KGS
URST=          0.0000000 TONNES
 F1(T)=         0.0000000 GWY
F2(T)=      1587.0000000 PCAL
F8(T)=       200.0000000 TONNES
F9(T)=      2100.0000000 TONNES
ELE(1.)=     200.0000000 GWY
NELE(1.)=   1500.0000000 PCAL
NELE(2.)=   1400.0000000 PCAL
ELE(2.)=     118.7790222 GWY
NELE(3.)=      0.0000000 PCAL

EXEMPLE-2

**********************
* SAISIE DES DONNEES *
**********************

INDIQUEZ POUR CHAQUE EQUIPEMENT,SA CAPACITE MAXIMALE

EQUIPEMENT NUM-3-:FBR(GWY)
 C3(T-1)=40
```

```
EQUIPEMENT NUM-4-:PWR(GWY)
  C4(T-1)=60
EQUIPEMENT NUM-5-:HTR(GWY)
  C5(T-1)=100
EQUIPEMENT NUM-10-:NUEX(TONNES)
  C10(T-1)=10000

INDIQUEZ L'ETAT ACTUEL DES STOCKS

STOCK DE PLUTONIUM:(KGS)
  PUST(T-1)=500
STOCK D'URANIUM:(TONNES)
  URST=(T-1)=5000
CAPACITE HCLIQ:(GWY)
  UR(1)*C1(T-1)=50
CAPACITE HCPWS:(PCAL)
  UR(2)*C2(T-1)=1000
CAPACITE HCTRD:(TONNES)
  K8=1200
CAPACITE HCEX:(TONNES)
  K9=500
CAPACITES ET COUTS DES  EQUIPEMENTS ELECTRIQUES
  CELE(1)=100
  TEQE(1)=735
  CELE(2)=125
  TEQE(2)=730
  CELE(3)=135
  TEQE(3)=725
  CELE(4)=50
  TEQE(4)=720
  CELE(5)=50
  TEQE(5)=715
  CELE(6)=300
  TEQE(6)=710
CAPACITE ET COUT DES EQUIPEMENTS NON ELECTRIQUES
  CNELE(1)=1300
  TEQN(1)=30
  CNELE(2)=1400
  TEQN(2)=25
  CNELE(3)=1500
  TEQN(3)=20
  CNELE(4)=500
  TEQN(4)=20
  CNELE(5)=500
  TEQN(5)=15
 ***************
 * CONCLUSIONS *
 ***************

 SOLUTION PARAMETRIQUE
 ---------------------
   PRODUIRE:
    F3(T)= U3 * C3(T-3)
    F4(T)= U4 * C4(T-4)
          -PUST(T-1) - 1450 * C3(T-2) + 2412 * U4 * C4(T-2)
    URin= ---------------------------------------------------
                              17,74
    F5(T)= (5 * K10 + URST(T-1) - 4,15 * URin)/1200
    PUin= 1340 * U4 * C4(T-2) - 6,8 * URin
    F10(T)= K10
```

```
Q=U3*C3(T-2)+U4*C4(T-2)+F5(T)
DN= CNELE(1.) + CNELE(2.) +C2
        715.00-2*C12*DN
DE=------------------------------
           2*C11

ELE(1.)=CELE(1.)
ELE(2.)=CELE(2.)
ELE(3.)=CELE(3.)
ELE(4.)=CELE(4.)
NELE(1.)=CNELE(1.)
NELE(2.)=CNELE(2.)
ELE(5.)=DE - CELE(1.) - CELE(2.) - CELE(3.) - CELE(4.) -Q
F1(T)= 0
F2(T)= C2
F8(T)= C8
F9(T)= C2/CE2-C8
CETTE SOLUTION EST OPTIMALE SI

1) -PUST(T-1) - 1450 * U3 * C3(T-2) + 2412 * U4 * C4(T-2) ≥ 0
2) 0 ≤ 5 * K10 + URST(T-1) - 4,15 * URin ≤ 1200 * U5 * C5(T-2)
                                           M5 + 240 * M10
3) U3 * C3(T-2) + U4 * C4(T-2) + F5(T) ≤ -------------- .
                                              2 * C11

4) 25.00-2*C12*DE-2*C22*DN>=0
5) 20.00-2*C12*DE-2*C22*DN<=0
6) 0<=ELE(5.)<=CELE(5.)
7) 0<=F9<=C9
SOLUTION NUMERIQUE
------------------

F3(T)=          30.0000000 GWY
F4(T)=          45.0000000 GWY
F5(T)=          29.5015502 GWY
F10(T)=      10000.0000000 TONNES
PUin=        35560.8793945 KGS
URin=         3638.1059875 TONNES
PUST=            0.0000000 KGS
URST=           -0.0001221 TONNES
F1(T)=           0.0000000 GWY
F2(T)=        1000.0000000 PCAL
F8(T)=        1200.0000000 TONNES
F9(T)=         249.2753601 TONNES
ELE(1.)=       100.0000000 GWY
ELE(2.)=       125.0000000 GWY
ELE(3.)=       135.0000000 GWY
ELE(4.)=        50.0000000 GWY
NELE(1.)=     1300.0000000 PCAL
NELE(2.)=     1400.0000000 PCAL
ELE(5.)=        32.5065269 GWY
NELE(3.)=        0.0000000 PCAL
ELE(6.)=         0.0000000 GWY
```