THESIS / THÈSE

MASTER EN SCIENCES INFORMATIQUES

Logiques non standards dans la représentation qualitative de systèmes physiques

Dendalle, Bernard

Award date:
1987

Awarding institution:
Universite de Namur

FACULTES UNIVERSITAIRES NOTRE-DAME DE LA PAIX - NAMUR

INSTITUT D'INFORMATIQUE

LOGIQUES NON STANDARDS DANS LA REPRESENTATION QUALITATIVE DE SYSTEMES PHYSIQUES

Mémoire présenté pour l'obtention du grade de Licencié et Maître en Informatique

par

DENDALLE Bernard

Promoteur

M. NOIRHOMME-FRAITURE

Directeur

J. BARRETO

Année académique 1986 - 1987

Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix

Institut d'Informatique

rue de Bruxelles, 61, B-5000 ***NAMUR***

Tél: 081-22.90.61   Télex: 59222 facnam-b   Téléfax: 081-23.03.91

LOGIQUES NON STANDARDS
DANS LA REPRESENTATION QUALITATIVE
DE SYSTEMES PHYSIQUES

DENDALLE BERNARD

Résumé

Ce mémoire a pour principal objectif de montrer en quoi certaines logiques non standards, comme les logiques multivaluées, la logique floue, ainsi que les logiques modale et temporelle, permettent de représenter le fonctionnement de systèmes physiques, d'une manière plus intuitive et donc plus compréhensible à chacun que la logique bivalente du 1er ordre. A cet effet, la représentation utilisée n'est plus du tout numérique ou quantitative mais bien qualitative. Les quelques applications implémentées, présentées dans ce travail, constituent un essai pratique de la méthodologie développée de construction de modèles qualitatifs; elles montrent également que parfois un modèle qualitatif peut avoir une puissance d'expression beauçoup plus grande qu'un modèle quantitatif numérique.

Abstract

The main goal of this dissertation is to show how some non standard logics, as multivalued logic, fuzzy logic, modal logic and temporal logic, can be used to represent the functioning of physical systems, in a more intuitif and comprehensible way than the two valued first order logic. Instead of using a numerical quantitatif model, a qualitatif one was utilized. Some examples are treated, in which some remarks on qualitatif modeling are presented, that can be useful collaboration to a methodology in building qualitatif models. It is shown also that sometimes a qualitatif model can have more expressive power than a numerical quantitatif model.

Mémoire de licence et maîtrise en Informatique

Septembre 1987

Promoteur: ***M. NOIRHOMME-FRAITURE***

Directeur: ***J. BARRETO***

Par ces quelques mots, je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Monsieur J. BARRETO qui a proposé et dirigé ce mémoire et sans les encouragements et la disponibilité duquel il m'aurait été impossible de mener à bien ce travail.

Je remercie également Madame le Professeur M. NOIRHOMME-FRAITURE d'avoir accepté la supervision de ce mémoire, en tant que promoteur.

Ma reconnaissance s'adresse aussi à Maman qui m'a permis de poursuivre ces études complémentaires et m'a soutenu tout au long de celles-ci,

TABLE DES MATIERES :

INTRODUCTION

Depuis les philosophes de la Grèce antique, les hommes se sont toujours posés des questions sur les différents mécanismes qui régissent le raisonnement humain.

Aristote, à travers ses syllogismes, a réalisé une synthèse complète, précise et encore très actuelle des principales règles conduisant la pensée humaine.

Depuis lors, philosophes et mathématiciens ont tenté de trouver une manière unique d'interpréter, de manière formelle, les propositions contenues dans les syllogismes d'Aristote. Ils ont cru y parvenir avec la **logique classique des prédicats du premier ordre** incluant le principe du tiers exclu et qui est à la base des mathématiques modernes. Malheureusement, très vite, certains d'entre eux ont montré les limites d'une telle logique à travers certains paradoxes et ont proposé différentes possibilités d'interprétation de la "valeur" d'une proposition; ce qui a conduit à la création des **logiques multivaluées**.

D'autre part, certains aspects du langage et du raisonnement humain n'étaient pas encore pris en considération de manière formelle par ces logiques multivaluées. Il était impossible par exemple de traduire les notions de "possibilité" et de "nécessité"; ce qui a été introduit par la suite pour former ce qu'on appelle la **logique modale**.

De même, les nuances de temps ne ressortaient pas dans la traduction de propositions du langage courant dans le langage logique formel jusqu'alors existant. C'est pourquoi il a fallu définir la **logique temporelle** qui tiendrait compte à l'avenir de notions telles que passé proche, futur lointain, ...

Un autre type de logique, fort connue actuellement, a été définie pour remédier aux carences du langage logique et permet par sa formalisation une représentation plus puissante de concepts "flous" tels que "plus ou moins", "très", "tout-à-fait", presque, ... : c'est la fameuse **logique floue**.

Finalement, à travers ce cheminement, nous constatons que, plus les chercheurs voulaient rendre compte, le plus finement possible et de manière formelle, de la sémantique profonde d'une proposition du langage courant, plus ils devaient introduire de nouvelles formalisations du raisonnement humain appelées ***LOGIQUES NON STANDARDS.***

Notre propos, dans ce mémoire, est justement de montrer quelques applications de certaines de ces logiques non standards plus spécialement dans l'étude qualitative des systèmes physiques.

Le lecteur pourrait maintenant se demander pourquoi diable étudier à présent les systèmes physiques par le biais d'une autre méthode, basée sur les logiques non standards, plutôt que de tirer parti de notre bonne vieille démarche analytique ou quantitative qui nous permettait de modéliser mathématiquement et presque de manière parfaite n'importe quel système physique.

C'est vraiment là tout le noeud du problème auquel ce mémoire tente de répondre.

Néanmoins, pour permettre au lecteur de comprendre l'enjeu de cette question, il nous faut encore préciser la motivation de ce travail ainsi que de ceux qui suivront, motivation qui tient en quelques mots: ***Enseignement Assisté par Ordinateur*** *(E.A.O.).*

En effet, nous essayerons, à travers quelques applications simples, de montrer en quoi les logiques non standards peuvent être très utiles et même plus adaptées à la compréhension intuitive de modèles physiques, par des étudiants de tout calibre renforçant ou même réalisant leur apprentissage à l'aide de programmes sur ordinateur; ces programmes renfermant bien entendu des éléments de ces logiques non standards qui sont tout-à-fait transparents pour ces étudiants.

Ce mémoire s'articule en trois grandes parties: dans la première, nous présenterons quelques réflexions sur la physique qualitative c'est-à-dire la physique pensée et guidée par des raisonnements déductifs s'exprimant facilement dans le langage naturel (c'est pour cette raison que nous avons trouvé intéressant de remonter aux sources de la manière de raisonner et d'ainsi aborder les syllogismes d'Aristote); ensuite, dans une deuxième partie, nous détaillerons les logiques existantes déjà légèrement explicitées plus haut dans cette introduction, logiques qui nous aideront à formaliser de tels raisonnements; enfin, dans la dernière partie, nous *terminerons par des applications concrètes de l'utilisation de ces logiques à quelques problèmes simples purement physiques ou non.*

A présent, nous vous souhaitons une bonne lecture de ce mémoire et nous espérons développer en vous un vif intérêt à l'égard des idées exposées.

CHAPITRE 1 : LA PHYSIQUE QUALITATIVE :

§1. INTRODUCTION :

Aux origines de la physique, l'étude de problèmes qui composaient cette discipline se basait exclusivement sur des raisonnements logiques qui s'exprimaient aisément dans le langage courant sous forme de conditionnelles et de règles d'inférences; mais ces raisonnements, à priori logiques pour l'esprit humain, ne correspondaient parfois pas à la réalité purement physique des choses: un exemple frappant pourrait être le raisonnement suivant relatif à la chute des corps: "Un corps de masse connue tombe à une certaine vitesse d'un endroit donné; on peut donc en déduire qu'un autre corps de masse égale à 10 fois celle du précédent tombera à une vitesse 10 fois plus grande du même endroit de départ." . Ce genre de raisonnement, basé uniquement sur la logique humaine et non la réalité, constituait, alors, le type même d'approche de problèmes physiques (approche que nous appelons aujourd'hui qualitative). Les chercheurs ou plutôt les philosophes de l'époque n'en connaissaient pas d'autres ... Et donc, la réalité physique, pensaient-ils, devait forcément suivre de tels raisonnements puisque ceux-ci étaient "logiques".

L'étape suivante de l'histoire de la physique prit son essor quand de réels chercheurs (et plus de simples penseurs) voulurent constater **de visu** *si de tels raisonnements correspondaient effectivement à la réalité physique. Pour certains problèmes, ce fut le cas, pour d'autres non. Aussi ce type d'approche, basé sur des raisonnements "logiques" qualitatifs, fut délaissé au profit d'une démarche qui correspondait mieux à la réalité (enfin, c'est ce qui fut constaté) et qui est encore en vigueur actuellement: la démarche expérimentale analytique.*

Cette dernière approche de la physique résolut de façon satisfaisante tant de problèmes que la démarche purement qualitative (cfr ci-dessus) fut complètement abandonnée, ... enfin c'est ce qu'on croit ... . En effet, au départ de toute étude expérimentale, les chercheurs reprennent malgré tout quelques bribes de physique qualitative, basée uniquement sur des raisonnements, logiques pour l'esprit humain, de manière à réaliser ce que pourrait être le fonctionnement du système physique, ceci pour guider les expériences en vue de déduire, à partir de celles-ci, des lois "exactes"; ensuite, il s'agit d'interpréter ces lois pour en déduire le fonctionnement "exact" du système et de le confondre avec les idées de comportement que nous possédions au départ à son sujet.

Notre propos , dans ce mémoire, est de baser l'étude des systèmes physiques, non plus sur une démarche expérimentale et analytique mais sur une approche qualitative (comme celle des précurseurs de la physique) reposant sur un bagage de raisonnements primitifs qui traduisent en langage courant des lois de comportement de composants de systèmes physiques. Cette approche permettra d'aller plus vite vers une interprétation concernant le fonctionnement du système. Elle permet également de rendre compte globalement d'un phénomène qu'une équation mathématique ne pourrait pas recouvrir dans son entièreté, et tout cela dans un langage facilement compréhensible. C'est d'ailleurs ce dernier aspect concernant le langage qui fait que ce genre d'approche a toutes les faveurs de l'**E.A.O.**.

Ce type d'approche qualitative, délaissé pendant un bon bout de temps, est très prisé à l'heure actuelle, tellement d'ailleurs qu'il y a foison d'articles sur le sujet, articles qui font découvrir chacun leur propre méthodologie de travail; cela est la preuve évidente que la physique qualitative est une discipline trop nouvelle pour être déjà mûre: il n'y a pas encore un corps de théorie bien cohérent et établi; pour que le lecteur puisse se faire une idée des différentes méthodes "existantes sur le marché", nous lui conseillons de consulter le résumé sur ce sujet de D.G.BOBROW [**BOBR84**]. Au vu de cette quantité d'auteurs, d'articles et de méthodes, nous nous sommes limités à l'étude de deux paires de "scribouilleurs" qui ont une nette tendance à s'opposer entre eux ...; au vu de ces divergences, il reste donc encore beaucoup à faire dans ce domaine ...

Dans ce chapitre, nous allons présenter quelques principes généraux concernant l'étude qualitative de problèmes physiques. Les principes, détaillés ci-dessous, concernant la Physique Qualitative *sont le fruit de quatre personnages de cette discipline nouvelle à savoir: Johan DE KLEER et John Seely BROWN* **[KLBR84]**, **[KLBR86]** *ainsi que Yumi IWASAKI et Herbert A. SIMON* **[1IWSI86]**, **[2IWSI86]**. *Ensuite une méthodologie personnelle de résolution de problèmes, inspirée dans ses grandes lignes par celle de J.DE KLEER et J.S.BROWN* **[KLBR84]** *sera montrée et servira de support aux deux applications purement physiques résolues de manière qualitative à la fin de ce mémoire (cfr chapitre 6 pg 73). Finalement, en conclusion, nous insisterons sur le fait que les querelles que nous pourrions qualifier presque de "politiciennes", entre les deux couples d'auteurs cités ci-dessus, n'arrangent en rien ni la clarté, ni, de ce fait, la compréhension des concepts pour un lecteur novice et elles peuvent facilement expliquer le développement dans ce mémoire d'un essai de méthodologie personnelle qui ne reprend que l'essentiel des idées les plus pratiques. Nous remarquerons encore, dans cette conclusion, qu'une méthodologie seule ne suffit pas; il est nécessaire de disposer, pour la mettre en oeuvre, d'outils formels ...*

A présent, les grandes lignes ayant été tracées, définissons la Physique Qualitative à travers ses objectifs: la Physique Qualitative a pour but de prédire et d'expliquer le comportement de mécanismes en termes qualitatifs, cela d'une manière plus simple que la Physique Classique mais tout en gardant identiques les conclusions les plus importantes sans utiliser, pour ce faire, des modèles mathématiques trop compliqués.

Il n'y a pas encore si longtemps que cela, le comportement d'un système physique ne pouvait être décrit que par les valeurs exactes *de ses variables en chaque instant. Une telle description, bien que complète, ne réussissait pas à fournir beaucoup d'intuition sur le fonctionnement du système. Les concepts intuitifs et les conclusions sont habituellement qualitatifs mais sont souvent emmêlés dans un cadre beaucoup trop complexe établi par des variables réelles continues et des équations différentielles.*

Notre but est donc de développer une physique alternative dans laquelle les mêmes concepts sont dérivés à partir d'une base qualitative de loin plus simple mais aussi formelle que la physique traditionnelle. Le schéma d'une résolution peut se présenter maintenant de deux façons différentes décrites dans la figure suivante:

$$\begin{tikzcd}
\text{SYSTEME PHYSIQUE} \arrow[r, "\text{Physique}", "\text{Qualitative}"'] \arrow[d] \arrow[dr, phantom, "\text{Physique Classique}"] & \text{INTERPRETATION} \\
\text{MODELE MATHEMATIQUE} \arrow[r] & \text{SOLUTION ANALYTIQUE} \arrow[u]
\end{tikzcd}$$

La première résolution, dite traditionnelle, démarre à partir d'une description informelle de la réalité physique pour, dans un premier temps, construire un ensemble d'équations différentielles qui caractérisent le comportement du système c'est-à-dire l'évolution dans le temps des changements observables de valeurs d'état du système en réponse à un stimulus en entrée. Ensuite, nous résolvons ces équations pour trouver une solution analytique. Enfin, on interprète cette solution pour obtenir une description qualitative du fonctionnement du système.

Par contre, la résolution qualitative a pour but de court-circuiter toute étape mathématique. A partir de la connaissance de la situation physique exprimée sous forme de relations ainsi que de mécanismes de raisonnement, nous essayons de déduire les résultats qui sont présentés directement sous une forme interprétée. Ces relations et mécanismes de raisonnement ne nécessitent pas directement l'emploi obligatoire de nombres, d'où le nom de raisonnement qualitatif.

§2. PRINCIPES GENERAUX DE PHYSIQUE QUALITATIVE :

A travers la littérature, à propos de la Physique Qualitative et de ses concepts, nous avons retenu deux courants qui s'affrontent: à savoir celui prôné par J.DE KLEER et J.S.BROWN ainsi que celui défendu par Y.IWASAKI et H.A.SIMON. Vu le peu d'expérience en notre possession concernant cette discipline, nous nous contenterons de détailler brièvement ces deux points de vue sans prendre une position ferme vis-à-vis de l'un d'entre eux. De plus, par la suite, comme mentionné dans l'introduction de ce chapitre, nous nous restreindrons uniquement à nous inspirer d'une des deux méthodes proposées pour créer notre méthodologie; cela ne signifie en rien que nous pensons que l'autre méthode "ne vaut pas un clou".

Pour J.DE KLEER et J.S.BROWN, leur méthode est largement décrite et même appliquée de façon détaillée à un exemple physique, qui n'est autre qu'une valve régulateur de pression, dans ***[KLBR84]****: tout d'abord, l'approche de ces auteurs est réductionniste c'est-à-dire que le comportement d'une structure physique peut être complètement déduit des comportements de ces constituants physiques, à savoir des matériaux physiques (eau, air, électrons, ...), des composants (résistances, capacités, ...) modifiant ces matériaux ou encore conduisant ces matériaux d'un composant à l'autre sans modifications (fils, câbles, ...); en outre, le comportement qualitatif d'un système physique peut être défini par un ensemble d'équations différentielles qualitatives relatives à ces composants et appelées* **confluences***. Ces confluences sont des équations contraignantes écrites en terme de dérivées qualitatives de variables prenant les valeurs qualitatives (ou floues cfr chapitre 4 pg 43) dans l'ensemble ordonné { -, 0, + }.*

*Néanmoins la confluence seule est une primitive de modélisation inadéquate. La seconde primitive de modélisation qualitative est l'****état qualitatif****. Les états qualitatifs divisent le comportement d'un composant du système dans des régions différentes, chacune d'entre elles étant décrite par un ensemble différent de confluences.*

La notion d'état n'est le plus souvent pas nécessaire dans l'analyse quantitative, étant donné qu'une simple équation mathématique peut adéquatement modéliser le comportement d'un composant. D'un autre côté, dans une résolution qualitative, la notion d'état est primordiale puisque, la plupart du temps, il n'est pas possible de caractériser d'une manière adéquate le comportement total d'un composant par un seul ensemble d'équations qualitatives.

A présent, pour décrire le comportement d'un système, celui-ci est divisé en deux parties, une s'occupant des comportements intérieurs aux états et l'autre des comportements inter-états. Partant de cette idée, un système changera d'état quand une ou plusieurs de ses variables dépassent chacune leur seuil fixé définissant cet état. Et c'est le comportement à l'intérieur d'un état qui modifiera dans le temps (durée de l'état) cette(ces) variable(s) de telle sorte que celle(s)-ci atteindra(ont) son(leur) seuil de changement d'état. Les valeurs des dérivées qualitatives constituant ce comportement interne sont donc les agents de changement d'état. Pour déterminer le comportement interne à un état, une affectation des variables à des valeurs (parmi { -, 0, + } pour DE KLEER & BROWN) doit être trouvée telle qu'elle vérifie les confluences du système. Cela soulève un problème énorme: le problème de la propagation d'une perturbation de départ, c'est-à-dire une ou plusieurs variables affectées à une des valeurs dans { -, 0, + }, à travers les contraintes ou encore plus clairement quelle(s) variable(s) déduire en premier lieu à partir de celle(s) connue(s) ?

Ce problème fait appel à des théories (Theories of Causal Ordering - Mythical Causality) largement développées dans ***[KLBR86]*** *que nous ne détaillerons pas ici pour la bonne et simple raison que nous n'y avons pas directement fait appel dans nos applications (cfr chapitre 6 pg 73). Ces théories sont fort controversées et sont une des bases des querelles entre les deux paires d'auteurs pré-cités: nous renvoyons à nouveau le lecteur à* ***[KLBR86]***, ***[1IWSI86]***, ***[2IWSI86]*** *et à une partie de l'exposé de la méthodologie de Y.IWASAKI et H.A.SIMON ci-dessous.*

Quant au comportement inter-état d'un système, il peut être décrit par toutes les transitions possibles entre les états compatibles avec la structure du système; ceux-ci forment un sous-ensemble du produit cartésien de tous les états de tous les composants *constituant le système. Par conséquent, la solution totale donnant la description complète du comportement d'un système, est un ensemble d'affectations de valeurs à des variables, ensemble accouplé à des transitions d'état ainsi que leurs causes, cette dernière information étant illustrée graphiquement par un ou plusieurs parcours dans un diagramme d'état. Un diagramme d'état est en fait une description complète de tous les comportements inter-états possibles d'un système. Il représente de manière schématique le fonctionnement tout entier du système étudié.*

Deux comparaisons intéressantes ressortent entre les techniques utilisées pour l'analyse qualitative dont la méthodologie vient d'être développée ci-dessus et celles utilisées pour résoudre les équations différentielles en Physique Classique. Tout d'abord, les techniques usuelles d'analyse quantitative produisent des solutions d'une certaine forme. Mais ces solutions requièrent encore par après une interprétation. Les techniques qualitatives, quant à elles, fournissent, comme nous avons pu le constater ci-dessus et comme mentionné dans l'introduction, une procédure directe de construction de telles interprétations. Secundo, la construction d'un diagramme d'état fournit un exemple d'utilisation des capacités de manipulation combinatoire d'un ordinateur à des fins d'analyse grâce à l'outil qu'est le diagramme d'état. La puissance de cet outil apparaît clairement quand on a à introduire un nombre arbitraire d'états non linéaires (c'est-à-dire s'exprimant mathématiquement sous forme d'équations différentielles non linéaires) pour un composant individuel et qu'on constate qu'à travers le chemin inter-état dans le diagramme, cette non-linéarité disparaît grâce à celui-ci. Cet outil fournit donc un mécanisme génial et révolutionnaire pour l'analyse de systèmes physiques non linéaires.

Pour de plus amples renseignements concernant cette première méthode présentée, due à DE KLEER & BROWN, nous conseillons vivement au lecteur de consulter ***[KLBR84]****.*

La méthodologie prônée par Y.IWASAKI et H.A.SIMON dans ***[1IWSI86]*** *se base essentiellement sur la notion de causalité. Celle-ci remplira notre but qui est de décrire des systèmes physiques en termes causals. Le point de départ de leur méthode est que le comportement d'un système physique se décrit en terme de relations fonctionnelles* *par un ensemble d'équations simultanées. Ces relations fonctionnelles étant purement symétriques et que des relations causales, quant à elles, étant "dirigées" et asymétriques, il nous faut définir entre les variables de ces équations un ordre causal. La création d'un tel ordre causal revient à trouver des sous-ensembles de variables, appelées variables externes, dont les valeurs peuvent être calculées indépendamment des variables restantes, et ainsi à utiliser ces valeurs pour réduire la structure à un ensemble plus petit d'équations ne contenant plus que ces variables restantes. (Remarquons que la causalité chez DE KLEER & BROWN, appelée encore causalité mythique, est plus dynamique puisque basée sur la propagation d'une perturbation d'une variable à d'autres à travers un réseau d'équations ou encore de contraintes. Ces deux approches offrent un mécanisme de définition d'une structure de dépendance causale. De plus, les deux sont qualitatives étant donné que la structure qu'elles définissent ne dépend pas des valeurs numériques des coefficients des équations mais, tout au plus du fait que ces coefficients sont -, 0, + .).*

La question de savoir comment les relations réellement causales dans un système physique peuvent être découvertes dépend de l'intuition générale aidée par des heuristiques informelles de description de structures de systèmes. Ces heuristiques reposent, comme nous l'avons déjà vu, sur un ordre causal défini entre les variables des systèmes d'équations mais pas n'importe quelles équations: les équations structurelles, c'est-à-dire des équations basées sur des mécanismes physiques décrivant les lois suivies par des composants locaux du système. Ces équations sont appelées ainsi parce qu'elles représentent à travers les mécanismes qu'elles formalisent, un processus indépendant dans le comportement du système. Décrire un système en terme des mécanismes qui déterminent les valeurs de ces variables individuelles et qui, d'un groupe à l'autre, sont indépendants, est fondamental en analyse causale. Maintenant, traiter une variable comme variable externe revient à l'exclure du sous-système à étudier ainsi que du mécanisme qui contrôle la valeur de cette variable.

A nouveau, l'établissement de pareilles équations structurelles pour un système est beaucoup plus empirique que formel et en tous cas, aucunement syntaxique. Cependant, une fois que la description structurelle d'un système nous convient, ce dernier a des conséquences *formelles intéressantes incluant une attribution plus formelle des relations causales entre variables en accord avec notre conception intuitive de causalité.*

A présent, l'idée d'ordre causal dans un système d'équations structurelles peut se décrire comme suit: définissons tout d'abord le concept d'"auto-contenance" pour un système d'équations; on dira qu'un système de n équations est "auto-contenant" s'il a exactement n inconnues. Il est clair que ce sont ces systèmes qui posent le plus de problèmes pour déterminer un ordre causal entre les variables du problème. Donc, soit un système auto-contenant, S, s'il existe un sous-ensemble propre s de S qui est aussi auto-contenant et qui ne contient pas un sous-ensemble propre auto-contenant, s est alors appelé un sous-ensemble minimal complet. Soit S_0 *l'union de tous les sous-ensembles minimaux complets de S; alors* S_0 *est appelé l'ensemble des sous-ensembles minimaux complets d'ordre 0. Comme* S_0 *est auto-contenant, les valeurs de toutes les variables dans* S_0 *peuvent en général être obtenues en résolvant les équations de* S_0*. En substituant ces valeurs pour toutes les occurrences de ces variables dans les équations du système* $(S - S_0)$*, on obtient une nouvelle structure auto-contenante appelée structure dérivée du 1er ordre. Soit* S_1 *l'ensemble des sous-ensembles minimaux complets de cette structure dérivée; il est appelé ensemble des sous-ensembles complets du 1er ordre. On répète cette procédure jusqu'à ce que la structure dérivée d'ordre maximal ne contienne plus aucun sous-ensemble propre qui soit auto-contenant. Enfin, si on note par* V_i *l'ensemble des variables dans les sous-ensembles complets d'ordre i,* $i > 0$*, alors les variables dans* V_i *sont dites en dépendance causale vis-à-vis des éléments de* V_{i-1}*.*

Toute solution décrivant le comportement du système, dans cette méthode, est formée des valeurs des variables trouvées lors de la résolution des différents sous-systèmes complets ainsi que de l'ordre causal entre ces variables.

En conclusion à ces principes, il est difficile de prendre une position ferme vis-à-vis de l'une ou l'autre méthode sans les avoir testées en de nombreuses occasions lors de résolution d'applications concernant des systèmes physiques. Ces deux méthodologies semblent être aussi bien l'une que l'autre adaptées aux différents problèmes présentés et traités dans la littérature

*[**KLBR84**], [**KLBR86**], [**1IWSI86**]. C'est d'ailleurs pourquoi nous nous en inspirerons pour créer notre propre méthodologie détaillée ci-après.*

§3. ESSAI DE METHODOLOGIE GENERALE POUR LA RESOLUTION D'APPLICATIONS EN PHYSIQUE QUALITATIVE :

La méthode que nous présentons ici et qui se veut générale repose en partie sur les principes énoncés ci-dessus: l'ensemble de la résolution suit grosso modo la méthode prônée par DE KLEER & BROWN; dans les étapes de cette résolution, notre méthode s'inspire légèrement de celle d'IWASAKI & SIMON qui se base sur des fondements mathématiques traduits en qualitatifs.

*Nous pouvons dès maintenant détailler notre méthodologie: celle-ci repose sur le principe très large de réduction de problèmes qui est: "Etudier le tout en étudiant précisément chaque partie tout en conservant les relations de causes à effets entre ces parties"; c'est-à-dire que pour un problème simple et facilement modélisable avec des outils ordinaires analytiques telles les mathématiques ou la Physique Classique, la résolution sera déduite à partir de cette modélisation analytique en traduisant de manière qualitative ce modèle (variables analytiques → variables qualitatives floues; opérateurs analytiques → opérateurs flous). (cfr chapitre 6 §3 pg 83 concernant l'application du **M**ouvement **R**ectiligne **U**niforme). Par contre, pour un problème difficilement modélisable de manière analytique, nous appliquerons le principe de réduction en états qualitatifs présenté par DE KLEER & BROWN et pour chacun de ces états, un modèle mathématique simple sera réalisé et ensuite résolu qualitativement (ce qui nous rapproche de la méthode de IWASAKI & SIMON). Si un ou plusieurs états n'ont pas encore de modèle mathématique simple, on itère le processus de division en états.*

La solution, nous renseignant sur le comportement qualitatif du système, s'obtiendra en accumulant les renseignements <u>intéressants</u> lors du cheminement dans les différents états du système ainsi que la description temporelle du fonctionnement sera décrite grâce à ce cheminement.

En toute généralité, énonçons le déroulement, étape par étape, d'une résolution qualitative d'un problème physique donné et difficilement modélisable quantitativement en un seul bloc:

1. *déterminer les états qualitatifs du système physique correspondant dans un premier temps aux phases globales de son comportement;*
2. *pour chacun de ses états, le modéliser de façon analytique le plus simplement possible; s'il n'y a pas moyen de tous les modéliser simplement, alors on revient au point 1. et on redécoupe les états du système plus finement en sous-états correspondant au comportement particulier des composants de ce système; par contre, si tous les modèles, décrivant en fait le comportement interne à chacun des états, sont réalisés, il nous suffit de traduire ces modèles qualitativement à l'aide de variables et d'opérateurs qualitatifs (flous : cfr chapitre 4 pg 43);*
3. *définir les seuils de changement d'état qualitatif pour certaines variables et ainsi présenter le comportement inter-état du système;*
4. *collecter tous les renseignements pertinents lors du cheminement inter-état du système ainsi que le chemin parcouru dans le diagramme d'état;*
5. *tirer les conclusions sur le comportement du système à l'aide des données récoltées à l'étape précédente.*

Il ne nous reste plus qu'à adapter et à tester cette méthodologie à des applications concernant des problèmes physiques (cfr chapitre 6 pg 73).

§4. CONCLUSION :

Ce chapitre nous a montré une autre démarche pour l'étude des systèmes physiques. Cette démarche se veut plus intuitive et donc beaucoup plus proche du raisonnement humain que la démarche purement analytique dans sa globalité. En ce sens, cette démarche semble ainsi plus abordable à suivre pour des non-spécialistes des problèmes physiques. D'ailleurs, dans les applications physiques (cfr chapitre 6 pg 73) et les exécutions des programmes informatiques qui en découlent (cfr annexe 2 pg 118), le lecteur pourra constater que la présentation qualitative simplifie grandement la compréhension du comportement du système et fait plus ressortir le côté intuitif du fonctionnement de ce dernier: le problème du ***M****ouvement* ***R****ectiligne* ***U****niforme ainsi que celui du circuit R-C-Tube à néon, le premier pouvant s'adresser à des élèves de primaire comme introduction à la physique des mobiles et l'autre à des étudiants dans les années terminales d'humanités comme avant-propos à un cours sur les condensateurs, en sont deux exemples frappants.*

A propos des deux paires d'auteurs consultés, il est regrettable qu'ils en viennent à mettre par écrit leurs querelles intestines qui n'ont comme conséquence, pour un lecteur non averti, de nuire à la clarté et à la compréhension des méthodes sous-jacentes proposées. Il est amplement suffisant pour ces auteurs, à notre point de vue, de décrire leurs méthodes respectives ainsi que d'exposer entièrement une application de celle-ci à un problème donné plutôt que d'aller critiquer la méthode proposée par son collègue. C'est, nous semble-t-il, au lecteur de décider quelle méthode il choisira ou même quels points positifs, à son avis, il relèvera pour créer sa propre méthodologie, peut-être plus adaptée à l'application qu'il désire traiter. C'est d'ailleurs pour cette raison que nous n'avons en aucun cas voulu prendre position quant au meilleur choix entre ces deux méthodes. Ces dernières semblent aussi valides l'une que l'autre au vu des applications respectives présentées les illustrant.

Enfin, il nous reste à signaler que, tout au long du développement des principes généraux de Physique Qualitative, le besoin d'outils logiques formels qualitatifs s'est à plusieurs reprises fait sentir. Ce seront ces outils-là ainsi que leurs prémisses, historiques ou non, qui vont être détaillés dans les chapitres suivants de ce mémoire.

CHAPITRE 2 : LES MECANISMES DE BASE DU RAISONNEMENT A TRAVERS LES SYLLOGISMES D'ARISTOTE :

§1. INTRODUCTION :

A travers le chapitre précédent relatif à la Physique Qualitative, nous avons pu remarquer une carence dans la présentation d'outils logiques formels ainsi que de raisonnements de base nécessaires à la résolution de problèmes. Avant de démarrer plus en profondeur l'étude de tels outils, nous commencerons par présenter les mécanismes les plus primitifs du raisonnement connus depuis très longtemps et très bien présentés par Aristote à travers ses syllogismes.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à la logique aristotélicienne en tant que logique formelle c'est-à-dire la logique qui s'occupe uniquement de la forme de la pensée, autrement dit de notre façon de penser, sans tenir compte des objets particuliers sur lesquels cette pensée s'exerce. D'ailleurs, la logique d'Aristote est souvent appelée "logique formelle" dans la mesure où elle est une analyse des formes de la pensée en vue de faire des inférences, de conduire une preuve. Il est à noter qu'il ne faut en aucun cas confondre le sens des mots "formel" et "formalisme", ce dernier désignant plutôt un langage précis employé pour écrire des raisonnements formels. Un formalisme n'est pas un raisonnement mais bien un support à ce dernier.

Donc, l'objet de la logique d'Aristote, qui a été mis en évidence non pas par celui-ci mais plus tard par ses disciples, est de réaliser des démonstrations syllogistiques et ce de manière formelle. En effet, les lois syllogistiques qui font partie intégrante de cette logique sont énoncées, comme nous le verrons par la suite, à l'aide de variables (uniquement la forme: cfr §3. Eléments de la forme du syllogisme) et non leurs applications à des termes concrets (valeurs des variables après instantiation).

Nous articulerons enfin ce chapitre en quatre paragraphes, les trois premiers traitant successivement, à propos des syllogismes, de leur définition, de leurs éléments constituants, ainsi que de leurs modes et figures, et le dernier présentant une brève conclusion quant à leurs liens face à la logique moderne, à leur nécessité d'être, ...

La plupart des grandes idées exposées ci-dessous sont reprises de J.LUKASIEWICZ dans "La syllogistique d'Aristote" **[LUKA72]** *et de F.CHENIQUE dans* **[CHEN74]**.

§2. DEFINITION D'UN SYLLOGISME D'ARISTOTE :

Le syllogisme d'Aristote est une implication ayant pour antécédent la conjonction de prémisses et la conclusion pour conséquent. Par exemple:

si tous les hommes sont mortels,
et si tous les grecs sont des hommes,
alors tous les grecs sont mortels.

REMARQUE: en fait, cette dernière phrase ne forme pas un syllogisme à proprement parler mais elle est déjà une instantiation d'un syllogisme.

Nous pouvons appliquer la logique à des objets précis, c'est-à-dire instantiés, aussi bien qu'à d'autres quelconques; d'où l'utilisation de variables, désignées par des lettres, aux sujets (hommes) et prédicats (mortels) concrets; notre exemple devient alors:

si tout B est A,
et si tout C est B,
alors tout C est A.

Toutefois, ce dernier syllogisme diffère encore du véritable syllogisme aristotélicien; en effet, Aristote place toujours le prédicat et le sujet respectivement en première et seconde position, disant non pas "Tout B est A" mais bien "A est prédiqué de tout B" ou "A appartient à tout B"; c'est-à-dire pour notre exemple:

si A appartient à tout B,
et si B appartient à tout C,
alors A appartient à tout C : ce qui représente maintenant de manière exacte le syllogisme aristotélicien le plus

*important appelé "**BARBARA**" (cfr plus bas: §4.: modes de la 1ère figure).*

Le syllogisme aristotélicien comprend donc trois propositions appelées prémisses (phrase qui affirme ou nie quelque chose de quelque chose). La conclusion ou le conséquent est lui aussi considéré comme prémisse. Une prémisse comprend un sujet et un prédicat appelés par Aristote des termes; une prémisse est soit universelle, soit particulière, soit indéfinie (ne joue pratiquement pas de rôle dans le système d'Aristote).

§3. ELEMENTS DE LA FORME DU SYLLOGISME :

Un syllogisme se compose de:

- *variables*
- *constantes logiques parmi:*
  - *"et", "si" et "alors"*
  - *"appartenir à tout" : **A***
  - *"n'appartenir à aucun" : **E***
  - *"appartenir à quelque" : **I***
  - *"ne pas appartenir à quelque : **O***

*La théorie aristotélicienne du syllogisme est un système de propositions vraies portant sur les constantes **A**, **E**, **I** et **O**.*

Les syllogismes aristotéliciens sont, comme nous avons pu le remarquer plus haut, des implications de la forme:

"si α et si β, alors γ."

où
- *α, β et γ sont les prémisses;*
- *"si α et si β" est l'antécédent;*
- *"alors γ" est la conclusion ou conséquent.*

Il est à remarquer que ce genre de syllogisme n'a rien à voir avec une inférence du type:

Tout B est A
Tout C est B
donc
Tout C est A

qui est différente d'un syllogisme d'Aristote.

<u>exemple :</u> "cogito, ergo sum": n'est pas un principe vrai en ce sens qu'il n'est pas une proposition mais une inférence ou une conséquence.

Puisque vérité et fausseté n'appartiennent qu'aux propositions et que les inférences et les conséquences ne sont pas des propositions, nous ne dirons pas d'elles qu'elles sont vraies ou fausses, mais qu'elles sont valides ou non.

§4. MODES ET FIGURES :

Aristote répartit les syllogismes en figures; cela n'a pour but que de s'assurer qu'on n'a omis aucun mode syllogistique (défini à partir des figures et des constantes logiques) vrai.

Aristote a classé les modes du syllogisme en trois figures: si l'on veut prouver A de B syllogistiquement, il est nécessaire de prendre quelque chose qui soit commun aux deux, ce qui est possible de trois façons: en prédiquant soit A de C et C de B, soit C des deux, soit les deux de C, ce qui correspond respectivement à la 1ère, 2ème et 3ème figure.

Il s'ensuit que A est le prédicat et B est le sujet de la conclusion que l'on se propose de prouver par le syllogisme. On appelle A le majeur, B le mineur et C le moyen-terme. C'est la position de sujet ou de prédicat de ce moyen-terme dans les prémisses qui sert de critère pour répartir les modes syllogistiques en figures.

Ainsi dans la 1ère figure: le moyen est sujet du majeur et prédicat du mineur;

2ème figure: le moyen est deux fois prédicat des autres termes;

3ème figure: le moyen est deux fois sujet des autres termes.

Il existe en fait une quatrième possibilité (non citée explicitement par Aristote): le moyen-terme est prédicat du majeur et sujet du mineur: ce qui constitue la 4ème figure.

Comme les prémisses peuvent être choisies parmi les quatre constantes logiques **A**, **E**, I, O, il existe de nombreux modes dans chaque figure parmi lesquels peu sont vrais. Après élimination de ces *modes, il en reste 19 vrais: on distingue 4 modes vrais pour la 1ère figure, 4 pour la 2ème, 6 pour la 3ème et 5 enfin pour la 4ème.*

Les 4 modes de la 1ère figure sont appelés ***parfaits*** *parce que les principes mêmes du syllogisme s'y appliquent avec plus d'évidence et que tous les autres modes peuvent s'y ramener par démonstration (cfr plus loin: Commentaires relatifs au retour à la première figure).*

Une dernière remarque concernant le nom des syllogismes avant de décrire les différents modes des différentes figures: le nom des syllogismes ne leur a pas été donné au hasard. Les trois premières voyelles indiquent la qualité de chaque proposition: dans ***BARBARA****, par exemple, les prémisses sont toutes des universelles affirmatives* ***A****; dans* ***DATISI****, la première partie de l'antécédent est une universelle affirmative* ***A****, alors que la seconde partie ainsi que la conclusion sont des particulières affirmatives I.*

De plus, la première consonne dans le nom du mode indique à quel syllogisme de la première figure on peut se ramener par démonstration. Ainsi, ***CESARE*** *se ramène à* ***CELARENT****,* ***FESTINO*** *à* ***FERIO****,... Toutefois,* ***BAROCO*** *dans la 2ème figure et* ***BOCARDO*** *dans la 3ème ne peuvent pas se ramener à la 1ère figure et doivent être démontrées par l'absurde, mais malgré tout grâce à la forme* ***BARBARA****.*

Description des 4 modes vrais de la 1ère figure :

BARBARA :

si A appartient à tout C,	*ex: si toutes les maisons sont solides,*
et si C appartient à tout B,	*et si tous les bungalows sont des maisons,*
alors A appartient à tout B.	*alors tous les bungalows sont solides.*

CELARENT :

si A n'appartient à aucun C,	*ex: si aucun homme n'est éternel,*
et si C appartient à tout B,	*et si tous les belges sont des hommes,*
alors A n'appartient à aucun B.	*alors aucun belge n'est éternel.*

DARII :

si A appartient à tout C, — *ex: si tout bovidé est un mamnifère,*
et si C appartient à quelque B, — *et si quelques animaux sont des bovidés,*
alors A appartient à quelque B. — *alors quelques animaux sont des mamnifères.*

FERIO :

si A n'appartient à aucun C, — *ex: si aucun joueur de basket n'est petit,*
et si C appartient à quelque B, — *et si quelques hommes sont des joueurs de basket,*
alors A n'appartient pas à quelque B. — *alors quelques hommes ne sont pas petits.*

Description des 4 modes vrais de la 2ème figure :

CESARE :

si C n'appartient à aucun A, — *ex: si aucun homme n'est bête,*
et si C appartient à tout B, — *et si tout animal est bête,*
alors A n'appartient à aucun B. — *alors aucun animal n'est un homme.*

CAMESTRES :

si C appartient à tout A, — *ex: si tous les peupliers sont grands,*
et si C n'appartient à aucun B, — *et si aucun arbuste n'est grand,*
alors A n'appartient à aucun B. — *alors aucun arbuste n'est un peuplier.*

FESTINO :

si C n'appartient à aucun A, — *ex: si aucun ruisseau n'est un fleuve,*
et si C appartient à quelque B, — *et si quelques cours d'eau sont des fleuves,*
alors A n'appartient pas à quelque B. — *alors quelques cours d'eau ne sont pas des ruisseaux.*

BAROCO :

si C appartient à tout A,	ex: si toute branche de chêne est brune,
et si C n'appartient pas à quelque B,	et si quelques planches ne sont pas brunes,
alors A n'appartient pas à quelque B.	alors quelques planches ne sont pas des branches de chêne.

Description des 6 modes vrais de la 3ème figure :

DARAPTI :

si A appartient à tout C,	ex: si tout arbuste est une plante,
et si B appartient à tout C,	et si tout arbuste est un objet feuillu,
alors A appartient à quelque B.	alors quelques objets feuillus sont des plantes.

FELAPTON :

si A n'appartient à aucun C,	ex: si aucun monstre n'est beau,
et si B appartient à tout C,	et si tous les monstres sont des êtres méchants,
alors A n'appartient pas à quelque B.	alors quelques êtres méchants ne sont pas beaux.

DISAMIS :

si A appartient à quelque C,	ex: si quelques voitures sont puissantes,
et si B appartient à tout C,	et si toute voiture est un objet pratique,
alors A appartient à quelque B.	alors quelques objets pratiques sont puissants.

DATISI :

si A appartient à tout C,
et si B appartient à quelque C,
alors A appartient à quelque B.

ex: si tout objet religieux est sacré,
et si quelques objets religieux sont des reliques,
alors quelques reliques sont sacrées.

FERISON :

si A n'appartient à aucun C,
et si B appartient à quelque C,
alors A n'appartient pas à quelque B.

ex: si aucun jouet n'est bon marché,
et si quelques jouets sont des objets utiles,
alors quelques objets utiles ne sont pas bon marché.

BOCARDO :

si A n'appartient pas à quelque C,
et si B appartient à tout C,
alors A n'appartient pas à quelque B.

ex: si quelques fruits ne sont pas comestibles,
et si tout fruit est une chose agréable,
alors quelques choses agréables ne sont pas comestibles.

Description des 5 modes vrais de la 4ème figure :

BRAMANTIP :

si C appartient à tout A,
et si B appartient à tout C,
alors A appartient à quelque B.

ex: si toute pie est une voleuse,
et si toute voleuse est un être maudit,
alors quelques êtres maudits sont des pies.

CAMENES :

si C appartient à tout A,
et si B n'appartient à aucun C,
alors A n'appartient à aucun B.

ex: si toute porte est en bois,
et si aucun bois n'est un objet mou,
alors aucun objet mou n'est une porte.

DIMARIS :

si C appartient à quelque A,	*ex: si quelques robinets sont des vannes,*
et si B appartient à tout C,	*et si toute vanne est une sûreté,*
alors A appartient à quelque B.	*alors quelques sûretés sont des robinets.*

FESAPO :

si C n'appartient à aucun A,	*ex: si aucun carnivore n'est un équidé,*
et si B appartient à tout C,	*et si tout équidé est un animal,*
alors A n'appartient pas à quelque B.	*alors quelques animaux ne sont pas des carnivores.*

FRESISON :

si C n'appartient à aucun A,	*ex: si aucune chèvre n'est équidée,*
et si B appartient à quelque C,	*et si quelques équidés sont herbivores,*
alors A n'appartient pas à quelque B.	*alors quelques herbivores ne sont pas des chèvres.*

Commentaires relatifs au retour à la première figure :

Ce retour à la première figure se fait par quelques opérations simples indiquées dans le nom même des syllogismes:

- *S signifie la* ***conversion parfaite****: l'S de* ***CESARE*** *signifie que la majeure (prémisse de l'antécédent contenant le majeur)* ***E*** *sera convertie en* ***E*** *par simple interversion des termes;*
- *P représente la* ***conversion par accident****: le P de* ***DARAPTI*** *indique que la mineure (prémisse de l'antécédent contenant le mineur)* ***A*** *(deuxième voyelle) doit être convertie en I par interversion des termes;*
- ***M*** *représente la* ***transposition des prémisses de l'antécédent****;*
- *C signifie la* ***réduction par l'impossible*** *qui est le fait de remplacer la majeure ou la mineure par la contradiction de la conclusion.*

<u>exemples :</u>

- *Le syllogisme en **CESARE** se réduit à **CELARENT** par la conversion parfaite;*
- *Le syllogisme en **DARAPTI** se réduit à **DARII** par conversion par accident;*
- *La forme **DISAMIS** se réduit à **DARII** par transposition des prémisses de l'antécédent;*
- *Les syllogismes **BAROCO** et **BOCARDO** sont démontrés par réduction par l'impossible à l'aide de la forme **BARBARA**.*

§5. CONCLUSION :

Il nous est apparu, au vu de ce bref exposé de la théorie sur les syllogismes d'Aristote, que ces derniers étaient, malgré leur "grand âge", loin d'être dépassés dans les idées de raisonnement qu'ils véhiculent. Les syllogismes, dans leur pragmatique, décrivent une manière de raisonner, de penser: ce sont des axiomes de la pensée logique.

La préoccupation première à trouver des syllogismes provient de l'aide qu'ils nous apportent dans la démonstration de conclusions à prouver. En effet, il est plus facile de prouver quelque chose de compliqué (un théorème) en le déduisant ou en le construisant à partir d'un ensemble de faits et de règles plus simples dont, parmi celles-ci, se trouvent les syllogismes.

Le rapport existant entre les syllogismes et la logique moderne est purement et simplement un rapport de descendance généalogique. Les syllogismes d'Aristote ont conduit à la naissance de la logique formelle moderne dont cette dernière en a hérité le fonds: seule la forme ou encore le formalisme, c'est-à-dire la manière de traduire dans un langage les raisonnements, a changé à travers les siècles. De fait, nous avons pu constater que les principes de base, développés dans les syllogismes, sont similaires à ceux de la logique moderne dont le formalisme nous est beaucoup plus familier. Dans un tout prochain chapitre, nous nous pencherons par ailleurs sur ces outils logiques modernes.

Enfin, il nous reste à préciser que nous n'avons pas voulu développer ici en détail toute la théorie sur les syllogismes d'Aristote mais plutôt en présenter les bases pour montrer au lecteur toute la jeunesse de cette antique science du raisonnement ainsi que pour clarifier peut-être certaines idées toutes faites à son propos.

CHAPITRE 3 : LA LOGIQUE CLASSIQUE : DU CALCUL PROPOSITIONNEL AUX PREDICATS DU 1er ORDRE :

§1. INTRODUCTION :

Après avoir étudié, dans le chapitre précédent, les mécanismes de base du raisonnement humain en évitant d'utiliser, pour les expliciter, un formalisme strict, nous allons maintenant voir une manière d'exprimer de tels raisonnements dans un langage particulier qui est celui de la logique classique. Nous retiendrons ainsi que les bases de cette logique que nous avons l'intention d'étudier ne sont que les idées déjà développées dans les syllogismes d'Aristote. Cette logique classique est donc surtout une manière formalisée d'exprimer ces idées; elle repose très fort, contrairement aux syllogismes d'Aristote, sur sa syntaxe. C'est pourquoi, il est bien évident que la syllogistique d'Aristote pourra également s'exprimer à l'aide du calcul des prédicats du 1er ordre et être ainsi validée par celui-ci.

Les calculs en logique classique sont plus agréables à réaliser que ceux de la syllogistique aristotélicienne, cette logique permettant une plus grande automatisation pour parvenir plus rapidement à déduire des résultats. La logique classique est également psychologiquement plus ou moins rassurante selon les individus, par son côté strict et tranchant: pas de demi-vérité ni de semi-fausseté en logique classique; tout est soit vrai, soit faux; il n'y a pas de milieu (Principe du Tiers Exclu). C'est d'ailleurs pour son côté clair et tranchant que cette logique est attrayante pour les élèves d'humanités qui suivent le programme de mathématiques fortes. En outre, cette logique "fait bon ménage" avec la théorie classique des ensembles où le même principe du Tiers Exclu est appliqué: étant donné un élément de l'univers, celui-ci appartient ou (exclusif) n'appartient pas à un ensemble bien défini.

Néanmoins, ce côté strict de la logique classique n'a pas que des avantages mais présente aussi quelques lacunes dans l'expression de certains modèles et peut ainsi conduire à l'apparition de certains paradoxes que des chercheurs théoriciens ont pu mettre en évidence et que nous aborderons quelque peu ici.

*En outre, vu notre préoccupation à donner au lecteur la possibilité d'approfondir ces connaissances dans ce domaine, nous lui conseillons de consulter les références suivantes présentées en détail dans la bibliographie (cfr pg 144): **[AVL 86]**, **[KOWA79]**, **[NILS72]** et **[NILS82]** pour la logique classique ainsi que **[GAIN77]**, **[GUSG77]** pour l'analyse de quelques paradoxes dans l'article de cet ouvrage, compris entre les pages 19 et 77. Pour un lecteur qui ne voudrait que se rafraîchir la mémoire au sujet de cette logique, nous lui recommandons de parcourir les pages 14-15 et 16 de **[TURN84]**. Des travaux récents ont permis d'utiliser les mécanismes de la logique classique pour la résolution de problèmes. Ces travaux sont principalement le fruit de ROBINSON **[ROBI79]** et KOWALSKI **[KOWA79]**. La logique classique a aussi donné la possibilité de développer des outils implémentant son procédé déductif, outils parmi lesquels nous pouvons citer le langage PROLOG. Concernant ce langage PROLOG, dont nous parlerons quelque peu, ainsi que la représentation des connaissances que celui-ci permet, les références **[CKVC83]**, **[FERG81]** et **[LAUR82]** seront très utiles au lecteur voulant se spécialiser dans ce domaine.*

Enfin, dans ce chapitre, hormis cette introduction, nous nous attacherons à présenter les concepts relatifs aux calculs propositionnel et des prédicats du 1er ordre, montrer leur utilité dans la représentation des connaissances, esquisser leurs avantages et inconvénients ainsi que leurs limites fondamentales à travers certains paradoxes. Nous en terminerons finalement, comme à l'habitude, par une courte conclusion.

§2. PRESENTATION DES CONCEPTS :

Ce paragraphe se subdivise en deux parties, l'une consacrée au calcul propositionnel, l'autre relative au calcul des prédicats du 1er ordre; ces parties nous détaillent les concepts sous-jacents ainsi que leur utilité dans la représentation des connaissances.

1. Le calcul propositionnel :

Ce calcul est axé sur l'unité de construction qu'est la **proposition**. *Celle-ci se définit syntaxiquement de manière récursive de la façon suivante:*

Une proposition est:

* *soit une proposition simple positive c'est-à-dire une suite de symboles d'un alphabet quelconque; cette suite est non analysable, tous les symboles étant sur le même pied de comparaison;*

  exs : • *"P" est une proposition*
  • *"Albert a les pieds plats" l'est aussi*

* *soit une proposition simple négative c'est-à-dire une proposition simple positive avec la négation non devant;*

  ex : non P

* *soit une proposition composée à savoir une suite de propositions simples positives ou négatives reliées par les connecteurs et, ou, ⇒, ⇔;*

  exs : • *non P ou Q*
  • *"la lune est blanche" et "le soleil est lumineux"*

Après avoir défini l'élément syntaxique principal de ce langage, voici maintenant la sémantique du calcul propositionnel: celle-ci est fort simple et ne repose que sur deux valeurs de vérité { Vrai, Faux }. Une proposition simple positive sera donc soit vraie, soit fausse. Il est à noter que ceci est extrêmement limitatif car il *y a certaines idées exprimées dans la langage courant dont les nuances sont impossibles à traduire dans le calcul propositionnel:*

ex : *"Il est possible que Paul ait des lunettes": quelle valeur de vérité est associée à cette proposition ?*

Une proposition simple négative sera vraie si son homologue positif est faux et fausse dans le cas où ce dernier est vrai. Quant aux propositions composées, leur sémantique dépend de celle associée aux connecteurs logiques. La sémantique de ces opérateurs se décrit habituellement à l'aide de tables de vérité où, pour deux valeurs d'arguments en entrée, on a le résultat logique associé.

A propos du calcul propositionnel, nous avons encore des règles d'inférence qui permettent, comme les syllogismes d'Aristote, de faire des déductions ou des constructions de preuves. Les règles d'inférence classiques sont:

- *modus ponens :*

  on a: P
  et : $P \Rightarrow Q$
  d'où on a: Q

- *modus tollens :*

  on a: non Q
  et : $P \Rightarrow Q$
  d'où on a: non P

- *chaînage :*

  on a: $P \Rightarrow Q$
  et : $Q \Rightarrow R$
  d'où on a: $P \Rightarrow R$

Ces règles d'inférence sont indépendantes des valeurs de vérité des propositions simples qui les composent; ce qui signifie que la sémantique n'intervient en aucune manière dans l'application de ces règles d'inférence: elles sont donc automatiques et par conséquent automatisables à l'aide de moteurs d'inférence.

avantages du calcul propositionnel :

1. Dans la logique des propositions, toute conséquence logique d'un ensemble de propositions peut se démontrer à l'aide *d'applications des seules règles d'inférence présentées ci-dessus: on dira de ce fait que le calcul propositionnel est* **complet**.

2. D'autre part, si on a des propositions et qu'on applique les règles d'inférence, alors on ne peut obtenir que des conséquents logiques; ce qui veut dire que ces règles d'inférence ne peuvent démontrer que des conséquents logiques: le calcul propositionnel sera dit **cohérent**.

3. Enfin, une propriété fort importante du calcul propositionnel est son caractère **décidable** *c'est-à-dire qu'en un nombre fini d'étapes, on peut, à tous les coups, déterminer si une proposition donnée est un théorème ou non.*

REMARQUE : Cette dernière propriété ne sera plus valable dans le cas du calcul des prédicats du 1er ordre.

inconvénients du calcul propositionnel :

1. Les propositions n'ont pas de structure analysable en parties; ce qui signifie l'absence de variables et de quantificateurs dans une proposition: il est donc impossible d'exprimer, avec la seule aide du calcul propositionnel, certains faits comme: "Paul (ou même un individu) possède une voiture".

2. De ce fait, il y a certaines inférences qu'il nous est également impossible à réaliser, par exemple:

on a:	"un micro-ordinateur a un écran"
et :	"l'OLIVETTI M24 est un micro-ordinateur"
d'où on a:	"l'OLIVETTI M24 a un écran"

Ces inconvénients majeurs, quant à la capacité d'expression des connaissances, nous poussent à aller un niveau plus haut dans le domaine de la représentation du savoir et à présenter la logique des prédicats du 1er ordre.

2. Le calcul des prédicats du 1er ordre :

Un prédicat n'est en fait qu'une fonction, au sens mathématique du terme, de 0 (constante), 1 ou plusieurs variables, fonction prenant ses valeurs, pour des instantiations de ces variables, dans l'ensemble classique de valeurs de vérité {Vrai, Faux}.

Un langage, tel que le calcul des prédicats, est défini en grande partie par sa syntaxe. Pour expliciter cette syntaxe, nous avons à spécifier l'alphabet de symboles utilisés dans le langage et la manière dont ces symboles, mis ensemble sous forme d'agrégats, forment des expressions légitimes selon le langage. Ces expressions légitimes du langage des prédicats du 1er ordre sont appelées les **formules bien formées** *("well-formed formulas" -* **wff***).*

Mais, tout d'abord, examinons les composants élémentaires du langage:

1. les symboles primitifs: ceux-ci comprennent un premier groupe formé par les parenthèses, les crochets, les virgules, points-virgules et points; ensuite un deuxième contenant des suites de symboles d'un alphabet de base pour dénoter des constantes, des variables, des noms de fonctions et des noms de prédicats;

exs :
- *PAUL est une constante;*
- *x est une variable;*
- *SOMME est un nom de fonction;*
- *PLUSGRANDQUE est un nom de prédicat.*

A ces deux premiers groupes se rajoutent encore les connecteurs logiques déjà rencontrés dans le calcul propositionnel; et enfin le dernier groupe supplémentaire est formé des quantificateurs universel pour tout et existentiel il existe. Tout ceci forme les symboles de base du langage.

2. les termes: ils sont définis de manière récursive à partir des symboles primitifs:

un terme est:
- *soit une constante ou une variable;*
- *soit une fonction de termes f $(t_1,\ldots,t_n)$ où f désigne la suite de symboles de l'alphabet formant le nom de la fonction et t_i, $i=1,\ldots,n$, sont des termes;*

exs :
- *SOMME (x,y) est un terme qui représente la fonction "somme de deux nombres";*
- *PERE (PAUL) est aussi un terme qui représente le père de Paul.*

3. les formules atomiques: elles sont toujours de la forme P $(t_1,\ldots,t_n)$ où P désigne la suite de symboles de l'alphabet formant le nom du prédicat et t_i, $i=1,\ldots,n$, sont des termes;

<u>ex :</u> *POSSEDE (micro-ordinateur,x) est une formule atomique représentant le fait qu'un ordinateur possède x (par exemple un écran est une instantiation de x).*

<u>*Remarque sur l'utilisation du nom de fonction et de prédicat préfixé:*</u>

Il s'agit en fait d'une convention qui ne correspond pas à la forme habituelle de certains langages. D'une part, nous avons le PROLOG EDINBURGH **[CLME81]** *dont la syntaxe respecte la forme préfixée; d'autre part, le langage PROLOG du IMPERIAL COLLEGE* **[CLMC84]** *ainsi que le livre de KOWALSKI* **[KOWA79]** *ne suivent pas cette forme préfixée des noms de prédicats et fonctions.*

De plus, la plupart des langues expriment autrement des expressions telles: "SOMME(x,y)" comme "x + y";
"AIME(Paul,Marie)" pour "Paul AIME Marie".

Voilà donc définies les briques de base du langage à partir desquelles nous allons pouvoir construire et définir nos formules bien formées wff:

* *toute formule atomique est une wff;*
* *si f_1, f_2 sont des wff,*
  alors <u>non</u> f_1, f_1 <u>et</u> f_2, f_1 <u>ou</u> f_2, $f_1 \Rightarrow f_2$, $f_1 \Leftrightarrow f_2$ sont des wff;
* *si $f_1(x)$ est une wff,*
  alors (<u>pour tout</u> x) $f_1(x)$ et (<u>il existe</u> x) $f_1(x)$ sont des wff.

<u>exs :</u>
- *MARRIES [PERE(PAUL),MERE(PAUL)];*
- *(<u>non</u> FLOTTE(brique) <u>et</u> CONSTRUIT(x,y)) ⇒ POSSEDE (x,argent);*
- *(<u>pour tout</u> x) (OISEAU(x) ⇒ VOLE(x));*
- *(<u>il existe</u> x) [EGALE (x, MOINS(y,4))]: ce sont toutes des formules wff.*

Après avoir décrit la manière de représenter les connaissances suivant une certaine syntaxe, il nous faut maintenant lui associer un sens, une sémantique; c'est-à-dire qu'il nous faudra donner un cadre d'interprétation aux wff en assignant une correspondance entre chaque élément du langage et ceux de l'univers du discours:

<u>exs :</u>
- à un prédicat correspond l'expression d'une relation dans l'univers;
- à une fonction correspond une fonction dans l'univers;
- à une constante correspond une entité de l'univers;
- à une variable correspond une valeur ou un ensemble de valeurs de l'univers.

Ce sont ces assignations ou interprétations qui définissent la sémantique du calcul des prédicats. Finalement cette sémantique se réduit principalement à donner l'interprétation d'un ensemble de formules wff à travers leurs variables et constantes c'est-à-dire que nous associerons un ensemble non vide de valeurs permettant de représenter les constantes et les variables apparaissant dans cet ensemble de formules wff. Dès le moment où on a fourni cette interprétation, on peut dire qu'une formule wff est vraie ou fausse (principe du tiers exclu) <u>dans cette interprétation</u> (moyennant parfois des substitutions formelles de valeurs pour certaines variables).

<u>exs :</u>
- (<u>pour tout</u> x) P(x) est une formule wff qui a la valeur Vrai pour une interprétation juste quand la valeur de P(x) sous cette interprétation est vraie **pour toute** affectation de x aux entités dans le domaine d'interprétation.
- (<u>il existe</u> x) P(x) est une formule wff qui a la valeur Vrai pour une interprétation juste quand la valeur de P(x) sous cette interprétation est vraie pour **au moins une** affectation de x à une entité du domaine d'interprétation.
- La phrase "Tous les éléphants sont gris" pouvant être représentée par la formule wff:

  (<u>pour tout</u> x) [ELEPHANT(x) ⇒ COLOR(x,GRIS)]

  est toujours vraie dans notre univers réel mais dans un univers où les éléphants seraient roses (ou même au moins un seul d'entre eux), elle deviendrait fausse.

REMARQUES IMPORTANTES SUR LES QUANTIFICATEURS :

1. La portée d'un quantificateur est réduite au bloc de la suite de formules qui le suivent et sur lesquelles il s'applique.

2. Pour de plus amples informations quant aux types de variables résultant de la présence d'un quantificateur dans certaines formules et son implication relative au problème de la sémantique de telles formules, nous renvoyons le lecteur à ***[AVL 86]*** *et* ***[NILS82]****.*

3. La version du calcul des prédicats, présentée dans ce cadre, est dite du 1er ordre parce que la syntaxe des wff ne permet pas l'application des quantificateurs à des symboles prédicatifs ou fonctionnels:

> *ex :* *(pour tout P) P(x)* *n'est pas une wff dans le calcul des prédicats du 1er ordre.*

Nous ne pouvons donc quantifier uniquement que sur des variables. Ceci est limitatif car il y aura des phrases du langage courant qui ne pourront pas être exprimées:

> *ex :* *"Tout prédicat porte sur au moins une variable" représenté par (pour tout P) [PREDICAT(P) et il existe x PORTE(P,x)] n'est pas une wff du langage des prédicats du 1er ordre et n'est donc pas exprimable dans celui-ci. Il le serait dans la logique des prédicats du 2ème ordre que nous ne présenterons pas ici.*

Le troisième constituant de cette logique classique qu'est le calcul des prédicats du 1er ordre est l'ensemble des règles d'inférence permettant de construire des preuves. Ces règles sont au nombre de six: modus ponens, modus tollens, chaînage déjà présentés dans le calcul propositionnel ainsi que les règles de généralisation et spécialisation et enfin la dernière et la plus puissante (c'est-à-dire celle qui implique toutes les autres) la ***règle de résolution de ROBINSON*** *qui est la plus adaptée pour dériver de manière automatique des théorèmes.*

Nous présentons ici les règles de généralisation et de spécialisation:

- *généralisation :*

  on a la wff: P (ne contenant pas la variable x)

  on déduit: (pour tout x) P

- *spécialisation :*

  on a la wff: (pour tout x) P(x)

  on déduit: P(a) où a est une constante.

Quant à la règle de résolution, la présenter en détail ici nous éloignerait du but poursuivi dans ce mémoire qui est, rappelons-le, de montrer l'utilité des différentes logiques dans la représentation des connaissances (en particulier sur les systèmes physiques) et ainsi dans la résolution de problèmes. Nous renvoyons donc le lecteur, soucieux de parfaire cette lacune, à ***[AVL 86]****,* ***[NILS72]*** *et* ***[NILS82]****. Le principe, grossièrement parlant, de cette règle de résolution se résume à: étant donné deux formules wff mises sous une forme spéciale (clause), en appliquant le principe de résolution, nous allons en déduire une troisième appelée* **résolvante***.*

A propos de ce calcul des prédicats du 1er ordre, nous pourrions encore détailler son dernier composant formé par les axiomes logiques de base qui sont principalement des vérités logiques facilement vérifiables intuitivement ainsi qu'à l'aide des tables de vérité des connecteurs logiques. Aussi renvoyons-nous à nouveau le lecteur curieux à la page 15 de ***[TURN84]****.*

Les propriétés du calcul des prédicats du 1er ordre sont semblables à celles du calcul propositionnel excepté la dernière qui n'est plus vérifiée ici; le calcul des prédicats du 1er ordre est donc **complet** *et* **cohérent** *mais* **indécidable** *c'est-à-dire que si on a une formule wff qui est un théorème, alors on n'est pas sûr de pouvoir le démontrer en un nombre fini d'étapes. De même, si on essaye de prouver qu'une wff est un théorème et qu'on n'y parvient pas en un nombre fini d'étapes, alors cela ne veut pas dire que cette wff n'est pas un théorème.*

<u>avantages du calcul des prédicats du 1er ordre :</u>

1. Son formalisme permet de définir des fragments de connaissances autonomes; d'où une grande modularité des connaissances et par suite une flexibilité et réutilisabilité renforcées.

2. Les mécanismes de raisonnement, par le formalisme utilisé, sont automatiques et facilement automatisables. Ce formalisme permet aussi de réaliser aisément des vérifications formelles de cohérence entre fragments de connaissances: ce qui est très utile pour la stabilité d'une base de connaissances d'un système expert, par exemple.

3. De plus, dans les softwares actuellement disponibles sur le marché, il existe des outils permettant d'implémenter presque directement le formalisme, outils intégrant même le mécanisme de raisonnement du langage des prédicats du 1er ordre à l'aide d'un moteur d'inférence: le langage PROLOG (cfr **[CKVC83]**, **[FERG81]** et **[LAUR82]**) en est un exemple parfait.

<u>inconvénients du calcul des prédicats du 1er ordre :</u>

1. Les implémentations, réalisées en PROLOG par exemple, sont inefficaces au niveau des performances tant au point de vue place mémoire que du temps d'exécution. Les raisons et quelques approches de solutions sont présentées dans **[AVL 86]**.

2. L'expression, dans un tel formalisme, de connaissances fortement connectées entre elles est inadéquate et a pour conséquence d'alourdir la base de connaissances et donc d'avoir un effet négatif au niveau des performances.

3. De plus, la capacité de représentation la plus explicite possible de certaines connaissances est limitée: les notions de possibilité, nécessité, plausibilité ainsi que de temps ne sont pas du tout formalisables; d'où évidemment la création d'autres logiques faisant intervenir directement ces notions et ce de manière à ce que ces dernières soient formalisables. Ces logiques seront abordées ultérieurement dans ce mémoire.

Ceci termine l'esquisse de présentation de la logique des prédicats du 1er ordre.

§3. LIMITE PLUS FONDAMENTALE DE LA LOGIQUE CLASSIQUE :

La limite plus fondamentale relative à la logique classique réside dans l'option de base de cette dernière, option qui est de ne considérer que deux valeurs de vérité (principe du tiers exclu). Ce fait pose un gros problème d'interprétation pour certain modèle et introduit parfois un paradoxe dans la logique classique. Pour décrire clairement ce qui peut se passer, nous prendrons l'exemple bien connu du "barbier du mathématicien Russel".

*Le problème est le suivant: "Le barbier est le seul à remplir le devoir de raser les personnes qui ne se rasent pas elles-mêmes mais il devient très embarrassé quand il essaye de savoir s'il doit se raser lui-même ou non." Et on le comprend ce cher barbier parce que, dans une logique classique à deux valeurs de vérité, il est réellement coincé: d'ailleurs les derniers mots de la phrase ci-dessus sont frappants à cet égard: "... s'il doit se raser lui-même **ou non.**"; nous voyons bien que le barbier n'a pas d'autre alternative.*

*Par conséquent, la logique classique est bien incapable de résoudre un tel problème: il faut alors faire appel aux logiques non standards. Pour solutionner ce paradoxe, nous avons besoin de notions qui seront exposées dans le chapitre suivant sur la logique floue. Nous conseillons donc au lecteur non averti dans ce domaine de faire un bond en avant puis de revenir à cette résolution qui est une application évidente des règles de la logique floue. La résolution, détaillée ci-dessous, suit la présentation contenue dans **[GAIN77]**.*

Considérons donc deux ensembles que nous qualifierons de flou:

- ***bshav** (barber shave): ensemble flou des personnes qui sont rasées par le barbier;*
- ***sshav** (self shave): ensemble flou des personnes qui se rasent elles-mêmes.*

La phrase "Le barbier est la seule personne qui rase ceux qui ne se rasent pas eux-mêmes" nous donne:

$$\overline{sshav}\ x \leqslant bshav\ x$$

c'est-à-dire: $1 - sshav\ x \leqslant bshav\ x$ (1)

où • $sshav\ x$ est la mesure de l'appartenance de x à sshav;

• $bshav\ x$ est la mesure de l'appartenance de x à bshav.

Par conséquent, l'affirmation "ceux qui se rasent eux-mêmes ne sont pas rasés par le barbier" implique l'inégalité suivante:

$$sshav\ x \leqslant 1 - bshav\ x \qquad (2)$$

En rassemblant les inégalités (1) et (2), nous obtenons:

$$sshav\ x \leqslant 1 - bshav\ x \leqslant sshav\ x$$

D'où nous déduisons l'égalité:

$$sshav\ x + bshav\ x = 1 \qquad (3)$$

A présent, considérons l'élément "barbier": son appartenance à l'ensemble de ceux qui se rasent eux-mêmes est clairement la même qu'à l'ensemble de ceux rasés par le barbier (puisque c'est lui-même); dès lors, pour le barbier b, nous avons grâce à (3):

$$bshav\ b = sshav\ b = ½ \qquad (4)$$

Ce qui résout notre problème de départ.

Cette valeur ½ est une troisième valeur de vérité qui n'est pas valable dans une logique bivalente, mais le devient dans une logique trivalente appropriée; le barbier est un cas limite entre deux degrés d'appartenance stricte (0 → faux; 1 → vrai).

Il est intéressant de remarquer que l'argument logique nous a forcés de générer une nouvelle valeur de vérité c'est-à-dire que l'existence de ½ n'a pas été introduite par une extension arbitraire à une logique ternaire, mais forcée par les inégalités (1) et (2).

A travers cet exemple, nous pouvons ressentir plus clairement le besoin d'avoir à notre disposition des logiques, plus adaptées que notre bonne vieille logique classique, pour représenter certains faits: nous avons touché ici aux logiques multivaluées c'est-à-dire aux logiques admettant plusieurs valeurs de vérité. Le nombre de ces valeurs de vérité sera fini, contrairement à la logique floue qui constituera une extension des logiques multivaluées à un nombre infini de valeurs de vérité admises.

D'autres paradoxes ont également été mis en évidence dans le même but de montrer les limites de la logique traditionnelle. Nous ne les détaillerons point ici. Néanmoins, nous renseignons au lecteur, *soucieux d'approfondir ces connaissances en ce domaine, la référence [GUSG77] pages 19 à 77.*

§4. CONCLUSION :

*Nous avons voulu montrer, à travers ce chapitre, les capacités de la logique classique à pouvoir représenter, d'une manière puissante, des connaissances relatives à divers domaines de la pensée humaine (cfr **[KOVA79]** et **[LAUR82]**) et également d'en tirer des enrichissements en déduisant, à l'aide de règles d'inférence automatiques, (c'est cela qui en fait son caractère puissant), sur les connaissances de base, de nouvelles propriétés démontrables du savoir humain. Pour cette raison et malgré l'avènement d'autres logiques, parfois mieux adaptées, la logique classique n'est pas du tout dépassée; elle reste encore d'actualité puisque le langage PROLOG (cfr **[CKVC83]** et **[FERG81]**) et ses dérivés, basés essentiellement sur la logique des prédicats du 1er ordre, constituent une preuve bien vivante du souci constant à tirer parti des avantages évidents de cette logique. De plus, cette logique classique a encore de belles années devant elle quand on voit les problèmes qu'elle permet de résoudre dans **[NILS72]** à l'aide du principe de résolution de ROBINSON présenté très clairement et en détail dans **[AVL 86]**. Elle demeure encore aussi à la base de tous les développements des systèmes experts classiques actuels.*

Néanmoins, nous avons pu également, à propos de cette logique, en constater les inconvénients, notamment le plus important: celui de ne pouvoir représenter de manière adéquate certains modèles, entre autres, celui du barbier de Russel. En effet, la logique classique, se basant sur une sémantique à deux valeurs de vérité du fait de la théorie ensembliste classique sur laquelle l'interprétation de cette logique repose (puisque les variables de cette logique, pour être interprétées d'une manière vraie <u>ou (exclusif)</u> fausse, doivent prendre des valeurs appartenant <u>ou (exclusif)</u> n'appartenant pas à un ensemble de la théorie ordinaire des ensembles), n'est plus adaptée dans certaines situations plus nuancées où il est absolument nécessaire de faire appel à d'autres valeurs de vérité dont la présence se justifie parfois d'elle-même théoriquement, comme dans le paradoxe du barbier.

D'où, d'autres logiques, appelées logiques multivaluées (cas discret) et logique floue (cas continu), apparaissent, détruisant le sacro-saint Principe du Tiers Exclu mais permettant une meilleure adéquation entre les idées et leur représentation.

CHAPITRE 4 : LA LOGIQUE FLOUE :

§1. INTRODUCTION :

Au vu des manquements constatés dans le chapitre précédent sur la logique classique, il nous a paru nécessaire de faire un fameux bond en avant vers une logique plus adaptée à certains modèles de nature vague, imprécise ou nuancée. A travers le paradoxe du barbier de Russel, nous avons pu remarquer le bien-fondé, quant à l'expression d'une idée, concernant le besoin d'une logique plus étendue que la logique classique: ce fut la création d'une logique ternaire ou encore logique à trois valeurs de vérité (0, 1, ½), supprimant ainsi le principe du tiers exclu. Nous pouvons bien entendu étendre encore ces logiques à celles possédant un nombre fini de valeurs de vérité et qui sont appelées **logiques multivaluées**. Nous ne nous consacrerons pas spécialement à l'étude de ces logiques, au nombre discret de valeurs de vérité, mais plutôt à l'étude de sa généralisation en continu appelée **logique floue** et qui constitue ainsi un recouvrement des logiques multivaluées, cas discret et continu. Néanmoins, cela ne veut pas dire pour autant que les logiques multivaluées sont dénuées de tout intérêt mais bien qu'elles peuvent être étudiées également, non pas pour elles-mêmes uniquement, mais par le biais de leur généralisation. La preuve de cet intérêt réside dans le fait que les opérateurs flous, définis dans le chapitre des applications (cfr chapitre 6 pg 73), sont des opérateurs à valeurs discrètes et donc se rapprochant plus des logiques multivaluées que de la logique floue.

Dans le chapitre précédent, nous avons vu qu'il existait une certaine "collusion" entre la théorie classique des ensembles et la logique classique des prédicats du 1er ordre. Cette "collusion" repose sur **l'appartenance ou non** des variables de la logique classique aux ensembles de valeurs formant l'interprétation vraie ou fausse des idées exprimées sous forme de phrases prédicatives. De la même façon et peut-être encore plus marquée, il existe un lien profond entre la *théorie des ensembles flous et la logique floue. A nouveau, les variables de cette dernière logique appartiennent à des ensembles dans leur interprétation, mais elles* ***appartiennent, suivant certains degrés,*** *et, de ce fait, pas à n'importe quel ensemble, mais à des* ***ensembles flous.*** *Par conséquent, nous insisterons plus ici que dans la logique classique sur cette théorie des ensembles flous en tant que support de la logique floue.*

Nous verrons que la logique floue, de part sa nature ainsi que sa définition, est une logique dont les valeurs de vérité sont des sous-ensembles flous et où les règles d'inférence sont approximatives plutôt qu'exactes. De plus, le caractère flou ne traitera donc pas de la certitude ou non de l'appartenance d'un élément à un ensemble mais du "degré de progression" entre appartenance et non-appartenance, la transition entre ces deux concepts étant ici graduelle et non tranchée. Finalement, le but d'une telle logique est de pouvoir exprimer d'une façon formalisée certaines idées fortement subjectives et donc peu claires comme: "cet homme est grand", "cette femme est belle", "ce nombre est très grand", ainsi que de tenter d'attacher une mesure à la pensée, l'intelligence, la vérité, l'amour, au jugement humain, aux perceptions, émotions, ...

Le but de ce chapitre n'est pas de brosser une théorie complète et détaillée sur la logique floue mais d'en présenter les idées et concepts principaux pour nous aider à en comprendre l'utilisation dans les applications au chapitre 6 (cfr pg 73) de ce mémoire. Enfin, le plan de ce chapitre est composé, outre cette introduction, de six parties traitant successivement de la théorie des sous-ensembles flous de ZADEH (synthèse et présentation reprises à KAUFMANN), d'une définition générale des ensembles flous de GOGUEN, d'éléments de logique floue et surtout d'opérateurs flous, de la différence entre les concepts de probabilité et de logique floue ainsi que de la possibilité de les intégrer ensemble et enfin nous en terminerons par une brève conclusion.

Les références qui nous ont aidés dans la rédaction de ce chapitre et que nous nous permettons de conseiller au lecteur, comme sources d'informations complémentaires, sont: ***[ZADE65], [KAUF73], [KAUF75], [GOGU73], [GUSG77], [CODU87]*** *pour les sous-ensembles et ensembles flous et* ***[BALD81], [DUPR76], [ZADE83], [KAUF75], [TURN84]*** *pour la logique floue ainsi que* ***[DUPR76], [GUSG77]*** *pages 11 à 19 et*

105 à 133, **[HISD82]** concernant les différences et les liens entre la logique floue et la théorie des probabilités.

§2. LES SOUS-ENSEMBLES FLOUS DE ZADEH :

Remarque: La présentation qui va suivre est due, à l'origine, à L.A.ZADEH mais a été reprise d'ouvrages de A.KAUFMANN, comme mentionné dans l'introduction. Seulement, dès à présent, nous citerons plus souvent ce dernier auteur qui a élaboré une synthèse didactique des notions que nous allons traiter.

Dans la théorie classique des ensembles, un élément quelconque d'un ensemble E peut ou non appartenir à un sous-ensemble A de E. Ceci peut se traduire en terme de fonction caractéristique de la manière suivante:

Soient E un ensemble;

A un sous-ensemble de E;

L'appartenance ou non à A d'un élément x de E sera décrite par la fonction caractéristique $\mu_A (x) : E \to \{0,1\}$ telle que:

$$\mu_A (x) = \begin{cases} 1, \text{ si } x \in A; \\ 0, \text{ sinon.} \end{cases}$$

Rappelons les propriétés bien connues des opérations sur les ensembles à l'aide de cette nouvelle présentation:

Soit $\mathbf{A}$ le complémentaire de A dans E:

on a:

$$A \, \Omega \, \mathbf{A} = \emptyset$$

$$A \, U \, \mathbf{A} = E$$

si x appartient à A, alors x n'appartient pas à $\mathbf{A}$

c'est-à-dire: $\mu_A (x) = 1$ et $\mu_{\mathbf{A}} (x) = 0$.

Etant donnés deux sous-ensembles A et B du référentiel E, nous pouvons considérer:

$$A \, \Omega \, B$$

$$\mu_{A \Omega B} = \begin{cases} 1, \text{ si } x \in A \, \Omega \, B; \\ 0, \text{ sinon} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mu_{A \Omega B} (x) = \mu_A (x) \cdot \mu_B (x).$$

De la même façon: $A \cup B$

$$\mu_{A \cup B} = \begin{cases} 1, \text{ si } x \in A \cup B; \\ 0, \text{ sinon} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x).$$

Etc ...

Donc, dans cette théorie classique, on ne sort pas du fait que des éléments du référentiel E appartiennent ou n'appartiennent pas à un sous-ensemble A. C'est pourquoi, la fonction caractéristique ne peut prendre que deux valeurs, représentées ici, pour des raisons de facilité, par la paire $\{0,1\}$.

Face à cette théorie, L.A.ZADEH en a alors imaginé une autre basée sur une fonction caractéristique qui prendrait ses valeurs, non plus seulement dans $\{0,1\}$ mais dans l'intervalle réel $[0,1]$: on aurait ainsi: $\mu_A : E \rightarrow [0,1]$. Dès lors, un élément x de l'ensemble E (référentiel non flou) pouvait:

- ne pas appartenir à A: $\mu_A(x) = 0$;
- appartenir un peu à A: $\mu_A(x)$ proche de 0;
- appartenir beaucoup à A: $\mu_A(x)$ proche de 1.

Les sous-ensembles flous étaient nés.

Définition :

Soit E un ensemble non vide, dénombrable ou non.
Un **sous-ensemble flou A dans E** est un couple $A = (E,\mu_A)$ où μ_A est une application de E dans $[0,1]$. **$\mu_A(x)$** désigne le **degré d'appartenance de x à A** et est appelée **fonction caractéristique de A**.

En toute généralité, μ_A peut même prendre ses valeurs dans un ensemble L plus général que $[0,1]$. De ce fait, la définition devient:

Soit E un ensemble ordinaire non vide, dénombrable ou non, et soit x un élément de E. Un sous-ensemble flou A de E est un couple (E,μ_A) où μ_A est la fonction caractéristique d'appartenance prenant ses valeurs dans un ensemble L totalement ordonné et qui indique le degré d'appartenance. L sera appelé ensemble d'appartenance.

Opérations élémentaires :

Soit E un ensemble ordinaire non vide, dénombrable ou non et L son ensemble d'appartenance associé;

1. Inclusion :

Soient A, B deux sous-ensembles flous de E:

A est **inclus dans** B: $A \subset B \Leftrightarrow$ pour tout $x \in E$: $\mu_A(x) \leqslant \mu_B(x)$.

A est **strictement inclus dans** B:

$A \subset\subset B \Leftrightarrow$ pour tout $x \in E$: $\mu_A(x) \leqslant \mu_B(x)$ et il existe $x \in E$: $\mu_A(x) < \mu_B(x)$.

2. Egalité :

Deux sous-ensembles flous A et B sont **égaux**:

$A = B \Leftrightarrow$ pour tout $x \in E$: $\mu_A(x) = \mu_B(x)$.

Deux sous-ensembles flous A et B sont **distincts**:

$A \neq B \Leftrightarrow$ il existe $x \in E$: $\mu_A(x) \neq \mu_B(x)$.

3. Complémentaire avec $L = [0,1]$:

B est le sous-ensemble flou **complémentaire** d'un sous-ensemble flou A de E $\Leftrightarrow$ pour tout $x \in E$: $\mu_B(x) = 1 - \mu_A(x)$.

4. Intersection avec $L = [0,1]$:

L'**intersection** de deux sous-ensembles flous A et B dans E est le sous-ensemble flou $A \cap B$ défini comme étant le plus grand sous-ensemble flou contenu à la fois dans A et dans B. Ce qui nous donne:

$A \cap B = (E, \mu_{A \cap B})$ avec: pour tout $x \in E$: $\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$.

Cette définition se justifie quelque peu en considérant C, un sous-ensemble flou de E, inclus dans A et dans B, c'est-à-dire:

pour tout $x \in E$: $\mu_C(x) \leqslant \mu_A(x)$

et pour tout $x \in E$: $\mu_C(x) \leqslant \mu_B(x)$

$\Rightarrow$ pour tout $x \in E$: $\mu_C(x) \leqslant \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$

ou encore $C \subset (A \cap B)$.

5. Union avec $L = [0,1]$:

De façon analogue, on définit l'**union** de deux sous-ensembles flous A et B dans E comme étant le plus petit ensemble flou contenant à la fois A et B. On le note $A \cup B$. Ce qui nous donne:

$A \cup B = (E, \mu_{A \cup B})$ avec: pour tout $x \in E$: $\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$.

La justification est analogue.

D'autres définitions sont encores possibles: notamment l'union et l'intersection de famille finie (min, max) ou infinie (inf, sup) de sous-ensembles flous. On peut encore définir la somme disjointe et la différence de sous-ensembles flous à partir des opérateurs précédents.

Voici ainsi présentés les principaux concepts de départ sur les sous-ensembles flous vus par KAUFMANN; nous traiterons encore un exemple pour illustrer ces concepts, pour le reste, nous invitons le lecteur à lire **[ZADE65]**, **[KAUF75]**, **[CODU87]** et **[GUSG77]** pages 19 à 77 ainsi que **[KAUF73]** pour pouvoir s'exercer.

Exemple :

Soit l'ensemble référentiel ordinaire $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$;

Soient les sous-ensembles flous de E suivants:

$A = \{(x_1;0.4), (x_2;0.3), (x_3;0), (x_4;0.8)\}$;

$B = \{(x_1;0.3), (x_2;0), (x_3;0), (x_4;0.7)\}$;

$C = \{(x_1;0.1), (x_2;0.8), (x_3;0.1), (x_4;0.4)\}$.

Nous obtenons pour cet exemple:

- $B \subset A$ car <u>pour tout</u> $x \in E$: $\mu_B(x) \leq \mu_A(x)$;
- $\mathbf{A} = \{(x_1;0.6), (x_2;0.7), (x_3;1), (x_4;0.2)\}$;
- $C \cup B = \{(x_1;0.3), (x_2;0.8), (x_3;0.1), (x_4;0.7)\}$;
- $A \cap B \cap C = \{(x_1;0.1), (x_2;0), (x_3;0), (x_4;0.4)\}$.

Conclusion et critiques sur la présentation de KAUFMANN :

Il resterait encore à présenter de nombreuses notions relatives aux sous-ensembles flous, relations floues, ... ainsi que démontrer les propriétés qui leur sont attachées; ce n'est pas ici notre but. Il est à noter que l'on retrouve presque toutes les propriétés rencontrées dans les ensembles ordinaires excepté celle comparable au tiers exclu dans la logique classique que nous avons perdu, à savoir qu'il peut exister des sous-ensembles flous de E pour lesquels on ait: $A \cup \mathbf{A} \neq E$ et $A \cap \mathbf{A} \neq \emptyset$. Nous pourrions encore mentionner que les sous-ensembles flous, munis des opérations Union et Intersection (définies à la mode KAUFMANN), forment un treillis mais tout ceci est superflu et n'est d'aucun intérêt pratique pour notre *propos. Pour les notions complémentaires ainsi que certaines démonstrations, nous conseillons au lecteur **[KAUF75]** et **[CODU87]**.*

*La théorie, créée par ZADEH et exposée ici par KAUFMANN, est assez simple à comprendre pour un lecteur novice en la matière: c'est là son seul côté positif; cela est dû au fait qu'elle ne constitue qu'une transposition d'un début de théorie des ensembles où on a remplacé "ensemble" par "sous-ensemble flou". En plus, excepté pour la définition de l'union et de l'intersection (en fonction de l'inclusion), rien n'est justifié et le choix des définitions (généralisation de celles de la théorie des ensembles) est totalement arbitraire, ne répondant pas à une idée intuitive (exemple: les définitions de la composition floue dans **[KAUF75]**). En outre, KAUFMANN reste beaucoup trop braqué sur l'intervalle [0,1] comme ensemble d'appartenance. Nous verrons dans les ensembles flous généralisés de GOGUEN d'autres possibilités pour définir les ensembles d'appartenance. De même, concernant les définitions d'intersection et d'union, KAUFMANN n'a pas l'air de les envisager autrement, alors que certains auteurs comme ZADEH en propose d'autres, respectivement basées sur le produit et la somme des degrés d'appartenance plutôt que sur le minimum et le maximum; cela nous semble tout aussi légitime, dans l'esprit d'une logique non stricte comme la logique floue, de définir même ces opérations d'une manière telle que c'est le contexte de l'application qui nous le fait "sentir" (feeling). Nous aborderons d'ailleurs cet aspect intuitif des choses quand nous parlerons des opérateurs flous (cfr §4 pg 52). Or l'intersection et l'union de sous-ensembles flous ne constituent-ils pas des opérateurs flous particuliers ? ...*

§3. LES ENSEMBLES FLOUS GENERALISES DE GOGUEN :

Face aux critiques, relatives au développement de KAUFMANN, nous allons présenter une définition beaucoup plus générale ainsi que les prémisses d'une théorie plus convenable, d'un point de vue purement mathématique, des ensembles flous. Cette théorie a été imaginée par GOGUEN et pour disposer de renseignements plus approfondis en la matière que nous ne ferons qu'aborder ici, le *lecteur pourra consulter **[GOGU73]**. En effet, rappelons encore que notre propos n'est pas de développer entièrement une théorie mathématique mais d'en présenter les fondements pour ainsi justifier les développements ultérieurs notamment dans les applications (cfr chapitre 6 pg 73).*

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, les ensembles flous sont souvent caractérisés par des applications d'un ensemble de référence ou univers E dans l'intervalle [0,1]. La généralisation, proposée par GOGUEN, est de remplacer l'intervalle [0,1] par un ensemble L possédant une structure plus générale. De ce fait, on peut imaginer tout aussi bien avoir un ensemble continu ou discret comme ensemble de valeurs de vérité. Ce qui prouve bien le caractère plus vaste de cette théorie qui englobe d'un seul coup les logiques multivaluées et la logique floue.

Définitions :

Soit L un ensemble partiellement ordonné;

*Un **ensemble flou** est un ensemble X muni d'une fonction μ_X : $X \to L$ appelée **fonction d'appartenance à X**; X est appelé le **domaine** ou **l'univers de μ_X** et L **l'ensemble de vérité de μ_X**. μ_X (x) est le **degré d'appartenance de x à X**.*

*Ce degré peut prendre différentes valeurs partiellement ordonnées dans L. L'ensemble classique de vérité L pour les ensembles flous est [0,1] (cfr **[ZADE65]**).*

NOTATION: *l'ensemble flou X est noté: $\mathbf{X} = (X, \mu_X : X \to L)$.*

*Remarquons que cette définition est encore extrêmement limitative: en effet, considérons par exemple l'ensemble des couleurs {bleu, blanc, noir, rouge, jaune}; cet ensemble pourrait très bien constituer un jour pour une application (en peinture par exemple) l'ensemble de vérité d'une fonction d'appartenance. Or cet ensemble de couleurs n'est pas du tout ordonné (comment ordonner naturellement des couleurs ?); par conséquent, ce n'est même pas un treillis L (L pour lattice); c'est pourquoi, GOGUEN a pris la précaution d'étendre la définition ci-dessus à des ensembles de vérité quelconques appelés **"Value-sets"** ou encore **"V-sets"** (Value pour valeurs de vérité quelconques).*

Considérations supplémentaires :

Nous constatons qu'avec cette nouvelle définition, nous caractérisons des ensembles flous et non plus uniquement des sous-ensembles flous d'un même référentiel donné comme dans KAUFMANN.

Un ensemble flou $\mathbf{X} = (X, \mu_X : X \to L)$ *se présente donc comme un ensemble X ordinaire structuré par la donnée d'une fonction* μ_X. *Définissons, comme on le fait généralement dans toute théorie mathématique qui se respecte, les homomorphismes d'ensembles flous. Nous les définirons comme des applications* $f : \mathbf{X} \to \mathbf{Y}$ *qui "respectent" ou "conservent" la structure, soit ici, qui conservent la force d'adhésion d'un élément à un ensemble.*

Un ***homomorphisme*** *d'ensembles flous* $\mathbf{f} : \mathbf{X} \to \mathbf{Y}$ *où on a:* $\mathbf{X} = (X, \mu_X : X \to L)$ *et* $\mathbf{Y} = (Y, \mu_Y : Y \to L)$ *est un triple* $\mathbf{f} = (f, \mathbf{X}, \mathbf{Y})$ *où f est une application ordinaire de X dans Y telle que* $\mu_X \leq \mu_Y \circ f$ *ou encore* <u>*pour tout*</u> $x \in X$: $\mu_X(x) \leq \mu_Y(f(x))$.

A partir de cette définition, nous pourrions redéfinir les concepts de sous-ensembles flous, d'union et d'intersection d'ensembles flous ainsi que d'autres notions mathématiques. Nous n'en ferons rien ici mais nous conseillons au lecteur intéressé de parcourir ***[GOGU73]*** *et surtout* ***[CODU87]*** *pour sa clarté dans ce domaine.*

Il reste encore à noter que le fait d'avoir considéré les ensembles flous (plutôt que les sous-ensembles flous) ainsi que leurs homomorphismes nous amène à un concept structuré important d'un point de vue strictement mathématique: la catégorie des ensembles flous, qui est donc une catégorie d'une espèce particulière d'ensembles structurés et de leurs homomorphismes: $(\{\mathbf{X}\}, \mathbf{f})$ *ou* $(\{(X, \mu_X : X \to L)\}, \mathbf{f})$. *Cela permet d'aller beaucoup plus loin dans l'étude théorique des ensembles flous.*

Nous obtenons donc bien un aperçu d'une théorie sur les ensembles flous plus générale que celle présentée par KAUFMANN (le référentiel n'est pas unique et est flou) et dont la définition des nouveaux concepts se justifient grâce à des théories existantes (théorie des catégories).

§4. LOGIQUE FLOUE ET OPERATEURS FLOUS :

Cette logique, d'un point de vue syntaxique, repose, comme la logique classique, sur les éléments primordiaux que constituent les variables: du fait du caractère de cette nouvelle logique, ces variables seront appelées des variables floues. Ces variables floues, comme leurs "collègues" de la logique classique, pour être d'une quelconque utilité pratique, doivent posséder une certaine sémantique: d'où la nécessité d'une interprétation de celles-ci. Cette interprétation revient à faire prendre à ces variables des valeurs qui forment les éléments d'un certain ensemble, cet ensemble n'étant plus ordinaire mais flou. Par conséquent, l'appartenance ainsi que l'interprétation elles-mêmes deviennent floues.

ex : *"cet homme est grand avec tel degré d'appartenance à l'ensemble flou des hommes grands" constitue une interprétation de la taille d'un homme observé.*

D'autre part, nous pouvons directement aussi réaliser une interprétation non floue dans le sens où on affecte une fois pour toute aux variables des valeurs qualitatives floues, valeurs formant un ensemble ordinaire de valeurs de vérité, les degrés d'appartenance étant, cette fois, ces valeurs de vérité (par exemple valeurs de vérité linguistiques):

ex : *ensemble de valeurs de vérité: {très petit, petit, moyen, grand, très grand}; "cet homme est grand" est une interprétation se rapportant plus aux logiques multivaluées.*

Ce sera ce second genre d'interprétation qui sera très prisé dans la résolution qualitative d'applications physiques (cfr chapitre 6 pg 73), réalisée à l'aide d'opérateurs flous, que nous décrirons ci-après.

1. La logique floue de ZADEH :

Dans la logique floue, l'ensemble des valeurs de vérité classique de KAUFMANN, l'ensemble des points de l'intervalle [0,1] est *remplacé par des sous-ensembles flous de cet ensemble. ZADEH ne prend évidemment pas tous les sous-ensembles: ce serait tout-à-fait impossible à manipuler. A la place, il développe plutôt un ensemble fini de sous-ensembles flous de [0,1] caractérisés par des valeurs de vérité purement linguistiques. D'une manière plus explicite, l'ensemble de valeurs de vérité pourrait être un ensemble discret de la forme:*

{vrai, faux, pas vrai, très vrai, pas très vrai, plus ou moins vrai, assez vrai, pas faux, très faux, ...}.

Chaque élément de cet ensemble représente un sous-ensemble flou de [0,1]. Encore plus, comme le souligne ZADEH, chaque élément peut parfois s'obtenir à partir du sous-ensemble flou "vrai" (U, μ_{vrai}) où U est un référentiel et μ_{vrai} la fonction d'appartenance (à valeurs dans [0,1]) caractérisant le sous-ensemble flou, par exemple:

$$\mu_{faux}(x) = \mu_{vrai}(\underline{non}\ x)$$

$$\mu_{pas\ vrai}(x) = 1 - \mu_{vrai}(x)$$

$$\mu_{très\ vrai}(x) = (\mu_{vrai}(x))^2$$

$$\mu_{assez\ vrai}(x) = (\mu_{vrai}(x))^{1/2} \qquad \ldots$$

Ces règles de calcul sont évidemment dépendantes de la sémantique qu'on désire attribuer aux différentes valeurs de vérité.

D'où, d'une manière analogue, la définition des connecteurs logiques flous ainsi que celle des règles d'inférence sont totalement dépendantes de la subjectivité du concepteur et de l'application traitée:

exemples :

1. *interprétation de a et b:*

   a est interprété comme "très vrai" et $\mu_{vrai}(a) = 0.9$;

   b est interprété comme "faux" et $\mu_{faux}(b) = 0.5$;

   $\Rightarrow$ *a et b pourra être interprété par exemple comme "vrai" avec $\mu_{vrai}(a\ \underline{et}\ b) = \min(\mu_{très\ vrai}(a), \mu_{faux}(b)) = 0.5$ ou comme "très vrai" avec:*

$$\mu_{très\ vrai}(a\ \underline{et}\ b) = \mu_{très\ vrai}(a)\ .\ \mu_{faux}(b) = 0.405$$

2. interprétation de l'implication et du "modus ponens" flous:

a est vrai avec μ_{vrai} (a) = 0.6

a ⇒ b est vrai avec μ_{vrai} (a ⇒ b) = 0.9

b est vrai avec μ_{vrai} (b) = 0.5,

si $\mu_{vrai}(a \Rightarrow b) = \min(1, 1 - \mu_{vrai}(a) + \mu_{vrai}(b))$;

ou b est vrai avec μ_{vrai} (b) = 0.9,

si $\mu_{vrai}(a \Rightarrow b) = \max(1 - \mu_{vrai}(a), \mu_{vrai}(b))$.

Par conséquent, le caractère subjectif de l'interprétation des variables, propositions floues et inférences, à travers des valeurs de vérité floues, implique que la validité elle-même d'une proposition ne peut plus qu'être caractérisée sémantiquement et non plus en termes d'axiomes logiques de base ni de règles d'inférence générales comme celles de la logique classique. De ce fait, nous risquons de perdre, par la définition même de la sémantique attachée au problème traité en logique floue, les propriétés importantes de la logique classique, à savoir: la complétude et la cohérence. C'est là le prix à payer pour une logique plus adaptée au langage et raisonnement qualitatif humains.

2. Les opérateurs flous :

Le terme "opérateur flou" est un terme très vaste généralisant la notion de connecteur logique flou à tout genre d'opérations portant sur des variables floues. Les variables floues, considérées ici, sont interprétées dans un univers où l'ensemble des valeurs de vérité est discret (logiques multivaluées) et où ces dernières sont des valeurs linguistiques floues, comme nous en avons un exemple dans le point 1. précédent. Il est à noter que nous aurions pu définir et examiner des opérateurs flous sur des variables interprétées dans un univers continu de valeurs (comme [0,1]). Mais ce n'est pas là notre objectif, objectif qui est de qualifier le fonctionnement de systèmes physiques. Pour ce faire, nous pensons que des opérateurs flous discrets sont beaucoup mieux adaptés. Les opérateurs flous continus nécessiteraient encore un raisonnement supplémentaire pour la lecture des résultats: ce qu'opèrent directement les opérateurs discrets.

Les opérateurs flous ne portent plus uniquement sur des valeurs de vérité du style contenu dans cet ensemble ({vrai, faux, pas vrai, très vrai, ...}), comme pour les connecteurs logiques, mais sur n'importe quelle variable floue à valeur dans un ensemble de valeurs linguistiques floues **quelconques**.

De plus, nous ne considérons plus ici les valeurs de vérité floues comme des sous-ensembles de [0,1]; nous n'attacherons plus aucun degré d'appartenance à l'interprétation des variables floues: c'est dans ce sens là que nous dirons que l'interprétation n'est plus floue; uniquement la valeur de vérité l'est encore dans sa signification même.

Tout ceci est évidemment dû au but poursuivi et qui est de qualifier le comportement de systèmes physiques. De ce fait, comme nous l'avons déjà dit, nous n'avons plus besoin que d'un ensemble ordinaire discret L, au pire, partiellement ordonné, de valeurs de vérité linguistiques qualitatives et dont la signification <u>*seule*</u> *est floue ainsi que d'un univers U de variables floues prenant leur valeur dans cet ensemble. L'interprétation sera donc une fonction d'appartenance: $U \rightarrow L$.*

Tout opérateur flou portera sur une ou plusieurs variables floues à valeurs appartenant de manière absolue à L et il en résultera un élément appartenant généralement à L (c'est le cas dans ce mémoire mais ceci n'est pas obligatoire); ces opérateurs seront donc de la forme: $L \times \ldots \times L \rightarrow L$.

<u>*exs :*</u> 1. *division floue /f: $L \times L \rightarrow L$: $(x,y) \rightarrow z = x$ /f y où par exemple, L = {TP, P, M, G, TG}: ensemble ordinaire totalement ordonné (cfr annexe 1 pg 111).*

2. *"contraire de"* **contrf**: $L \times L \rightarrow L$: $x \rightarrow y=$**contrf** (x) *où par exemple, L = {TP, P, M, G, TG}; on a:*

contrf (TP) = TG;

contrf (M) = M.

Pour d'autres exemples, il suffit de consulter l'annexe 1 (cfr pg 111).

Ces opérateurs flous, pour les définir entièrement, nécessitent donc une table à entrées multiples et à sortie unique: ils constituent d'un point de vue mathématique une fonction de plusieurs variables; c'est pour cette raison que les langages fonctionnels de programmation tels le LISP standard et le MULISP de Microsoft Corporation **[MICO86]** sont si bien adaptés pour les implémenter.

§5. LOGIQUE FLOUE "**VERSUS**" PROBABILITE :

De prime abord, de part leur formalisation commune à travers l'intervalle [0,1], il est assez naturel de faire un rapprochement entre la logique floue et les probabilités ou même pire encore les confondre. Ensuite, il s'agit de réfléchir et de se ressaisir: si elles étaient identiques, ces deux théories n'auraient quand même pas été définies et appelées par des noms différents rien que pour le plaisir ... Enfin, quand nous examinons de plus près les concepts appartenant à ces théories, nous apercevons effectivement les différences. Ce sont ces dernières que nous allons mettre en évidence tout au long de ce paragraphe.

1. Rappels sur la théorie des probabilités :

Soit E un référentiel. **P** (E) est l'ensemble des parties <u>classiques</u> de E.

1. Une partie Δ de **P** (E) est dite **tribu ou famille probabilisable** <u>si et seulement si</u> elle vérifie:
   1. <u>stabilité par complémentation :</u>

      <u>pour tout</u> $A \in \Delta$: $A^c \in A$
   2. <u>stabilité par union :</u>

      <u>pour tout</u> $A, B \in \Delta$: $A \cup B \in \Delta$

      (pour E, référentiel fini)

      Toute suite dénombrable d'éléments $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ de Δ est telle que $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n \cup \ldots \in \Delta$

      (pour E, référentiel infini)

2. *On appelle **fonction de probabilité** une application de Δ dans IR^+:*

$$\Delta \rightarrow IR^+$$
$$A \rightarrow p(A)$$

(p(A) est une probabilité attachée à A)

vérifiant les propriétés suivantes:

1. *p est positive: pour tout $A \in \Delta$: $p(A) \geq 0$;*
2. *p est normée: $p(E) = 1$;*
3. *p est additive: pour tout $(A,B) \in \Delta^2$:*
   $A \cap B = \emptyset \Rightarrow p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.

On peut donc en déduire:

1. *monotonie de p: $A \subset B \Rightarrow p(A) \leq p(B)$;*
2. $p(A^c) = 1 - p(A)$;
3. $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

2. Rappels sur la théorie des sous-ensembles flous :

Considérons encore un référentiel E. Nous savons que la donnée d'un sous-ensemble est équivalente à la donnée de sa fonction caractéristique; soit $A \subset E$ et μ_A une telle fonction:

$\mu_A : E \rightarrow L = \{0,1\}$: *sous-ensemble classique*

$\mu_A : E \rightarrow L = [0,1]$: *sous-ensemble flou*

$x \rightarrow \mu_A(x)$

*Donc, $\mu_A \in$ **APPL** $_{[E \rightarrow L]}$, ensemble des applications de E dans L. On a ainsi identifié deux concepts: **P** (E) ensemble des parties classiques ou floues de E et **APPL** $_{[E \rightarrow L]}$.*

3. Différences probabilités - calcul flou :

Nous distinguerons deux aspects principaux par lesquels les notions de probabilités et de calcul flou diffèrent: l'un est purement pragmatique ou sémantique, l'autre définitionnel.

L'aspect pragmatique du calcul des probabilités réside dans l'analyse de faits aléatoires qu'ils soient de nature évidente ou floue: mais cette dernière caractéristique constitue une autre dimension face aux probabilités proprement dites. Par contre, le calcul flou, comme son nom l'indique, étudie les faits de nature vague et imprécise: ce qui est tout-à-fait un autre objectif.

exemples :

*1. **situation probabiliste non floue** :*

Nous disposons d'une urne contenant des boules blanches, rouges et noires parfaitement reconnaissables d'après leur couleur: cette situation est entièrement évidente puisqu'elle ne contient aucune donnée de nature imprécise. Si on demande les chances de tirer 3 boules blanches d'affilée, alors cette situation définit un modèle purement probabiliste.

*2. **situation déterministe non floue** :*

Les boules blanches, noires et rouges forment des sous-ensembles parfaitement définis et nous pouvons les observer à notre guise.

*3. **situation déterministe floue** :*

On se trouve dans une pareille situation dans le cas où on se demande comment définir, au vu des trois sous-ensembles existants déjà, les sous-ensembles flous des boules claires et des boules foncées.

*4. **situation probabiliste floue** :*

Nous nous retrouvons devant notre urne du premier exemple comprenant à présent 5 sous-ensembles, 3 classiques: BB = {boules blanches}, BN = {boules noires}, BR = {boules rouges} et 2 flous: BF = {boules foncées}, BC = {boules claires}; nous désirons, dans cette situation, calculer la probabilité p de tirer une boule foncée: la réponse est:

$$p = P\ (\text{tirer } BR)\ .\ \mu_{BF}\ (BR) + P\ (\text{tirer } BN)\ .\ \mu_{BF}\ (BN) + P\ (\text{tirer } BB)\ .\ \mu_{BF}\ (BB).$$

La justification de ce calcul sera détaillée dans le paragraphe suivant.

L'aspect définitionnel de la différence entre probabilités et calcul flou se situe à un niveau plus théorique, syntaxique et se ramène au fait qu'il est impossible de confondre fonction caractéristique d'un sous-ensemble flou et probabilité d'un sous-ensemble classique:

- *la fonction caractéristique μ_A d'un sous-ensemble <u>flou</u> A est un élément de **APPL** $_{(E \rightarrow [0,1])}$ ([0,1] peut même être* remplacé en général par un ensemble partiellement ordonné L) et définit A de façon unique;

- une fonction de probabilité p est un élément de **APPL** $_{(P(E) \to [0,1])}$ où P (E) est l'ensemble des parties classiques du référentiel E (en général, P (E) peut être remplacé par une tribu Δ).

De plus, une probabilité p(A) est un nombre appartenant à [0,1] attaché au sous-ensemble classique A. Pour un ensemble A donné, il y a autant de probabilités que de fonctions p tandis que μ_A (x) est le degré d'appartenance de l'élément x de E au sous-ensemble flou A et il est unique.

En conclusion, citons ZADEH: "Par flou, on désigne un type d'imprécision associée à l'utilisation de sous-ensembles flous, c'est-à-dire des classes pour lesquelles la transition entre appartenance et non appartenance n'est pas brutale." ... "L'aléatoire rend compte d'une méconnaissance relative à l'appartenance ou la non appartenance à un sous-ensemble non flou."

§6. LOGIQUE FLOUE "MIXUS" PROBABILITE :

Malgré les différences évidentes entre ces deux théories, abordées dans le paragraphe précédent, un exemple, lui aussi traité dans ce précédent paragraphe et représentant une situation probabiliste floue, nous a montré l'utilité flagrante de la réunion dans un seul modèle, des concepts de probabilité et de degré d'appartenance de la logique floue. De plus, une application de ce mémoire (cfr chapitre 6 §2 pg 74) est également détaillée dans le même esprit de pouvoir emmêler logique floue et probabilité.

Les résolutions présentées, que ce soit pour l'exemple ou pour l'application, ont été proposées et réalisées d'une façon correspondant entièrement à notre intuition; mais l'intuition est une chose, la justification théorique en est une autre. C'est pourquoi, nous nous sommes plongés dans la littérature à la recherche d'un article pouvant justifier le mélange de ces deux notions distinctes que sont probabilité et degré d'appartenance. Nous l'avons trouvé: **[HISD82]**.

Cet article nous suggère que les degrés d'appartenance à un ensemble flou A peuvent être identifiées par des probabilités conditionnelles c'est-à-dire: $\mu_A(x) = P(A \mid x)$. L'auteur, E.HISDAL, nous propose même deux méthodes pour définir, de manière statistique, les degrés d'appartenance d'élément à un ensemble flou: la sienne ainsi que celle de B.R.GAINES. Ces deux méthodes sont brièvement décrites dans le chapitre 6 des applications de ce mémoire, deuxième paragraphe (cfr pg 81).

Pour un lecteur qui désirerait avoir le détail d'une des deux méthodes ainsi que l'approche concernant l'autre, il lui suffit de consulter **[HISD82]**.

Nous n'irons pas plus loin dans la description de ce "mixage", collusion entre probabilité et logique floue, étant donné que nous nous intéressons uniquement au côté purement applicatif de ces notions. Néanmoins, il nous paraissait raisonnable de présenter pour le moins les idées ainsi que les sources d'une justification plausible de ce "mixage".

§7. CONCLUSION :

La principale leçon à retenir de tout cet important chapitre est que, contrairement à la logique classique, la logique floue permet, de part ses concepts, dans toute prise de décision, tout choix quelconque, de ne pas porter un et un seul jugement catégorique et sans appel mais de tirer plusieurs conclusions, chacune d'entre elles accouplée à son degré de plausibilité ou d'appartenance: cela permet un éventail de possibilités plus grand ce qui, dans certains cas douteux ou "pathologiques", est grandement utile car la prise de décision est beaucoup plus nuancée; les compromis sont dès lors possibles.

La logique floue est une logique qui est beaucoup plus accolée à l'esprit de la pensée humaine et du langage que les systèmes logiques conventionnels. Cette logique est donc promise à un bel avenir dans des domaines en constant développement, traitant de la *prise de décision, des diagnostics médicaux, de philosophie, linguistique, psychologie, sociologie, ...*

Par conséquent, cette logique est également la plus adaptée au raisonnement qualitatif sur le comportement des systèmes physiques du fait de son aspect moins brut que la logique classique qui, elle, est mieux appropriée à l'analyse mathématique. La logique floue nous a d'ailleurs permis de définir des opérateurs flous discrets sur des variables prenant des valeurs linguistiques floues comme valeurs de vérité; quand l'ensemble des valeurs de vérité est infini (par exemple [0,1]), on peut même aussi définir des opérateurs flous continus. Seulement, dans le cadre de ce mémoire, de tels opérateurs n'auraient été d'aucune utilité. Nous avons donc préféré les opérateurs flous discrets dans le but de pouvoir qualifier, d'une manière compréhensible et directement interprétable, le comportement des systèmes physiques abordés. Par contre, un opérateur flou continu aurait nécessité encore une interprétation qualitative par la suite: ce qui nous semble totalement superflu.

Mais, malgré tous ses avantages présentés, la logique floue ne permet pas de résoudre tous les cas de figure: en effet, certains modèles, renfermant des notions de "possibilité", de "nécessité", ... ainsi que l'idée "du temps qui passe", ne sont pas directement formalisables en logique floue. Nous touchons ainsi à des modes de pensée encore plus détaillés et donc encore plus difficiles à exprimer à l'aide d'un langage logique. Pour y arriver malgré tout, il nous faut faire un pas supplémentaire et étudier d'autres logiques qui permettent de formaliser ce genre de nuances de la pensée humaine.

CHAPITRE 5 : A PROPOS D'AUTRES LOGIQUES :

§1. INTRODUCTION :

Ce chapitre fera figure de "parent pauvre" de son contenu dans ce mémoire étant donné que très peu de concepts qui y seront présentés auront conduit à une application pratique (cfr chapitre 6 pg 73). Néanmoins, il nous fallait, pour la culture générale du lecteur autant que pour la nôtre, au moins montrer d'autres formes importantes de logiques non standards permettant de modéliser des connaissances, d'une manière plus proche du raisonnement humain et donc encore plus nuancée que la logique floue. Par conséquent, nous ne présenterons quasiment que les idées théoriques de base de ces logiques et pas les moyens de les implémenter puisque ceci n'a été réalisé qu'en partie (cfr chapitre 6 § 3 et 4 pgs 83 et 90: concernant la logique temporelle).

Le contenu de ce chapitre sera formé de deux logiques non standards importantes que sont les logiques modale et temporelle. Quant aux autres formes de logiques ou raisonnements, comme la logique basée sur le raisonnement par défaut, logiques non monotones, raisonnements plausibles, raisonnements sur le raisonnement encore appelés méta-raisonnements, ... nous renvoyons le lecteur, pour un bref mais clair aperçu de ces logiques, à l'excellent article ***[CFKP85]*** *ainsi que pour un approfondissement de ces notions, à* ***[TURN84]****.*

La logique modale, que nous allons détailler ici, a été tirée principalement de ***[LUKA72]*** *et est due à notre cher savant et logicien grec: Aristote. Cette logique, contrairement à celle du 1er ordre qui, avec sa sémantique standard, est uniquement adaptée aux vérités éternelles, s'applique très bien au raisonnement à propos de connaissances concernant les notions principales de "nécessité", "possibilité" et "contingence". Une vérité nécessaire est une vérité qui ne pourrait pas être autrement; une vérité contingente par contre le pourrait. La distinction est souvent expliquée en faisant référence* *à la notion de "monde possible": la nécessité correspond à la vérité dans tous les mondes possibles, tandis que la possibilité correspond à la vérité dans quelques mondes possibles et la contingence est une vérité dans le monde actuel (par exemple) mais pas dans tous les mondes possibles.*

La logique temporelle, quant à elle, tirée en grande partie de **[TURN84]**, *est propre au raisonnement de ce qui est, qui sera ou qui a été. Cette logique est donc très bien adaptée à la formalisation du passé, présent et avenir ainsi que de pouvoir réaliser des conséquences à ce sujet et dans ce cadre, conséquences que la logique floue était incapable de modéliser: par exemple, la logique floue peut facilement exprimer qu' "un bébé est très jeune et petit" mais elle ne pourra pas modéliser la déduction suivante: "le bébé va donc grandir et vieillir". Ce système logique traite le passé comme une séquence linéaire de points dans le temps (passé proche, lointain, ...) en deçà d'un point de référence qui se trouve être le présent. Le futur est considéré comme une structure de points dans le temps qui sont au-delà du point de référence. Cette logique comprend en outre un ensemble d'opérateurs complexes capables de quantifier des propositions vis-à-vis des points définis dans le temps.*

Le plan du chapitre, vu la brève description de son contenu que nous venons de réaliser, est assez simple: il se composera de deux paragraphes traitant respectivement de la logique modale d'Aristote et de la logique temporelle, en plus de cette introduction et d'une conclusion terminale.

Les références, qui nous ont aidés à rédiger ce chapitre ainsi que celles que nous recommandons au lecteur, sont: **[TURN84]**, **[LUKA72]** *et* **[WEBB83]** *pour la logique modale ainsi que* **[TURN84]**, **[WEBB83]** *et* **[BOMO81]** *pour la logique temporelle.*

§2. LA LOGIQUE MODALE D'ARISTOTE :

1. Syntaxe et définitions de base :

La logique modale d'Aristote, du point de vue de sa syntaxe, repose sur 4 concepts fondamentaux que sont: les variables-propositions ou propositions (qui peuvent être celles de la logique du 1er ordre), les termes modaux, les fonctions modales et les propositions modales. Aristote distingue 4 ***termes modaux****, à savoir:*

- *"nécessaire";*
- *"impossible";*
- *"possible";*
- *"contingent".*

D'après Aristote, les seules propositions modales correctes syntaxiquement sont de ces 4 types;

ex : "La variable-proposition p est nécessaire" ou encore "Il est nécessaire que p".

Les ***propositions modales*** *sont donc constituées de une ou plusieurs* ***variables-propositions*** *pouvant .être interconnectées (connecteurs logiques) ainsi que des seuls termes modaux pré-cités.*

On appelle ***fonctions modales*** *des expressions telles: "Il est nécessaire que p" ou "Il est possible que p" notées respectivement Lp et Mp. L et M sont appelés* ***foncteurs modaux*** *et p leur argument.*

Les propositions qui commencent par L, ou leurs équivalents, sont dites ***apodictiques****, celles qui commencent par M, ou leurs équivalents, sont* ***problématiques****. Les propositions non modales seront appelées* ***assertoriques****.*

Par la suite, seuls les termes modaux "nécessaire" et "possible" seront utilisés, le terme "impossible" étant la négation de "possible" et le concept de contigence, dont la définition sera donnée à la fin de ce paragraphe, pouvant se ramener aux deux premiers termes cités.

2. Formules fondamentales de tout système de logique modale :

1. "Il est possible que p ssi il n'est pas nécessaire que non-p", c'est-à-dire: on peut avoir p à condition qu'on ne doive pas avoir (nécessairement) la négation de p et vice-versa.

traduction symbolique: Q Mp NLNp (Q désigne ssi et N la négation)

2. "Il est nécessaire que p ssi il n'est pas possible que non-p", c'est-à-dire: on doit (nécessairement) avoir p quand il n'est pas possible d'avoir sa négation et vice-versa.

traduction symbolique: Q Lp NMNp

3. La logique modale de base :

Aristote connaissait, sans les avoir formulés de façon explicite, les deux célèbres principes scolastiques de la logique modales:

3. "S'il est nécessaire que p, alors p": C Lp p où C désigne le "si ... alors".

4. "Si p, alors il est possible que p": C p Mp.

Par conséquent, nous pouvons en déduire que: "l'existence implique la possibilité" et "la nécessité implique l'existence" mais les réciproques sont à rejeter:

5. "S'il est possible que p, alors p": C Mp p: à rejeter!

6. "Si p, alors il est nécessaire que p": C p Lp: à rejeter!

Les formules 1 à 6 sont admises à la fois par la logique traditionnelle et par l'ensemble des logiciens modernes. Cependant, ces formules ne suffisent pas à caractériser Mp et Lp en tant que fonctions modales, puisque ces formules sont satisfaites quand on interprète Mp comme toujours vraie (ici l'interprétation et la sémantique repose sur celle de la logique classique {vrai,faux}, logique classique à laquelle nous avons rajouter deux foncteurs modaux) et Lp comme toujours fausse. Dans cette interprétation, un système, construit sur les formules 1 à 6 cesserait d'appartenir à la logique modale et par suite, nous ne pouvons faire l'assertion de Mp (c'est-à-dire accepter pour vraies toutes les propositions problématiques), ni celle de NLp (c'est-à-dire tenir pour fausses toutes les propositions apodictiques). En fait, il faudrait tout simplement rejeter les deux expressions, car toute expression dont on *ne peut faire l'assertion devrait être rejetée (semblablement au principe du tiers exclu):*

7. "Il est possible que p": Mp: à rejeter!

8. "Il n'est pas nécessaire que p": Lp: à rejeter!

Nous disons d'un système qu'il est une ***logique modale de base*** *ssi il satisfait les formules 1 à 8. Il est possible d'axiomatiser cette logique modale de base en se fondant sur le calcul classique des propositions.*

exemples :

- *prenons pour terme de base M et la formule 2 comme définition de L, on obtient ainsi un ensemble d'axiomes indépendants, appartenant à la logique modale de base:*

  4. C p Mp *5. C Mp p: à rejeter!*

  7. Mp: à rejeter!

  9. Q Mp MNNp (tiers exclu).

- *ou alors prenons le cas contraire: terme de base L et formule 1 définissant M, on a:*

  3. C Lp p *6. C p Lp: à rejeter!*

  8. NLp: à rejeter!

  10. Q Lp LNNp (tiers exclu).

La logique modale de base constitue le fondement de tout système de logique modale et doit toujours faire partie d'un tel système. Les formules 1 à 8 sont en accord avec nos concepts intuitifs de nécessité et possibilité (d'ailleurs déjà présentés dans l'introduction), sans pour autant représenter à elles seules la totalité des lois modales admises:

exemple : *si une conjonction et est possible (resp. nécessaire), alors chacun de ses facteurs l'est aussi.*

Or cet exemple ne peut se déduire des formules 1 à 8: c'est pourquoi, la logique modale de base est un système incomplet requérant d'autres axiomes supplémentaires. Nous ne les détaillerons pas ici mais nous conseillons au lecteur ***[LUKA72]*** *pour plus d'informations dans ce sens.*

4. Interprétation de la logique modale et contingence :

L'interprétation sémantique que nous avons abordé est celle de la logique modale du 1er ordre. Le langage de la logique modale du

1^{er} ordre est obtenu à partir de celui du calcul des prédicats auquel on a rajouté les deux nouveaux opérateurs L et M. Donc, si A est une formule bien formée **wff**, alors LA et MA sont des **wff** dans ce langage.

La sémantique des connecteurs classiques n'est pas si évidente car leur interprétation renferme la notion de "monde possible". Ainsi, MA est vrai si A est vrai dans quelques mondes possibles, et LA est vrai si A est vrai dans tous les mondes possibles. Pour traiter cette matière de manière formelle, il nous faut introduire la notion de **cadre modal**: ce que nous ne ferons pas dans ce mémoire; pour le lecteur qui désire poursuivre une étude plus détaillée et plus rigoureuse de cet aspect de la logique modale, nous lui renseignons **[TURN84]** à partir de la page 18. Pour notre part, nous nous contenterons de dire que cette notion de cadre modal fait intervenir le concept de mondes possibles ainsi que les axiomes et règles d'inférence valides (vrai pour tous les mondes possibles et pour toute interprétation).

Encore un mot au sujet d'un concept à part de cette logique modale: la notion de contingence: on entend par **contingence** ce qui n'est pas nécessaire et ce dont l'existence hypothétique n'enveloppe rien d'impossible: "Il est contingent que p ssi il n'est pas nécessaire que p et il n'est pas nécessaire que non-p" ou encore "Il est contingent que p ssi il n'est pas nécessaire que p et il n'est pas impossible que p". Par conséquent, une "chose" sera contingente si elle n'est pas nécessaire et pas impossible et vice-versa. La contingence représente donc une possibilité ambivalente en ce sens qu'une chose contingente peut ou ne peut pas se produire.

Ceci termine notre exposé sur la logique modale, exposé pour lequel nous nous sommes restreints à présenter les grandes idées plutôt que développer une théorie approfondie.

§3. LA LOGIQUE TEMPORELLE :

Ce paragraphe s'intitule la logique temporelle mais il ne faut pas s'y tromper: cela ne veut pas pour autant dire qu'il n'y a, de même que pour la logique modale, qu'une seule logique temporelle; souvenons-nous qu'on pourrait tout aussi bien imaginer une logique modale n'ayant exclusivement que les termes modaux de "possibilité" et "nécessité" sans faire intervenir la contingence. D'autre part, la logique modale faisant intervenir cette dernière notion ne perd pas pour cela son caractère modal. De la même façon, la logique temporelle, dont nous allons présenter les grandes lignes ici, ne constitue qu'un exemple de logique temporelle. Cependant, dans tous les exemples de logique temporelle, les grandes idées demeurent. Nous pouvons citer une logique temporelle renfermant les notions de passé, présent et futur, une autre qui spécialise chacune de ces notions (passé lointain, passé proche, présent, futur proche, futur lointain), encore une autre qui ne considère que le moment présent et l'instant suivant, ou encore celle que nous allons développer qui ne considère que ce qui se passera (passait) à tout moment du futur (passé) ainsi que ce qui se passera (passait) à quelques moments du futur (passé), ...

Un exemple de logique temporelle a été implémenté dans deux applications de ce mémoire (cfr chapitre 6 §3 et 4 pgs 83 et 90). Cette logique est sémantiquement temporelle mais elle a été formalisée sous forme de variables floues prenant leurs valeurs dans des ensembles de vérité discrets et totalement ordonnés (ensembles distincts suivant l'application). Le principe de la logique, implémentée dans l'application du M.R.U., est de considérer l'échelle du temps divisée en 5 instants et de pointer sur cette échelle le temps qu'il faut pour parcourir, à une certaine vitesse, une distance donnée. Tandis que le principe de la seconde application (circuit R-C-Tube à néon) est de considérer un instant temporel comme le départ d'un état du système et l'instant suivant comme le commencement de l'état suivant (le temps est ici fortement lié à la relation de causes à effets inter-états), la différence de temps entre ces deux états étant définie sur l'échelle floue du temps (TP, P, M, G, TG).

Ce paragraphe est bien évidemment indispensable à ce mémoire, étant donné que l'objectif de celui-ci est de représenter qualitativement le fonctionnement des systèmes physiques. Or les systèmes physiques étant le plus souvent des systèmes dynamiques évoluant dans le temps, ce n'est vraiment pas gratuitement que nous allons écrire les lignes qui suivront.

Face à la disparité des logiques temporelles, nous allons malgré tout essayer, à travers un exemple de ces dernières, de tirer quelques traits communs et de les présenter comme formant la logique temporelle minimale.

1. Notions de logique temporelle :

En logique temporelle, contrairement à la logique classique qui est uniforme dans le temps, la même proposition peut avoir une valeur de vérité différente selon le temps: c'est ce phénomène particulier sur lequel nous allons nous pencher.

Nous nous restreindrons ici à la logique temporelle des propositions L_T c'est-à-dire que la syntaxe de notre langage L_T est générée à partir d'une part du calcul propositionnel (logique des prédicats du 1er ordre) auquel on rajoute d'autre part les opérateurs temporels F, P, G et H. En d'autres termes, la logique temporelle constitue une extension du calcul propositionnel admettant comme ***wff*** *(formules syntaxiquement correctes), les formules FA, PA, GA et HA quelque soit la proposition A. La sémantique de ces nouveaux opérateurs est:*

- *FA: A sera vrai en quelques moments futurs;*
- *PA: A a été vrai durant quelques instants du passé;*
- *GA: A sera vrai à tout moment du futur;*
- *HA: A fut vrai à tout instant du passé.*

Pour prendre en compte cette variation de valeurs de vérité en fonction du temps, notre modèle de base doit inclure la notion de "points temporels" ainsi qu'une relation de "précédence temporelle".

Définition :

Un ***cadre temporel*** *T est formé de:*

- *un ensemble non vide T de points temporels;*
- *une relation R de "précédence temporelle";*

- une fonction $h: T \times L_T \rightarrow \{1,0\}$, où $\{1,0\}$ modélise la sémantique classique {vrai,faux}.

La fonction h associe à chaque formule atomique ses valeurs de vérité à travers le temps.

Nous obtenons une retraduction de la sémantique des différents opérateurs logiques de L_T; quelles que soient les formules atomiques A, B, on a:

1. h(t,A <u>et</u> B) = 1 <u>ssi</u> h(t,A) = 1 <u>et</u> h(t,B) = 1;
2. h(t,<u>non</u> A) = 1 <u>ssi</u> h(t,A) = 0;
3. h(t,FA) = 1 <u>ssi</u> (<u>il existe</u> t') (R(t,t') <u>et</u> h(t',A) = 1);
4. h(t,PA) = 1 <u>ssi</u> (<u>il existe</u> t') (R(t',t) <u>et</u> h(t',A) = 1).

Les règles 3. et 4. reflètent bien notre intuition à propos de FA et PA, où R(t,t') désigne le fait que l'instant t précède l'instant t'.

La signification de GA et HA implique les définitions suivantes:

GA ⇔ <u>non</u> F <u>non</u> A;

HA ⇔ <u>non</u> P <u>non</u> A.

Ce qui implique, en appliquant les règles de négation de la logique classique et la règle 2. ci-dessus:

5. h(t,GA) = 1 <u>ssi</u> (<u>pour tout</u> t') (R(t,t') ⇒ h(t',A) = 1);
6. h(t,HA) = 1 <u>ssi</u> (<u>pour tout</u> t') (R(t',t) ⇒ h(t',A) = 1).

Nous dirons qu'une proposition est vraie dans un tel cadre si cette dernière prend la valeur 1 en tout point du temps.

Ce contenu de L_T constitue la logique temporelle de base. Les seules variations qu'on peut y apporter, sans tout modifier complètement, sont celles concernant les propriétés de la relation R de précédence temporelle. On obtient donc plusieurs logiques temporelles (du même style) en faisant varier R.

2. Logique temporelle minimale :

La **logique temporelle minimale**, notée K, est obtenue en n'imposant aucune restriction sur la relation R de précédence temporelle. Nous dirons d'une proposition qu'elle est K-valide <u>ssi</u> elle est vraie dans tous les cadres temporels. La logique temporelle minimale est précisément l'ensemble des propositions K-valides et est caractérisée par les axiomes qui suivent ainsi que le modus ponens comme règle d'inférence:

1. A, où A est vrai dans tout cadre temporel;

2. $G(A \Rightarrow B) \Rightarrow (GA \Rightarrow GB)$;
3. $H(A \Rightarrow B) \Rightarrow (HA \Rightarrow HB)$;
4. $A \Rightarrow HFA$: *à tout moment du passé, on aura A durant quelques moments futurs à ce passé;*
5. $A \Rightarrow GPA$: *à tout moment futur, on a eu A à quelques moments du passé de ce futur;*
6. *GA, si A est un axiome;*
7. *HA, si A est un axiome;*

   Un axiome de la logique temporelle minimale est donc invariable dans le temps;
8. *Modus Ponens:*

$$\frac{\begin{array}{c} A \\ A \Rightarrow B \end{array}}{B}$$

3. Autres logiques temporelles :

Tous les autres systèmes de logique temporelle sont le plus souvent des extensions de ce genre de logique temporelle minimale et sont obtenus en imposant des contraintes supplémentaires sur la relation R de précédence temporelle, comme par exemple la transitivité de R.

Pour des informations détaillées concernant ces différentes sortes de logiques temporelles, le lecteur pourra consulter ***[TURN84]****, livre présentant les grandes lignes des logiques temporelles de McDermott, Allen ainsi que Manna & Pnueli (cfr aussi pour ces derniers* ***[BOMO81]****).*

§4. CONCLUSION :

A travers ce dernier chapitre sur les logiques, nous avons tenté de montrer que celles-ci, standards ou non, permettent de formaliser des idées et des raisonnements que nous effectuons couramment sans plus y attacher aucune importance parce que cela nous semble tout naturel de penser de cette façon et pas d'une autre.

Par contre, si nous voulons faire simuler un genre de raisonnement, propre à la race humaine, par une machine, alors nous nous trouvons devant un tout autre problème et à ce moment-là, nous sommes capables de comprendre toute l'utilité de la démarche, appliquée dans ce mémoire, qui est de présenter les outils logiques formels avant de les mettre en pratique sur des problèmes physiques ou autres. La première partie de cette démarche a pour but de mettre en évidence et décomposer notre façon de raisonner à travers des logiques formelles qui seront à la base de la seconde partie qui consistera en une simulation automatique de notre raisonnement par une machine.

Les deux logiques abordées dans ce chapitre, à savoir les logiques modale et temporelle constituent ainsi chacune une formalisation de deux aspects importants de notre pensée. Leur place est donc tout-à-fait justifiée. Ce sont d'ailleurs elles qui terminent ici l'exposé des différentes logiques présentées dans le cadre de ce mémoire.

Dans le prochain chapitre, nous aurons enfin droit à l'application de certaines des notions exposées, à des problèmes divers, physiques et probabilistes. Ceci constituera, après toute cette partie théorique, le seul côté entièrement pratique de tout notre travail.

CHAPITRE 6 : APPLICATIONS :

§1. INTRODUCTION :

Ce chapitre constitue le réel travail personnel de ce mémoire. Il a pour but de mettre en pratique les nombreux articles lus pour clarifier et justifier les idées intuitives de départ sur les différentes petites applications proposées.

Le contenu de cette partie "Applications" est structuré en trois paragraphes hormis, bien entendu, cette introduction et la conclusion qui suivra.

Le premier traite, à travers une application, de la différence entre logique floue et probabilité ainsi que de la possibilité malgré tout de mélanger dans un problème qui s'y prête ces deux notions distinctes.

Le paragraphe suivant présente une première application réellement physique illustrant comment les logiques floue et temporelle peuvent coexister. Ce problème physique constitue une application de départ pour lancer les bases d'une méthode générale de résolution qualitative de systèmes physiques. C'est dans ce problème que nous utilisons pour la première fois le concept d'opérateur flou.

*Enfin, le troisième paragraphe, quant à lui, résout un problème physique plus complexe de deux manières: l'une analytique et l'autre de façon qualitative. Nous tenterons de montrer en quoi la seconde résolution permet de traiter le problème complètement et plus intuitivement et fait ainsi mieux ressortir le comportement physique du système. D'où l'intérêt didactique d'une telle présentation du fonctionnement d'un système physique. Et de ce fait, cette méthode de résolution qualitative pourra prendre une large place dans l'**E**nseignement **A**ssisté par **O**rdinateur; enfin, ce dernier point, nous l'espérons; ceci devrait encore être justifié, preuves à l'appui, pour pouvoir réellement développer à grande échelle, dans le cadre d'apprentissages, de telles méthodes d'enseignement.*

§2. PROBABILITE "MIXUS" LOGIQUE FLOUE : MODELE DES CADEAUX DE FIN D'ANNEE

But poursuivi :

L'application proposée ici nous permet de montrer comment mettre en présence et même "mélanger" les notions fort différentes conceptuellement de probabilités et de degrés d'appartenance de la logique floue.

Enoncé du problème :

Le problème à résoudre est le suivant:
"Un magasin de cadeaux nous demande d'étudier le pourcentage de chances qu'une personne d'âge donné entre dans ce magasin et achète un article de cadeau donné, ceci afin de prévoir la quantité en stock nécessaire par cadeau et aussi pour déterminer le profil de la clientèle du magasin en fonction des cadeaux."

Modélisation du problème :

Après avoir observé le fonctionnement du dit magasin, nous décidons de modéliser les données du problème de la façon suivante:

1°) nous sommes en présence d'un magasin d'articles de cadeaux donc dans un univers, un ensemble de cadeaux répartis, à notre avis (une autre modélisation pourrait certainement être définie d'après une autre idée intuitive de base), en 4 classes non définies de manière abrupte autrement dit en 4 sous-ensembles flous:

* *cadeaux de luxe (25 %);*
* *cadeaux de super-luxe (33 %);*
* *cadeaux de première nécessité (17-19 %);*

* cadeaux utiles (6 %);

la définition de ces sous-ensembles flous s'est plus ou moins inspirée par les taux de TVA en vigueur actuellement; ce sont les chiffres figurant entre parenthèses à côté du nom des classes ci-dessus.

<u>REMARQUE :</u> nous pourrions peut-être appliquer le principe développé ci-dessous, identique à celui du problème initial, pour un ajustement plus honnête de la TVA par produit; malheureusement, l'inconvénient majeur est que cela entraînerait des manipulations comptables beaucoup plus difficiles.

<u>Principe :</u>

Le nouveau taux de TVA pour un produit s'obtiendrait par pondération des taux actuels de TVA par les degrés d'appartenance du produit aux catégories définissant ces différents taux.

exemple:

taux de TVA	**25 %**	**33 %**	**17 %**	**6 %**
catégories	luxe	super-luxe	$1^{ère}$ néc.	utile
boîte à savon (2000frs)	0.6	0.1	0.2	0.1

*Taux de TVA réajusté = 0.6 * 25 % + 0.1 * 33 %*
*+ 0.2 * 17 % + 0.1 * 6 %*
= 22.3 %

2°) ces cadeaux ne sont pas les seules données; en effet, ces derniers sont susceptibles d'être achetés par des personnes. Nous distinguerons 4 classes précises de personnes dont l'âge se situe dans les ensembles de nombres entiers des intervalles:

*] 60, → [;
* [40,60];
* [20,40 [;
*] ← ,20 [.

Ces classes d'âge ont été définies en fonction du concept bien connu de génération d'âge c'est-à-dire espace de temps qui sépare chacun des degrés de filiation. Nous considérons ici ce dernier comme étant égal à 20 ans.

Les données du problème étant modélisées, il nous faut maintenant présenter la table des probabilités liant les données, c'est-à-dire les probabilités d'achat d'un type de cadeau en fonction de l'âge de la personne sachant que cette dernière est entrée dans le magasin; ces probabilités peuvent se calculer de manière statistique à partir d'un échantillon représentatif de la population de personnes entrées dans le magasin; nous supposons avoir obtenu, par notre étude statistique, la table suivante:

âge → cadeau ↓	**âge>60**	**40⩽âge⩽60**	**20⩽âge<40**	**âge<20**
luxe	0.2	0.2	0.3	0.1
super-luxe	0.6	0.5	0.2	0.1
1ère néc.	0.1	0.1	0.2	0.4
utile	0.1	0.2	0.3	0.4

Cette table se lit: "La probabilité qu'une personne âgée de 43 ans achète un cadeau de première nécessité, sachant que cette personne est entrée dans le magasin, est de 0.1". C'est donc une table de probabilités conditionnelles: on peut d'ailleurs facilement le vérifier en observant les valeurs contenues dans cette table.

Afin de pouvoir calculer la probabilité qu'une personne d'âge donné achète un cadeau de classe donnée, tout en ignorant le fait que cette personne soit entrée ou non dans le magasin, il est nécessaire de connaître la probabilité d'entrée dans le magasin d'une personne en fonction de son âge; de nouveau, par une étude statistique, il est possible de déterminer pareille table; nous supposons avoir obtenu:

âge	**âge>60**	**40≤âge≤60**	**20≤âge<40**	**âge<20**
proba entrée	0.35	0.25	0.25	0.15

A présent, il ne nous manque plus qu'une seule chose nécessaire au calcul donnant la solution du problème: c'est la table des degrés d'appartenance des cadeaux, répertoriés dans le magasin, aux différents sous-ensembles flous définissant les classes de ces cadeaux.

A priori, définissons-la nous-mêmes, de manière intuitive, en nous basant essentiellement sur le coût du cadeau ainsi que sa raison première d'être acheté; nous verrons plus tard une méthode systématique de calcul basée également sur des statistiques et qui permettra aussi de lever l'incompatibilité conceptuelle entre probabilité et degré d'appartenance défini à partir de cette méthode; pour le moment, contentons-nous de décrire cette table de degrés d'appartenance:

type de cadeau → article ↓	luxe	super-luxe	1ère néc.	utile
boîte à savon (2000frs)	0.6	0.1	0.2	0.1
aftershave (600frs)	0.5	0.3	0.01	0.19
cafetière (500frs)	0.01	0.01	0.5	0.48
curedents (20frs)	0.01	0.01	0.1	0.88
fourrure (150000frs)	0.18	0.8	0.01	0.01
sous-vêtements (300frs)	0.01	0.01	0.68	0.3
dentifrice (80frs)	0.01	0.01	0.9	0.08
fauteuil (3000frs)	0.6	0.1	0.01	0.29

Cette table se lit de la manière suivante: "Le degré d'appartenance de l'article "aftershave (600frs)" au sous-ensemble flou "super-luxe" est de 0.3".

Résolution du problème :

A partir de la modélisation des données du problème ainsi que des différentes relations entre ces dernières, nous sommes techniquement capables de calculer la solution; voici le principe intuitif de ce calcul:

$$P\,(\text{ personne âgée de } \mathbf{x} \text{ ans entre dans le magasin et achète un cadeau } \mathbf{y}\,)$$

$$= \sum_{\substack{z\,=\,\text{luxe} \\ z\,\in\,(\text{luxe, super-luxe, 1ère néc., utile})}}^{\text{utile}} P\,(\text{ personne âgée de } \mathbf{x} \text{ ans entre dans le magasin et achète un cadeau de type } \mathbf{z}\,) * \mu_z\,(\,y\,)$$

où • $\mathbf{x} \in \mathbb{N}_0$;

• $\mathbf{y} \in$ inventaire des articles de cadeau = { boîte à savon (2000frs), aftershave (600frs), cafetière (500frs), curedents (20frs), fourrure (150000frs), sous-vêtements (300frs), dentifrice (80frs), fauteuil (3000frs) };

• μ_z ($\mathbf{y}$) = degré d'appartenance du cadeau $\mathbf{y}$ au sous-ensemble flou de type de cadeau z.

Or, par définition d'une probabilité conditionnelle, on a:

$$P\,(\text{ personne âgée de } \mathbf{x} \text{ ans entre dans le magasin et achète un cadeau de type } \mathbf{z}\,)$$

$$= P\,(\text{ personne âgée de } \mathbf{x} \text{ ans achète un cadeau de type } \mathbf{z} \mid \text{ cette personne est entrée dans le magasin }) * P\,(\text{ personne âgée de } \mathbf{x} \text{ ans entre dans le magasin })$$

Par conséquent, on obtient:

P (personne âgée de **x** *ans entre dans le magasin et achète un cadeau* **y** *)*

$$= \sum_{\substack{z\, =\, \text{luxe} \\ z\, \in\, (\text{luxe},\\ \text{super-luxe},\\ \text{1ère néc.},\\ \text{utile})}}^{\text{utile}} P\,(\text{ personne âgée de } \mathbf{x} \text{ ans achète un cadeau de type } z \,/\, \text{cette personne est entrée dans le magasin })$$
$$* \; P\,(\text{personne âgée de } \mathbf{x} \text{ ans entre dans le magasin })$$
$$* \; \mu_z \;(\, \mathbf{y} \,)$$

Comme P (personne âgée de **x** *ans entre dans le magasin) est supposée indépendante de la classe z d'articles de cadeau, on a:*

P (personne âgée de **x** *ans entre dans le magasin et achète un cadeau* **y** *)*

= P (personne âgée de **x** *ans entre dans le magasin)*

$$* \sum_{\substack{z\, =\, \text{luxe} \\ z\, \in\, (\text{luxe},\\ \text{super-luxe},\\ \text{1ère néc.},\\ \text{utile})}}^{\text{utile}} P\,(\text{ personne âgée de } \mathbf{x} \text{ ans achète un cadeau de type } z \,/\, \text{cette personne est entrée dans le magasin }) \; * \; \mu_z \;(\, \mathbf{y} \,)$$

Cette dernière formule semble bien répondre à notre intuition; cependant il y a un "hic": nous n'ignorons pas que probabilité et degré d'appartenance à un sous-ensemble flou sont deux concepts totalement différents (cfr chapitre 4 § 5 pg 56); ils sont donc normalement conceptuellement incompatibles dans une expression arithmétique.

Or ici, nous "multiplions ces deux concepts" ensemble; cela semble donc être tout-à-fait arbitraire malgré qu'intuitivement, cela a l'air de correspondre à la réalité.

C'est pourquoi, il faut se pencher dans la littérature pour voir s'il n'y a pas une justification théorique à ce principe intuitif si simple. Ce qu'il nous faudrait, c'est un rapprochement entre le *concept de degré d'appartenance et de probabilité conditionnelle. Or c'est justement l'idée qui a été développée par E. HISDAL, dans son article* ***[HISD82]****, article qui fait référence à celui de B.R. GAINES. Dans son article, HISDAL suggère que les degrés d'appartenance d'un élément à un sous-ensemble flou A peuvent être identifiés avec les probabilités conditionnelles P (A / u) obtenues par une expérience YN (Yes-No) qu'elle décrit également; c'est-à-dire, finalement:*

$$\mu_A (u) = P (A / u).$$

GAINES suggère lui aussi une expérience YN pour calculer les degrés d'appartenance à partir des fréquences de réponses Yes. L'expérience de GAINES diffère de celle de E. HISDAL par le fait qu'il suppose qu'un sujet donné donne toujours la même réponse YN concernant la vérité de l'affirmation qu'un élément donné appartient à une classe bien précise. Les degrés d'appartenance pour GAINES sont choisis comme des moyennes sur une population de sujets.

L'expérience YN de E. HISDAL, quant à elle, consiste à découvrir le degré d'appartenance que ressent un sujet unique devant plusieurs objets expérimentaux qu'on lui présente dans des conditions d'observation différentes et qui sont mesurables de manière exacte par l'expérimentateur pour pouvoir permettre le calcul de ces degrés d'appartenance comme des proportions du nombre de Y (Yes) dans un intervalle fixé sur le nombre total de réponses dans cet intervalle.

Nous pourrions donc maintenant appliquer ces principes à la détermination "rigoureuse" des degrés d'appartenance des articles de cadeau aux différentes classes floues de cadeaux, degrés d'appartenance décrits plus haut. Pour notre part, il nous semble plus facile et plus adapté de déterminer les degrés d'appartenance de notre problème par le principe de GAINES puisque ce dernier ne fait pas appel à une mesure exacte concernant les cadeaux, pour pouvoir les qualifier. On pourrait malgré tout, si on le désire absolument, appliquer la méthode de E. HISDAL en prenant comme mesure de référence exacte le prix réel du cadeau. Mais, nous le répétons, elle nous semble, dans le cas qui nous occupe, moins bien adaptée que celle de GAINES. Finalement, voici pleinement justifiée et de manière théorique la formule de probabilité décrite plus haut ainsi que voici également décrites deux méthodes systématiques de détermination des degrés d'appartenance à un sous-ensemble flou.

Implémentation de la résolution:

La résolution présentée ci-dessus a été implémentée et le programme résultant est contenu dans le fichier CADEAU.LSP . Le listing de ce fichier est présenté dans l'annexe 2 (cfr pg 119). L'exécution de ce programme est assez simple: nous entrons l'âge de la personne et un article de cadeau susceptible d'être vendu dans le magasin et le programme ressort la probabilité qu'a cette personne d'âge donné d'acheter cet article de cadeau. Cette probabilité est évidemment calculée d'après la dernière formule décrite dans la résolution du problème.

§3. LOGIQUE FLOUE **"MIXUS"** LOGIQUE TEMPORELLE : MODELE DU MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORME (**M.R.U.**)

But poursuivi :

Cette application se propose à nous montrer comment traiter ensemble, "mélanger" des concepts relevant à la fois des logiques floue et temporelle. En outre, elle permet également d'introduire une représentation floue du temps et de présenter le concept d'opérateur flou, notions qui nous seront utiles plus tard lors de l'étude qualitative de systèmes physiques plus complexes.

Enoncé du problème :

Le problème se décrit comme suit:
"Déterminer le temps de parcours d'un mobile se déplaçant sans frottements à vitesse constante donnée pour une distance également donnée. On demande de considérer les données ainsi que le résultat comme des variables prenant des valeurs floues."

Modélisation du problème :

Le modèle sous-jacent à ce problème est simple et bien connu: c'est le modèle mathématique du **M**ouvement **R**ectiligne **U**niforme (**M.R.U.**) qui se résume à la formule suivante:

$$e = v * t$$

où
- e = distance parcourue;
- v = vitesse constante;
- t = temps de parcours.

Les données, c'est-à-dire distance et vitesse, quant à elles, sont modélisées comme des variables linguistiques floues prenant leurs valeurs parmi celles de l'ensemble:

{ très petite, petite, moyenne, grande, très grande }.

Le résultat est modélisé lui aussi par une variable linguistique floue prenant ses valeurs parmi celles de l'ensemble:

{ très peu, peu, moyennement beaucoup, beaucoup, énormément }.

Résolution du problème :

L'inconnue à rechercher est le temps de parcours. Il est donc très facile de l'extraire de la formule du ***M.R.U.****:*

$$t = e / v.$$

Le gros problème maintenant est de résoudre cette équation en ne disposant que de valeurs floues pour les données. Et, jusqu'à présent, diviser mathématiquement des valeurs floues entre elles, par exemple la division de "petite" par "grande", et cela de telle sorte que le résultat donne une autre valeur floue existante, n'a pas encore été clairement défini.

C'est pourquoi, comme, pour le moment, la division mathématique reste un opérateur s'appliquant uniquement à des nombres, une première idée de résolution est apparue clairement à notre esprit: il nous suffit de traduire ces valeurs floues par des intervalles de nombres dans les espaces respectifs de distance, de vitesse et de temps, intervalles correspondant à l'idée intuitive que nous possédons au sujet de la valeur floue (on pourrait tout aussi bien prendre une autre direction correspondant à une autre idée intuitive).

Nous obtenons ainsi les correspondances suivantes:

espace des distances (km)	valeur floue
0 ≤ distance ≤ 40	très petite
40 < distance < 60	petite
60 ≤ distance ≤ 140	moyenne
140 < distance < 310	grande
310 ≤ distance ≤ 640 ou distance > 640	très grande

espace des vitesses (km/h)	valeur floue
vitesse < 10 ou 10 ≤ vitesse ≤ 20	très petite
20 < vitesse < 80	petite
80 ≤ vitesse ≤ 100	moyenne
100 < vitesse < 140	grande
140 ≤ vitesse ≤ 360 ou vitesse > 360	très grande

espace du temps (h)	valeur floue
$0 \leqslant$ temps $\leqslant 0.2$	très peu
$0.2 <$ temps < 1	peu
$1 \leqslant$ temps $\leqslant 2$	moyennement beaucoup
$2 <$ temps < 10	beaucoup
temps $\geqslant 10$	énormément

Seulement les tables associées aux distances et vitesses ne sont pas tout car diviser deux intervalles entre eux n'est pas encore réalisable; c'est pourquoi, par intervalle, nous choisissons une valeur de référence, qui sera, en général, le point milieu de cet intervalle, comme valeur numérique pour la division (à nouveau, ceci est arbitraire et nous pourrions nous décider pour une autre valeur qui tienne lieu de référence).

La table de l'espace des temps, elle, servant de traduction en valeur floue du résultat de la division, contrairement aux deux autres, ne sera pas réduite à des valeurs de référence mais restera bien la table des fourchettes de temps, chacune de celles-ci étant associée à une valeur floue.

Le schéma de la résolution est alors le suivant:

entrée des données e et v sous forme floue (1)

↓

traduction des données e et v en leurs valeurs de référence respectives (2)

↓

$$\text{valeur de } t = \frac{\text{valeur de référence de } e}{\text{valeur de référence de } v} \qquad (3)$$

|

↓

traduction du résultat numérique "valeur de t" à l'aide des fourchettes de temps de la table de l'espace du temps → t (4)

|

|

↓

sortie du résultat flou t (5)

La deuxième idée de résolution part de l'observation du schéma ci-dessus: les étapes (2) et (4) de traduction de ce schéma ont été rendues indispensables du fait de la présence de l'opérateur arithmétique de division et que donc, nous ne pouvions diviser avec un tel opérateur des valeurs floues. Par conséquent, pour éviter ces étapes de traduction, l'idée serait de définir un nouvel opérateur de division dont les opérandes seraient des valeurs floues; définissons un tel opérateur et appelons-le l'opérateur flou de division (noté $/_f$). La représentation de cet opérateur est une table à deux entrées dans l'ensemble des valeurs floues, correspondant aux espaces des distances et des vitesses et dont le résultat est le contenu de cette table décrit par les valeurs floues associées à l'espace du temps.

Voici **notre choix de définition** de cette table représentant l'opérateur flou de division $/_f$ d'après l'idée intuitive que nous possédons du résultat de cet opérateur en fonction des valeurs floues en entrée. Par conséquent, une autre définition pour $/_f$ pourrait tout-à-fait être aussi légitime que celle présentée. Quelques commentaires sur les opérateurs flous seront présentés à la fin de l'application suivante (cfr pg 104).

NOTATIONS : nous adopterons dès-à-présent les abréviations suivantes:

TP pour "très petit(e)" ou "très peu";

P pour "petit(e)" ou "peu";

M pour "moyen(ne)" ou "moyennement beaucoup";

G pour "grand(e)" ou "beaucoup";

TG pour "très grand(e)" ou "énormément".

a /ƒ b (b →, a ↓)	TP	P	M	G	TG
TP	M	P	P	TP	TP
P	G	M	P	P	TP
M	G	G	M	P	P
G	TG	G	G	M	P
TG	TG	TG	G	G	M

Le schéma de la résolution devient:

entrée des données e et v sous forme floue *(1')*

↓

t = e /ƒ v *(2')*

↓

sortie du résultat flou t *(3')*

Nous avons bien court-circuité les étapes (2) et (4) de la résolution précédente sans, malgré tout, en changer les résultats.

En résumé, nous sommes passés d'une résolution:

traduction et traitement
données floues → quantitatifs, retraduction → résultat flou
floue

à une résolution travaillant uniquement dans le flou:

données floues → traitement flou → résultat flou.

Implémentation de la résolution :

La résolution présentée ci-dessus a été implémentée par deux programmes contenus dans les fichiers respectifs MRU.LSP et MRUBIS.LSP. Les listings de ces fichiers sont présentés dans l'annexe 2 (cfr pgs 123 et 127).

Ces deux programmes correspondent en fait de manière respective aux deux idées présentées dans la résolution. Les deux algorithmes d'exécution développés sont similaires respectivement aux deux schémas de la résolution.

Il faut cependant noter que les étapes (2) et (4) du premier schéma, correspondant au programme contenu dans le fichier MRU.LSP, étapes de traduction du flou en numérique et vice-versa restent transparentes pour l'utilisateur. Par conséquent, les exécutions des deux programmes, pour l'utilisateur, sont totalement identiques.

§4. LOGIQUE FLOUE "MIXUS" LOGIQUE TEMPORELLE : MODELE DU CIRCUIT R-C-TUBE A NEON

But poursuivi :

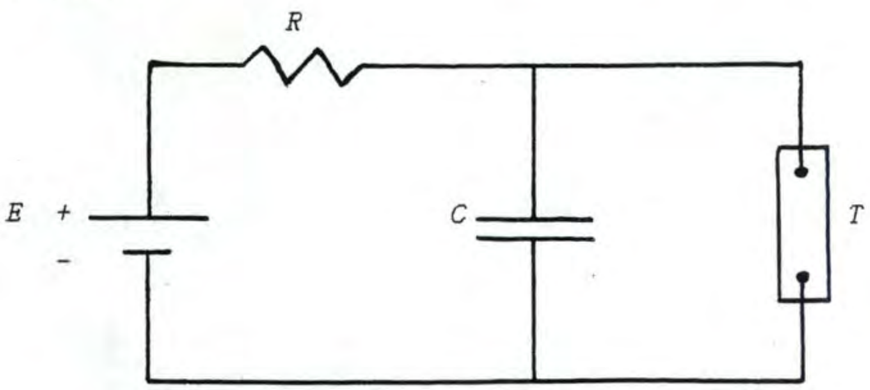
L'application que nous allons traiter ici est largement plus complexe que celles étudiées jusqu'à présent. A nouveau, elle nous confirme les possibilités déjà découvertes de "mélanger" des notions relatives aux logiques floue et temporelle, ainsi qu'elle nous permet de définir et d'utiliser d'autres opérateurs flous.

D'autre part, ce qu'elle nous apporte en plus, c'est un renforcement du bon déroulement de la méthode générale de modélisation qualitative de systèmes physiques (enfin nous l'espérons générale), présentée dans le chapitre relatif à la Physique Qualitative (cfr chapitre 1 pg 4).

Enoncé du problème :

Le problème que nous avons l'intention d'étudier se présente de la façon suivante:

"Nous sommes en présence d'un circuit électrique R-C-Tube à néon du type suivant:



possédant les caractéristiques décrites ci-dessous:

- E est le potentiel du générateur de **courant continu** du circuit;

- *R est la résistance présente dans le circuit;*
- *C est la capacité présente dans le circuit;*
- *T est le tube à néon du circuit possédant deux seuils:*
    - *seuil de ionisation du néon dans le tube: Si;*
    - *seuil de potentiel insuffisant pour la ionisation: Spi.*

Ces caractéristiques sont supposées connues; les paramètres E, R, C, Si et Spi possèdent donc tous une valeur bien précise. Il nous est demandé d'étudier, d'une manière qualitative, la période et la fréquence de clignotement du tube à néon T, présent dans ce circuit, en fonction des paramètres décrits ci-dessus."

Modélisation du problème :

Nous allons réaliser la modélisation du problème de deux manières distinctes pour clarifier le concept de simulation qualitative versus simulation numérique:

- *une modélisation quantitative faisant intervenir les formules analytiques traduisant les lois régissant les circuits électriques;*
- *une modélisation qualitative inspirée par la méthode utilisée par J.DE KLEER et J.S.BROWN dans leur article sur la Physique Qualitative* ***[KLBR84]*** *et explicitée plus en détail dans le chapitre 1 (cfr pg 4) de ce mémoire.*

Modélisation quantitative :

Cette modélisation numérique se base sur les lois des courants et tensions ainsi que sur les lois de fonctionnement des condensateurs dans les circuits résistifs.

Cette modélisation nécessite, pour le problème qui nous occupe, les hypothèses suivantes:

- *le générateur de courant continu possède toujours un potentiel E > 0;*
- *le générateur possède une résistance interne négligeable;*
- *les processus de charge et décharge du condensateur sont supposés indépendants;*

- la résistance du tube à néon T prend deux "valeurs": conduction et non-conduction.

Cette dernière hypothèse traduit bien le fait que la résistance r du tube à néon T varie, d'une façon très abrupte à certains moments, avec le potentiel aux bornes du condensateur.

A l'aide des définitions classiques ainsi que des lois de fonctionnement habituelles des circuits électriques, il nous est possible de réaliser une étude analytique quantitative sur le comportement de notre circuit R-C-Tube à néon. Cette étude ainsi que les commentaires qui y sont relatifs seront détaillés dans la section suivante intituée: "Résolution du problème".

Modélisation qualitative :

Cette modélisation qualitative, contrairement à l'application concernant le modèle du **M.R.U.** n'est plus une simple traduction de la modélisation mathématique en un modèle flou décrivant le comportement du système. Cela est dû à la complexité beaucoup plus nette du système à étudier, autant du point de vue quantitatif que qualitatif. Les hypothèses de cette modélisation qualitative sont identiques à celles de la modélisation mathématique.

La méthodologie développée ici, rappelons-le, s'inspire largement de celle employée par J.DE KLEER et J.S.BROWN dans leur article intitulé: " A Qualitative Physics based on Confluences" **[KLBR84]**, tout en faisant intervenir en plus le concept de "flou", ce que ces deux auteurs ne font pas.

Cette méthodologie se base sur les grands principes énoncés dans le chapitre sur la Physique Qualitative (cfr chapitre 1 § 3 pg 13) et que nous rappelons en les adaptant à la situation présente:

1. "découper" le système physique en un ensemble d'états qualitatifs résumant les phases de son comportement global;
2. pour chacun de ces états qualitatifs découverts au point 1., décrire un modèle mathématique le plus simple possible, représentant notre raisonnement qualitatif, et traduisible qualitativement à l'aide de variables et d'opérateurs flous définis à partir de ce dernier; ce modèle mathématique simple étant nécessaire pour expliquer le comportement intérieur à chacun des états;

3. *discerner les conditions de changement d'état qualitatif c'est-à-dire présenter le comportement inter-état du système physique;*
4. *mémoriser toutes les données pertinentes calculées lors du cheminement inter-état du système physique et qui seront nécessaires aux calculs du ou des résultats demandés;*
5. *calculer le ou les résultats demandés à l'aide des données collectées à l'étape 4. .*

*Comme dans l'application concernant le modèle du **M.R.U.** (cfr § 3 pg 83), les données et les résultats sont modélisés par des variables linguistiques floues prenant leurs valeurs parmi celles de l'ensemble:*

*{ TP, P, **M**, G, TG };*

*ces valeurs sont représentées en fait par des abréviations dont la signification a été décrite dans la résolution du problème concernant l'application à propos du modèle du **M.R.U.** (cfr § 3 pg 87).*

Résolution du problème :

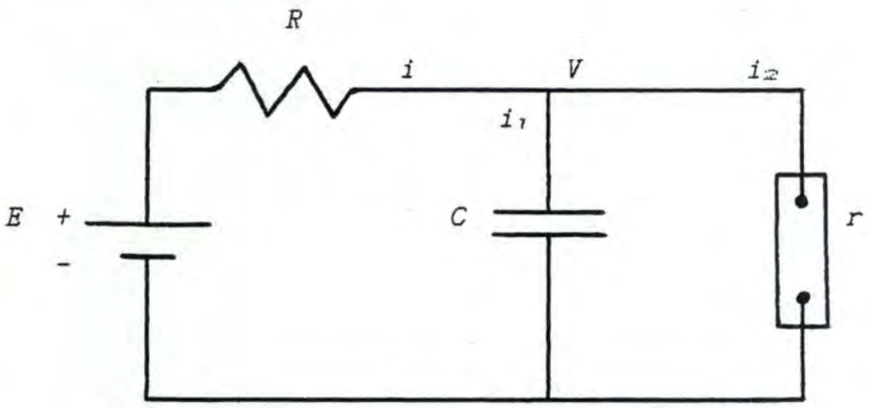
Tout comme la modélisation du problème, sa résolution sera également séparée en deux parties différentes:

- *une résolution purement quantitative basée sur la modélisation quantitative correspondante;*
- *une résolution qualitative reposant sur la méthodologie décrite lors de la modélisation qualitative associée.*

Il est à remarquer que la résolution mathématique donne déjà des indications non dépourvues d'intérêt quant à la résolution qualitative (découpe en phases par exemple). Par conséquent, certaines étapes de la résolution qualitative reposeront en partie sur des idées déjà émises lors de la résolution analytique. Donc, il ne faut pas voir ces deux sortes de résolution totalement séparées, comme pourrait le faire suggérer la présentation en paragraphes distincts dans ce mémoire.

Résolution quantitative :

Pour débuter cette résolution, nous présentons à nouveau le circuit électrique R-C-Tube à néon complété par les éléments nécessaires aux calculs:



Pour calculer la période ainsi que la fréquence de clignotement du tube à néon, il nous faut étudier la loi du potentiel V aux bornes du condensateur; en effet, pour que s'allume le tube à néon, le seuil Si de ionisation du gaz néon doit être atteint par le potentiel V aux bornes du condensateur qui est alors dans sa phase de charge; lorsqu'ensuite, le condensateur se décharge brusquement en maintenant allumé le tube à néon (car les électrons, malgré la fin de la décharge, prennent du temps à descendre de leurs étages d'énergie emmagasinée), son potentiel baisse rapidement jusqu'à atteindre le seuil de potentiel insuffisant Spi; à ce moment, malgré que le tube reste encore quelques instants allumé grâce à l'énergie accumulée par les électrons, la phase de décharge du condensateur est terminée, et la phase de recharge à l'aide du générateur est alors entamée à partir du seuil Spi jusqu'à atteindre Si où il y a à nouveau allumage du tube à néon et décharge brusque du condensateur ... et ainsi de suite.

Ce bref raisonnement, déjà purement qualitatif, concernant le fonctionnement de ce circuit nous montre que le phénomène est pseudo-périodique (car le tout premier laps de temps avant le clignotement est plus long que pour les autres périodes puisqu'au départ de la charge initiale V=0, pour les autres V=Spi); il y a donc un sens à parler de période et de fréquence de clignotement.

La période de clignotement est en fait définie comme la mesure de l'intervalle de temps séparant deux instants où le tube à néon s'allume. La fréquence de clignotement est, bien entendu, l'inverse de la période de clignotement.

Etudions à présent la variable déclenchant le phénomène et qui n'est autre que le potentiel V; cette étude sera réalisée à travers les différentes phases de comportement du système.

Potentiel V lors de la charge initiale du condensateur :

Par les lois de KIRCHHOFF, on a:

$$E = V + i\,R + i_2\,r$$

$$i = i_1 + i_2$$

Or, pendant la charge, le potentiel de ionisation du gaz dans le tube à néon n'est pas atteint:

$$\Rightarrow \quad i_2 = 0 \qquad \Rightarrow \quad i = i_1$$

$$\Rightarrow \quad E = V + i\,R$$

Par définition du courant, on obtient:

$$i_1 = \frac{dQ}{dt} = \frac{E - V}{R} = i$$

Or $V = \frac{Q}{C}$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{E - \frac{Q}{C}}{R}$$

c'est-à-dire : $\dot{Q} = \frac{E}{R} - \frac{Q}{R\,C}$

ou encore : $\dot{Q} + \frac{Q}{R\,C} = \frac{E}{R}$

De là, en divisant par C, tirons l'équation différentielle régissant la loi du potentiel de charge:

$$\dot{V} + \frac{1}{R\,C}\,V = \frac{E}{R\,C} \qquad (1)$$

Nous obtenons ainsi une équation différentielle du 1^{er} ordre linéaire à coefficients constants; résolvons-la en utilisant la méthode habituelle:

1. résolution de l'équation homogène associée pour trouver la solution homogène:

$$\dot{V} + \frac{1}{R\,C}\,V = 0$$

La solution est: $V_{hom}(t) = k\,e^{-\frac{1}{R\,C}\,t}$

2. résolution de l'équation complète par la méthode de variation des constantes pour trouver une solution particulière:

Posons $V_{part}(t) = \mathbf{k}(t)\, e^{-\frac{1}{RC}t}$:solution particulière où $\mathbf{k}(t)$ est recherché;

Injectons-la dans (1):

$$\dot{\mathbf{k}}(t)\, e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{(-1)}{RC}\,\mathbf{k}(t)\, e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{1}{RC}\,V = \frac{E}{RC}$$

Il reste: $\dot{\mathbf{k}}(t)\, e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{RC}$

c'est-à-dire: $\dot{\mathbf{k}}(t) = \frac{E}{RC}\, e^{\frac{t}{RC}}$

En intégrant, on a: $\mathbf{k}(t) = E\, e^{\frac{t}{RC}}$

Ce qui donne: $V_{part}(t) = E$

3. la solution générale de l'équation (1) est:

$$V(t) = V_{hom}(t) + V_{part}(t)$$

c'est-à-dire:

$$V(t) = k\, e^{-\frac{t}{RC}} + E \qquad (2)$$

4. la solution du potentiel de la charge initiale s'obtient en déduisant la constante k de (2) à l'aide de la condition initiale:

$$V(0) = 0$$

$$\Rightarrow \quad k = -E$$

$$\Rightarrow V_{ch.init.}(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \qquad (3)$$

<u>Potentiel V lors de la charge non initiale :</u>

La solution générale du potentiel est tout-à-fait identique à celui de la charge initiale donné par l'identité (2); le potentiel ne diffère en fait ici que par la condition initiale et donc par la valeur trouvée pour la constante k:

$$V(0) = Spi$$

$$\Rightarrow \quad k = Spi - E$$

$$\Rightarrow \quad V_{ch.n.init.}(t) = (Spi - E)\, e^{-\frac{t}{RC}} + E$$

c'est-à-dire:

$$V_{ch.n.init.}(t) = Spi \; e^{-\frac{t}{RC}} + V_{ch.init.}(t) \qquad (4)$$

La résolution quantitative est coincée ici car la décharge est difficilement modélisable à l'aide d'équations différentielles puisque la résistance du tube à néon, quand celui-ci est ionisé, passe d'une valeur infinie à une valeur quasi nulle: ce qui a pour conséquence que la décharge est immédiate. Vu cette réaction tranchante de la résistance r, le comportement du système n'est pas traduisible qualitativement dans son entièreté.

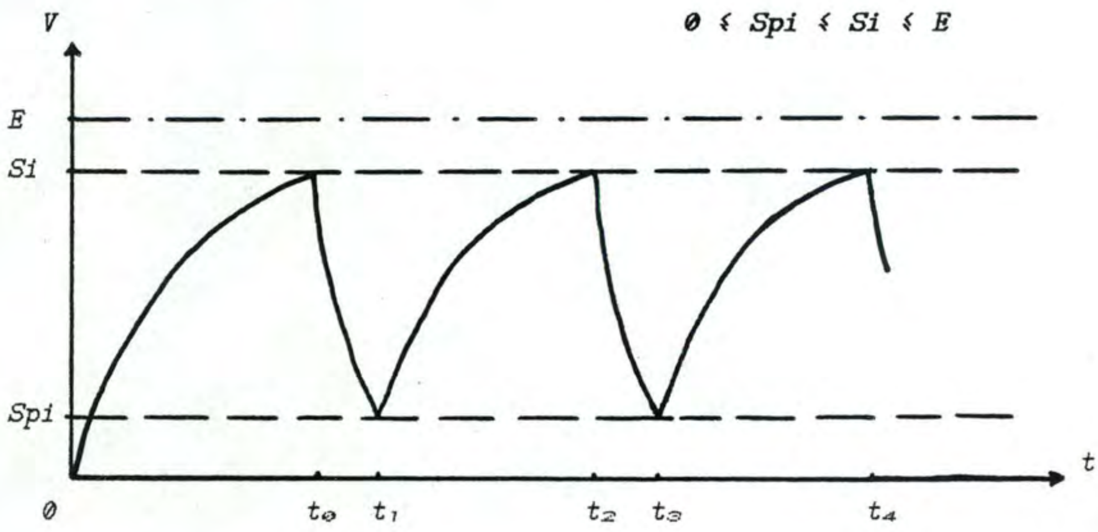
La décharge se produisant rapidement, on explique la persistance de l'allumage du néon par la nature même de l'origine de la lumière dégagée. En effet, quand le potentiel entre les électrodes du tube néon augmente, des ions de gaz et des électrons libres sont mis en mouvement. Avec l'augmentation progressive de ce potentiel, il arrive un moment où l'énergie des électrons est suffisante pour produire en moyenne au moins un nouvel électron (et ion) après chaque choc avec une molécule de néon. A ce moment, il s'établit une réaction en chaîne. Des électrons qui reçoivent une énergie insuffisante pour se libérer, se trouvent alors, excités, à un niveau d'énergie élevé. Le retour de ces électrons au niveau d'énergie stable se produit avec une émission d'énergie (après un temps de vie moyenne) qui, dans le cas du gaz néon, est dans le spectre de la lumière visible.

Ce genre de phénomène est tout-à-fait impossible à modéliser analytiquement d'une manière simple puisque l'explication de celui-ci relève de concepts de physique des radiations ainsi que de mécanique quantique. Tel n'est pas notre but ici d'exposer de telles théories !

D'où un modèle qualitatif semble plus adapté étant donné que celui-ci pourra réussir, à partir de l'observation et de la connaissance du fonctionnement du système, à expliciter ce dernier, là où le modèle quantitatif a échoué.

Calcul des période et fréquence de clignotement :

Nous avons obtenu, à travers les égalités (3) et (4), les lois suivies par le potentiel V aux bornes du condensateur et ce pour uniquement les phases de charge de ce dernier; nous pouvons déduire, de ces égalités ainsi que du raisonnement ci-dessus, que le potentiel possède, au cours du temps, l'allure graphique suivante:



La période de clignotement est égale à: $PER = t_4 - t_2 = t_2 - t_0$;

$$PER = t_4 - t_2 = t_4 - t_3 + t_3 - t_2$$

c'est-à-dire:

PER = temps de décharge t_d jusqu'au seuil Spi

+

temps de charge non initiale t_{cni} jusqu'au seuil Si

calcul du temps de décharge t_d jusqu'au seuil Spi:

D'après le raisonnement ci-dessus, la décharge est quasi instantannée puisque la résistance r est très petite quand elle conduit; d'où le temps de décharge en lui-même est négligeable: t_d est donc proche de 0.

calcul du temps de charge non initiale t_{cni} jusqu'au seuil Si:

$V_{ch.n.init.}(t_3) = Spi$

$V_{ch.n.init.}(t_4) = Si$ et $t_{cni} = t_4 - t_3$

$V_{ch.n.init.}(t_3) = Spi \Rightarrow t_3 = 0$ est pris comme temps de départ de la charge;

$V_{ch.n.init.}(t_4) = Si \Rightarrow t_4 = ?$

$$V_{ch.n.init.}(t_4) = (Spi - E)\, e^{-\frac{t_4}{RC}} + E = Si$$

$$\Rightarrow \quad e^{-\frac{t_4}{RC}} = \frac{Si - E}{Spi - E}$$

$$\Rightarrow \quad t_{cni} = t_4 = - RC \ln \left(\frac{Si - E}{Spi - E} \right) \qquad (5)$$

Par conséquent, nous avons obtenu la période de clignotement suivante:

$$PER = t_d + t_{cni} \qquad (6)$$

De (6) et de la relation période-fréquence, on déduit la fréquence de clignotement ϕ:

$$\phi = \frac{1}{PER} = \frac{1}{t_d + t_{cni}} \qquad (7)$$

Vu les raisons déjà exposées plus haut, il nous semble préférable d'élaborer une étude qualitative permettant de décrire complètement et plus simplement le comportement du système d'une manière telle que ce dernier soit aisément compréhensible par le commun des mortels. (Remarque: le concepteur d'une telle étude, quant à lui, doit déjà avoir au départ une bonne idée intuitive du comportement du système).

Cependant, la critique concernant la démarche quantitative n'exclut pas entièrement tout côté pratique de certaines parties de cette dernière. En effet, les calculs analytiques développés ci-dessus peuvent déjà d'une part renforcer la découpe intuitive en états qualitatifs du système et d'autre part nous suggérer la nécessité d'avoir par la suite à définir certains opérateurs flous.

Résolution qualitative :

Le raisonnement de départ sous-jacent à cette démarche de résolution est strictement identique à celui de l'étude analytique puisque celui-ci avait déjà été, dans cette partie mathématique, caractérisé de qualitatif. Le schéma du circuit et les notations concernant ses composants sont aussi strictement les mêmes. La seule différence vis-à-vis de la démarche antérieure est l'utilisation de la méthodologie de résolution présentée dans la modélisation qualitative du problème.

A présent, appliquons point par point cette méthodologie de résolution:

1. Découpe en états qualitatifs :

REMARQUE: Pour des raisons de cohérence en regard avec le comportement du système, nous admettrons la valeur nulle 0 comme étant une valeur possible que prendront certaines variables floues: on obtient donc l'ensemble ordonné de valeurs suivant: $0 < TP < P < M < G < TG$. Cependant, cette valeur nulle n'interviendra en rien dans les opérateurs flous.

Voici les états qualitatifs du système:

état 0: toutes les variables du circuit sont définies et le circuit est ouvert: rien ne se passe; le potentiel V est nul ainsi que les courants;

état 1: le circuit est fermé: état ponctuel où le courant apparaît dans la résistance R et donc son intensité i augmente brusquement, i_2 est nul car le seuil de ionisation Si n'est pas atteint; c'est pourquoi le courant i_1 vers le condensateur C vaut i; comme c'est un état ponctuel, sa durée est très courte: nous la modéliserons par une variable temporelle floue prenant la valeur TP;

état 2: cet état correspond à la phase de charge du condensateur dans le système; les courants i dans la résistance et i_1 vers le condensateur diminuent: le potentiel V continue à augmenter puisque le condensateur se charge tandis que i_2 reste nul puisque le seuil de ionisation Si n'est pas encore atteint; la durée de cet état est le temps nécessaire pour que le potentiel V atteigne le seuil Si;

état 3: état ponctuel où le seuil Si est atteint par le potentiel V; apparition d'un courant i_2 dans le tube à néon; sa durée est donc TP;

état 4: cet état correspond à la phase de décharge du condensateur et d'allumage du néon dans le système; le potentiel V décroît brusquement tout en vérifiant: $Spi < V < Si$ et l'intensité du courant i_2 à travers le tube à néon décroît également; la durée de cet état est le temps nécessaire pour que le potentiel V atteigne le seuil Spi; remarquons que le tube à néon reste allumé encore quelques instants après la décharge;

état 5: état ponctuel où le seuil Spi est atteint par le potentiel V; disparition du courant i_2 dans le tube à néon; sa durée est par conséquent TP;

état 6: arrêt de l'étude avec résultat;

état 7: arrêt complet (résultat ou pas).

2. Modèle mathématique simple pour chaque état :

état 0: circuit ouvert: $V = 0$; $i = i_1 = i_2 = 0$;

état 1: circuit fermé: $i = i_1 = \frac{E}{R}$; $i_2 = 0$;

$$V = E\left(1 - e^{-\frac{TP}{RC}}\right);$$

durée état 1 = TP;

état 2: charge du condensateur:

$$i = \frac{E - V}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}} = i_1;$$

$$V = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right);\quad i_2 = 0;$$

durée état 2 telle que $V \uparrow Si$;

état 3: $V = Si$: durée état 3 = TP;

état 4: décharge du condensateur: $V = Si\; e^{-\frac{t}{RC}}$;

car $R + r$ vaut approximativement R;

durée état 4 telle que $V \downarrow Spi$;

état 5: $V = Spi$: $i_2 = 0$; durée état 5 = TP;

état 6: STOP étude et PER = durée état 2 + durée état 4;

$f = 1 / PER$;

état 7: arrêt total.

Remarque: Les états 4 et 5 ont été modélisés d'une manière telle que les résultats de la simulation correspondent au phénomène réellement observé, bien que ceux-ci ne correspondent pas à l'explication de ce qui se passe à l'intérieur des éléments en présence; puisqu'ici, par la définition des états 4 et 5, on confond décharge et allumage.

Ces modèles mathématiques simples contenus dans les différents états renferment des opérateurs mathématiques qu'il est impossible d'appliquer directement ici sur des opérandes à valeurs floues; c'est pourquoi, il nous faut traduire ces opérateurs mathématiques en leurs homologues flous en fonction des paramètres prenant leurs valeurs dans l'ensemble ordonné: { TP, P, M, G, TG }. Ce seront ces opérateurs flous qui contiendront le raisonnement qualitatif sur le fonctionnement du système.

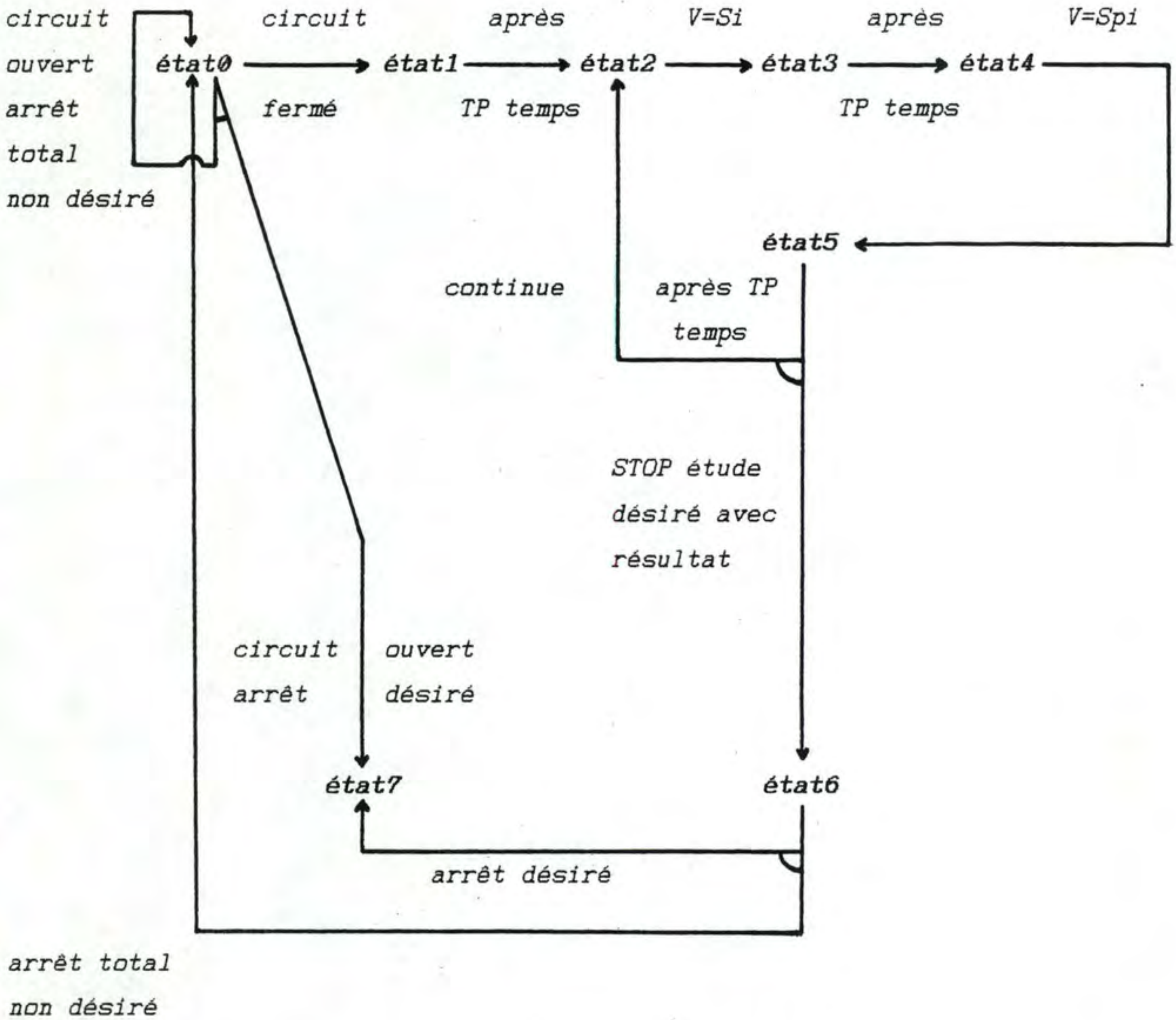
En examinant les lois contenues dans les différents modèles, nous constatons le besoin de définir les opérateurs flous suivants:

- division floue **/ƒ** correspondant à la division de deux nombres strictement positifs;
- multiplication spéciale floue ***'ƒ** correspondant à la multiplication d'un nombre strictement compris entre 0 et 1 par un nombre strictement positif;
- opérateur flou **1- ƒ** correspondant à 1-x où x est un nombre strictement compris entre 0 et 1;
- opérateur flou **1/ƒ** correspondant à 1/x où x est un nombre strictement positif;
- opérateur flou **exp+ ƒ** correspondant à exp(+x) où x est un nombre strictement positif;
- multiplication floue ***ƒ** correspondant à la multiplication de deux nombres strictement positifs;
- addition floue **+ƒ** correspondant à l'addition de deux nombres strictement positifs;
- soustraction floue **- ƒ** correspondant à la soustraction de deux nombres x-y strictement positifs et x > y.

Les tables définissant ces opérateurs se trouvent dans l'annexe 1 (cfr pg 111). Comme on ne cessera jamais assez de le dire, ces tables, étant le produit de notre intuition sur les différents opérateurs, ne sont en aucun cas la définition générale et unique de ces opérateurs flous. On aurait certainement pu construire d'autres tables tout aussi légitimes au point de vue intuitif. Nous présenterons encore d'autres commentaires sur ces opérateurs flous à la fin de cette résolution qualitative.

3. Conditions de changement d'état :

Nous détaillerons ce point à travers un graphe orienté où les noeuds sont les états et les arcs les conditions:



4. Mémorisation des données pertinentes :

Nous avons pour but de calculer la période de clignotement du tube à néon qui est égale, comme nous l'avons vu, à la somme des temps de charge et décharge du condensateur c'est-à-dire ici à la somme des durées des états 2 et 4. Par conséquent, nous mémoriserons à travers le cheminement inter-état la durée de l'état 2 notée t_c et la durée de l'état 4 notée t_d.

5. Calcul des résultats demandés :

Les résultats sont à présent très faciles à calculer:

- la période de clignotement du tube à néon $PER = t_c +_f t_d$;
- la fréquence de clignotement du tube à néon est l'inverse flou de la période: $\phi = 1/_f PER$.

COMMENTAIRES :

Nous avons ainsi obtenu les résultats recherchés par une méthode finalement assez simple à appliquer et ne nécessitant aucun développement mathématique compliqué.

Concernant la modélisation du temps, elle est à nouveau assez simple; le temps est en effet représenté, comme dans l'application se rapportant au Mouvement Rectiligne Uniforme, par une variable floue prenant ses valeurs dans le même ensemble { TP, P, M, G, TG }. A chaque état non ponctuel, cette variable évoluera dans cet ensemble ordonné de valeurs jusqu'à atteinte des conditions de changement d'état. Par conséquent, nous aurons une variable floue temps par état.

A propos des opérateurs flous, nous aimerions que certains parmi ces derniers possèdent les mêmes propriétés agréables de groupe, groupe commutatif que leurs homologues mathématiques définis dans $\mathbb{R}$ (par exemple). Mais ces opérateurs flous définis sur l'ensemble ordonné de valeurs { TP, P, M, G, TG } permettent à priori difficilement de vérifier ces propriétés pratiques tout en gardant sémantiquement leur côté intuitif; c'est pourquoi, nous avons dû définir plusieurs sortes de multiplications, division (qui, dans $\mathbb{R}_0$, peuvent se définir à partir de la seule multiplication) floues pour pouvoir conserver un sens intuitif aux résultats fournis par ces opérateurs dans { TP, P, M, G, TG }. Il est raisonnable de penser que si le nombre de niveaux de valeurs des variables floues tendaient vers l'infini, les opérateurs flous et mathématiques seraient entièrement confondus ainsi que leurs propriétés; on pourrait être tenté de faire un parallélisme entre les opérateurs flous définis sur un ensemble discret de valeurs { TP, P, M, G, TG } et les opérateurs mathématiques en précision finie:

exemple: la multiplication floue $*_f$ telle que définie dans l'annexe 1 (cfr pg 112) n'est pas associative c'est-à-dire qu'il existe

$x, y, z \in \{ TP, P, M, G, TG \}$ t.q. $(x *f y) *f z \neq x *f (y *f z)$; avec $x = TP$, $y = TG$, $z = M$, on a: $(x *f y) *f z = M \neq P = x *f (y *f z)$.

De même, pour les opérateurs +, - en précision finie, on a qu'il existe a, b, c t.q. $(a + b) - c \neq a + (b - c)$; soit une machine qui n'a que quatre chiffres: 0, 1, 2, 3: prenons $a = 3$, $b = c = 1 \Rightarrow$ le 1er membre provoque un overflow tandis que le 2ème membre égale 3. Alors qu'à nouveau, pour continuer le parallélisme, en précision absolue, on a l'associativité.

Un beau problème à traiter serait donc de voir comment redéfinir ces opérateurs flous de telle sorte qu'ils possèdent le plus possible de propriétés riches des groupes, groupes commutatifs tout en gardant à travers leurs résultats le sens intuitif qu'ils possèdent. Ce problème n'est pas traité dans le cadre de ce mémoire.

*En outre, des problèmes de discontinuité dus à la discrétisation qualitative de l'espace des valeurs sont clairement mis en évidence pour des opérateurs tels que **1/f**, **exp+ f** mentionnés plus haut. En effet, ces opérateurs flous correspondent en fait quantitativement à des fonctions continues sur un certain espace de réels: ce qui rend encore plus difficile une qualification du domaine d'un tel opérateur par un ensemble discret ordonné de 5 valeurs { TP, P, M, G, TG } tout en ayant le plus possible des propriétés intrinsèques de cet opérateur et tout en gardant son sens; de nouveau, si le nombre de niveaux de valeurs du domaine de l'opérateur tend vers l'infini, l'opérateur flou redevient la fonction continue classique. Un exemple de problème de discontinuité sera détaillé par la suite à travers l'implémentation de cette application.*

En conclusion, la définition des opérateurs flous qu'ils soient binaires ou unaires (fonctions floues) est plus que délicate et nécessite le plus grand soin et la plus grande attention ainsi qu'une part importante du temps consacré à la résolution qualitative, si nous voulons garder une certaine cohérence intuitive des résultats fournis par rapport au comportement réel du système.

Implémentation de la résolution :

L'implémentation a été réalisée par un programme contenu dans le fichier CIRCUIT.LSP. Le listing de ce fichier est présenté dans l'annexe 2 (cfr pg 131).

L'exécution du programme se déroule de la façon suivante: l'utilisateur, après quelques écrans explicatifs, est prié de rentrer des valeurs floues parmi { TP, P, M, G, TG } pour les différentes variables, paramètres du problème que sont: E le potentiel du générateur de courant continu du circuit, R la résistance présente dans le circuit, C la capacité du condensateur présent dans le circuit, Si le seuil de ionisation du néon dans le tube et Spi le seuil de potentiel insuffisant pour la ionisation. Ensuite, un écran présentant l'état 0 est déroulé devant l'utilisateur et il lui est demandé s'il désire oui ou non fermer le circuit; s'il répond "non" (état 6), il lui est donné la possibilité de sortir de l'exécution du programme (oui → état 7; non → retour introduction données; état 0 ...); si par contre, c'est "oui", alors l'écran suivant détaille l'état 1 du système et ainsi de suite écran par écran, les différents états 2, 3, 4 et 5 sont décrits, les états 2 et 4 nécessitant parfois plusieurs écrans successifs. Arrivé à l'état 5, l'utilisateur a le choix de passer à l'état 6 (STOP étude et sortie résultats) ou de recommencer un cycle charge/décharge en retournant à l'état 2. Si la première possibilité a été retenue, un nouveau choix, après la description des résultats, est soumis à l'utilisateur:

- *soit arrêt total désiré → état 7;*
- *soit réexécution pour d'autres données → état 0;*

pour passer d'un écran à l'autre, l'utilisateur pousse sur <SPACEBAR>.

Lors d'exécutions sur une première version du programme, des problèmes de discontinuité pour les valeurs du potentiel V lors d'un changement d'état furent rencontrés. Un exemple, dans la phase de charge (état 2), le potentiel V croît avec le temps jusqu'à atteindre la valeur floue G pour un temps TG; or l'utilisateur a introduit la valeur TG pour Si; par conséquent, cette valeur pour Si n'est pas atteinte et le processus explicatif resterait bloqué là: ce qui est tout-à-fait inexact face au comportement réel du système. Ce phénomène de discontinuité est explicable par la formalisation utilisée pour les *calculs et le choix des différentes tables pour les opérateurs flous: la discrétisation de l'échelle des valeurs fait ressortir tôt ou tard des discontinuités dans un processus normalement continu. D'où, nous faisons naturellement l'hypothèse de continuité inter-état (à l'intérieur des états de charge ou décharge, il peut encore y avoir des sauts au-dessus d'une valeur floue) et pour notre exemple cela signifie qu'après un temps TG (TG étant la valeur maximale dans { TP, P, M, G, TG }), quelque soit le résultat du calcul à ce moment, comme le potentiel V croît strictement, la valeur du seuil Si est atteinte et on peut ainsi changer d'état et continuer le processus. Cette hypothèse de continuité inter-état a été implémentée dans la version définitive du programme.*

Une remarque supplémentaire relative à ce programme est que ce dernier est fort séquentiel et régulier, à savoir qu'il n'y a peu de moyens d'intervention dans le processus, pas de possibilités dynamiques de changement des données en cours d'exécution: cela est dû en grande partie à la simplicité du problème traité. De plus, un renforcement de ce point de vue est que le chemin inter-état est quasiment tracé une fois pour toute: il n'y a donc aucun besoin d'expertise (ni de réaction de la part de l'utilisateur) pour passer d'un état à un autre. Le problème étant fort simple, on en connaît trop aisément le comportement global (inter-état) à l'avance malgré qu'on puisse introduire d'autres données d'une exécution à l'autre.

Il reste encore à souligner que, si le modèle qualitatif étudié représente les mêmes phénomènes décrits dans le modèle quantitatif, il serait possible de compléter le modèle qualitatif et d'y inclure les phénomènes quantiques mentionnés précédemment (cet aspect n'a pas été réalisé).

§5. CONCLUSION :

Tout au long de ce chapitre, nous avons pu montré la puissance d'outils logiques non standards dans la résolution de problèmes divers: probabilistes et purement physiques.

Ces outils, dans les deux applications physiques, permettent de mieux faire ressortir le caractère intuitif du comportement d'un système. Ces applications, surtout la dernière (étude du circuit R-C-Tube à néon), nous ont donné la possibilité de tester, par la même occasion, la méthodologie générale de résolution qualitative de problèmes physiques que nous avions proposée dans le chapitre 1 (cfr § 3 pg 13).

*Le traitement, l'implémentation de la résolution des divers problèmes ainsi que surtout l'exécution sur micro-ordinateur (OLIVETTI M24) des programmes qui en résultent (cfr listings en annexe 2 pg 118) nous ont fait apparaître clairement l'évolution qualitative du comportement des systèmes et cela présenté dans un langage de valeurs simple et facilement compréhensible par tout en chacun (car suffisamment proche du langage et raisonnement humains). Cela renforce ce que nous avions précisé dans l'introduction à savoir l'aide qu'une telle méthode peut apporter à l'**E**nseignement **A**ssisté par **O**rdinateur. En effet, les applications présentées dans ce chapitre sont tout-à-fait adaptées en tant que supports à un apprentissage en profondeur (car support intuitif) de notions sous-jacentes à celles-ci. Nous pensons que chacune de ces applications, qu'elles s'adressent à des élèves de primaire (**M.R.U.**), de fin d'humanités (**Circuit R-C-Tube à néon**) ou encore à des étudiants d'Ecoles Supérieures (**Logique floue et probabilités**), contient, par la présentation visuelle sur micro-ordinateur du comportement du système qu'elle supporte, le pouvoir de faire "sentir" (feeling), à des apprenants, ce qui se passe réellement dans le système. C'est bien de pouvoir affirmer et défendre ce point de vue, encore faudrait-il le vérifier **de visu** lors d'expériences d'apprentissage, les unes avec la méthode exposée ici, les autres sans, et ainsi comparer les résultats d'après des critères qualifiant le meilleur apprentissage ...*

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

*A travers ce mémoire et les applications développées, nous avons montré la puissance de la représentation qualitative de systèmes physiques à l'aide des logiques non standards, vis-à-vis de la démarche analytique classique, le but premier sous-jacent étant d'appliquer les diverses méthodes exposées ici à l'**Enseignement Assisté par Ordinateur** (**E.A.O.**).*

Cette démarche qualitative, comme nous avons pu nous en rendre compte à travers les quelques applications développées, fait mieux ressortir le caractère intuitif que nous pouvons avoir du comportement d'un système physique. Donc, cette représentation qualitative est adéquate quelque soit le niveau de spécialisation de la personne qui se penche sur le comportement du système et essaye de le comprendre.

A l'opposé, la démarche quantitative classique requiert un degré de connaissance mathématique assez élevé, étant donné que l'étude des systèmes physiques fait généralement appel à la théorie de résolution d'équations différentielles. Lorsque ces dernières sont non linéaires, il devient, même pour le spécialiste, difficile, si pas impossible, de les résoudre. A ce moment, une méthode de résolution qualitative est beaucoup plus appropriée (voir l'application concernant le modèle du circuit R-C-Tube à néon: chapitre 6 § 4 pg 90).

Par conséquent, comme nous l'avions déjà annoncé plus haut, nous venons maintenant de justifier brièvement l'idée que la démarche qualitative peut être adaptée aussi bien pour le spécialiste que pour l'étudiant apprenant.

Cependant, il ne faut pas croire, au vu de cette conclusion optimiste, que ce mémoire a tout résolu.

Il resterait à entamer une étude plus approfondie sur une définition peut-être plus systématique, si c'est possible, des opérateurs flous nécessaires à la démarche qualitative ainsi que de leurs propriétés et relations entre eux. Cette étude pourrait porter notamment sur l'extensibilité dynamique des valeurs arguments des tables définissant les opérateurs flous (exemple: création de valeurs arguments intermédiaires entre respectivement les niveaux P et M pour avoir M- ainsi qu'entre M et G pour obtenir M+) et sur un contrôle automatisé de la cohérence des valeurs prises par l'opérateur en fonction de sa sémantique propre ainsi que de celle de l'opérande (exemple: contrôle de la croissance/décroissance des valeurs résultats d'un opérateur). Ce contrôle serait facilité si l'opérateur vérifie les lois de groupe (groupe commutatif). Le problème reviendrait alors à définir un opérateur vérifiant les lois de groupe (groupe commutatif) tout en conservant la sémantique que nous désirons lui faire porter. Reste à voir si tout ceci est utopique ou non !

De plus, au vu de la motivation qui nous a poussé à réaliser ce travail (**E.A.O.**), il serait intéressant de faire une étude pédagogique directement appliquée sur le terrain de l'enseignement pour voir les réactions réelles d'apprentissage d'étudiants par cette méthode.

En outre, il faudrait encore développer d'autres applications pour vérifier convenablement si la méthode qualitative, présentée dans ce mémoire, est suffisamment générale pour la plupart des cas à traiter.

Par ailleurs, ce mémoire a fait apparaître à travers une de ses applications (voir l'application concernant le modèle des cadeaux de fin d'année) une perspective tout-à-fait inattendue: la redéfinition des taux de TVA par produit à l'aide de la logique floue. Pour approfondir ce sujet, il serait nécessaire de réaliser une étude économique et comptable sur cet ajustement des taux de TVA par produit en fonction des degrés d'appartenance de ce produit aux classes définies par les différents taux en vigueur actuellement, ainsi qu'une étude statistique suffisamment poussée pour définir de tels degrés d'appartenance (les principes de pareilles études statistiques sont décrits dans l'article de E. HISDAL [**HISD82**]).

Enfin, il nous reste, à présent, à remercier le lecteur d'avoir eu la patience et la volonté de parcourir ce mémoire jusqu'à son terme.

ANNEXE 1 : TABLES D'OPERATEURS FLOUS :

DIVISION FLOUE /f :

Cet opérateur de division floue /f correspond en fait à la division de deux nombres > 0; la table qui le représente est la suivante:

a /f b (b→ ; a ↓)	TP	P	M	G	TG
TP	M	P	P	TP	TP
P	G	M	P	P	TP
M	G	G	M	P	P
G	TG	G	G	M	P
TG	TG	TG	G	G	M

*MULTIPLICATION FLOUE *f :*

*Cet opérateur de multiplication floue *f correspond en fait à la multiplication de deux nombres a, b > 0; la table qui le représente est la suivante:*

a *f b (b→ ; a ↓)	TP	P	M	G	TG
TP	TP	TP	P	P	M
P	TP	P	P	M	G
M	P	P	M	G	G
G	P	M	G	G	TG
TG	M	G	G	TG	TG

*MULTIPLICATION FLOUE *'f :*

*Cet opérateur de multiplication floue *'f correspond en fait à la multiplication d'un nombre a, 0 < a < 1, par un nombre b > 0; la table qui le représente est la suivante:*

a *'f b (b→, a↓)	TP	P	M	G	TG
TP	TP	TP	TP	TP	TP
P	TP	TP	TP	TP	P
M	TP	TP	TP	P	M
G	TP	TP	P	M	G
TG	TP	P	M	G	TG

ADDITION FLOUE +ƒ :

Cet opérateur d'addition floue +ƒ correspond en fait à l'addition de deux nombres a, b > 0; la table qui le représente est la suivante:

a +ƒ b / b→ / a ↓	TP	P	M	G	TG
TP	TP	P	M	G	TG
P	P	M	G	TG	TG
M	M	G	TG	TG	TG
G	G	TG	TG	TG	TG
TG	TG	TG	TG	TG	TG

SOUSTRACTION FLOUE - ƒ :

Cet opérateur de soustraction floue - ƒ correspond en fait à la soustraction (a-b) de deux nombres a, b tels que a > b > 0; la table qui le représente est la suivante:

a - ƒ b (a ↓ \ b →)	TP	P	M	G	TG
TP	TP	TP	TP	TP	TP
P	P	TP	TP	TP	TP
M	M	P	TP	TP	TP
G	G	M	P	TP	TP
TG	TG	G	M	P	TP

OPERATEUR FLOU 1/ƒ :

*Cet opérateur flou **1/ƒ** correspond en fait à l'opérateur mathématique 1/x où x > 0; la table qui le représente est la suivante:*

x	TP	P	M	G	TG
1/ƒ (x)	TG	G	M	P	TP

OPERATEUR FLOU 1- ƒ :

*Cet opérateur flou **1- ƒ** correspond en fait à l'opérateur mathématique 1 - x où 0 < x < 1; il faut donc bien être conscient que le résultat est un nombre strictement compris lui aussi entre 0 et 1; la table qui le représente est la suivante:*

x	TP	P	M	G	TG
1- ƒ (x)	TG	G	M	P	TP

*OPERATEUR FLOU **exp+ ƒ** :*

*Cet opérateur flou **exp+ ƒ** correspond en fait à la fonction mathématique exponentielle exp (x) où x > 0; la table qui le représente est la suivante:*

x	TP	P	M	G	TG
exp+ ƒ (x)	TP	P	G	TG	TG

ANNEXE 2 : LISTINGS DES PROGRAMMES :

*Les implémentations des différentes résolutions d'applications, développées dans ce mémoire (cfr chapitre 6 pg 73), ont été réalisées au moyen d'un langage dérivé du LISP, MULISP de Microsoft Corporation **[MICO86]**, par des programmes dont le lecteur pourra trouver, dans les pages qui suivent, les listings.*

```
;****************************************************************************
;*                                                                          *
;*                   MODELE DES CADEAUX DE FIN D'ANNEE                      *
;*                   =================================                      *
;*                                                                          *
;*      Ce programme fut concu et realise dans le cadre d'un memoire de     *
;*  fin d'etudes en informatique (annee academique 1986/1987) intitule      *
;*  "Logiques non standards dans la representation qualitative de           *
;*  systemes physiques" sous la direction de Mr J.BARRETO (Facultes         *
;*  Notre-Dame de la Paix - Namur),                                         *
;*                                                                          *
;*                                                    B.DENDALLE            *
;*                                                                          *
;****************************************************************************

(SETQ probachat
     '((luxe      0.2  0.2  0.3  0.1)
       (superluxe 0.6  0.5  0.2  0.1)
       (premnec   0.1  0.1  0.2  0.4)
       (utile     0.1  0.2  0.3  0.4)))

(SETQ degappart
     '((|boite a savon (2000frs)|  0.6  0.1  0.2  0.1 )
       (|aftershave (600frs)|      0.5  0.3  0.01 0.19)
       (|cafetiere (500frs)|       0.01 0.01 0.5  0.48)
       (|curedents (20frs)|        0.01 0.01 0.1  0.88)
       (|fourrure (150000frs)|     0.18 0.8  0.01 0.01)
       (|ssvetements (300frs)|     0.01 0.01 0.68 0.3 )
       (|dentifrice (80frs)|       0.01 0.01 0.9  0.08)
       (|fauteuil (3000frs)|       0.6  0.1  0.01 0.29)))

(SETQ probentree  '(0.35  0.25  0.25  0.15))

(DEFUN spacebar (char READ-CHAR RDS WRS)
   (FOREGROUND-COLOR 5)
   (SET-CURSOR 20 16)
   (WRITE-STRING "< SPACEBAR POUR CONTINUER >")
   (CLEAR-INPUT)
   (LOOP (SETQ char (READ-CHAR))
         ((EQUAL (ASCII char) 32) T)
         (WRITE-BYTE 7)))

(DEFUN presentation ()
   (CLEAR-SCREEN)
   (MAKE-WINDOW 2 3 22 70)
   (FOREGROUND-COLOR 14)
   (BACKGROUND-COLOR 1)
   (SET-CURSOR 0 16)
   (WRITE-LINE |MODELE DES CADEAUX DE FIN D'ANNEE|)
   (BACKGROUND-COLOR 0)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (TERPRI 2)
   (WRITE-LINE
   |Le but de ce modele est de "melanger" des elements de la theorie des|)
   (WRITE-LINE
   |probabilites avec de la logique floue. Ce modele consiste a calculer|)
   (WRITE-LINE
   |la probabilite d'achat d'un article de "cadeau" pouvant appartenir a|)
   (WRITE-LINE
   |differentes classes floues d'articles (de luxe, de super-luxe, de|)
   (WRITE-LINE
   |premiere necessite, ou utile) par une personne de classe d'age fixee|)
   (WRITE-LINE
   |(parmi age<20, 20<=age<40, 40<=age<=60, 60<age), qui est entree dans|)
   (WRITE-LINE
   |le magasin, CONNAISSANT :|)
```

```
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |          * la probabilite d'achat d'une classe floue d'article en|)
   (WRITE-LINE
   |            fonction de la classe d'age de la personne, sachant que|)
   (WRITE-LINE
   |            cette derniere est entree dans le magasin;|)
   (WRITE-LINE
   |          * la probabilite qu'une personne entre dans le magasin en|)
   (WRITE-LINE
   |            fonction de sa classe d'age;|)
   (WRITE-LINE
   |          * le degre d'appartenance des differents articles de|)
   (WRITE-LINE
   |            "cadeau" aux classes floues definies ci-dessus.|)
   (SPACEBAR)
   (CLEAR-SCREEN)
   (FOREGROUND-COLOR 3))

(DEFUN  ponder  (lst %local:%rslt)
   ((NULL lst) 0)
   (SETQ rslt (CAR lst))
   (LOOP (SETQ lst (CDR lst))
         ((NULL lst) rslt)
         (SETQ rslt (+ rslt (CAR lst)))))

(DEFUN  listarticle  (lst1  %local:%lst2)
   (SETQ lst2  '())
   (LOOP ((NULL lst1) lst2)
         (SETQ lst2 (CONS (CAR (CAR lst1)) lst2))
         (SETQ lst1 (CDR lst1))))

(DEFUN  lstextractart  (atm  lst)
   (LOOP ((EQL atm (CAR (CAR lst))) (CAR lst))
         (SETQ lst (CDR lst))))

(DEFUN  numage  (age)
   ((> age 60) 1)
   ((<= 40 age 60) 2)
   ((<= 20 age 39) 3)
   ((< age 20) 4))

(DEFUN  lstextractage  (age  lst1  %local:%lst2)
   (SETQ lst2  '())
   (LOOP ((NULL lst1) lst2)
         (SETQ lst2 (CONS (NTH (NUMAGE age) (CAR lst1)) lst2))
         (SETQ lst1 (CDR lst1))))

(DEFUN  mbr  (atm  lst)
   (LOOP ((NULL lst) nil)
         ((EQL atm (CAR lst)))
         (SETQ lst (CDR lst))))

(DEFUN ctrl-nbr (age)
   (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
   (SETQ long (PRINT-LENGTH age))
   (SETQ i 0)
   ((CHAR= age \0) NIL)
   ((<= long i) NIL)
   (LOOP ((OR (< (ASCII (CHAR age i)) 48)
              (> (ASCII (CHAR age i)) 57)) NIL)
         (SETQ i (ADD1 i))
         ((<= long i) T)))

(DEFUN delai ()
   (SETQ i 0)
```

```
   (LOOP (SETQ i (ADD1 i))
         ((> i 5000) T)))

(DEFUN err ()
   (WRITE-BYTE 7)
   (SETQ *HIGH-INTENSITY* T)
   (SETQ *BLINK* T)
   (FOREGROUND-COLOR 4))

(DEFUN nonerr ()
   (SETQ *BLINK* NIL)
   (SETQ *HIGH-INTENSITY* NIL)
   (FOREGROUND-COLOR 3))

(DEFUN effacelignes (nbr)
   (SET-CURSOR nbr 15)
   (DELETE-LINES 1)
   (SET-CURSOR (- nbr 5) 15)
   (DELETE-LINES 1))

(DEFUN lectage (READ-LINE RDS)
   (LOOP (CLEAR-INPUT)
         (SET-CURSOR 5 15)
         (PRINC |AGE DU CLIENT = |)
         (SETQ age (READ-LINE))
         ((CTRL-NBR age) age)
         (SET-CURSOR 10 15)
         (ERR)
         (PRINT |! AGE INVALIDE !|)
         (DELAI)
         (NONERR)
         (EFFACELIGNES 10)))

(SETQ lstart (LISTARTICLE degappart))

(DEFUN catprod (lst)
   (CLEAR-SCREEN)
   (FOREGROUND-COLOR 14)
   (SET-CURSOR 2 3)
   (WRITE-LINE
   |Voici la liste des articles de "cadeau" disponibles au catalogue :|)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (TERPRI 2)
   (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
   (SETQ i 0)
   (LOOP ((NULL lst) (SPACEBAR))
         (SET-CURSOR (+ i 4) 10)
         (PRINT (CAR lst))
         (SETQ i (ADD1 i))
         (SETQ lst (CDR lst))))

(DEFUN lectarticle (age READ-LINE RDS)
   (LOOP (SET-CURSOR 5 15)
         (PRINC |AGE DU CLIENT = |)
         (PRINT age)
         (CLEAR-INPUT)
         (SET-CURSOR 10 15)
         (PRINC |ARTICLE DEMANDE = |)
         (SETQ article (STRING-DOWNCASE (READ-LINE)))
         (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
         ((MBR article lstart) article)
         (SET-CURSOR 15 15)
         (ERR)
         (PRINT |! ARTICLE INCONNU !|)
         (DELAI)
         (NONERR)
```

```
        (CATPROD (REVERSE lstart))
        (CLEAR-SCREEN)
        (FOREGROUND-COLOR 3)))

(SETQ tabcor '((\0 . 0) (\1 . 1) (\2 . 2) (\3 . 3) (\4 . 4)
               (\5 . 5) (\6 . 6) (\7 . 7) (\8 . 8) (\9 . 9)))

(DEFUN strval (str)
   (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
   (SETQ long (PRINT-LENGTH str))
   (SETQ i (SUB1 long))
   (SETQ rslt 0)
   (LOOP (SETQ aux1 (CDR (ASSOC (CHAR str i) tabcor)))
         (SETQ aux2 (EXPT 10 (- (SUB1 long) i)))
         (SETQ rslt (+ (* aux1 aux2) rslt))
         (SETQ i (SUB1 i))
         ((< i 0) rslt)))

(DEFUN proba (age article choixop %local:%lstrslt %lstage %lstdart)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (CLEAR-SCREEN)
   (SETQ age (STRVAL (LECTAGE)))
   (SETQ article (LECTARTICLE age))
   (SET-CURSOR 15 15)
   (PRINC |PROBABILITE D'ACHAT = |)
   (SETQ lstrslt '())
   (SETQ lstage (REVERSE (LSTEXTRACTAGE age probachat)))
   (SETQ lstdart (CDR (LSTEXTRACTART article degappart)))
   (LOOP ((AND (NULL lstdart) (NULL lstage))
          (PRINT(* (NTH (SUB1 (NUMAGE age)) probentree)
                   (PONDER lstrslt))))
         (SETQ lstrslt (CONS (* (CAR lstdart) (CAR lstage)) lstrslt))
         (SETQ lstdart (CDR lstdart))
         (SETQ lstage (CDR lstage))))

(DEFUN arret ()
   (MAKE-WINDOW 0 0 25 80)
   (BACKGROUND-COLOR 0)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (CLEAR-SCREEN))

(DEFUN cadeau (age article choixop %local:%cont)
   (PRESENTATION)
   (LOOP (CATPROD (REVERSE lstart))
         (PROBA age article choixop)
         (SET-CURSOR 18 15)
         (FOREGROUND-COLOR 5)
         ((Y-OR-N-P "              STOP ?") (ARRET))))

(CADEAU(rds))
```

```
;######################################################################
;#                                                                    #
;#          MODELE DU MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORME M.R.U.            #
;#         ================================================           #
;#                                                                    #
;#      Ce programme fut concu et realise dans le cadre d'un memoire de #
;#  fin d'etudes en informatique (annee academique 1986/1987) intitule #
;#  "Logiques non standards dans la representation qualitative de     #
;#  systemes physiques" sous la direction de Mr J.BARRETO (Facultes   #
;#  Notre-Dame de la Paix - Namur),                                   #
;#                                                                    #
;#                                          B.DENDALLE                #
;#                                                                    #
;######################################################################

 (SETQ classvd '(|tres petite| |petite| |moyenne| |grande| |tres grande|))

 (SETQ classt '(|tres peu| |peu| |moyennement beaucoup| |beaucoup|
                |enormement|))

 (SETQ moyv '(15 40 90 120 250))

 (SETQ moyd '(20 50 100 225 475))

 (DEFUN caltemps (atm1 atm2)
    (/ atm1 atm2))

 (DEFUN postemps (res)
    ((<= 0 res 0.20) 0)
    ((< 0.20 res 1) 1)
    ((<= 1 res 2) 2)
    ((< 2 res 10) 3)
    ((>= res 10) 4))

 (DEFUN spacebar (char READ-CHAR RDS WRS)
    (FOREGROUND-COLOR 5)
    (SET-CURSOR 20 16)
    (WRITE-STRING "< SPACEBAR POUR CONTINUER >")
    (CLEAR-INPUT)
    (LOOP (SETQ char (READ-CHAR))
          ((EQUAL (ASCII char) 32) T)
          (WRITE-BYTE 7)))

 (DEFUN presentation ()
    (CLEAR-SCREEN)
    (MAKE-WINDOW 2 3 22 70)
    (FOREGROUND-COLOR 14)
    (BACKGROUND-COLOR 1)
    (SET-CURSOR 0 12)
    (WRITE-LINE |MODELE DU MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORME M.R.U.|)
    (BACKGROUND-COLOR 0)
    (FOREGROUND-COLOR 3)
    (TERPRI 2)
    (WRITE-LINE
    |Ce modele est base sur une loi connue depuis toujours a savoir la loi|)
    (WRITE-LINE
    |que verifie un mobile parcourant a vitesse constante v une certaine|)
    (WRITE-LINE
    |distance e (SANS FROTTEMENTS) en un certain temps t :|)
    (TERPRI)
    (WRITE-LINE
    |                         e = v . t  .|)
    (TERPRI)
    (WRITE-LINE
    |Le but de ce programme est le calcul du temps de parcours d'un espace|)
    (WRITE-LINE
```

```
   |donne par un mobile se deplacant a vitesse constante donnee.|)
   (WRITE-LINE
   |A priori, ceci ne presente en rien aucune difficulte: une simple|)
   (WRITE-LINE
   |calculatrice pourrait le realiser aussi facilement. Mais il faut|)
   (WRITE-LINE
   |souligner que ce modele n'est pas utilise exterieurement de maniere|)
   (WRITE-LINE
   |quantitative mais bien qualitative, c'est-a-dire que les donnees et|)
   (WRITE-LINE
   |le resultat sont des variables linguistiques floues.|)
   (SPACEBAR)
   (CLEAR-SCREEN)
   (FOREGROUND-COLOR 14)
   (BACKGROUND-COLOR 1)
   (SET-CURSOR 0 8)
   (WRITE-LINE |MODELE DU MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORME M.R.U. (suite)|)
   (BACKGROUND-COLOR 0)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (TERPRI 2)
   (WRITE-LINE
   |Neanmoins, interieurement, ce modele reste un modele quantitatif:|)
   (WRITE-LINE
   |les donnees introduites floues sont traduites en un chiffre moyen|)
   (WRITE-LINE
   |associe, le calcul est effectue et ensuite il y a a nouveau|)
   (WRITE-LINE
   |retraduction du resultat en une valeur floue. Donc nous passons du|)
   (WRITE-LINE
   |qualitatif au quantitatif et ensuite nous repassons du quantitatif|)
   (WRITE-LINE
   |au qualitatif.|)
   (WRITE-LINE
   |Nous verrons dans le principe du programme contenu dans le fichier|)
   (WRITE-LINE
   |MRUBIS.LSP qu'il y a un moyen facile et agreable de court-circuiter|)
   (WRITE-LINE
   |cette etape transitoire quantitative.|)
   (WRITE-LINE
   |Presentons a present les differentes valeurs que peuvent prendre les|)
   (WRITE-LINE
   |variables linguistiques floues:|)
   (WRITE-LINE
   |              -  pour la distance et la vitesse:|)
   (WRITE-LINE
   |                    tres petite,petite,moyenne,grande,tres grande;|)
   (WRITE-LINE
   |              -  pour le temps:|)
   (WRITE-LINE
   |                    tres peu,peu,moyennement beaucoup,beaucoup,|)
   (WRITE-LINE
   |                    enormement.|)
   (SPACEBAR)
   (CLEAR-SCREEN)
   (FOREGROUND-COLOR 3))

(DEFUN extractelt (atm lst %local:%i)
   (SETQ i 0)
   (LOOP ((EQL i atm) (CAR lst))
         (SETQ i (ADD1 i))
         (SETQ lst (CDR lst))))

(DEFUN mbr (atm lst)
   (LOOP ((NULL lst) NIL)
         ((EQL atm (CAR lst)))
         (SETQ lst (CDR lst))))
```

```
(DEFUN pos(atm lst %local:%i)
   (SETQ i 0)
   (LOOP ((EQL atm (CAR lst)) i)
         (SETQ i (ADD1 i))
         (SETQ lst (CDR lst))))

(DEFUN err ()
   (WRITE-BYTE 7)
   (SETQ *HIGH-INTENSITY* T)
   (SETQ *BLINK* T)
   (FOREGROUND-COLOR 4))

(DEFUN nonerr ()
   (SETQ *BLINK* NIL)
   (SETQ *HIGH-INTENSITY* NIL)
   (FOREGROUND-COLOR 3))

(DEFUN delai ()
   (SETQ i 0)
   (LOOP (SETQ i (ADD1 i))
         ((> i 5000) T)))

(DEFUN arret ()
   (MAKE-WINDOW 0 0 25 80)
   (BACKGROUND-COLOR 0)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (CLEAR-SCREEN))

(DEFUN valperm ()
   (CLEAR-SCREEN)
   (FOREGROUND-COLOR 14)
   (SET-CURSOR 2 3)
   (WRITE-LINE
   |Voici les seules valeurs permises pour les variables floues|)
   (SET-CURSOR 3 3)
   (WRITE-LINE
   |de vitesse et distance :|)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (TERPRI 2)
   (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
   (WRITE-LINE
   |                         tres petite|)
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |                            petite|)
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |                            moyenne|)
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |                            grande|)
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |                         tres grande|)
   (SPACEBAR))

(DEFUN lectvit (READ-LINE RDS)
   (LOOP (CLEAR-INPUT)
         (SET-CURSOR 5 15)
         (PRINC |VITESSE DU MOBILE = |)
         (SETQ vitesse (STRING-DOWNCASE (READ-LINE)))
         (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
         ((MBR vitesse classvd) vitesse)
         (SET-CURSOR 10 15)
         (ERR)
```

```
          (PRINT |! VITESSE INCONNUE !|)
          (DELAI)
          (NONERR)
          (VALPERM)
          (CLEAR-SCREEN)
          (FOREGROUND-COLOR 3)))

(DEFUN lectdist (v READ-LINE RDS)
   (LOOP (SET-CURSOR 5 15)
          (PRINC |VITESSE DU MOBILE = |)
          (PRINT v)
          (CLEAR-INPUT)
          (SET-CURSOR 10 15)
          (PRINC |DISTANCE A PARCOURIR = |)
          (SETQ distance (STRING-DOWNCASE (READ-LINE)))
          (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
          ((MBR distance classvd) distance)
          (SET-CURSOR 15 15)
          (ERR)
          (PRINT |! DISTANCE INCONNUE !|)
          (DELAI)
          (NONERR)
          (VALPERM)
          (CLEAR-SCREEN)
          (FOREGROUND-COLOR 3)))

(DEFUN exec(%local:%v %d %posv %posd %dv %dx)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (CLEAR-SCREEN)
   (SETQ v (LECTVIT))
   (SETQ d (LECTDIST v))
   (SETQ posv (POS v classvd))
   (SETQ posd (POS d classvd))
   (SETQ dx (EXTRACTELT posd moyd))
   (SETQ dv (EXTRACTELT posv moyv))
   (SET-CURSOR 15 15)
   (PRINC |TEMPS NECESSAIRE = |)
   (PRINT (EXTRACTELT (POSTEMPS (CALTEMPS dx dv)) classt)))

(DEFUN mru ()
   (PRESENTATION)
   (LOOP (EXEC)
          (SET-CURSOR 18 15)
          (FOREGROUND-COLOR 5)
          ((Y-OR-N-P "                    STOP ?") (ARRET))))

(MRU(rds))
```

```
;******************************************************************************
;*                                                                            *
;*            MODELE DU MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORME M.R.U.                  *
;*            ==============================================                  *
;*                                                                            *
;*      Ce programme fut concu et realise dans le cadre d'un memoire de       *
;*  fin d'etudes en informatique (annee academique 1986/1987) intitule        *
;*  "Logiques non standards dans la representation qualitative de             *
;*  systemes physiques" sous la direction de Mr J.BARRETO (Facultes           *
;*  Notre-Dame de la Paix - Namur),                                           *
;*                                                                            *
;*                                              B.DENDALLE                    *
;*                                                                            *
;******************************************************************************

 (SETQ divtable
   '((|moyennement beaucoup| |peu| |peu| |tres peu| |tres peu|)
     (|beaucoup| |moyennement beaucoup| |peu| |peu| |tres peu|)
     (|beaucoup| |beaucoup| |moyennement beaucoup| |peu| |peu|)
     (|enormement| |beaucoup| |beaucoup| |moyennement beaucoup| |peu|)
     (|enormement| |enormement| |beaucoup| |beaucoup|
      |moyennement beaucoup|)))

 (SETQ classvd '(|tres petite| |petite| |moyenne| |grande| |tres grande|))

 (DEFUN spacebar (char READ-CHAR RDS WRS)
    (FOREGROUND-COLOR 5)
    (SET-CURSOR 20 16)
    (WRITE-STRING "< SPACEBAR POUR CONTINUER >")
    (CLEAR-INPUT)
    (LOOP (SETQ char (READ-CHAR))
          ((EQUAL (ASCII char) 32) T)
          (WRITE-BYTE 7)))

 (DEFUN presentation ()
    (CLEAR-SCREEN)
    (MAKE-WINDOW 2 3 22 70)
    (FOREGROUND-COLOR 14)
    (BACKGROUND-COLOR 1)
    (SET-CURSOR 0 12)
    (WRITE-LINE |MODELE DU MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORME M.R.U.|)
    (BACKGROUND-COLOR 0)
    (FOREGROUND-COLOR 3)
    (TERPRI 2)
    (WRITE-LINE
    |Ce modele est base sur une loi connue depuis toujours a savoir la loi|)
    (WRITE-LINE
    |que verifie un mobile parcourant a vitesse constante v une certaine|)
    (WRITE-LINE
    |distance e (SANS FROTTEMENTS) en un certain temps t :|)
    (TERPRI)
    (WRITE-LINE
    |                          e = v . t  .|)
    (TERPRI)
    (WRITE-LINE
    |Le but de ce programme est le calcul du temps de parcours d'un espace|)
    (WRITE-LINE
    |donne par un mobile se deplacant a vitesse constante donnee.|)
    (WRITE-LINE
    |A priori, ceci ne presente en rien aucune difficulte: une simple|)
    (WRITE-LINE
    |calculatrice pourrait le realiser aussi facilement. Mais il faut|)
    (WRITE-LINE
    |souligner que ce modele n'est pas utilise exterieurement de maniere|)
    (WRITE-LINE
    |quantitative mais bien qualitative, c'est-a-dire que les donnees et|)
```

```
    (WRITE-LINE
    |le resultat sont des variables linguistiques floues.|)
    (SPACEBAR)
    (CLEAR-SCREEN)
    (FOREGROUND-COLOR 14)
    (BACKGROUND-COLOR 1)
    (SET-CURSOR 0 8)
    (WRITE-LINE |MODELE DU MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORME M.R.U. (suite)|)
    (BACKGROUND-COLOR 0)
    (FOREGROUND-COLOR 3)
    (TERPRI 2)
    (WRITE-LINE
    |De plus, contrairement au principe du programme contenu dans le|)
    (WRITE-LINE
    |fichier MRU.LSP, ce modele reste egalement qualitatif interieurement,|)
    (WRITE-LINE
    |c'est-a-dire que l'etape quantitative de traduction est court-|)
    (WRITE-LINE
    |circuitee. Le principe developpe ici, dans le programme contenu dans|)
    (WRITE-LINE
    |le fichier MRUBIS.LSP, est de definir un operateur flou,|)
    (WRITE-LINE
    |correspondant a l'operateur mathematique, sur les variables|)
    (WRITE-LINE
    |linguistiques floues.|)
    (WRITE-LINE
    |Presentons a present les differentes valeurs que peuvent prendre les|)
    (WRITE-LINE
    |variables linguistiques floues :|)
    (TERPRI)
    (WRITE-LINE
    |               -  pour la distance et la vitesse:|)
    (WRITE-LINE
    |                     tres petite,petite,moyenne,grande,tres grande;|)
    (WRITE-LINE
    |               -  pour le temps:|)
    (WRITE-LINE
    |                     tres peu,peu,moyennement beaucoup,beaucoup,|)
    (WRITE-LINE
    |                     enormement.|)
    (SPACEBAR)
    (CLEAR-SCREEN)
    (FOREGROUND-COLOR 3))

(DEFUN extractelt (atm lst %local:%i)
    (SETQ i 0)
    (LOOP ((EQL i atm) (CAR lst))
          (SETQ i (ADD1 i))
          (SETQ lst (CDR lst))))

(DEFUN mbr (atm lst)
    (LOOP ((NULL lst) NIL)
          ((EQL atm (CAR lst)))
          (SETQ lst (CDR lst))))

(DEFUN pos (atm lst %local:%i)
    (SETQ i 0)
    (LOOP ((EQL atm (CAR lst)) i)
          (SETQ i (ADD1 i))
          (SETQ lst (CDR lst))))

(DEFUN err ()
    (WRITE-BYTE 7)
    (SETQ *HIGH-INTENSITY* T)
    (SETQ *BLINK* T)
    (FOREGROUND-COLOR 4))
```

```
(DEFUN nonerr ()
   (SETQ *BLINK* NIL)
   (SETQ *HIGH-INTENSITY* NIL)
   (FOREGROUND-COLOR 3))

(DEFUN delai ()
   (SETQ i 0)
   (LOOP (SETQ i (ADD1 i))
         ((> i 5000) T)))

(DEFUN arret ()
   (MAKE-WINDOW 0 0 25 80)
   (BACKGROUND-COLOR 0)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (CLEAR-SCREEN))

(DEFUN valperm ()
   (CLEAR-SCREEN)
   (FOREGROUND-COLOR 14)
   (SET-CURSOR 2 3)
   (WRITE-LINE
   |Voici les seules valeurs permises pour les variables floues|)
   (SET-CURSOR 3 3)
   (WRITE-LINE
   |de vitesse et distance :|)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (TERPRI 2)
   (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
   (WRITE-LINE
   |                        tres petite|)
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |                           petite|)
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |                           moyenne|)
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |                           grande|)
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |                        tres grande|)
   (SPACEBAR))

(DEFUN lectvit (READ-LINE RDS)
   (LOOP (CLEAR-INPUT)
         (SET-CURSOR 5 15)
         (PRINC |VITESSE DU MOBILE = |)
         (SETQ vitesse (STRING-DOWNCASE (READ-LINE)))
         (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
         ((MBR vitesse classvd) vitesse)
         (SET-CURSOR 10 15)
         (ERR)
         (PRINT |! VITESSE INCONNUE !|)
         (DELAI)
         (NONERR)
         (VALPERM)
         (CLEAR-SCREEN)
         (FOREGROUND-COLOR 3)))

(DEFUN lectdist (v READ-LINE RDS)
   (LOOP (SET-CURSOR 5 15)
         (PRINC |VITESSE DU MOBILE = |)
         (PRINT v)
         (CLEAR-INPUT)
```

```
            (SET-CURSOR 10 15)
            (PRINC |DISTANCE A PARCOURIR = |)
            (SETQ distance (STRING-DOWNCASE (READ-LINE)))
            (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
            ((MBR distance classvd) distance)
            (SET-CURSOR 15 15)
            (ERR)
            (PRINT |! DISTANCE INCONNUE !|)
            (DELAI)
            (NONERR)
            (VALPERM)
            (CLEAR-SCREEN)
            (FOREGROUND-COLOR 3)))

(DEFUN exec (%local:%v %d %posv %posd %i %j)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (CLEAR-SCREEN)
   (SETQ v (LECTVIT))
   (SETQ d (LECTDIST v))
   (SETQ posv (POS v classvd))
   (SETQ posd (POS d classvd))
   (SETQ i (EXTRACTELT posd divtable))
   (SETQ j (EXTRACTELT posv i))
   (SET-CURSOR 15 15)
   (PRINC |TEMPS NECESSAIRE = |)
   (PRINT j))

(DEFUN mrubis ()
   (PRESENTATION)
   (LOOP (EXEC)
         (SET-CURSOR 18 15)
         (FOREGROUND-COLOR 5)
         ((Y-OR-N-P "                STOP ?") (ARRET))))

(MRUBIS(rds))
```

```
;*****************************************************************************
;*                                                                           *
;*                     MODELE DU CIRCUIT R-C-TUBE A NEON                     *
;*                     =====================================                 *
;*                                                                           *
;*        Ce programme fut concu et realise dans le cadre d'un memoire de    *
;*  fin d'etudes en informatique (annee academique 1986/1987) intitule       *
;*  "Logiques non standards dans la representation qualitative de            *
;*  systemes physiques" sous la direction de Mr J.BARRETO (Facultes          *
;*  Notre-Dame de la Paix - Namur),                                          *
;*                                                                           *
;*                                                    B.DENDALLE             *
;*                                                                           *
;*****************************************************************************

 (SETQ valeurs '(TP P M G TG))

 (SETQ opdiv '((M  P  P TP TP)
              (G  M  P P  TP)
              (G  G  M P  P )
              (TG G  G M  P )
              (TG TG G G  M )))

 (SETQ opmultprim '((TP TP TP TP TP)
                   (TP TP TP TP P )
                   (TP TP TP P  M )
                   (TP TP P  M  G )
                   (TP P  M  G  TG)))

 (SETQ opunmoinsprim '(TG G M P TP))

 (SETQ opundiv '(TG G M P TP))

 (SETQ opexpplus '(TP P G TG TG))

 (SETQ opmult '((TP TP P P  M )
               (TP P  P M  G )
               (P  P  M G  G )
               (P  M  G G  TG)
               (M  G  G TG TG)))

 (SETQ opplus '((TP P  M  G  TG)
               (P  M  G  TG TG)
               (M  G  TG TG TG)
               (G  TG TG TG TG)
               (TG TG TG TG TG)))

 (SETQ opmoins '((TP TP TP TP TP)
                (P  TP TP TP TP)
                (M  P  TP TP TP)
                (G  M  P  TP TP)
                (TG G  M  P  TP)))

 (DEFUN entete ()
    (FOREGROUND-COLOR 14)
    (BACKGROUND-COLOR 1)
    (SET-CURSOR 0 12)
    (WRITE-LINE |MODELE DU CIRCUIT R-C-TUBE A NEON (suite)|)
    (BACKGROUND-COLOR 0)
    (FOREGROUND-COLOR 3)
    (TERPRI 2))

 (DEFUN spacebar (char READ-CHAR RDS WRS)
    (FOREGROUND-COLOR 5)
    (SET-CURSOR 20 16)
    (WRITE-STRING "< SPACEBAR POUR CONTINUER >")
```

```
   (CLEAR-INPUT)
   (LOOP (SETQ char (READ-CHAR))
         ((EQUAL (ASCII char) 32) T)
         (WRITE-BYTE 7)))

(DEFUN tracehoriz (x y long)
   (SETQ i 0)
   (LOOP (SET-CURSOR x (+ y i))
         (PRINC (ASCII 196))
         (SETQ i (ADD1 i))
         ((>= i long) T)))

(DEFUN tracevert (x y long)
   (SETQ i 0)
   (LOOP (SET-CURSOR (+ x i) y)
         (PRINC (ASCII 179))
         (SETQ i (ADD1 i))
         ((>= i long) T)))

(DEFUN graphcircuit ()
   (FOREGROUND-COLOR 14)
   (SET-CURSOR 7 8)
   (PRINC (ASCII 218))
   (TRACEVERT 8 8 4)
   (SET-CURSOR 12 8)
   (PRINC (ASCII 193))
   (TRACEHORIZ 12 4 4)
   (TRACEHORIZ 12 9 4)
   (TRACEHORIZ 13 6 2)
   (TRACEHORIZ 13 9 2)
   (SET-CURSOR 13 8)
   (PRINC (ASCII 194))
   (TRACEVERT 14 8 4)
   (SET-CURSOR 18 8)
   (PRINC (ASCII 192))
   (TRACEHORIZ 18 9 39)
   (SET-CURSOR 18 48)
   (PRINC (ASCII 193))
   (TRACEHORIZ 18 49 14)
   (SET-CURSOR 18 63)
   (PRINC (ASCII 217))
   (TRACEHORIZ 7 9 9)
   (SET-CURSOR 7 18)
   (PRINC (ASCII 47))
   (SET-CURSOR 6 19)
   (PRINC (ASCII 47))
   (TRACEHORIZ 7 20 8)
   (SET-CURSOR 6 28)
   (PRINC (ASCII 218))
   (SET-CURSOR 7 28)
   (PRINC (ASCII 180))
   (SET-CURSOR 8 28)
   (PRINC (ASCII 192))
   (TRACEHORIZ 6 29 9)
   (TRACEHORIZ 8 29 9)
   (SET-CURSOR 6 38)
   (PRINC (ASCII 191))
   (SET-CURSOR 7 38)
   (PRINC (ASCII 195))
   (SET-CURSOR 8 38)
   (PRINC (ASCII 217))
   (TRACEHORIZ 7 39 9)
   (SET-CURSOR 7 48)
   (PRINC (ASCII 194))
   (TRACEHORIZ 7 49 14)
   (TRACEVERT 8 48 4)
```

```
    (SET-CURSOR 12 48)
    (PRINC (ASCII 193))
    (TRACEHORIZ 12 44 4)
    (TRACEHORIZ 12 49 4)
    (TRACEHORIZ 13 44 4)
    (TRACEHORIZ 13 49 4)
    (SET-CURSOR 13 48)
    (PRINC (ASCII 194))
    (TRACEVERT 14 48 4)
    (SET-CURSOR 7 63)
    (PRINC (ASCII 191))
    (TRACEVERT 8 63 2)
    (SET-CURSOR 10 63)
    (PRINC (ASCII 197))
    (SET-CURSOR 11 63)
    (PRINC (ASCII 219))
    (SET-CURSOR 14 63)
    (PRINC (ASCII 219))
    (SET-CURSOR 15 63)
    (PRINC (ASCII 197))
    (TRACEVERT 16 63 2)
    (SET-CURSOR 10 62)
    (PRINC (ASCII 218))
    (TRACEVERT 11 62 4)
    (SET-CURSOR 10 64)
    (PRINC (ASCII 191))
    (TRACEVERT 11 64 4)
    (SET-CURSOR 15 62)
    (PRINC (ASCII 192))
    (SET-CURSOR 15 64)
    (PRINC (ASCII 217))
    (SET-CURSOR 12 2)
    (PRINC (ASCII 69))
    (SET-CURSOR 11 12)
    (PRINC (ASCII 43))
    (SET-CURSOR 14 10)
    (PRINC (ASCII 45))
    (SET-CURSOR 8 23)
    (PRINC (ASCII 105))
    (SET-CURSOR 7 33)
    (PRINC (ASCII 82))
    (SET-CURSOR 6 48)
    (PRINC (ASCII 86))
    (SET-CURSOR 10 45)
    (PRINC |i1|)
    (SET-CURSOR 8 56)
    (PRINC |i2|)
    (SET-CURSOR 12 58)
    (PRINC |r(V)|)
    (SET-CURSOR 12 42)
    (PRINC (ASCII 67))
    (SET-CURSOR 11 65)
    (PRINC |N|)
    (SET-CURSOR 12 65)
    (PRINC (ASCII 69))
    (SET-CURSOR 13 65)
    (PRINC |O|)
    (SET-CURSOR 14 65)
    (PRINC |N|)
    (SPACEBAR))

(DEFUN presentation ()
    (CLEAR-SCREEN)
    (MAKE-WINDOW 2 3 22 70)
    (FOREGROUND-COLOR 14)
    (BACKGROUND-COLOR 1)
```

```
(SET-CURSOR 0 16)
(WRITE-LINE |MODELE DU CIRCUIT R-C-TUBE A NEON|)
(BACKGROUND-COLOR 0)
(FOREGROUND-COLOR 3)
(TERPRI 2)
(WRITE-LINE
|Ce modele nous montre les limites de la demarche mathematique|)
(WRITE-LINE
|purement quantitative et la maniere dont celles-ci sont gommees|)
(WRITE-LINE
|par une methode qualitative. Le probleme sous-jacent au modele est|)
(WRITE-LINE
|un classique du genre a savoir l'etude de la periode et de la|)
(WRITE-LINE
|frequence de clignotement d'un tube a neon dans un circuit R-C-Tube|)
(WRITE-LINE
|a neon en fonction de differents parametres :|)
(WRITE-LINE
|                * E, le potentiel du generateur du circuit;|)
(WRITE-LINE
|                * R, la resistance presente dans le circuit;|)
(WRITE-LINE
|                * C, la capacite presente dans le circuit;|)
(WRITE-LINE
|                * Si, le seuil d'ionisation du neon dans le tube;|)
(WRITE-LINE
|                * Spi, le seuil de potentiel insuffisant du neon|)
(WRITE-LINE
|                  dans le tube.|)
(WRITE-LINE
|Ces differents parametres ne seront autres que des variables|)
(WRITE-LINE
|linguistiques floues du probleme et pourront prendre des valeurs|)
(WRITE-LINE
|parmi : TP, P, M, G, TG, respectivement abreviation de tres petit(e),|)
(WRITE-LINE
|petit(e), moyen(ne), grand(e), tres grand(e).|)
(SPACEBAR)
(CLEAR-SCREEN)
(ENTETE)
(WRITE-LINE
|D'autres variables linguistiques floues a part les donnees et les|)
(WRITE-LINE
|resultats interviennent egalement dans la resolution; ce sont les|)
(WRITE-LINE
|variables internes suivantes:|)
(TERPRI)
(WRITE-LINE
|                - i, l'intensite du courant debite dans la|)
(WRITE-LINE
|                  resistance R;|)
(WRITE-LINE
|                - i1, l'intensite du courant dans la branche du|)
(WRITE-LINE
|                  circuit contenant la capacite C;|)
(WRITE-LINE
|                - i2, l'intensite du courant dans la branche du|)
(WRITE-LINE
|                  circuit contenant le tube a neon;|)
(WRITE-LINE
|                - V, le potentiel aux bornes du condensateur.|)
(TERPRI)
(WRITE-LINE
|Les variables linguistiques floues resultats sont les variables:|)
(TERPRI)
(WRITE-LINE
```

```
|               - PERIODE, la periode de clignotement du tube a neon;|)
(WRITE-LINE
|               - NU, la frequence de clignotement de ce meme tube.|)
(SPACEBAR)
(CLEAR-SCREEN)
(ENTETE)
(WRITE-LINE
|La situation exacte et precise du circuit ainsi que de tous ses|)
(WRITE-LINE
|parametres fondamentaux est decrite sur le schema graphique suivant:|)
(GRAPHCIRCUIT)
(CLEAR-SCREEN)
(ENTETE)
(WRITE-LINE
|Une des caracteristiques premieres d'un tel circuit est son caractere|)
(WRITE-LINE
|non lineaire au point de vue des equations differentielles qui|)
(WRITE-LINE
|regissent son comportement. Cela est du au fait de la dependance|)
(WRITE-LINE
|fonctionnelle de la resistance r(V) du tube a neon vis-a-vis du|)
(WRITE-LINE
|potentiel V aux bornes du condensateur.|)
(WRITE-LINE
|Or de telles equations n'ont pas toujours des solutions analytiques|)
(WRITE-LINE
|faciles a exprimer, encore plus quand la dependance fonctionnelle est|)
(WRITE-LINE
|difficile a traduire, ce qui est le cas ici.|)
(WRITE-LINE
|D'ou l'interet d'une etude qualitative qui permet d'eviter cet|)
(WRITE-LINE
|obstacle purement technique qu'entraine une demarche quantitative.|)
(WRITE-LINE
|Neanmoins, on peut lineariser les equations differentielles du modele|)
(WRITE-LINE
|en supposant la resistance du tube a neon constante et ainsi resoudre|)
(WRITE-LINE
|ces dernieres.|)
(WRITE-LINE
|Malgre tout, cela conduit a des calculs qui ne sont pas si simples|)
(WRITE-LINE
|a resoudre pour le commun des mortels.|)
(SPACEBAR)
(CLEAR-SCREEN)
(ENTETE)
(WRITE-LINE
|Par consequent, on s'en remet entierement a l'etude qualitative du|)
(WRITE-LINE
|comportement du systeme dont on peut enoncer les grands principes :|)
(TERPRI)
(WRITE-LINE
|            1. "decouper" le systeme en etats qualitatifs de son|)
(WRITE-LINE
|               comportement;|)
(WRITE-LINE
|            2. pour chaque etat decouvert au point 1., decrire un|)
(WRITE-LINE
|               modele mathematique simple traduisible qualitativement|)
(WRITE-LINE
|               par des operateurs flous definis a partir de ce|)
(WRITE-LINE
|               dernier; ceci pour expliquer le comportement interieur|)
(WRITE-LINE
|               a chacun des etats;|)
(WRITE-LINE
```

```
   |             3. discerner les conditions de changement d'etat ou encore|)
  (WRITE-LINE
   |                 presenter le comportement inter-etat du syteme;|)
  (WRITE-LINE
   |             4. memoriser toutes les donnees pertinentes calculees lors|)
  (WRITE-LINE
   |                 du cheminement inter-etat et qui sont necessaires au|)
  (WRITE-LINE
   |                 calcul du resultat;|)
  (WRITE-LINE
   |             5. calcul du resultat demande.|)
  (SPACEBAR))

(DEFUN extractelt (atm lst %local:%i)
  (SETQ i 0)
  (LOOP ((EQL i atm) (CAR lst))
        (SETQ i (ADD1 i))
        (SETQ lst (CDR lst))))

(DEFUN mbr (atm lst)
  (LOOP ((NULL lst) NIL)
        ((EQL atm (CAR lst)))
        (SETQ lst (CDR lst))))

(DEFUN pos (atm lst %local:%i)
  (SETQ i 0)
  (LOOP ((EQL atm (CAR lst)) i)
        (SETQ i (ADD1 i))
        (SETQ lst (CDR lst))))

(DEFUN elttable (l c table)
  (EXTRACTELT c (EXTRACTELT l table)))

(DEFUN calcul1i (posE posR)
  (ELTTABLE posE posR opdiv))

(DEFUN expoRC (posR posC posTps)
  (SETQ RfoisC (ELTTABLE posR posC opmult))
  (SETQ tdivRC (ELTTABLE posTps (POS RfoisC valeurs) opdiv))
  (SETQ exptdivRC (EXTRACTELT (POS tdivRC valeurs) opexpplus))
  (EXTRACTELT (POS exptdivRC valeurs) opundiv))

(DEFUN calcul1v (posE posR posC posTps)
  (SETQ unmoinsundivexptdivRC (EXTRACTELT (POS (EXPORC posR posC posTps)
                                                valeurs)
                                           opunmoinsprim))
  (ELTTABLE posE (POS unmoinsundivexptdivRC valeurs) opmultprim))

(DEFUN calcul2i (posE posV posR posC posTps)
  (SETQ EmoinsV (ELTTABLE posE posV opmoins))
  (SETQ EmoinsVdivR (CALCUL1I (POS EmoinsV valeurs) posR))
  (ELTTABLE (POS EmoinsVdivR valeurs) (POS (EXPORC posR posC posTps)
                                            valeurs)
            opmultprim))

(DEFUN calcul2v (posE posR posC posTps)
- (CALCUL1V posE posR posC posTps))

(DEFUN calcul4v (posSi posR posC posTps)
  (SETQ exptdivRC (EXPORC posR posC posTps))
  (ELTTABLE posSi (POS exptdivRC valeurs) opmultprim))

(DEFUN fermer ()
  (SET-CURSOR 18 15)
  (FOREGROUND-COLOR 5)
  (Y-OR-N-P "                Voulez-vous fermer le circuit ?"))
```

```
(DEFUN imprimpot (v)
   (SET-CURSOR 12 15)
   (PRINC |V = |)
   (PRINT v))

(DEFUN continuite1 (v posSi tps)
   ((OR (>= (POS v valeurs) posSi)
        (>= tps 4))
    (IMPRIMPOT (EXTRACTELT posSi valeurs)))
   (IMPRIMPOT v))

(DEFUN continuite2 (v posSpi tps)
   ((OR (<= (POS v valeurs) posSpi)
        (>= tps 4))
    (IMPRIMPOT (EXTRACTELT posSpi valeurs)))
   (IMPRIMPOT v))

(DEFUN souligne1 (nbr)
   (FOREGROUND-COLOR 14)
   (SETQ i 0)
   (LOOP (PRINC (ASCII 196))
         (SETQ i (ADD1 i))
         ((>= i nbr) (FOREGROUND-COLOR 3))))

(DEFUN souligne2 (nbr)
   (FOREGROUND-COLOR 14)
   (SETQ i 0)
   (LOOP (PRINC (ASCII 205))
         (SETQ i (ADD1 i))
         ((>= i nbr) (FOREGROUND-COLOR 3))))

(DEFUN etat0 ()
   (FOREGROUND-COLOR 1)
   (CLEAR-SCREEN)
   (SET-CURSOR 1 32)
   (PRINT |ETAT 0|)
   (SET-CURSOR 2 31)
   (SOULIGNE1 8)
   (SET-CURSOR 5 15)
   (PRINT |V = 0|)
   (SET-CURSOR 10 15)
   (PRINT |I = I1 = I2 = 0|)
   (SET-CURSOR 15 15)
   (PRINT |CIRCUIT OUVERT|))

(DEFUN etat1 (posE posR posC %local:%crt %v)
   (FOREGROUND-COLOR 1)
   (CLEAR-SCREEN)
   (SETQ crt (CALCUL1I posE posR))
   (SETQ v (CALCUL1V posE posR posC 0))
   (SET-CURSOR 1 20)
   (PRINT |ETAT 1 PONCTUEL : CIRCUIT FERME|)
   (SET-CURSOR 2 19)
   (SOULIGNE1 33)
   (SET-CURSOR 6 15)
   (PRINC |I = |)
   (PRINT crt)
   (SET-CURSOR 8 15)
   (PRINC |I1 = |)
   (PRINT crt)
   (SET-CURSOR 10 15)
   (PRINT |I2 = 0|)
   (SET-CURSOR 12 15)
   (PRINC |V = |)
   (PRINT v)
```

```
   (SET-CURSOR 14 15)
   (PRINT |DUREE ETAT 1 = TP|)
   (SPACEBAR)
   v)

(DEFUN etat2 (posE posV posR posC posSi PER)
   (FOREGROUND-COLOR 1)
   (CLEAR-SCREEN)
   (SET-CURSOR 1 32)
   (PRINT |ETAT 2|)
   (SET-CURSOR 2 31)
   (SOULIGNE1 8)
   (SETQ tps 0)
   (LOOP (SETQ v (CALCUL2V posE posR posC tps))
         (SETQ crt (CALCUL2I posE posV posR posC tps))
         (SET-CURSOR 6 15)
         (PRINC |I = |)
         (PRINT crt)
         (SET-CURSOR 8 15)
         (PRINC |I1 = |)
         (PRINT crt)
         (SET-CURSOR 10 15)
         (PRINT |I2 = 0|)
         (CONTINUITE1 v posSi tps)
         (SET-CURSOR 14 15)
         (PRINC |DUREE = |)
         (PRINT (EXTRACTELT tps valeurs))
         ((OR (>= (POS v valeurs) posSi)
              (>= tps 4))
          (ELTTABLE (POS PER valeurs)
                    tps
                    opplus))
         (SETQ tps (ADD1 tps))
         (SPACEBAR)
         (FOREGROUND-COLOR 1)
         (CLEAR-SCREEN)
         (SET-CURSOR 1 28)
         (PRINT |SUITE ETAT 2|)
         (SET-CURSOR 2 27)
         (SOULIGNE1 14)))

(DEFUN etat3 (Si)
   (SPACEBAR)
   (FOREGROUND-COLOR 1)
   (CLEAR-SCREEN)
   (SET-CURSOR 1 28)
   (PRINT |ETAT 3 PONCTUEL|)
   (SET-CURSOR 2 27)
   (SOULIGNE1 17)
   (SET-CURSOR 10 15)
   (PRINC |V = |)
   (PRINT Si)
   (SET-CURSOR 15 15)
   (PRINT |DUREE ETAT 3 = TP|)
   (SPACEBAR))

(DEFUN etat4 (posE posR posC posSi posSpi PER)
   (FOREGROUND-COLOR 1)
   (CLEAR-SCREEN)
   (SET-CURSOR 1 32)
   (PRINT |ETAT 4|)
   (SET-CURSOR 2 31)
   (SOULIGNE1 8)
   (SETQ tps 0)
   (LOOP (SETQ v (CALCUL4V posSi posR posC tps))
         (CONTINUITE2 v posSpi tps)
```

```
          (SET-CURSOR 15 15)
          (PRINC |DUREE = |)
          (PRINT (EXTRACTELT tps valeurs))
          (( OR (<= (POS v valeurs) posSpi)
                (>= tps 4))
           (ELTTABLE (POS PER valeurs)
                     tps
                     opplus))
          (SETQ tps (ADD1 tps))
          (SPACEBAR)
          (FOREGROUND-COLOR 1)
          (CLEAR-SCREEN)
          (SET-CURSOR 1 28)
          (PRINT |SUITE ETAT 4|)
          (SET-CURSOR 2 27)
          (SOULIGNE1 14)))

(DEFUN etat5 (Spi)
   (SPACEBAR)
   (FOREGROUND-COLOR 1)
   (CLEAR-SCREEN)
   (SET-CURSOR 1 28)
   (PRINT |ETAT 5 PONCTUEL|)
   (SET-CURSOR 2 27)
   (SOULIGNE1 17)
   (SET-CURSOR 6 15)
   (PRINC |V = |)
   (PRINT Spi)
   (SET-CURSOR 9 15)
   (PRINT |I2 = 0|)
   (SET-CURSOR 12 15)
   (PRINT |DUREE ETAT 5 = TP|))

(DEFUN RESULT (E R C Si Spi T2 T4)
   (FOREGROUND-COLOR 1)
   (CLEAR-SCREEN)
   (SET-CURSOR 1 31)
   (PRINT |RESULTATS|)
   (SET-CURSOR 2 30)
   (SOULIGNE2 11)
   (SET-CURSOR 4 10)
   (PRINC |E = |)
   (PRINT E)
   (SET-CURSOR 4 35)
   (PRINC |R = |)
   (PRINT R)
   (SET-CURSOR 4 60)
   (PRINC |C = |)
   (PRINT C)
   (SET-CURSOR 8 20)
   (PRINC |Si = |)
   (PRINT Si)
   (SET-CURSOR 8 50)
   (PRINC |Spi = |)
   (PRINT Spi)
   (FOREGROUND-COLOR 4)
   (SET-CURSOR 12 15)
   (PRINC |PERIODE DE CLIGNOTEMENT DU TUBE A NEON = |)
   (SETQ PERIODE (ELTTABLE (POS T2 valeurs) (POS T4 valeurs) opplus))
   (PRINT PERIODE)
   (SET-CURSOR 16 15)
   (PRINC |FREQUENCE DE CLIGNOTEMENT DU TUBE A NEON = |)
   (SETQ NU (EXTRACTELT (POS PERIODE valeurs) opundiv))
   (PRINT NU))

(DEFUN err ()
```

```
   (WRITE-BYTE 7)
   (SETQ *HIGH-INTENSITY* T)
   (SETQ *BLINK* T)
   (FOREGROUND-COLOR 4))

(DEFUN nonerr ()
   (SETQ *BLINK* NIL)
   (SETQ *HIGH-INTENSITY* NIL)
   (FOREGROUND-COLOR 3))

(DEFUN delai ()
   (SETQ i 0)
   (LOOP (SETQ i (ADD1 i))
        ((> i 5000) T)))

(DEFUN valperm ()
   (CLEAR-SCREEN)
   (FOREGROUND-COLOR 14)
   (SET-CURSOR 2 3)
   (WRITE-LINE
   |Voici les seules valeurs permises pour les variables floues|)
   (SET-CURSOR 3 3)
   (WRITE-LINE
   |du probleme :|)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (TERPRI 2)
   (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
   (WRITE-LINE
   |                TP comme abreviation de "tres petit(e)"|)
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |                P                       "petite"|)
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |                M                       "moyen(ne)"|)
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |                G                       "grand(e)"|)
   (TERPRI)
   (WRITE-LINE
   |                TG                      "tres grand(e)"|)
   (SPACEBAR))

(DEFUN errval ()
   (ERR)
   (PRINT |! VALEUR INCONNUE !|)
   (DELAI)
   (NONERR)
   (VALPERM)
   (CLEAR-SCREEN))

(DEFUN effacelignes (nbr)
   (SET-CURSOR nbr 15)
   (DELETE-LINES 1)
   (SET-CURSOR (- nbr 3) 15)
   (DELETE-LINES 1))

(DEFUN efflign (nbr)
   (SET-CURSOR nbr 15)
   (DELETE-LINES 1)
   (SET-CURSOR (- nbr 3) 15)
   (DELETE-LINES 1))

(DEFUN error (nbr)
   (ERRVAL)
   (EFFLIGN nbr))
```

```
(DEFUN entdonnees ()
   (FOREGROUND-COLOR 1)
   (SET-CURSOR 1 20)
   (PRINC |INTRODUCTION DES DONNEES|)
   (SET-CURSOR 2 19)
   (SOULIGNE2 26))

(DEFUN lectE (READ-LINE RDS)
   (LOOP (ENTDONNEES)
         (CLEAR-INPUT)
         (SET-CURSOR 4 15)
         (PRINC |E (potentiel du generateur) = |)
         (SETQ E (STRING-UPCASE (READ-LINE)))
         (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
         ((MBR E valeurs) E)
         (SET-CURSOR 7 15)
         (ERRVAL)
         (EFFACELIGNES 7)))

(DEFUN lectR (E READ-LINE RDS)
   (LOOP (ENTDONNEES)
         (SET-CURSOR 4 15)
         (PRINC |E (potentiel du generateur) = |)
         (PRINT E)
         (CLEAR-INPUT)
         (SET-CURSOR 7 15)
         (PRINC |R (resistance) = |)
         (SETQ R (STRING-UPCASE (READ-LINE)))
         (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
         ((MBR R valeurs) R)
         (SET-CURSOR 10 15)
         (ERRVAL)
         (EFFACELIGNES 10)))

(DEFUN lectC (E R READ-LINE RDS)
   (LOOP (ENTDONNEES)
         (SET-CURSOR 4 15)
         (PRINC |E (potentiel du generateur) = |)
         (PRINT E)
         (SET-CURSOR 7 15)
         (PRINC |R (resistance) = |)
         (PRINT R)
         (CLEAR-INPUT)
         (SET-CURSOR 10 15)
         (PRINC |C (capacite du condensateur) = |)
         (SETQ C (STRING-UPCASE (READ-LINE)))
         (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
         ((MBR C valeurs) C)
         (SET-CURSOR 13 15)
         (ERRVAL)
         (EFFACELIGNES 13)))

(DEFUN controlSi (Si)
   (SET-CURSOR 16 15)
   ((NOT (MBR Si valeurs)) (ERROR 16))
   (ERR)
   (PRINT |! VALEUR INVALIDE ---> Si <= E !|)
   (DELAI)
   (NONERR)
   (EFFLIGN 16))

(DEFUN lectSi (E R C READ-LINE RDS)
   (LOOP (ENTDONNEES)
         (SET-CURSOR 4 15)
         (PRINC |E (potentiel du generateur) = |)
```

```
         (PRINT E)
         (SET-CURSOR 7 15)
         (PRINC |R (resistance) = |)
         (PRINT R)
         (SET-CURSOR 10 15)
         (PRINC |C (capacite du condensateur) = |)
         (PRINT C)
         (CLEAR-INPUT)
         (SET-CURSOR 13 15)
         (PRINC |Si (seuil de ionisation du neon dans le tube) = |)
         (SETQ Si (STRING-UPCASE (READ-LINE)))
         (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
         ((AND (MBR Si valeurs) (<= (POS Si valeurs)
                                    (POS E valeurs ))) Si)
         (CONTROLSI Si)))

(DEFUN controlSpi (Spi)
   (SET-CURSOR 19 15)
   ((NOT (MBR Spi valeurs)) (ERROR 19))
   (ERR)
   (PRINT |! VALEUR INVALIDE ---> Spi <= Si !|)
   (DELAI)
   (NONERR)
   (EFFLIGN 19))

(DEFUN lectSpi (E R C Si READ-LINE RDS)
   (LOOP (ENTDONNEES)
         (SET-CURSOR 4 15)
         (PRINC |E (potentiel du generateur) = |)
         (PRINT E)
         (SET-CURSOR 7 15)
         (PRINC |R (resistance) = |)
         (PRINT R)
         (SET-CURSOR 10 15)
         (PRINC |C (capacite du condensateur) = |)
         (PRINT C)
         (SET-CURSOR 13 15)
         (PRINC |Si (seuil de ionisation du neon dans le tube) = |)
         (PRINT Si)
         (CLEAR-INPUT)
         (SET-CURSOR 16 15)
         (PRINC |Spi (seuil de potentiel insuffisant pour le neon) = |)
         (SETQ Spi (STRING-UPCASE (READ-LINE)))
         (SETQ *PRINT-ESCAPE* NIL)
         ((AND (MBR Spi valeurs) (<= (POS Spi valeurs)
                                     (POS Si valeurs ))) Spi)
         (CONTROLSPI Spi)))

(DEFUN prog (E R C Si Spi PER)
   (CLEAR-SCREEN)
   (SETQ E (LECTE))
   (SETQ R (LECTR E))
   (SETQ C (LECTC E R))
   (SETQ Si (LECTSI E R C ))
   (SETQ Spi (LECTSPI E R C Si))
   (SETQ posE (POS E valeurs))
   (SETQ posR (POS R valeurs))
   (SETQ posC (POS C valeurs))
   (SETQ posSi (POS Si valeurs))
   (SETQ posSpi (POS Spi valeurs))
   (ETAT0)
   ((NOT (FERMER)) T)
   (SETQ posV (POS (ETAT1 posE posR posC) valeurs))
   (LOOP (SETQ T2 (ETAT2 posE posV posR posC posSi PER))
         (ETAT3 Si)
         (SETQ T4 (ETAT4 posE posR posC posSi posSpi PER))
```

```
          (ETAT5 Spi)
          (SETQ posV posSpi)
          (SET-CURSOR 15 15)
          (FOREGROUND-COLOR 5)
          ((NOT (Y-OR-N-P "                    Voulez-vous continuer ?"))
           (RESULT E R C Si Spi T2 T4))
          (CLEAR-SCREEN)))

(DEFUN entcircuit ()
   (FOREGROUND-COLOR 1)
   (CLEAR-SCREEN)
   (SET-CURSOR 2 13)
   (PRINC |RAPPEL DE LA CONFIGURATION GENERALE DU CIRCUIT|)
   (SET-CURSOR 3 12)
   (SOULIGNE2 48))

(DEFUN arret ()
   (MAKE-WINDOW 0 0 25 80)
   (BACKGROUND-COLOR 0)
   (FOREGROUND-COLOR 3)
   (CLEAR-SCREEN))

(DEFUN circuit (E R C Si Spi)
   (PRESENTATION)
   (LOOP (ENTCIRCUIT)
         (GRAPHCIRCUIT)
         (SETQ PER 'TP)
         (PROG E R C Si Spi PER)
         (SET-CURSOR 20 15)
         (FOREGROUND-COLOR 5)
         ((Y-OR-N-P "                    STOP ?") (ARRET))))

(CIRCUIT(rds))
```

BIBLIOGRAPHIE

Remarque: Au sujet des quelques références, présentées dans cette bibliographie, que nous n'avons pas ou peu consultées et qui sont ou ne sont pas reprises dans le texte de ce mémoire, nous espérons qu'elles seront d'une aide efficace pour le lecteur désireux d'approfondir certains sujets traités dans ce cadre.

[AVL 86] A. VAN LANSWEERDE : "Techniques d'Intelligence Artificielle", cours donné à l'Institut d'Informatique des Facultés Notre-Dame de la Paix (FNDP), Namur, 1986.

[BALD81] J.F.BALDWIN : "Fuzzy logic and fuzzy reasoning", dans le livre "Fuzzy Reasoning and its Applications" de E.H.MAMDANI et B.R.GAINES, Academic Press Inc., March 1981.

[BLNL88] J.M.BARRETO, J.LEFEVRE, M.NOIRHOMME-FRAITURE, W.C. de LIMA : "Qualitative Simulation in Physiology with Bond Graphs", First Symposium on Modelling and Control in Biomedical Systems, Venice, Italy, April 6-8 1988 (article soumis).

[BOBR84] D.G.BOBROW : "Qualitative Reasoning about Physical Systems : An Introduction", Artificial Intelligence, vol 24, pgs 1-5, Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 1984.

[BOMO81] R.S.BOYER, J.S.MOORE : "The correctness problem in computer science", Academic Press Inc Ltd, London, 1981.

[BOOL58] G.BOOLE : "The laws of thought", Dover Publications Inc, New-York, 1958.

[CFKP85] *E.CHOURAQUI, H.FARRENY, D.KAYSER, H.PRADE : "Modélisation du raisonnement et de la connaissance", Technique et Science Informatiques, vol 4, n° 4, 1985.*

[CHEN74] *F.CHENIQUE : "Comprendre la logique moderne", Tome 2, Dunod, Paris, 1974.*

[CKVC83] *A.COLMERAUER, H.KANOUI, M.VAN CANEGHEM : "Prolog, bases théoriques et développements actuels", Technique et Science Informatiques, vol 2, n° 4, 1983.*

[CLMC84] *K.L.CLARK, F.G.McCABE : "Micro-PROLOG: Programming in Logic", Prentice Hall, London, 1984.*

[CLME81] *W.F.CLOCKSIN, C.S.MELLISH : "Programming in Prolog", Springer-Verlag, New-York, 1981.*

[CODU87] *A.COLLIN, P.DUPONT : "Des Ensembles Flous", Dissertation, Département des Sciences Mathématiques, FNDP, Namur, juin 1987.*

[DUPR76] *D.DUBOIS, H.PRADE : "Note Interne DERA : Le flou, Kouacksexa ?", Département d'études et de recherches en automatique, Toulouse, Octobre 1976.*

[FERG81] *R.FERGUSON : "Prolog, a step toward the ultimate computer language", BYTE Publications Inc, November 1981.*

[GAIN77] *B.R.GAINES : "Foundations of Fuzzy Reasoning", dans "Fuzzy Automata and Decision Processes", édité par M.M.GUPTA, G.N.SARIDIS, B.R.GAINES, North-Holland, 1977.*

[GOGU73] *J.A.GOGUEN Jr. : "Concept Representation in Natural and Artificial Languages: Axioms, Extensions and Applications for Fuzzy Sets", dans le livre "Fuzzy Reasoning and its Applications" de E.H.MAMDANI et B.R.GAINES, Academic Press Inc., March 1981.*

[GUSG77] *M.M.GUPTA, G.N.SARIDIS, B.R.GAINES : "Fuzzy Automata and Decision Processes", Elsevier North-Holland, Inc, New-York, 1977.*

[HAYE79] *P.J.HAYES : "The Naive Physics Manifesto", dans D.MICHIE (éd.): "Expert Systems in the Microelectronic Age", Edinburgh University Press, Edinburgh, 1979.*

[HEWA86] *A.HENRIOUL, D.WARNIER : "Contribution à la conception d'un système informatique d'aide à l'enseignement de la physiologie cardiaque: élaboration d'un modèle qualitatif du coeur gauche selon les principes de la programmation logique", Dissertation, Institut d'Informatique, FNDP, Namur, 1986.*

[HISD82] *E.HISDAL : "Possibilities and probabilities", Second World Conference on Mathematics at the service of man, Proceedings, Las Palmas (Espagne), Juin 1982.*

[1IWSI86] *Y.IWASAKI, H.A.SIMON : "Causality in Device Behavior", Artificial Intelligence, vol 29, pgs 3-32, Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 1986.*

[2IWSI86] *Y.IWASAKI, H.A.SIMON : "Theories of Causal Ordering : Reply to de Kleer and Brown", Artificial Intelligence, vol 29, pgs 63-72, Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 1986.*

[KAUF73] *A.KAUFMANN : "Introduction à la théorie des sous-ensembles flous", vol 1 (exercices), Masson et Cie Editeurs, Paris, 1973.*

[KAUF75] *A.KAUFMANN : "Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets", vol 1: "Fundamental Theoretical Elements", Academic Press, New-York, 1975.*

[KLBR84] *J.DE KLEER, J.S.BROWN : "A Qualitative Physics Based on Confluences", Artificial Intelligence, vol 24, pgs 7-83, Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 1984.*

[KLBR86] *J.DE KLEER, J.S.BROWN : "Theories of Causal Ordering", Artificial Intelligence, vol 29, pgs 33-61, Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 1986.*

[KOWA79] *R.KOWALSKI : "Logic for problem solving", Elsevier Science Publishing Co., Inc, 1979.*

[LAUR82] *J-L.LAURIERE : "Représentation et utilisation des connaissances", Technique et Science Informatiques, 1982.*

[LUKA72] *J.LUKASIEWICZ : "La syllogistique d'Aristote", Librairie Armand Colin, Paris, 1972.*

[MICO86] *MICROSOFT CORPORATION : "Microsoft LISP : Artificial Intelligence Programming Environment for the MS-DOS Operating System", Microsoft Corporation, Soft Warehouse, Inc., 1986.*

[NILS72] *N.J.NILSSON : "Problem-Solving Methods in Artificial Intelligence", McGraw-Hill Book Company, New-York, 1972.*

[NILS82] *N.J.NILSSON : "Principles of Artificial Intelligence", Springer-Verlag, 1982.*

[ROBI79] *J.A.ROBINSON : "Logic: Form and Function; The Mechanization of Deductive Reasoning", University Press, Edinburgh, 1979.*

[TURN84] *R.TURNER : "Logics for artificial intelligence", J.Wiley, New-York, 1984.*

[WEBB83] *B.L.WEBBER : "Logic and Natural Language", IEEE, octobre 1983.*

[WIHO81] *P.H. WINSTON, B.K.P. HORN : "LISP", Addison-Wesley, London, 1981.*

[ZADE65] *L.A. ZADEH : "Fuzzy Sets", Information and Control, vol 8, pgs 338-353, 1965.*

[ZADE77] *L.A. ZADEH : "A theory of Approximate Reasoning", Memorandum UCB/ERLM77/58, University of California, Berkeley, 1977.*

[ZADE78] *L.A. ZADEH : "Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility", Fuzzy Sets and Systems, vol 1, pgs 3-28, 1978.*

[ZADE83] *L.A. ZADEH : "Commonsense Knowledge Representation Based on Fuzzy Logic", IEEE, octobre 1983.*