

# HENRY

Hydraulic Engineering Repository

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

---

Conference Paper, Published Version

**Herten, Markus**

## **Die Verwendung von Finiten Elementen bei Standsicherheitsnachweisen Berechnungsbeispiele**

---

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/101914>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

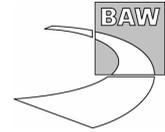
Herten, Markus (2007): Die Verwendung von Finiten Elementen bei Standsicherheitsnachweisen Berechnungsbeispiele. In: Bundesanstalt für Wasserbau (Hg.): Neue Normen in der Geotechnik. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau.

### **Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:**

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.





## **Die Verwendung von Finiten Elementen bei Standsicherheitsnachweisen Berechnungsbeispiele**

Dr.-Ing. Markus Herten  
Bundesanstalt für Wasserbau

### **Gliederung**

1. Definitionen und allgemeine Angaben
2. Standsicherheitsberechnung einer Böschung
3. Standsicherheitsberechnung einer Spundwand
4. Literaturhinweise

## 1 Definitionen und allgemeine Angaben

Ein Grenzzustand ist der Zustand eines Tragwerks, bei dessen Überschreitung die der Tragwerksplanung zugrunde gelegten Anforderungen überschritten werden.

Der **Grenzzustand der Tragfähigkeit** ist der Zustand des Tragwerks, dessen Überschreiten zu einem rechnerischen Einsturz oder anderen Formen des Versagens führt. ("Standsicherheitsproblem") GZ1

Der **Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit** ist der Zustand des Tragwerks, dessen Überschreiten die für die Nutzung festgelegten Bedingungen nicht mehr erfüllt. ("Verformungsproblem") GZ2

### Grenzzustände der Tragfähigkeit GZ 1:

#### Sicherheitskonzept GZ 1B: faktorisierte Beanspruchungen und Widerstände

$$E_d = E_k (\varphi_k, c_k) \cdot \gamma_E$$

$$R_d = R_k (\varphi_k, c_k) / \gamma_R$$

$E_k$  charakteristischer Wert der Beanspruchungen

$R_k$  charakteristischer Wert der Widerstände

$\varphi_k$  charakteristischer Wert des Reibungswinkels

$c_k$  charakteristischer Wert der Kohäsion

$E_d$  Bemessungswert der Beanspruchungen

$\gamma_E$  Teilsicherheitsbeiwert für die Beanspruchungen

$R_d$  Bemessungswert der Widerstände

$\gamma_R$  Teilsicherheitsbeiwert für die Widerstände

#### Sicherheitskonzept GZ 1C: faktorisierte Scherparameter

(ggf. auch Lasten resp. Einwirkungen)

$$\tan(\varphi_d) = \tan(\varphi_k) / \gamma_\varphi$$

$$c_d = c_k / \gamma_c$$

$\varphi_k$  charakteristischer Wert des Reibungswinkels

$c_k$  charakteristischer Wert der Kohäsion

$\varphi_d$  Bemessungswert des Reibungswinkels

$\gamma_\varphi$  Teilsicherheitsbeiwert für die Reibung

$c_d$  Bemessungswert der Kohäsion

$\gamma_c$  Teilsicherheitsbeiwert für die Kohäsion

#### Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit GZ 2:

Alle Sicherheiten  $\eta = 1$

Grenzwerte werden i.W. empirisch festgelegt (z.B. maximale Setzungsdifferenz).

Für die Berechnung werden verschiedene Modellvorstellungen herangezogen (z. B. Federn, elastischer Halbraum, Elementzerlegung) Die FEM hat sich hier durchgesetzt und wird auch in der Praxis häufig angewendet.

## 2 Standsicherheitsberechnung einer Böschung

Das folgende Beispiel entspricht dem ersten Beispiele aus dem Beiblatt zu Empfehlung Nr. 4 des Arbeitskreises 1.6 „Numerik in der Geotechnik“ (T. Schanz, Geotechnik 29, 2006, Nr. 4). Es handelt sich um einen homogenen Böschungseinschnitt im bindigem Boden.

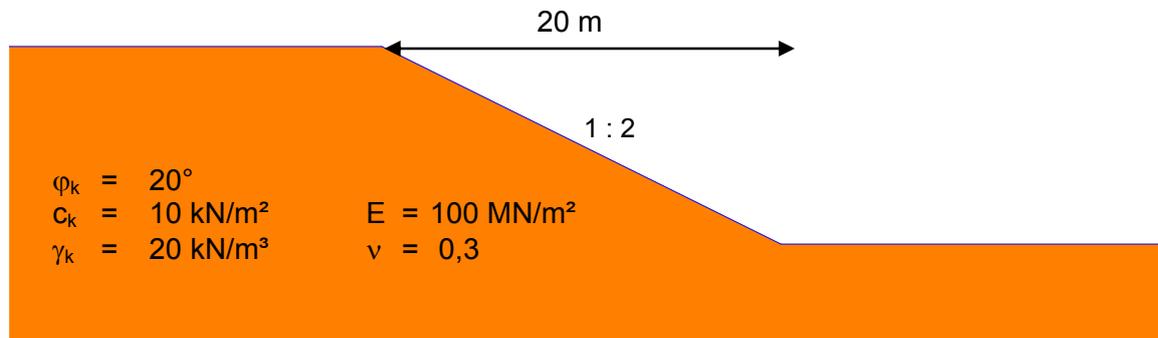


Bild 2.1: Böschungsgeometrie mit Bodenkennwerten für Stoffgesetz nach Mohr-Coulomb

Sicherheitsbeiwerte aus DIN 1054 für Lastfall 1:

$$\gamma_G = 1,0 \quad \gamma_Q = 1,3 \quad \gamma_\varphi = 1,25 \quad \gamma_c = 1,25$$

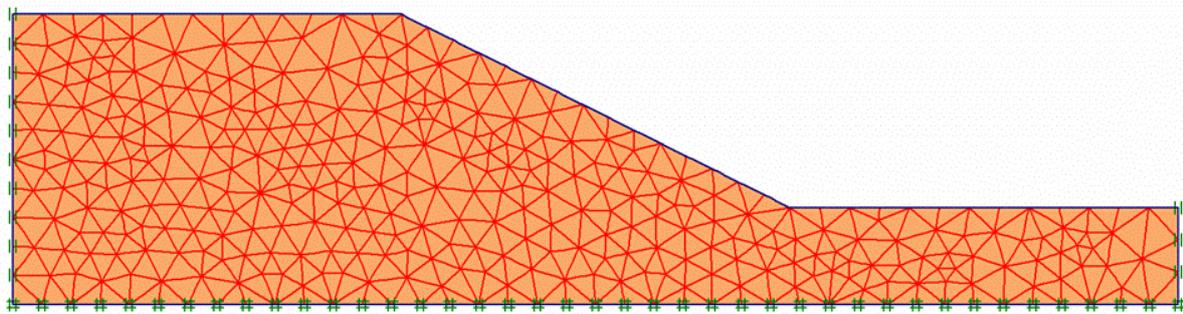


Bild 2.2: Finite-Elemente-Netz

### Berechnungsschritte:

- Erhöhung der Lasten um den Teilsicherheitsfaktor ( $\gamma_G = 1,0 / \gamma_Q = 1,3$ )  
keine ungünstigen veränderlichen Einwirkungen vorhanden
- sukzessive Reduktion von  $\varphi$  und  $c$  bis zum numerischen Grenzgleichgewicht:

$$\varphi = \arctan[\tan(20^\circ)/\eta] \quad \text{und} \quad c = 10/\eta$$

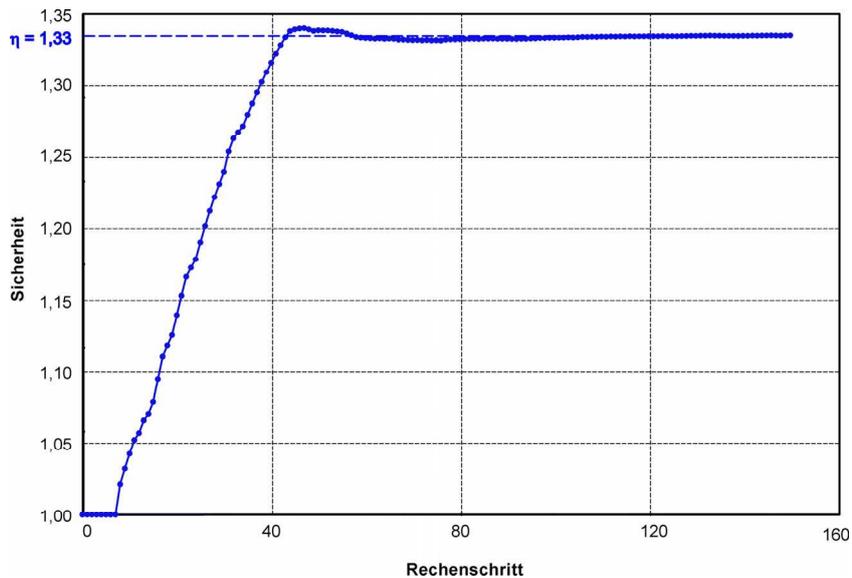


Bild 2.3: Verlauf der  $\varphi$ -c- Reduktion

Aus Bild 2.3 ergibt sich der Reduzierungsfaktor  $\eta = 1,33$ . Damit kann der Ausnutzungsgrad bei einer erforderlichen Sicherheit von  $\gamma_\varphi$  und  $\gamma_c = 1,25$  zu  $\mu = 1,25/1,33 = 0,94$  berechnet werden.

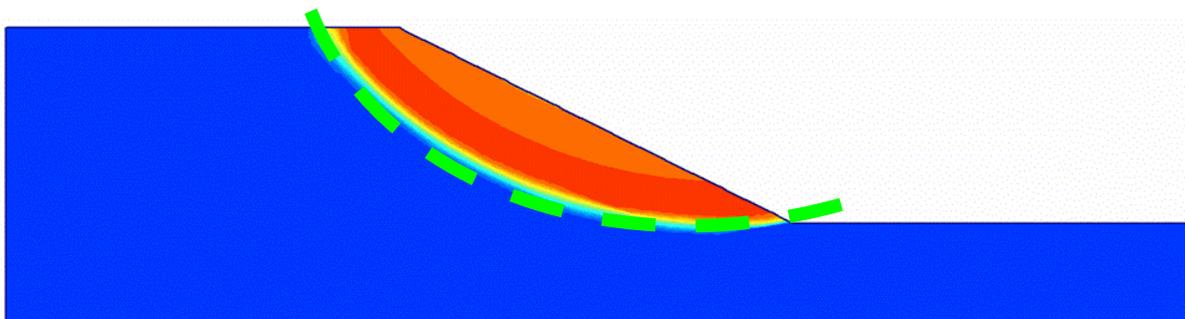


Bild 2.4: Darstellung der Verformungen im Grenzzustand

Die in Bild 2.4 dargestellten Verformungen gleichen einem Kreisabschnitt. Zum Vergleich werden analytische Berechnungen nach DIN 4084 durchgeführt. Es zeigt sich in Bild 2.5, dass ungefähr die gleichen Ausnutzungsgrade erreicht werden, wobei jeweils ein ähnlicher Bruchkörper wie in der FE-Berechnung maßgebend wird. Für die Berechnung nach DIN 4084 müssen die Bodenparameter entsprechend der Sicherheitsbeiwerte abgemindert werden:

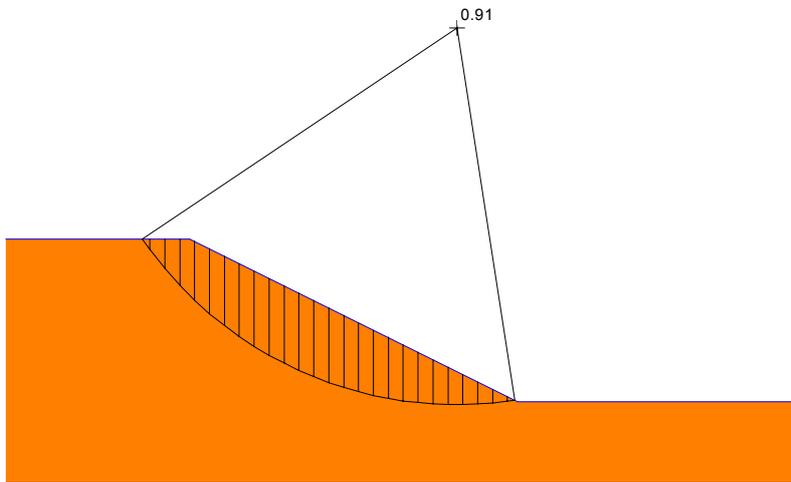
$$\varphi_d = \arctan[\tan(20^\circ)/1,25] = 16,23^\circ$$

$$c_d = 10/1,25 = 8 \text{ kN/m}^2$$

$$\gamma_d = 20 \cdot 1,0 = 20 \text{ kN/m}^3$$

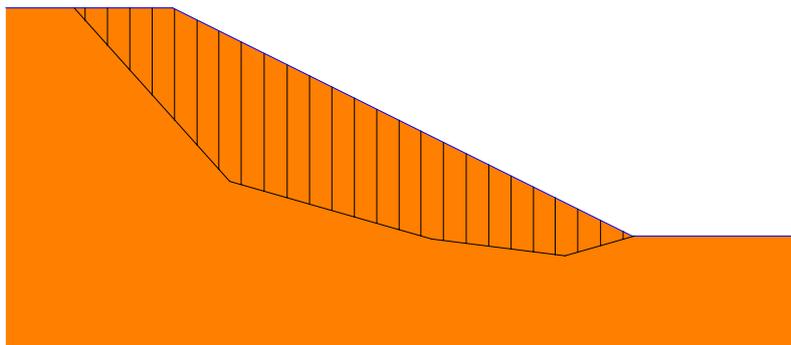
Berechnung nach Bishop:

$$\mu = 0,91$$



Berechnung nach Janbu:

$$\mu = 0,95$$



Berechnung nach Blockgleitverfahren:

$$\mu = 0,95$$

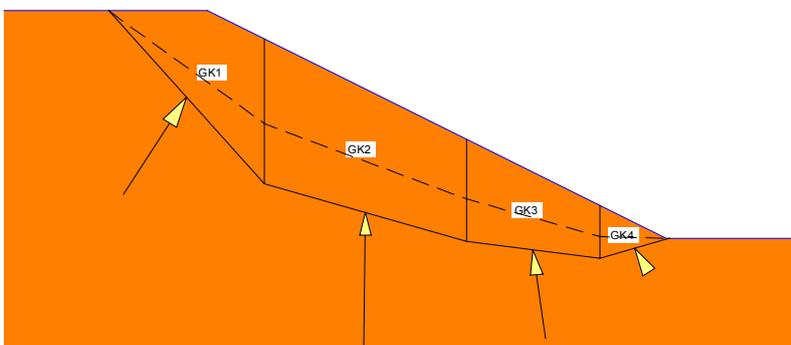


Bild 2.5: Berechnungen nach DIN 4084

### 3 Standsicherheitsberechnung einer Spundwand

#### Statisches System und Bodenkennwerte

Dieses Rechenbeispiel wurde im Rahmen der Vorstellung der 4. Auflage, Empfehlungen des Arbeitskreises „Baugruben“ von Prof. B. Walz in allen Teilschritten vorgerechnet. Bei dem statischen System handelt es sich um eine einfach gestützte, im Boden voll eingespannte Baugrubenspundwand (Lastfall 2).

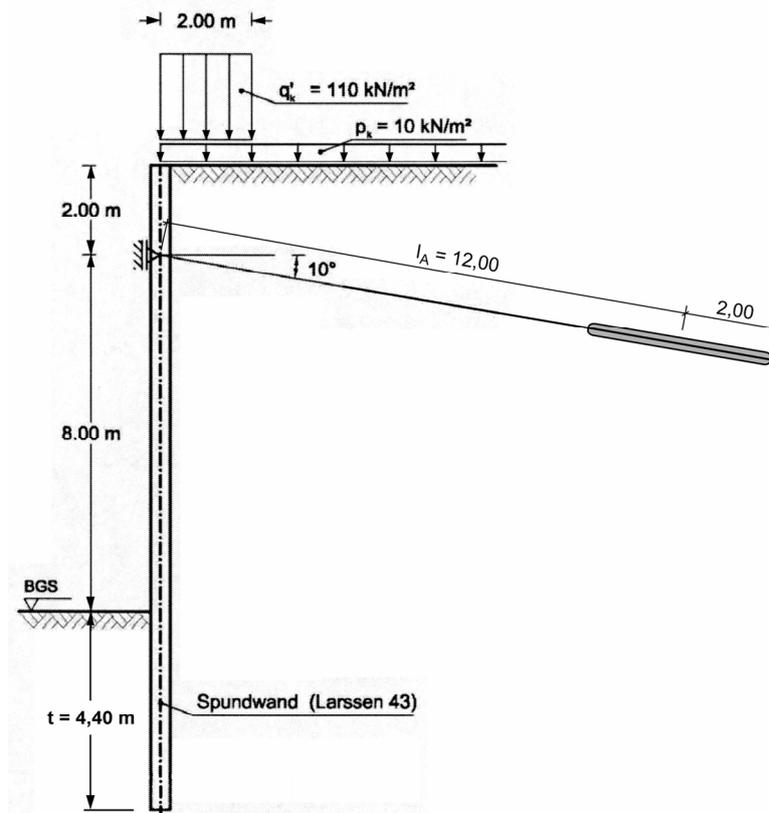


Bild 3.1: Systemabmessungen und Belastung

#### **Bodenkennwerte:**

Sand, mitteldicht gelagert

$$\begin{aligned} \gamma_k &= 18 \text{ kN/m}^3 \\ \varphi'_k &= 35^\circ \\ E_{50} &= E_{\text{oed}} = 30000 \text{ kN/m}^2 \\ E_{\text{ur}} &= 90000 \text{ kN/m}^2 \\ R_{\text{Inter}} &= 0,62 \end{aligned}$$

#### **Belastung:**

$$\begin{aligned} p_k &= 10 \text{ kN/m}^2 && \text{Großflächige Gleichlast} \\ q'_k &= 110 \text{ kN/m}^2 && \text{Verkehrslast} \\ b_{qk} &= 2,00 \text{ m} && \text{Lastbreite} \end{aligned}$$

#### **Spundwand: Larsen 43**

$$\begin{aligned} EI &= 73290 \text{ kNm}^2/\text{m} \\ EA &= 445200 \text{ kN/m} \\ w &= 1,66 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

#### **Anker:**

$$\begin{aligned} \alpha &= 10^\circ \\ l_A &= 12,00 \text{ m} \\ l_k &= 4,00 \text{ m} \end{aligned}$$

## FE-Berechnung

Die statischen Berechnungen wurden mit Hilfe des FE-Programms PLAXIS, Version 8.4 durchgeführt. Den gemäß DIN 1054 (2005) erforderlichen Nachweisen wurden die mit FEM ermittelten Spannungsverläufe zugrunde gelegt. In Bild 3.2 ist das zugehörige FE-Netz dargestellt.

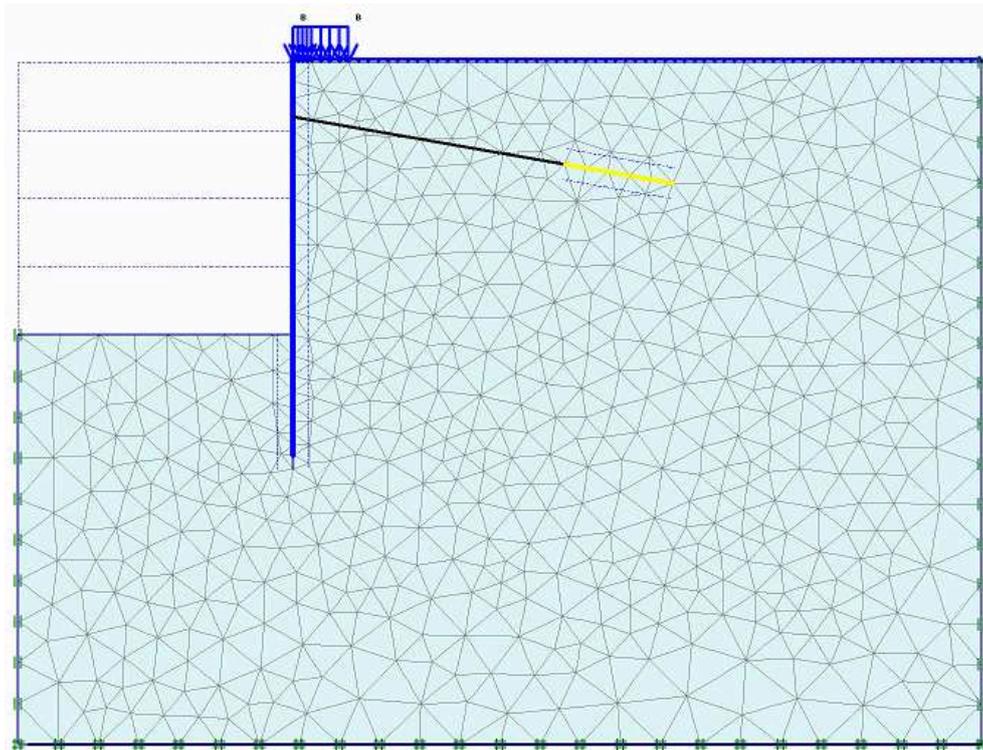


Bild 3.2: Finite-Elemente-Netz

### Einbindelänge der Spundwand

Bei einer analytischen Berechnung der Spundwandlänge muss das statische System gewählt werden. Die Wahl erfolgt zwischen frei aufgelagert, teilweise eingespannt und voll eingespannt. Es ist auch die Berechnung mit Bettungsziffern üblich. Im Beispiel von Prof. Walz wurde eine voll eingespannte Spundwand untersucht. Die Spundwandlänge ergab sich zu:

$$t_{\text{Ges}} = z_S + z_F + \Delta t = 10,00 + 3,65 + 0,2 \cdot 3,65 = 10,00 + 3,65 + 0,73 \approx 14,40 \text{ m}$$

Diese wurde auch für die FE-Berechnung verwendet, d.h. der Zuschlag  $\Delta t$  ist mit berücksichtigt. Zusätzlich wurde eine Vorspannkraft des Ankers von 150 kN/m angenommen. Trotz der geringen Vorspannkraft (ca. 75 % von  $A_{k,G}$ ) stellt sich nicht der aktive sondern ein erhöhter aktiver Erddruck ein.

## Spannungs- und Schnittgrößenverläufe

Der Boden wird unter Verwendung des Hardening-Soil-Modells abgebildet. Für das untersuchte System stellen sich unter Volllast (incl. Verkehrslasten) auf der aktiven Seite die in Bild 3.3 dargestellte Normal- und Schubspannungsverteilung über die Spundwand ein. Bild 3.4 gibt den Normal- und Schubspannungsverlauf auf der passiven Spundwandseite wieder.

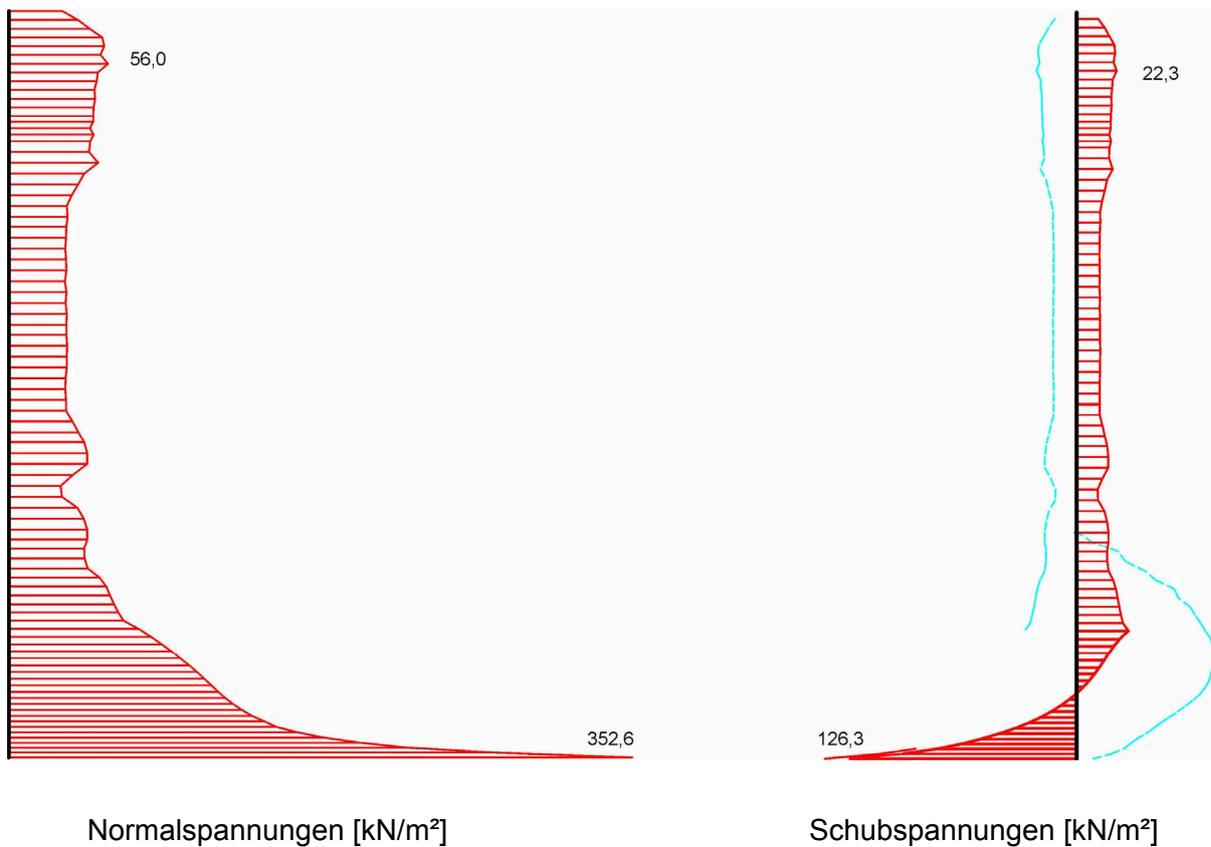


Bild 3.3: Mit FEM ermittelte Spannungsverteilung über die Spundwand (aktive Seite)

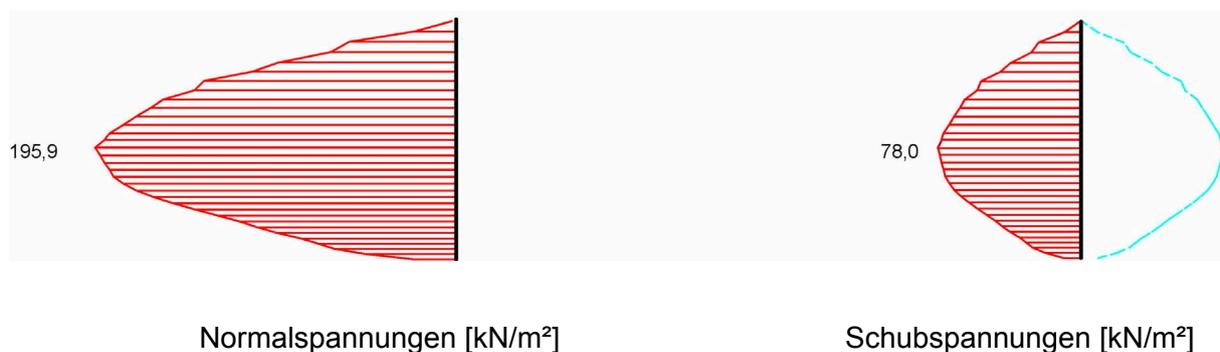


Bild 3.4: Mit FEM ermittelte Spannungsverteilung über die Spundwand (passive Seite)

Unter Volllast stellen sich die in Bild 3.5 gezeigten Schnittgrößenverläufe (Normalkraft-, Querkraft- und Momentenverlauf) über die Spundwand ein. Abweichend von der analytischen Berechnung von Prof. Walz wirken die Verkehrslasten immer ungünstig.

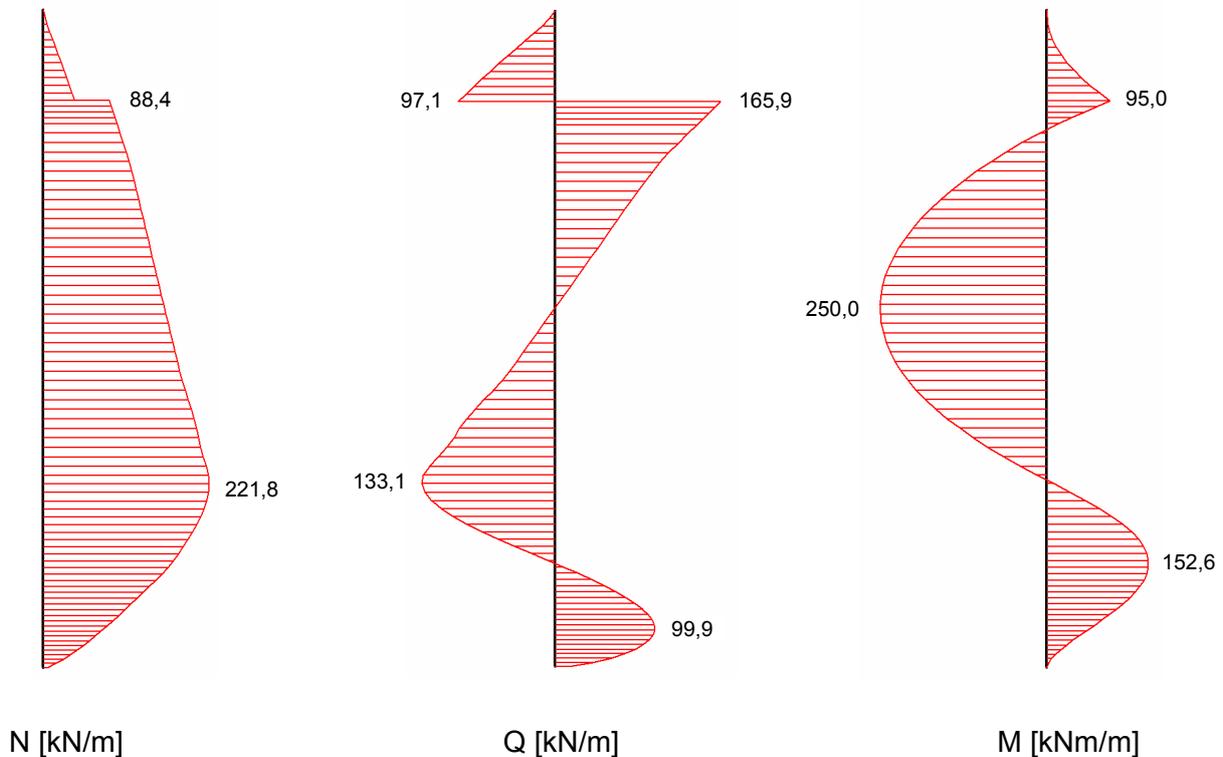


Bild 3.5: Mit FEM ermittelte Schnittgrößenverläufe über die Spundwand

### Versagen des Erdwiderlagers

Es ist nachzuweisen, dass die berechnete Bodenreaktionskraft durch den mobilisierbaren Erdwiderstand aufgenommen werden kann. Der Nachweis ist für den Grenzzustand GZ 1B zu führen. Es muss folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\gamma_G \cdot B_{Gh,k} + \gamma_Q \cdot B_{Qh,k} \leq E_{ph,k} / \gamma_{Ep}$$

Für den GZ 1B (LF 2) gelten die folgenden Teilsicherheitsbeiwerte:

$$\gamma_G = 1,20 \quad \gamma_Q = 1,30 \quad \gamma_{Ep} = 1,30$$

Die Bodenreaktionskräfte werden durch Integration der Spannungskurven bis zum theoretischen Fußpunkt (TF) bestimmt. Dieser wird mit Hilfe des Belastungsnullpunktes, der identisch mit dem Querkraftmaximum im Bereich des passiven Erdwiderlagers ist, gemäß Bild 3.6 bestimmt und beträgt:

$$TF = 3,60 \text{ m}$$

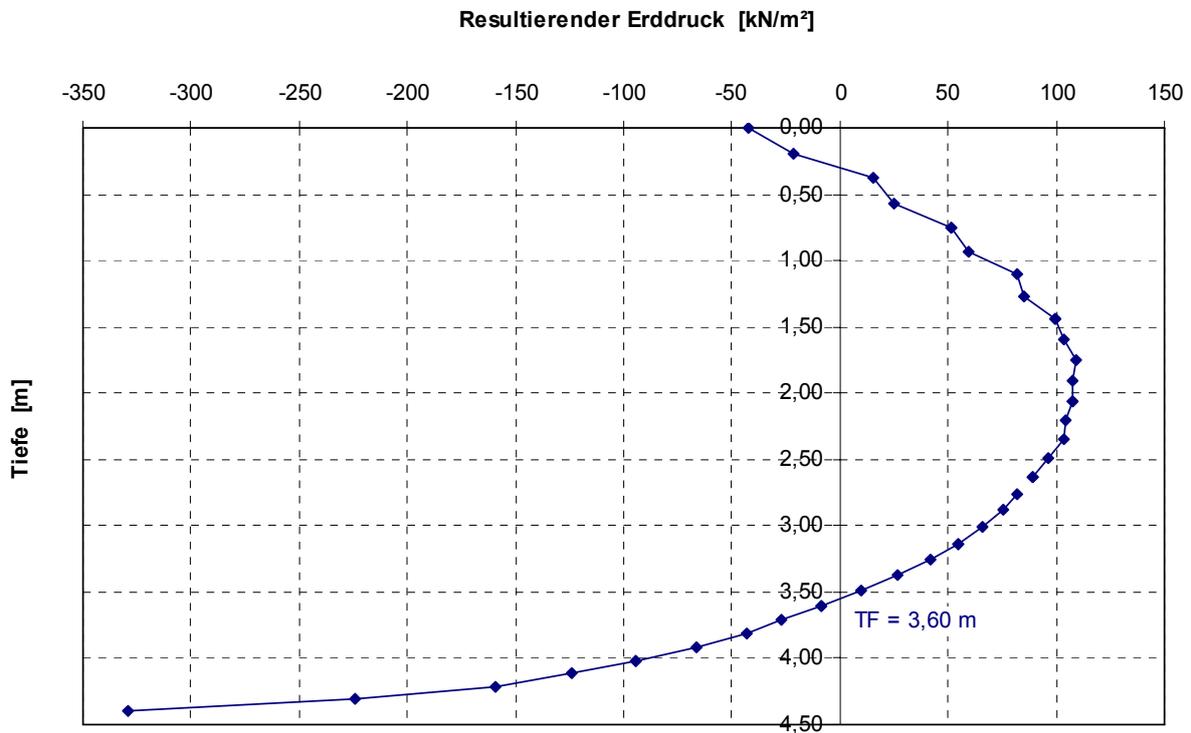


Bild 3.6: Überlagerter Erddruck am Spundwandfuß

Aus der Integration ergeben sich unter Berücksichtigung der ständigen und veränderlichen Lastanteile die folgenden Werte:

$$\begin{aligned}
 B_{Gh,k} &= 477,87 \text{ kN/m} & B_{Gv,k} &= 190,40 \text{ kN/m} \\
 B_{Qh,k} &= 29,10 \text{ kN/m} & B_{Qv,k} &= 11,57 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

Der mobilisierte Wandreibungswinkel  $\delta_p$ , lässt sich aus der FE-Berechnung wie folgt ermitteln zu:

$$\delta_p = \arctan \frac{B_{v,k}}{B_{h,k}} = \arctan \frac{190,40 + 11,57}{477,87 + 29,10} = 21,72^\circ$$

Daraus ergibt sich:

$$K_{pgh} = 7,292 \quad \text{mit } \varphi'_k = 35^\circ, \delta_p = 21,72^\circ, \alpha = \beta = 0$$

Und der mögliche passive Erddruck beträgt:

$$E_{ph,k} = 7,292 \cdot 18 \cdot 0,5 \cdot 3,60^2 = 850,54 \text{ kN/m}$$

### Nachweis:

$$\begin{aligned} \gamma_G \cdot B_{Gh,k} + \gamma_Q \cdot B_{Qh,k} &\leq E_{ph,k} / \gamma_{Ep} \\ 1,20 \cdot 477,87 + 1,30 \cdot 29,10 &\leq 850,54 / 1,30 \\ 611,27 &\leq 654,26 \quad \text{Nachweis erfüllt!} \end{aligned}$$

### Ausnutzungsgrad:

$$\mu = \frac{B_{h,d}}{E_{ph,d}} = \frac{611,27}{654,26} = 0,93 \leq 1,00$$

### Versinken von Bauteilen

Es ist nachzuweisen, dass wandartige Bauteile, wie z.B. Spundwände, nicht infolge lotrechten Beanspruchungen im Boden versinken. Eine ausreichende Sicherheit gegen Versinken ist gemäß DIN 1054 (2005) nachgewiesen, wenn die folgende Bedingung erfüllt ist:

$$V_d \leq R_d$$

$$(E_{agv,k} + A_{gv,k} + G_{Wand}) \cdot \gamma_G + (E_{aqv,k} + A_{qv,k}) \cdot \gamma_Q \leq \frac{B_{Gv,k} + B_{Qv,k}}{\gamma_{Ep}} + \frac{q_{s,k} \cdot A_s}{\gamma_P} + \frac{q_{b,k} \cdot A_b}{\gamma_P}$$

$$(178,6 + 33,6 + 22,6) \cdot 1,2 + (30,4 + 12,8) \cdot 1,3 \leq \frac{190,4 + 11,6}{1,3} + \frac{16 \cdot 2 \cdot 0,8}{1,4} + \frac{5000 \cdot 0,42}{1,4}$$

$$337,9 \text{ kN/m} \leq 1673,7 \text{ kN/m} \quad \text{Nachweis erfüllt!}$$

### Nachweis der Standsicherheit in der tiefen Gleitfuge

Auch der Nachweis ausreichender Ankerlänge wird im GZ 1B geführt. Die Schnittführung erfolgt gemäß des in Bild 3.7 dargestellten Schemas. Es wird ein unter  $\alpha_A = 10^\circ$  geneigter Anker mit einer Gesamtlänge von 14,00 m gewählt. Die Verpressstrecke besitzt eine Länge von 4,00 m. Die Anker werden in einem Abstand von 2,00 m senkrecht zur Zeichenebene angeordnet.

Es muss folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\begin{aligned} A_{vorh.,d} &\leq A_{mögl.,d} \\ \gamma_G \cdot A_{vorh.G,k} + \gamma_{vorh.Q} \cdot A_{Q,k} &\leq A_{mögl.,k} / \gamma_{Ep} \end{aligned}$$



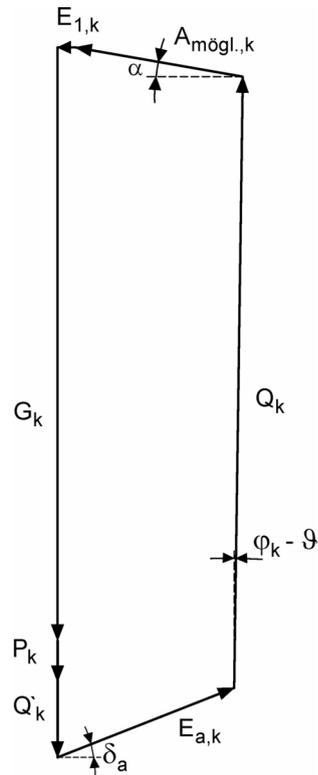


Bild 3.8: Kräfteck beim Nachweis der Tiefen Gleitfuge

Die aufnehmbare Ankerkraft  $A_{mögl.,k}$  wird aus dem Kräfteck in Bild 3.8 ermittelt:

$$A_{mögl.,k} = 486,1 \text{ kN/m}$$

Für den GZ 1B (LF 2) gelten die folgenden Teilsicherheitsbeiwerte:

$$\gamma_G = 1,20 \quad \gamma_Q = 1,30 \quad \gamma_{Ep} = 1,30$$

#### Nachweis:

$$\begin{aligned} \gamma_G \cdot A_{vorh.G,k} + \gamma_{vorh.Q} \cdot A_{Q,k} &\leq A_{mögl.,k} / \gamma_{Ep} \\ 1,20 \cdot 193,3 + 1,30 \cdot 73,7 &\leq 468,1 / 1,30 \\ 327,8 &\leq 374,0 \end{aligned}$$

Nachweis erfüllt!

#### Ausnutzungsgrad:

$$\mu = \frac{A_{mögl.,d}}{A_{vorh.,d}} = \frac{327,8}{374,0} = 0,87 \leq 1,00$$

## Nachweis der Gesamtstandsicherheit im GZ 1C

Beim Nachweis der Gesamtstandsicherheit wird der Grenzzustand GZ 1C betrachtet. Für diesen gelten im Lastfall 2 die folgenden Teilsicherheitsbeiwerte:

$$\gamma_G = 1,00 \quad \gamma_Q = 1,20 \quad \gamma_\varphi = 1,15$$

Das bedeutet, dass die Verkehrslast  $q'_k$  in der FE-Berechnung um den Faktor 1,20 erhöht werden muss:

$$q'_d = \gamma_Q \cdot q'_k = 1,20 \cdot 110 = 132 \text{ kN/m}^2$$

Die Gesamtstandsicherheit wird in der FE-Berechnung über die Reduktion der Scherparameter ( $\varphi$ -c-Reduction) bestimmt. Durch diese Variation der Scherparameter ändert sich gleichzeitig auch das Sicherheitsniveau des jeweiligen Rechenschrittes. Bild 3.9 zeigt den Verlauf dieser Entwicklung.

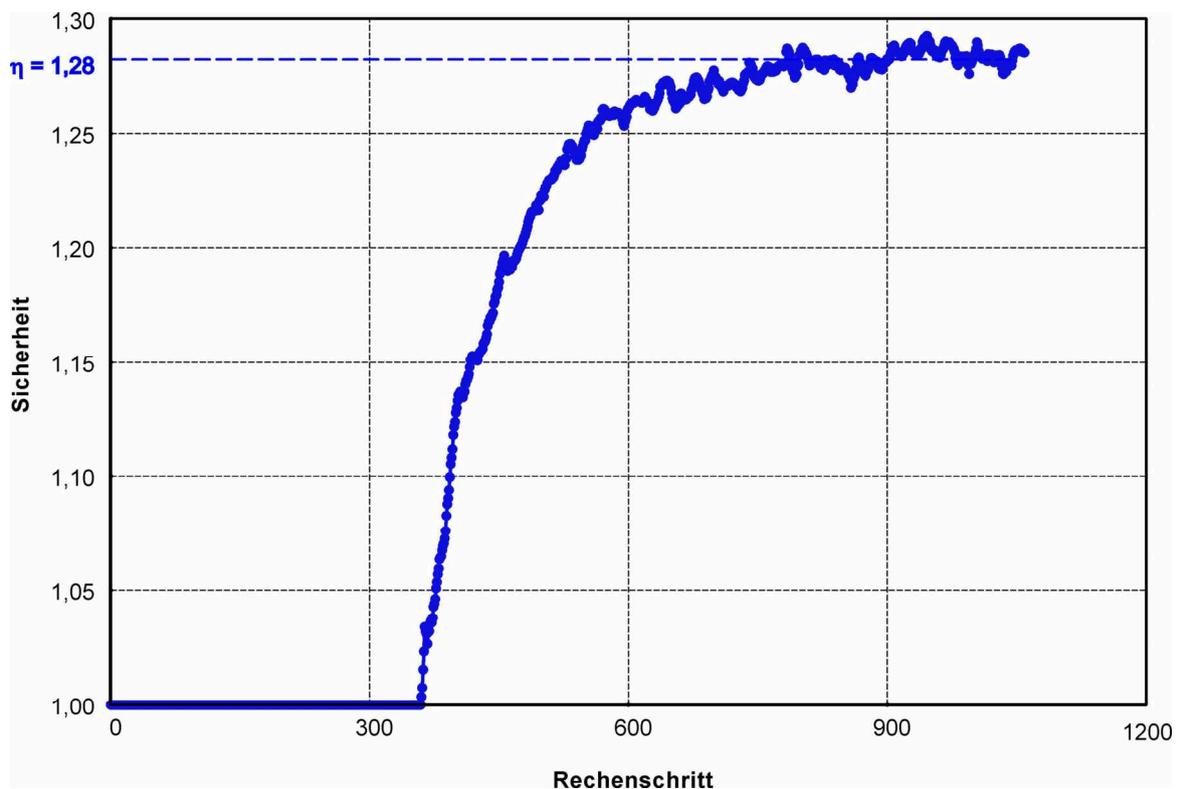


Bild 3.9: Entwicklung des Sicherheitsniveaus

Der Reduzierungsfaktor  $\eta$  beträgt hier 1,28. Dies entspricht einem Ausnutzungsgrad  $\mu$  von:

$$\mu = \frac{\gamma_{\phi}}{\eta} = \frac{1,15}{1,28} = 0,90$$

In Bild 3.10 sind für das untersuchte System die Verformungen im Grenzzustand dargestellt.

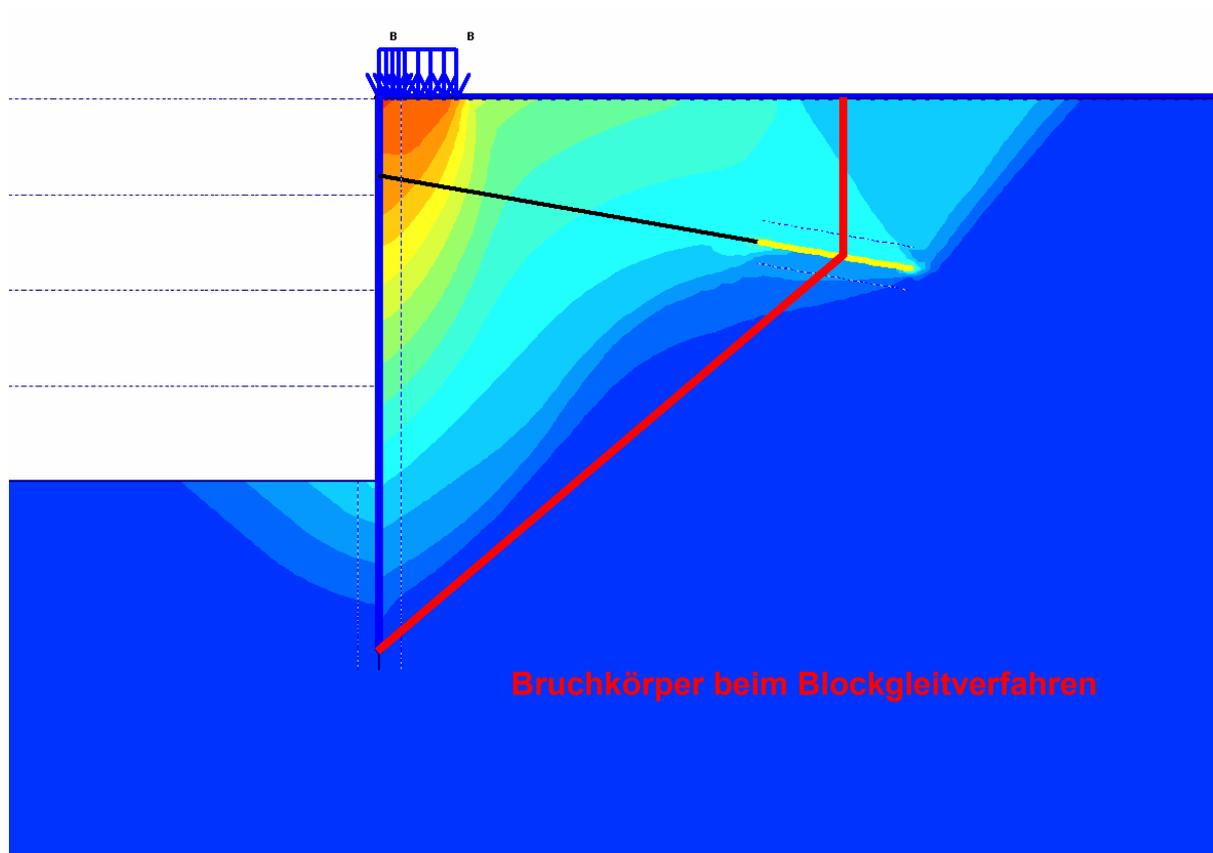


Bild 3.10: Verformungen am Gesamtsystem im Grenzzustand

Zum Vergleich wird der Ausnutzungsgrad hinsichtlich der Geländebruchsicherheit zusätzlich durch Anwendung eines analytischen Verfahrens bestimmt. Hier wurde das Blockgleitverfahren angewendet. Dabei wird ein aus drei Starrkörpern zusammengesetzter Bruchmechanismus gemäß Bild 3.11 betrachtet. Die Geometrie des mittleren Körpers ist durch die Abmessungen der Wand und des Ankers fest vorgegeben. Die beiden äußeren Körper werden durch den aktiven bzw. passiven Erddruck unter Berücksichtigung der abgeminderten Scherparameter ersetzt. Um für den verbleibenden Bruchkörper Kräftegleichgewicht herzustellen, wird eine fiktive Bruchursache  $\Delta T$  parallel zur Hauptgleitfläche des größten Bruchkörpers eingeführt.

In den Nachweis gehen die folgenden Werte ein:

$$\varphi_d = \arctan\left(\frac{1}{\gamma_\varphi} \cdot \tan \varphi_k\right) = \arctan\left(\frac{1}{1,15} \cdot \tan 35^\circ\right) = 31,34^\circ$$

$$\begin{aligned} E_{ag,d} &= 0,5 \cdot \gamma_d \cdot z^2 \cdot K_{ag,d} (\delta_a = \varphi_d) \\ &= 0,5 \cdot 18 \cdot 4,08^2 \cdot 0,242 = 36,3 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{pg,d} &= 0,5 \cdot \gamma_d \cdot t^2 \cdot K_{pg,d} (\delta_a = -\varphi_d) \\ &= 0,5 \cdot 18 \cdot 4,40^2 \cdot 6,214 = 1082,7 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$G_d = 1,00 \cdot 18 \cdot 11,82 \cdot (14,40 + 4,08) / 2 = 1965,9 \text{ kN/m}$$

$$P_d = 10 \cdot 11,82 = 118,2 \text{ kN/m}$$

$$Q'_d = 132 \cdot 2,00 = 264,0 \text{ kN/m}$$

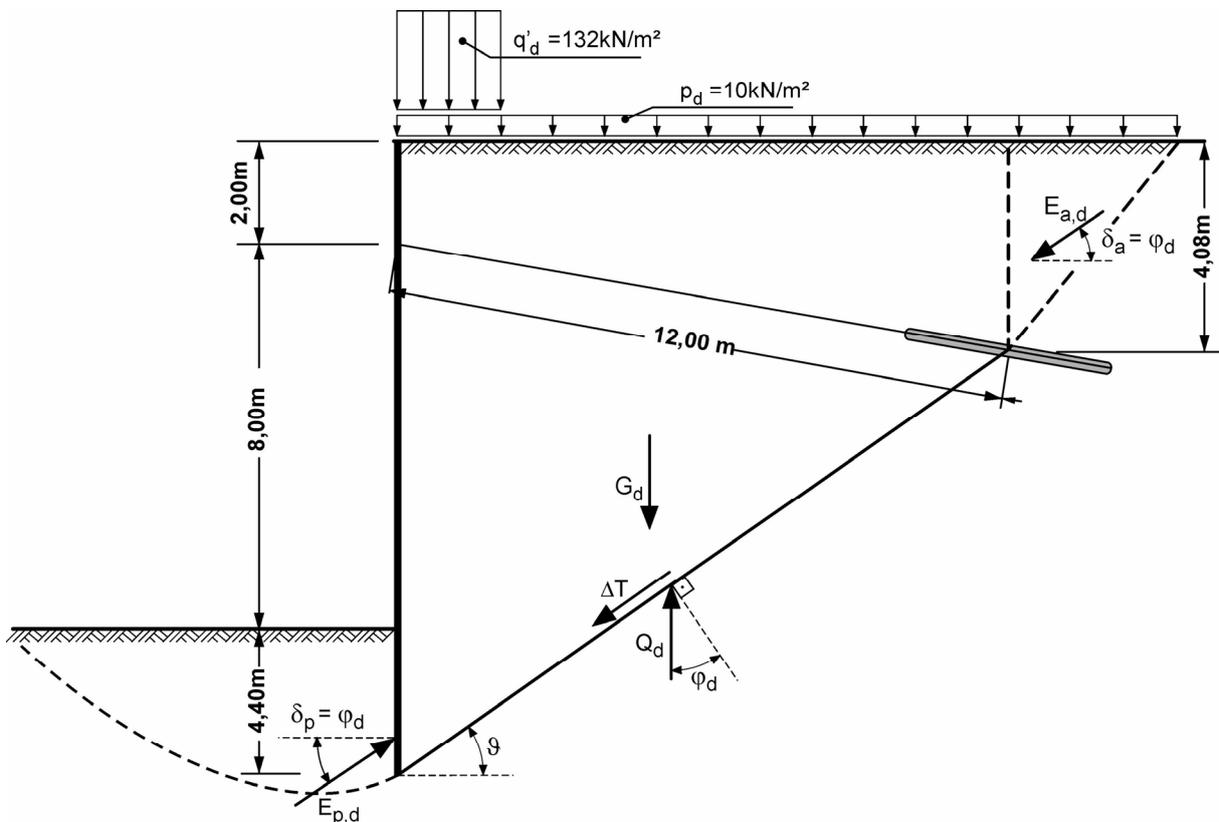


Bild 3.11: Schnittführung beim Nachweis der Gesamtstandsicherheit nach dem Blockgleitverfahren

Die für  $\varphi_d = 31,34^\circ$  erforderliche Bruchursache  $\Delta T$  ist nach Bild 3.12 eine antreibende Kraft. Sie beträgt 672,33 kN/m.

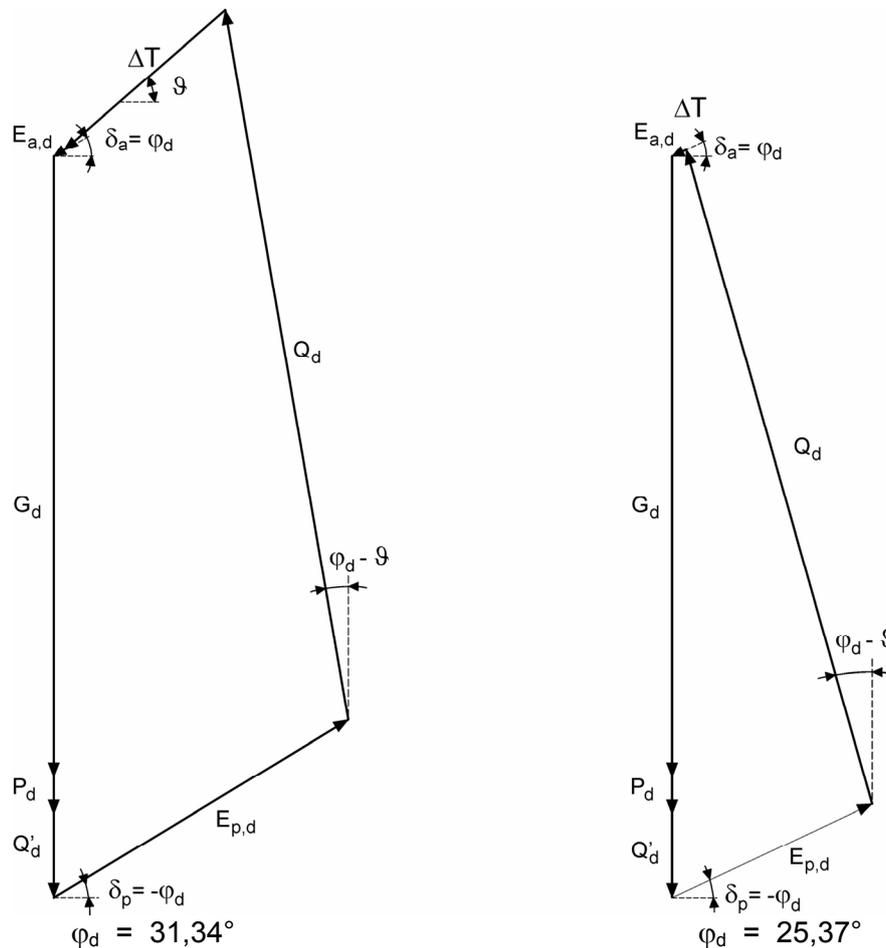
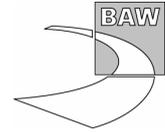


Bild 3.12 Kraftecke beim Nachweis der Gesamtstandsicherheit mittels Blockleitverfahren

Um den Ausnutzungsgrad  $\mu$  zu bestimmen, wird der Scherparameter  $\varphi_k$  solange reduziert, bis sich eine Bruchursache  $\Delta T = 0$  einstellt. Dies geschieht für  $\varphi_d = 25,37^\circ$ . Der Ausnutzungsgrad ergibt sich zu:

$$\mu = \frac{\text{erf}(\tan \varphi_d)}{\text{vorh}(\tan \varphi_d)} = \frac{\tan 25,37}{\tan 31,34} = 0,78$$

Die FE-Berechnung ergibt einen höheren Ausnutzungsgrad und liegt daher auf der sicheren Seite.



#### **4 Literaturhinweise**

- [1] DIN 1054: 2005-01 Baugrund – Sicherheitsnachweise im Erd- und Grundbau.
- [2] EAB – Empfehlungen des Arbeitskreises „Baugruben“, 4. Auflage. Ernst & Sohn, Berlin, 2006.
- [3] Empfehlungen des Arbeitskreises 1.6 „Numerik in der Geotechnik“  
Abschnitte 1 bis 4, Veröffentlicht in der Geotechnik
- [4] Böschungsbruchberechnung – Berechnungsbeispiele, T. Schanz, Beiblatt zu  
Empfehlung Nr. 4 des Arbeitskreises 1.6 „Numerik in der Geotechnik“, Geotechnik  
29, 2006 Nr. 4
- [5] Übungsbeispiel im Rahmen der Vorstellung der 4. Auflage, Empfehlungen des  
Arbeitskreises „Baugruben“, B. Walz, Haus der Technik E.V. Essen