

# HENRY

Hydraulic Engineering Repository

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

---

Conference Paper, Published Version

**Benz, Thomas**

## **Zur Implementierung, Anwendung und Bedeutung von Materialmodellen in der FEM**

---

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/102144>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Benz, Thomas (2008): Zur Implementierung, Anwendung und Bedeutung von Materialmodellen in der FEM. In: Bundesanstalt für Wasserbau (Hg.): Anwendung der Finiten-Elemente-Methode im Grundbau. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau. S. 38-46.

### **Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:**

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.





## Zur Implementierung, Anwendung und Bedeutung von Materialmodellen in der FEM

Referent Dr.-Ing. Thomas Benz, Universität Stuttgart, Wechselwirkung – Numerische Geotechnik

### 1 Einleitung

Numerische Berechnungen in der Geotechnik können das nicht-lineare Verhalten von Boden und Fels berücksichtigen. Dies geschieht mithilfe von Materialmodellen, die innerhalb der FEM den Zusammenhang zwischen Dehnungen und Spannungen herstellen. Letztlich bestehen Materialmodelle aber aus mathematischen Gleichungen und stellen nur eine Vereinfachung des tatsächlichen, experimentell beobachteten Bodenverhaltens dar. Die Kunst des Erstellens von Materialmodellen - aber auch deren Anwendung - besteht nun darin, diejenigen Bodeneigenschaften zu identifizieren und abzubilden, die für ein gegebenes Problem bedeutend sind.

Dieser Beitrag befasst sich mit der Implementierung und Anwendung von Materialmodellen. Alle hier vorgestellte Anwendungsbeispiele beschäftigen sich mit elastoplastischen Stoffgesetzen.

### 2 Elastoplastische Stoffgesetze (sinngemäß zitiert aus den Empfehlungen des Arbeitskreises 1.6 „Numerik in der Geotechnik“, Abschnitt 4)

#### 2.1 Elastisch-idealplastische Stoffgesetze

Es gibt einen Bereich zulässiger Spannungen, der durch eine Grenzbedingung (z.B. Kriterien nach MOHR-COULOMB, nach DRUCKER-PRAGER, nach MATSUOKA-NAKAI, nach LADE) eingeschlossen ist. Innerhalb des Bereiches von zulässigen Spannungen ist das Materialverhalten elastisch. Die Grenzbedingung wird in der Regel durch den Reibungswinkel  $\varphi$  und die Kohäsion  $c$  definiert.

Erreicht die Spannung  $\sigma$  die Grenzbedingung, kann außer einer elastischen Dehnung  $\varepsilon_{el}$  auch eine plastische Dehnung  $\varepsilon_{pl}$  entstehen. Dieses plastische Verhalten ist durch die Grenzbedingung und eine Fließregel definiert. Durch die Fließregel wird die Richtung des Zuwachses der plastischen Dehnung  $\Delta\varepsilon_{pl}$  festgelegt.

Die Fließregel wird in der Regel aus einem plastischen Potenzial abgeleitet und ermöglicht die Berücksichtigung sowohl von Volumenvergrößerungen (Dilatanz) als auch von Volumenverkleinerungen (Kontraktanz) infolge von Scherbeanspruchungen. Die Art der Volumenänderung wird meistens durch den Dilatanzwinkel  $\psi$  beschrieben.

Ideal-plastisches Verhalten ohne Materialsteifigkeit tritt dann ein, wenn infolge einer Beanspruchung die Spannung  $\sigma$  die Grenzbedingung und der Zuwachs der plastischen Dehnung  $\Delta\varepsilon_{pl}$  die Fließregel erfüllen. (den Satz würde ich hinter den jetzt ersten Satz stellen)

#### 2.2 Elastoplastische Stoffgesetze mit Verfestigung

Bei elastoplastischen Stoffgesetzen mit Verfestigung entstehen plastische Dehnungen  $\varepsilon_{pl}$  bereits vor Erreichen der Grenzbedingung. Diese plastischen Dehnungen sind an eine Fließbedingung und die zuvor beschriebene Fließregel gekoppelt, und es gilt eine spannungsabhängige elastoplastische Steifigkeit. Bei Erfüllen der Fließbedingung befindet sich der Spannungszustand  $\sigma$  auf einer Fließfläche, deren Gestalt sich mit fortschreitender plastischer Dehnung  $\varepsilon_{pl}$  ändert (Aufweiten bzw. Mitschleppen der Fließfläche). Dieses Verhalten wird als Verfestigung bezeichnet.

In der Regel hat die Fließfläche eine Gestalt, durch die der elastische Bereich allseitig umschlossen ist, z.B. als zusammengesetzte Form aus „Kegel“ und „Kappe“ oder in der Form eines Ellipsoids. Dadurch können auch plastischen Dehnungen bei Kompressionsbeanspruchungen entstehen.

Bei elastoplastischen Stoffgesetzen mit isotroper Verfestigung ist die Gestaltsänderung der Fließfläche symmetrisch. Bekannte Stoffgesetze dieser Klasse sind z.B. das „Cam-Clay“-Modell oder das Hardening-Soil-Modell.

### 3 Anforderungen an Stoffgesetze und deren Implementierung

Das Materialmodell wird in einer FE-Berechnung in jeder Gleichgewichtsiteration für jeden Integrationspunkt einzeln ausgewertet. Ausgehend von dem aktuellen Spannungszustand, dem aufgebrachten Dehnungsinkrement sowie eventuell vorhandener Zustandsvariablen (Porenzahl, zuvor aufgebrachte Dehnungen, etc.) berechnet es den aktuellen Spannungszustand des Materials im gegebenen Integrationspunkt. Aus der üblicherweise großen Anzahl von Integrationspunkten leitet sich somit eine erste Anforderung an die Materialroutine ab: Effizienz.

Eine weitere Eigenschaft, die an Materialroutinen gestellt wird, ist deren Robustheit. Hinsichtlich der Robustheit können Schwierigkeiten auftreten wenn z.B. die Fließfläche oder das plastische Potential nicht überall differenzierbar sind oder ein expliziter Algorithmus für die Projektion einer außerhalb der Fließfläche liegenden Testspannung angewendet wird: In der Implementierung elastoplastischer Modelle wird, für das aktuell aufgebrachte Dehnungsinkrement zunächst eine elastische Testspannung berechnet, die, falls sie außerhalb der Fließfläche liegt, d.h. das Material also tatsächlich nicht vollständig elastisch ist, mit Hilfe der Fließregel auf die Fließfläche zurückprojiziert wird.

Bei weit außerhalb der Fließfläche liegenden Testspannungen können explizite Algorithmen eventuell versagen. Bild 1 zeigt exemplarisch die Rückprojektion einer Testspannung  $\sigma^{Trial}$  beim Übergang von Lastinkrement  $n$  zu  $n+1$ . Wird die Rückprojektion in Richtung der Ableitung des Potentials (hier am Punkt  $\sigma^{Cross}$ ) zum Zeitpunkt  $n$  durchgeführt, ist keine Rückprojektion möglich. Ein impliziter Algorithmus für die Rückprojektion (die Ableitung wird zur Zeit  $n+1$  gebildet) ist in dieser Hinsicht einem expliziten Algorithmus vorzuziehen. Im betrachteten Beispiel handelt es sich um ein verfestigendes Materialmodell, da die Fließfläche während des Lastinkrements ihre Ausdehnung ändert.

Nicht differenzierbare Bereiche von Fließflächen (Kanten) können einfach im Hauptspannungsraum identifiziert werden. Bild 2 zeigt die Fließfläche des Hardening Soil Modells mit Mohr-Coulomb Grenzbedingung und die des modifizierten Modells mit Matsuoka-Nakai Grenzbedingung im Vergleich. Auch bei letzterem Modell muss im Bereich zwischen Kegel und Kappe eine Rückprojektion auf mehr als eine Fließfläche erfolgen, da eine Ableitung am Übergang nicht möglich ist.

Nicht zuletzt sollen Stoffgesetze aber möglichst realitätsnah und darüber hinaus anwendbar bzw. benutzerfreundlich sein. Benutzerfreundliche Modelle zeichnen sich dadurch aus, dass sie von einer überschaubaren Anzahl von Eingabeparametern gesteuert werden. Diese werden idealerweise anhand von Laborexperimenten oder aber auch anhand empirischer Korrelationen abgeleitet.

### 4 Anwendung

Das Materialmodell sollte immer entsprechend der vorliegenden Problemstellung gewählt werden. So ist für eine Standsicherheitsbetrachtung ein elastisch-idealplastisches Materialmodell i. d. R. vollkommen ausreichend. Für eine Verformungsberechnungen oder Erddruckberechnungen sollte jedoch ein elastoplastisches Stoffgesetz mit Verfestigung zum Einsatz kommen.

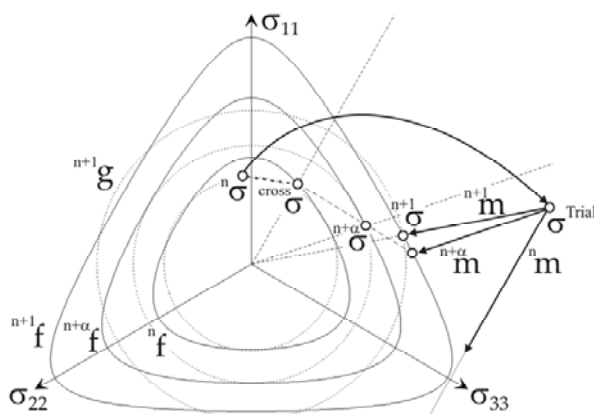
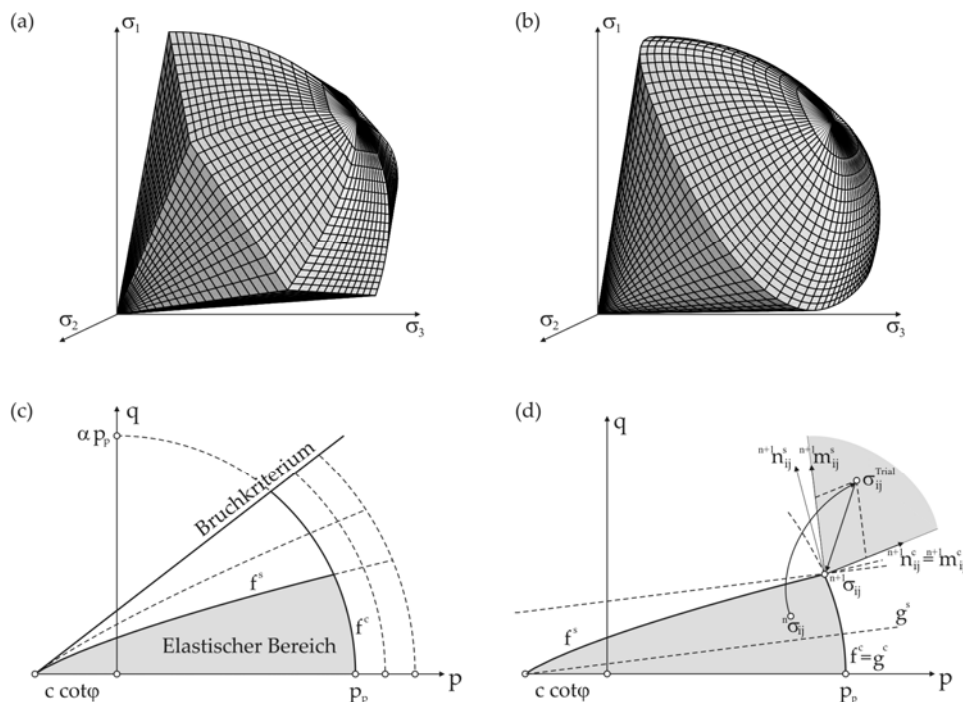


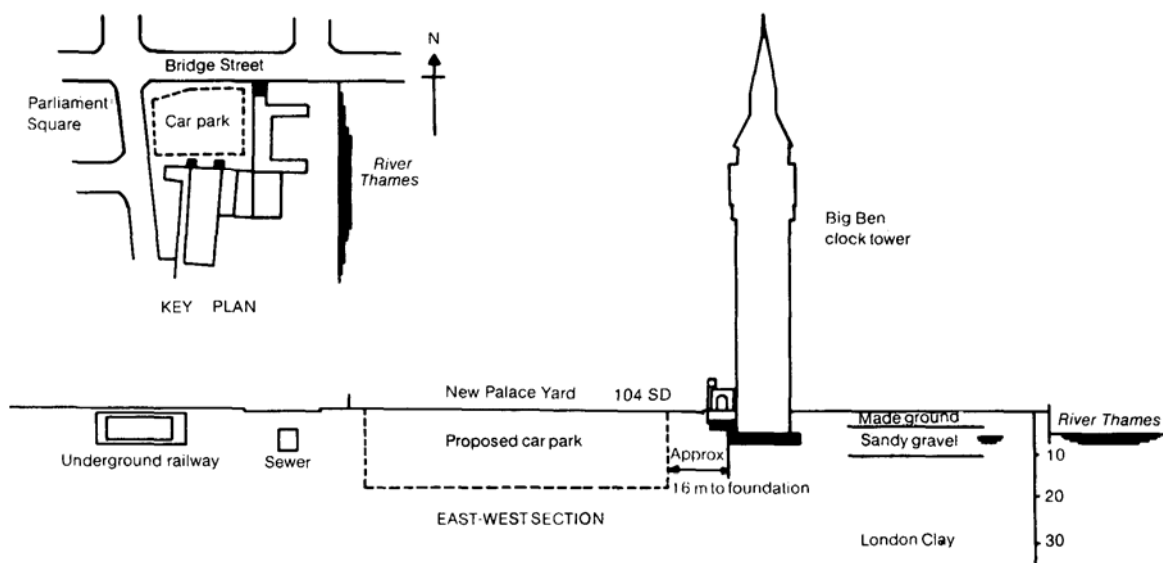
Bild 1: Rückprojektion der Testspannung  $\sigma^{Trial}$  auf die Fließfläche  $f$ . Die Ableitung des plastischen Potentials  $g$  kann zur Zeit  $n$  (expliziter Algorithmus) oder  $n+1$  (impliziter Algorithmus) gebildet werden. Ableitungen zu beliebigen Zeiten  $n+\alpha$  dazwischen sind möglich, werden hier aber nicht weiter verfolgt. Im Beispiel: Fließfläche  $f$  nach Matsuoka-Nakai, Plastisches Potential  $g$  nach Drucker-Prager.



**Bild 2:** Fließflächen des (a) Hardening Soil Modells und (b) Hardening Soil Modells mit Matsuoka-Nakai Grenzbedingung. Testspannungen in nicht differenzierbaren Bereichen werden mittels einer Mehrflächen-Rückprojektion auf die Fließfläche(n) zurückgebracht.

Dass z. B. ein elastisches Materialgesetz keinesfalls für eine Verformungsberechnung hinter einer Verbauwand eingesetzt werden kann, wird oft an der New Palace Yard Underground Car Park Baugrube nahe des Big Ben Clock Tower in London demonstriert (Bild 3). Durch die Hebung der Baugrubensohle und Mitnahme der Verbauwand zeigt sich hier bei Einsatz eines linear-elastischen Materialmodells eine Neigung des Turms von der Baugrube weg.

Nicht so offensichtlich sind aber die Fehler, die aus der Anwendung nicht geeigneter Materialmodelle in anderen Situationen resultieren können. Im Folgenden sollen hier die Anforderungen an Materialgesetze für Setzungsberechnungen, sowie die Erfordernisse an das Materialgesetz bei Vorhandensein spannungsabhängigen Materialsteifigkeiten und – festigkeiten diskutiert werden.



**Bild 3:** New Palace Yard car park Problem

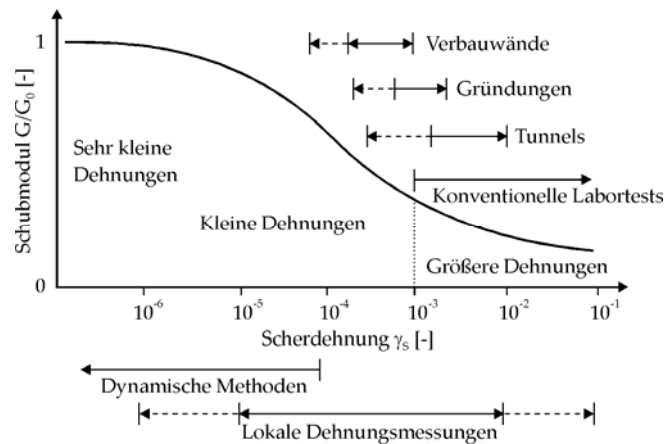


Bild 4: Typische Abnahme der Steifigkeit mit der Dehnung in logarithmischer Darstellung nach Atkinson & Salfors (1991)

#### 4.1 Setzungsberechnungen - der Bereich kleiner Dehnungen

Der Bereich, in dem Böden sich nahezu elastisch verhalten ist sehr klein. Außerhalb des quasi-elastischen Bereichs, der mit den heute zur Verfügung stehenden Messmethoden auf Dehnungen kleiner als  $1 \times 10^{-5}$  eingegrenzt werden kann, verringert sich die Steifigkeit von Böden mit zunehmender Dehnung. Trägt man die Steifigkeit als Funktion der Dehnungen ab, ergibt sich bei logarithmischer Skalierung der Dehnungsachse in der Regel eine S-förmige Reduktionskurve, die der in Bild 4 exemplarisch dargestellten Kurve ähnlich ist.

Die in diesem Beitrag verwandten Begriffe sehr kleine Dehnung und kleine Dehnung sind wie folgt definiert (siehe auch Bild 4): Dehnungen unterhalb der messtechnisch erfassbaren Grenze von konventionellen Laborversuchen, d. h. Triaxialversuchen und Oedometerversuche ohne spezielle Instrumentierung wie z.B. lokale Dehnungsaufnehmer, werden als kleine Dehnungen bezeichnet. Dehnungen innerhalb des quasi-elastischen Bereichs werden als sehr kleine Dehnungen bezeichnet.

Wie bereits in Bild 4 angedeutet, kann die Steifigkeit bei sehr kleinen Dehnungen ein Vielfaches der in klassischen Laborversuchen ermittelten Steifigkeit betragen. Eine Vernachlässigung dieser Gegebenheit in Setzungsberechnungen kann deshalb u. a. dazu führen, dass Fundamentsetzungen zu groß berechnet werden.

Indirekt berücksichtigt wird die Steifigkeitsentwicklung von Geomaterialien bei kleinen Dehnungen z.B. in klassischen Setzungsberechnungen, die eine Grenztiefe einführen: Bodenbereiche, in denen nur geringe Spannungsänderungen durch äußere Lasten auftreten, sind gekennzeichnet durch kleine Dehnungen und große Steifigkeiten. Im Fall von Setzungsberechnungen kann deshalb angenommen werden, dass unterhalb einer definierten Grenztiefe die Verschiebungen vernachlässigbar klein sind und diese Bereiche deshalb nicht bei der Berechnung der Setzung zu berücksichtigen sind.

Wird in numerischen Berechnungen ein Materialgesetz angewandt, das den Bereich kleiner Dehnungen nicht modellieren kann, muss in dem gewählten Beispiel einer Setzungsermittlung ähnlich vorgegangen werden, um realistische Ergebnisse zu erhalten: Entweder wird die Verschiebungsrandbedingung (unterer Netzrand) in Tiefe einer angenommenen Grenztiefe gewählt oder die Steifigkeiten tiefer Bodenschichten werden manuell erhöht. Beide Vorgehensweisen sind unbefriedigend: Die Wahl der Verschiebungsrandbedingung in geringer Tiefe beeinflusst das Berechnungsergebnis in direkter Art und Weise und ist aus mathematischer Sicht unerwünscht. Eine manuelle Erhöhung der Steifigkeiten tiefer Bodenschichten setzt die Kenntnis der in diesen Schichten zu erwartenden Dehnungen voraus, welche a priori unbekannt sind. Die Berücksichtigung der nichtlinearen Steifigkeitsentwicklung bei kleinen Dehnungen sollte in numerischen Berechnungen deshalb direkt im Materialgesetz abgebildet werden, wie z.B. in dem an der BAW und der Universität Stuttgart entwickelten HS-Small Modell (Benz 2007a, Benz et al. 2007c) geschehen.



## 4.2 Spannungsabhängige Steifigkeit und Festigkeit

Werden große Spannungsbereiche innerhalb einer Berechnung abgebildet bzw. durchlaufen, sind Steifigkeiten i.d.R. abhängig vom mittleren Spannungsniveau zu definieren. Spannungsabhängige Steifigkeiten sind in einigen Stoffgesetzen berücksichtigt, müssen in der Berechnung jedoch korrekt spezifiziert werden. Im Fall des Hardening Soil Modells oder seiner Derivate muss so z.B. eine Steifigkeit bei einer definierten Spannung (häufig als Referenzspannung bezeichnet) eingegeben werden. Die Zunahme der Steifigkeit wird dann als Funktion des Verhältnisses der aktuellen Spannung zu der Referenzspannung definiert. Wird in numerischen Berechnungen ein Materialgesetz angewandt, das keine spannungsabhängige Steifigkeit modellieren kann, sollte die Steifigkeiten tiefer Bodenschichten gegebenenfalls manuell erhöht werden. Die Tatsache, dass Bodensteifigkeiten in Baugrundgutachten häufig nicht als Funktion der Spannung angegeben sind, sollte von Anwendern numerischer Methoden kritisch hinterfragt werden. Die berechneten Setzungen können ansonsten deutlich zu groß ausfallen.

Im Gegensatz zur relativ einfachen Implementierung spannungsabhängiger Steifigkeiten, erfordert die Erfassung spannungsabhängiger Festigkeiten, wie sie z.B. in Festgestein beobachtet werden können, die Berücksichtigung eines nichtlinearen Versagenskriteriums. Ein solches Versagenskriterium ist z.B. das Hoek-Brown Kriterium (Hoek et al. 2002). Nichtlineare Bruchkriterien haben jedoch den Nachteil, dass sie nicht über die klassischen Scherfestigkeitsparameter  $\varphi$  und  $c$  definiert sind und deshalb a.) nicht so einfach anzuwenden sind wie das Bruchkriterium nach Mohr-Coulomb und b.) sie nicht direkt für Bemessungsaufgaben herangezogen werden können (Abminderung der Scherfestigkeitsparameter).

Für das nichtlineare Bruchkriterium nach Hoek-Brown wurde deshalb folgende Festigkeits-Reduktionsmethode vorgeschlagen (Benz et al. 2007b): In jedem Punkt des nichtlinearen Bruchkriteriums wird eine Tangente angelegt, deren Scherfestigkeitsparameter reduziert werden. Mit verschiedenen Teilsicherheiten beaufschlagte Hoek-Brown Grenzlinien sind in Bild 5 dargestellt. Zum Vergleich sind in Bild 5 ebenso die Reduktion des linearen Bruchkriteriums nach Mohr-Coulomb.

Ohne ein solches Materialgesetz kann die Standsicherheit einer Felsböschung durch die Annahme für den Spannungsbereich repräsentativer Scherparameter berechnet werden. Diese können z.B. mit dem Verfahren nach Hoek et al. (2002) bestimmt werden. In Vergleichsberechnungen zeigt sich jedoch, dass sich andere Versagensmechanismen und oftmals geringere Standsicherheiten einstellen, wenn das nichtlineare Bruchkriterium direkt berücksichtigt wird – siehe hierzu 5.2.

## 5 Bedeutung

### 5.1 Bereich kleiner Dehnungen – Baugrube der Schleuse Sülfeld

Den quantitativen Einfluss des Bereichs kleiner Dehnungen zeigen die Ergebnisse einer Setzungsrechnung eines Brückenwiderlagers nahe der Baugrube für die Schleuse Sülfeld. Das in Bild 6 gezeigte Brückenwiderlager in einem Abstand von ca. 15 m von der Baugrube wurde, wie in Bild 7 dargestellt, in einem dreidimensionalen Finite Elemente Modell diskretisiert. Die gesamte Aushubtiefe betrug ca. 14 m, wovon ca. 3 m einer großflächigen Auffüllung zuzurechnen sind, die bis zum Widerlager reichte. Die Aussteifung der Verbauwand in unmittelbarer Nähe zum Widerlager wurde ebenso in das Berechnungsmodell einbezogen wie auch die ansonsten zur Ausführung gekommene Rückverankerung der Wände.

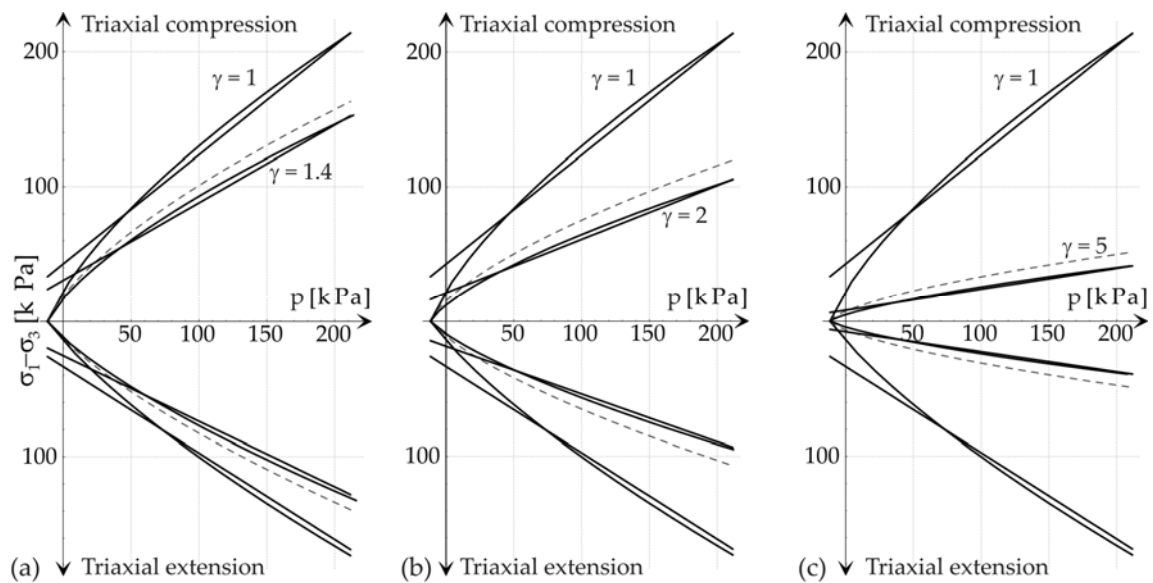


Bild 5: Reduktion des nichtlinearen Hoek-Brown Bruchkriteriums und des linearen MC Kriteriums

Die Materialparameter für den anstehenden Geschiebemergel und die Sande wurden aus Labor- bzw. Feldversuchen ermittelt und mittels Rückrechnung und Vergleich mit gemessenen Verformungen den in-situ Verhältnissen angenähert. Dabei zeigte sich, dass z. B. die Hebung der Baugrubensohle im letzten Aushubschritt, die messtechnisch zu ca. 3 mm bestimmt wurde, nur mit dem HS-Small Modell nachberechnet werden konnte: In der mit dem Hardening Soil durchgeführten Berechnung wurden Hebungen von mehr als 10 mm ermittelt, in der mit dem HS-Small Modell durchgeführten Berechnung ergaben sich Hebungen kleiner als 4 mm.



Bild 6: Ausgesteifte und verankerte Baugrube der Schleuse Sülfeld nahe der Eisenbahnbrücke.

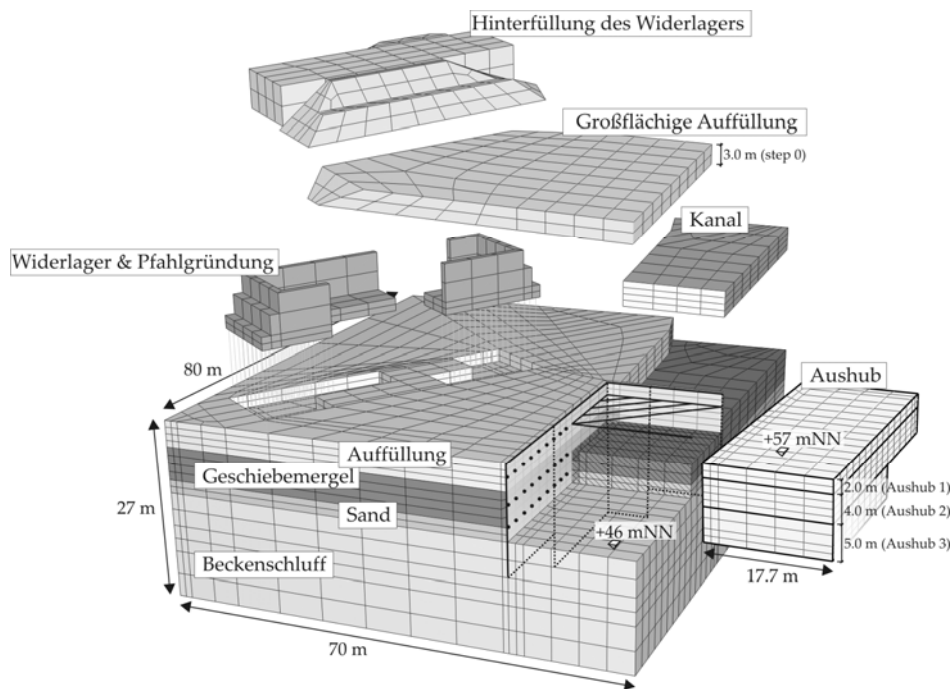


Bild 7: 3D FE Diskretisierung des Berechnungsausschnitts.

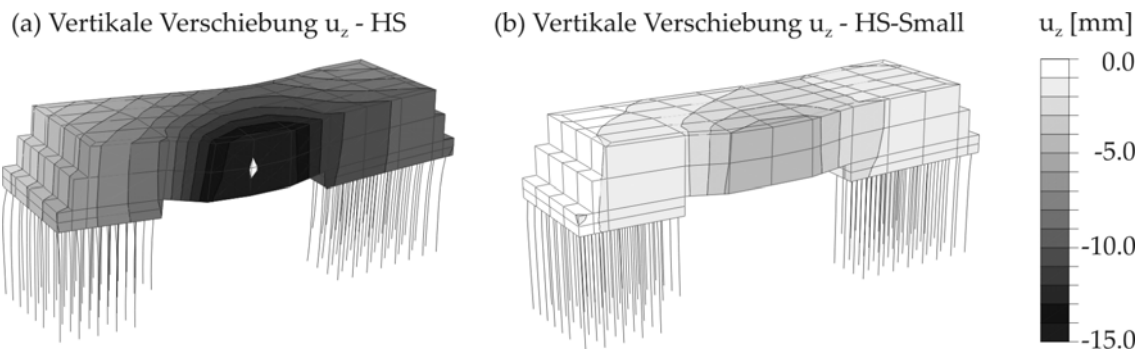


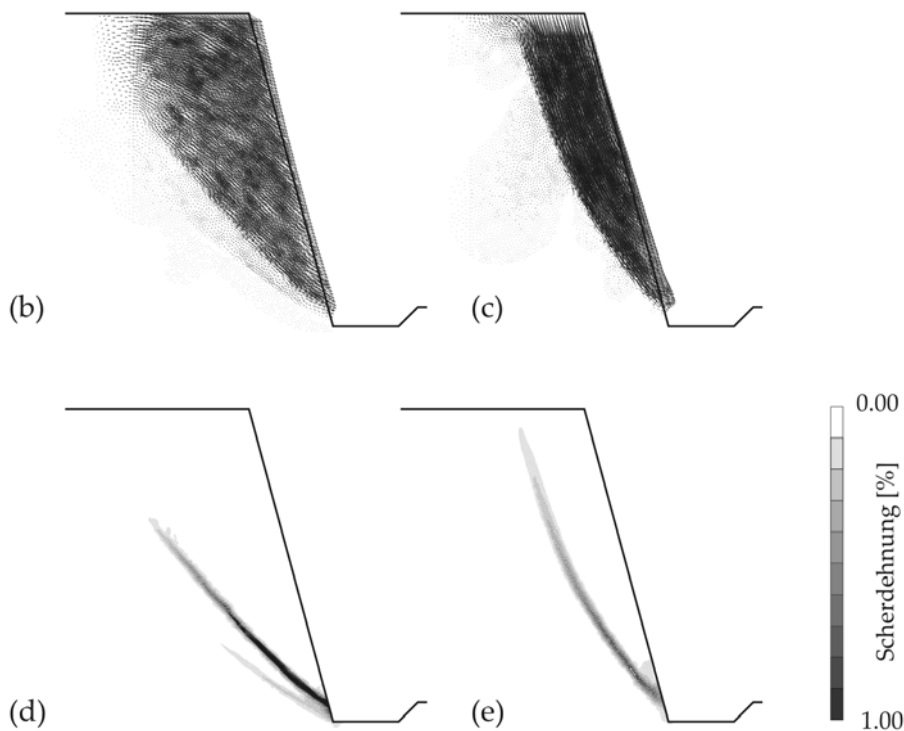
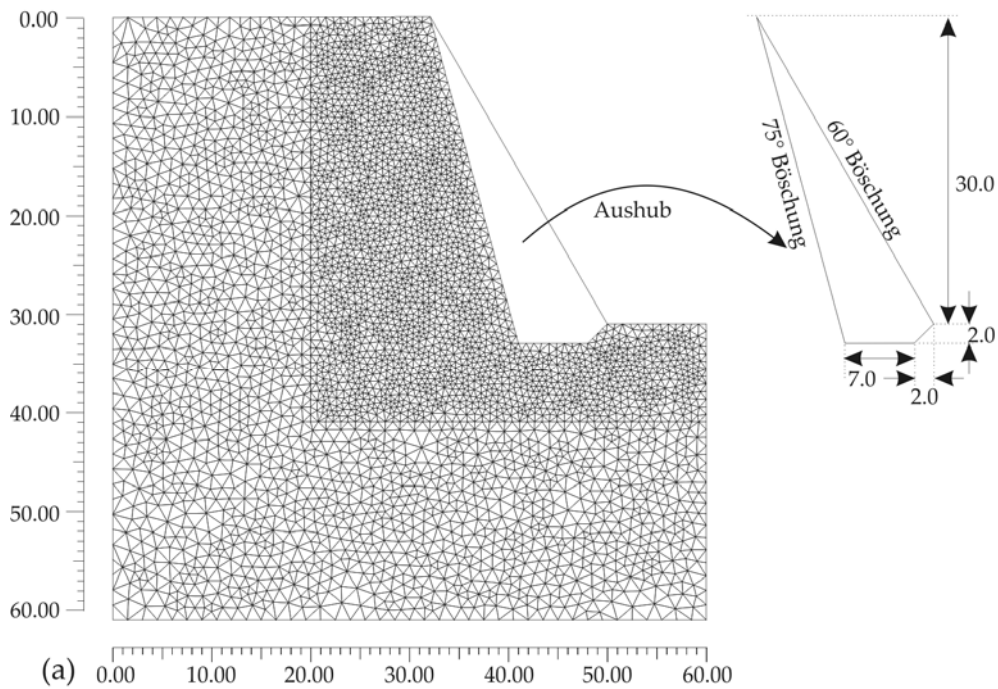
Bild 8: Setzungen der Brückenwiderlager (dargestellt mit Hinterfüllung).

Die aufgrund des Baugrubenaushubs und der Änderung des Grundwasserspiegels rechnerisch ermittelten Setzungen des auf Pfählen gegründeten Widerlagers sind in Bild 8 dargestellt. Im betrachteten Lastfall „Endaushub“ wurde eine Setzung von ca. 2 mm gemessen. Eine Rotation des Widerlagers um seine Längsachse war praktisch nicht nachweisbar. Im Vergleich mit den berechneten Ergebnissen zeigt sich, dass hier nur das HS-Small Modell ein befriedigendes Berechnungsergebnis liefert. Ohne die Berücksichtigung des Einflusses kleiner Dehnungen auf das Ergebnis ergibt sich rechnerisch eine zu große Setzung und Verkantung des Brückenwiderlagers.

## 5.2 Spannungsabhängige Festigkeit – Böschungsstandsicherheit

Abschließend wird ein Beispiel einer steilen Felsböschung aus Wyllie & Mah (2004) behandelt. Die betrachtete Böschungssituation sowie die Ergebnisse der Standsicherheitsbetrachtung sind in Bild 9 dargestellt. In einer ebenen Berechnung wurden die Festigkeiten des Hoek-Brown und des Mohr-Coulomb Kriteriums vor Aufbringen der Gewichtskraft so weit reduziert, bis sich kein Gleichgewicht bei Aufbringen dieser mehr einstellte. Der Reduktionsfaktor für die Scherfestigkeiten wurde in Schritten von 0,01 reduziert. Der höchste Faktor, der zu einer konvergierenden Lösung führte, wurde als Sicherheitsfaktor angenommen.





**Bild 9:** Geometrie der Böschung (a) sowie berechnete Verschiebungen und Scherdehnungen bei Erreichen des Grenzgleichgewichts (b) - (e). Berechnungsergebnisse bei Annahme eines linearen Mohr-Coulomb Bruchkriteriums: (b), (d). Berechnungsergebnisse bei Annahme eines nichtlinearen Hoek-Brown Bruchkriteriums: (c), (e).

Die Mohr-Coulomb Analyse wurde zudem mit den Ergebnissen einer Gleitkreisberechnung verglichen. Die mit der FEM berechnete Standsicherheit (1,54) und die nach dem Verfahren nach Bishop berechnete Standsicherheit (1,55) unterscheiden sich wenig. Die Unterschiede bei Verwendung des nichtlinearen



Bruchkriteriums sind jedoch erheblich: Die Sicherheit beträgt unter Berücksichtigung der Nichtlinearität des Bruchkriterium liegt lediglich knapp über 1,00.

## 6 Zusammenfassung

Das perfekte Stoffgesetz gibt es nicht. Verschiedene Stoffgesetze können verschiedene Teilaspekte des Bodenverhaltens erfassen. Die Auswahl des Stoffgesetzes sollte sich deshalb stets an der Problemstellung orientieren. Sollte das ausgewählte Materialgesetz verschiedene Aspekte des Bodenverhaltens nicht erfassen können, kann eventuell durch eine Anpassung der Parameter eine Verbesserung der Simulationsgüte erfolgen (Bsp: Erhöhung der Steifigkeiten in tieferen Bodenschichten zur Modellierung der Steifigkeit bei kleinen Dehnungen). In jedem Fall sollte sich der Anwender eines Materialgesetzes über die Annahmen, die in dem ausgewählten Materialgesetz getroffen wurden, informieren und sich von dessen Möglichkeiten u. A. durch die Nachberechnung von Laborversuchen ein Bild verschaffen.

“Modelling forms an implicit part of all engineering design but many engineers are not aware either of the fact that they are making assumptions as part of the modelling or of the nature and consequences of those assumptions. Many engineers make use of numerical modelling but may not have stopped to think about the approximations and assumptions that are implicit in that modelling - still less about the nature of the constitutive models that may have been invoked.”

D. Muir Wood (2004)

## Danksagung

Der Autor möchte sich bei Herrn Dr.-Ing. Radu Schwab für dessen Unterstützung bei der Erstellung bzw. Implementierung der oben erwähnten Materialgesetze (Hardening Soil mit Matsuoka-Nakai Grenzbedingung, HS-Small, Hoek-Brown Kriterium mit Festigkeitsreduktion) bedanken. Ohne diese Unterstützung würden diese Materialgesetze heute nicht existieren.

## Literatur

- Atkinson J.H., Salfors G. (1991): Experimental determination of soil properties, Proc. 10<sup>th</sup> ECSMFE, Florence, Vol. 3, 1991, pp. 915 -956.
- Benz T. (2007a): Small-strain stiffness of soils and its numerical consequences. Dissertationsschrift. Mitteilung 55 des Instituts für Geotechnik, Universität Stuttgart, 2007.
- Benz T., Schwab R., Kauther R.A., Vermeer P.A. (2007b): A Hoek-Brown criterion with intrinsic material strength factorization. Int J Rock Mec Min Sci, 2007, in press.
- Benz T., Vermeer P.A. (2007c): Zur Berücksichtigung nichtlinearer Bodensteifigkeit im Bereich kleiner Dehnungen in geotechnischen Berechnungen. - In: Bautechnik 11, 2007, pp. 749 - 761.
- Hoek E., Carranza-Torres C., Corkum B. (2002): Hoek-Brown failure criterion - 2002 Edition. - In: Proc 5th North Amer. Symp. - NARMS-TAC, Toronto, Canada, 2002.
- Muir Wood D., (2004): Geotechnical modelling, Spon Press Oxfordshire, New York 2002.
- Schanz T., (2006): Baugruben, Empfehlungen des Arbeitskreises "Numerik in der Geotechnik", Abschnitt 4. - In: Geotechnik 29(1), 2006, pp 13-27.
- Wyllie D.C., Mah C.C. (2004): Rock slope engineering, Spon Press London 2004.