

HENRY

Hydraulic Engineering Repository

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

Article, Published Version

Feddersen, Ingo

Querbelastete Verankerungen

Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/102977>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Feddersen, Ingo (1977): Querbelastete Verankerungen. In: Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau 41. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau. S. 23-44.

Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.



Dipl.-Ing. I. Feddersen

QUERBELASTETE VERANKERUNGEN

Transversal loaded anchorages

Zusammenfassung

Der Aufsatz besteht aus zwei Teilen. Der erste Teil behandelt den Bewegungswiderstand horizontaler zylindrischer Körper (Verankerungs-Zugglieder) in nicht-bindigem Boden, wenn diese Körper entgegen der Schwerkraft bewegt werden. Auf der Grundlage von Modellversuchen werden die Einflüsse der einzelnen Parameter (Lagerungsdichte, Durchmesser u.a.) diskutiert.

Im zweiten Teil wird die Bedeutung der Zug- und Biegesteifigkeit, der Anfangsverformung und der Nachgiebigkeit der Aufhängung querbelasteter Zugglieder für ihre Beanspruchung untersucht. Diagramme, die die genannten Parameter enthalten, ermöglichen eine schnelle Spannungsermittlung. Ein Beispiel veranschaulicht die Anwendung der Diagramme.

Summary

This report consists of two parts, first of which deals with the resistance against the displacement of horizontal cylindrical rods (anchor tendons) in cohesionless soil, if these rods were moved against gravitational power. The influence of several parameters (density, diameter et al.) is discussed on the base of model tests.

The second part investigates the importance of the resistance against tensile stress and bending stress, the initial bending and the yielding of the abutment of transversal loaded tension rods concerning its stress and strain. Diagrams, which contain these parameters, allow a quick determination of maximum stress. An example shows how to use the diagrams.

I n h a l t

	Seite
Einleitung	25
A. Die Querbelastung einer Verankerung bei einer Relativbewegung zwischen Boden und Anker senkrecht zur Ankerachse	25
B. Die Beanspruchung eines querbelasteten Zugliedes	29
Beispiele	39
Formelzeichen	43
Schrifttum	44

Einleitung

Die Beanspruchung von schlanken, im Boden eingebetteten Bauteilen ist - bei Relativverschiebungen zwischen diesen Bauteilen und dem Boden - ein bisher noch nicht ausreichend gelöstes Problem. Findet die Relativbewegung in Richtung der Längsachse des Bauteils statt, dann ist es meist nicht die Beanspruchung des Bauteils, die als Problem im Vordergrund steht, sondern die Schwierigkeit der Berechnung des dieser Bewegung entgegenwirkenden Widerstandes. Hier sind zu nennen: Pfähle aller Art, Zugbohlen, Verpreßanker, wobei der Widerstand so groß wie möglich sein soll.

Findet die Relativverschiebung hingegen senkrecht zur Bauteilachse statt, so ist der dieser Bewegung entgegenstehende Widerstand manchmal erwünscht oder unbedingt erforderlich - wie bei horizontal belasteten Pfählen und Streifenfundamenten- oft jedoch nicht nur unerwünscht, sondern für die Standsicherheit des Bauwerkes sogar gefährlich. Hierzu gehört die große Anzahl der Fälle, in denen Pfahlgründungen durch Bodenbewegungen quer zu den Pfahlachsen zerstört wurden. Hierzu gehören auch die durch Bodenbewegungen querbelaasteten Verankerungen, die Thema dieser Abhandlung sind.

Schadensfälle durch in Querrichtung belaaastete - und dabei überlastete - Verankerungen gehören keineswegs der Vergangenheit an. Die drei häufigsten Gründe für solche Schadensfälle sind:

1. Die die Querbelaastung auslösende Querbewegung wird nicht erkannt oder unterschätzt, was daran liegt, daß entweder die Voruntersuchungen hinsichtlich der Bodenverhältnisse unzureichend sind oder die Bauplanung nicht mit der Ausführung übereinstimmt bzw. eine Anpassung der Berechnung an die bei der Ausführung vorgefundenen oder erzeugten Verhältnisse unterbleibt.
2. Die durch die richtig erkannte, berechnete oder abgeschätzte relative Querbewegung hervorgerufene Querbelaastung wird unterschätzt.
3. Die aus der Querbelaastung resultierende Zug- und Biegebeanspruchung wird falsch berechnet.

Die unter 1. genannte Schadensursache kann allein durch ausreichende Sorgfalt vermieden werden. Mit der unter 2. genannten Schadensursache befaßt sich der folgende Teil A, mit der unter 3. genannten der Teil B.

A. Die Querbelaastung einer Verankerung bei einer Relativbewegung zwischen Boden und Anker senkrecht zur Ankerachse

Aus dem in dieser Überschrift genannten allgemeinen Fall sei nur der folgende, ganz spezielle, herausgegriffen:

- Der Boden sei nichtbindig und trocken,
- der horizontale Anker bewege sich relativ zum in Ruhe gedachten Boden entgegen der Schwerkraft,
- der Ankerquerschnitt sei rund,
- die Relativbewegung sei so groß, daß der Bruch im Boden erreicht wird.

Jedoch wird auch dieser spezielle Fall nicht für nichtbindigen Boden jeder Kornverteilung und Lagerungsdichte behandelt. Durch die Ergebnisse nur weniger Versuche wird aber die außerordentliche Schwankungsbreite der Größe der Querbelastung als Funktion der Lagerungsdichte verdeutlicht.

Die vorhandene Literatur über das beschriebene Problem ist nicht sehr umfangreich. In Versuchen von Förster [1] ging es um ein verwandtes Problem, nämlich um die Abschirmung des Erddruckes vor Spundwänden durch Pfahlroste und den Einfluß der Verbauverhältnisse (Pfahldurchmesser zu Pfahlabstand, Anzahl der Pfahlreihen und ihre Anordnung hintereinander). Wenz [2] führte Untersuchungen mit bindigem Boden geringer Konsistenz durch und stellte auch Vergleiche zu den seinerzeit vorliegenden Ergebnissen für nichtbindigen Boden (Förster) an. Es ist aber jeweils nur von nichtbindigen Böden die Rede, während der wesentliche Einfluß der Lagerungsdichte außer Acht gelassen wird. Nach Brinch Hansen [3] besteht die Möglichkeit der Berechnung der Querbelastung mit Hilfe der Tragfähigkeitsfaktoren, die jedoch keine Unterscheidung in der Richtung der Relativbewegung bezüglich der Schwerkraftichtung und hinsichtlich der Lagerungsdichte trifft.

Wenn hier von dem entscheidenden Einfluß der Lagerungsdichte gesprochen wird, so ist es weder die mit der Lagerungsdichte sich ändernde Wichte noch der sich ändernde Reibungswinkel, sondern die mit der Scherverformung verbundene Volumenänderung - die Dilatanz v ($\sin v = (\delta\varepsilon_1 + \delta\varepsilon_3)/(\delta\varepsilon_1 - \delta\varepsilon_3)$ für den ebenen Fall).

Die Frage nach dem Widerstand, den ein langgestreckter, horizontaler zylindrischer Körper (z.B. ein Ankerzugglied) überwinden muß, wenn er senkrecht zu seiner Achse und entgegen der Schwerkraft aus einem nichtbindigen Boden herausgezogen wird oder - was das gleiche ist - wenn sich der Boden an diesem horizontal liegenden Körper in Richtung der Schwerkraft vorbeibewegen muß, wurde in der Abteilung Erd- und Grundbau der Bundesanstalt für Wasserbau wie im folgenden beschrieben untersucht.

In einem ersten Versuch wurden relativ glatte (abgeschmirlgelter Stahl) zylindrische Körper einen Meter hoch mit Sand überschüttet. Es handelte sich um einen trockenen Mittelsand. Die Lagerungsdichte sollte im ersten Versuch möglichst klein sein. Gemessen wurde nach dem Sandeinbau eine mitteldichte Lagerung. Die zylindrischen Körper waren 90 cm lang, hatten Durchmesser von 10, 22, 42 und 89 mm und waren in den Drittelpunkten mit Querkraftgelenken versehen, wodurch für den mittleren Teil der ebene Fall simuliert werden sollte (d.h. Ausschaltung von Endeinflüssen, die zwar bei dem mitteldichten Boden gering, bei dem später eingebauten dichten Boden jedoch beträchtlich waren). Jeder der drei Teile eines Versuchskörpers war an zwei 5 mm dicken Stahlstäben aufgehängt. Über eine Traverse, an welcher die 6 Stäbe jedes Körpers befestigt waren, wurde der Körper langsam aus dem Sand nach oben herausgezogen. Die Ausziehgeschwindigkeiten v wurden zwischen etwa $v = 0,0015$ cm/min und $v = 0,25$ cm/min variiert. Die Zugkräfte in den Stäben wurden über Dehnungsmeßstreifen gemessen und zur Auswertung nur die Werte der inneren beiden Zugstäbe herangezogen.

Ein zweiter Versuch wurde entsprechend durchgeführt, nur daß der Boden so stark verdichtet worden war, daß eine Lagerungsdichte $D > 1$ vorhanden

war. Die zylindrischen Körper hatten hier Durchmesser von 44 und 91 mm und waren mit Schmirgelleinen der Körnung 40 beklebt.

Die auftretenden Zugkräfte als Funktion der Tiefe sind in Abb. 1 für beide Versuche aufgetragen.

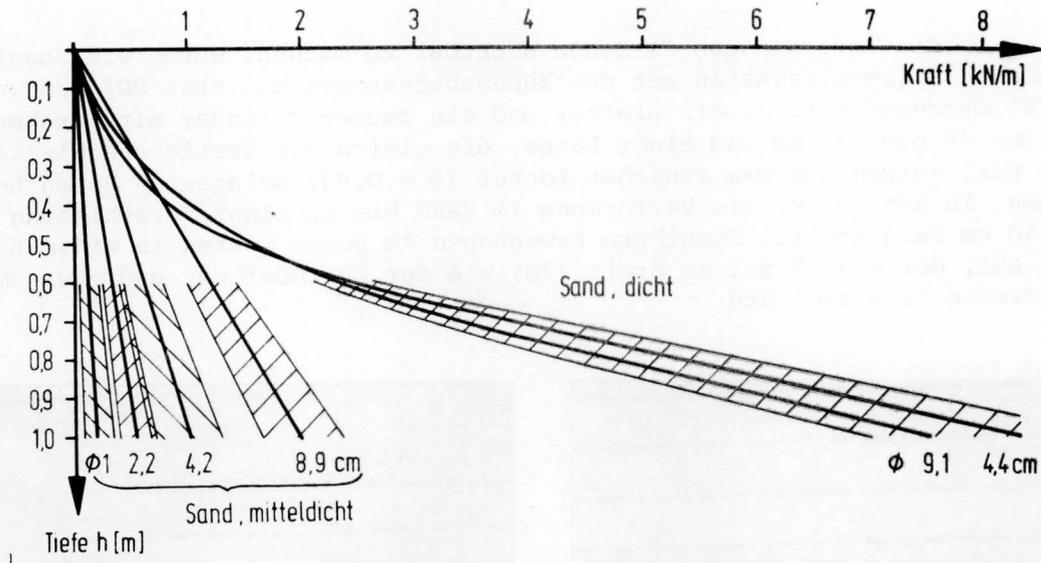


Abb. 1 Querbeltung einer Verankerung bei Relativbewegung zwischen Boden und Anker

Es zeigt sich ein grundlegender Unterschied zwischen dem Verhalten des mitteldichten und sehr dichten Bodens. Der unterkritisch dichte Boden mit negativer Dilatanz (Volumenverkleinerung bei Scherverformung) zeigt eine lineare Abhängigkeit der erforderlichen Kraft, die zum Herausziehen des Körpers aus dem Boden erforderlich ist, von der Tiefe h des Körpers unter der Sandoberfläche. Die Sandoberfläche über dem Versuchskörper setzte sich während des Versuchs je nach dem Durchmesser des zylindrischen Körpers um etwa 1 bis 7,5 mm. Beim überkritisch dichten Boden mit positiver Dilatanz (Volumenvergrößerung bei Scherverformung) ist die Abhängigkeit der Zugkraft (Querbeltung) von der Tiefe h überproportional. Die Hebung der Sandoberfläche lag beim sehr dichten Sand in der Größenordnung von mehreren Zentimetern (Abb.2).

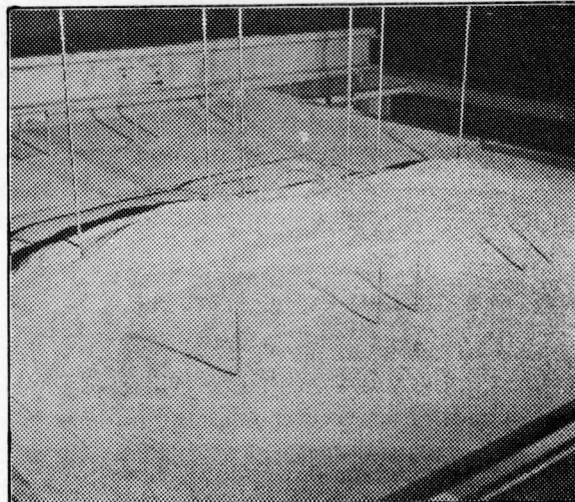


Abb. 2 Hebung der Sandoberfläche bei sehr dichtem Sand. Versuchskörper $\phi 91$ mm

Die Streuung der Versuchswerte ist im unteren Teil der Kurven der Abb.1 als schraffierter Bereich eingezeichnet. Der Korrelationskoeffizient r liegt dabei für den mitteldichten Boden zwischen $r = 0,71$ bei einem Durchmesser von 10 mm und $r = 0,90$ bei einem Durchmesser von 89 mm. (Die nicht zu vermeidende Inhomogenität hinsichtlich der Lagerungsdichte wirkt sich bei kleinem Durchmesser stärker aus).

Um die Verformungen im Boden sichtbar zu machen, wurde ein Zusatzversuch in einem Glaskasten mit den Innenabmessungen von etwa 80/10/50 cm (L/B/H) durchgeführt. Je ein glatter und ein rauher Zylinder mit Durchmessern von 42 bzw. 44 mm und einer Länge, die gleich der Breite des Glaskastens war, wurden aus dem zunächst locker ($D = 0,43$) gelagerten Boden herausgezogen. In Abb. 3 ist die Verformung im Sand bis zu einer Verschiebung von etwa 10 cm dargestellt. Sichtbare Bewegungen im Boden traten in einem Bereich auf, der etwa 2 mal so breit ($2d$) wie der Zylinder war und etwa um d über diesen hinausreichte.

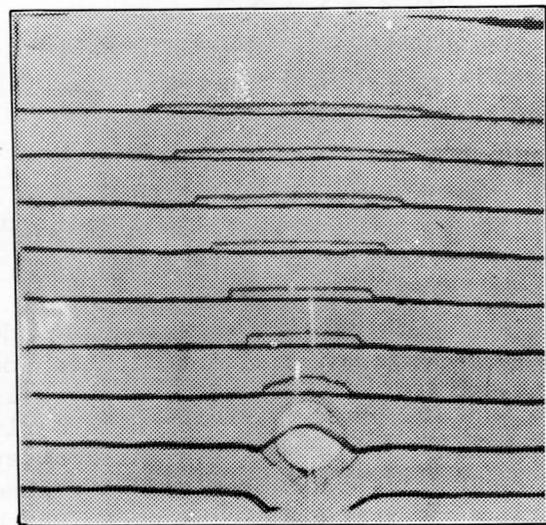
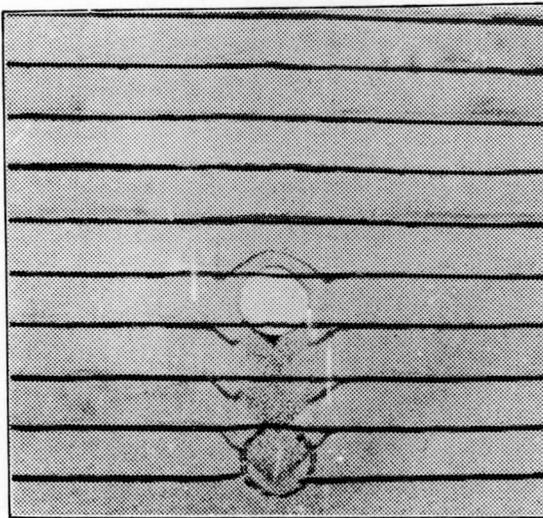


Abb.3 Verformungen im lockeren Sand

Abb.4 Verformungen im dichten Sand

Nachdem die Zylinder etwa um $2d$ gezogen worden waren, wurde der Sand durch Außenrüttler verdichtet. Es wurde eine Lagerungsdichte von $D=1$ erreicht. Nachdem nun die Zylinder weiter gezogen wurden, zeigte sich schon nach sehr kleinen Hebungen der Zylinder von etwa 3 mm das als Abb.4 gezeigte Bild. Eine deutlich ausgeprägte Bruchfuge - wie sie bei lockerer Lagerung nicht vorhanden war - läßt den bewegten Erdkörper erkennen. Bei weiterem Ziehen bildeten sich innerhalb der zwei gekrümmten Gleitflächen neue, der dann geringeren Sandüberdeckung des Zylinders entsprechende Gleitflächen (nicht dargestellt).

Als wichtigste Untersuchungsergebnisse aus allen Versuchen können folgende genannt werden.

1. Mindestens bis zu einer mitteldichten Lagerung ist die Querbelastung bei einer Relativverschiebung zwischen zylindrischem Körper und Sand linear vom Durchmesser des zylindrischen Körpers und der Überlagerung abhängig. Die empirisch gefundene Formel für mitteldichten trockenen Sand lautet

$$q = \pi d \gamma h$$

2. Bei sehr dichter Lagerung tritt der Einfluß des Durchmessers wegen der Größe des Gleitkörpers zwischen den gekrümmten Gleitlinien soweit zurück, daß bei den Durchmessern von 44 und 91 mm kein Unterschied in der Querbelastung festgestellt werden konnte.
3. Bei sehr dichter Lagerung steigt die Querbelastung überproportional mit der Überlagerung an.
4. Die Rauigkeit der Zylinderoberfläche hat keinen Einfluß auf den Bewegungswiderstand. Diese Feststellung konnte jedoch nicht durch Kraftmessungen nachgewiesen werden, sondern wird auf Grund der Gleitlinienform bzw. der Verformungsbereiche im Zugversuch getroffen.
5. Die Relativgeschwindigkeit hat bei mitteldichter Lagerung keinen Einfluß auf die Querbelastung. Bei sehr dichter Lagerung scheint die Querbelastung bei sehr kleiner Geschwindigkeit wegen Kriecheffekten etwas geringer zu sein.

Sowohl bei lockerer als auch bei dichter Lagerung bildet sich bei der Relativbewegung zwischen Boden und zylindrischem Körper unter dem Körper ein Hohlraum. Das Produkt $\pi \cdot d$ in der genannten Formel für die Querbelastung in mitteldichtem Boden steht also hier nicht für den Umfang des Zylinderkörpers.

Soweit zur Größe der Querbelastung bei Relativbewegungen zwischen Boden und zylindrischen Körpern, wie z.B. Ankern. Die bisher durchgeführten Versuche können zum jetzigen Zeitpunkt weder durch theoretische Überlegungen ergänzt werden noch sind die Versuche in ihrer Anzahl vollständig. Sie geben aber einen Eindruck von den Verformungen im Boden und zeigen den wesentlichen Einfluß der durch die Lagerungsdichte bedingten Dilatanz auf.

B. Die Beanspruchung eines querbelasteten Zuggliedes

Ein Ankerzugglied ist keine Kette, die keine Biegemomente aufnehmen kann. Es wird also bei einer Querbelastung auch ein gewisser Anteil von q allein durch die Biegesteifigkeit des Zuggliedes aufgenommen. Es besteht folgende Beziehung zwischen der größten Durchbiegung $\max y$, der Querbelastung q und der Zugkraft H (senkrecht zur Querbelastung) :

$$\max y = f = \frac{q l^2}{8 H} \left[1 - \frac{2 (\cosh \frac{\epsilon}{2} - 1)}{(\frac{\epsilon}{2})^2 \cosh \frac{\epsilon}{2}} \right] \quad (1)$$

mit $\epsilon = l \sqrt{\frac{H}{EI}}$ (Bürgermeister, Steup, Kretzschmer [4]) (2)

Wie durch eine hier nicht dargelegte Berechnung mit extremen Parametern nachgewiesen wurde, ist die Biegesteifigkeit EI bei den für Verankerungen in Frage kommenden Zuggliedern jedoch vernachlässigbar, so daß es, besonders in Anbetracht der durch die Bodenmechanik bedingten Ungenauigkeiten, völlig ausreichend ist, die Berechnung für biegeeweiche Zugglieder durchzuführen. Abb.5 zeigt das Resultat dieser Untersuchung, wobei die untere

Grenze des "praktisch vorkommenden Bereichs" für wahrscheinlich nicht vorkommende, jedoch denkbare Verhältnisse gilt. Der Vollständigkeit halber sind auch die Kurven für $H = 0$ und für den Fall, daß H eine Druckkraft ist, in Abb.5 eingetragen worden.

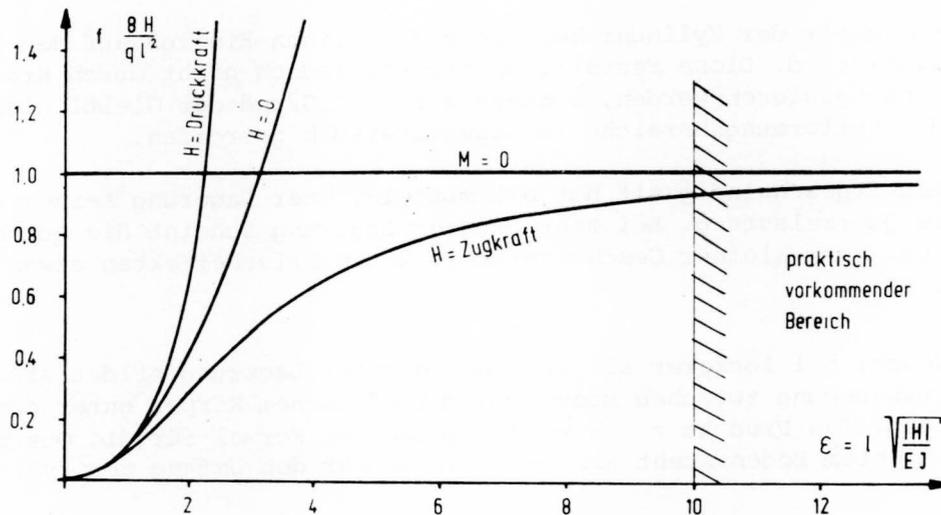


Abb. 5 Max. Durchbiegung von Zug- und Druckgliedern in Abhängigkeit von Belastung und Biegesteifigkeit

Für biegeeweiche Zugglieder gilt (Kamke [5]):

$$H \cdot y'' = q(x) \quad (3)$$

Hinsichtlich der Verteilung der Querbelastung über die Ankerlänge muß man bei der Relativverschiebung zwischen Boden und Anker wieder Annahmen treffen. Die Querbelastung wird i.a. zeitlich und örtlich schwanken. Es soll hier mit $q(x,t) = q = \text{const.}$ gerechnet werden. Eine entsprechend dem Eigengewicht zu den Verankerungspunkten hin zunehmende Querbelastung $q(x) = \gamma \cdot ds/dx = \gamma \sqrt{1 + y'^2}$ wäre als Ansatz für die in Frage kommenden Durchbiegungen ebenfalls möglich und ausreichend genau und führt zu der bekannten Kettenlinie.

Für $q(x) = \text{const.}$ ergibt sich:

$$y(x) = \frac{1}{H} (C_0 + C_1 x + \frac{1}{2} q x^2) \quad (4)$$

Für den symmetrischen Fall, d.h. Verbindungslinie der Verankerungspunkte rechtwinklig zur Querbelastungsrichtung, wird $C_0 = C_1 = 0$ und somit

$$y = \frac{q}{2 \cdot H} x^2 \quad (5)$$

Die maximale Durchbiegung - der Durchhang - ergibt sich zu

$$\max y = f = \frac{q l^2}{8 H} \quad (6)$$

Bei gegebener Querbelastung q und Zuggliedlänge l ist also die gesuchte Zugkraft H (= Zugkraft in Ankermitte) nur von dem Durchhang abhängig. Der Durchhang ist zunächst unbekannt, läßt sich aber implizit durch den Abstand der Aufhängepunkte l und die Bogenlänge L ausdrücken, was im folgenden gezeigt wird. Die Bogenlänge der Parabel

$$y = \frac{q}{2 \cdot H} \cdot x^2$$

ist

$$L = \int_{-l/2}^{+l/2} \sqrt{1+y'^2} \, dx \quad (7)$$

Die Integration und weitere Umformung ergeben

$$L = \frac{l}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{ql}{2H}\right)^2} + \frac{H}{q} \cdot \text{Arsh} \frac{ql}{2H} \quad (8)$$

wenn $\frac{ql}{2H} = t$ gesetzt und weiter umgeformt wird, erhält man

$$L = \frac{l}{2} \left[\sqrt{1+t^2} + \frac{1}{t} \ln \left(t + \sqrt{1+t^2} \right) \right] \quad (9)$$

Für $ql/2H = t$ kann aber auch gesetzt werden:

$$\frac{ql}{2H} = \frac{4}{l} \left(\frac{ql^2}{8H} \right) = \frac{4}{l} f \quad (10)$$

womit sich nach Einsetzen von $t = \frac{4}{l} f$ in (9) zeigt, daß der Durchhang nur von l und L abhängig ist.

Ein zwischen den Aufhängepunkten völlig gerader, nicht dehnbarer Anker würde bei unnachgiebiger Aufhängung schon bei der geringsten Querbelastung eine unendlich große Zugkraft aufnehmen müssen. Diese unendlich große Zugkraft tritt nur deshalb nicht auf, weil der Anker dehnbar ist, die Aufhängepunkte in Zugrichtung nachgeben und fast immer ein ungewollter oder gewollter Anfangsdurchhang vorhanden ist. Es entsteht also durch die Querbelastung eine ideale Bogenlänge L_1 , die sich aus folgenden Anteilen zusammensetzt:

1. Aus der Länge l des ungedehnten Ankers, die ohne Anfangsdurchhang gleich dem Abstand der Aufhängepunkte ist,

2. aus der Ankerlängung H/c_A , die durch die Zugkraft H verursacht wird,
(genauer $\int_0^l Z(x)/c_A dx$, aber H/c_A ausreichend genau),
3. aus dem durch die Zugkraft H verursachten Nachgeben der Aufhängepunkte H/c_{Sp} ,
(genauer $Z/c_{Sp} = \sqrt{H^2 + (ql/2)^2} / c_{Sp}$, aber H/c_{Sp} ausreichend genau)
4. aus der durch den ungewollten oder gewollten Anfangsdurchhang verursachten Differenz Δl_f zwischen der Bogenlänge im unbeanspruchten Zustand und dem Abstand der Aufhängepunkte.

Die Federkonstanten c der Anteile aus 2. und 3. können zusammengefaßt werden zu einer Gesamtfederkonstanten aus Ankerelastizität und Nachgiebigkeit der Aufhängepunkte $Sp1$ und $Sp2$

$$\frac{1}{c_{res}} = \frac{1}{c_A} + \frac{1}{c_{Sp1}} + \frac{1}{c_{Sp2}} \quad (11)$$

so daß sich die ideelle Bogenlänge ergibt zu

$$L_i = l + \frac{H}{c_{res}} + \Delta l_f \quad (12)$$

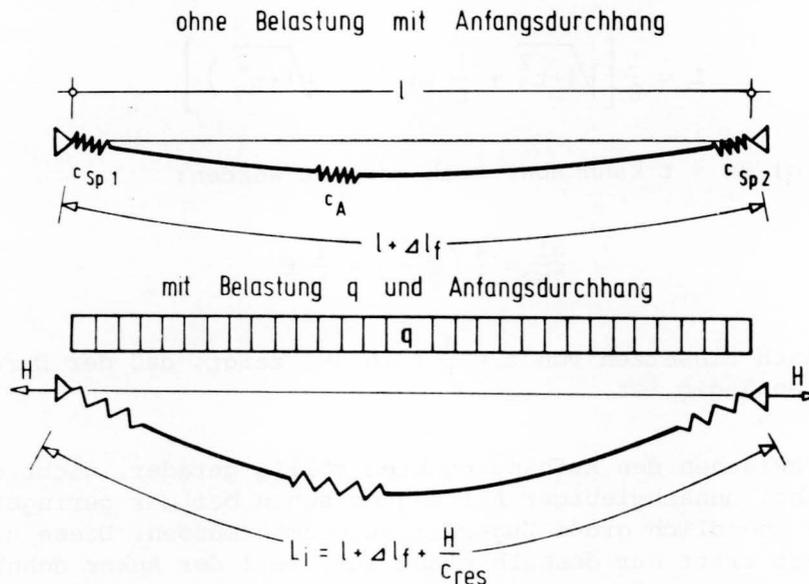


Abb. 6 Statisches System eines querbelasteten Ankerzugglieds

Die Abb. 6 stellt die einzelnen Anteile und das statische System dar.

Setzt man nun (12) gleich (9), dann erhält man daraus die gesuchte Zugkraft H implizit zu $H = f(q, \Delta l_f, c_{res}, l)$ in der Form

$$t \cdot \frac{2\Delta l_f}{l} + \frac{q}{c_{res}} = t \cdot \sqrt{1+t^2} + \ln(t + \sqrt{1+t^2}) - 2t \quad (13)$$

$$\text{mit } t = \frac{ql}{2H}$$

Jeweils der obere Teil der Kurven in Abb.7 (für große $ql/2H$) und Abb.8 (für kleine $ql/2H$) ermöglicht die Ablesung von $ql/2H$ mit q/c_{res} und $4f/l$ als gegebenen Parametern.

Δl_f braucht nicht erst aus dem Durchhang berechnet zu werden. Wegen (10) in Verbindung mit (9) kann direkt von dem Durchhang f bzw. dem dimensionslosen Wert $4f/l$ ausgegangen werden. Die Anwendung wird am Schluß anhand von Beispielen erläutert.

Nun ist zwar die Biegesteifigkeit des Zugglieds - wie bereits gesagt - für die Ableitung der H-Kraft bei den vorkommenden Verankerungen vernachlässigbar, für die durch den Durchhang entstehenden Biegespannungen und damit für den Spannungsnachweis jedoch keinesfalls, was im folgenden gezeigt wird.

Wegen der je nach den Parametern möglichen großen Durchbiegungen (Durchhang) wird statt $M = -EIy''$ die genauere Formel

$$-\frac{M}{EI} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} \quad (14)$$

verwendet, was zur Folge hat, daß nicht in jedem Fall wegen der größeren Zugkraft der Querschnitt im Aufhängepunkt für die Dimensionierung, sondern in der Regel sogar wegen der dort größeren Krümmung der Querschnitt in Ankermitte maßgebend ist.

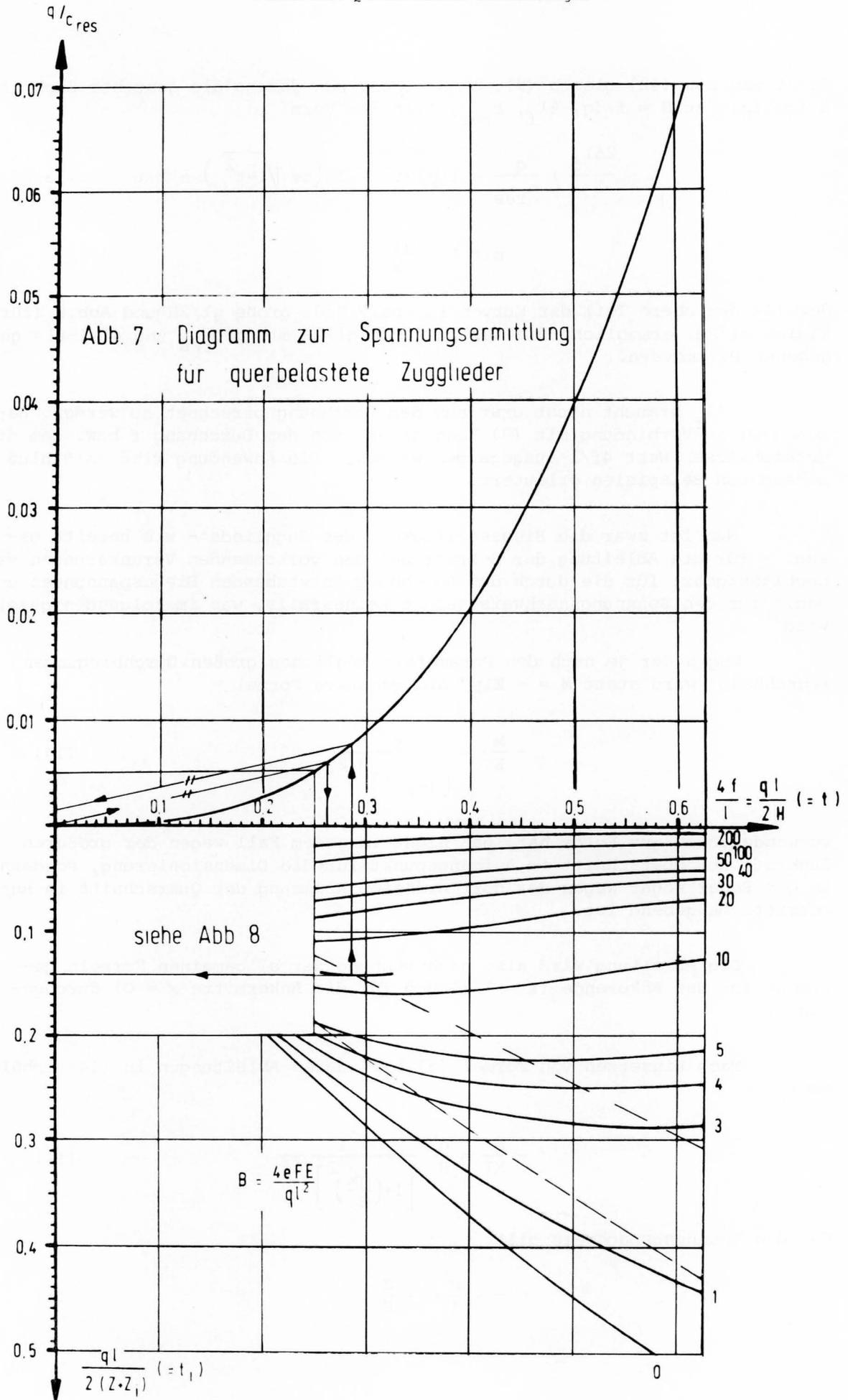
Die Ableitung wird also nach Nennung der allgemeinen Formeln getrennt für das Ankerende ($x = l/2$) und für die Ankermitte ($x = 0$) durchgeführt.

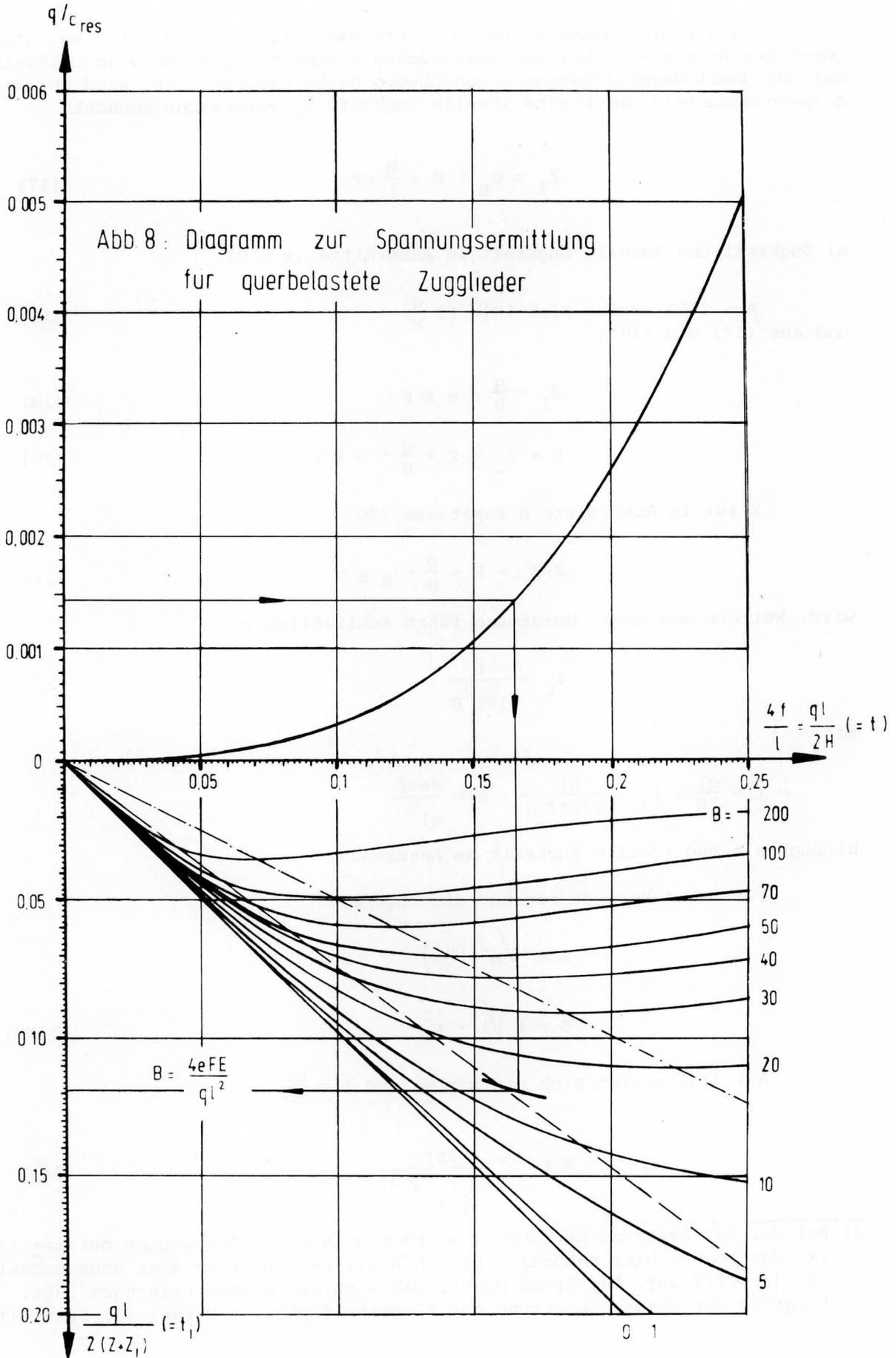
Nach Einsetzen von Formel (5) bzw. deren Ableitungen in (14) erhält man:

$$-\frac{M}{EI} = \frac{q}{H} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{qx}{H}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (15)$$

Für den Spannungsnachweis gilt

$$\sigma = \pm \frac{M}{I} e + \frac{Z}{F} \quad (16)$$





Da nur die maximale Spannung interessiert, (Q und damit τ bei biegeweichen Ankern = 0, bei den vorhandenen Biegesteifigkeiten vernachlässigbar und damit Vergleichsspannungsnachweis nicht erforderlich) wird der Biegespannungsanteil durch eine ideale Zugkraft Z_i verursacht gedacht.

$$Z_i = \sigma_B \cdot F = \frac{M}{I} e F \quad (17)$$

a) Zugkraft und ideale Zugkraft in Ankermitte ($x = 0$).

Aus (15) ergibt sich $|M| = EI \frac{q}{H}$ (18)
und aus (17) und (18):

$$Z_i = \frac{q}{H} \cdot e E F \quad (19)$$

$$Z + Z_i = Z + \frac{q}{H} \cdot e E F \quad (20)$$

Z ist in Ankermitte H womit aus (20)

$$Z + Z_i = H + \frac{q}{H} \cdot e E F \quad (21)$$

wird. Weitere geeignete Umformung führt schließlich zu

$$t_i = \frac{t}{1+t^2_B} \quad (22)$$

mit

$$t = \frac{q l}{2H} ; t_i = \frac{q l}{2(Z+Z_i)} ; B = \frac{4eEF}{q l^2}$$

b) Zugkraft und ideale Zugkraft am Ankerende.

Für das Ankerende beträgt die Zugkraft

$$Z = \sqrt{H^2 + \left(\frac{q l}{2}\right)^2} \quad \text{bzw.}$$

$$Z = H \sqrt{1 + t^2} \quad (23)$$

Aus (15) ergibt sich mit $x = \frac{1}{2}$ und $t = \frac{q l}{2h}$

$$M = t \cdot \frac{2EI}{1\sqrt{1+t^2}^3} \quad x) \quad (24)$$

x) Bei der der Rechnung zugrunde liegenden gelenkigen Aufhängung bei $x = \pm 1/2$ ist das Moment hier natürlich gleich Null; es baut sich aber sehr schnell für $|x| < 1/2$ auf. Der Grund dafür, daß sich ein Moment errechnen läßt, liegt in der Vernachlässigung der Biegesteifigkeit: Formel (3) statt (1).

Z_i wird somit

$$Z_i = t \frac{2 e E F}{1 \sqrt{1+t^2}^3} \quad (25)$$

und $Z + Z_i = H \left[\sqrt{1+t^2} + t^2 \frac{4 e E F}{q l^2 \sqrt{1+t^2}^3} \right] \quad (26)$

Nach Umformung wird daraus:

$$t_i = \frac{t}{\sqrt{1+t^2} \left(1 + \frac{B t^2}{(1+t^2)^2} \right)} \quad (27)$$

(t , t_i , B wie bei Formel (22))

Die jeweils unteren Teile der Abb.7 und 8 enthalten die Abhängigkeiten $t_i = f(t)$ mit B als Parameter. Zusätzlich wurden in den Abbildungen 7 und 8 noch die Bemessungsgleiche - sie gibt an, ob der Endquerschnitt oder der Querschnitt in der Ankermitte (gleicher Querschnitt vorausgesetzt) für die Bemessung maßgebend ist - und die Verbindungslinie der Extremwerte für $t_i = f(t)$ eingezeichnet.

Die Bemessungsgleiche ergibt sich über die Berechnung von B aus $t_i(\text{Ende}) = t_i(\text{Mitte})$ zu

$$t_i = \frac{t (\sqrt{1+t^2}^3 - 1)}{(1+t^2)^2 - 1} \quad (28)$$

Sie ist als gestrichelte Linie dargestellt. Oberhalb der Bemessungsgleichen ist der Feldquerschnitt maßgebend.

Für die Verbindungslinie der Extremwerte der Kurven $t_i = f(t)$ gilt $t_i = 0,5 t$. Diese Verbindungslinie ist strichpunktiert dargestellt.

Bisher wurde davon ausgegangen, daß die Querbelastung q über die ganze Zuggliedlänge konstant ist. Dies setzt aber voraus, daß die Relativbewegung zwischen Boden und Zugglied überall so groß ist, daß der Bruch des Zugglieds im Boden auftritt bzw. - anders ausgedrückt - daß die Setzung des Bodens in Zuggliedhöhe größer ist als die sich unter q einstellende Durchbiegung. Diese Voraussetzung wird keinesfalls immer erfüllt sein.

Wie das beschriebene Verfahren für solche Fälle und unter der Voraussetzung, daß kein Anfangsdurchhang vorhanden ist, ebenfalls benutzt werden kann, wird im folgenden beschrieben.

Bei gleichmäßiger Setzung über die Zuggliedlänge wird die (Bruch)-Querbelastung q zuerst an den Aufhängepunkten auftreten, da diese der Setzung nicht folgen können. In einem gewissen - zunächst unbekanntem - Bereich beiderseits der Zuggliedmitte wird keine Querbelastung vorhanden sein. Wie ausgeprägt der Sprung der Belastung beim Übergang vom belasteten zum unbelasteten Zuggliedteil ist, hängt von dem Kraft-Verschiebungsverhalten des Zugglieds bei der Relativbewegung im Boden ab. Wie die unter A beschriebenen Versuche zeigten, tritt der Bruch schon bei sehr kleinen Verschiebungen auf, so daß ein sprunghafter Übergang als Näherung gerechtfertigt erscheint.

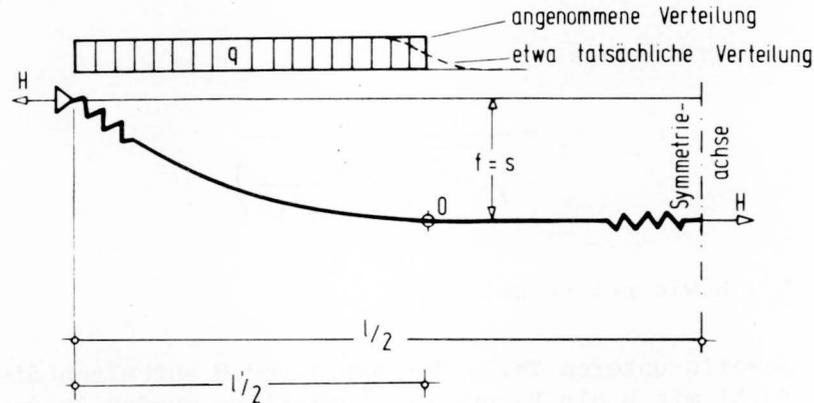


Abb. 9 Belastung und Verformung für den Fall, daß die Setzung s kleiner ist als der Durchhang bei $q = \text{const.}$ über l

Die Abbildung 9 zeigt den Belastungsansatz und die im weiteren benutzten Bezeichnungen.

Der Scheitel der Parabel mit horizontaler Tangente liegt im Punkt O. Die resultierende Federkonstante bleibt im Fall $f = s$ die gleiche wie im Fall $f < s$. Aus der Bedingung $f = s$ läßt sich die zunächst noch unbekannte Länge l' berechnen. Der Parameter B muß dann mit l' statt mit l berechnet werden. Das 2. Beispiel erläutert die Benutzung der Abb.7 bzw. 8 für diesen Fall.

Zum Abschluß noch ein Wort zur Frage der Nachgiebigkeit der Ankeraufhängung, der Vorspannung und der planmäßigen Überhöhung des Zuggliedes.

Die Federkonstante der Ankeraufhängung ist eigentlich keine Konstante, da die Kraft-Verschiebungskurve (die Arbeitslinie) nicht linear ist. Für die beschriebene Berechnung ist genau genommen der Sekantenmodul durch den Koordinatenursprung einzusetzen, da die Gesamtverschiebung bis zum Erreichen der Kraft H interessiert. Im allgemeinen wird man sich jedoch mit der Abschätzung der Werte c_{Sp} behelfen müssen. Eine Hilfe bilden hierbei Meßergebnisse aus Eignungsprüfungen an Verpreßankern (Eignungsprüfungen sind bei Dauerankern stets erforderlich). Man braucht nur zusätzlich zur Ankerkopfverschiebung die Verschiebungen des Ankerkopfwiderlagers zu messen und auszuwerten.

Eine eventuelle Vorspannung hat keinen Einfluß auf den Gang der Berechnung. Sie beeinflusst jedoch den Wert c_{Sp} , da von einem anderen Punkt der Arbeitslinie der Ankeraufhängung ausgegangen wird. Da gerade der Bereich relativ großer Nachgiebigkeit der Ankeraufhängung durch die Vorspannung vorweggenommen wird, ist der c_{Sp} - Wert bei Vorspannung meist erheb-

lich größer als im Fall ohne Vorspannung. Die aus der Vorspannung resultierende Normalspannung muß außerdem der ermittelten maximalen Randspannung überlagert werden. Eine Vorspannung sollte deshalb bei querbelasteten Verankerungen möglichst nicht vorgenommen werden.

Eine gebräuchliche Möglichkeit, der durch die Relativbewegung zwischen Boden und Zugglied entstehenden Querbelastung zu entgehen, ist die planmäßige Überhöhung des Zuggliedes vor der Überschüttung. Hierbei ist jedoch stets die Überhöhung so groß zu wählen, daß sie größer als die errechnete Setzung des Bodens in Höhe des Zuggliedes ist. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, wird das Zugglied im Laufe der Setzung die gerade (oder nahezu gerade) Form durchlaufen und dann bei Fortgang der Setzung möglicherweise eine noch größere Beanspruchung erfahren (was wiederum vom Parameter B abhängt) als es ohne Überhöhung erfahren hätte. Ist außerdem nicht nur im Bereich der Ankermitte, sondern auch im Bereich der Aufhängepunkte eine Setzung vorhanden, dann nützt auch eine Überhöhung letztlich nicht viel.

Beispiele

1. Beispiel : Untere Ankerlage einer Pier gegeben:

- Ankerabstand $a = 1,0 \text{ m}$
- Tiefe der Ankerlage unter OK Sandauffüllung $h = 12,0 \text{ m}$
- Ankerlänge (Abstand der Aufhängepunkte) $l = 25,5 \text{ m}$
- Ankerquerschnitt: $\emptyset 4 \frac{1}{2}''$ (115 mm) St 52 mit gestauchten Enden

$$\left. \begin{array}{l} f_{\text{Sch}} = 78,54 \text{ cm}^2 \\ d = 100 \text{ mm} \\ F_{\text{K}} = 83,31 \text{ cm}^2 \\ D_{\text{K}} = 103,0 \text{ mm} \end{array} \right\} \text{ z.B. aus Larssen-Handbuch}$$

- vermutliche Setzung $s = 1,2 \text{ m}$
- Querbelastung $q = 40 \text{ kN/m}$
- Rechnerische Ankerkraft aus Erd- und Wasserdruck $A = 950 \text{ kN je Anker}$
- Federkonstante eines Ankeraufhängepunktes geschätzt zu $c_{\text{Sp}} = 100 \text{ MN/m}$.

Es lassen sich zunächst berechnen:

$$c_{\text{A}} = EF/l = 63,45 \text{ MN/m}$$

$$\frac{1}{c_{\text{res}}} = \frac{1}{63,45} + \frac{2}{100} \rightarrow c_{\text{res}} = 28 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$\frac{q}{c_{\text{res}}} = \frac{40}{28 \cdot 10^3} = 0,00143$$

$$B = \frac{4eEF}{ql^2} = 12,44$$

Aus Abb. 8 läßt sich für $q/c_{res} = 0,00143$ $ql/2H = 0,166$ ablesen.
Damit ergibt sich H zu

$$H = \frac{ql}{2 \cdot 0,166} = \frac{40 \cdot 25,5}{2 \cdot 0,166} = 3072 \text{ kN} > 950 \text{ kN}$$

und die max. Durchbiegung f zu

$$f = \frac{25,5 \cdot 0,166}{4} = 1,06 \text{ m} < 1,20 \text{ m}$$

Mit $B = 12,44$ ergibt sich aus Abb. 8 weiterhin

$$\frac{ql}{2(Z+Z_i)} = 0,119$$

und daraus

$$Z + Z_i = \frac{40 \cdot 25,5}{2 \cdot 0,119} = 4286 \text{ kN}$$

Da der Punkt $ql/2H = 0,166$; $ql/2(Z+Z_i) = 0,119$ über der gestrichelten Linie der Abb. 8 liegt, gilt $Z + Z_i$ für den Querschnitt in Ankermitte.

Die maximale Zugspannung (Randspannung) in Ankermitte ist somit

$$\sigma = \frac{Z + Z_i}{F} = \frac{4286}{78,54} = 54,6 \text{ kN/cm}^2$$

(Der Nachweis für den Querschnitt, wie er an den gestauchten Enden vorhanden ist, unterbleibt hier, um den Umfang zu beschränken).

Da der Punkt $ql/2H = 0,166$; $ql/2(Z+Z_i) = 0,119$ unterhalb der strichpunktierten Linie der Abb. 8 liegt, führt eine gewollte Anfangsdurchbiegung zu einer kleineren Randspannung.

Wie groß muß die gewollte Anfangsdurchbiegung sein, damit die Ankerbeanspruchung am kleinsten ist?

Wie aus Abb. 7 ersichtlich, liegt für $B = 12,44$ der größte Wert für $ql/2(Z+Z_i)$ bei $ql/2H = 0,287$; $ql/2(Z+Z_i) = 0,14$. Der Kurvenpunkt über $ql/2H = 0,287$ wird mit dem Ordinatenabschnitt $q/c_{res} = 0,00143$ verbunden. Die Parallele hierzu schneidet die Kurve bei $4f/l_{res} = 0,264$, woraus sich die erforderliche Anfangsdurchbiegung zu $f = 25,5 \cdot 0,264/4 = 1,68 \text{ m}$ ergibt.

Aus $ql/2(Z+Z_i) = 0,14$ ergibt sich

$$Z + Z_i = \frac{40 \cdot 25,5}{2 \cdot 0,14} = 3643 \text{ kN}$$

und die Randspannung zu

$$\sigma = \frac{3643}{78,54} = 46,4 \text{ kN/cm}^2$$

Die zulässigen Randspannungen werden also sowohl ohne als auch mit Anfangsdurchbiegung weit überschritten. Dennoch kommt es wegen der Reserven durch plastische Verformungen und bei ausreichender Dimensionierung der Ankeranschlüsse noch nicht unbedingt zum Bruch der Verankerung.

Wie unterschiedlich die Ergebnisse sein können, sei noch einmal in der folgenden Aufzählung zusammengefaßt.

- a) ohne Berücksichtigung der Querbelastung: $\sigma = \frac{950}{78,54} = 12 \text{ kN/cm}^2 < \text{zul } \sigma$
- b) mit Querbelastung $q = 40 \text{ kN/m}$, aber ohne Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Ankeraufhängung:
 $\sigma = 52,4 \text{ kN/cm}^2$ (ohne Berücksichtigung der Biegung)
 $\sigma = 62,4 \text{ kN/cm}^2$ (mit Berücksichtigung der Biegung)
- c) mit $q = 40 \text{ kN/m}$ und $c_{\text{res}} = 28 \text{ MN/m}$, Biegung berücksichtigt,
 $\sigma = 54,6 \text{ kN/cm}^2$
- d) wie c) mit optimaler Anfangsdurchbiegung
 $\sigma = 46,4 \text{ kN/cm}^2$.

2. Beispiel :

Dieses Beispiel soll den erforderlichen Rechenvorgang für den Fall erläutern, daß die Setzung in Höhe der Ankerlage kleiner als der sich unter der Belastung q (über l) einstellende Durchhang ist.

Um die Berechnung abzukürzen und einen Vergleich zu ermöglichen, seien die Vorgaben die gleichen wie beim 1. Beispiel, die Setzung in Ankerhöhe sei jedoch statt $1,2 \text{ m}$ nur $s = 0,45 \text{ m}$.

Mit $c_{\text{res}} = 28 \text{ MN/m}$ und $q/c_{\text{res}} = 0,00143$ ergibt sich aus Abb.8

$$\frac{4f}{l} = \frac{4s}{l'} = 0,166 \quad \text{und daraus}$$

$$l' = \frac{4s}{0,166} = \frac{4 \cdot 0,45}{0,166} = 10,84 \text{ m}$$

Die Horizontalkraft H wird damit aus $\frac{ql'}{2H} = 0,166$

$$H = \frac{q l'}{2 \cdot 0,166} = \frac{40 \cdot 10,84}{2 \cdot 0,166} = 1306 \text{ kN}$$

B wird mit l' berechnet zu

$$B = \frac{4eFE}{ql'^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 78,54 \cdot 2,06 \cdot 10^7}{40 \cdot 10,84^2 \cdot 10^5} = 68,84$$

Aus Abb.8 läßt sich nun für $4f/l' = 0,166$ und $B = 68,84$ t_i ablesen zu

$$t_i = \frac{q l'}{2(Z+Z_i)} = 0,056 \quad , \text{ woraus sich}$$

$$Z+Z_i = \frac{q l'}{2 \cdot 0,056} = \frac{40 \cdot 10,84}{2 \cdot 0,056} = 3871 \text{ kN}$$

ergibt.

Daraus wird die maximale Randspannung :

$$\sigma = \frac{3871}{78,54} = 49,3 \text{ kN/cm}^2.$$

Vergleicht man die Randspannungen des 1. Beispiels (ohne Anfangsdurchhang, $s = 1,2 \text{ m}$) und des 2. Beispiels (ohne Anfangsdurchhang, $s = 0,45 \text{ m}$) so sieht man, daß die Randspannungen sich um nur etwa 10 % unterscheiden. Der Grund hierfür ist die relativ große Biegesteifigkeit des vorliegenden Ankers. Die H-Kräfte unterscheiden sich jedoch beträchtlich mit 3072 kN im 1. Beispiel und 1306 kN im 2. Beispiel.

Anmerkung zu den Beispielen:

Bei kleinen Setzungen s und steifen Ankern kann es vorkommen, daß ϵ kleiner als 10 wird (Abb.5). Es empfiehlt sich deshalb, zur Kontrolle stets ϵ zu berechnen oder den Anteil q_B an der Belastung q , der allein durch Biegung aufgenommen werden könnte. q_B kann näherungsweise aus

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E I}$$

für den Balken auf 2 Stützen unter Gleichlast berechnet werden zu

$$q_B = \frac{384}{5} \cdot \frac{E I f}{l^4}$$

Für Beispiel 1 wird $\epsilon = 44,5 > 10$; $q_B = 0,0005 q$ (vernachlässigbar)

Für Beispiel 2 wird $\epsilon = 12,3 > 10$; $q_B = 0,063 q$ (vernachlässigbar).

Wie die Beispiele zeigen, kann sich bei richtiger Berechnung (Fall (c) oder (d) des 1. Beispiels) eine gegenüber Fall (a) etwa 4 bis 5-fache Stahlspannung im Ankerzugglied ergeben. Diese Größenverhältnisse lassen die aufgetretenen Schäden an eingebetteten Verankerungen nicht mehr verwunderlich erscheinen, wenn man die Bedeutung der in die Berechnung eingehenden Parameter, insbesondere aber die nur ungenau zu berechnenden und schwer abzuschätzenden Parameter q und c_{Sp} untersucht.

Daß nicht noch erheblich mehr Schäden aufgetreten sind, liegt wohl zum größten Teil daran, daß bis zur vollen Plastizierung des Stahlquerschnitts noch erhebliche Reserven gegenüber dem der Rechnung zugrunde liegenden Fall der "zulässigen Spannung in der Randfaser" vorhanden sind. Bei beginnender Plastizierung des Querschnitts wird zudem der Parameter B kleiner (volle Plastizierung: $B = 0$) und die nicht mehr lineare Federkonstante c_A des Zugglieds wird infolge des großen Arbeitsvermögens des Stahls (σ - ϵ -Diagramm) zunehmend kleiner. Eine Berechnung nach dem Traglastverfahren wäre deshalb für querbelastete Zugglieder sinnvoll und ist, da es sich ausschließlich um runde Querschnitte handelt, leicht möglich. Hierbei treten jedoch verstärkt andere Probleme - solche des Korrosionsschutzes, der Kerbspannungen usw. - in den Vordergrund.

Formelzeichen

- c_A = Federkonstante des Ankers
 c_{Sp} = (c_{Sp1}, c_{Sp2}) = Federkonstante der Ankeranschlußpunkte (z.B. Spundwand)
 γ = Wichte des Bodens
 E = Elastizitätsmodul des Stahles, $E = 2,06 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$
 d = Durchmesser des Zugglieds
 e = $d/2$ = halber Zugglieddurchmesser
 F = Zuggliedquerschnitt
 H = Zugkraft in Richtung der Verbindungslinie der Ankerendpunkte (Aufhängepunkte)
 I = Trägheitsmoment des Ankers
 l = Abstand der Ankeraufhängepunkte
 L = Bogenlänge des Ankers
 L_i = ideale Bogenlänge des Ankers
 Δl_f = Differenz zwischen Bogenlänge L und Abstand der Aufhängepunkte l im unbelasteten Zustand
 f = Durchhang
 M = Biegemoment im Zugglied
 q = Querbelastung senkrecht zur Verbindungslinie der Ankeraufhängepunkte
 q_B = Anteil von q , der allein durch Biegung aufgenommen wird
 s = Setzung des Bodens in Ankerhöhe
 σ, σ_B = Spannung, Biegespannung
 y, x = Kartesische Koordinaten der Zuggliedverformungslinie
 Z = Zugkraft in Richtung der Tangente der Zuggliedverformungslinie
 Z_i = ideale, aus der Biegebeanspruchung resultierende Zugkraft
 ϵ = $1\sqrt{\frac{H}{EI}}$

Schrifttum

- [1] FÖRSTER, K. : Die Abschirmung des Erddrucks vor Spundwänden durch Pfahlroste. Mitteilungen der Hannoverschen Hochschulgemeinschaft, Heft 17/18, 1937
- [2] WENZ, K.-P. : Über die Größe des Seitendruckes auf Pfähle in bindigen Erdstoffen. Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Grundbau, Karlsruhe, Heft 12/1963
- [3] BRINCH-HANSEN, J. : Hauptprobleme der Bodenmechanik. Springer-Verlag 1960, S.266-268
LUNDGREN, H.
- [4] BÜRGERMEISTER, G. : Stabilitätstheorie, Teil I, Akademie-Verlag, Berlin 1966, S.3
STEUP, H.
KRETZSCHMER, H.
- [5] KAMKE, E. : Differentialgleichungen I. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig KG., Leipzig 1969, S.160.