

HENRY

Hydraulic Engineering Repository

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

Article, Published Version

Wiebicke, Max; Herle, Ivo; Andò, Edward; Viggiani, Gioacchino Optische Bestimmung der Struktur von Granulaten

BAWMitteilungen

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/102506>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Wiebicke, Max; Herle, Ivo; Andò, Edward; Viggiani, Gioacchino (2016): Optische Bestimmung der Struktur von Granulaten. In: BAWMitteilungen 99. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau. S. 59-66.

Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.



Optische Bestimmung der Struktur von Granulaten

Determination of Fabric in Granular Materials

Dipl.-Ing. Max Wiebicke, Prof. Dr.-Ing. habil Ivo Herle, Technische Universität Dresden;
Dr. Edward Andò, Prof. Gioacchino Viggiani, Université Grenoble Alpes, France

Der Einsatz der Röntgen-Tomographie in der Geomechanik hat vor allem in den letzten Jahren erstaunliche Einblicke in das mikromechanische Verhalten von Böden ermöglicht. In diesem Beitrag wird auf die Genauigkeit der Methoden eingegangen, die zur Bestimmung der Struktur von Granulaten häufig eingesetzt werden. Auf Grundlage der gewonnenen Erkenntnisse werden Modifikationen und Alternativen zu den üblichen Verfahren vorgeschlagen.

Recent developments in the use of x-ray computed tomography for geomechanical purposes have paved the way for the micromechanical characterisation of soils. In this paper, the accuracy of the methods currently used to describe the fabric of a granular material is analysed and quantified. On the basis of the outcome, some enhancements or alternative ways to determine the fabric are proposed.

1 Einleitung *Introduction*

Das Verhalten von Böden wird in der Geotechnik meist mit Hilfe von phänomenologischen Stoffmodellen beschrieben, in denen die Böden als Kontinuum abgebildet werden. Durch diese Beschreibung kommt es allerdings dazu, dass die diskrete Natur der Böden außer Acht gelassen wird, was zu Mängeln in der Beschreibung führt. Um diesen Nachteil der phänomenologischen Modelle zu überwinden, ist es notwendig, die Interaktionen der individuellen Bodenkörner mit dem makromechanischen Verhalten des Kontinuums in Verbindung zu bringen und dadurch die Ursachen für verschiedene Verhaltensweisen und Phänomene über die Mikromechanik zu finden. Mit einer solchen Verbindung zwischen Mikro- und Kontinuumsmechanik

können die phänomenologischen Modelle aufgewertet werden.

Die Beschreibung der Struktur von Granulaten war seit Langem das Thema zahlreicher Studien, da sie als eine fundamentale Eigenschaft gesehen wird. Sie wird in (Brewer, 1964) über die räumliche Anordnung der Körner und der dazugehörigen Poren definiert. Die Bodenstruktur kann entweder durch skalare Größen, wie beispielsweise der Porenzahl oder der Koordinationszahl, oder durch höherrangige tensorielle Größen beschrieben werden (Oda, 1980). Am häufigsten werden die Kontaktorientierung, die prinzipiellen Kornorientierungen (Oda, 1972) oder auch seltener die Orientierung der Poren (Oda et al., 1985; Li und Li, 2009) als Strukturvariablen verwendet.

Ein Weg zur Bestimmung der Struktur von Granulaten ist die Injektion von Polyesterharz in eine Bodenprobe. Diese wird in dünne Teilstücke geschnitten, anhand derer die Strukturgrößen optisch bestimmt werden können (Oda, 1972). Da es sich hier um eine Post-Mortem Analyse handelt, müssen mehrere, möglichst identische Proben auf unterschiedliche Niveaus derselben Belastung gebracht werden, um die Evolution der Struktur bestimmen zu können. Eine andere experimentelle Methode zur Bestimmung der Struktur, die während der Belastung durchgeführt werden kann, ist die Verwendung von zweidimensionalen Stäben in bestimmten Belastungsvorrichtungen. Da es sich hierbei um eine zweidimensionale Struktur handelt, können Fotos von der Oberfläche des Granulats gemacht werden, mit denen die Struktur bestimmt werden kann (Calvetti et al., 1997). Des Weiteren ist die Verwendung der Diskreten Elemente Methode weit verbreitet, mit der die Interaktion von individuellen Körnern in einem Granulat unter makroskopischer Belastung simuliert werden kann (Fu

und Dafalias, 2010). Die Bestimmung der Struktur ist in diesem Fall sehr einfach, da die Geometrie und die Positionen der Körner bekannt sind. All diese Verfahren sind allerdings entweder aufgrund der Natur der Post-Mortem-Analyse, der Zwei-Dimensionalität oder der regelmäßigen Kornform in ihrer Aussagekraft limitiert.

Die Nachteile der genannten Verfahren können mit Hilfe der Röntgen-Computertomographie überwunden werden, die immer häufiger in der Geomechanik verwendet wird (Hall et al., 2010; Viggiani et al., 2013). Allerdings ist diese Methode hinsichtlich ihrer Auflösung limitiert: Wenn versucht wird, das Bild einer Probe mit einer repräsentativen Anzahl von Körnern aufzunehmen, ergibt sich eine maximale Auflösung für die Bestimmung der Struktur (Andò et al., 2013). Hier muss folglich ein Kompromiss zwischen der Anzahl von Körnern und der Auflösung gefunden werden. Es hat sich gezeigt, dass die Anwendung der üblichen Methoden zur Auswertung dieser Tomographien sehr fehleranfällig ist und dadurch beispielweise große Fehler in der Bestimmung der Kontaktorientierungen hervorgerufen werden können (Viggiani et al., 2013; Jaquet et al., 2013). Daher ist es wichtig, die Fehleranfälligkeit der üblichen Methoden zu quantifizieren und eventuell fortgeschrittenere Verfahren in Betracht zu ziehen, beziehungsweise Modifikationen vorzuschlagen.

In diesem Beitrag wird entweder über die Nutzung von synthetischen Bildern oder von hochauflösenden Röntgen-Computertomographien auf die Bestimmung von Kornkontakten und Kornorientierungen eingegangen.

2 Kornkontakte *Contacts*

Die am häufigsten verwendete Größe zur Beschreibung der Struktur von Granulaten ist die Orientierung der Kornkontakte. Um diese zu bestimmen, müssen die Kontakte vorerst identifiziert werden. Das heißt, dass festgestellt werden muss, welche Körner sich miteinander in Kontakt befinden. Da beide dieser Schritte, die Identifizierung sowie die Bestimmung der Orientierung, auf der Auswertung der Bilder beruhen, müssen sie bezüglich ihrer Genauigkeit untersucht werden.

Es wurden künstliche Kugeln gewählt, um beide Schwerpunkte zu untersuchen, da diese eine exakte

Referenz darstellen. Um die Kugeln zu erzeugen, wurde die Software Kalisphaera (Tengattini und Andò, 2015) verwendet, da dieser Algorithmus den Effekt des partiellen Volumens (*partial volume effect*) in der Bildgebung berücksichtigt. Das bedeutet, dass Voxel, die sich am Rand der Kugel befinden und daher nur teilweise mit dieser gefüllt sind, einen Wert in Abhängigkeit des Füllverhältnisses erhalten. Des Weiteren kann eine Unschärfe auf die Bilder der exakten Kugeln angewandt werden, sodass der Rand verwischt wird.

In Bild 1 sind zwei Kugeln dargestellt, die sich analytisch in exakt einem Punkt treffen. Auf der linken Seite ist ein Schnitt durch das dreidimensionale Bild abgebildet, um den Effekt des partiellen Volumens zu verdeutlichen. Hierbei ist zu erkennen, dass der Kontakt, bei dem es sich um einen einzigen Punkt handelt, durch die partiellen Volumen beider Kugeln im Kontaktbereich verwischt und damit auf unnatürliche Weise vergrößert wird. Auf der rechten Seite ist ein 3D Rendering beider Kugeln dargestellt.

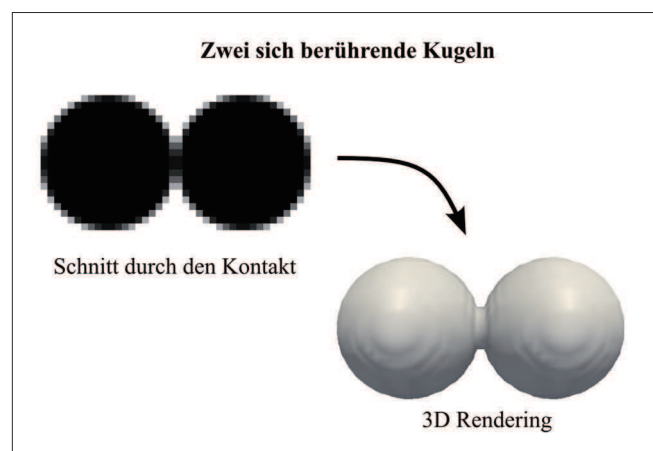


Bild 1: Bild von zwei sich berührenden Kugeln, welches mit Kalisphaera (Tengattini und Andò, 2015) erzeugt wurde

Figure 1: Image of two touching partial volume spheres created with Kalisphaera (Tengattini and Andò, 2015)

2.1 Identifizierung von Kornkontakten *Detection of contacts*

Um die Identifizierung von Kornkontakten zu untersuchen, werden zwei der oben beschriebenen Kugeln in einem bestimmten Abstand voneinander erzeugt. Dieses Graustufenbild wird dann mit dem volumetrisch korrekten Grenzwert in ein binäres Bild transformiert. Hierbei werden alle Voxel, die einen Wert über diesem

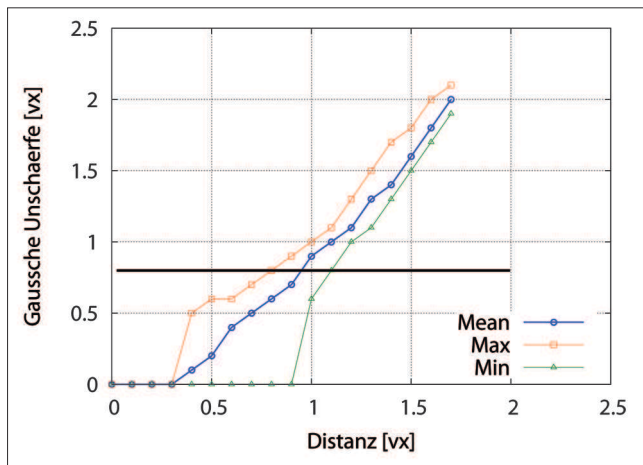


Bild 2: Ergebnisse der Studie zur Kontaktidentifikation; ein Punkt stellt die Gauss'sche Unschärfe dar, ab der ein Kontakt gefunden wird; die schwarze dicke Linie markiert die system-inhärenten Unschärfe

Figure 2: Investigation on the accuracy of contact detection; a point indicates when a contact is found; the black line marks the system-inherent level of blur

Grenzwert besitzen, mit dem Wert 1 für Feststoffe und alle, die einen niedrigeren Werten aufweisen, mit 0 für Pore belegt. Nun kann festgestellt werden, ob beide Kugeln in Kontakt miteinander sind oder nicht. Die Distanz wird solange erhöht, bis sich die Kugeln für ein Bild ohne Unschärfe nicht mehr berühren. Ist eine solche Distanz erreicht, so wird das Bild beider Kugeln mit einer Unschärfe belegt, bis diese wieder in Kontakt miteinander erscheinen. Die so aufgebrauchte Unschärfe soll die Unschärfe in realen Röntgentomographien widerspiegeln, die sich von Anlage zu Anlage unterscheidet. Dieses Vorgehen wurde für 5.000 unterschiedliche Orientierungen durchgeführt, auf die in dem nächsten Abschnitt noch näher eingegangen wird.

Das Ergebnis dieser Studie, die die Distanz beider Kugeln voneinander und die Unschärfe variiert, ist in Bild 2 dargestellt. Die Punkte in diesem Graphen stellen die jeweilige Unschärfe dar, ab der mit steigender Unschärfe ein Kontakt festgestellt werden kann. Da insgesamt 5.000 unterschiedliche Orientierungen untersucht wurden, sind in diesem Plot der Mittelwert sowie die Minima und Maxima dargestellt. So sind die Ergebnisse wie folgt zu interpretieren: Für eine Distanz von 1 Voxel kann kein Kontakt für ein scharfes Bild gefunden werden. Sobald dieses Bild aber mit einer Unschärfe von mindestens 0,9 Voxeln belegt wird, identifiziert das Verfahren einen Kontakt. Um dieses Phänomen der Überidentifi-

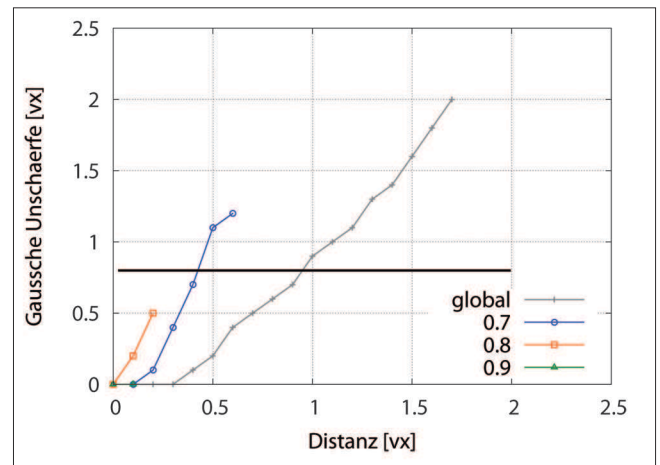


Bild 3: Ergebnisse der Studie zur Kontaktidentifikation; Anwendung verschiedener lokaler Grenzwerte; ein Punkt stellt die Gauss'sche Unschärfe dar, ab der ein Kontakt gefunden wird; die schwarze dicke Linie markiert die system-inhärenten Unschärfe

Figure 3: Investigation on the accuracy of contact detection; application of different local thresholds on the contact area; a point indicates when a contact is found; the black line marks the system-inherent level of blur

zierung von Kontakten zu erklären, genügt ein Blick auf das 3D Rendering in Bild 1. Es ist ersichtlich, dass die Kontaktzone stark von dem Effekt des partiellen Volumens beeinflusst wird. Selbst wenn sich zwei Objekte nicht berühren, so kann ein Voxel zwischen diesen Objekten durch den additiven Effekt beider partieller Volumen einen Wert oberhalb des volumetrisch korrekten Grenzwertes erhalten.

In (Tengattini und Andò, 2015) wurde die system-inhärente Unschärfe des Röntgentomographen im Laboratoire 3SR in Grenoble untersucht und festgestellt, dass sie bei 0,8 Voxeln für die Herangehensweise mit Kallsphera liegt. Für diese Studie bedeutet das, dass der Fehler der Kontaktidentifizierung zwischen 0,8 Voxeln und 1,1 Voxeln liegt und somit ein Kontakt zwischen zwei perfekten Kugeln folglich bis zu einem Abstand von ~ 1 Voxel beider zueinander detektiert wird. Es kann somit festgestellt werden, dass systematisch zu viele Kontakte identifiziert und damit ebenfalls die Kontaktorientierungen beeinflusst werden.

Um diesen systematischen Fehler zu verringern, wurde eine Verfeinerung des Verfahrens vorgeschlagen (Wiebicke et al., 2015). Nachdem das Verfahren, wie oben beschrieben, angewandt wurde und die Kontakte identifiziert sind, wird der gefundene Kontaktbereich näher untersucht. Ein lokaler, zwingend höherer Grenzwert

des partiellen Volumens wird auf die Voxel appliziert, die zu dem jeweiligen Kontakt gehören. Somit kann festgestellt werden, ob beide Körner auch für diesen höheren Grenzwert in Kontakt erscheinen. Das Ergebnis ist in Bild 3 in identischer Weise wie zuvor dargestellt; es sind allerdings nur die Mittelwerte der jeweiligen Untersuchungen zu verschiedenen lokalen Grenzwerten abgebildet. Durch diese Resultate wird deutlich, dass sich der Fehler durch die Einführung von lokalen Grenzwerten signifikant verringert. Es ist allerdings hervorzuheben, dass ein solcher lokaler Grenzwert mit Vorsicht gewählt werden muss, da diese lokale Verfeinerung auch zum Verlust von Kontakten führen kann. Da diese Studie ausschließlich an künstlichen Bildern durchgeführt wurde, kann keine Empfehlung gegeben werden. Untersuchungen zu der Kontaktidentifizierung mit Hilfe von hochauflösenden Röntgenbildern sind das Thema einer weiterführenden Studie.

2.2 Kontaktorientierungen *Contact orientations*

Um Verfahren zur Bestimmung der Orientierung von Kornkontakten zu untersuchen, werden ebenfalls Kugeln mit Kalisphera (Tengattini und Andò, 2015) erzeugt. In dieser Analyse werden die Kugeln, wie in Bild 1 gezeigt, so kreiert, dass sie sich analytisch exakt in einem Punkt berühren. Die Referenzorientierung des Kontaktes ist im Fall der Kugeln der sogenannte branch Vektor; die Verbindung zwischen den Mittelpunkten beider Kugeln. Wie im vorherigen Abschnitt erwähnt, wurden 5.000 unterschiedliche Orientierungen gewählt: Um möglichst viele Orientierungen abzudecken, wurden diese so bestimmt, dass sie der Verbindung zwischen dem Mittelpunkt einer Kugel und gleichverteilten Punkten auf der Oberfläche eben dieser Kugel entsprechen.

Das Standardverfahren zur Bestimmung der Orientierung beinhaltet die folgenden Schritte: (1) das Graustufenbild der beiden sich in Kontakt befindenden Kugeln wird über den volumetrisch korrekten Grenzwert in ein binäres Bild transformiert; (2) das binäre Bild wird segmentiert: individuelle Objekte werden mit Hilfe eines Segmentierungsalgorithmus' voneinander getrennt und erhalten ein Label; (3) nun wird die Kontaktzone auf Basis des segmentierten Bildes bestimmt und die Orientierung mit Hilfe einer Hauptkomponentenanalyse ermittelt. Für die Segmentierung wurden unterschied-

liche Watershed-Verfahren untersucht: ein klassisches topologisches Watershed und als spezielles Power-Watershed der Random Walker (Grady, 2006). Der in den Ergebnissen aufgeführte Fehler ist der Winkel zwischen der Referenzorientierung und der sich aus der Segmentierung ergebenden Orientierung.

Die Resultate dieser Untersuchung sind in Bild 4 für Kugeln mit unterschiedlichen Durchmessern dargestellt. Für jeden dieser Durchmesser wurde der mittlere Fehler aus den 5.000 Referenzorientierungen ermittelt und es ergibt sich ein Zusammenhang zwischen dem Durchmesser der Kugeln und dem Fehler. Des Weiteren wurde diese Untersuchung sowohl für perfekte Bilder sowie für Bilder mit einer Unschärfe durchgeführt.

Es zeigt sich, dass das aufwändigere Verfahren, der Random Walker, wesentlich bessere Resultate erzielt als der Standard-Algorithmus zur Segmentierung. Da die Untersuchung anhand der Bilder mit Unschärfe in geringeren Fehlern resultierte, kann vermutet werden, dass die Größe der Kontaktfläche eine wichtige Rolle spielt. In Bild 5 ist der Zusammenhang zwischen der Größe der Kontaktfläche (die Anzahl an Voxeln) und dem mittleren Fehler anhand von Kugeln mit einem Durchmesser von 16 Voxeln dargestellt. Je größer der Kontaktbereich ist, desto geringer ist der mittlere Fehler, da mehr Datenpunkte für die Hauptkomponenten-

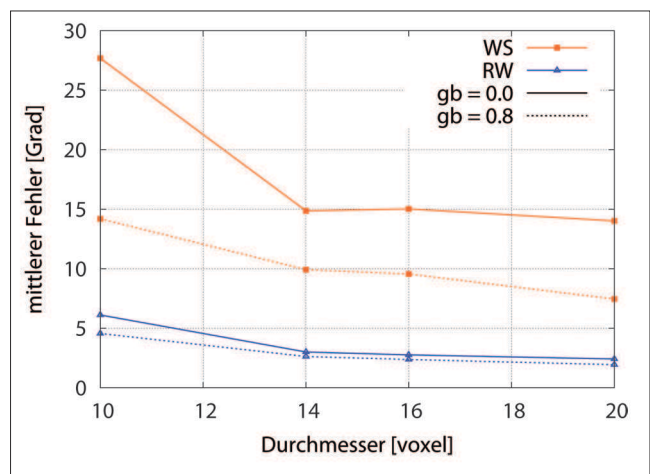


Bild 4: Ergebnisse der Studie zu Kontaktorientierungen; Genauigkeit der untersuchten Watershed-Verfahren (WS: standard, topologisches Watershed; RW: Random Walker); Beziehung zwischen mittlerem Fehler und dem Durchmesser der Kugeln

Figure 4: Accuracy of watershed methods to determine the contact orientation (WS: standard topological watershed, RW: random walker); relation of mean error and the size of the spheres

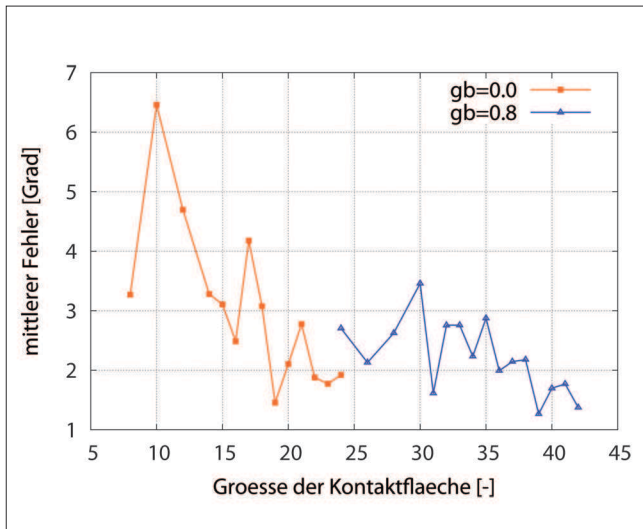


Bild 5: Ergebnisse der Studie zu Kontaktorientierungen; Abhängigkeit des mittleren Fehlers von der Größe des Kontaktes; Darstellung für den Random Walker an Kugeln mit einem Durchmesser von 16 Voxeln

Figure 5: Accuracy of watershed methods to determine the contact orientation; relation of the mean error and the size of the contact for the random walker and spheres of a diameter of 16 voxels

analyse zur Verfügung stehen. In diesem Fall stellt eine Kontaktbereich von 14 Voxeln eine Grenze dar, ab der der Fehler nur noch um und unter drei Grad schwankt. Allerdings wurde auch diese Analyse mit synthetischen Bildern durchgeführt und muss mit Hilfe von realen Tomographien überprüft werden.

3 Kornorientierungen Particle orientations

Eine andere Strukturgröße, die in verschiedenen Studien verwendet wurde, ist die Kornorientierung. Die Kornorientierungen können beispielsweise als Eigenvektoren des Trägheitstensors definiert werden. Der Tensor wird anhand des binären Bildes eines individuellen Kornes bestimmt, wodurch Dichteunterschiede und innere Porosität vernachlässigt werden. Um die Genauigkeit dieses Verfahrens zu untersuchen, wurde ein 3D Bild eines individuellen Kornes (Hostun Sand) mit einer Auflösung von 350 nm/voxel im Röntgentomographen gemacht. Das Rendering dieses Bildes ist in Bild 6 dargestellt. An diesem hochauflösenden Bild wurden die Kornorientierungen ermittelt, die im Folgenden als Referenz dienen. Die Kornorientierungen wurden bei niedrigeren Auflösungen bestimmt und mit der Referenz verglichen: Der Winkel zwischen den jeweiligen Vektoren stellt wieder den Fehler dar. Diese Untersuchung wurde

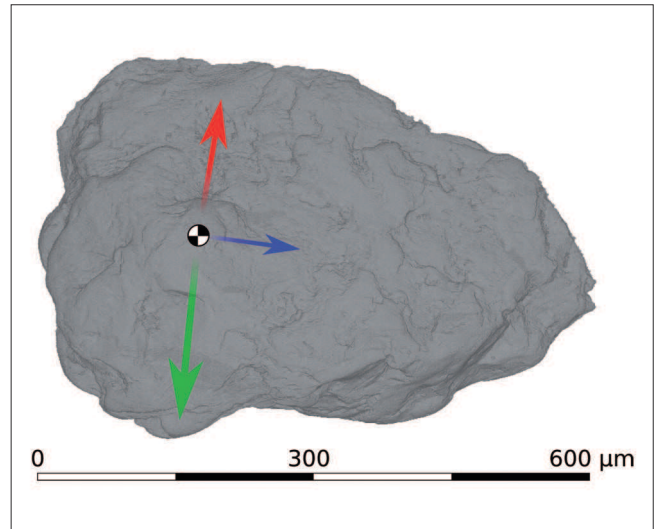


Bild 6: 3D Rendering der Röntgen-Computertomographie des untersuchten Einzelkorns (Hostun Sand); die prinzipiellen Partikelorientierungen sind im Bild gekennzeichnet

Figure 6: 3D rendering of the high resolution scan of a single Hostun Sand grain; principal particle orientations are indicated

für 4.000 zufällige Orientierungen gemacht, indem das originale Bild (die Referenz) um einen zufällig ermittelten Vektor rotiert wurde.

In Bild 7 sind die mittleren Fehler dieser 4.000 Orientierungen gegen die jeweilige Auflösung aufgetragen.

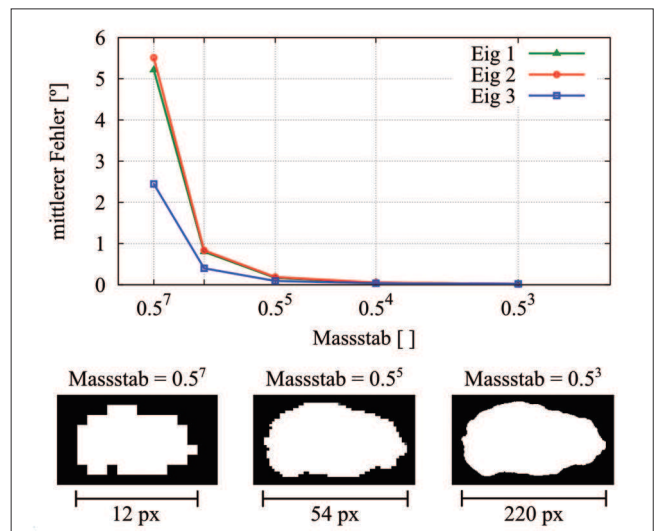


Bild 7: Ergebnisse der Studie zur Partikelorientierung Abhängigkeit des mittleren Fehlers von der Auflösung des Bildes die Farben entsprechen den in Bild 6 dargestellten Eigenvektoren

Figure 7: Results of the study on particle orientation; relation between the accuracy of the eigenvectors of the moment of inertia tensor and the scale of the image; the colours correspond to the eigenvectors indicated in figure 6

Wie zu vermuten war, steigt der Fehler mit sinkender Auflösung. Es ist allerdings zu erkennen, dass dieser Fehler in Abhängigkeit des jeweiligen Eigenvektors steigt. So steigt der zu dem kleinsten Eigenwert zugehörige Eigenvektor am geringsten und kann vorzugsweise für das Bilden eines Strukturensors verwendet werden. Die Ursache hierfür ist die Kornform: Dieses Korn besitzt eine klar definierte längste Seite, die mit dem kleinsten Eigenvektor korrespondiert. Es ist allerdings zu erwarten, dass die Fehler für weniger anguläre Körner steigen, da die prinzipiellen Achsen bei solchen Formen undeutlicher ausgeprägt sind.

4 Zusammenfassung *Conclusions*

In dieser Studie wurden verschiedene Verfahren zur Bestimmung der Struktur eines Granulates untersucht. Es hat sich gezeigt, dass durch die Verwendung der üblichen Verfahren systematisch zu viele Kontakte gefunden werden; das bedeutet, dass Kontakte erkannt werden, die gar keine sind. Dieses Phänomen wird durch den Effekt des partiellen Volumens hervorgerufen. Um die Messungen dahingehend zu verbessern, wurde eine lokale Verfeinerung vorgeschlagen und gezeigt, wie wirkungsvoll diese ist. Eine statistische Analyse zur Fehleranfälligkeit der Bestimmung von Kontaktorientierungen hat ein vergleichbares Resultat hervorgebracht: die Verwendung der üblichen Segmentierungsverfahren führt zu erheblichen Fehlern, die durch die Verwendung von fortgeschrittenen Verfahren, wie zum Beispiel dem Random Walker, deutlich verringert werden können. Die Größe des Kontaktes (die Anzahl der Voxel, die einen Kontakt darstellen) steht in Relation zur Genauigkeit der Orientierung und kann somit als Indikator für die Güte einer Messung herangezogen werden. Des Weiteren wurde die Partikelorientierung als mögliche Strukturvariable untersucht. Zur Bestimmung dieser wurden die Eigenvektoren des Trägheitstensors eines individuellen Korns herangezogen und es konnte festgestellt werden, dass dieses Verfahren für die untersuchte Kornform relativ niedrige Fehler hervorbringt.

Der Ausgangspunkt dieser Studie waren synthetisch erzeugte Kugeln, für die die Geometrie sowie die Kontaktorientierungen bekannt sind. Dadurch konnte der Fehler der unterschiedlichen Verfahren zur Bestimmung

der Kontaktorientierung oder der Identifikation der Kontakte präzise bestimmt werden. In einer folgenden Studie wird diese Untersuchung anhand realer Kornformen wiederholt: hochauflösende Computer-Tomographien ermöglichen das Festlegen eines Referenzzustandes. Diese Bilder können schrittweise herunterskaliert werden und die sich an diesen niedrigeren Auflösungen ergebenden Kontaktdetektierungen oder Kontaktorientierungen mit der Referenz verglichen werden, um die Fehleranfälligkeit für komplexe Kornformen zu bestimmen. Die damit erlangten Kenntnisse über die Genauigkeit der verschiedenen Verfahren werden eine zuverlässige Bestimmung der unterschiedlichen Strukturvariablen an natürlichen Sandproben mit einer großen Anzahl an Körnern erlauben. Diese Variablen können statistisch mit verschiedenen Strukturstensoren (Kanatani, 1984) erfasst werden, wodurch eine Beschreibung der Evolution der Struktur unter makroskopischen Belastungen möglich ist.

5 Literatur *References*

- Andó, E.; Hall, S. A.; Viggiani, G.; Desrues, J.; Besuelle, P. (2011): Grain-scale experimental investigation of localised deformation in sand: a discrete particle tracking approach. *Acta Geotechnica*.
- Andò, E.; Viggiani, G.; Hall, S. A.; Desrues, J. (2013): Experimental micro-mechanics of granular media studied by x-ray tomography: recent results and challenges. *Géotechnique Letters* 3, 142-146.
- Brewer, R. (1964): *Fabric and mineral analysis of soils*. J. Wiley, New York.
- Calvetti, F.; Combe, G.; Lanier, J. (1997): Experimental micromechanical analysis of a 2D granular material: relation between structure evolution and loading path. *Mechanics of Cohesive-frictional materials* 2, 121-163.
- Fu, P.; Dafalias, Y. (2010): Fabric evolution within shear bands of granular materials and its relation to critical state theory. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*.
- Gonzalez, R. C.; Woods, R. E. (2007): *Digital Image Processing*. Prentice-Hall.

- Grady, L. (2006): Random walks for image segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 28, 1768–1783.
- Hall, S. A.; Bornert, M.; Desrues, J.; Pannier, Y.; Lenoir, N.; Viggiani, G.; Besuelle, P. (2010): Discrete and continuum analysis of localised deformation in sand using X-ray microCT and volumetric digital image correlation. *Géotechnique* 60, 315-322.
- Jaquet, C.; Andò, E.; Viggiani, G.; Talbot, H. (2013): Estimation of separating planes between touching 3D objects using power watershed. *International Symposium on Mathematical Morphology* 11 (2013).
- Kanatani, K. (1984): Distribution of directional data and fabric tensors. *International Journal of Engineering Science* 22, 149-164.
- Li, X.; Li, X. (2009): Micro-macro quantification of the internal structure of granular materials. *Journal of engineering mechanics* 135, 641-656.
- Oda, M. (1972): Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material. *Soils and foundations* 25, 85-97.
- Oda, M.; Konishi, J.; Nemat-Nasser, S. (1980): Some experimentally based fundamental results on the mechanical behaviour of granular materials. *Géotechnique* 30, 479-496.
- Oda, M.; Nemat-Nasser, S.; Konishi, J. (1985): Stress-induced anisotropy in granular masses. *Soils and Foundations* 25, 85-97.
- Tengattini, A.; Andò, E. (2015): Kalisphaera: an analytical tool to reproduce the partial volume effect of spheres imaged in 3D. *Measurement Science and Technology* 26.
- Viggiani, G.; Andò, E.; Jaquet, C.; Talbot, H. (2013): Identifying and following particle-to-particle contacts in real granular media: An experimental challenge. *Powders and Grains, AIP Conf. Proc.* 1542, 60-65.
- Wiebicke, M.; Andò, E.; Viggiani, G.; Herle, I. (2015): Towards the measurement of fabric in granular materials with x-ray tomography. *Proceedings of the 6th international Symposium on Deformation Characteristics of Geomaterials, IS Buenos Aires.*

