

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

Article, Published Version

Pietsch, Christian Entwicklung eines neuen Verfahrens zur Setzungsberechnung

Mitteilungen der Forschungsanstalt für Schiffahrt, Wasser- und Grundbau; Schriftenreihe Wasser- und Grundbau

Verfügbar unter/Available at: https://hdl.handle.net/20.500.11970/106196

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Pietsch, Christian (1982): Entwicklung eines neuen Verfahrens zur Setzungsberechnung. In: Mitteilungen der Forschungsanstalt für Schiffahrt, Wasser- und Grundbau; Schriftenreihe Wasser- und Grundbau 44. Berlin: Forschungsanstalt für Schiffahrt, Wasser- und Grundbau. S. 40-96.

Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.



3. Entwicklung eines neuen Verfahrens zur Setzungsberechnung

3.1. Theoretische Grundlagen

3.1.1. Einführung

Die bisher genannten Verfahren zur Setzungsberechnung stützen sich auf eine Reihe von fundamentalen Voraussetzungen. Nach BORO-WICKA /6/ "sind gewisse starre Vorstellungen, Anschauungen und Begriffe entstanden, welche allen Ingenieuren geläufig sind und als unumstößlich gelten, obwohl sie auf stark vereinfachenden Annahmen beruhen und daher das Verhalten der Böden in der Natur nur angenähert wiedergeben".

Zu den Voraussetzungen der üblichen Verfahren zur Setzungsberechnung gehört u. a. die Annahme eines Verformungsmoduls, der unabhängig von der Belastung sowie der Form und Größe der Lastfläche als Materialkonstante betrachtet wird. Die Auswertung der experimentellen Untersuchungen zeigt jedoch, daß von den üblichen Berechnungsverfahren hiermit das tatsächliche, nichtlineare Last-Setzungsverhalten von Lastplatten und starren Fundamenten nicht richtig wiedergegeben werden kann. Die nichtlinearen plastischen Setzungen werden nicht erfaßt.

Für die Weiterentwicklung der Setzungsberechnung bietet sich deshalb an, eine Veränderung im Ansatz der Verformungsparameter vorzunehmen und in die Setzungsberechnung einzuführen. Dabei werden auch die bekannten partiellen Verbesserungen der Setzungsberechnung wie die Berücksichtigung der Horizontalspannungen und der Ansatz einer linear-tiefenabhängigen Zunahme des Verformungsmoduls mit übernommen.

3.1.2. Ableitung eines veränderlichen Verformungsmoduls

Bei der Rückrechnung von Setzungsmessungen an Bauwerken ist mehrfach eine deutliche Zunahme des Verformungsmoduls mit wachsender Flächengröße ermittelt worden (z. B. BRETH /8/, MUHS /39/, NEU-BER /46/, SHERIF /63/). Diese Flächenabhängigkeit von Berechnungswerten konnte bereits bei der Ermittlung des Bettungsmoduls festgestellt werden (TERZAGHI /71/). Auch aus anderen bodenmechanischen Untersuchungen ist bekannt, daß der Verformungsmodul von den Proben- bzw. Lastflächenabmessungen beeinflußt wird. Der Verformungsmodul ist offenbar keine Materialkonstante. Zu ähnlichen Feststellungen kommt auch SZABO /68/ bei der Untersuchung von Probewürfeln aus Beton.

Die vorliegenden Untersuchungsergebnisse erlauben jedoch noch keine verallgemeinerungsfähige Aussage, um die Abhängigkeit des Verformungsmoduls von der Geometrie der Lastfläche unter Berücksichtigung der plastischen Setzungen eindeutig auszuweisen. Für die weitere Untersuchung ist es deshalb notwendig, von einigen physikalisch begründeten Voraussetzungen auszugehen. Dazu werden folgende Annahmen getroffen:

- Es wird ein rechnerischer Verformungsmodul V des Baugrundes eingeführt, der keine Materialkonstante darstellt, sondern von der Geometrie der Lastfläche abhängig ist. Diese Annahme stützt sich auf die Auswertung von Setzungsmessungen.
- Der rechnerische Verformungsmodul des Baugrundes weist bei Nullbelastung einer starren Lastplatte einen endlichen, konstanten Anfangswert E(0) auf. Nach Gl. (4) stellt E(0) einen Elastizitätsmodul (Modul der elastischen Verformung) in Höhe der Gründungssohle (z = 0) dar. Der Anfangswert E(0) wird als Materialkonstante definiert.
- 3. Der rechnerische Verformungsmodul des Baugrundes muß für den Bruchzustand den Wert Null annehmen, damit sich bei der Setzungsberechnung nach Gl. (1) unendlich große Setzungen für die Grundbruchbelastung q_f ergeben. Dabei wird vorausgesetzt, daß sich für den Baugrund ein eindeutiger Bruchzustand einstellt.
- 4. Für den Lastbereich zwischen Nullbelastung und Grundbruchbelastung q_f wird eine Abnahme des rechnerischen Verformungsmoduls vom Anfangswert E(O) auf den Wert Null vorausgesetzt. Damit soll summarisch das seitliche Ausweichen des Untergrundes

berücksichtigt werden, das am Rand der Lastplatte beginnt und mit wachsender Belastung einen immer größer werdenden Bereich unter der Lastplatte erfaßt.

- 5. Aufgrund der Annahmen nach Punkt 4 wird der rechnerische Verformungsmodul als Mittelwert über die Fläche betrachtet. In ähnlicher Weise wird auch die Sohlpressung als Mittelwert über die Fläche angesetzt.
- 6. Für den Abfall des rechnerischen Verformungsmoduls V vom Anfangswert E(0) bei Nullbelastung auf den Endwert Null bei Grundbruchbelastung q_f wird vereinfachend ein linearer Verlauf entsprechend Bild 11 angenommen, da nach den bisherigen theoretischen und experimentellen Untersuchungen hierzu keine gesicherten Erkenntnisse vorliegen. Für die Beweisführung dieser Annahme ist deshalb noch eine gesonderte Einschätzung notwendig. Prinzipiell ist diese Annahme mit einem Ansatz von MALYŠEV /38/ über eine lineare Abnahme des Seitendruckverhältnisses K = \Im_3/\Im_1 (Abschnitt 2.2.4.) vergleichbar, auch wenn sich nach diesem Ansatz bei Grundbruchbelastung eine endliche Setzung ergibt.
- 7. Für die Ableitung des rechnerischen Verformungsmoduls werden die Parameter Reibungswinkel, Kohäsion, Elastizitätsmodul E(0) und Tiefenfaktor λ als Materialkonstante betrachtet, auch wenn lei der experimentellen Ermittlung beachtet werden muß, daß eine Abhängigkeit von den Proben- bzw. Lastflächenabmessungen und von der Belastung eintreten kann (PIETSCH /51/).



Bild 11. Ansatz des rechnerischen Verformungsmoduls V.

Der Ansatz des Moduls wurde gewählt, da er der üblichen Verfahrensweise der ingenieurmäßigen Berechnung von Deformations- und Setzungsvorgängen entspricht und die Einführung der neuen Ergebnisse in die Praxis damit erleichtert werden kann. Wichtig ist die Feststellung, daß der rechnerische Verformungsmodul im Gegensatz zum üblichen Elastizitäts- bzw. Steifemodul keine Materialkonstante, sondern grundsätzlich eine veränderliche Größe darstellt.

Für den rechnerischen Verformungsmodul V wird nach diesen Annahmen die folgende Beziehung aus Bild 11 abgeleitet:

$$L_{e} / E(0) = q_{m} / (E(0) - V)$$
 oder

In der weiteren Auswertung wird für den Ausdruck

die Bezeichnung Reduktionsfaktor f, eingeführt.

Zur Berechnung der mittleren Grundbruchspannung q_f für lotrecht mittige Belastung und horizontale Fundamentschle wird die Gültigkeit der üblichen Grundbruchtheorie nach TGL 11464/02 /73/ oder anderen Standards vorausgesetzt. Damit ergibt sich:

Der Ansatz nach Gl. (8) bedeutet, daß unter dem Fundament eine ausreichende Schichtdicke vorhanden ist, die eine unbehinderte Ausbildung der Gleitflächen gewährleistet.

Für künftige Untersuchungen sollte beachtet werden, daß die

Treffsicherheit der Grundbruchgleichung noch nicht ausreichend ist und z. B. durch Einführen von Tiefenbeiwerten, die den Einfluß der Scherfestigkeit des Bodens oberhalb der Gründungssohle berücksichtigen, verbessert werden kann (SCHUITZE /59/). Außerdem ist im Gegensatz zu landläufigen Auffassungen ein ausgeprägter Bruchzustand experimentell nicht immer festzustellen.

Die Größe des rechnerischen Verformungsmoduls V nach Gl. (6) wird damit in Verbindung mit der Ermittlung der mittleren Grundbruchspannung q_f nach Gl. (8) von folgenden Parametern bestimmt:

- mittlere Sohlpressung qm
- Fundamentbreite B
- Seitenverhältnis B/L
- Einbindetiefe D_{min} bzw. seitliche Auflast q oberhalb der Gründungsschle
- Elastizitätsmodul E(0), d. h. Anfangswert des rechnerischen Verformungsmoduls
- Reibungswinkel $\phi(\lambda_{\rm B}, \lambda_{\rm c}, \lambda_{\rm c} = f(\phi))$
- Kohäsion c bzw. scheinbare Kohäsion cu
 - Rohwichte $\gamma_{\rm B}$ des Baugrundes im Bereich des Bruchkörpers unterhalb der Gründungsschle.

Mit dem Ansatz nach den Gln. (6) und (8) wird entsprechend der gegenwärtigen Grundbruchtheorie vorausgesetzt, daß bei Rechteckfundamenten die Ausbildung der Gleitflächen in gleicher Weise von allen Fundamentseiten her erfolgt.

Der Ausdruck für den rechnerischen Verformungsmodul V kann mit einer ähnlichen analytischen Beziehung verglichen werden, die SMOLTCZYK /65/ aus der experimentellen Untersuchung der plastischen Verformung von Sanden für den Gleitmodul G in der Form

 $G = G_0 \cdot (1 - \tan \phi_{mob}/\tan \phi_{Bruch}) \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (9)$

aufgestellt hat. Dabei ergibt sich der mobilisierte Reibungsbeiwert tan ϕ_{mob} für den aktuellen Belastungszustand mit einer Spannungsberechnung nach der üblichen Halbraumtheorie aus dem Mohrschen Spannungskreis, während für den Reibungsbeiwert tan \oint_{Bruch} im Bruchzustand die Ergebnisse von Scherfestigkeitsuntersuchungen im Labor benutzt werden.

Bei der rechne ischen Untersuchung des Last-Setzungsverhaltens von starren Fundamenten kann mit diesem Ansatz nach Gl. (9) für wachsende Sohlpressungen ein nichtlinearer Verlauf der Last-Setzungslinie und bei den vertikalen Bodenverformungen neben der Lastfläche ein Übergang von anfänglichen Setzungen zu nachfolgenden Hebungen ausgewiesen werden. Im Unterschied zum Ansatz des rechnerischen Verformungsmoduls nach Gl. (6) wird aber nicht berücksichtigt, daß die mittlere Grundbruchspannung nach Gl. (8) von der Geometrie der Lastfläche abhängig ist. Deshalb dürfte der neue Ansatz nach Gl. (6) eine qualitativ bessere Voraussetzung für die rechnerische Untersuchung des Last-Setzungsverhaltens von starren Fundamenten bieten.

Zusammenfassend wird eingeschätzt, daß mit der Ableitung des veränderlichen, rechnerischen Verformungsmoduls nach den Gln. (6) und (8) eine wichtige Voraussetzung zur Verbesserung der Setzungsberechnung gegeben ist.

3.1.3. Weiterentwicklung der Setzungsberechnung

Zur Weiterentwicklung der Berechnungsverfahren wird der rechnerische Verformungsmodul in die Setzungsberechnung eingeführt. Dabei wird folgende Verfahrensweise gewählt:

- 1. Spannungsermittlung nach der Theorie des elastisch-isotropen Halbraums ohne Modifikationen, aber mit Berücksichtigung der Horizontalspannungen;
- 2. Setzungsberechnung durch Integration der lotrechten Verzerrungskomponenten ε_z über die Tiefe z unter Ansatz einer tiefenabhängigen Zunahme des Elastizitätsmoduls E(z) nach Gl. (4) (vgl. S. 35), jedoch unter Berücksichtigung der Abhängigkeit des rechnerischen Verformungsmoduls von der Geometrie der Lastfläche.

Diese Verfahrensweise wird als gerechtfertigt erachtet, da nach dem gegenwärtigen Erkenntnisstand die Unzulänglichkeiten der Setzungsberechnung vorrangig im Ansatz der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen zu suchen sind. Diese Beziehungen sollen durch die Einführung des rechnerischen Verformungsmoduls verbessert werden. Dabei wird allerdings nicht berücksichtigt, daß der veränderte 'Ansatz des Verformungsmoduls unbedingt auch eine Veränderung der Spannungsverteilung nach sich zieht. Gegenüber der üblichen Setzungsberechnung ergibt sich damit folgende Konzeption:

- In der Setzungsberechnung nach der Theorie des elastisch-isotropen Halbraums - für die in Gl. (1) (vgl. S. 34) theoretisch exakt mit dem Elastizitätsmodul E anstelle des Verformungsmoduls E_o zu rechnen ist - wird der Elastizitätsmodul E durch den rechnerischen Verformungsmodul V nach Gl. (6) ersetzt.
- 2. Der rechnerische Verformungsmödul V ist keine Materialkonstante, sondern eine veränderliche Größe. Der Modul E(O) stellt den Elastizitätsmodul in Höhe z = 0 der Gründungssohle dar. Dieser Modul wird als Materialkonstante betrachtet. In Abschnitt 3.3.2. wird näher auf die Ermittlung des Moduls E(O) eingegangen.

Für eine Setzungsberechnung nach dem vorgeschlagenen Verfahren (einschließlich der Berechnung der mittleren Grundbruchspannung) sind grundsätzlich Normlasten und Durchschnittswerte der mechanischen Baugrundeigenschaften anzusetzen.

Ausgehend von der theoretisch exakten Lösung der Theorie des elastisch-isotropen Halbraums ergeben sich damit folgende Formeln:

a) ohne Berücksichtigung einer tiefenabhängigen Zunahme des Elastizitätsmoduls:

Aus $s = (q_m \cdot B \cdot f_z) / E(0)$ folgt $s = \frac{q_m \cdot B \cdot f_z}{V} = \frac{q_m \cdot B \cdot f_z}{E(0)} \cdot \frac{1}{1 - q_m/q_f} \cdots \cdots \cdots \cdots (10);$ b) mit Berücksichtigung einer linearen tiefenabhängigen Zunahme des Elastizitätsmoduls E(z) nach Gl. (4) mit m = 1 (vgl.
S. 35):

Aus
$$s = \int_{z} \mathcal{E}_{z} dz = \int_{z} \frac{J_{z(red)} \cdot q_{m} \cdot dz}{E(z)} = \int_{z/B} \frac{J_{z(red)} \cdot q_{m} \cdot B \cdot d(z/B)}{E(0) \cdot \left[1 + \frac{\lambda \cdot B}{E(0)} \cdot \frac{z}{B}\right]}$$

ergibt sich

$$s = \int \frac{J_{z(red)} \cdot q_{m} \cdot B \cdot d(z/B)}{V \cdot (1 + \lambda' \cdot z/B)}$$

$$= \int_{z/B} \frac{J_{z(red)} \cdot q_{m} \cdot B \cdot d(z/B)}{E(0) \cdot [1 + \lambda \cdot z/B]} \cdot \frac{1}{1 - q_{m}/q_{f}} = \frac{q_{m} \cdot B \cdot f_{z,\lambda}}{v} \quad (11).$$

Für den Ausdruck

wird die Bezeichnung wirksamer Tiefenfaktor 2 eingeführt.

Ein Vergleich mit den bisherigen Verfahren zeigt, daß sich die neuen Formeln lediglich durch einen Reduktionsfaktor f_q (Gl. (7), S. 43) unterscheiden, wenn man in Gl. (1) (vgl. S. 34) theoretisch exakt mit dem Elastizitätsmodul E bzw. E(0) anstelle des Verformungsmoduls E_o rechnet.

Der Ausdruck

Statute 1

entspricht einer gebrochen linearen Funktion der Form

 $x = \frac{y}{a + b \cdot y} \quad bzw. \quad y = \frac{a \cdot x}{1 - b \cdot x} \quad \dots \quad \dots \quad (14)$ mit den Größen

$$x = q_m$$
, $y = s$, $a = B \cdot f_m / E(0)$, $b = 1/q_{f'}$.

Die Funktion nach Gl. (14) stellt eine Hyperbel mit einer Asymptote (für $q_m \rightarrow q_f$ folgt $s \rightarrow \infty$) dar. Diese Funktion ergibt für wachsende Werte von q_m eine progressiv verlaufende, nichtlineare Zunahme der Setzung s.

Mit den elastischen Setzungen se

bzw.

folgt für die Gesamtsetzung s

Im Unterschied zu den bisherigen Berechnungsverfahren liefert Gl. (17) für wachsende Schlpressungen jene nichtlineare Zunahme der Setzungen, die nach Abschnitt 2.1. für die plastischen Setzungen charakteristisch ist.

Zusammenfassend wird deshalb festgestellt, daß mit der Einführung des rechnerischen Verformungsmoduls und der damit verbundenen Erfassung der plastischen Setzungen eine qualitative Verbesserung der Setzungsberechnung gelungen ist. Im folgenden soll nun geprüft werden, inwieweit diese rechnerisch ausgewiesenen plastischen Setzungen den tatsächlichen Setzungen des Baugrundes entsprechen.

3.1.4. Qualitative Einschätzung der Last-Setzungslinie

Zur weiteren Beweisführung wird die analytische Darstellung der Last-Setzungslinie nach den vorgeschlagenen Setzungsformeln mit den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen nach den Abschnitten 2.1.1. und 2.1.2. verglichen. Es soll dadurch geprüft werden, ob die vorgeschlagenen Formeln geeignet⁴ sind, den tatsächlichen Verlauf der Last-Setzungslinie bei elastischen und bei plastischen Setzungen qualitativ richtig wiederzugeben.

Im einzelnen wird der qualitative Einfluß der Parameter Fundamentbreite, Seitenverhältnis B/L und Gründungs- bzw. Einbindetlefe auf den Verlauf der Last-Setzungslinie untersucht. Bei den plastischen Setzungen kommt noch der Einfluß der Scherfestigkeit hinzu.

Bei der elastischen Setzung geht die Fundamentbreite direkt in die Berechnung nach Gl. (10) bzw. (11) ein, sie wird indirekt bei der tiefenabhängigen Zunahme des Elastizitätsmoduls E(z) über den Tiefenfaktor λ nach Gl. (4) (vgl. S. 35) berücksichtigt. Das Seitenverhältnis B/L geht indirekt über den Setzungseinflußwert f_z nach Gl. (1) (vgl. S. 34) ein, die Einbindetiefe ebenfalls indirekt z. T. über den Ansatz der Belastung bzw. über den Elastizitätsmodul E(z). Für den Verlauf der Last-Setzungslinie erhält man die in den Bildern 3a, 3b (Seite 19) und 4a (Seite 20) dargestellte Abhängigkeit der Sohlpressung von den genannten Parametern, die aus der bisherigen Setzungsberechnung bekannt ist und hier im einzelnen nicht wiederholt zu werden braucht. Für die elastischen Setzungen stimmen damit die errechneten mit den gemessenen Last-Setzungslinien qualitativ überein.

Bei der plastischen Setzung gehen die genannten Parameter über die Tragkraftberechnung nach Gl. (8) direkt in die Berechnung nach Gl. (10) bzw. (11) ein, wobei die Einbindetiefe rechnerisch über die seitliche Auflast in Höhe der Gründungsschle erfaßt wird. Danach nimmt bei gleichbleibendem Seitenverhältnis B/L die mittlere Grundbruchspannung q_f mit wachsenden Werten von Fundamentbreite, Einbinde- bzw. Gründungstiefe und Scherfestigkeit zu. Im anderen Fall ist bei gleichbleibender Flächengröße eine Zunahme der mittleren Grundbruchspannung mit wachsendem Seitenverhältnis B/L zu verzeichnen.

Bei gleicher Schlpressung ergeben sich nach den Gln. (10) bzw. (11) die folgenden Aussagen für die plastischen Setzungen:

- 1. Bei gleichem Seitenverhältnis B/L nimmt die plastische Setzung mit wachsender Flächengröße ab (Bild 3a, Seite 19).
- Die plastische Setzung nimmt mit wachsender Einbinde- bzw. Gründungstiefe ab (Bild 4a, Seite 20).
- 3. Bei gleicher Flächengröße F = B.L nimmt die plastische Setzung mit wachsendem Seitenverhältnis B/L ab; d. h. bei gleicher Sohlpressung zeigen Streifenfundamente eine größere plastische Setzung als Rechteck- bzw. Quadrat- bzw. Kreisfundamente gleicher Fläche (Bild 3b, Seite 19).
- 4. Die plastische Setzung nimmt mit wachsender Scherfestigkeit bzw. mit Zunahme der Lagerungsdichte ab (Bild 4c, Seite 20).
- 5. Bei kleinen Lastflächen ist das Verhältnis q_m/q_f viel größer als bei großen Lastflächen; d.h. bei gleicher Schlpressung zeigen kleine Lastflächen viel größere plastische Setzungen als große Lastflächen (Bild 1, Seite 16). Außerdem können die plastischen Setzungen auch unterschiedlich vom Reibungs- bzw. Kohäsionsanteil der Scherfestigkeit beeinflußt werden.

Die angegebenen Beispiele zeigen, daß auch im nichtlinearen Teil der Last-Setzungslinie der errechnete Verlauf mit dem gemessenen Verlauf qualitativ übereinstimmt. Damit ist der Beweis erbracht, daß die in Abschnitt 3.1.3. rechnerisch ausgewiesenen plastischen Setzungen qualitativ den nichtlinearen plastischen Setzungen des Baugrundes entsprechen. Für die weitere Beweisführung ist nun zu prüfen, ob die vorgeschlagenen Setzungsformeln geeignet sind, den tatsächlichen Verlauf der Last-Setzungslinie mit ausreichender Genauigkeit wiederzugeben.

3.1.5. Auswertung von Probebelastungen

Zur weiteren Einschätzung wird die Darstellung der Last-Setungslinie nach den Gln. (10) und (11) mit den Ergeonissen von Probebelastungen an starren Fundamenten verglichen. Da sich - wie nachfolgend gezeigt wird - die theoretische Last-Setzungsli ie in einem hyperbolischen Koordinatensystem als Gerade abbilden läßt, können zu diesem Vergleich die bekannten Methoden der linearen Regressionsanalyse herangezogen werden.

Für die theoretische Last-Setzungslinie ergeben sich aus der Gln. (10) bzw. (11) analog zu den Gln. (13) und (14) die folgenden Beziehungen:

mit

a

S

$$= \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{Z}, \boldsymbol{\lambda}}}{\mathbf{E}(0)} \qquad \dots \qquad (20)$$

$$b = 1/q_{e}$$
 (21).

Die weitere Umformung der Gl. (19) liefert schließlich mit

eine Beziehung, die in einem hyperbolischen Koordinatensystem als Gerade dargestellt werden kann. Bild 12 zeigt die Last-Setzungslinie im normalen und im hyperbolischen Koordinatensystem.



Bild 12. Analytische Darstellung der Last-Setzungslinie starrer Lastplatten nach Gl. (10) bzw. (11).

- a) allgemeiner Kurvenverlauf
 - 1-Elastische Setzung 2-Bruchgrenze (Grundbruch)
- b) Hyperbolisches Koordinatensystem.

Wie aus Bild 12 zu ersehen ist, zeichnet sich die hyperbolische Funktion nach Gl. (22) durch zwei einfach zu bestimmende physikalische Parameter aus. Vergleicht man die Setzungsformeln, die sich bei Verwendung des Elastizitätsmoduls E(0) (Gl. (1), S. 34) und des Bettungsmoduls k_{c} aus

$$s = q_m \cdot B \cdot f_{z,\lambda} / E(0)$$
 und $s = q_m / k_s$ mit

ergeben, so zeigt sich nämlich über Gl. (20) mit

$$a = \frac{B \cdot f_{Z_{2}\lambda}}{E(0)} = \frac{1}{k_{-}} \quad ... \quad ..$$

daß die Parameter a nach Gl. (24) und b nach Gl. (21) jeweils den

reziproken Werten des Bettungsmoduls k_g bzw. der mittleren Grundbruchspannung q_f entsprechen. Damit ist aufgezeigt, wie die Eingangsgrößen für eine Setzungsberechnung mit den vorgeschlagenen Formeln ermittelt werden können.

Für den praktischen Gebrauch ist aber unbedingt zu beachten, daß die Größe der genannten Parameter a und b von der Geometrie der Lastfläche und außerdem von einigen Bodenkennwerten beeinflußt wird:

- 1. Der Parameter a (bzw. k_s) ist abhängig von den Parametern Fundamentbreite, Seitenverhältnis B/L, Elastizitätsmodul E(z) mit Tiefenfaktor λ .
- Der Parameter b (bzw. q_f) ist abhängig von den Parametern Fundamentbreite, Seitenverhältnis B/L, Einbinde- bzw. Gründungstiefe, Reibungswinkel, Kohäsion und Rohwichte des Baugrundes im Bereich des Bruchkörpers unterhalb der Gründungssohle.

Interessant ist, daß die hyperbolischen Funktionen der Gln. (18) und (19) bereits empirisch unabhängig voneinander von VJALOV/MIN-DIČ /74/ mit Hilfe der Dimensionsanalyse bei der mathematischstatistischen Auswertung von Modellversuchen und Probebelastungen an Fundamenten auf weichem bindigen Baugrund, von TAN /69/ bei der Auswertung von Probebelastungen suf bindigem und nichtbindigem Baugrund sowie von CHRISTOW /14/ auf der Grundlage allgemeiner analytischer Untersuchungen der Last-Setzungslinie gefunden worden sind. Dabei wurde auch der Zusammenhang mit den Setzungen nach den Gln. (20) und (21) ohne Tiefenfaktor aufgezeigt.

Für die weitere Beweisführung wird es deshalb als ausreichend erachtet, lediglich noch für nichtbindigen Baugrund eine weitere mathematisch-statistische Analyse von Versuchsergebnissen vorzunehmen. Zu dieser Untersuchung werden die Degebo-Versuche mit lotrecht mittig belasteten starren Fundamenten auf Sand (KAHL/ MUHS /31/, MUHS /39/ und /40/ sowie NAUJOKS /45/) in Verbindung mit einer eigenen Arbeit über die Auswertung dieser Versuche (PIETSCH /50/) herangezogen. Zur li earen Regressionsanalyse wird Gl. (22) durch Transformation mit Y = s/q_m und X = s in eine Geradengleichung Y = $a+b\cdot X$ übergelührt. Tabelle 1 enthält die Ergebnisse der Berechnung in Form des Bettungsmoduls k_s und der mittleren Grundbruchspannung q_f , die den reziproken Werten von a bzw. b nach den Gln. (24) bzw. (21) entsprechen. Die direkt vergleichbaren Versuche mit gleicher Eingangsgrößen sind im oberen Teil der Tabelle paarweise zusammengefaßt (Versuche Nr. 1 und 2, 3 und 4, 6 und 11 usw.).

Bei der Einschätzung der Ergebnisse ist zu beachten, daß der errechnete Korrelationskoeffizient nicht für die ursprüngliche Ausgangsgleichung (18) gültig ist, da nach ALTES /3/ und SCHULTZE /59/ die minimale Varianz bei dieser Rücktransformation verloren geht und die ursprüngliche bzw. die transformierte Gleichung nicht dieselbe Normalgleichung zur Bestimmung der Regressionskoeffizienten aufweisen. Darüber hinaus ist bei Korrelationen mit reziproken Werten eine ungewöhnlich große Empfindlichkeit für den Korrelationskoeffizienten festzustellen (SCHULTZE /59/), so daß gesonderte Untersuchungen notwendig werden. So sind in Tabelle 1 z.B. trotz hoher Korrelationskoeffizienten die Auswertungen für die Versuche Nr. 42, 45 und 46 nicht brauchbar, da der Wert q_f auch näherungsweise nicht der experimentell ermittelten mittleren Grundbruchspannung entspricht. In Anlehnung an SCHULTZE /59/ wurde deshalb zusätzlich der mittlere quadratische Fehler 6

mit

$$[ss] = \sum_{i=1}^{n} s_{i}^{2} = \sum_{i=1}^{n} (s_{Ausgl} - s_{MeB})^{2} \dots \dots (26)$$

ermittelt und zur Beurteilung der Abweichungen zwischen den ausgeglichenen Rechenwerten und den Meßwerten herangezogen. Danach zeigte sich bei den Versuchen Nr. 6, 5 und 29, daß trotz hoher Korrelationskoeffizienten bedeutende Abweichungen im ursprünglichen System auftreten können, so daß die Auswertung auch hier nicht brauchbar ist. Es konnte aber nicht festgestellt werden, ob diese Abweichungen mit der Lagerungsdichte in Beziehung stehen.

Ver- such Nr.	ID	n	k s	qf	r	T	tf	6	Aus- fal:
121	10.5	1	MN/m ³	kN/m ²	1	1	1	1	-
1	m .	19	67,5	4591	0,9874	25,7	2,11	1,355	
2	m	14	71,4	3973	0,9804	17,3	2,18	3,287	5.0
3.	m	20	39,1	3269	0,9559	13,8	2,10	4,119	
4	m	22	47,5	4328	0,9800	22,0	2,09	2,761	
6	m	11	44,8	1124	0,9975	.42,7	2,26	9,285	6
11	m	15	48,1	1329	0,9821	18,8	2,16	0,632	$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$
8	d	24	120,6	4140	0,9992	116,8	2,07	0,339	12
9	d	25	128,5	3739	0,9997	205,6	2,07	0,645	
10	d	17	179,9	2651	0,9989	79,6	2,13	1,125	
12	d	19	171,5	2539	0,9977	60,4	2,11	0,579	1az
15	l-m	23	64,1	1981	0,9972	61,3	2,08	3,779	
17	1-m	14	57,7	2219	0,9974	47,5	2,18	3,491	120
16	l-m	14	119,8	1361	1,0000	435,8	2,18	0,191	153
18	1-m	10	127,2	1278	0,9994	-87,9	2,31	2,047	
5	m	24	27,4	2604	0,9753	20,7	2,07	9,600	6
7	m	20	58,7	2531	0,9792	20,5	2,10	4,281	
28	l-m	14	47,9	2422	0,9924	27,9	2,18	6,178	
29	1-m	9	50,3	988	0,9932	22,6	2,37	8,177	6
32	m	15	122,6	1264	0,9965	43,2	2,16	0,251	1975
35	d	28	167,6	4820	0,9977	175,4	2,06	0,178	1.10
37	1-m	22	64,8	1734	0,9955	47,0	2,06	3,611	Riv a
38	1-m	14	61,3	1387	0,9969	44,1	2,18	1,798	
39	l'-m	14	36,8	1159	0,9883	23,0	2,18	6,517	
40	1-m	8	18,8	547	0,9941	22,4	2,45	1,743	1.10
41	a	37	164,4	3280	0,9633	21,2	2,03	0,221	100
42	d	40	177,7	2188	0,9359	16,4	2,03	0,832	r
45	m	12	120,2	1071	0,9367	8,5	2,23	0,058	r
46	d	11	96,4	2372	0,9034	6,3	2,26	0,037	r
48	m	13	112,0	875	0,9983	56,6	2,20	0,909	1000
50	d	10	60.3	910	0.9974	39.1	2.31	1,563	1380

Tabelle 1. Auswertung von Degebo-Versuchen nach Gl. (18).

Insgesamt kann aber nach den in Tabelle 1 dargestellten Ergebnissen mit Ausnahme der genannten Ausfallwerte eine durchaus brauchbare Übereinstimmung der Meßergebnisse mit den Rechenergebnissen ausgéwiesen werden. Als Beispiel sind dafür in Bild 13 für den Degebo-Versuch Nr. 1 die Meßwerte den Rechenwerten gegenübergestellt.



Bild 13. Vergleich der theoretischen Last-Setzungslinie nach Gl. (18) mit experimentellen Ergebnissen (Degebo-Versuch Nr. 1).

Führt man zur Bestimmung der Setzungen eine ähnliche Auswertung der Degebo-Versuche mit dem Ansatz des Bettungsmoduls k_g in Anlehnung an die Definition des Steifemoduls von OHDE nach Gl. (2) (vgl. S. 35) durch, so ergibt sich über

s =	$\mathbb{A} \cdot (q_m/q_0)^B$	•• •	• ••	•••	 ••	••		 •••	••	•••	(28)
v _s =	q _o / (A•B)	•••••			 	••		 	••		(29)
ω =	1 - B	÷			 20		•••	 			(30)

nach einer Analyse der Korrelationskoeffizienten sowie der mittleren quadratischen Fehler im ursprünglichen Koordinatensystem, daß die Ansätze nach den Gln. (18) und (28) durchaus als gleichwertige näherungsweise Wiedergabe der experimentell ermittelten Last-Setzungslinien betrachtet werden können (PIETSCH /50/), auch wenn die nach Gl. (24) bzw. (27) ermittelten Bettungsmoduln nicht vergleichbar sind.

Abschließend kann deshalb festgestellt werden, daß die vorgeschlagenen Setzungsformeln den tatsächlichen Setzungsverlauf mit ausreichender Genauigkeit wiedergeben. Dabei konnten allerdings Lastplatten auf locker gelagerten Erdstoffen nicht untersucht werden, da hier zu wenig Versuchsergebnisse vorliegen. Für diese Erdstoffe sind daher bei der Anwendung der vorgeschlagenen Setzungsformeln einige Einschränkungen zu erwarten. Mit diesen Ausführungen werden die gesonderten Untersuchungen zur Annahme des linearen Abfalls für den rechnerischen Verformungsmodul nach Abschnitt 3.1.2. und Bild 11 (vgl. S. 42) abgeschlossen.

3.1.6. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

mit

Ausgehend von den Ergebnissen experimenteller Untersuchungen aus der Literatur wurde das Last-Setzungsverhalten von Lastplatten und starren Fundamenten einer eingehenden Analyse unterzogen. Dabei konnte unter der Voraussetzung einer unbehinderten Ausbildung von Gleitflächen ein rechnerischer Verformungsmodul abgeleitet werden. Dieser Modul ist im Unterschied zum Elastizitätsmodul keine Materialkonstante, sondern von der Belastung und Geometrie der Lastfläche sowie von der Scherfestigkeit des Untergrundes abhängig.

Lit der Einführung des rechnerischen Verformungsmoduls in die Setzungsberechnung wurde eine Verbesserung des Berechnungsverfahrens erreicht. Es wurden Formeln für die Setzungsberechnung aufgestellt, die sich gegenüber den üblichen Setzungsformeln auf der Grundlage des elastisch-isotropen Halbraums (mit der Modifikation eines tiefenveränderlichen Verformungsmoduls) lediglich durch einen Reduktionsfaktor unterscheiden. Die vorgeschlagenen Setzungsformeln bedeuten eine analytische Verknüpfung der bisher getrennt benutzten Verfahren zur Ermittlung der elastischen Setzungen und der Grenztragfähigkeit starrer Fundamente. Sie ermöglichen eine einfache rechnerische Ermittlung der elastischen und der nichtlinearen plastischen Setzungen für Lastplatten und starre Fundamente.

Es konnte nachgewiesen werden, daß die vorgeschlagenen Setzungsformeln die tatsächliche Last-Setzungslinie mit ausreichender Genauigkeit wiedergeben. Damit ist näherungsweise – mit Ausnahme locker gelagerter Erdstoffe – eine vollständige mathematische Erfassung des Belastungsprozesses von Lastplatten und starren Flächenfundamenten bis zum Grundbruch möglich. Bei locker gelagerten Erdstoffen ist vermutlich eine ausreichende Übereinstimmung mit dem tatsächlichen Last-Setzungsverhalten nur für den Gebrauchszustand zu erwarten.

Das vorgeschlagene Verfahren führt zu folgenden wichtigen Ergebnissen für die praktische Setzungsberechnung und deren Anwendung bei der Ermittlung der Schldruckverteilung:

- Anstelle eines konstanten Verformungsmoduls ist ein veränderlicher, rechnerischer Verformungsmodul zu verwenden, der sich aus Gl. (6) (vgl. S. 43) in Verbindung mit Gl. (8) (S. 43) ergibt.
 - Der rechnerische Verformungsmodul ist von dén Parametern mittlere Schlpressung, Elastizitätsmodul E(0) (Anfangswert) und mittlere Grundbruchspannung abhängig. In Zusammenhang mit der Ermittlung der mittleren Grundbruchspannung wird der rechnerische Verformungsmodul damit auch von den Parametern Fundament-

breite, Seitenverhältnis B/L, Einbindetiefe bzw. seitliche Auflast oberhalb der Gründungsschle, Reibungswinkel, Kohäsion und Rohwichte des Baugrundes beeinflußt.

- 3. Der rechnerische Verformungsmodul bleibt praktisch nur im Bereich sehr kleiner Werte q_m/q_f konstant. Die Angabe eines konstanten Mittelwertes unabhängig von der Belastung und der Geometrie der Lastfläche ist jedoch für praktische Aufgaben nicht möglich. Damit wird deutlich, daß die Verwendung konstanter Verformungs-, Bettungs-, Steife- oder Elastizitätsmoduln unzureichend sein muß und zwangsläufig zu unbefriedigenden Ergebnissen führt.
- 4. Für die Größe des rechnerischen Verformungsmoduls ist nicht die absolute Größe der mittleren Sohlpressung, sondern immer das Verhältnis der mittleren Sohlpressung q_n zur mittleren Grundbruchspannung q_f oder mit anderen Worten der Ausnutzurgsgrad q_m/q_f der mittleren Grundbruchspannung q_f maßgébend.
- 5. Für den Gebrauchszustand müssen die Ergebnisse von Berechnungen auf der Grundlage eines konstanten Verformungsmoduls von den tatsächlichen Verhältnissen umso mehr abweichen, je größer der Ausnutzungsgrad q_m/q_f der mittleren Grundbruchspannung q_f ausfällt. Die übliche Berechnung mit einem konstanten Verformungsmodul kann dahn sogar zu deutlichen Fehleinschötzungen führen.
- 6. Die Verallgemeinerung von Erkenntnissen aus Probebelastungen, Setzungs- und Sohldruckmessungen ist wegen der vielfältigen Abhängigkeit des rechnerischen Verformungsmoduls von zahlreichen Parametern einigen wesentlichen Einschränkungen unter syfen. So kann z. B. die Veränderung nur eines Farameters den rechnerischen Verformungsmodul und damit das Ergebnis der grundbaustatischen Berechnung erheblich beeinflussen. Eine Übertragung der Ergebnisse dieser Versuche bzw. Messungen auf Lastflächen mit anderen Parametern sollte deshalb nur für den gleichen Ausnutzungsgrad q_m/q_f der mittleren Grundbruchsjannung q_e erfolgen.

Mit den Ausführungen zum Punkt 3 wird zugleich eine Einschätzung von WIENER /77/ bestätigt, nach der "es bisher nicht gelingt, einen repräsentativen und maßgebenden Wert eines Verformungsmoduls (Steifemodul), der für die Setzungsberechnung benötigt wird, experimentell zu bestimmen". In ähnlicher Weise äußert sich auch SCHÄFFNER /55/, "daß es absolut unzulässig ist, Bettungsmoduln als eine Art von Erdstoffkennwerten anzusehen, die unabhängig von Geometrie und Verschiebungszustand der betrachteten Gründung vom Baugrundsachbearbeiter vorgegeben werden können".

Die Einführung einer Grenzbelastung kann auch bei anderen neuen Berechnungsverfahren verzeichnet werden, wie z.B. bei einem Verfahren von SCHÄFFNER /55/ zur elastoplastischen Berechnung von Tiefgründungen. Das Verfahren von SCHÄFFNER ist ebenso wie das vorgeschlagene Verfahren zur Setzungsberechnung von Flächengründungen geeignet, wesentliche Widersprüche der üblichen Berechnungsverfahren zu beseitigen.

3.2. Partielle Verbesserung des Berechnungsverfahrens

3.2.1. Uberblick und Begründung

Die Weiterentwicklung der theoretischen Grundlagen der Setzungsberechnung, mit der die plastischen Setzungen erfaßt werden konnten, 1st nach Abschnitt 3.1.3. auch mit einigen partiellen Verbesserungen der bekannten Verfahren zur Ermittlung der elastischen Setzungen verbunden. Sie betreffen im einzelnen:

- für schlaffe Rechteckfundamente eine Verbesserung der Formel zur Ermittlung der setzungswirksamen Vertikalspannungen unter dem Eckpunkt der Lastfläche bei Berücksichtigung der Horizontalspannungen;
- Angaben zur tiefenabhängigen Zunahme des Verformungsmoduls E(z) nach Gl. (4) (vgl. S. 35);

- für starre Rechteckfundamente die Setzungsberechnung durch eine

schichtenweise Ermittlung der Teilsetzungen auf der Grundlage der Spannungs- und Setzungsformeln von schlaffen Fundamenten.

Die derzeitige Verfahrensweise zur Berücksichtigung der Horizontalspannungen nach TGL 11464/01 /72/ und deren Erläuterungen (KRIEGEL /36/) ist so umständlich, daß die Horizontalspannungen bei der Setzungsberechnung häufig vernachlässigt werden. Diese Verfahrensweise wird durch Einführen der reduzierten Spannung

 $\mathfrak{S}_{(\mathrm{red})z,q} = \mathfrak{S}_{z,q} - \nu \cdot (\mathfrak{S}_{x,q} + \mathfrak{S}_{y,q}) \cdots \cdots \cdots \cdots (31)$

wesentlich vereinfacht.

Die Annahme der tiefenabhängigen Zunahme des Elastizitätsmoduls E(z) nach Gl. (4) (vgl. S. 35) ist bereits in Abschnitt 3.1.1. begründet und in Abschnitt 3.1.3. mit der Gl. (11) (vgl. S. 47) in die Setzungsberechnung eingeführt worden. Danach ist für die Setzungsberechnung mit normierten Eingangswerten z/B nicht der Tiefenfaktor λ (Gl. (4), vgl. S. 35), sondern der wirksame Tiefenfaktor λ (Gl. (12), vgl. S. 47) maßgebend. Da dieser Faktor sehr unterschiedliche Werte annehmen kann, reicht zur Angabe der Setzungseinflußwerte eine Tabelle bzw. ein Diagramm nicht mehr aus, vielmehr sind für ausgewählte Werte des Seitenverhältnisses B/L (B/L = 1,0; 0,6667; 0,5; 0,3333; 0,2; 0,1; 0) je eine Tabelle bzw. je ein Diagramm notwendig. Von der Angabe dieser Einflußwerte wird deshalb Abstand genommen und auf die Darstellung von BUT-LER /13/ verwiesen.

Für die Setzungsberechnung von starren Fundamenten ist von GRASShoff /29/ der kennzeichnende Punkt auf der Grundlage des elastisch-isotropen Halbraums unter der Voraussetzung einer unbegrenzten Schichtdicke abgeleitet worden. Dabei treten auch in großer Tiefe noch Teilsetzungen auf. Mit der Einführung einer tiefenabhängigen Zunahme des Elastizitätsmoduls in die Setzungsberechnung (inhomogener Halbraum nach Abschnitt 2.2.3.) wird aber in Übereinstimmung mit den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen (vgl. Abschnitt 2.1.4.) auch rechnerisch ein begrenzter, hochliegender Setzungsherd ausgewiesen. Es ist deshalb not-

wendig, die Auswirkungen zu analysieren, wenn bei starren Fundamenten die schichtenweise Ermittlung der Teilsetzungen der oberflächennahen Schichten näherungsweise nach dem Verfahren des kennzeichnenden Punktes erfolgt.

Zu dieser Untersuchung werden sowohl für die reduzierten Spannungen $G_{(red)z,q}$ als auch für die Setzungen jeweils die Mittelwerte über die Lastfläche gebildet. Diese mittleren reduzierten Spannungen bzw. mittleren Setzungen werden dann für einzelne Schichtdicken z/B mit den Spannungs- bzw. Setzungseinflußwerten des kennzeichnenden Punktes verglichen. Der Ansatz des Mittelwertes über die Lastfläche entspricht dem Verfahren zur Setzungsberechnung starrer Fundamente nach SCHLEICHER /56/, das auch heute noch zur Auswertung von Probebelastungen und Lastplattenversuchen verwendet wird. Bei dem Verfahren von SCHLEICHER wurde allerdings eine unendlich große Schichtdicke zur Ermittlung der Setzungen vorausgesetzt.

Für die Beweisführung ist deshalb wichtig, daß die Integration der mittleren reduzierten Spannungen über die Tiefe z für unendlich große Schichtdicke bei konstantem Elastizitätsmodul E(0) die von SCHLEICHER /56/ abgeleitete Setzungsformel für Rechteckflächen ergeben muß.

Der Ansatz der mittleren reduzierten Spannung ermöglicht im Unterschied zu der Setzungsformel von SCHLEICHER die schichtenweise Berechnung der lotrechten Verzerrungskomponenten, wobei auch der wirksame Tiefenfaktor λ' bzw. ein schichtenweise veränderlicher Verformungsmodul berücksichtigt werden kann.

3.2.2. Mathematische Ableitungen

Die Ableitungen werden auf Rechteckflächen beschränkt, da die Idealisierung von Einzel- und Linienlasten nicht den tatsächlichen Verhältnissen einer Lastübertragung auf den Untergrund durch Flächen endlicher Abmessungen entspricht. Kreisförmige Lastflächen können näherungsweise durch Umwandlung in flächengleiche Quadrate erfaßt werden. Die Ableitung wird zunächst für die reduzierten Spannungen unter dem Eckpunkt eines schlaffen Rechteckfundamentes mit gleichförmiger Belastung durchgeführt. Anschließend werden die mittleren reduzierten Spannungen und die mittleren Setzungen ermittelt.

Für die Integrale mit elementaren Stammfunktionen erfolgt die Quellenangabe vereinfacht mit B/S für BRONSTEIN/SEMENDJAJEW /10/, R/S für RYSHIK/GRADSTEIN /54/ und S für SIEMER /64/. Außerdem werden eigene Integrallösungen nach Anlage 2 (S. 130) benutzt.

3.2.2.1. Reduzierte Spannung

Ausgangspunkt der Ableitungen bilden die von BOUSSINESQ /7/ angegebenen Beziehungen für eine Einzellast, dargestellt im kartesischen Koordinatensystem:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{z} &= \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^{3}}{R^{5}} \qquad (32) \\ \mathbf{s}_{x} &= \frac{P}{2\pi} \left[\frac{3zx^{2}}{R^{5}} - (1-2v) \left(\frac{x^{2}-y^{2}}{Rr^{2}(R+z)} + \frac{y^{2}z}{R^{3}r^{2}} \right) \right] \qquad (33) \\ \mathbf{s}_{y} &= \frac{P}{2\pi} \left[\frac{3zy^{2}}{R^{5}} - (1-2v) \left(\frac{y^{2}-x^{2}}{Rr^{2}(R+z)} + \frac{x^{2}z}{R^{3}r^{2}} \right) \right] \qquad (34) \\ \mathbf{mit} \quad r^{2} - x^{2} + y^{2} \qquad bzw. \quad R^{2} - r^{2} + z^{2} - x^{2} + y^{2} + z^{2} \qquad (35). \end{aligned}$$

Für die reduzierte Spannung nach Gl. (31) erhält man mit den Gln. (32) bis (34) nach einigen Umrechnungen

$$G'_{(red)z,P} = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{3z^3}{R^5} - \sqrt{\frac{3zr^2}{R^5}} + \sqrt{(1-2v)} \frac{z}{R^3} \right] \dots \dots (36).$$

Die Formel für die Spannungen in der Tiefe z unter dem Eckpunkt einer Rechteckfläche erhält man durch Integration der Gl. (36) über die Lastfläche (Bild 14) zu:



Bild 14. Spannungsverteilung unter gleichförmig belasteten Rechteckflächen. Der untersuchte Punkt E liegt unter dem Nullpunkt des Koordinatensystems.

> Integrationsgrenzen für den Eckpunkt: $x_1 = 0, x_2 = B; y_1 = 0, y_2 = L.$ Integrationsgrenzen allgemein: $x_1, x_2; y_1, y_2.$

 $\tilde{\sigma}_{(red)z,q} = \iint d\left(\tilde{\sigma}_{(red)z,P}\right) - \frac{q_m}{P} \iint \tilde{\sigma}_{(red)z,P} dxdy \dots (37)$

mit $dP = q_m \cdot dF = q_m \cdot dx \cdot dy$,

 $\frac{6_{(red)Z,q}}{2\pi} = \frac{q_m}{2\pi} \left\| \left(\frac{3Z^3}{R^5} - \frac{3\sqrt{Zx^2}}{R^5} - \frac{3\sqrt{Zy^2}}{R^5} + \frac{\sqrt{(1-2y)Z}}{R^3} \right) dx dy - \frac{1}{2\pi} \right\| dx dy - \frac{1}{2\pi} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{2\pi} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{2\pi} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{2\pi} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{2\pi} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{2\pi} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{2\pi} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{2\pi} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{2\pi} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{R^3} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{R^3} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{R^3} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{R^3} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{R^3} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{R^3} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{R^3} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{R^3} \left\| \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R^3} \right\| dx dy - \frac{1}{R^3} \left\| \frac{1}{R$ $-\frac{q_{m}}{2\pi} \iint \left(3z^{2} J_{11} - 3vz J_{12} - 3vz J_{13} + v (1-2v) z J_{14} \right) dxdy.$

Die Integration nach x liefert

$$\begin{split} \mathcal{J}_{1,1} &= \int \frac{dx}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{5/2}} & \text{nach } B/S, Nr. 243 \\ &= \frac{x}{3(y^2 + z^3)(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{2x}{3(y^2 + z^2)^2(x^2 + y^2 + z^3)^{1/2}} - \frac{x}{3} \cdot \overline{J}_{0,1,1} + \frac{2x}{3} \cdot \overline{J}_{0,2,0} \\ \mathcal{J}_{1,2} &= \int \frac{x^2 dx}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{5/2}} = -\frac{x^3}{3(y^2 + z^2)(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{x^3}{3} \cdot \overline{J}_{0,1,1} \text{ nach } R/S, Nr. 2272.5 \\ \mathcal{J}_{1,3} &= \int \frac{y^2 dx}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{5/2}} = y^2 \cdot \overline{J}_{1,1} = \frac{x}{3} \cdot \overline{J}_{2,1,1} + \frac{2x}{3} \cdot \overline{J}_{2,2,0} \\ \mathcal{J}_{1,4} &= \int \frac{dx}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}} = \frac{x}{(y^2 + z^2)(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} = x \cdot \overline{J}_{0,1,0} \text{ nach } B/S, Nr. 242. \end{split}$$

Die Integration nach y ergibt die Ausdrücke

$$\begin{aligned} \overline{J}_{0,1,0} &= \int \frac{dy}{(y^2 + z^2)^2 (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} = \frac{1}{zx} \cdot \arctan \frac{xy}{z \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad nach \; S, \; Jntegral \; 1 \\ \overline{J}_{0,1,1} &= \int \frac{dy}{(y^2 + z^2) (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad nach \; Anlage \; 2, \; Gln. \; (A.1) \; und \; (A.3), \; S. \; 130 \\ &= \frac{1}{zx^3} \cdot \operatorname{orctan} \frac{xy}{z \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{(x^2 + z^2)} \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \overline{J}_{0,2,0} &= \int \frac{dy}{(y^2 + z^2) (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad nach \; Anlage \; 2, \; Gln. \; (A.1) \; und \; (A.4), \; S. \; 130 \\ &= -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{zx^3} - \frac{1}{z^3x}\right) \cdot \operatorname{arctan} \frac{xy}{z \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \frac{y}{2z^2x^2} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{(y^2 + z^2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{2,1,1} &= \int \frac{y^2 dy}{\left(y^2 + z^2\right) \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}} & \text{nach Anlage 2, Gin. (A.1) und (A.8), S.130/132} \\ &= \frac{y}{x^2 \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{z}{x^3} & \text{arc tan } \frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ J_{2,2,0} &= \int \frac{y^2 dy}{\left(y^2 + z^2\right)^2 \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{1/2}} & \text{nach Anlage 2, Gin. (A.1) und (A.8), S.130/132} \\ &= -\frac{1}{2} \frac{y}{x^2 \left(y^2 + z^2\right)} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{xz} + \frac{z}{x^3}\right) \arctan \frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}. \end{aligned}$$

Nach Einsetzen der Integrationsgrenzen x_1 , x_2 in $J_{1,1}$ ··· $J_{1,4}$ bzw. y_1 , y_2 in $J_{0,1,0}$ ··· $J_{2,2,0}$ und einigen Zwischenrechnungen folgt für die Zusammenfassung der Teilintegrationen:

$$\mathfrak{S}_{(red)z,q} = \frac{q_m}{2\pi} \left\{ (1 - v - 2v^2) \left[\arctan \frac{\chi_2 y_2}{2\sqrt{\chi_2^2 + y_2^2 + z^2}} - \arctan \frac{\chi_2 y_3}{2\sqrt{\chi_2^2 + y_3^2 + z^2}} - \operatorname{arctan} \frac{\chi_2 y_3}{2\sqrt{\chi_2^2 + y_3^2 + z^2}} \right\} \right\}$$

-arctan
$$\frac{x_1 y_2}{z_1 \sqrt{x_1^2 + y_2^2 + z^2}}$$
 + arctan $\frac{x_1 y_1}{z_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z^2}} + \frac{1}{z_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z^2}}$

$$+(1+\nu)\left[\frac{Z \chi_{2} y_{2}}{\sqrt{\chi_{2}^{2}+y_{2}^{2}+z^{2}}}\left(\frac{1}{\chi_{2}^{2}+z^{2}}+\frac{1}{y_{2}^{2}+z^{2}}\right)-\frac{Z \chi_{2} y_{1}}{\sqrt{\chi_{2}^{2}+y_{1}^{2}+z^{2}}}\left(\frac{1}{\chi_{2}^{2}+z^{2}}+\frac{1}{y_{1}^{2}+z^{2}}\right)-\frac{Z \chi_{2} y_{1}}{\sqrt{\chi_{2}^{2}+y_{2}^{2}+z^{2}}}\left(\frac{1}{\chi_{2}^{2}+z^{2}}+\frac{1}{y_{1}^{2}+z^{2}}\right)+\frac{Z \chi_{4} y_{4}}{\sqrt{\chi_{1}^{2}+y_{1}^{2}+z^{2}}}\left(\frac{1}{\chi_{1}^{2}+z^{2}}+\frac{1}{y_{1}^{2}+z^{2}}\right)\right]\right\}$$
(38)

Die <u>Spannungsformel für den Eckpunkt</u> ergibt sich nach Einsetzen der Integrationsgrenzen $x_1 = 0$, $x_2 = B$, $y_1 = 0$, $y_2 = L$ zu

$$\sigma'(red, E) z, q = q_m J_z(red, E) \dots \dots \dots \dots \dots \dots (39)$$

mit

$$\frac{\partial^{2} z(red, E)}{\partial z} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \left(1 - v - 2v^{2} \right) \arctan \frac{BL}{z\sqrt{B^{2} + L^{2} + z^{2}}} + \left(1 + v \right) \frac{zBL}{\sqrt{B^{2} + L^{2} + z^{2}}} \cdot \left(\frac{1}{B^{2} + z^{2}} + \frac{1}{L^{2} + z^{2}} \right) \right\} \quad (40)$$

bzw. in einer für die EDV-Auswertung geeigneten Schreibweise

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{z(red_{E})} &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \left(1 - v - 2v^{2} \right) \operatorname{arc} tan \frac{1}{z/B} \frac{1}{\sqrt{1 + B^{2}/L^{2}} + (z/B \cdot B/L)^{2}} + \left(\frac{z}{B} \cdot B/L \right)^{2} \right\} \\ &+ \left(1 + v \right) \frac{z/B}{\sqrt{1 + B^{2}/L^{2}} + (z/B \cdot B/L)^{2}} \left\{ \frac{1}{1 + z^{2}/B^{2}} + \frac{B^{2}/L^{2}}{1 + (z/B \cdot B/L)^{2}} \right\}$$
(41).

Für den Sonderfall $\gamma = 0$ stimmen die Gln. (40) bzw. (41) mit der bekannten Lösung von STEINBRENNER /67/ überein. Die Integration der Gl. (40) über die Tiefe z - auf deren Wiedergabe verzichtet wird - liefert ebenfalls die bekannten Setzungsgleichungen von STEINBRENNER /67/ und KANY /32/ bzw. für unbegrenzte Schichtdicke (z-∞) die Lösung von SCHLEICHER /56/.

Die vollständige Spannungsgleichung $\mathcal{G}_{(\text{red};x,y)z,q}$ - die nicht angegeben wird - ist für die nachfolgende Berechnung der Spannungen und vor allem der Setzungen unter beliebigen Punkten der Lastfläche von Interesse. Diese Gleichung ergibt sich aus Gl. (38), wenn man den Nullpunkt des Koordinatensystems in die Mitte der Lastfläche legt (Bild 15, SIEMER /64/) und folgende Werte einsetzt:



Bild 15. Spannungsverteilung unter gleichförmig belasteten Rechteckflächen. Der Nullpunkt des Koordinatensystems liegt in der Mitte der Lastfläche.

3.2.2.2. Mittlere reduzierte Spannung

Die mittleren reduzierten Spannungen werden zur schichtenweisen Ermittlung der mittleren Setzungen benötigt. Diese mittleren Setzungen ergeben sich durch Integration der mittleren reduzierten Spannungen über die Schichtdicke. Bei konstantem Elastizitätsmodul ist eine Integration in geschlossener Form möglich (vgl. Abschnitt 3.2.2.3.), während bei tiefenveränderlichem Elastizitätsmodul eine numerische Integration notwendig wird.

Die Formel für die mittlere reduzierte Spannung erhält man durch Integration der vollständigen Spannungsgleichung $\mathbf{6}_{(red;x,y)z,q}$ über die Lastfläche (Gl. (38) in Verbindung mit Gl. (42)):

X2= 8/2 4,= 1/2 $\mathcal{G}_{(red,mt)z,q} = \frac{1}{BL} \iint_{x,y} \mathcal{G}_{(red,x,y)z,q} dxdy = \frac{4}{BL}$ (red; x, y)z, y dxdy (43). X,=0

Wegen der umfangreichen Integration wird die Lösung der Integrale nur für eine allgemeine Substitution X, Y angegeben. Im Hinblick auf Gl. (42) werden dazu folgende Substitutionen verwendet:

1)
$$X = x + B/2$$
, $Y = y + L/2$; 2) $X = x + B/2$, $Y = y - L/2$;
3) $X = x - B/2$, $Y = y + L/2$; 4) $X = x - B/2$, $Y = y - L/2$.

Die Integration nach X liefert

$$\begin{aligned} \Im_{3,1} &= \int_{X} \arctan \frac{XY}{z\sqrt{X^{2}+y^{2}+z^{2}}} dX \quad nach Anlage 2, Gln. (A.11) und (A.12), 5.133 \\ &= X \cdot \arctan \frac{XY}{z\sqrt{X^{2}+y^{2}+z^{2}}} - z \ln \sqrt{X^{2}+z^{2}} + z \ln \left[\frac{y+\sqrt{X^{2}+y^{2}+z^{2}}}{y}\right] \\ \Im_{3,2} &= \int_{X} \frac{XYdX}{(X^{2}+z^{2})\sqrt{X^{2}+y^{2}+z^{2}}} = \ln \sqrt{X^{2}+z^{2}} - \ln \left[\frac{y+\sqrt{X^{2}+y^{2}+z^{2}}}{y}\right] \quad nach Anlage 2, Gln. (A.11) und (A.12), 5.130 \\ (X^{2}+y^{2}+y^{2}+z^{2}) = \ln \sqrt{X^{2}+z^{2}} - \ln \left[\frac{y+\sqrt{X^{2}+y^{2}+z^{2}}}{y}\right] \quad nach Anlage 2, Gln. (A.11) \\ \Im_{3,3} &= \int_{X} \frac{y}{(y^{2}+z^{2})} \cdot \frac{XdX}{\sqrt{X^{2}+y^{2}+z^{2}}} \quad nach B/5, Nr. 193 \\ &= \frac{y}{(y^{2}+z^{2})} \cdot \sqrt{X^{2}+y^{2}+z^{2}} = \frac{y^{3}+y(X^{2}+z^{2})}{(y^{2}+z^{2}) \cdot \sqrt{X^{2}+y^{2}+z^{2}}} \end{aligned}$$

Die Integration nach Y ergibt die Ausdrücke

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{4,1} &= \int_{\mathcal{Y}} \arctan \frac{\chi \mathcal{Y}}{z \sqrt{\chi^2 + \mathcal{Y}^2 + z^2}} \, d\mathcal{Y} & \text{nach Anlage 2, G(n. (A.11) und (A.12), S.133} \\ &= \mathcal{Y} \cdot \arctan \frac{\chi \mathcal{Y}}{z \sqrt{\chi^2 + \mathcal{Y}^2 + z^2}} - z \ln \sqrt{\mathcal{Y}^2 + z^2} + z \ln \left[\frac{\chi + \sqrt{\chi^2 + \mathcal{Y}^2 + z^2}}{\chi} \right] \\ \mathcal{J}_{4,2} &= \int_{\mathcal{Y}} \frac{\mathcal{Y}^3 \, d\mathcal{Y}}{(\mathcal{Y}^2 + z^2) \cdot \sqrt{\chi^2 + \mathcal{Y}^2 + z^2}} & \text{nach Anlage 2, G(n. (A.1) und (A.10), S. 130/133} \\ &= \sqrt{\chi^2 + \mathcal{Y}^2 + z^2} - \frac{z^2}{\chi} \ln \sqrt{\mathcal{Y}^2 + z^2} + \frac{z^2}{\chi} \cdot \ln \left(\chi + \sqrt{\chi^2 + \mathcal{Y}^2 + z^2}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{4,3} &= \int \frac{y \, dy}{(y^2 + z^2) \cdot \sqrt{\chi^2 + y^2 + z^2}} & \text{noch Anlage 2, Gln. (A.1) und (A.5), S. 130, 131} \\ &= \frac{1}{\chi} \cdot \ln \sqrt{y^2 + z^2} - \frac{1}{\chi} \cdot \ln \left[\frac{\chi + \sqrt{\chi^2 + y^2 + z^2}}{\chi} \right] \\ J_{4,4} &= \int \int \ln \left(y + \sqrt{\chi^2 + y^2 + z^2} \right) dy & \text{nach Anlage 2, Gln. (A.15) und (A.16), S. 134} \\ &= y \cdot \ln \left(y + \sqrt{\chi^2 + y^2 + z^2} \right) - \sqrt{\chi^2 + y^2 + z^2} . \end{aligned}$$

Die vollständige Integration nach x führt unter Berücksichtigung der Integrale $J_{3,1} \cdots J_{3,3}$ nach Einsetzen der Integrationsgrenzen $x_1 = 0$ und $x_2 = B/2$ sowie nach umfangreichen Zwischenrechnungen zu folgendem Ergebnis:

$$\begin{split} & g_{2} = \frac{L/2}{B_{(red,mt)}^{2} \sqrt{\pi}} \frac{2q_{m}}{\pi \cdot BL} \int_{y_{1}=0}^{y_{1}=1} \int_{y_{1}=0}^{y_{2}=L/2} \int_{y_{1}=0}^{y_{1}=L/2} \int_{y_{1}=0}^{y_{1}=L/2} \int_{y_{1}=0}^{y_{1}=L/2} \int_{y_{1}=0}^{y_{1}=L/2} \int_{y_{1}=0}^{y_{1}=L/2} \int_{y_{1}=0}^{y_{1}=L/2} \int_{y_{1}=L/2}^{y_{1}=L/2} \int_{y_{1}=L/2$$

Die vollständige Integration nach y liefert unter Berücksichtigung der Integrale J_{4,1} ... J_{4,4} nach einigen Zwischenrechnungen:

$$\begin{split} \widetilde{S}(\operatorname{red},\operatorname{mt})_{2,q} &= \frac{2\,q_{m}}{\pi\,BL} \left\{ (1-\nu-2\nu^{2}) \,B\left[\left(y+\frac{L}{2} \right) \operatorname{arc} \tan \frac{B\left(y+\frac{L}{2} \right)}{z\,\sqrt{B^{2}} + \left(y+\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} \right. - \left. \left. \left(y-\frac{L}{2} \right) \operatorname{arc} \tan \frac{B\left(y-\frac{L}{2} \right)}{z\,\sqrt{B^{2}} + \left(y-\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} \right] + \\ &+ 2\nu\left(\overline{1} + \nu \right) z \cdot B \cdot \left[-\ell n \left(B + \overline{1} \overline{B^{2} + \left(y+\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} \right) + \ell n \, \overline{1} \left(\overline{y+\frac{L}{2}} \right)^{2} + z^{2}} \right] + \\ &+ \ell n \left(B + \overline{1} \overline{B^{2} + \left(y-\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} \right) - \ell n \, \overline{1} \left(\overline{y+\frac{L}{2}} \right)^{2} + z^{2}} \right] + \\ &+ (1 + \nu) \left(1 + 2\nu \right) z \left[\overline{1} \overline{1} \overline{B^{2} + \left(y+\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} - \sqrt{\left(y+\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} \right] - \\ &- \sqrt{B^{2} + \left(y-\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} - \sqrt{\left(y+\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} \right] + \\ &+ 2\nu \left(1 + \nu \right) z \left[- \left(y+\frac{L}{2} \right) \left\{ \ell n \left[\left(y+\frac{L}{2} \right) + \sqrt{B^{2} + \left(y+\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} \right] \right] + \\ &+ 2\nu \left(1 + \nu \right) z \left[- \left(y+\frac{L}{2} \right) \left\{ \ell n \left[\left(y+\frac{L}{2} \right) + \sqrt{B^{2} + \left(y+\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} \right] \right] + \\ &+ 2\nu \left(1 + \nu \right) z \left[- \left(y+\frac{L}{2} \right) \left\{ \ell n \left[\left(y+\frac{L}{2} \right) + \sqrt{B^{2} + \left(y+\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} \right] \right] + \\ &+ 2\nu \left(1 + \nu \right) z \left[- \left(y+\frac{L}{2} \right) \left\{ \ell n \left[\left(y+\frac{L}{2} \right) + \sqrt{B^{2} + \left(y+\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} \right] \right] \right\} \right] + \\ &+ 2\nu \left(1 + \nu \right) z \left[- \left(y+\frac{L}{2} \right) \left\{ \ell n \left[\left(y+\frac{L}{2} \right) + \sqrt{B^{2} + \left(y+\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} \right] \right] \right\} \right] + \\ &+ 2\nu \left(1 + \nu \right) z \left[- \left(y+\frac{L}{2} \right) \left\{ \ell n \left[\left(y+\frac{L}{2} \right) + \sqrt{B^{2} + \left(y+\frac{L}{2} \right)^{2} + z^{2}} \right] \right\} \right] \right\}$$

Die Gleichung für die mittlere reduzierte Spannung ergibt sich nach Einsetzen der Integrationsgrenzen $y_1 = 0$, $y_2 = L/2$ sowie nach umfangreichen Zwischenrechnungen zu:

mit

$$\begin{aligned} B_{z}(red, nt) &= \frac{2}{\pi} \left\{ (1 - v - 2v^2) \cdot \arctan \frac{BL}{z \sqrt{B^2 + L^2 + z^2}} - \frac{2v (1 + v)z}{B} \ln \left[\frac{z}{\sqrt{B^2 + z^2}} \cdot \frac{L + \sqrt{B^2 + L^2 + z^2}}{L + \sqrt{L^2 + z^2}} \right] - \frac{2v (1 + v)z}{L} \ln \left[\frac{z}{\sqrt{L^2 + z^2}} \cdot \frac{B + \sqrt{B^2 + L^2 + z^2}}{B + \sqrt{B^2 + z^2}} \right] + \frac{(1 + v)(1 + 2v)z}{BL} \left[\sqrt{B^2 + L^2 + z^2} - \sqrt{B^2 + z^2} - \sqrt{L^2 + z^2} + z \right] \right\} (45) \end{aligned}$$

bzw. in einer für die EDV-Auswertung geeigneten Schreibweise

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{z}(red,mt) &= \frac{2}{\pi} \left\{ (1 - \nu - 2\nu^{2}) \cdot \operatorname{arc} tan \frac{1}{Z/B \sqrt{1 + B^{2}/L^{2} + (Z/B \cdot B/L)^{2}}} + \\ &+ 2\nu (1 + \nu) Z/B \cdot ln \left[\frac{\sqrt{1 + z^{2}/B^{2}}}{Z/B} \cdot \frac{1 + \sqrt{1 + (Z/B \cdot B/L)^{2}}}{1 + \sqrt{1 + B^{2}/L^{2} + (Z/B \cdot B/L)^{2}}} \right] + \\ &+ 2\nu (1 + \nu) Z/B \cdot ln \left[\frac{\sqrt{1 + (Z/B \cdot B/L)^{2}}}{Z/B \cdot B/L} \cdot \frac{B/L}{1 + \sqrt{1 + B^{2}/L^{2} + (Z/B \cdot B/L)^{2}}} \right] + \\ &+ (1 + \nu) (1 + 2\nu) Z/B \left[\sqrt{1 + B^{2}/L^{2} + (Z/B \cdot B/L)^{2}} - \sqrt{1 + (Z/B \cdot B/L)^{2}} - \sqrt{B^{2}/L^{2} + (Z/B \cdot B/L)^{2}} - \sqrt{(1 + (Z/B \cdot B/L)^{2})^{2}} - \sqrt{(1 + (Z/B \cdot$$

mit dem Sonderfall B/L = 0 (Streifenfundament)

$$\mathcal{I}_{z(red,mt)} = \frac{2}{\pi} \left\{ \left(1 - v - 2v^2 \right) \arctan \frac{1}{z/B} + 2v(1+v) \frac{z}{B} \ln \left[\frac{\sqrt{1+z^2/B^2}}{z/B} \right] \right\} \dots (47)$$

3.2.2.3. Mittlere Setzung

Die Setzungsformel ergibt sich unter der Voraussetzung eines konstanten Elastizitätsmoduls E(0) durch Integration der Gl. (45) über die Schichtdicke z (Integrationsgrenzen $z_4 = 0$, $z_2 = z$) zu:

Die Integration liefert folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{5,1} &= \int_{\mathbf{Z}} \arctan \frac{\mathbf{B}L}{\mathbf{z}\sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}} \, dz & \text{nach Anlage 2, Gin. (A.13) und. (A.14),} \\ &= 2 \cdot \arctan \frac{\mathbf{B}L}{\mathbf{z}\sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}} + L \cdot \ln \sqrt{L^{2} + z^{2}} + B \cdot \ln \sqrt{\mathbf{B}^{2} + z^{2}} - \\ &- L \cdot \ln \left(\mathbf{B} + \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}\right) - B \cdot \ln \left(\mathbf{L} + \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}\right) \\ \mathbf{J}_{5,2} &= \int_{\mathbf{Z}} 2 \ln z \, dz = \mathbf{Z}^{2} \cdot \left(\frac{\ln z}{2} - \frac{1}{4}\right) & \text{nach B/S, Nr. 471} \\ \mathbf{J}_{5,31} &= \int_{\mathbf{Z}} 2 \ln \sqrt{\mathbf{B}^{2} + z^{2}} \, dz = \frac{\mathbf{B}^{2} + z^{2}}{2} \cdot \ln \sqrt{\mathbf{B}^{2} + z^{2}} - \frac{\mathbf{B}^{2} + z^{2}}{4} & \text{nach Anlage 2, Gin. (A.17)} \\ \mathbf{J}_{5,32} &= \int_{\mathbf{Z}} 2 \ln \sqrt{\mathbf{L}^{2} + z^{2}} \, dz = \frac{L^{2} + z^{2}}{2} \cdot \ln \sqrt{\mathbf{B}^{2} + z^{2}} - \frac{L^{2} + z^{2}}{4} & \text{analog } \mathbf{J}_{5,31} \\ \mathbf{J}_{5,32} &= \int_{\mathbf{Z}} 2 \ln (\mathbf{B} + \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}) \, dz & \text{nach Anlage 2, Gin. (A.17)} \, und (A.18), S.134 \\ \mathbf{J}_{5,34} &= \int_{\mathbf{Z}} 2 \ln \left(\mathbf{B} + \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}\right) \, dz & \text{nach Anlage 2, Gin. (A.17)} \, und (A.18), S.134 \\ &= \frac{L^{2} + z^{2}}{2} \cdot \ln \left(\mathbf{B} + \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}\right) \, dz & \text{nach Anlage 2, Gin. (A.17)} \, und (A.18), S.134 \\ &= \frac{L^{2} + z^{2}}{2} \cdot \ln \left(\mathbf{B} + \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}\right) \, dz & \text{nach Anlage 2, Gin. (A.17)} \, und (A.18), S.134 \\ &= \frac{L^{2} + z^{2}}{2} \cdot \ln \left(\mathbf{B} + \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}\right) + \frac{\mathbf{B}^{2}}{2} - \frac{L^{2} + z^{2}}{4} + \frac{\mathbf{B}}{2} \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}} \\ \mathbf{J}_{5,44} &= \frac{\mathbf{B}^{2} + z^{2}}{2} \cdot \ln \left(\mathbf{L} + \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}\right) \, dz & \text{analog } \mathbf{J}_{5,44} \\ &= \frac{\mathbf{B}^{2} + z^{2}}{2} \cdot \ln \left(\mathbf{L} + \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}\right) + \frac{L^{2}}{2} - \frac{\mathbf{B}^{2} + z^{2}}{4} + \frac{L^{2}}{2} \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}} \\ \mathbf{J}_{5,44} &= \frac{\mathbf{B}^{2} + z^{2}}{2} \cdot \ln \left(\mathbf{L} + \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}\right) + \frac{L^{2}}{2} - \frac{\mathbf{B}^{2} + z^{2}}{4} + \frac{L^{2}}{2} \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}} \\ \mathbf{J}_{5,44} &= \frac{\mathbf{B}^{2} + z^{2}}{2} \cdot \ln \left(\mathbf{L} + \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}}\right) + \frac{L^{2}}{2} - \frac{\mathbf{B}^{2} + z^{2}}{4} + \frac{L^{2}}{2} \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} + z^{2}} \\ \mathbf{J}_{5,44} &= \frac{\mathbf{B}^{2} + z^{2}}{2} \cdot \ln \left(\mathbf{L} + \sqrt{\mathbf{B}^{2} + L^{2} +$$

$$\begin{split} \mathcal{J}_{5,51} &= \int_{Z} z \, \ln \left(B + \sqrt{B^2 + z^2} \right) dz = \frac{z^2}{2} \ln \left(B + \sqrt{B^2 + z^2} \right) + \frac{B^2}{2} - \frac{z^2}{4} + \frac{B}{2} \sqrt{B^2 + z^2} \\ \mathcal{J}_{5,52} &= \int_{Z} z \, \ln \left(L + \sqrt{L^2 + z^2} \right) dz = \frac{z^2}{2} \ln \left(L + \sqrt{L^2 + z^2} \right) + \frac{L^2}{2} - \frac{z^2}{4} + \frac{L}{2} \sqrt{L^2 + z^2} \\ \mathcal{J}_{5,6} &= \int_{Z} z \, \sqrt{B^2 + L^2 + z^2} \, dz = \frac{1}{3} \left(B^2 + L^2 + z^2 \right)^{3/2} \quad \text{nach B/S, Nr. 186} \\ \mathcal{J}_{5,7} &= \int_{Z} z \, \sqrt{B^2 + z^2} \, dz = \frac{1}{3} \cdot \left(B^2 + z^2 \right)^{3/2} \\ \mathcal{J}_{5,8} &= \int_{Z} z \, \sqrt{L^2 + z^2} \, dz = \frac{1}{3} \cdot \left(L^2 + z^2 \right)^{3/2} \\ \mathcal{J}_{5,9} &= \int_{Z} z^2 \, dz = z^3 / 3 \, . \end{split}$$

Nach einigen Zwischenrechnungen ergibt die Zusammenfassung der Teilintegrationen

$$\begin{split} S(mt) &= \frac{2q_m}{\pi \cdot E(0)} \left\{ (1 - \nu - 2\nu^2) z \cdot \arctan \frac{BL}{z \sqrt{B^2 + L^2 + z^2}} + \left\{ \frac{B(1 - \nu - 2\nu^2) + \nu(1 + \nu) \frac{B^2 + z^2}{B}}{B} \right\} \left[\ln \sqrt{B^2 + z^2} - \ln \left(L + \sqrt{B^2 + L^2 + z^2} \right) \right] + \left[L(1 - \nu - 2\nu^2) + \nu(1 + \nu) \frac{L^2 + z^2}{L} \right] \left[\ln \sqrt{L^2 + z^2} - \ln \left(B + \sqrt{B^2 + L^2 + z^2} \right) \right] + \left[\nu(1 + \nu) \frac{z^2}{B} \right] \ln \left(L + \sqrt{L^2 + z^2} \right) + \left[\nu(1 + \nu) \frac{z^2}{L} \right] \ln \left(B + \sqrt{B^2 + z^2} \right) - \frac{\nu(1 + \nu) z^2}{B} \ln \left(L + \sqrt{L^2 + z^2} \right) + \left[\nu(1 + \nu) \frac{z^2}{L} \right] \ln \left(B + \sqrt{B^2 + z^2} \right) - \frac{\nu(1 + \nu) z^2}{B} \ln z \cdot \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{B} \right) - \nu(1 + \nu) \left(\frac{L}{B} + \frac{B}{L} \right) \cdot \sqrt{B^2 + L^2 + z^2} + \frac{(1 + \nu)(1 + 2\nu)}{3BL} \left[\left(B^2 + L^2 + z^2 \right)^{3/2} - \left(B^2 + z^2 \right)^{3/2} - \left(L^2 + z^2 \right)^{3/2} + z^3 \right] + \frac{\nu(1 + \nu) \frac{B}{L} \cdot \sqrt{B^2 + z^2} + \nu(1 + \nu) \frac{L}{B} \sqrt{L^2 + z^2} \right] \end{split}$$

Nach Einsetzen der Integrationsgrenzen und weiteren Zwischenrechnungen folgt für die <u>Gleichung der mittleren Setzung</u>

 $s_{(mt)} = q_m \cdot B \cdot f_{z(mt)} / E(0) \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots (49)$ $f_{z(mt)} = \frac{2}{\pi} \begin{cases} (1-v-2v^2) \cdot \frac{z}{B} & arctan \frac{BL}{z\sqrt{B^2+L^2+z^2}} + \frac{BL}{z\sqrt{B^2+L^2+z^2}} \end{cases}$ + $(1-v^2) \cdot ln \left[\frac{\sqrt{B^2 + z^2}}{B} \cdot \frac{L + \sqrt{B^2 + L^2}}{L + \sqrt{B^2 + L^2 + z^2}} \right] +$ $+\frac{L}{B}(1-v^{2}) \ln \left| \frac{\sqrt{L^{2}+z^{2}}}{L} - \frac{B+\sqrt{B^{2}+L^{2}}}{B+\sqrt{B^{2}+L^{2}+z^{2}}} \right| +$ $+\frac{z^{2}}{B^{2}}v(1+v)\ln\left[\frac{\sqrt{B^{2}+z^{2}}}{z},\frac{L+\sqrt{L^{2}+z^{2}}}{L+\sqrt{B^{2}+L^{2}+z^{2}}}\right]+$ $+\frac{z^{2}}{RL}v(1+v)\ln\left[\frac{\sqrt{L^{2}+z^{2}}}{z},\frac{B+\sqrt{B^{2}+z^{2}}}{B+\sqrt{B^{2}+z^{2}}}\right]+$ $+ \frac{(1-v^2)}{3B} \int \left(\frac{B}{L} + \frac{L}{B}\right) \sqrt{B^2 + L^2 z^2} - \frac{B}{L} \sqrt{B^2 + z^2} - \frac{L}{B} \sqrt{L^2 + z^2} + \frac{L}{B$ $+\frac{(1-y^2)}{3p^2t}\int B^3 + L^3 - (B^2+L^2)^{3/2} +$ $+\frac{z^{2}(1+\nu)(1+2\nu)}{3B^{2}L}\int\sqrt{B^{2}+L^{2}+z^{2}}-\sqrt{B^{2}+z^{2}}-\sqrt{L^{2}+z^{2}}+z\right]\left\{(50)\right\}$

bzw. in einer für die EDV-Auswertung geeigneten Schreibweise

$$\begin{split} f_{\mathbf{z}(mt)} &= \frac{2}{\pi} \left\{ (1 - v - 2v^2) \, \mathbb{Z}/_{B} \cdot \arctan \frac{1}{\mathbb{Z}/_{B} \cdot \sqrt{1 + B^2/L^2} + (\mathbb{Z}/_{B} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2} + \\ &+ (1 - v^2) \, \mathcal{L}_{n} \left[\sqrt{1 + \mathbb{Z}^2/_{B^2}} \cdot \frac{1 + \sqrt{1 + B^2/L^2}}{1 + \sqrt{1 + B^2/L^2} + (\mathbb{Z}/_{B} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2} \right] + \\ &+ \frac{(1 - v^2)}{B/L} \, \mathcal{L}_{n} \left[\sqrt{1 + (\mathbb{Z}/_{B} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2} \cdot \frac{B/L + \sqrt{1 + B^2/L^2}}{B/L + \sqrt{1 + B^2/L^2} + (\mathbb{Z}/_{B} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2} \right] + \\ &+ v (1 + v) \mathbb{Z}_{B}^2 \, \mathcal{L}_{n} \left[\frac{\sqrt{1 + \mathbb{Z}^2/_{B^2}}}{\mathbb{Z}/_{B^2}} \cdot \frac{1 + \sqrt{1 + (\mathbb{Z}/_{B} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2}}{1 + \sqrt{1 + B^2/L^2 + (\mathbb{Z}/_{B} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2}} \right] + \\ &+ v (1 + v) \frac{\mathbb{Z}^2}{B^2} \frac{B}{L} \, \mathcal{L}_{n} \left[\frac{\sqrt{1 + (\mathbb{Z}/_{B} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2}}{\mathbb{Z}/_{B^2}} \cdot \frac{B/L + \sqrt{1 + B^2/L^2}}{1 + \sqrt{1 + B^2/L^2 + (\mathbb{Z}/_{B} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2}} \right] + \\ &+ \frac{(1 + v) (1 + v) \frac{\mathbb{Z}^2}{B^2}}{2} \frac{B}{L} \, \mathcal{L}_{n} \left[\frac{\sqrt{1 + (\mathbb{Z}/_{B} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2}}{\mathbb{Z}/_{B^2}} \cdot \frac{B/L + \sqrt{1 + B^2/L^2 + (\mathbb{Z}/_{B^2} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2}}{\mathbb{B}/L + \sqrt{1 + B^2/L^2 + (\mathbb{Z}/_{B^2} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2}} \right] + \\ &+ \frac{(1 + v) (1 + v) \frac{\mathbb{Z}^2}{B^2}}{2} \frac{B}{L} \, \mathcal{L}_{n} \left[\frac{\sqrt{1 + \mathbb{Z}^2/_{B^2}}}{\mathbb{Z}/_{B^2}} - \frac{1}{B^2/L^2} \cdot \sqrt{1 + B^2/L^2 + (\mathbb{Z}/_{B^2} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2}} \right] + \\ &+ \frac{(1 + v) (1 + v) \frac{1}{3} \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{B^2/L^2} \right) \cdot \sqrt{1 + B^2/L^2 + (\mathbb{Z}/_{B^2} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2} - \frac{1}{B^2/L^2} \cdot \sqrt{1 + (\mathbb{Z}/_{B^2} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2}} \right] + \\ &+ \frac{(1 + v) (1 + 2v) \mathbb{Z}^2/B^2}{3} \cdot \left[\frac{B^3}{L} + 1 - \left(1 + \frac{B^2}{L^2} \right)^2 - \sqrt{1 + (\mathbb{Z}/_{B^2} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2}} \right] + \\ &+ \frac{(1 + v) (1 + 2v) \mathbb{Z}^2/B^2}{3} \left[\sqrt{1 + B^2/L^2 + (\mathbb{Z}/_{B^2} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2} - \sqrt{1 + (\mathbb{Z}/_{B^2} \cdot \mathbb{B}/_{L})^2} \right] \right\}$$

Mit dem Sonderfall B/L = 0 (Streifenfundament)

$$f_{z(mt)} = \frac{2}{\pi} \left\{ (1 - \nu - 2\nu^2) z_{/B} \operatorname{drctan} \frac{1}{z_{/B}} + (1 - \nu^2) \ln \sqrt{1 + z^2/B^2} + \nu (1 + \nu) z_{/B}^2 \ln \left[\frac{\sqrt{1 + z^2/B^2}}{z_{/B}} \right] \right\} \dots \dots \dots (52).$$

Im Unterschied zur bekannten Lösung von SCHLEICHER /56/ kann mit Gl. (50) eine schichtenweise Ermittlung der Setzungen durchgeführt und die Integration der Setzungsanteile auf eine bestimmte Tiefe begrenzt werden. Für unbegrenzte Schichtdicke $(z \rightarrow \infty)$ ergibt sich nach umfangreichen Berechnungen, auf deren Wiedergabe verzichtet wird, die bekannte Formel von SCHLEICHER

$$S_{(mt)} = \frac{(1 - v^2) \cdot q_m \cdot \omega \cdot \sqrt{F}}{E(0)} = \frac{q_m \cdot B \cdot f_{z(mt)}}{E(0)} \dots \dots \dots \dots (53)$$

mit

$$f_{z(mt)} = \omega \cdot (1 - v^{2}) / \sqrt{B/L} \qquad ... \qquad \qquad ... \qquad ... \qquad ... \qquad$$

Damit ist der Nachweis für die Richtigkeit der Gl. (50) erbracht.

3.2.3. Rechnerische Auswertung der Spannungs- und Setzungsformeln

Die Auswertung der Formeln erfolgt durch direkte Berechnung, die Setzungen werden lediglich bei tiefenveränderlichem Elastizitätsmodul durch numerische Integration der lotrechten Verzerrungskomponenten ermittelt. Dabei wird mit einer konstanten Poissonzahl $\gamma = 0.33$ gerechnet. Dieser Wert entspricht etwa dem Mittelwert der für Erdstoffe empfohlenen Werte von $\gamma = 0.25$ bis 0.40. Dieser Ansatz ist vertretbar, da die Berechnung der elastischen Setzungen mit diesem Mittelwert bei unbegrenzter Schichtdicke wegen des Faktors $(1 - \gamma^2)$ nach Gl. (53) nur einen Fehler von weniger als 6 Prozent gegenüber der genauen Berechnung mit den angegebenen Grenzwerten liefert; bei begrenzter Schichtdicke ist dieser Fehler etwas größer. Darüber hinaus entspricht die Verteilung der Verzerrungskomponenten ε_z für eine Poissonzahl $\gamma \neq 0$ besser den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen (Bild 6a, S. 24).

Die rechnerische Auswertung der Formeln liefert für Rechteckflächen mit konstanter Last die Einflußwerte für folgende Fälle:

- a) reduzierte Eckpunkt-Spannung (schlaffes Fundament), Anlage 3.1., S. 135;
- b) mittlere reduzierte Spannung (starres Fundament), Anlage
 3.2.; S. 136;
- c) Eckpunkt-Setzung (schlaffes Fundament), Anlage 3.3., vgl.S. 137;
- d) mittlere Setzung (starres Fundament), Anlage 3.4., S. 138.

Für schlaffe Fundamente wird mit den Einflußwerten nach Anlage 3.1. bzw. Gl. (40) (vgl. S. 67) der räumliche Spannungszustand bei der Ermittlung der Spannungen unter dem Eckpunkt bereits erfaßt. Damit vereinfacht sich die Spannungsberechnung gegenüber der TGL 11464/01 /72/ ganz erheblich, da die aufwendige Ermittlung der Korrekturbeiwerte zur Berücksichtigung des räumlichen Spannungszustandes bzw. der Horizontalspannungen nicht mehr notwendig ist. Für starre Fundamente erfordert die Berechnung der mittleren reduzierten Spannung nach Gl. (45) (vgl. S. 72) mehr Aufwand gegenüber Gl. (40). Im Unterschied zum Verfahren des kennzeichnenden Punktes ist diese Berechnung aber nicht mehr für vier Teilflächen (Seitenverhältnis B/L ≤ 1) mit unterschiedlichen Werten B/L, z/B und λ' , sondern nur noch einmal für die Gesamtfläche durchzuführen, so daß aus rechentechnischer Sicht der Ansatz der mittleren reduzierten Spannung vertretbar ist.

Im folgenden wird untersucht, wie sich die partiellen Verbesserungen des Verfahrens in der Setzungsberechnung auswirken.

3.2.4. Einschätzung der partiellen Verbesserungen

Bild 16 zeigt den Einfluß der Horizontalspannungen auf die verformungswirksame Eckpunkt-Spannung bei schlaffen Fundamenten. Im Einklang mit den Versuchsergebnissen (Bild 6a, S. 24) führen die Horizontalspannungen zu einer Behinderung der Seitendehnung und damit zu einer Verringerung der Setzungen in den oberflächennahen Schichten. Der Einfluß nimmt mit der Tiefe sehr schnell ab.



Bild 16. Vergleich der Spannungseinflußwerte unter dem Eckpunkt eines schlaffen Fundamentes für Poissonzahlen v = 0 und 0,33.

Die Bilder 17 und 18 zeigen den Einfluß einer tiefenabhängigen Zunahme des Elastizitätsmoduls. Bei wachsender Fundamentbreite ergibt sich rechnerisch über den wirksamen Tiefenfaktor λ' eine Abnahme der Werte D_z/B und z_a/B (Bild 17) sowie eine unterlineare Zunahme der elastischen Setzungen (Bild 18). In Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen (Abschnitte 2.1.1. und 2.1.4.) wird somit eine deutliche Verlagerung der Setzungen in oberflächennahe Schichten erreicht. Das entspricht im Prinzip der bekannten Zunahme des Elastizitäts- bzw. Verformungsmoduls, die bei der Rückrechnung von Setzungsmessungen nach den Verfahren ohne Tiefenfaktor ausgewiesen wird. Bild 18 zeigt, daß für diese Zunahme des Elastizitätsmoduls der häufig gebrauchte Ansatz

(SHERIF /63/) durchaus brauchbare Ergebnisse liefert.



 $\begin{array}{c} 1 - E = E(0), & \lambda = 0, \\ 2 - E = E(0), & \lambda = 5, \\ 3 - E = E(0), & \sqrt{B/B_0}, \\ \lambda = 0, \end{array} \right\} q_{\rm m} = 1 \ {\rm kN/m^2}.$

Für eine Schldruckberechnung nach den üblichen Verfahren, die ohne Berücksichtigung der plastischen Setzungen erfolgt, sind nach DE BEER /17/ und SCHULTZE /60/ je nach Größe des wirksamen Tiefenfaktors λ' Ergebnisse zu erwarten, die zwischen den Lösungen des Steifemodulverfahrens ($\lambda' \rightarrow 0$) und denen des Bettungsmodulverfahrens ($\lambda' \rightarrow \infty$) liegen. Für starre Fundamente wird die Spannungsberechnung nach dem kennzeichnenden Punkt mit der mittleren reduzierten Spannung in Tabelle 2 sowie in Bild 19 verglichen. Mit Ausnahme des direkt unter der Fundamentschle gelegenen Bereichs sind im vorrangig interessierenden Tiefenbereich von z/B = 0,25 bis 1,25 die Einflußwerte für die mittlere reduzierte Spannung je nach Seitenverhältnis B/L = 1 bzw. O bis zu 29 bzw. 15 Prozent größer als die Einflußwerte für den kennzeichnenden Punkt (Faktor F_{I} in Tabelle 2). Dementsprechend fallen für diesen Bereich auch die Setzungseinflußwerte bis zu 14 bzw. 8 Prozent größer aus (Faktor F_{f} in Tabelle 3). Bei weiter zunehmender Schichtdicke sind zwischen den verschiedenen Setzungseinflußwerten nur noch geringe Unterschiede festzustellen (Tabelle 4), für sehr große Schichtdicken entsprechen die Einflußwerte nach Gl. (50) (vgl. S. 75) den Ergebnissen von SCHLEICHER /56/.

Tabelle	2.	Vergleich der Spannungseinflußwerte starrer Fun-
	•	damente für den kennzeichnenden Punkt und für
		die mittlere reduzierte Spannung über die Last-
		fläche ($v = 0,33$).

z/B		Spannungseinflußwerte J_							
	B/I	i = 1	1.6	B/:					
	J _{z(red,mt)}	Jz(kP)	FI	^J z(red,mt)	Jz(kP)	FI			
0,1	0,5749	0,6460	0,89	0,5468	0,5887	0,93			
0,2	0,5764	0,5470	1,05	0,5730	0,5584	1,03			
,0,3	0,5459	0,4543	1,20	, 0, 5737	0,5187	1,11			
0,4	0,5032	0,3949	1,27	0,5610	,0,4915	11,14			
0,5	0,4569	0,3535	1,29	0,5410	0,4711	1,15			
0,6	0,4114	0,3209	1,28	0,5172	0,4664	1,11			
0,8	0,3299	0,2673	1,23	0,4665	0,4293	1,09			
1,0	0,2641	0,2228	1,19	0,4183	0,3840	.1,08			
1,4	0,1735	0,1554	1,12	0,3388	0,3211	1,06			
2,0	0,1001	0,0947	1,06	0,2575	0,2499	1,03			
3,0	0,0499	.0,0484	1,03	0,1805	0,1779	1,01			
5,0	0,0191	0,0189	1,01	0,1113	0,1108	1,00			
10,0	0,0049	0,0049	1,00	0,0564	0,0563	1,00			



- Bild 19. Vergleich der Spannungseinflußwerte starrer Fundamente für den kennzeichnenden Punkt und für die mittlere reduzierte Spannung über die Lastfläche (v = 0,33).
 - a) Seitenverhältnis B/L = 1
 - b) Seitenverhältnis B/L = 0.

Tabelle 3. Vergleich der Setzungseinflußwerte starrer Fundamente für den kennzeichnenden Punkt und für die mittlere reduzierte Spannung über die Lastfläche (v = 0,33).

z/B	Setzungseinflußwerte f										
		B/L = 1		B/L = 0	1.						
	^f z(mt)	f _{z(kP)}	Ff	f _{z(mt)}	f _{z(kP)}	Ff					
0,25	0,1401	0,1446	0,97	0,1360	0,1389	0,98					
0,50	0,2683	0,2479	1,08	0,2767	0,2638	1,05					
0,80	0,3856	0,3402	1,13	0,4280	0,3972	1,08					
1,00	0,4447	0,3891	1,14	0,5164	0,4774	1,08					
1,40	0,5307	0,4639	1,14	0,6670	0,6181	1,08					
2,00	0,6103	0,5371	1,14	0,8440	0,7881	1,07					
3,00	0,6815	0,6051	1,13	1,0588	0,9984	1,06					
5,00	0,7434	0,6658	1,12	1,3398	1,2771	1,05					
10,00	0,7919	0,7141	1,11	1,7286	1,6651	1,04					
20,00	0,8165	0,7387	1,11	2,1201	2,0565	1,03					

Tabelle	4.	Verg	leich	der	Setzi	ungseinflußwer	te	starrer	Fundamen-
		te b	ei se	hr g	roßen	Schichtdicken	(v)	= 0,33)).

Quell	z/B	Setzungseinflußwerte f _z B/L						
1.1.1			1,0000	0,6667	0,5000	0,3333	0,2000	0,1000
f _{z(mt)}	/56/	8	0,8444	1,0233	1,1565	1,3548	1,6298	1,9957
f _{z(mt)} Gl	. (50)	1000	0,8427	1,0201	1,1558	1,3556	1,6202	1,9920
f _{z(mt)} Gl	. (50)	100	0,8363	1,0127	1,1461	1,3424	1,5981	1,9475
f _{z(kP)}	/21/	100	0,758	0,919	1,042	1,227	1,475	1,822

In der Setzungsberechnung für starre Fundamente wird damit bei Verwendung der mittleren reduzierten Spannungen zusätzlich zum wirksamen Tiefenfaktor λ' für Schichten mit z/B > 0,25 eine weitere Verlagerung der Setzungsanteile in oberflächennahe Schichten ausgewiesen. Diese Ergebnisse können eventuell für die Auswertung von Messungen mit Setzungstiefenpegeln verwendet werden,

3.2.5. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

Auf der Grundlage analytischer Untersuchungen wurden neue Formeln abgeleitet. Sie betreffen die setzungswirksamen Vertikalspannungen unter dem Eckpunkt eines schlaffen Rechteckfundamentes sowie die mittleren setzungswirksamen Vertikalspannungen und die Setzung eines starren Rechteckfundamentes. Für schlaffe Fundamente wurde hiermit die Spannungsberechnung unter Berücksichtigung des Horizontalspannungen rechnerisch wesentlich vereinfacht. Für starre Fundamente wurde die Setzungsformel von SCHLEICHER /56/, die von einer unbegrenzten Schichtdicke des Untergrundes ausgeht, für die schichtenweise Ermittlung der Teilsetzungen erweitert.

Die neuen Formeln wurden in Verbindung mit der Annahme einer tiefenabhängigen Zunahme des Elastizitätsmoduls anhand von Faraueteruntersuchungen ausgewertet und mit den bisherigen Lösungen verglichen. Nach den Ergebnissen dieser Untersuchungen wird einges hätzt, daß die neuen Formeln brauchbare partielle Verbesserungen des gegenwärtigen Verfahrens zur Berechnung elastischer Setz: gen darstellen und für die praktische Berechnung benutzt werde können.

3.3. Hinweise zur praktischen Handhabung des Verfahrens

Bei les Setzungsberechnung nach der Formel (11) (vgl. S. 47) treten e enüber dem bisherigen Berechnungsverfahren einige grundsätzliche Unterschiede auf. Es ist deshalb notwendig, spezielle Hin ise zur praktischen Handhabung des vorgeschlagenen Verfahrens zu geben. Diese Hinweise betreffen das Last-Setzungsverhalten bei Entlastung bzw. Wiederbelastung und die Verfahrensweise zur Berücksichtigung der eingeschränkten Gültigkeit des Superpositionsprinzips, unter anderem bei der Berechnung der Sohldruckverteilung. Dazu gehören auch Angaben zur Ermittlung der für die Setzungsberechnung maßgebenden Verformungsparameter.

Für praktische Aufgaben kann die Zunahme der mittleren Grundbruchspannung mit wachsender Setzung vernachlässigt werden, da die zulässigen ohlpressungen nach TGL 11464/02 /73/ noch nicht zu großen plastischen Setzungen führen.

3.3.1. Last-Setzungslinie bei Ent- und Wiederbelastung

Die Last-Setzungslinie für Erstbelastung wird mit dem rechnerischen Verformungsmodul V nach der neuen Gl. (11) (vgl. S. 47) berechnet und enthält die elastischen und plastischen Setzungsanteile. Das Last-Setzungsverhalten bei Ent- und Wiederbelastung kann in Übereinstimmung mit den Ergebnissen von experimentellen Untersuchungen näherungsweise als rein elastischer Vorgang betrachtet werden. Für Las f ächen mit gleicher Geometrie ergeben sich damit bei großer Sc ichtlicke des Untergrundes (mit unbehinderter Ausbildung von Gleitflächen) für verschiedene Ent- und Wiederbelastungen jeweils parallele Gerade für die Last-Setzungslinie. Bei Entlastung gehen nur die elastischen Setzungen zurück, nicht aber die irreversiblen plastischen Setzungen. In der Praxis ist die Erstbelastung jedoch auch im Anfangsbereich mit plastischen Setzungen verbunden, die nicht aus dem seitlichen Ausweichen, sondern aus einer Verdichtung des Bodens infolge Belastung resultieren. Daher gilt der Elastizitätsmodul E(O) bzw. E(z) nur für die Erstbelastung, während für die Ent- und Wiederbelastung mit einem größeren Verformungsmodul zu rechnen ist.

Bei einer Wiederbelastung treten bis zur Vorspannung - oder in Auswertung von Gl. (11) (vgl. S. 47) bis zur Größe des bisher erreichten Ausnutzungsgrades q_m/q_f der mittleren Grundbruchspannung q_f - nur elastische Setzungen auf. Der weitere Verlauf der Last-Setzungslinie nach Überschreiten der Vorspannung wird wesentlich von der Größe der mittleren Grundbruchspannung und somit von der Geometrie der Lastfläche und der Scherfestigkeit des Untergrundes beeinflußt.

Das unterschiedliche Last-Setzúngsverhalten starrer Fundamente bei Erstbelastung und Ent- bzw. Wiederbelastung ist damit vorrangig eine Frage des erreichten Ausnutzungsgrades q_m/q_f der mittleren Grundbruchspannung q_f . Diese Einschätzung wird prinzipiell von AMANN /4/ bei Setzungs- und Verformungsberechnungen nach der Finite-Element-Methode am Beispiel eines Hochhausfundamentes bestätigt. Danach ist für die Unterscheidung zwischen Erstbelastung und Ent- bzw. Wiederbelastung das Maß der Schubbeanspruchung bzw. die mobilisierte Scherfestigkeit (im Verhältnis zur Bruchscherfestigkeit) maßgebend. Spannungsänderungen, die zu einer Überschreitung des im Laufe der Spannungsgeschichte erreichten Größtwertes führen, werden als Erstbelastung aufgefaßt.

3.3.2. Ermittlung der maßgebenden Verformungsparameter

Die maßgebenden Verformungsparameter für eine Setzungsberechnung nach dem vorgeschlagenen Verfahren können durch Versuche ermittelt werden, denen das gleiche Last-Verformungsverhalten zugrunde liegt, das bei der Ableitung der neuen Formeln vorausgesetzt wurde, nämlich eine ausreichende Schichtdicke zur unbehinderten-Ausbildung von Gleitflächen. Dafür kommen Lastplattenversuche sowie Probebelastungen bzw. Setzungsmessungen mit verschiedenen Lastzu-

ständen an Modell- und Bauwerksfundamenten in Betracht. Der Ödometerversuch ist für die Ermittlung der maßgebenden Verformungsparameter grundsätzlich nicht geeignet, da bei diesem Versuch die Erdprobe mit wachsender Belastung wegen der seitlichen Dehnungsbehinderung verdichtet wird und der Steifemodul zunimmt. Zur Ermittlung der maßgebenden Verformungsparameter für das vorgeschlagene Berechnungsverfahren sind aber auch solche Spezialprüfungen wie z. B. dreiaxiale Scherversuche praktisch nicht geeignet, da eine fundierte Aussage über die Spannungsvorgeschichte und damit über den Seitendruck 63 hier nicht gegeben werden kann. Damit erübrigen sich weitere Angaben zu diesen Versuchen.

Für die Setzungsberechnung ist nach den neuen Gln. (10) bzw. (11) (vgl. S. 46 bzw. 47) der <u>Elastizitätsmodul E(0)</u> maßgebend. Er wird als Modul der elastischen Verformung in Höhe z = 0 der Gründungssohle definiert. Nach den Ausführungen der Abschnitte 3.1.2. und 3.1.3. wird der Elastizitätsmodul E(0) unabhängig von der Belastung und der Geometrie der Lastfläche als Materialkonstante betrachtet. Für die eingangs genannten Versuche mit einer unbehinderten Ausbildung von Gleitflächen läßt sich der Elastizitätsmodul E(0) indirekt über den Bettungsmodul aus der Tangentenneigung der Last-Setzungslinie im Koordinatenursprung bestimmen. Der Elastizitätsmodul E(0) kann auch direkt aus der Rückrechnung von Setzungsmessungen mit verschiedenen Belastungszuständen ermittelt werden.

Der <u>Bettungsmodul k_s </u> ergibt sich aus der Tangentenneigung der Last-Setzungslinie im Koordinatenursprung nach Bild 12 (S. 52) und den Gln. (24) sowie (27) (vgl. S. 52 und 56) zu

Zur Ermittlung des Elastizitätsmodul E(O) wird bei der Auswertung von Lastplattenversuchen häufig die bekannte Formel

S

benutzt (z. B. BOUSSINESQ /7/, BURMISTER /12/, SCHLEICHER /56/, SCHORMANN /58/, SCHULTZE /60/ und andere). Für $\gamma = 0,33$ ergibt sich damit

Diese Formel kann jedoch falsche Ergebnisse liefern (zu hohe Werte für den Elastizitätsmodul E(O)), da sie nur für eine unendlich große verformungswirksame Schichtdicke gilt. Zur Auswertung von Lastplattenversuchen sollte deshalb besser auf die neue Gl. (50) (vgl. S. 75) zurückgegriffen werden, da hiermit eine begrenzte verformungswirksame Schichtdicke berücksichtigt werden kann. Danach gilt

mit'f_{z(mt)} nach'Gl. (50), vgl. S. 75.

Dabei können kreisförmige Lastflächen näherungsweise in flächengleiche Quadratflächen umgerechnet werden.

Bei der Rückrechnung von Setzungsmessungen mit verschiedenen Belastungszuständen werden die Setzungsformeln für starre Fundamente verwendet und nach dem zunächst unbekannten Verformungsmodul V aufgelöst. Für die weitere rechnerische Auswertung sind Annahmen zur setzungswirksamen Schichtdicke und zur Poissonzahl zu treffen. Im allgemeinen werden hierbei eine setzungswirksame Schichtdicke von $z_{a}/B = 2 \dots 3$ und eine Poissonzahl von y = 0,33 angesetzt (MUHS /39/). Damit können die Verformungsmoduln bei bekannten Fundamentabmessungen aus der Last-Setzungslinie für die entsprechenden Setzungen und für die zugehörigen mittleren Sohlpressungen berechnet werden. Trägt man die so bestimmten Verformungsmoduln in Ablängigkeit von der mittleren Schlpressung qm auf, so ergibt sich der Elastizitätsmodul E(0) als Anfangswert für die Sohlpressung qm = 0. Dafür ist ein praktisches Beispiel in Abschnitt 4.5., Bild 26 (vgl. S. 106), angegeben. Die aus dieser Rückrechnung von Setzungsmessungen ermittelten Verformungsmoduln sind wegen der Art der Auswertung und der eingangs getroffenen

Annahmen grundsätzlich auf ein bestimmtes Verfahren der Setzungsberechnung abgestimmt.

Es wird eingeschätzt, daß von den hier genannten Verfahren die Rückrechnung aus Setzungsmessungen das für die Praxis brauchbarste Verfahren zur Ermittlung der maßgebenden Verformungsparameter darstellt. Auf diese Weise werden z. B. in der DDR vom VEB Baugrund Berlin Verformungsmoduln E_o ermittelt, die für eine Setzungsberechnung nach TGL 11464/01 /72/ gelten.

Uber die Größe des Elastizitätsmoduls E(0) bzw. des Bettungsmoduls $k_{\rm g}$ sind bisher aus der Literatur nur wenig Angaben bekannt. Nach der Auswertung der Degebo-Versuche (Tabelle 1, S. 55) erscheint es gerechtfertigt, bei der Ermittlung des Elastizitätsmoduls E(0) von den Bettungsmoduln auszugehen, die TERZAGHI /71/ für quadratische Lastplatten (B = 0,30 m) angegeben hat. Zur besseren Einschätzung der für praktische Aufgaben benötigten Zahlenwerte des Elastizitätsmoduls E(0) sind aber künftig noch weitere Arbeiten notwendig. Dazu sollten vor allem verschiedenartige Belastungsversuche und Setzungsmessungen in Verbindung mit vergleichenden Setzungsberechnungen ausgewertet werden.

Es kann erwartet werden, daß sich für den Elastizitätsmodul E(0) in vielen Fällen größere Zahlenwerte als für die bisher verwendeten Verformungsparameter E_o bzw. M_o ergeben. Für den Gebrauchszustand könnten sonst nach dem vorgeschlagenen Berechnungsverfahren - bedingt durch die Erfassung der nichtlinearen plastischen Setzungen - gegenüber den bisherigen Verfahren zu große Setzungen errechnet werden.

Erfolgt bei der Auswertung von Probebelastungen und Setzungsmessungen die Ermittlung der Verformungsparameter nach den üblichen Verfahren, dann ist zu beachten, daß diese Verformungsparameter nach den Ergebnissen der Gln. (6) und (8) (vgl. S. 43) bzw. (11) (vgl. S. 47) nur für Lastflächen gelten, die die gleichen Parameter Fundamentgröße, Seitenverhältnis B/L und Verhältniswert q_m/q_f bzw. die gleichen Baugrund-, Bauwerks- und Belastungsverhältnisse aufweisen.

3.3.3. Ermittlung des Tiefenfaktors 2

Der Tiefenfaktor λ ist nach den Annahmen, die in den Abschnitten 3.1.2. und 3.1.3. formuliert wurden, ebenfalls eine Materialkonstante. Er kann durch eine Untersuchung des Verformungsverhaltens von Bodenproben unterschiedlicher Entnahmetiefe, mit Hilfe von zwei Lastplattenversuchen unterschiedlicher Flächengröße oder bei speziellen Setzungsmessungen mit Setzungstiefenpegeln durch einen Vergleich der gemessenen und der berechneten Setzungsverteilung (Setzungsanteile s_z in Prozent der Gesamtsetzung s nach Bild 6a, 5. 24) ermittelt werden.

Für Setzungsberechnungen ist der Tiefenfaktor für veränderliche Gründungstiefen und vor allem für große Fundamente bzw. Fundamentbreiten von Bedeutung.

Die Lastplattenversuche zur Bestimmung des Tiefenfaktors sind mit den Abmessungen B > 0,30 m bzw. 2 R > 0,30 m und kleiner Belastung auszuführen, um eine überlineare Zunahme der Setzungen für kleine Lastflächen auszuschließen. Zur Auswertung der Lastplattenversuche wird auf die Ausführungen von BURMISTER /12/, REPNIKOV /53/ und SCHULTZE /60/ verwiesen.

Der Vergleich der Setzungsverteilungen ist für die Auswertung von Setzungsmessungen an großen Lastflächen von praktischer Bedeutung. Bei diesem Vergleich werden die Tiefenfaktoren λ bzw. λ' (nach Gl. (12), S. 47) von AMANN /4/ aus der Bedingung ermittelt, daß die gemessene Setzungsverteilung mit der berechneten Verteilung übereinstimmt. Die berechnete Verteilung ergibt sich nach AMANN mit den Bezeichnungen entsprechend Bild 20 aus der Formel



Bild 20. Ermittlung der Setzungen für einen nach der Tiefe zunehmenden Elastizitätsmodul E(z) nach AMANN /4/.

Zur Größe des Tiefenfaktors sind bisher nur wenig Angaben veröffentlicht worden. Nach den Untersuchungen von AMANN /4/, BURMI-STER /12/, BUTLER /13/, DE BEER /17/, FEDA /23/ und GIBSON /26/ kann mit Tiefenfaktoren gerechnet werden, die abhängig von den Baugrundverhältnissen eine Erhöhung des Elastizitätsmoduls E(O) um 5 bis 35 Prozent je Meter Tiefe bewirken. Diese Angaben reichen allerdings für die Praxis noch nicht aus, um eine Setzungsberechnung mit Tiefenfaktoren durchführen zu können.

Nach Abschluß der vorliegenden Arbeit sind inzwischen umfangreiche Auswertungen vom VEB Baugrund Berlin /70/ vorgelegt worden. Damit werden Tiefenfaktoren für verschiedene Lockergesteinsarten zur Verfügung gestellt, die für eine Setzungsberechnung in der Praxis höchst geeignet sind. Diese Tiefenfaktoren führen zu einer Erhöhung des Verformungsmoduls E_0 (TGL 11464/01 /72/) um 10 bis 25 Prozent je Meter Tiefe.

Die Anwendung von Tiefenfaktoren ist zur Verbesserung der Ergebnisse von Setzungsberechnungen unbedingt zu empfehlen. Wird eine Setzungsberechnung jedoch ohne Ansatz von Tiefenfaktoren durchgeführt, sollte bei großen Fundamenten generell eine Zunahme des Verformungsmoduls mit wachsender Fundamentbreite berücksichtigt werden.

3.3.4. Eingeschränkte Gültigkeit des Superpositionsprinzips

Die Abhängigkeit des rechnerischen Verformungsmoduls von der Geometrie der Lastfläche nach den Gln. (6) und (8) (vgl. S. 43) hat zur Folge, daß für eine Setzungsberechnung nach den Gln. (10) bzw. (11) (vgl. S. 46 bzw. 47) bei Berücksichtigung der nichtlinearen plastischen Setzungen das Superpositionsprinzip nur noch eingeschränkt gültig ist. Gegenüber der üblichen Berechnung treten deshalb einige wesentliche Unterschiede auf, so daß es notwendig ist, die Verfahrensweise für eine Setzungs- und Verformungsberechnung nach den Gln. (10) bzw. (11) gesondert zu betrachten.

Darüber hinaus können bei Einführung des Tiefenfaktors λ die elastischen Setzungen für variable Fundamentbreiten (bei gleichem Seitenverhältnis B/L) nicht durch lineare Extrapolation ermittelt werden, da diese Setzungen nicht mehr linear mit wachsender Fundamentbreite zunehmen (Bild 18, S. 80). Die üblichen Setzungseinflußlinien mit der Einheitsbreite B = 1 m können deshalb nicht für eine Extrapolation verwendet werden, so daß für jedes Beispiel die Setzungseinflußlinie neu berechnet werden muß. Eine Extrapolation der Ergebnisse in der üblichen Weise ist nur möglich, wenn die gleichen wirksamen Tiefenfaktoren λ' nach Gl. (12) (vgl. S. 47) vorliegen.

Bei der Ermittlung der Gesamtsetzungen unter Berücksichtigung der nichtlinearen plastischen Setzungen muß nach den bisher ausgeführten Vergleichsberechnungen - von denen einige Ergebnisse in Abschnitt 4 behandelt werden - zwischen der Berechnung des mittleren Last-Setzungsverhaltens der gesamten Lastfläche und des Sohldruck-Setzungsverhaltens von Teilflächen (für die Sohldruckberechnung) unterschieden werden.

Die Ermittlung des <u>mittleren Last-Setzungsverhaltens der Gesamtfläche</u> ist nach den in Abschnitt 3.1.3. abgeleiteten Grundlagen recht einfach. Danach werden die lotrechten Verzerrungskomponenten und die Setzungen zunächst nach den üblichen Formeln für den elastisch-isotropen Halbraum mit einem Elastizitätsmodul E(O)

bzw. E(z) berechnet. Die endgültigen Werte ergeben sich dann nach der Division durch den Reduktionsfaktor f_q (Gl. (7), vgl. S. 43) wie folgt:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}_{z} &= \frac{\boldsymbol{\delta}(\mathrm{red})\boldsymbol{z}, q}{\mathrm{E}(0) \cdot (1 + \lambda' \cdot \boldsymbol{z}/\mathrm{B})} \cdot \frac{1}{\mathbf{f}_{q}} \quad \dots \quad (62) \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{\boldsymbol{q}_{\mathrm{m}} \cdot \mathrm{E} \cdot \boldsymbol{f}_{z, \lambda}}{\mathrm{E}(0)} \cdot \frac{1}{\mathbf{f}_{q}} \quad \dots \quad (63). \end{aligned}$$

Bei der Berechnung der <u>Sohldruckverteilung</u> wird die übliche Aufteilung der Lastfläche in Teilflächen beibehalten und zur Berücksichtigung der plastischen Setzungen das Baugrundersatzmodell von MÜLLER /44/ verwendet. Dieses Baugrundersatzmodell besteht nach MÜLLER aus einem Bezugsbaugrund zur Berechnung der elastischen Setzungen und einem Nachgiebigkeitsprofil, mit dem das in horizontaler Richtung ungleichförmige Nachgiebigkeitsverhalten des Baugrundes unter der Lastfläche beschrieben werden kann.

Wie Tabelle 5 zeigt, konnte bisher das Nachgiebigkeitsverhalten aus den plastischen Setzungen nur empirisch eingeschätzt oder nur unter der Voraussetzung einer näherungsweise bekannten Last-Setzungslinie berechnet werden; in den meisten Fällen wurde es - wie auch beim bekannten Verfahren von OHDE /48/ und KANY /32/ - nicht berücksichtigt.

Lit den neuen Setzungsformeln (10) bzw. (11) (vgl. S. 46 bzw. 47) stehen jetzt in Verbindung mit den Gln. (6) und (8) (vgl. S. 43) analytische Beziehungen zur Verfügung, mit denen das Nachgiebigkeitsverhalten infolge der plastischen Baugrundverformungen rechnerisch näherungsweise erfaßt werden kann. Für die Setzungsberechnung der einzelnen Teilflächen sind dabei unterschiedliche mittlere Grundbruchspannungen anzusetzen, die sich aus der bekannten dachförmigen Verteilung der Grundbruchspannungen unter der Gesamtfläche ergeben. In Abhängigkeit von Belastung, Geometrie der Lastfläche und Scherfestigkeit des Untergrundes führen

Verfahren	Ansatz des Nachgiebigkeitsprofils zur Be- rücksichtigung der plastischen Setzungen				
OHDE /48/, KANY /32/	Keine Berücksichtigung				
MULLER /44/, HERTWIG /30/	Empirische Modifikation nach Ergebnissen von Sohldruckmessungen				
DRESSEL /20/	Analytische Ermittlung unter Voraussetzung einer näherungsweise bekannten Last-Set- zungslinie mit Grenzlast nach Gl. (8), vgl. S. 43				
Ansatz nach Gl. (6), vgl. S. 43	Analytische Ermittlung auf der Basis einer berechneten Last-Setzungslinie nach den Gln. (10) bzw. (11) und (6) mit Grenzlast nach Gl. (8), vgl. S. 46 und 47 bzw. 43				

Tabelle 5. Weiterentwicklung der Verfahren zur Sohldruckberechnung durch Berücksichtigung plastischer Setzungen.

die plastischen Setzungen zu einer Erhöhung der Nachgiebigkeit des Baugrundes, die von den bisherigen Verfahren analytisch nicht ausreichend erfaßt werden konnte. Damit wird eine Weiterentwicklung der Berechnungsverfahren zur Schldruckverteilung ermöglicht.

Im folgenden werden die Formeln zur Ermittlung der Sohldruckverteilung unter starren Fundamenten bei Berücksichtigung der plastischen Setzungen vereinfacht für die ebene Aufgabe angegeben, um grundsätzlich die Auswirkungen der plastischen Setzungen aufzuzeigen. Für genaue Berechnungen, insbesondere in Verbindung mit der Auswertung von Sohldruckmessungen, sollte aber wegen der räumlichen Verteilung der Grundbruchspannungen bevorzugt die Lösung für die räumliche Aufgabe angewendet werden.

Für die Setzungen und Sohldrücke der Teilflächen gilt bei Ansatz von Nachgiebigkeitsfaktoren folgender Zusammenhang (MULLER /44/):

	s ₁	=	$\mathbb{N}_{1}^{r} (c_{11}q_{1} + \cdots + c_{1i}q_{i} + \cdots + c_{1n}q_{n})$	i ann eiltenning. Iomr i - Alfred
	^s i	II.	$\operatorname{Nf}_{i} \cdot (c_{i1}q_{1} + \cdots + c_{i1}q_{i} + \cdots + c_{in}q_{n})$	(64)
	s _n	=	$\operatorname{Nf}_{n} \cdot (c_{n1}q_{1} + \cdots + c_{ni}q_{i} + \cdots + c_{nn}q_{n})$	antalikii lee Mise poteile
•	si		$\operatorname{Nf}_{i} \cdot \sum_{k=1}^{n} (c_{ik} \cdot q_{k}) \text{ mit } i = 1 \dots n.$	detacted total

bzy

Wegen der Symmetrie des Bezugsbaugrundes gilt dabei

so daß nur die Setzungseinflußwerte c₁₁ ··· c_{1n} der ersten Zeile des Gleichungssystems (64) zu ermitteln sind. Zur Bestimmung der Werte c₁₁ ··· c_{1n} werden Setzungsberechnungen mit der üblichen Überlagerung von Teilflächen durchgeführt. Die Nachgiebigkeitsfaktoren stellen Relativwerte dar, die durch Setzungsberechnungen für die Teilflächen ermittelt werden.

Bei Berücksichtigung der plastischen Setzungen ergeben sich die Nachgiebigkeitsfaktoren zu

bzw. über die Gln. (10) bzw. (11) (vgl. S. 46 und 47) zu

$$Mf_{i} = \frac{s_{e,i}}{1 - q_{i}/q_{f,i}} \cdot \frac{1}{s_{e,i}} = \frac{1}{1 - q_{i}/q_{f,i}} \cdot \cdots \cdot \cdot (67).$$

Mit diesem Ansatz der Nachgiebigkeitsfaktoren wird der nichtlineare plastische Setzungsanteil durch eine Erhöhung der elastischen Nachgiebigkeit des Baugrundes simuliert. Die so erhaltenen Nachgiebigkeitsfaktoren werden in das Verfahren von OHDE/KANY eingefügt, um damit näherungsweise das unterschiedliche Steifigkeitsverhalten des Baugrundes zu erfassen. Bei diesem quasi-elastischen Ansatz kann allerdings die stabilisierende Wirkung einer plastischen Setzung im Abschnitt 1 auf die benachbarten Abschnitte i - 1 und i + 1 (WIENER /77/) nicht berücksichtigt werden. Damit sind zugleich die Grenzen für eine Anwendung von Nachgiebigkeitsfaktoren aufgezeigt, die künftig bei einer Weiterentwicklung der Verfahren zur Berechnung der Sohldruckverteilung beachtet werden sollten.

Die Nachgiebigkeitsfaktoren nach Gl. (67) werden nun in das Gleichungssystem (64) eingefügt. Nach Umrechnung ergibt sich damit folgender Zusammenhang für die Setzungen und Sohldrücke der Teilflächen:

$$s_{1} = (c_{11} + \frac{s_{1}}{q_{f,1}}) \cdot q_{1} + \cdots + c_{1i}q_{i} + \cdots + c_{1n}q_{n}$$

$$s_{i} = c_{i1}q_{1} + \cdots + (c_{ii} + \frac{s_{i}}{q_{f,i}}) \cdot q_{i} + \cdots + c_{in}q_{n}$$

$$s_{n} = c_{n1}q_{1} + \cdots + c_{ni}q_{i} + \cdots + (c_{nn} + \frac{s_{n}}{q_{f,n}}) \cdot q_{n}$$

$$(68).$$

Die Teilsetzungen s₁ ... s_n ergeben sich für das starre Fundament aus der Bedingung

Die Auflösung des Gleichungssystems (68) liefert die unbekannten Sohldrücke q₁ ... q_n. Im Unterschied zu den Verfahren ohne Berücksichtigung der plastischen Setzungen sind die Sohldrücke der Teilflächen nicht mehr linear von der mittleren Setzung bzw. der mittleren Sohlpressung der Gesamtfläche abhängig. Zur Untersuchung der Sohldruckverteilung verschiedener Laststufen ist daher bei einer Erfassung der plastischen Setzungen wegen der eingeschränkten Gültigkeit des Superpositionsprinzips das Gleichungssystem (68) für jede Laststufe erneut zu lösen.

Zusammenfassend wird eingeschätzt, daß mit den vorliegenden Untersuchungen näherungsweise der Einfluß der plastischen Setzungen auf die Sohldruckverteilung starrer Fundamente auch bei eingeschränkter Gültigkeit des Superpositionsprinzips rechnerisch verhältnismäßig einfach über den Ansatz der Nachgiebigkeitsfaktoren berücksichtigt werden kann.

Zur Berechnung der vertikalen Bodenverformungen neben der Lastfläche konnte eine für die Praxis brauchbare Lösung nicht aufgezeigt werden.

3.3.5. Zusammienfassung und Schlußfolgerungen

Zur Anwendung der neuen Setzungsformeln (10) und (11) (vgl. S. 46 und 47) war es notwendig, spezielle Hinweise zu geben, da gegenüber den bisherigen Verfahren der Setzungsberechnung einige grundsätzliche Unterschiede auftreten, die vor allem in der eingeschränkten Gültigkeit des Superpositionsprinzips zum Ausdruck kommen.

Im einzelnen wurde aufgezeigt, daß eine relativ einfache Erweiterung der üblichen Berechnungsverfahren genügt, um die lotrechten Verzerrungskomponenten sowie die Setzung und die Sohldruckverteilung starrer Fundamente unter Berücksichtigung der plastischen Setzungen zu berechnen. Dabei kann die setzungsbedingte Zunahme der mittleren Grundbruchspannung für praktische Aufgaben vernachlässigt werden.

Für die Anwendung des vorgeschlagenen Verfahrens zur Setzungsberechnung sind vor allem die Verformungsparameter von entscheidender Bedeutung. Es wird betont, daß entsprechend der theoretischen Ableitung der rechnerische Verformungsmodul für die Erstbelastung anzusetzen ist. Die maßgebenden Verformungsparameter können durch Versuche ermittelt werden, die eine unbehinderte Ausbildung von Gleitflächen gewährleisten. Zur Auswertung dieser Versuche werden spezielle Hinweise gegeben. Es wird eingeschätzt, daß gegenwärtig die Rückrechnung von Setzungsmessungen mit verschiedenen Lastzuständen das für die Praxis brauchbarste Verfahren zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls E(O) darstellt. Dabei muß beachtet werden. daß die so ermittelten Elastizitätsmoduln auf ein bestimmtes Verfahren der Setzungsberechnung abgestimmt sind. Es ist notwendig. künftig weitere Arbeiten zur Ermittlung der maßgebenden Verformungsparameter durchzuführen, da die aus der Literatur vorliegenden Angaben für praktische Berechnungen noch nicht ausreichen.

Für die Setzungsberechnung sollten unbedingt Tiefenfaktoren angewendet werden. Abschließend wurde dargelegt, wie bei der Ermittlung der Sohldruckverteilung die plastischen Setzungen näherungsweise berücksichtigt werden können.