

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

Article, Published Version

# Schmitt-Heiderich, Peter; Gebhardt, Michael Der Einfluss der Regelstrecke Stauhaltung auf die Abflussund Stauzielregelung (ASR)

BAWMitteilungen

Verfügbar unter/Available at: https://hdl.handle.net/20.500.11970/102549

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Schmitt-Heiderich, Peter; Gebhardt, Michael (2012): Der Einfluss der Regelstrecke Stauhaltung auf die Abfluss- und Stauzielregelung (ASR). In: BAWMitteilungen 96. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau. S. 81-98.

#### Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.



## Der Einfluss der Regelstrecke Stauhaltung auf die Abflussund Stauzielregelung (ASR)

# The Influence of the Controlled System on the Automated Discharge and Water Level Control

Dr.-Ing. Peter Schmitt-Heiderich, Dr.-Ing. Michael Gebhardt, Bundesanstalt für Wasserbau

Eine OW/Q-Regelung besteht aus einem Regelungsanteil (OW) und einer Störgrößenaufschaltung (Q). Die Störgrößenaufschaltung entspricht einem Steuerungsanteil, der die Größe des aktuellen Zuflusses in die Stauhaltung als einen zu erwartenden Abfluss am Regelungspegel angibt. Diese Abflussvorhersage liefert den zeitlich vorausschauenden Anteil der ASR, der ebenso wie der Regelungsanteil vor Inbetriebnahme parametrisiert sein muss.

Hier wird ein standardisiertes Verfahren zur Dimensionierung der Störgrößenaufschaltung vorgestellt. Eine genaue Abschätzung dieses Anteiles stabilisiert die Wasserstandsregelung, dazu muss jedoch das Verhalten der Regelstrecke bekannt sein. Der eindimensionale instationäre Gerinneabfluss wird mit den Saint-Venantschen Gleichungen beschrieben. Mögliche Vereinfachungen dieser Gleichungen werden diskutiert und es wird gezeigt, dass für staugeregelte Fließstrecken eine hinreichend genaue Formulierung mit dem Diffussionswellenansatz möglich ist. Für eine einfache Formulierung der Störgrößenaufschaltung ist auch dieser Ansatz zu kompliziert, üblicherweise werden hier in Reihe geschaltete LZI-Glieder genutzt, die eine Abflussvorhersage für einen Abflussquerschnitt, hier den Regelungspegel, liefern. Für die Parametrisierung des Steuerungsanteiles wird ein stochastisches Verfahren vorgestellt, das eine standardisierte Dimensionierung in Reihe geschalteter PT1-Glieder und eines Totzeitgliedes ermöglicht. Dieses Verfahren kombiniert unsichere Anpassungen der Zeitparameter T<sub>e</sub> des PT1-Gliedes mit variablen Tagesabflüssen und ermittelt aus diesen den Erwartungswert von  $T_{r}$ .

An OW/Q controller consists of a control term and a feedforward control (Q). The feedforward control corresponds to a feedforward control term which shows the volume of the current inflow into the impoundment

vrt dienant equations. Possible simplifications of these equa-s Ver-tions will be discussed, and we will demonstrate that formensi-impounded flowing reaches a sufficiently precise for-Saint-mulation is possible using the diffusion wave method.iglicheThis method is also too complicated for a simple for-

mulation of the feedforward control; in this case serially connected LTI (linear time-invariant) elements are normally used, which allow a discharge prediction for a discharge cross-section, in this case, the concession level. A stochastic method for the parameterisation of the feedforward control term will be explained, which permits a standard dimensioning of serially-connected PT1 elements and a dead time term. This method combines uncertain adjustments of the time parameters  $T_F$ of the PT1 element with variable daily discharges and uses these to calculate the expected value  $T_c$ .

as a discharge that is to be expected at the conces-

sion level. This discharge prediction provides the antici-

pated volume of the (automated) discharge and water level control, which, like the control term, must be pa-

This article presents a standardised method for the di-

mensioning of the feedforward control. A precise esti-

mation of this term stabilises the water level control, but in order to make this estimation, the behaviour of the

controlled system must be known. The one-dimensional,

non-steady discharge is described using the Saint Ve-

rameterised before it is put into operation.

### 1 OW/Q-Regelung und Regelstrecke OW/Q controller and controlled system

Die OW/Q-Regelung ist Stand der Technik für die Abfluss- und Stauzielregelung an Bundeswasserstraßen und gewährleistet durch die Vorgabe von Sollabflüssen an den Stellgliedern, dass der Ist-Wasserstand in der Regelstrecke auf einem geforderten Sollwasserstand gehalten wird. Der Aufbau und die Algorithmen einer OW/Q-Regelung, die eine Regelung mit einer Steuerung kombiniert, sind definiert, doch erfordert deren Parametrisierung die Beachtung der lokalen Situation, die durch die untersuchte Stauhaltung und deren Stellorgane beschrieben wird. Auf die Stellorgane im Regelkreis wird im Beitrag von Schmitt-Heiderich et al. (2012) in diesen BAWMitteilungen eingegangen, der Fokus in diesem Beitrag ist auf die Regelstrecke gerichtet.

In Bild 1 ist der Signalfluss einer OW/Q-Regelung schematisch dargestellt, der in dem Beitrag von Schmitt-Heiderich (2012) in diesen BAWMitteilungen ausführlich erläutert ist. Im Signalfluss entspricht die Regelstrecke der blau hinterlegten Stauhaltung, welche rot umrandet in Bild 1 hervorgehoben ist.

Bei der modellgestützten Parametrisierung der Regler steht die Stauhaltung nicht für den realen staugeregelten Fluss, sondern für ein hydronumerisches Modell. Die BAW nutzt hierzu das BAW-eigene 1D-HN-Verfahren CasControl bzw. CasCade+ (Bleninger et al., 2006), das den instationären Abfluss und Wasserstand im Gewässer numerisch berechnet. CasControl und CasCade+ stimmen im Rechenkern überein, unterscheiden sich aber darin, dass CasControl über die Einbindung in MATLAB & Simulink in jedem Zeitschritt neue Randbedingungen vorgegeben bekommt. Der Zufluss in die Stauhaltung wird dabei entweder als synthetisches oder historisches Ereignis vorgegeben, während der Abfluss durch den unter Simulink realisierten Regler mit jedem Zeitschritt neu ermittelt wird. Die HN-Simulation eines Berechnungszeitschrittes liefert den Istwasserstand am Regelungspegel. Aus der Differenz von Ist- und Sollwasserstand ermittelt der Regler einen Abflussanteil, der zusammen mit der Störgröße den Abflusssollwert vorgibt. Die Umsetzung in einen Kraftwerks- und Wehrabfluss erfolgt über ein vereinfachtes Modell in Simulink, das die wesentlichen Kenngrößen wie Wehrfahrplan, Wehr- und Turbinenkennlinien, Verstellgeschwindigkeiten etc. berücksichtigen muss. Der über die Bauwerksmodellierung ermittelte Istabfluss wird dann im nächsten Zeitschritt als untere Randbedingung im HN-Modell angesetzt.

Die OW/Q-Regelung wird aus einem PI-Regelalgorithmus für den Wasserstand (OW) und einer Störgrößenaufschaltung (Q) gebildet. Der Q-Anteil in der Regelung entspricht einem Steueranteil (d. h. ohne Rückkopplung) und liefert dem OW/Q-Regler eine Komponente, die unter Berücksichtigung des Streckenverhaltens eine vorausschauende Regelung ermöglicht. Der Steueranteil (Q-Anteil) ist im Signalfluss in Bild 1 als Störgrößenaufschaltung abgebildet und blau hinterlegt. Bei guter Abschätzung des Steueranteils wird der Abfluss vergleichmäßigt und die Anzahl der Stellbefehle reduziert, da der sich schnell ändernde Regelungsanteil aus dem PI-Algorithmus im Verhältnis zum Steueranteil klein ist. Der PI-Algorithmus wirkt letztendlich auch als Fehlerkorrektur für die unvermeidlichen Ungenauigkeiten bei der Zuflussermittlung.

Für die Abbildung des Streckenverhaltens in der Störgrößenaufschaltung muss für den operationellen Betrieb eine robuste und wenig rechenintensive Lösung angestrebt werden. Dies ist nur durch ein vereinfachtes Modell der Regelstrecke zu erreichen. In Abschnitt 2





Figure 1: Signal flow diagram for the feedforward and closed loop control of an impounded river with focus on the controlled system (see also Schmitt-Heiderich, 2012, in this newsletter)

wird daher das Streckenverhalten einer Stauhaltung analysiert und mögliche Vereinfachungen diskutiert, bevor in Abschnitt 3 ein vereinfachtes Modell und ein Verfahren zur standardisierten Parametrisierung vorgestellt wird.

## **2 Untersuchungen zur Regelstrecke** Investigations of the controlled system

#### 2.1 Saint-Venant Gleichungen Saint-Venant equations

Der eindimensionale instationäre Gerinneabfluss wird mathematisch mit den Saint-Venantschen Gleichungen beschrieben, die ein nichtlineares, hyperbolisches System partieller Differenzialgleichungen bilden, die den Massen- und Impulserhalt beschreiben. Dieses Gleichungssystem wird mit der Kenntnis von Rand- und Anfangswerten gelöst. Werden Q und h als abhängige Variablen gewählt und ein seitlicher Zufluss vernachlässigt, ergeben sich die Kontinuitäts- und die Bewegungsgleichung (Impulserhaltung) entsprechend den Gleichungen (1). Der Reibungsterm I<sub>R</sub> wird hier über die Fließformel nach Gauckler-Manning-Strickler entsprechend Gleichung (2) beschrieben, wobei auch andere funktionale Zusammenhänge verwendet werden können (z. B. Zanke, 2002).

Das Gleichungssystem kann nicht geschlossen, sondern nur numerisch gelöst werden, wie z.B. mit Hilfe von Charakteristiken, finiten Differenzen oder finiten Elementen. Die Verfahren sind seit über 30 Jahren bekannt und werden u.a. in Cunge et al. (1980), Abott (1979) oder Mahmood and Yevjevich (1975) beschrieben.

Impulsg	leichung		
$\frac{\overline{\partial Q}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{Druckterm}{g \cdot A \cdot \frac{\partial h}{\partial x}} +$	$+ \overbrace{g \cdot A \cdot I_R}^{\text{Reibungsterm}} -$	Schwerkraftterm $g \cdot A \cdot I_s$	= 0

Kontinuitätsgleichung  
Durchflussänderung Speicheränderung (1)  

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0;$$

$$mit: \frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = b \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$I_R = \frac{Q \cdot |Q|}{(A \cdot k_{st} \cdot R^{2/3})^2} = \frac{Q \cdot |Q|}{Conv^2}$$
(2)

Darin bedeuten:

Х	[m]	Fließrichtung
t	[s]	Zeit
Q	[m <sup>3</sup> /s]	Durchfluss
А	[m <sup>2</sup> ]	durchströmte Fläche A(h) mit Breite b(h);
h	[m]	Wassertiefe
V	[m/s]	mittlere Strömungsgeschwindigkeit in
		x-Richtung
I <sub>s</sub>	[-]	Sohlgefälle
I <sub>R</sub>	[-]	Reibungsgefälle
k <sub>st</sub>	[m <sup>1/3</sup> /s]	Stricklerbeiwert
U	[m]	benetzter Umfang
R	[m]	hydraulischer Radius (R = A/U)
Conv	[m³/s]	spezifischer Abflussfaktor

Für ein prismatisches Gerinne kann das Gleichungssystem (1) nach (3) überführt werden. Gegenüber den Gleichungen (1) wird in (3) die Bewegungsgleichung in ihrer nicht konservativen Form (abhängige Variable: Geschwindigkeit v) beschrieben und in der Kontinuitätsgleichung wird die Änderung des spezifischen Abflusses q der Wasserstandsänderung gleichgesetzt. Diese Darstellung ist in der Literatur häufig zu finden. Sie erlaubt es, die einzelnen Terme bzw. Glieder der Impulsgleichung dimensionslos und anschaulich zu interpretieren.



dynamischer Wellenansatz (St. Venant)

Werden in der Bewegungsgleichung nur das Reibungsund Sohlgefälle berücksichtigt und vorausgesetzt, dass sich der Abfluss in Fließrichtung nicht ändert (damit bleiben auch Wassertiefe und Fließgeschwindigkeit unverändert), so stellt sich gleichförmiger Abfluss ein, der auch als Normalabfluss bezeichnet wird und einen stationären Abflusszustand beschreibt. Normalabfluss liegt aber in staugeregelten Flüssen nur oberstrom der Stauwurzel vor, sodass diese Vereinfachung nicht zulässig ist. Wird in der Kontinuitätsgleichung zusätzlich der instationäre Term der Speicheränderung berücksichtigt, ergibt sich der kinematische Wellenansatz. Auf Grund der Forderung  $I_R = I_s$  ist die kinematische Welle nur auf frei fließende Gewässer anwendbar, vorausgesetzt die Wasserstandsänderungen sind vernachlässigbar klein.

Mit dem Diffusionswellenansatz werden die Wasserstandsänderungen in der Bewegungsgleichung berücksichtigt, sodass der Ansatz auch für die Beschreibung rückgestauter Fließstrecken nutzbar ist, wie im nachfolgenden Beispiel gezeigt wird. Die möglichen Vereinfachungen in den Saint-Venantschen Gleichungen werden ausführlich u. a. in Plate et al. (1977), Dyck und Peschke (1983) oder Chow et al. (1988) beschrieben, wobei die aus den Vereinfachungen resultierenden Lösungsansätze vorrangig zur Beschreibung des Hochwasserwellenablaufes genutzt wurden, die in der Literatur auch unter dem Begriff "Flood Routing" zusammengefasst werden. Für eine vertiefte mathematische Diskussion der Ansätze wird z. B. auf Cunge et al. (1980) verwiesen.

#### **2.2 Diskussion der Terme der Impulsgleichung** Discussion of the terms of the momentum equation

Die Terme der Impulsgleichung (3) werden an einem Rechteckgerinne untersucht, das in der Länge und der Geometrie der Saarstauhaltung Mettlach ähnelt. Das prismatische Gerinne der Fließstrecke ist 23 km lang, 60 m breit und die Sohlhöhendifferenz zwischen den Rändern der Stauhaltung beträgt 4 m. Hieraus ergibt sich ein Sohlgefälle von 0,17‰.

Für den Pegel Fremersdorf, der in der Saarstauhaltung Mettlach Wasserstand und Abfluss erfasst, liegen langjährige Abflussreihen der Jahre 1996 bis 2006 in Zeitschritten von 15 Minuten vor, die für die weitere Auswertung zu Stundenmittelwerten aufbereitet wurden. Zusätzlich wurde ein Abflussgrenzwert von  $Q_{grenz} = 50 \text{ m}^3/\text{s}$  definiert, da Abflüsse unterhalb dieses Grenzwertes stark durch Schwall- und Sunkwellen aus Schleusungen überlagert werden. Aus der Differenz aufeinanderfolgender Stundenmittelwerte oberhalb des Schwellenwertes  $Q_{qrenz}$  wurde der Absolutwert einer stündlichen Abflussänderung gebildet. Die statistische Auswertung dieser Absolutwerte, die als Geschwindigkeit der Abflussänderung interpretiert werden können, zeigt, dass ca. 95% der Abflussänderungen kleiner  $\Delta Q = 15 \text{ m}^3/\text{s}$  pro Stunde sind (Bild 2 A). Mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% sind die Abflussänderungen kleiner als 30 m<sup>3</sup>/s.

Eine Sensitivitätsanalyse zeigt, dass für eine Erhöhung des Schwellenwertes bis auf  $Q_{grenz} = 400 \text{ m}^3/\text{s}$  bei gleicher Wahrscheinlichkeit größere Abflussänderungen





Figure 2: Change of discharge  $\Delta Q$  per hour depending on  $Q_{grenz}$ : density and distribution function for  $Q_{grenz} = 50 \text{ m}^3/\text{s}$  (A) and distribution functions for different  $Q_{grenz}$  (B)

zu erwarten sind. Das bedeutet, bei Hochwasser sind tendenziell größere Abflussänderungen zu erwarten als bei Mittelwasser. Allerdings ist der Einfluss des Schwellenwertes bei großen Abflussänderungen von  $\Delta Q =$ 30 m<sup>3</sup>/s nur noch gering (Bild 2 B).

Für die Untersuchungsstrecke wurde die Zuflussganglinie als Rampe (Bild 3 A) vorgegeben, die in 1000 min von 50 m<sup>3</sup>/s auf 300 m<sup>3</sup>/s ansteigt. Dieser Anstieg entspricht einer Zuflussänderung von 15 m<sup>3</sup>/s pro Stunde und für die Saarstauhaltung Mettlach einer schnellen und selten in dieser Höhe auftretenden Änderung. Sowohl vor als auch nach der Rampe ist der Zufluss konstant, sodass sich zu Beginn und am Ende der Simulation stationäre Verhältnisse einstellen. Als untere Randbedingung wurde ein konstanter Wasserspiegel von 14 m angenommen. Die Simulationsdauer beträgt 2000 min.

In Bild 3 B ist ein Längsschnitt mit Kanalsohle und vier Wasserspiegellagen zu unterschiedlichen Zeitpunkten dargestellt. Die Wasserspiegellagen bei T = 100 bzw. 1900 min sind stationär, während die Wasserspiegellagen für T = 800 bzw. 1200 min instationäre Momentaufnahmen darstellen. Im Längsschnitt ist zu erkennen, dass die Stauwurzel für Q = 50 m<sup>3</sup>/s etwa bei Fluss-km 15 liegt und mit steigendem Abfluss nach unterstrom wandert. Bei Q = 300 m<sup>3</sup>/s (T = 1900 min) herrscht zwischen Fluss-km 22 und 15 Normalabfluss und die Wasserspiegellage ist nahezu parallel zur Sohllage (I<sub>s</sub> = I<sub>p</sub>).



Bild 3: Zuflussrandbedingung (A) und Wasserstände zu vier unterschiedlichen Zeitpunkten in dem Rechteckgerinne (B) Figure 3: Inflow boundary condition (A) and water levels at four different times in the prismatic channel (B)

In Bild 4 sind für Fluss-km 15 die einzelnen Terme der Impulsgleichung dargestellt. In Bild 4A sind lokale und konvektive Beschleunigung aufgetragen, die in derselben Größenordnung liegen, aber entgegengesetzte Vorzeichen aufweisen. Beim Vergleich der Beschleunigungsterme mit dem Reibungs-, dem Sohlgefälle und dem Druckterm (Bild 4B und Bild 4C) fällt auf, dass die Beschleunigungsterme um etwa zwei Größenordnungen kleiner sind. Der relativ geringe Einfluss der Beschleunigungsterme ist nicht neu und wurde bereits von Henderson (1966), Miller and Cunge (1975) oder Cunge et al. (1980) anhand freifließender Gewässer aufgezeigt.

In einem anderen Beispiel wurden die Terme der Impulsgleichung von Verworn (1980) für einen Kanal analysiert, der mit zwei verschiedenen Zuflussganglinien beaufschlagt wurde. Er zeigte, dass bei einer vereinfachten Kanalnetzberechnung die beste Anpassung an die Lösung der Saint-Venantschen Gleichungen erzielt werden kann, wenn beide Beschleunigungsterme vernachlässigt werden (Diffusionswellenansatz). Wird nur die lokale oder die konvektive Beschleunigung vernachlässigt, so verschlechtert sich die Anpassung, da die Beschleunigungsterme fast über die gesamte Dauer der Abflusswelle betragsmäßig vergleichbar groß sind, jedoch mit entgegengesetztem Vorzeichen. Auch für die Kanalnetzberechnungen gilt, dass das Reibungs-, das Sohlgefälle und der Druckterm deutlich größer sind als die Beschleunigungsterme, allerdings beträgt der Unterschied nur eine Größenordnung, da im schnell reagierenden Kanalnetz die Abflussänderungen bei Starkniederschlägen deutlich größer ausfallen als in Flusseinzugsgebieten.

Bild 4D zeigt den zeitlichen Verlauf aller Glieder der Impulsgleichung. Im Vergleich wird deutlich, dass die



Bild 4:Zeitlicher Verlauf der Terme der Bewegungsgleichung bei Fluss-km 15: lokale und konvektive Beschleunigung (A),<br/>Reibungs- und Sohlgefälle (B), Druckglied (C) und alle fünf Terme (D)

Figure 4: Time course of the terms in the momentum equation at river km 15: local and convective acceleration term (A), friction and gravity gradient (B), pressure force term (C) and all five terms (D)

Beschleunigungsglieder vernachlässigbar klein sind, auch wenn, wie im vorliegenden Fall, ein ungewöhnlich schneller Anstieg des Zuflusses vorliegt. Die Darstellung in Bild 4D wird nachfolgend genutzt, um an vier Profilen des Untersuchungsgerinnes das Verhältnis der einzelnen Glieder in der Impulsgleichung zu beschreiben. Zur besseren Orientierung sind die Untersuchungsprofile im Längsschnitt in Bild 5 gekennzeichnet.

In Bild 5 fällt Folgendes auf:

 Die Beschleunigungsglieder sind vernachlässigbar, unabhängig davon, ob der Querschnitt im Rückstaubereich oder im freifließenden Abschnitt liegt. Dies kann für die lokale Beschleunigung zusätzlich mit einer einfachen Überlegung erklärt werden: Nach den Berechnungsergebnissen steigt bei Fluss-km 21 die Geschwindigkeit infolge der Zuflussänderung von 50 auf 300 m<sup>3</sup>/s von 0,5 auf 1,5 m/s an. Die Zeit, die hierbei für die Geschwindigkeitsänderung benötigt wird, beträgt 1000 min. Damit ergibt sich nach Gleichung 3 für den Term der lokalen Beschleunigung 1,7 \* 10<sup>-6</sup> [-]. Damit die lokale Beschleunigung die Größenordnung des Sohl-, Reibungsgefälles oder des Drucktermes erreicht, müsste der Zuflussanstieg von 250 m<sup>3</sup>/s in 10 min erfolgen! Ein derartig schneller Zuflussanstieg ist unrealistisch.

 Schnelle Abflussänderungen in Stauhaltungen entstehen im Wesentlichen durch Schleusungsvorgänge. Untersuchungen zu Schwall und Sunk zeigen hier, dass die Beschleunigungsglieder bei Niedrigwasserabfluss nicht vernachlässigt werden dürfen. Bei einer OW/Q-Regelung wird die Schleusungs-



Bild 5:Zeitlicher Verlauf der Terme der Impulsgleichung an vier Querprofilen in einem RechteckgerinneFigure 5:Time course of the terms in the momentum equation at four cross-sections in the prismatic channel

wassermenge jedoch nicht im Q-Anteil berücksichtigt, da eine Kompensierung der durch die Schleusung verursachten Wasserstandsänderungen über die Wehrsteuerung nicht möglich und für die Kraftwerkssteuerung nicht erwünscht ist. Aus diesem Grund wird der Einfluss von Schleusungen über die Filterung der Wasserstände berücksichtigt (Schmitt-Heiderich, 2009; Gebhardt et al., 2012, in diesem Heft).

- Durch Umformung der Impulsgleichung in Gleichung

   (3) kann das Sohl- und Reibungsgefälle auf die rechte Seite gebracht werden, sodass das Druckglied der Differenz aus Sohl- und Reibungsgefälle entspricht, da die Beschleunigungsterme vernachlässigbar klein sind. Dieser umgekehrte Verlauf der Gefälledifferenz zu dem Druckterm ist in Bild 5 deutlich zu erkennen.
- Für das Testgerinne dominieren im rückgestauten Bereich Sohlgefälle und Druckglied, während das Reibungsgefälle eine untergeordnete Bedeutung hat. Dies wird deutlich für den Abschnitt zwischen Fluss-km 1 und Fluss-km 15 und T < 500 min.</li>
- Bei stationären Abflussbedingungen ist in Gewässerabschnitten mit annähernd Normalabflussverhältnissen zu erkennen, dass das Druckglied vernachlässigbar klein ist und das Reibungsgefälle sich dem Sohlgefälle annähert. Dies ist beispielsweise bei Fluss-km 21 und T > 1500 min zu erkennen.

Besondere regelungstechnische Lösungsansätze, wie z.B. die modell-prädiktive Regelung (MPR) oder eine übergeordnete Steuerung für mehrere Stauhaltungen, erfordern eine detailliertere Betrachtung der Regelstrecke (Arnold et al., 2012, in diesem Heft). Die Analyse der Impulsgleichung zeigt hierbei, dass die Beschleunigungsterme in den Saint-Venantschen Gleichungen vernachlässigt werden dürfen und die Fließvorgänge in Stauhaltungen mit dem Diffusionswellenansatz hinreichend genau beschrieben werden. Aus diesem Ansatz entsteht eine parabolische partielle DGL 2. Ordnung mit abflussabhängigen Variablen, deren Lösung im Allgemeinen numerisch erfolgen muss, wie es beispielweise in Miller and Cunge (1975) gezeigt wird.

Für eine standardisierte und einfach zu parametrisierende Störgrößenaufschaltung ist auch der Diffusionswellenansatz zu komplex, da numerische Verfahren instabil werden können und nicht zwangsläufig auf einer speicherprogrammierbaren Steuerung (SPS) lauffähig sind. Da die Abfluss- und Stauzielregelung aber eine häufige Fragestellung mit ähnlichen Randbedingungen ist, muss der Wasserhaushaltsregler so einfach wie möglich aufgebaut sein und möglichst standardisiert parametrisiert werden können. Die Algorithmen für den Steuerungs- und Regelungsanteil (PI-Regler) sowie für den Filter sollen möglichst übertragbar sein und nicht für jede Stauhaltung neu konzipiert werden müssen. Für die mathematische Formulierung der Störgrößenaufschaltung sind daher weitere Vereinfachungen erforderlich.

#### 2.3 Mathematische Formulierung der Störgrößenaufschaltung Mathematical formulation of the feedforward control

Der Steueranteil der OW/Q-Regelung (vgl. Q-Anteil in Bild 1) bezieht sich ebenso wie der Regelungsanteil auf die lokale Situation am Regelungspegel, d.h. der Wasserstand am Regelungspegel liefert zusammen mit der lokalen Abflussvorhersage für den Regelungspegel den Abflusssollwert. Üblicherweise nutzt man daher lineare und zeitinvariante Glieder (LZI) für die Berechnung des Steueranteils, da diese LZI-Glieder schnelle und robuste Lösungen liefern und hinreichend genau sind. Außerdem liegen LZI-Glieder auf allen gängigen Zielplattformen als geprüfte Einzelbausteine (Module) vor oder sind einfach und zuverlässig auf diese zu portieren.

LZI-Glieder sind massenkonservativ, d.h. die Kontinuitätsgleichung ist immer erfüllt. Auf der rechten Seite der Gleichungen (4) ist die Kontinuitätsgleichung für einen Gewässerabschnitt mit dem Speicherinhalt S formuliert, dessen Inhaltsänderung der Differenz von Zu- und Abfluss (Q<sub>71</sub> - Q<sub>Ab</sub>) entspricht. Die Physik, die mit der Impulserhaltung in den Gleichungen (1) oder (3) formuliert ist, wird durch eine "Black Box" ersetzt, indem das Systemverhalten mit einer Übertragungsfunktion beschrieben wird. Hierzu wird die Annahme getroffen, dass der Speicherinhalt proportional zum Abfluss aus dem Speicher ist, wobei die Proportionalität k eine Konstante ist. Diese lineare Beziehung wird differenziert, in die Kontinuitätsgleichung eingesetzt und liefert im Ergebnis eine lineare gewöhnliche Differenzialgleichung, d.h. Ableitungen treten hier nur nach der Zeit auf. Die Konstante k hat die Dimension einer Zeit.

Gleichung (4) ist dem Wasserbauingenieur oder Hydrologen besser unter dem Begriff der linearen Speicherkaskade bekannt. Lineare Speicherkaskaden sind systemhydrologische Ansätze und werden u.a. für die Beschreibung des Hochwasserwellenablaufes, dem "Flood Routing", genutzt (Dyck und Peschke, 1983). Dem Regelungsingenieur hingegen ist Gleichung (4) besser unter der Bezeichnung eines PT1-Gliedes bekannt, das ein proportionales Übertragungsverhalten mit einer Verzögerung 1. Ordnung aufweist und einem Tiefpassfilter der 1. Ordnung entspricht. Die mathematische Herleitung eines PT1-Gliedes ist in jedem Grundlagenbuch der Regelungstechnik zu finden, wie z.B. in Unbehauen (2005). Eine Anwendungsmöglichkeit wird in diesen BAWMitteilungen gezeigt: Gebhardt et al. (2012) beschreiben den Entwurf eines PT1-Gliedes für die Dämpfung hochfrequenter wind- und schiffsinduzierter Wasserstandsschwankungen.

$$\underbrace{\begin{array}{l} \text{Inhalt} \approx \text{Abfluss} \\ S = k \cdot Q_{Ab} \\ \dot{S} = k \cdot \dot{Q}_{Ab} \\ \Rightarrow \underbrace{k \cdot \dot{Q}_{Ab}}_{\text{Inneare Speicherkaskade}} & \underbrace{\begin{array}{l} \overleftarrow{\partial S} \\ \partial Jt \\ \dot{\partial S} = Q_{Zu} - Q_{Ab} \\ \dot{S} + Q_{Ab} = Q_{Zu} \\ \dot{S} + Q_{Ab} = Q_{Zu} \\ \end{array}}_{\text{(4)}}$$

PT1 - Glied: 
$$T_F \cdot \dot{y} + y = b \cdot u \begin{cases} \text{Systemeingang: } u \\ \text{Verstärkung: } b \\ \text{Systemausgang: } y \end{cases}$$

Die Störgrößenaufschaltung setzt sich üblicherweise aus zwei PT1-Gliedern und einem Totzeitglied zusammen, die in Reihe geschaltet sind. Im nachfolgenden Abschnitt wird eine Bemessungsmethode vorgestellt, bei der die Zeitkonstante  $T_F$  der PT1-Glieder (entspricht dem Parameter k der linearen Speicherkaskade) sowie die Totzeit  $T_t$  bestmöglich bestimmt werden. Grundsätzlich eignet sich das Verfahren aber auch bei anderen Kombinationen von LZI-Gliedern.

#### **3 Anpassung der Störgrößenaufschaltung an die Regelungsstrecke** Adjustment of the feedforward control to the controlled system

Die Herleitung von Gleichung (4) in Abschnitt 2.3 verdeutlicht, dass die Zeitkonstante als Filterzeit oder als Speicherkonstante interpretiert werden kann. Diese unterschiedlichen Sichtweisen führen zu zwei Bemessungskonzepten für die Zeitkonstante  $T_{\rm F}$  des PT1-Gliedes.

Für die **Parametrisierung der Filterzeit** wird üblicherweise die Retentionszeit  $T_{R}$  zu Grunde gelegt und diese aufgeteilt in eine Totzeit  $T_{t}$  und zwei in Reihe geschaltete PT1-Glieder (Tiefpass) mit Filterzeit  $T_{F}$ , die einen geglätteten Ausgang bei einem mit Schwankungen überlagerten Eingangssignal bewirken (Theobald, 1999). Die Filterzeit  $T_{F}$  in Gleichung (5) ist dabei konstant und die Totzeit  $T_{t}$  ebenso wie die Retentionszeit  $T_{R}$  abhängig vom Abfluss (Arnold et al., 2012, in diesem Heft).

$$T_R(Q) = T_t(Q) + 2 \cdot T_F \tag{5}$$

Bei dieser Vorgehensweise erweisen sich folgende Punkte als problematisch:

- Die Filterzeit T<sub>F</sub> wird oft empirisch oder anhand von Erfahrungswerten gewählt und über heuristische Methoden an die örtlichen Verhältnisse angepasst. Dieses Vorgehen ist zeitaufwändig und personenabhängig.
- Die Retentionszeit T<sub>R</sub> entspricht dem Quotienten von Volumen- zu Zuflussänderung, wobei stationäre Wasserspiegellagen zu Grunde gelegt werden. Die Retentionszeit ist damit die Zeit, die bei einer Zuflussänderung vergehen muss, damit das Wasservolumen in der Stauhaltung vorhanden ist, mit dem die neue stationäre Wasserspiegellage ausgebildet werden könnte. Hierbei entspricht T<sub>R</sub> jedoch nicht der Zeitspanne, nach der sich der Wasserspiegel stationär ausgebildet hat. T<sub>R</sub> beschreibt keine Laufzeiten oder dynamischen Effekte, sondern entstammt stationären Überlegungen. Somit strebt eine Steuerung, die auf T<sub>R</sub> basiert, eine Volumenbilanzierung V an (OW/V-Regelung).
- Bei kurzen Stauhaltungen und niedrigen Abflüssen ergeben sich sehr kleine Retentionszeiten. Bei konstanter Filterzeit kann dann die rechnerische Totzeit

negativ werden, wie aus Gleichung (5) zu erkennen ist.

Bei zahlreichen staugeregelten Wasserstraßen existieren abflussabhängige Stauziele. Beispielsweise wird an der Saarstauhaltung Mettlach das Stauziel bei Abflüssen zwischen 400 und 750 m<sup>3</sup>/s von 167,5 auf 165,5 m+NN abgesenkt. Bei dieser Stauzielabsenkung errechnen sich negative Retentionszeiten!

Der Fokus ist auf eine **Parametrisierung des Wellenablaufs** ("routing") gerichtet, wenn das Ziel einer Steuerung die Abflussvorhersage für den Regelungspegel ist. Hier liegt die Annahme zu Grunde, dass bei exakter Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Regelstrecke die Regelung entfallen könnte. Daraus ergeben sich neue Wege der Bemessung, wenn dabei Folgendes beachtet wird:

- Die Dämpfung einer Zuflussänderung ist systemimmanent, d. h. schnelle Zuflussänderungen dämpfen sich durch den Fließvorgang und sind damit abhängig von der Regelstrecke. Aus der Systemhydrologie ist bekannt, dass die Kombination von PT1-Gliedern bzw. linearen Speicherkaskaden und Totzeitgliedern geeignet ist, ein vereinfachtes Modell für die Regelstrecke aufzubauen. Die Parameter der LZI-Glieder sind nicht aus physikalischen Beziehungen ableitbar, sondern müssen an gemessenen Ereignissen oder an physikalisch basierten Berechnungsergebnissen angepasst werden.
- Die Anpassung ist immer nur gültig für den untersuchten Anfangs- und Endpunkt der Regelstrecke, da das Abflussverhalten der Strecke integrativ in den LZI-Gliedern erfasst ist. Die Anpassung ist für unterschiedliche Anfangs- und/oder Endpunkte zu wiederholen.

#### **3.1 Einzelanpassung der Störgrößenaufschaltung** Individual adjustment of the feedforward control

Ideal ist eine Störgrößenaufschaltung, wenn sie eine Abflussvorhersage für den Regelungspegel liefert, die die exakte Einhaltung des Sollwasserstandes gewährleistet. Dies wird im Folgenden anhand einer HN-Simulation am Beispiel der Saarstauhaltung Mettlach gezeigt. Der Regelungspegel liegt üblicherweise unmittelbar oberhalb der Stauanlage, damit kann als untere Randbedingung der Sollwasserstand vorgegeben werden. Als obere Randbedingung wird hingegen eine synthetische Zuflussganglinie vorgegeben, bei der sich der Zufluss sprunghaft erhöht. Durch die HN-Simulation wird der Abflussverlauf am Regelungspegel berechnet und dazu genutzt, die Störgrößenaufschaltung zu parametrisieren. Die berechneten Sprungantworten des HN-Modells am Regelungspegel sind in Bild 6 für Basisabflüsse von 100 und 400 m<sup>3</sup>/s dargestellt (blaue Linie). Die Störgrößenaufschaltung (rote Linie) muss nun die Abflussganglinie des HN-Modells möglichst genau wiedergeben.

Die Zuflussdaten werden in der Leittechnik tiefpassgefiltert bereitgestellt, um hochfrequentes Rauschen in der Zuflusserfassung zu vermeiden. Dies muss bei der Anpassung der Störgrößenaufschaltung berücksichtigt werden, der zeitliche Verlauf des Ausgangs aus dem Messwertfilter ist in Bild 6 dargestellt. Das Filtersignal wird nun um die Totzeit T, verschoben und mit zwei PT1-Gliedern tiefpassgefiltert, deren Zeitkonstanten T<sub>r</sub> identisch sind. An den beiden Anpassungen in Bild 6 wird deutlich, dass die Reihenschaltung von einem Totzeitglied und zwei PT1-Gliedern die Reaktion des 1D-HN-Modelles gut wiedergibt, allerdings werden beide Paramter  $T_{+}$  und  $T_{-}$  unterschiedlich ermittelt, d.h. die Filter- und Totzeiten sind abflussabhängig (T<sub>-</sub>(Q) und T.(Q)). Die Formulierung der Störgrößenaufschaltung mit einer abflussabhängigen Totzeit T<sub>.</sub>(Q) ist leicht umzusetzen, dagegen ist die Beschreibung mit einer abflussabhängigen Filterzeit T<sub>E</sub>(Q) nicht zielführend.

Wenn der Parameter  $T_F$  des PT1-Gliedes zeitabhängig beschrieben wird, entsteht ein zeitvariantes System, d. h. ein um eine bestimmte Zeit verschobenes Eingangssignal produziert ein neues Ausgangssignal. Die Herleitung der Gleichungen für einen zeitvarianten linearen Einzelspeicher ist von Becker und Glos (1969) aufgezeigt. Die resultierende Gleichung kann nicht analytisch gelöst werden, da der Parameter zeitabhängig ist ( $T_F = f(t)$ ). Im vorliegenden Fall würde die Beschreibung noch komplizierter, da der Parameter zeit- und abflussabhängig ist ( $T_F = f(Q(t))$ ). Ein zeitvarianter linearer Einzelspeicher erzeugt, vereinfacht formuliert, ein Bilanzproblem, dem mathematisch aufwändig begegnet werden muss, da nach Gleichung (4) der Speicherinhalt proportional zu k bzw.  $T_F$  ist. Ein zeitvariantes PT1-Glied





Figure 6: Optimal adjustment of the feedforward control to the calculated course for discharge of 100 m<sup>3</sup>/s (A) and 400 m<sup>3</sup>/s (B)

steht damit der Forderung einer einfachen Beschreibung des Steuerungsanteils entgegen. Bevor  $T_F$  in der Störgrößenaufschaltung als zeitvariantes Glied formuliert wird, sollte die Steuerung über den physikalisch basierten Diffussionswellenansatz modelliert werden (vgl. Abschnitt 2). Dafür müsste der Nachweis erbracht werden, dass die genauere Abflussvorhersage auch in der Umsetzung zu einer besser wirkenden ASR führt. Der Stand der Technik ist die Modellierung der Störgrößenaufschaltung mit linearen zeitinvarinten (LZI) Systemen.

#### 3.2 Gesamtanpassung der Störgrößenaufschaltung Overall adjustment of the feedforward control

Die Abflussabhängigkeit der Störgrößenaufschaltung bei Vermeidung von Bilanzierungsproblemen wird mit einer abflussabhängigen Totzeit  $T_t(Q)$  und konstantem  $T_F$  modelliert. Dazu muss zuerst die Zeitkonstante  $T_F$ festgelegt werden. Nachfolgend wird hierzu das Verfahren erläutert, das aus einem unsicheren bzw. variablen Parameter  $T_F$  dessen Erwartungswert bestimmt und damit die beste Schätzung für  $T_F$  liefert. Die Totzeit  $T_t(Q)$ wird dann mit einer einfachen Auswertung erhalten. Das Verfahren zur Parametrisierung der Störgrößenaufschaltung erfolgt in sechs Arbeitsschritten, die nachfolgend erläutert werden:

1. Systematische Bestimmung der Totzeit bei verschiedenen Abflüssen und Zeitkonstanten

- 2. Beschreibung der Güte der Anpassung der Störgrößenaufschaltung
- 3. Ableitung der abflussabhängigen Wahrscheinlichkeit von  $\mathrm{T_{\scriptscriptstyle F}}$
- 4. Ableitung der Verteilungsfunktion  $F_{Q}(Q)$  aus den Tagesabflüssen
- 5. Bestimmung der Randverteilung und des Erwartungswertes von  $\mathrm{T}_{\mathrm{F}}$
- 6. Bestimmung der abflussabhängigen Totzeit  $T_{t}(Q)$
- 3.2.1 Systematische Bestimmung der Totzeit bei verschiedenen Abflüssen und Zeitkonstanten Systematic determination of the dead time at varying discharge rates and time constants

In Bild 7 sind die Totzeiten in Abhängigkeit von Abfluss und Filterzeit als Isolinien dargestellt. Als optimale Totzeit wurde dabei die Zeit gewählt, bei der sich nach der Methode der kleinsten Quadrate die beste Übereinstimmung zwischen 1D-HN-Modell und Störgrößenaufschaltung ergab. Den Isolinien in Bild 7 liegen 30 Abflüsse mit jeweils 100 Filterzeiten zugrunde. Die Filterzeiten wurden in Schrittweiten von einer Minute zwischen 1 und 100 min variiert.

Folgendes fällt dabei auf:

 Negative Totzeiten sind physikalisch nicht möglich, da die Reaktion am Regelungspegel nicht vor dem



Bild 7: Totzeit T, in Abhängigkeit vom Abfluss Q und der Filterzeit T<sub>F</sub> Figure 7: Dead time T, as a function of discharge Q and filter time T<sub>F</sub>

Zufluss in die Stauhaltung erfolgen kann. Aus dieser Restriktion ergibt sich die erste Bedingung:  $T_t \ge 0$ .

2. Die Laufzeit entspricht der Zeit, ab der sich eine Zuflussänderung am Regelungspegel nachweisen lässt. Diese ist nur gering abhängig vom Gesamtabfluss, was durch Bild 6 für Abflüsse von 100 und 400 m<sup>3</sup>/s bestätigt wird. Die Laufzeit beträgt ca. 50 min. Bei kleinen Filterzeiten T<sub>F</sub> errechnet der Störgrößenalgorithmus einen schnellen Anstieg des Abflusses (Bild 6A). Dem steht entgegen, dass bei Hochwasserabfluss durch die Retention im Gewässer der Abflussanstieg langsam erfolgt. Die Optimierung findet dann die beste Anpassung T, bei Werten, die deutlich größer als die Laufzeit sind. Um diese verspätete Reaktion der Störgrößenaufschaltung zu begrenzen, ist als zweite Bedingung die Totzeit im vorliegenden Falle auf maximal 70 min begrenzt. Größere Werte sind nicht zugelassen ( $T_t \leq$  ca. 1,5\*Laufzeit). Regelungstechnisch gesehen sind die seltenen Hochwassersituationen weniger kritisch einzustufen als die Niedrig- und Mittelwasserregelung.

In der Isoliniendarstellung von Bild 7 ist eine weiße Linie eingetragen, die an den Enden und in der Mitte mit einem Kreis markiert ist. Für diese drei Punkte ist die Anpassung der Störgröße rechts neben der Isoliniendarstellung aufgetragen ist. Für den betrachteten Abfluss von 400 m<sup>3</sup>/s variieren die Totzeiten zwischen 17 und 45 min abhängig von den gewählten T<sub>F</sub> Werten (hier 40/30 und 20 min). Die beste Anpassung wird nach Bild 6B für T<sub>F</sub> = 34 min erhalten, wobei die Darstellung in Bild 7 verdeutlicht, dass ein Bereich von Filterzeiten T<sub>F</sub> existiert, in dem die Anpassung hinreichend genau gelingt. Bild 7 gibt jedoch keine Auskunft darüber, welche Kombinationen von Filter- und Totzeit eine gute Anpassung beschreiben.

#### 3.2.2 Beschreibung der Güte der Anpassung der Störgrößenaufschaltung Description of the quality of the goodness of fit of the feedforward control

Ersetzt man bei der Isoliniendarstellung in Bild 7 die Totzeit durch das zugehörige Gütemaß G, die Wurzel aus den aufsummierten quadrierten Abweichungen, dann erhält man die Darstellung in Bild 8: Blau kennzeichnet dabei ein kleines Gütemaß und eine gute Anpassung, rot hingegen ein hohes Gütemaß und eine schlechte Anpassung. Die jeweils besten Anpassungen sind weiß markiert und durch ein Polynom 6. Grades hervorgehoben. Lediglich bei einem Abfluss von 900 m<sup>3</sup>/s weicht die beste Anpassung deutlich vom Polynomverlauf ab. Dieser Abfluss wird zwischen einem HQ<sub>5</sub> und HQ<sub>10</sub> eingeordnet und die Vorländer werden überflutet. Durch die Retentionswirkung der Überflutungsflächen wird der Abfluss verzögert, woraus sich eine große Zeitkonstante T<sub>e</sub> ergibt. Außerdem fällt auf, dass T<sub>e</sub> für Abflüsse größer als 900 m³/s nahezu konstant ist. Bei hohen Abflüssen wird der Bereich mit kleinem Gütemaß immer breiter. Damit weist die Optimierung zwar eine rechnerisch beste Anpassung mit kleinstem Gütemaß G<sub>min</sub>(Q) aus, die sich allerdings nur wenig von Anpassungen für  $T_{_{\rm F}}$  unterscheidet, die ±20 min von der besten Schätzung von  $T_{F}$  abweichen. So könnte  $T_{F}$  bei einem Abfluss von 1000 m³/s zwischen 60 und 100 min gewählt werden, da bei diesen Filterzeiten immer sehr gute Anpassungen erzielt werden. Wenn größere Abweichungen zugelassen werden, können gute Anpassungen in einem weiter vergrößerten Bereich erhalten werden, was in Bild 8 für einen Abfluss von 400 m<sup>3</sup>/s dargestellt ist. Die Bereiche und deren Größen ändern sich in Abhängigkeit vom Abfluss.

Das in Bild 8 dargestellte Polynom wird hier nur zur Darstellung genutzt, da daran deutlich wird, dass die optimale Filterzeit eine Funktion des Abflusses ist. Die zugehörige Streuungsbreite (Variabilität) ist allerdings groß, wie der zunehmende Bereich mit kleinem Gütemaß G zeigt: Für jeden Abfluss gibt es also kein eindeutiges Optimum für T<sub>F</sub>, sondern einen Wertebereich, der ein vergleichbar gutes Gütemaß ergibt. Aus diesem Grund erfolgt die Festlegung des T<sub>F</sub> Wertes mit einem stochastischen Bemessungskonzept:





gure 8: Quality of the adjustment of the filter time 1<sub>F</sub>; quality criterion G: square root of summed squared deviations in [m³/s]

- Die abflussabhängigen Darstellungen in Bild 7 und 8 stellen alle untersuchten Abflusssituationen gleichwertig dar, ohne dabei ihre Auftretenswahrscheinlichkeit zu berücksichtigen. Ziel ist es, die Filterzeiten T<sub>F</sub> über eine Verteilungsfunktion der Abflüsse zu wichten, wobei diese aus der Dauerlinie bestimmt werden kann (vgl. Abschnitt 3.2.4).
- Die Filterzeit ist eine Funktion des Abflusses und nicht eindeutig bestimmbar. Daher wird die Filterzeit als bedingte Wahrscheinlichkeit beschrieben (vgl. Abschnitt 3.2.3).
- Aus der Integration der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte aus der Verteilung der Abflüsse (Randverteilung) und der bedingten Wahrscheinlichkeit der Filterzeiten kann die Randverteilung der Filterzeit abgeleitet werden. Der Erwartungswert der Randverteilung definiert dann die bestmögliche Schätzung für die Filterzeit (vgl. Abschnitt 3.2.5).

#### 3.2.3 Ableitung der abflussabhängigen Wahrscheinlichkeit von $T_F$ Derivation of the probability of $T_F$ dependent on discharge

Zur Beschreibung der Variabiliät von T<sub>F</sub> wird die dreiparametrige Weibullverteilung genutzt (Gleichungen (6a) und (6b)), die linksseitig durch den Fußpunkt x<sub>o</sub> begrenzt ist (Plate, 1993). Diese Verteilung hat die Vorteile, dass sie unterschiedliche Funktionsverläufe abbilden kann (vgl. Bild 9) und dass die Umkehrung der Funktion einfach zu formulieren ist und somit weibullverteilte Zufallszahlen einfach generiert werden können (Gleichung (6c)). Die Form der Verteilungsfunktion wird durch die Parameter s und  $\lambda$  definiert, während der Parameter x<sub>o</sub> die Verteilung verschiebt. Für x<sub>o</sub> = 0 entsteht die zweiparametrige Weibullverteilung und für s = 1 eine Exponentialverteilung. Im vorliegenden Fall entspricht x der Filterzeit T<sub>e</sub>.

$$f_x(x) = s \cdot \lambda \cdot (x - x_0)^{s-1} \cdot e^{-\lambda \cdot (x - x_0)^s}$$
(6a)

$$F_x(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot (x - x_0)^s}$$
 (6b)

$$x = x_0 + \left(-\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(1 - F_x(x))\right)^{1/s}$$
(6c)

Die Parameter der Weibullverteilung können aus folgenden Vorgaben abgeleitet werden:

- Die beste Schätzung  $x_{opt}$  (= $T_{F,opt}$ ) für die Filterzeiten hat die größte Auftretenswahrscheinlichkeit. Damit gilt: df<sub>x</sub>( $x_{opt}$ )/dx = 0 (Vorgabe 1). Die besten Schätzungen  $T_{F,opt}$  sind bekannt, sie entsprechen den weißen Punkten in Bild 8 und haben, abhängig vom Abfluss, das kleinste Gütemaß  $G_{min}$ (Q).
- Es ist eine Abweichung  $x_{tol}$  für die Filterzeit über das Gütemaß nach oben und unten zu definieren, innerhalb der die Anpassung der Grundgesamtheit zugerechnet werden soll. Beispielsweise ist in Bild 8 für den Abfluss von 400 m<sup>3</sup>/s eine gute Abweichung definiert, die im Gütemaß etwa 25 m<sup>3</sup>/s von der besten Schätzung abweicht ( $\Delta G = 25$ ) und damit das Intervall [ $G_{min}(Q) - \Delta G$ ,  $G_{min}(Q) + \Delta G$ ] aufspannt. Den Abweichungen an den Intervallgrenzen werden die Filterzeiten  $F_{T,tol,u} = x_{tol,u}$  und  $F_{T,tol,o} = x_{tol,o}$  sowie die Wahrscheinlichkeiten  $F(x_{tol,u}) = 0,1$  und  $F(x_{tol,o}) = 0,9$ zugeordnet (Vorgaben 2 und 3). Damit wird erwartet,



Bild 9: Angepasste Weibullverteilungen an die Intervallgrenzen  $[G_{min}(Q)-20, G_{min}(Q)+20] [m^3/s]$  und für vier Abflüsse: Q = 30, 150, 500 und 800 m<sup>3</sup>/s

Figure 9: Weibull distribution adapted to the interval boundaries  $[G_{min}(Q)-20, G_{min}(Q)+20][m^3/s]$  and for four discharges: Q = 30, 150, 500 and 800 m<sup>3/s</sup> dass der richtige Mittelwert von  $T_F$  mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% im Bereich  $[x_{tol,u}, x_{tol,o}]$  liegt. Für das vorliegende Beispiel wurde  $x_{tol}$  aus der Bedingung abgeleitet, dass die zulässige Abweichung  $\Delta G$  von der besten Schätzung  $G_{min}(Q)$  zu 5, 10 und 20 m<sup>3</sup>/s angenommen wird.

Aus den drei Vorgaben können die Parameter der Weibullverteilung bestimmt werden. Zu beachten ist dabei, dass Vorgabe 1 nicht immer erfüllt werden kann. Es entsteht dann eine Exponentialverteilung mit s = 1.

In Bild 9 sind die Anpassungen der Weibullverteilungen für vier verschiedene Abflüsse dargestellt. Im Bereich der kleinen Abflüsse (30 m<sup>3</sup>/s) entsteht aus der Anpassung eine Exponentialverteilung, die mit zunehmendem Abfluss zuerst in eine zweiparametrige und danach in eine dreiparametrige Weibullverteilung übergeht. Mit den Gleichungen (6a) bis (6c) kann die abflussabhängige bzw. bedingte Wahrscheinlichkeit  $F_{x/Q}(x/Q) = F_{TF/Q}(T_F/Q)$  bzw. Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_{x/Q}(x/Q) = f_{TF/Q}(T_F/Q)$  beschrieben werden.

#### 3.2.4 Ableitung der Verteilungsfunktion $F_Q(Q)$ aus den Tagesabflüssen Derivation of the distribution function $F_Q(Q)$ from the daily discharge rates

Da die Auftretenswahrscheinlichkeiten der Abflüsse durch die Dauerlinie definiert sind, kann die empirische Verteilungsfunktion  $F_{\alpha}(Q)$  einfach durch die Normierung der Unterschreitungsdauern auf das Intervall [0 – 1] ermittelt werden. Im vorliegenden Beispiel lagen für den Saarpegel Fremersdorf mehrjährige Aufzeichnungen der Tagesabflüsse vor, an die eine dreiparametrige Log-Normalverteilung angepasst werden konnte. Zum Vergleich erfolgte eine zweite Anpassung für den Moselpegel Cochem. Grundsätzlich können die Auftretenswahrscheinlichkeiten der Tagesabflüsse auch mit empirischen Verteilungsfunktionen beschrieben werden, da die Lösung über eine Monte Carlo Simulation erhalten wird. Die Anpassung von analytischen Verteilungsfunktionen ist dann hilfreich, wenn die direkte Integration der Gleichung (7) möglich ist.

#### 3.2.5 Bestimmung der Randverteilung und des Erwartungswertes von $T_F$ Determination of the boundary distribution and of the expected value of $T_F$

Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte der Verteilung der Tagesabflüsse und der bedingten bzw. abflussabhängigen Wahrscheinlichkeit von  $T_F$  definiert die Randverteilung von  $T_F$ , die über die Auswertung des Doppelintegrales nach Gleichung (7) bestimmt wird. Mit der Kenntnis der Randverteilung kann dann der Erwartungswert nach Gleichung (8) berechnet werden. Die Gleichungen (7) und (8) sind nur in Sonderfällen analytisch lösbar, in der Regel werden sie über numerische Integration oder eine Monte Carlo Simulation gelöst.

$$F_{TF}(T_F^*) = \int_0^\infty \left[ \int_0^{T_F^*} f_Q(Q) \cdot f_{TF/Q}(T_F/Q) \cdot dT_F \right] \cdot dQ$$
  
$$= \int_0^\infty f_Q(Q) \cdot F_{TF/Q}(T_F^*/Q) \cdot dQ$$
(7)

$$E\{T_F\} = \int_{0}^{\infty} T_F \cdot f_{TF}(T_F) \cdot dT_F$$
(8)

Zur Lösung der vorliegenden Problemstellung ist die Monte Carlo Simulation das geeignete Werkzeug, da die bedingten Wahrscheinlichkeiten über die Datengenerierung einfach erhalten werden. Das Vorgehen zur Lösung der Gleichungen (7) und (8) wird anhand von Bild 10 deutlich.

- Die Dichte der Tagesabflüsse für die Pegel Fremersdorf und Cochem sind in Bild 10A jeweils mit ihrer dreiparametrigen Log-Normalverteilung dargestellt. Es ist augenscheinlich, dass am Pegel Cochem auf Grund des größeren Einzugsgebietes mit größeren Auftretenswahrscheinlichkeiten höhere Abflüsse zu erwarten sind als am Pegel Fremersdorf.
- In Bild 10B sind entlang der aus Bild 8 bekannten besten Anpassung für die Zeitkonstante T<sub>F</sub> drei Weibullverteilungen dargestellt, die die abflussabhängige Unsicherheit bzw. Variabilität der Anpassung beschreiben. Die drei Verteilungen sind für Abweichungen im Gütemaß von  $\Delta G = 20 \text{ [m}^3\text{/s]}$  abgeleitet (vgl. Bild 9).
- Mit den Diagrammen A und B wird die zu lösende Problemstellung anschaulich dargestellt. Aus der

gegebenen Randverteilung der Abflüsse Q und den bekannten abflussabhängigen Verteilungen der Zeitkonstanten T<sub>F</sub> eines PT1-Gliedes muss die Randverteilung von T<sub>F</sub> ermittelt werden.

In einem ersten Schritt werden jeweils 10.000 Werte für die Tagesabflüsse an den Pegeln Fremersdorf und Cochem generiert. Diese Abflusswerte werden über den Verlauf der besten Anpassung des PT1-Gliedes in die Randverteilung für  $T_{F}$  überführt. Hierzu werden die Stützstellen der Anpassung genutzt und zwischen den Stützstellen linear interpoliert. Die Randverteilung für  $T_{_{\rm F}}$  ist als Histogramm in Bild 10 C und als Verteilungsfunktion in Bild 10 D dargestellt. Der Vergleich der Histogramme bzw. der Verteilungsfunktionen für Fremersdorf und Cochem verdeutlicht, dass die Auftretenswahrscheinlichkeit der Abflüsse bei identischem Streckenverhalten maßgeblich die Verteilung der Zeitkonstanten beeinflusst. Dies bedeutet in der Praxis, dass bei ähnlichen Laufzeitverhalten von Stauhaltungen, aber

unterschiedlicher Hydrologie die Zeitkonstanten nicht übertragbar sind.

In einem weiteren Schritt werden die bedingten Wahrscheinlichkeiten für die Zeitkonstante T<sub>-</sub> dadurch berücksichtigt, dass für jeden Wert der 10.000 Tagesabflüsse eine bedingte Weibullverteilung  $F_{TE/O}(T_{E}/Q)$  mit 100 Realisierungen generiert wird. Damit stehen für jedes  $\Delta G = 5$ , 10 und 20 [m<sup>3</sup>/s] 1.000.000 Werte zur Verfügung, die statistisch ausgewertet werden können. Für  $\Delta G = 20 \text{ [m^3/s]}$  ist die resultierende Verteilungsfunktion in Bild 10 D dargestellt. Die Unterschiede zu den Verteilungen, die über die 10.000 Tagesabflüsse abgeleitet wurden, fallen im vorliegenden Falle gering aus. Die abflussabhängige Variabilität der Zeitkonstante T<sub>r</sub> übt dann einen stärkeren Einfluss auf die Randverteilung von T<sub>e</sub> aus, wenn der abflussabhängige Anstieg der besten Schätzung klein ausfällt. Damit wird der dominierende Einfluss der Verteilung der Tagesabflüsse abgemindert.



Bild 10: Ermittlung des Erwartungswertes für die Zeitkonstante  $T_F$ ; A: Verteilung der Tagesabflüsse; B: Beste Anpassungen und  $f_{TF/Q}(T_F/Q)$ ; C: Histogramme für  $T_F$  aus den Tagesabflüssen; D: Verteilungen von  $T_F$  unter Beachtung von  $f_{TF/Q}(T_F/Q)$ ; E: Verteilungen von  $T_F$  für den Saarpegel Fremersdorf

Figure 10: Determination the expectation value for the time constant  $T_F$ : A: distribution of the daily discharge; B: best adaptation and  $f_{TF/Q}(T_F/Q)$ ; C: histograms for  $T_F$  from the daily discharge; D: distribution of  $T_F$  with respect to  $f_{TF/Q}(T_F/Q)$ ; E: distribution of  $T_F$  for the gauging station Fremersdorf on the River Saar

• In Bild 10 E sind die Erwartungswerte und die Verteilungsfunktionen für den Pegel Fremersdorf für die untersuchten Varianten eingetragen. Demnach erhöht sich der Erwartungswert für  $T_F$  mit zunehmendem  $\Delta G$  von 5 auf 7 min. Für den Pegel Cochem ändert sich der Wert von 29 auf 32 min.

3.2.6 Bestimmung der abflussabhängigen Totzeit T<sub>t</sub>(Q) Determination of the dead time dependent on discharge T<sub>t</sub>(Q)

Nach Abschnitt 3.2.5 ist die beste Schätzung des Erwartungswertes von T<sub>F</sub> bekannt, und mit E{T<sub>F</sub>} kann nun die abflussabhängige Totzeit T<sub>t</sub> rückgerechnet werden. Der abflussabhängige Verlauf von T<sub>t</sub> entspricht den Schnittpunkten der Isoliniendarstellung für T<sub>t</sub> in Bild 7 mit einer Horizontalen in der Höhe der Filterzeit E{T<sub>F</sub>}.

## 4 Schlussfolgerung Conclusion

In dem Beitrag wird ein standardisiertes Verfahren beschrieben, mit dem die Störgrößenaufschaltung, welche aus einem Totzeit- und zwei PT1-Gliedern besteht, parametrisiert werden kann. Die Anpassung der Störgrößenaufschaltung ist damit nicht mehr abhängig von Erfahrungswerten, sondern optimal an die Charakteristik des staugeregelten Flusses und die Hydrologie seines Einzugsgebietes angepasst und muss im Betrieb nicht nachjustiert werden.

Wenn der gewählte Ansatz der Störgrößenaufschaltung das Abflussverhalten am Regelungspegel nicht ausreichend genau wiedergibt, so kann das Abflussverhalten mit dem Diffusionswellenansatz beschrieben werden. Es wird gezeigt, dass eine vollständige Lösung der Saint-Venantschen Gleichungen hierzu nicht erforderlich ist. Der Diffusionswellenansatz erfordert allerdings eine numerische Lösung einer partiellen Differenzialgleichung 2. Ordnung, was die Hardware-Anforderungen an die Zielplattform, z. B. eine Speicherprogrammierbare Steuerung (SPS), erhöht. Perspektivisch gewinnen dabei Werkzeuge an Bedeutung, die eine automatische Codegenerierung erlauben (Wohlfart und Gebhardt, 2012, in diesem Heft).

#### 5 Literatur References

Abbott, M. B. (1979): Computational Hydraulics. International Institute for Hydraulic and Environmental Engineering, Delft and Danish Hydraulic Institute, Horsholm, The Pitman Press, Bath, Great Britain.

Arnold, E., Schmitt-Heiderich, P., Sawodny, O. (2012): Parametrisierung von Reglern zur automatisierten Abflussund Stauzielregelung (ASR) – Stand von Wissenschaft und Technik. In: BAWMitteilungen Nr. 96, 2012, S. 23-64.

Becker, A., Glos, E. (1969): Grundlagen der Systemhydrologie. Mitteilungen des Institutes für Wasserwirtschaft Berlin, Heft 32, VEB Verlag für Bauwesen – Berlin.

Bleninger, T., Fenton, J. D., Jirka, G. H. (2006): Verfahrensbeschreibung des 1-D hydronumerischen Modellsystems CasCade+. Institut für Hydromechanik, Universität Karlsruhe.

Chow, V. Te, Maidment, D. R., Mays, L. W. (1988): Applied Hydrology. McGraw-Hill Book Co., Singapore.

Cunge, J. A., Holly, F. M., Verwey, A. (1980): Practical Aspects of Computational River Hydraulics. The Pitman Press, Bath, Great Britain.

Dyck, S., Peschke, G. (1983): Grundlagen der Hydrologie. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, Lizenzausgabe für den Verlag Wilhelm Ernst & Sohn.

Gebhardt, M., Schmitt-Heiderich, P., Zhang, B. (2012): Einfluss von Messgrößen auf die Regelgüte und Möglichkeiten zur Filterung relevanter Informationen. In: BAWMitteilungen Nr. 96, 2012, S. 99-110.

Henderson, F. M. (1966): Open Channel Flow. Macmillan Publishing Co., Inc., New York.

Mahmood, K., Yevjevich, V. (1975): Unsteady Flow in Open Channels. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, USA.

Miller, W. A., Cunge, J. A. (1975): Simplified Equations of Unsteady Flow. In: Mahmood, K., Yevjevich, V. (1975): Unsteady Flow in Open Channels. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, USA, S. 183-249. Plate, E. J., Schultz, G. A., Seus, G. J., Wittenberg, H. (1977): Ablauf von Hochwasserwellen in Gerinnen. Herausgeber: Kuratorium für Wasser und Kulturbauwesen, Verlag Paul Parey.

Plate, E. J. (1993): Statistik und angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für Bauingenieure. Verlag Ernst und Sohn.

Schmitt-Heiderich, P. (2009): Modellgestützte Festlegung von Regelungsparametern. BAWBrief Nr. 1, Juni 2009, www.baw.de.

Schmitt-Heiderich, P. (2012): Motivation zum FuE-Vorhaben "Optimierungsverfahren für die Parametrisierung von Reglern der automatisierten Abfluss- und Stauzielregelung (ASR)". In: BAWMitteilungen Nr. 96, 2012, S. 7-14.

Schmitt-Heiderich, P., Gebhardt, M., Wohlfart, S. (2012): Der Einfluss der Stellorgane auf die Abfluss- und Stauzielregelung (ASR). In: BAWMitteilungen Nr. 96, 2012, S. 65-80.

Theobald, S. (1999): Numerische Simulation von Staustufenketten mit automatisiertem Betrieb. Mitteilungen des Institutes für Wasserwirtschaft und Kulturtechnik der Universität Karlsruhe (TH), Heft 201.

Unbehauen, H: (2005): Regelungstechnik I. 13 Auflage, Vieweg Verlag.

Verworn, W. (1980): Hydrodynamische Kanalnetzberechnungen und die Auswirkungen der Vereinfachungen der Berechnungsgleichungen. Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität Hannover, Heft 47.

Wohlfart, S., Gebhardt, M. (2012): Automatisierung der Abfluss- und Stauzielregelung durch Model-Based Design und automatische Codegenerierung. In: BAWMitteilungen Nr. 96, 2012, S. 111-122.

Zanke, U. (2002): Hydromechanik der Gerinne und Küstengewässer, Parey Buchverlag, Berlin.