

HENRY

Hydraulic Engineering Repository

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

Article, Published Version

Schweiger, Helmut F.; Tschuchnigg, Franz

Ermittlung von Sicherheitsfaktoren mit der FE-Methode durch Reduktion der Scherfestigkeitsparameter – Neue Erkenntnisse

BAWMitteilungen

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/102517>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Schweiger, Helmut F.; Tschuchnigg, Franz (2015): Ermittlung von Sicherheitsfaktoren mit der FE-Methode durch Reduktion der Scherfestigkeitsparameter – Neue Erkenntnisse. In: BAWMitteilungen 98. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau. S. 7-15.

Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.



Ermittlung von Sicherheitsfaktoren mit der FE-Methode durch Reduktion der Scherfestigkeitsparameter – Neue Erkenntnisse

Calculation of Safety Factors by means of Finite Element Strength Reduction Techniques – Recent Developments

Prof. Dr.-Ing. Helmut F. Schweiger, Dr. techn. F. Tschuchnigg, Institut für Bodenmechanik und Grundbau, Technische Universität Graz

Zur Beurteilung der Standfestigkeit von Böschungen, Hängen und Dämmen werden in der Praxis vorwiegend Lamellenverfahren eingesetzt. Bedingt durch die zunehmende Anwendung numerischer Methoden zur Beurteilung der Gebrauchstauglichkeit geotechnischer Strukturen kommen jedoch vermehrt Verfahren basierend auf Finite-Elemente-Methoden zur Beurteilung des Sicherheitsniveaus zur Anwendung. Obwohl im Allgemeinen ähnliche Ergebnisse wie mit Lamellenverfahren erzielt werden, können sich in bestimmten Fällen deutliche Unterschiede ergeben. Einige dieser Sonderfälle werden in diesem Beitrag behandelt.

Limit equilibrium methods are still widely used in practice to assess the stability of slopes and embankments. However, numerical methods are increasingly being used to analyse the working load conditions of geotechnical structures and thus there is a tendency to apply finite element techniques to calculate safety factors as well. In general, similar results are achieved with both methods but significant differences may be observed in certain cases. Some of those cases are addressed in this paper.

1 Einleitung *Introduction*

In der geotechnischen Praxis werden zur Beurteilung der Standsicherheit von Böschungen, Hängen und Dämmen vorwiegend Grenzgleichgewichtsmethoden, wie etwa Lamellenverfahren (z. B. Janbu (1954), Bishop (1955), Morgenstern und Price (1965)), angewendet und es liegen daher jahrzehntelange Erfahrungen vor.

Mit dem vermehrten Einsatz von numerischen Methoden zur Berechnung von Verformungen und Spannun-

gen im Gebrauchszustand kommen jedoch numerische Verfahren, wie Finite-Elemente- oder Finite-Differenzen-Methoden, auch zunehmend zur Beurteilung der Tragfähigkeit bzw. Standsicherheit zur Anwendung, mit dem Vorteil gegenüber Grenzgleichgewichtsmethoden, dass die Versagensform nicht a priori festgelegt werden muss, sondern sich aus der Berechnung ergibt. Meist geschieht dies in Form einer sogenannten Festigkeitsreduktion, d. h. nach einer Berechnung mit charakteristischen Festigkeitsparametern werden diese in einer automatischen Prozedur solange schrittweise abgemindert, bis (numerisch) kein Gleichgewichtszustand errechnet werden kann (z. B. Brinkgreve und Bakker (1991), Empfehlungen des Arbeitskreises Numerik in der Geotechnik – EANG (2014)). Der Sicherheitsfaktor (SF) wird definiert als

$$SF_{fe} = \frac{\tan \phi'_{char.}}{\tan \phi'_{Versagen}} = \frac{c'_{char.}}{c'_{Versagen}} \quad (1)$$

Die so ermittelten Sicherheitsfaktoren sind im Allgemeinen gut mit den aus Lamellenverfahren ermittelten vergleichbar (z. B. Cheng et al. 2007). Unter gewissen Voraussetzungen können sich jedoch auch beträchtliche Unterschiede ergeben. Einige dieser Fälle sollen in diesem Beitrag behandelt werden. Es ist auch zu beachten, dass Lamellenverfahren keine rigorosen Lösungen im Sinne der Plastizitätstheoreme darstellen und daher als Referenzlösung nur bedingt geeignet sind. Aus diesem Grund wird zu Beginn ein kurzer Vergleich von Festigkeitsreduktionsmethoden und Kollapstheoremen präsentiert.

2 Vergleich Limit Analysis – Festigkeitsreduktion

Comparison limit analysis – strength reduction technique

Wie erwähnt stellen Ergebnisse von Berechnungen mit Lamellenverfahren keine rigorosen Lösungen im Sinne von Kollapstheoremen dar und sind daher zum Nachweis, dass numerische Methoden, die auf einer schrittweisen Reduktion der Festigkeitsparameter beruhen, korrekte Ergebnisse liefern, nur bedingt geeignet. Dieser Nachweis ist jedoch für die in diesem Beitrag angesprochenen Sonderfälle von Bedeutung, daher wird an dieser Stelle ein kurzer Auszug aus Vergleichsberechnungen präsentiert, in denen Finite-Elemente-Berechnungen mit Festigkeitsreduktion (in der Folge mit SRFEA „strength reduction finite element analysis“ bezeichnet) und Finite Element Limit Analysis (in der Folge als FELA bezeichnet) verglichen wurden. Es wird festgehalten, dass FELA rigorose Lösungen im Sinne der Schrankentheoreme (obere und untere Schranke) liefern und daher als Referenzlösung geeignet sind.

Die hier durchgeführten Berechnungen basieren auf den Grundlagen, wie z. B. in Sloan (2013) beschrieben, und grenzen die exakte Lösung durch Ermittlung einer oberen und unteren Schranke ein, d. h. es kann die Fehlertoleranz gegenüber der exakten Lösung ermittelt werden. Ein Nachteil der Methode liegt darin, dass nur eine assoziierte Fließregel verwendet werden kann. Dieser Aspekt wird im letzten Teil des Beitrages noch

näher beleuchtet. Ein Mohr-Coulomb'sches Bruchkriterium wird vorausgesetzt.

Betrachtet wird eine Böschung wie in Bild 1 dargestellt. Die Neigung der Böschung wird variiert und der Sicherheitsfaktor für zwei Parameterkombinationen, die in Tabelle 1 aufgelistet sind, berechnet. Das FE-Netz für SRFEA besteht aus ca. 1.500 15-knotigen Elementen, das Netz für FELA wird adaptiv verfeinert. Die Ergebnisse sind in Bild 2 zusammengefasst.

Es zeigt sich erstens, dass die Unterschiede in SRFEA- und FELA-Ergebnissen vernachlässigbar sind, und zweitens, dass die Fließregel (assoziert oder nicht assoziiert) in diesem Beispiel nur einen geringen Einfluss auf das Ergebnis hat (kann nur mit SRFEA durchgeführt werden). Die sich ergebenden Bruchmechanismen sind ebenfalls identisch. Es kann daher der Schluss gezogen werden, dass mit SRFEA eine sehr gute Abschätzung des Sicherheitsniveaus von Böschungen möglich ist. Voraussetzungen sind allerdings relative feine Netze und enge Genauigkeits- bzw. Abbruchkriterien im nicht-linearen Iterationsprozess. Eine detaillierte Beschreibung der durchgeführten Vergleichsberechnungen ist in Tschuchnigg et al. (2015) zu finden.

Material	Material Set 1		Material Set 2		
	Einheit	nicht assoziiert	assoziiert	nicht assoziiert	assoziiert
E'	[kPa]	40 000	40 000	20 000	20 000
ν'	[-]	0,3	0,3	0,3	0,3
c'	[kPa]	0	0	20,0	20,0
φ'	[°]	35,0	35,0	25,0	25,0
ψ'	[°]	0	35,0	0	25,0

Tabelle 1: Materialkennwerte für Stabilitätsberechnungen
 Table 1: *Material sets for slope stability analysis*

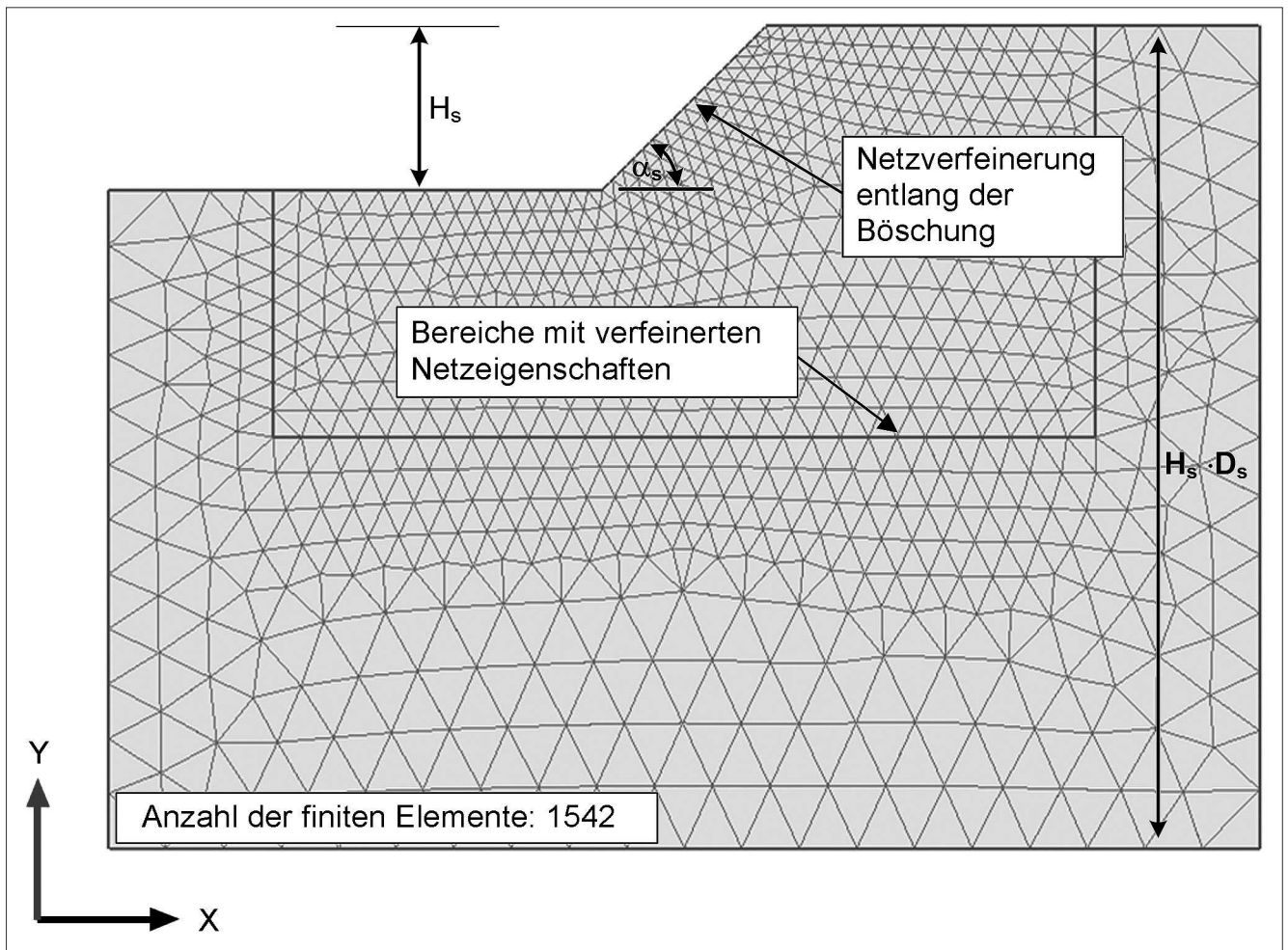


Bild 1: FE-Netz für homogene Böschung für SRFEA ($\alpha_s = 45^\circ$)
 Figure 1: Mesh properties of the homogeneous slope model for SRFEA ($\alpha_s = 45^\circ$)

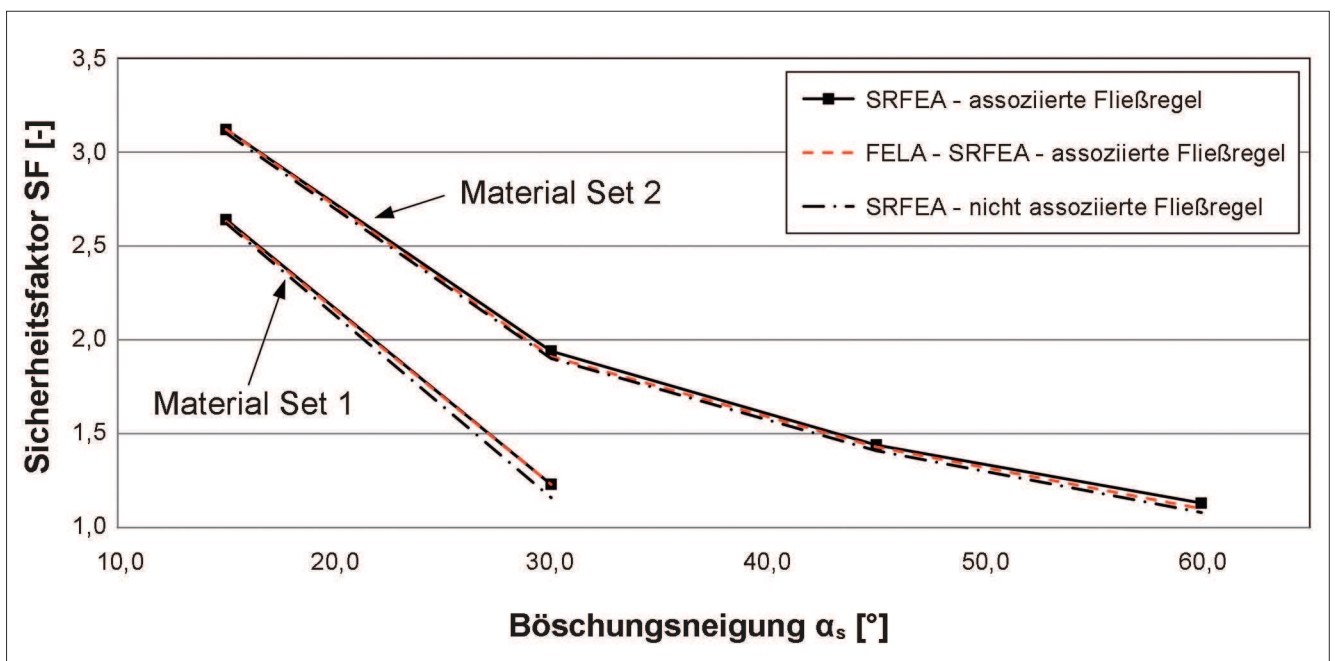


Bild 2: Vergleich der errechneten SF von SRFEA und FELA
 Figure 2: Comparison of calculated FoS from SRFEA and FELA

3 Vergleich Lamellenverfahren – Festigkeitsreduktion

Comparison methods of slices – strength reduction technique

In diesem Abschnitt sollen einige Sonderfälle betrachtet werden, in denen Grenzgleichgewichtsbetrachtungen (in der Folge als „limit equilibrium analysis“ LEA bezeichnet) im Rahmen von Lamellenverfahren und SRFEA deutliche Unterschiede im berechneten Sicherheitsfaktor ergeben. Betrachtet wird eine homogene Böschung, wobei Böschungsneigungen α_s zwischen 15° und 65° untersucht werden (Bild 3).

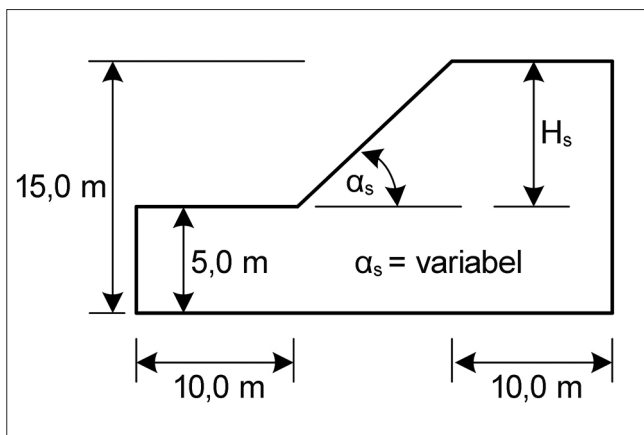


Bild 3: Böschungsgeometrie für Vergleich mit Lamellenverfahren (LEA)

Figure 3: Geometry of homogeneous slope model for comparison with LEA

Wiederum werden zwei unterschiedliche Böden (mit bzw. ohne Kohäsion) betrachtet, wobei die Festigkeitsparameter variiert werden. Nicht variiert werden Bodenwichte ($\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$), E-Modul ($E = 10.000 \text{ kPa}$) und Poissonzahl ($\nu = 0,3$). Zuerst wird eine Böschung mit der Neigung 1:2 ($\alpha_s = 63,4^\circ$) betrachtet. Der Reibungswinkel φ' wird zwischen 15° und 50° variiert und die Kohäsion so gewählt, dass sich mit dem Lamellenverfahren nach Morgenstern und Price (1965) ein Sicherheitsfaktor von ca. 1,3 ergibt. An dieser Stelle wird festgehalten, dass in dieser Parameterstudie mit Absicht auch grenzwertige bzw. aus bodenmechanischer Sicht wenig realistische Grenzwerte (z. B. $\varphi' = 50^\circ$ und $\psi' = 0^\circ$) betrachtet wurden, um Tendenzen klar aufzeigen zu können. Werden mit diesen Festigkeitsparametern FE-Berechnungen mit schrittweiser Reduktion der Scherparameter mit Annahme von assoziierten ($\varphi' = \psi'$) bzw. nicht assoziierten ($\psi' = 0$) Fließregeln durchgeführt, ergibt sich das in Tabelle 2 zusammengefasste Bild.

Festigkeit		Sicherheitsfaktor SF		
φ' [°]	c' [kPa]	LEA	SRFEA ($\varphi' = \psi'$)	SRFEA ($\psi' = 0$)
15	33,0	1,30	1,13	1,11
30	23,0	1,31	1,23	1,14
40	16,0	1,29	1,26	1,11
50	9,5	1,31	1,29	1,06

Tabelle 2: Vergleich von errechneten Sicherheitsfaktoren mit LEA und SRFEA

Table 2: Comparison of FoS values obtained with LEA and SRFEA

Für hohe Reibungswinkel und geringe Kohäsionswerte ergeben Lamellenverfahren und assoziierte SRFEA vergleichbare Sicherheitsfaktoren. Die Berechnungen mit nicht assoziierter Fließregel ergeben jedoch deutlich niedrigere Werte, d. h. die Ergebnisse aus den Lamellenverfahren liegen auf der unsicheren Seite, wenn man davon ausgeht, dass eine assoziierte Fließregel das Dilatanzverhalten überschätzt und daher die Ergebnisse aus der nicht assoziierten Berechnung realitätsnäher einzustufen sind, wenn auch nochmals betont werden muss, dass in diesen Fällen (hohe Reibungswinkel) ein Dilatanzwinkel von $\psi' = 0$ als sehr konservative Annahme gelten kann. Darauf wird im letzten Abschnitt dieses Beitrages nochmals eingegangen. Bei geringen Reibungswinkeln und hohen Kohäsionswerten ergeben sich ebenfalls gravierende Unterschiede, wiederum mit durchwegs geringeren Sicherheitsfaktoren aus SRFEA, wobei die Fließregel in diesen Fällen erwartungsgemäß eine untergeordnete Rolle spielt. Die Gründe dafür liegen in den unterschiedlichen Spannungsverteilungen in der Bruchfläche wie im Folgenden für den Extremfall „undrainiert“ gezeigt wird.

Es wird das Bruchkriterium nach Tresca ($\varphi' = 0$) für totale Spannungen angewendet. Die Böschungsneigung α_s beträgt 65° . Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 zusammengefasst und die nicht vernachlässigbaren Unterschiede in den Sicherheitsfaktoren, die mit LEA und SRFEA ermittelt werden, sind auf Unterschiede in der Spannungsverteilung entlang der Versagensfläche, wie in Bild 4 dargestellt, zurückzuführen. In der FE-Berechnung ergibt sich im oberen Teil der Versagensfläche eine starke Reduktion der Schubspannungen, da in

α_s	Festigkeit c' [kPa]	SF [-]		ΔSF [%]
		LEA	SRFEA	
	45	1,14	0,98	14,0
65	50	1,26	1,09	13,5
	75	1,89	1,64	13,2

Tabelle 3: Vergleich von errechneten SF für Tresca Kriterium ($\varphi'=0$, $\alpha_s = 65^\circ$)

Table 3: Comparison of FoS for Tresca-type material ($\varphi'=0$, $\alpha_s = 65^\circ$)

diesem Bereich „tension cut-off Punkte“ auftreten (siehe Bild 5) und damit eine Reduktion der rückhaltenden Kräfte. Werden in der FE-Berechnung Zugspannungen zugelassen, so ergeben sich wiederum ähnliche Sicherheitsfaktoren wie beim Lamellenverfahren. Dies ist in Bild 6 veranschaulicht, wo die Sicherheitsfaktoren für die Fälle „Zugspannungen erlaubt“ und „Zugspannungen

gen nicht erlaubt“ für unterschiedliche Werte der un-drainierten Scherfestigkeit dargestellt sind. Zusätzlich sind Ergebnisse aus FELA dargestellt, die wiederum eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit SRFEA aufweisen. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass bei Annahme eines entsprechenden Zugrisses in der LEA ebenfalls geringere Sicherheiten errechnet werden und damit wieder eine Vergleichbarkeit mit SRFEA gegeben ist. Das Problem liegt natürlich darin, dass bei Lamellenverfahren die Tiefe des Zugrisses vorgegeben, d. h. abgeschätzt werden muss, während sich bei FE-Berechnungen mit „tension cut-off = 0“ die entsprechende Spannungsverteilung in der Versagensfläche aus der Berechnung ergibt. Dies und die bereits erwähnte Tatsache, dass bei Anwendung numerischer Verfahren der Versagensmechanismus nicht a priori vorgegeben werden muss, sondern ein Berechnungsergebnis darstellt, können als, in manchen Fällen entscheidender, Vorteil dieser Verfahren hinsichtlich realitätsnäherer Ergebnisse angesehen werden.

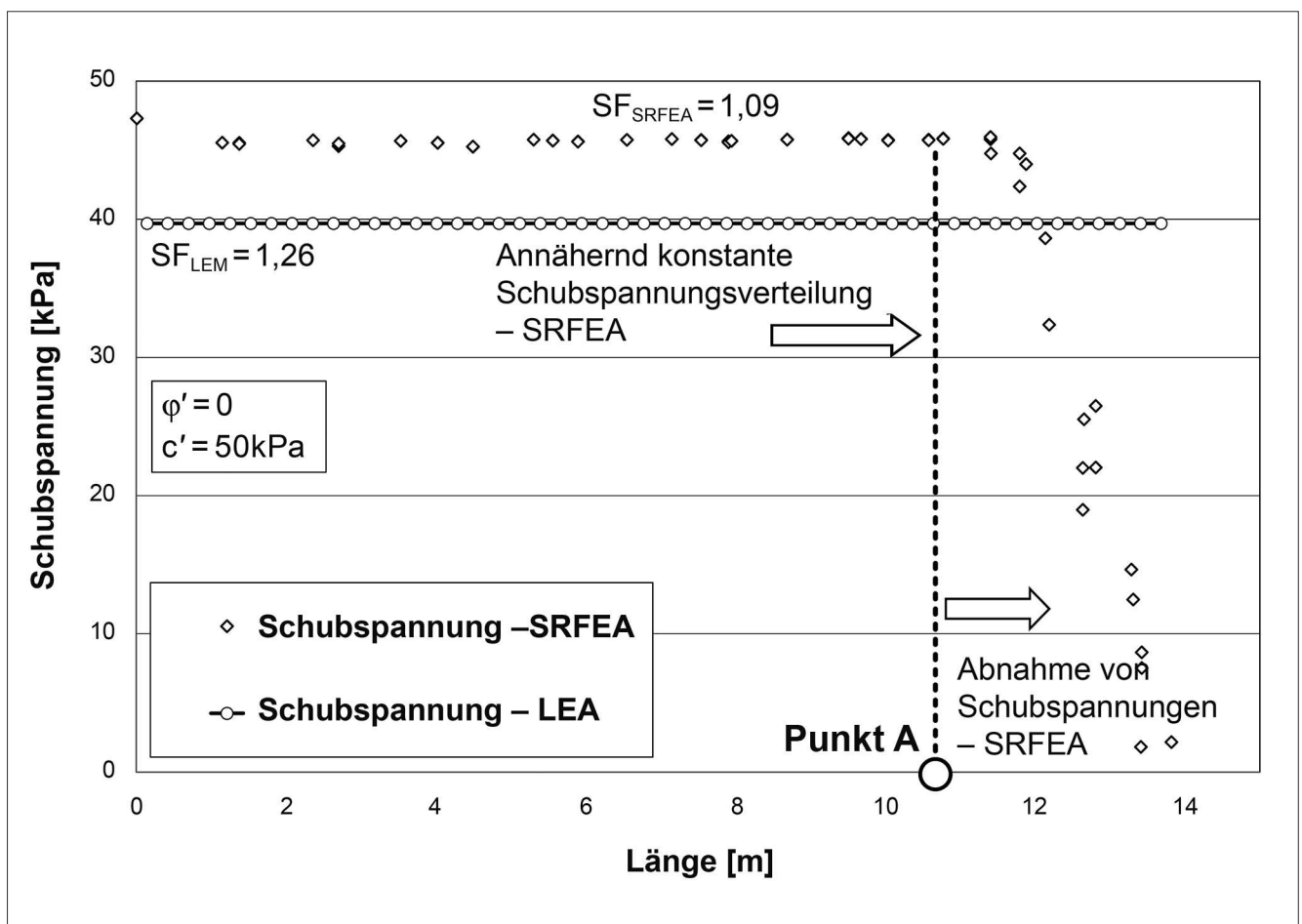


Bild 4: Schubspannungsverteilung entlang Versagensfläche
Figure 4: Shear stress distribution along slip surface

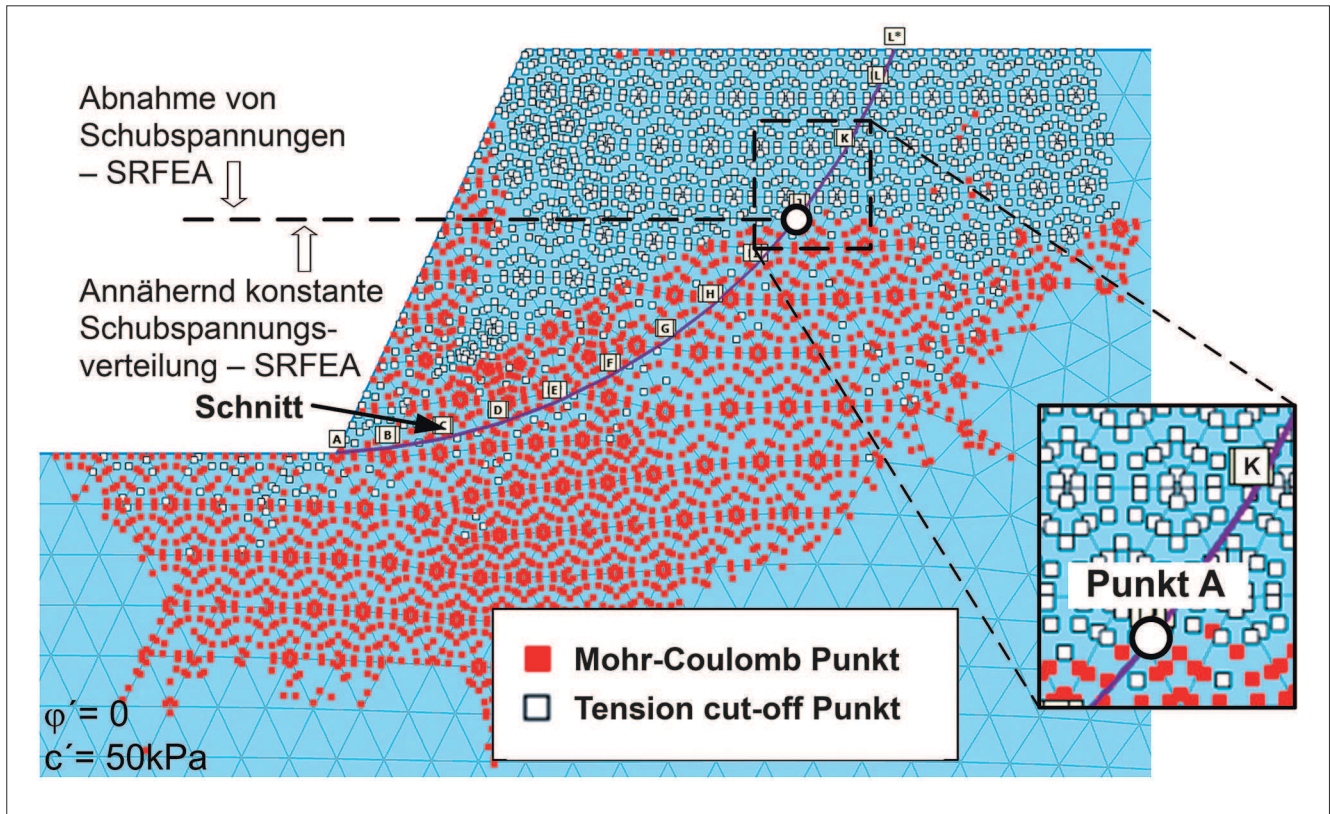


Bild 5: Plastische Punkte aus SRFEA nach Festigkeitsreduktion
 Figure 5: Plastic points obtained in SRFEA after strength-reduction

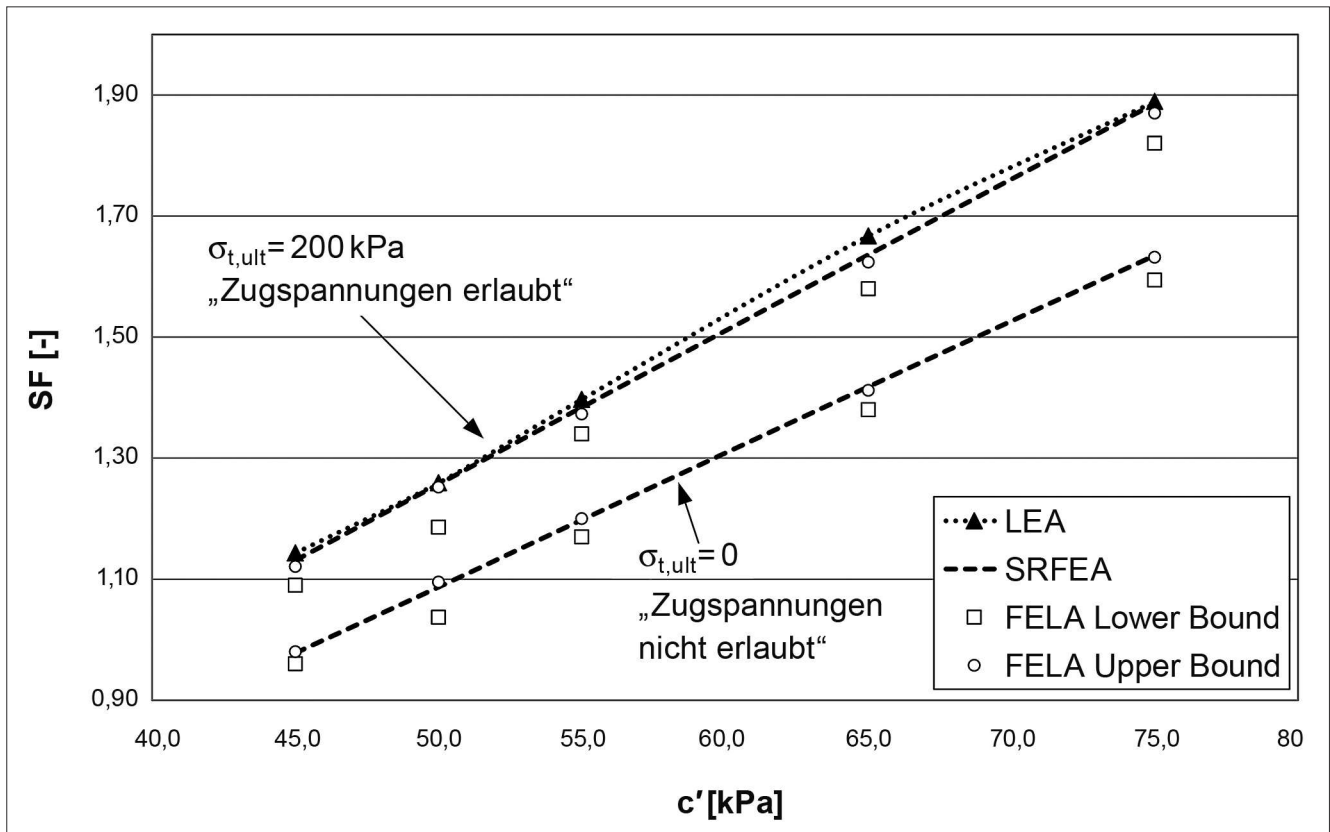


Bild 6: Einfluss von Zugspannungen (Vergleich LEA – SRFEA – FELA)
 Figure 6: Influence of tensile stresses (LEA vs SRFEA vs FELA)

4 Einfluss der Fließregel bei SRFEA

Influence of flow rule in SRFEA

In den vorangegangenen Abschnitten wurden die Vorteile einer Ermittlung der Standsicherheit von Böschungen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode mit schrittweiser Reduktion der Scherfestigkeit gegenüber einfachen Lamellenverfahren dargelegt und auch bewiesen, dass bei gleichen Voraussetzungen eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit Ergebnissen numerischer „limit analysis“ erzielt wird, wobei bei letzteren Methoden eine assoziierte Fließregel vorausgesetzt werden muss. Dies ist nicht der Fall bei SRFEA, und damit ein Vorteil, jedoch können bei großen Unterschieden von φ' und ψ' numerische Probleme, z. B. starke Oszillationen in den Ergebnissen, auftreten, die eine verlässliche Bestimmung des Sicherheitsfaktors erschweren können. Als Beispiel kann Bild 7 dienen. Für die dargestellte Böschung (Neigung 45°) wurden $\varphi' = 45^\circ$ und $c' = 6 \text{ kPa}$ angenommen und Berechnungen mit variierendem Dilatanzwinkel $\psi' = 0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ und 45° durchgeführt. Es ist klar ersichtlich, dass für geringe Dilatanzwinkel ($\psi' = 0^\circ, 5^\circ$) keine

stabilen Ergebnisse erhalten werden und eine korrekte Abschätzung des Sicherheitsfaktors schwierig bleibt. Ähnliches wird von Nordal (2008) berichtet, der nicht assoziierte FE-Berechnungen für Erddruckprobleme untersuchte. Der Grund für die numerischen Probleme liegt darin, dass bei nicht assoziierter Plastizität kein eindeutiger Versagensmechanismus erhalten wird, wie aus Bild 8, in dem der Versagensmechanismus an ausgewählten Iterationsschritten (Steps) dargestellt ist, hervorgeht. Für höhere Werte von ψ' sind keine numerischen Probleme zu erkennen, ein Einfluss auf den errechneten Sicherheitsfaktor ist jedoch gegeben. Zu beachten ist auch, dass die Netzabhängigkeit bei Anwendung nicht assoziierter Fließregel deutlich ausgeprägter ist als bei assoziierter Fließregel (Tschuchnigg et al., accepted).

Eine Möglichkeit, numerische Probleme zufolge nicht assoziierter Fließregeln zu umgehen, wurde von Davis (1968) veröffentlicht. Er schlägt eine Abminderung von Reibungswinkel und Kohäsion in Kombination mit einer assoziierten Fließregel vor:

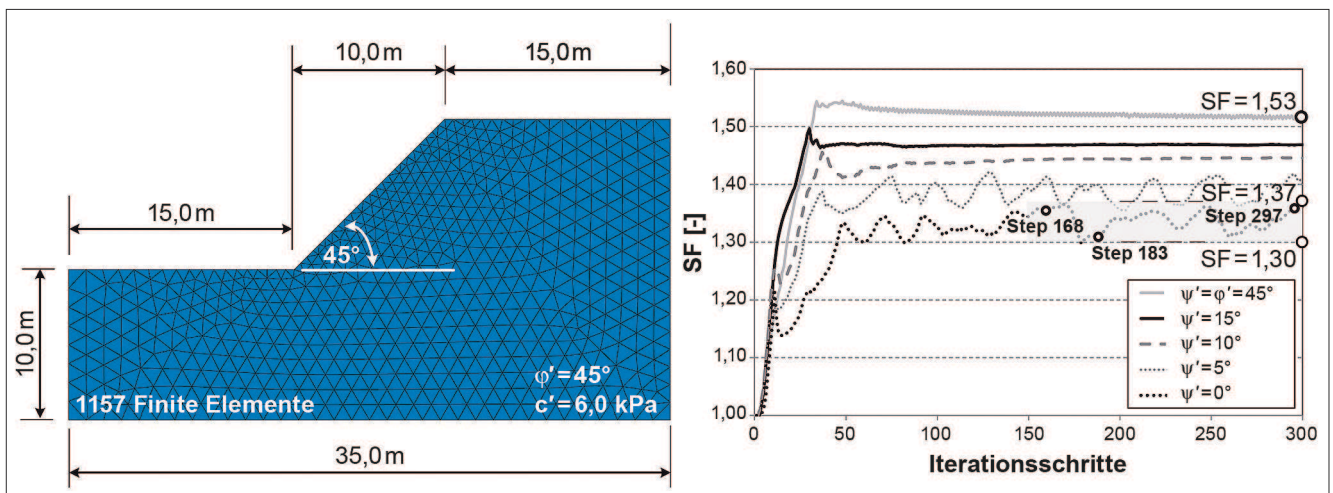


Bild 7: Beispiel zur Untersuchung des Einflusses der Fließregel (SRFEA)
 Figure 7: Example of investigating the influence of the flow rule (SRFEA)

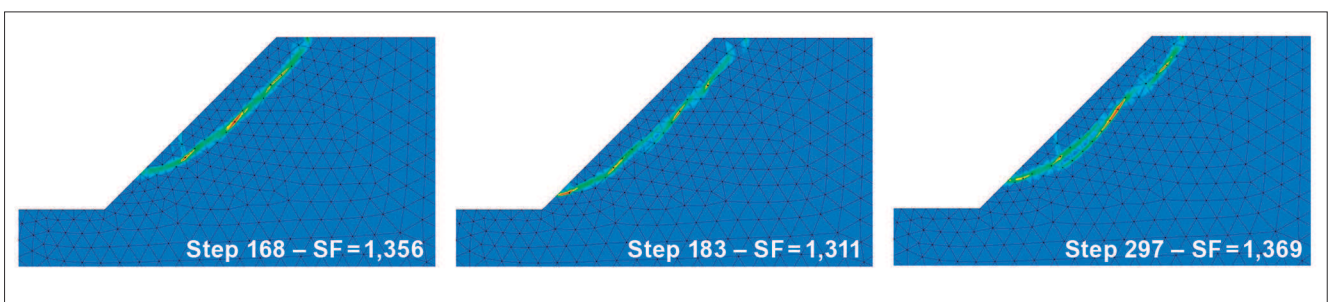


Bild 8: Wechselnder Versagensmechanismus während Iterationsprozess (SRFEA)
 Figure 8: Varying failure mechanism during iteration (SRFEA)

$$c^* = \beta \cdot c' \tag{2}$$

$$\tan \varphi^* = \beta \cdot \tan \varphi' \tag{3}$$

mit

$$\beta = \frac{\cos \psi' \cdot \cos \varphi'}{1 - \sin \psi' \cdot \sin \varphi'} \tag{4}$$

Diese Vorgangsweise wird auch bei der Anwendung von FELA, die assoziierte Fließregeln voraussetzt, diskutiert (Sloan, 2013) und kann zu befriedigenden Ergebnissen führen, wenn eine Lösung für die Tragfähigkeit einer geotechnischen Struktur durch Ermittlung einer Maximallast für charakteristische Festigkeitsparameter gesucht wird. In den hier diskutierten Beispielen von Böschungen, wo der Grenzzustand durch Abminderung der Festigkeit erreicht wird, ergibt dieser Ansatz mit konstantem Abminderungsfaktor β jedoch sehr konservative Ergebnisse (Tschuchnigg et al., 2015). Eine Modifikation dieses Ansatzes, in der der Abminderungsfaktor β in jedem Abminderungsschritt neu berechnet und auch der Dilatanzwinkel schrittweise abgemindert wird, wird in Tschuchnigg et al. (accepted) vorgestellt. Mit diesem Ansatz werden einerseits wieder vergleichbare Ergebnisse zwischen FELA und nicht assoziierter SRFEA erhalten, andererseits können numerische Probleme in nicht assoziierter SRFEA vermieden werden. Exemplarisch sind in Tabelle 4 die errechneten Sicherheitsfaktoren für die in Bild 7 gezeigte Böschung für verschiedene Dilatanzwinkel gegenübergestellt.

ψ'	SRFEA		FELA
	Standard Festigkeitsreduktion	Davis modifiziert	Davis modifiziert
0	1,24	1,24	1,165
5°	1,315	1,29	1,24
10	1,36	1,32	1,31
15	1,42	1,38	1,36

Tabelle 4: Vergleich FELA – SRFEA mit modifiziertem Ansatz von Davis

Table 4: Comparison of FELA and SRFEA with modified Davis approach

Es zeigt sich, dass die nicht assoziierte und die assoziierte Berechnung mit dem modifizierten Davis-Ansatz (SRFEA) ähnliche Ergebnisse liefern, wobei die in den meisten Programmsystemen implementierte „Standardmethode“ mit nicht assoziierter Fließregel und während der Festigkeitsreduktion konstant gehaltenem Dilatanzwinkel etwas auf der unsicheren Seite liegt (Vergleich Spalte 2 mit Spalte 3 in Tabelle 4). Die FELA-Ergebnisse, ebenfalls mit modifiziertem Ansatz (Spalte 4 in Tabelle 4), korrelieren mit Ausnahme von $\psi' = 0^\circ$ sehr gut mit den SRFEA-Ergebnissen.

5 Zusammenfassung Conclusion

Die Beurteilung der Stabilität von Böschungen erfolgt in der geotechnischen Praxis meist mit Hilfe von Grenzgleichgewichtsbetrachtungen (vorwiegend Lamellenverfahren). Zunehmend werden jedoch numerische Verfahren mit automatisierter Steifigkeitsreduktion zur Beurteilung der Standsicherheit geotechnischer Strukturen herangezogen. Diese Verfahren weisen den Vorteil auf, dass die Form des Versagensmechanismus ein Berechnungsergebnis ist und nicht a priori angenommen werden muss. In diesem Beitrag wurde gezeigt, dass diese Verfahren bei gleichen Annahmen vergleichbare Ergebnisse liefern wie Berechnungen, die auf Kollapstheoremen der Plastizitätstheorie („limit analysis“) beruhen, mit dem Vorteil gegenüber letzteren Methoden, dass auch nicht assoziierte Plastizität berücksichtigt werden kann. Diese können jedoch zu numerischen Problemen führen, die eine Interpretation der Ergebnisse schwierig machen können. Dies tritt aber nur bei sehr hohen Reibungswinkeln und geringen Dilatanzwinkeln auf. Eine Modifikation des Ansatzes von Davis (1968) kann dieses Problem weitgehend lösen. Weiters konnte gezeigt werden, dass unter gewissen Voraussetzungen Grenzgleichgewichtsbetrachtungen mit Lamellenverfahren zu nicht konservativen Ergebnissen führen können, was der häufig publizierten Meinung widerspricht, dass errechnete Sicherheitsfaktoren aus Lamellenverfahren und FE-Methoden mit schrittweiser Festigkeitsreduktion weitgehend übereinstimmen.

6 Literatur *References*

Bishop, A. W. (1955): The use of slip circles in the stability analysis of earth slopes. *Geotechnique* 5 (1), 7-17.

Brinkgreve, R. B. J., Bakker, H. L. (1991): Non-linear finite element analysis of safety factors. In: Proceedings of International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, 1117-1122, Balkema, Rotterdam.

Cheng, Y. M., Lansivaara, T. & Wei, W. B. (2007): Two dimensional slope stability analysis by limit equilibrium and strength reduction methods. *Computers and Geotechnics* 34, 137–150.

Davis, E. H. (1968): Theories of plasticity and failure of soil masses. In: *Soil mechanics: selected topics*, I. K. Lee (ed), 341-354. New York, NY, USA: Elsevier.

EANG – Empfehlungen des Arbeitskreises Numerik in der Geotechnik (2014). Ernst & Sohn, Berlin

Janbu, N. (1954): Application of composite slip surface for stability analysis. In: Proceedings of the European Conference on Stability of Earth Slopes, Stockholm, Vol. 3, 43-49.

Morgenstern, N. R. & Price, V. E. (1965): The Analysis of the Stability of General Slip Surfaces. *Geotechnique* 15, 79-93.

Nordal, S. (2008): Can we trust numerical collapse load simulations using non-associated flow rules. In: *Geomechanics in the emerging social and technological age: Proceedings of the 12th international conference of the International Association of Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG)*, Goa, India (ed. P. N. Singh), pp. 755–762. Goa, India: International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (CD-ROM).

Sloan, S. W. (2013): Geotechnical stability analysis. *Geotechnique* 63 (7), 531–572. 51st Rankine Lecture.

Tschuchnigg, F., Schweiger, H. F., Sloan, S. W., Lyamin, A. V., Raissakis, I. (2015): Comparison of finite-element limit analysis and strength reduction techniques. *Geotechnique*, 65, 2015, 249-257.

Tschuchnigg, F., Schweiger, H. F., Sloan, S. W. (2015): Slope stability analysis by means of finite element limit analysis and finite element strength reduction techniques – Part I: Numerical studies considering non-associated plasticity. *Computers and Geotechnics*: accepted.