

HENRY

Hydraulic Engineering Repository

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

Article, Published Version

Milbradt, Peter

KoDiBa, ImTG - Analyse morphodynamischer Veränderungen auf der Basis zeitvarianter digitaler Bathymetrien

Die Küste

Zur Verfügung gestellt in Kooperation mit/Provided in Cooperation with:
Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen (KFKI)

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/101659>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Milbradt, Peter (2011): KoDiBa, ImTG - Analyse morphodynamischer Veränderungen auf der Basis zeitvarianter digitaler Bathymetrien. In: Die Küste 78. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau. S. 33-57.

Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.



Analyse morphodynamischer Veränderungen auf der Basis zeitvarianter digitaler Bathymetrien

Von PETER MILBRADT

Z u s a m m e n f a s s u n g

Regelmäßig durchgeführte Seevermessungen bilden die Datengrundlage für großräumige Untersuchungen der Tiefenverteilung und der morphologischen Veränderungen entlang der deutschen Nord- und Ostseeküste. Trotz großer Fortschritte im Bereich der Messtechnik und hohem technischen und personellen Aufwand ist es im Allgemeinen nicht möglich, alle Küstengebiete in kurzen Zeitabständen flächendeckend zu vermessen. Das Ergebnis der durchgeführten Vermessungen sind häufig eher kleinräumige Datenaufnahmen zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Für aktuelle Fragestellungen im Zusammenhang mit der wirtschaftlichen Nutzung der Küstenregionen, einem möglichen Meeresspiegelanstieg infolge Klimaänderung und der Stabilität des Festlandssockels ist die Verfügbarkeit flächendeckender digitaler bathymetrischer Modelle Voraussetzung für eine fundierte Analyse und nachhaltige Planung.

Mit der Neudefinition des Begriffs des Digitalen Geländemodells in Raum und Zeit eröffnen sich neue Möglichkeiten, aus den erhobenen Vermessungsdaten vertiefte Erkenntnisse zu den morphologischen Veränderungen in den Küstennahbereichen abzuleiten und bessere Planungsgrundlagen zu liefern.

Im vorliegenden Beitrag werden die Grundlagen der Interpolation in Raum und Zeit dargestellt und auf der Basis von Bathymetriesimulationen erweiterte morphodynamische Analysen vorgestellt.

S c h l a g w ö r t e r

Digitale Geländemodelle, morphologische Geschwindigkeit, morphologischer Raum

S u m m a r y

Regularly performed hydrographic surveys form the data basis for large-scale investigations of the depth distribution and morphological changes along the German North Sea and Baltic coasts. Despite significant advances in the field of measurement technology and high technical and personal effort, it is generally not possible to measure all the coastal areas at short time intervals. The results of the performed surveys are more often small-scale data recordings at different times. For current issues related to the economic development of coastal regions, the possible rise in sea level due to climate change and the stability of the continental shelf, the availability of comprehensive digital bathymetric models is a prerequisite for detailed analysis and sustainable management and planning.

With the new definition of digital terrain models in space and time, new possibilities arise to derive an in depth understanding of the morphological changes in the coastal region from the collected survey data and to provide a better basis for planning.

This article describes the basics of interpolation in space and time, and presents advanced morphodynamic analysis on the basis of bathymetric simulations.

This article describes the basics of interpolation are described in space and time, and on the basis of advanced bathymetric simulations presented morphodynamic analysis.

Keywords

Digital terrain model, morphological velocities, morphological space

Inhalt

1. Einleitung.....	34
2. Zur Situation.....	35
3. Digitale Bathymetrie in Raum und Zeit.....	35
3.1 Datenbasis bathymetrischer Modelle.....	37
3.1.1 Vermessungsdaten.....	37
3.1.2 Historische Karten.....	37
3.1.3 Modelle anthropogener Eingriffe.....	38
3.2 Metadaten.....	39
3.2.1 Bestimmung des Aussagebereiches.....	39
3.2.2 Analysen auf den Metadaten.....	40
3.3 Räumliche Interpolations- und Approximationsverfahren.....	42
3.3.1 Isolinieninterpolation.....	43
3.3.2 Profilinterpolation.....	45
4. Bathymetriesimulation.....	46
5. Vertrauenswürdigkeit der abgeleiteten digitalen Bathymetrien.....	47
6. Analysen auf den bathymetrischen Daten.....	48
6.1 Morphologischer Raum.....	48
6.2 Erosion und Sedimentation.....	49
6.3 Morphologische Aktivität.....	51
6.4 Morphologischer Drive.....	51
6.5 Volumetrische Analysen.....	52
6.6 Morphologische Geschwindigkeit.....	52
6.7 Resultierender Transport.....	54
7. Ausblick.....	55
8. Danksagung.....	56
9. Schriftenverzeichnis.....	56

1. Einleitung

Die Morphologie der deutschen Nord- und Ostseeküste verfügt über einen ausgeprägten Formenreichtum. Die ständige Wirkung von Meteorologie, Seegang und Tide führt in vielen Bereichen zu einer hohen Dynamik der Veränderungen des Gewässerbodens und der Wasserwechselzone. Die Beurteilung dieser langfristigen morphologischen Veränderungen und zugehörigen Gestaltungsvorgänge ist eine wesentliche Voraussetzung für die Planung und Realisierung nachhaltiger Küstenschutz- und Entwicklungskonzepte. Neben den klassischen Aufgaben, wie der Gewährleistung der Sicherheit und Leichtigkeit der Schifffahrt, der Standsicherheit von Hafeninfrastrukturen und

-anlagen sowie dem Küstenschutz, ergeben sich in Zukunft neue Herausforderungen. Hier kann beispielsweise das Spannungsfeld von ökonomischen Interessen im Rahmen der Energieversorgung und dem Umweltschutz genannt werden. Insbesondere die landseitige Anbindung von Offshore-Windenergie-Anlagen, die Trassierung von Pipelines und Kabelsträngen sowie die Nutzung maritimer Ressourcen erfordern ein vertieftes Verständnis der morphologischen Gegebenheiten und Entwicklungstendenzen in unterschiedlichsten Detaillierungsgraden.

Mit der Neudefinition des Begriffs des Digitalen Geländemodells, als Menge von Basisdatensätzen und zugehörigen Interpretationsvorschriften in Raum und Zeit, eröffnen sich hierfür neue Möglichkeiten, aus den erhobenen Vermessungsdaten vertiefte Erkenntnisse zu den morphologischen und topographischen Veränderungen in den Küstennahbereichen abzuleiten.

2. Zur Situation

Über Jahrhunderte bildeten Beobachtungen und eher vereinzelte Messungen der Wassertiefe die einzige Möglichkeit, Veränderungen des Gewässerbodens und der Küsten zu beurteilen. Auf der Basis von Küstenkartenwerken konnten vergleichende Betrachtungen durchgeführt und Veränderungen der Küstenlinien, der Lage von Rinnen sowie von Isobathen analysiert werden (BETTAC, 1984). Mit der stetigen Verbesserung der bathymetrischen Vermessungsverfahren und der damit einhergehenden Erhöhung der Datendichte verbessern sich ganz wesentlich die Möglichkeiten der Dokumentation und Analyse morphologischer Veränderungen (HÜTTEMEYER, 1999). Ausgehend von regelmäßig durchgeführten Vermessungen der unterschiedlichen Behörden und Ämter können momentan Analysen über mehrere Jahrzehnte durchgeführt werden, um beispielsweise Aussagen zur morphologischen Stabilität von Küstenabschnitten abzuleiten (HUNKE, 2009).

Für alle diese Untersuchungen werden in der Regel quasi-konsistente Tiefenverteilungen eines Jahres benötigt. Die teilweise hohe Dynamik der Gewässerbettentwicklung in ihren unterschiedlichen Skalen kann hier schnell zu Inkonsistenzen führen. Die Berücksichtigung des Aufnahmedatums bei der Generierung digitaler Bathymetriemessungen kann eine Verbesserung der Ergebnisse zur Folge haben.

3. Digitale Bathymetrie in Raum und Zeit

Ausgehend von der klassischen Begriffsdefinition des digitalen Geländemodells als Datenbestand zur höhenmäßigen Beschreibung des Geländes (ADV, 2005) wird eine Erweiterung um eine zeitliche Komponente vorgenommen. Unter einem zeitvarianten digitalen Geländemodell wird im Folgenden eine Menge von Basisdatensätzen und zugehörigen Interpretationsvorschriften in Raum und Zeit zur höhenmäßigen Beschreibung des Geländes sowie dessen zeitliche Veränderung verstanden. Wird der Meeresboden betrachtet, so wird auch von der Bathymetrie gesprochen.

Unter einem Basisdatensatz wird in der Regel eine Menge von Vermessungsdaten verstanden, die unter gleichen Bedingungen aufgenommen wurden und somit gemeinsam zur Ermittlung einer Geländehöhe zum Aufnahmezeitpunkt/-raum herangezogen werden können. Ergänzt werden diese Datensätze durch digitalisierte historische Karteninformationen und Modelle anthropogener Eingriffe oder Veränderungen, wie beispielsweise Deich- oder Hafengeometrien. Die für die Interpretation der einzelnen Basisdatensätze notwendigen Informationen sind in den zugehörigen Metadaten zusammengefasst. Neben den administrativen Metadaten, wie Datenerheber, Messverfahren und Pro-

zessierungsinformationen, sind für den Aufbau zeitvarianter digitaler Bathymetrien vor allem folgende Informationen notwendig:

- räumlicher Aussagebereich der Vermessung; für welche Fläche sind die Vermessungsdaten repräsentativ?
- Aufnahmezeitpunkt oder -zeitraum (Aussagebereich in der Zeit); für welchen Zeitraum sind die Vermessungsdaten repräsentativ?
- Höhen- und Lagesystem
- Messunsicherheiten in der Höhe sowie in der Lage
- räumliche Interpretationsvorschrift, um von den punktuellen Tiefeninformationen auf eine flächenhafte Beschreibung des Gewässerbodens zum Aufnahmezeitpunkt/-raum zu kommen
- Grund der Vermessung, z. B. für die Verkehrssicherung

Unter der Interpretationsvorschrift werden alle Informationen und Algorithmen zusammengefasst, die zur Ableitung einer Geländehöhe an einem nicht gemessenen Ort innerhalb des Aussagebereiches eines Basisdatensatzes nötig sind. In der Regel werden auf die Struktur der Basisdaten und dem Aufnahmeverfahren angepasste, Interpolations- und Approximationsverfahren gewählt. Als Interpretationsvorschrift können aber auch nichtklassische Verfahren, wie Künstliche Neuronale Netze (siehe z. B. BERTHOLD, 2010) oder Ausgleichsverfahren, herangezogen und deren Nutzung in den Metadaten festgelegt werden.

Für die Ableitung quasi-synoptischer bathymetrischer Geländemodelle zu beliebigen Zeitpunkten müssen zusätzlich Interpolations- bzw. Approximationsverfahren in der Zeit hinzugezogen und auch zeitliche Aussagebereiche festgelegt werden. Ein quasi-synoptisches digitales Geländemodell (Bathymetrie) zu einem Zeitpunkt kann dann als horizontaler Schnitt im örtlichen und zeitlichen Aussagebereich aufgefasst werden.

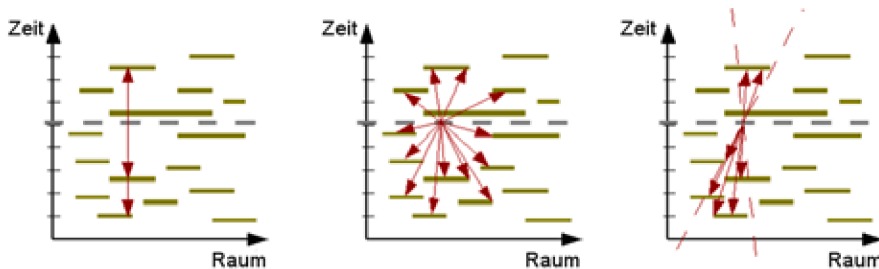


Abb. 1: Schematische Darstellung verschiedener Interpretationsverfahren in der Zeit

Auf der Basis dieser Modellvorstellung eines kontinuierlichen Modells der Entwicklung der Geländeoberfläche in der Zeit können die klassischen Analyseverfahren an Schnitten und in der Ebene ergänzt werden durch Zeitreihenanalysen an einzelnen Punkten, zeitliche Entwicklung von Tiefen an Schnitten sowie durch die Analyse der Veränderungen von Erosions- und Sedimentationsflächen.

3.1 D a t e n b a s i s b a t h y m e t r i s c h e r M o d e l l e

Die Basis für den Aufbau digitaler bathymetrischer Modelle in Raum und Zeit bilden Vermessungsdaten unterschiedlicher Qualität und Quantität, digitalisierte historische Karten, abgeleitete Informationen aus georeferenzierten Orthofotos sowie digitale Vermessungs- und Planungsdaten anthropogener Eingriffe/Bauwerke, die mit entsprechenden Metainformationen versehen sind.

3.1.1 V e r m e s s u n g s d a t e n

Seevermessungen zur Aufnahme des Meeresbodens und der Wattflächen werden in Deutschland von mehreren Institutionen und Ingenieurbüros mit unterschiedlichen Zielsetzungen durchgeführt. Je nach Verfügbarkeit der Ressourcen und Anforderungen an die Genauigkeit der Vermessung kommen unterschiedliche Messverfahren zum Einsatz.

Für Vermessungen bei ausreichender Wassertiefe werden vor allem Echolotungen vom Schiff aus verwendet und in Ufernähe bzw. auf dem Strand werden in der Regel terrestrische Profilmessungen durchgeführt. Für trockene oder trockenfallende Bereiche gewinnen Laserscanbefliegungen immer mehr an Bedeutung. Ergänzt werden diese Daten durch die Digitale Bundeswasserstaßenkarte (DBWK2) auf der Basis georeferenzierter Orthofotos verschiedener Quellen.

3.1.2 H i s t o r i s c h e K a r t e n

Diese in der Regel digital verfügbaren bathymetrischen und topographischen Vermessungsdaten können durch digitalisierte historische Karten ergänzt werden. In der Vergangenheit wurde beispielsweise im Rahmen des KFKI-Forschungsvorhabens „Morphologische Gestaltungsvorgänge im Küstenvorfeld der Deutschen Bucht“ (03KIS308) ein umfangreiches historisches Kartenmaterial digitalisiert. Aber auch andere Institutionen haben in der Vergangenheit historische Wattgrundkarten zusammengetragen und digitalisiert, wie beispielsweise der Landesbetrieb für Küstenschutz, Nationalpark und Meeresschutz Schleswig-Holstein (LKN-SH) mit Sitz in Husum.

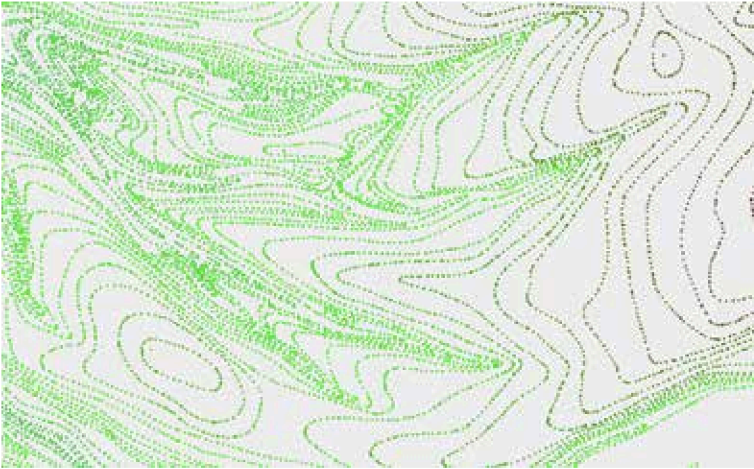


Abb. 2: Typische Verteilung der Punkte einer digitalisierten Wattgrundkarte [LKN-SH Husum]

3.1.3 Modelle anthropogener Eingriffe

Der Lebensraum Küste wird seit Jahrhunderten durch den Menschen geprägt. Hierbei geht es zum einen um den Schutz von Ansiedlungen, Landflächen und Bauwerken vor den Kräften des Meeres und zum anderen um die Gewährleistung der Sicherheit und Leichtigkeit der Schifffahrt. Nicht zuletzt führt die wirtschaftliche Nutzung der küstennahen Bereiche zu nachhaltigen Veränderungen in der Bathymetrie.

Solche anthropogenen Eingriffe lassen sich unterteilen in starre und weiche Eingriffe. Zu den starren Eingriffen gehören beispielsweise der Bau von Deichen, Buhnen, Leit- und Deckwerken. Bei der Berücksichtigung im Rahmen zeitvarianter digitaler bathymetrischer Geländemodelle stellen solche starren Bauwerke häufig Zwangshorizonte im Ort und quasi Brüche in der Zeit dar. Zu den weichen Eingriffen werden vor allem Sandvor- bzw. -aufspülungen sowie Fahrrinnenunterhaltungsmaßnahmen und -anpassungen gezählt, die in der Regel nur Brüche bzw. Sprünge in der Zeit darstellen.

Für starre anthropogene Eingriffe wie Buhnen und Deiche können aus den Konstruktionsunterlagen oder digitalen Orthophotos Ersatz- bzw. Teilgeländemodelle erstellt und mit einem Zeitstempel versehen wie digitale Vermessungen behandelt werden. Solche starren Eingriffe stellen einen nicht erodierbaren Horizont dar und können als ein solcher bei der Interpolation berücksichtigt werden.

Die Berücksichtigung von weichen anthropogenen Eingriffen ist bei Sandvorspülungen ähnlich zu realisieren, wie dies für starre Bauwerke der Fall ist mit der Ausnahme, dass diese in der Regel umgelagert werden können.

Die Berücksichtigung von Baggermaßnahmen und Verklappungen ist wesentlich komplexer. Zum einen liegen die Bagger- und Verklappungsinformationen häufig nur in Tabellenform vor und zum anderen ist die örtliche Ausdehnung und Form der entstehenden Geländeformen nicht genau bekannt. Liegen Kontrollvermessungen mit zugehörigen Metadaten vor, wie diese vornehmlich für große Baggerstellen, Baggerstrecken und sporadisch auch für Umlagerungsfelder erhoben werden, können diese wie normale Vermessungen behandelt oder als Ersatzmodelle berücksichtigt werden.



Abb. 3: Digitale Vermessungen mit Ersatzmodell der Eindeichung der Meldorfer Bucht

3.2 Metadaten

Die die (Vermessungs-)Daten beschreibenden Metadaten spielen eine zentrale Rolle sowohl beim Aufbau der Interpolation und Approximation als auch bei den Analysen im orts- und zeitvarianten bathymetrischen Modell. Die Metadaten beinhalten neben den klassischen Angaben zu den Datenerhebern, Höhen- und Koordinatensystemen sowie eingesetzten Messverfahren vor allem den örtlichen und zeitlichen Aussagebereich. In letzter Zeit werden diese Informationen durch die Datenerheber auch schon mit Informationen zur Messunschärfe (-genauigkeit) in der Höhe ergänzt. Angaben zur Lageunschärfe fehlen leider noch. Die Lageunschärfe hat insbesondere im Bereich steiler Gradienten, z. B. an Rinnenkanten, einen relevanten Einfluss auf abgeleitete Analysen.

3.2.1 Bestimmung des Aussagebereiches

Vermessungsdaten beinhalten in der Regel punktuelle Informationen über die Tiefe an einem Ort zum Vermessungszeitpunkt. Vermessungen werden mit dem Ziel durchgeführt, flächenhafte Informationen über den Meeresgrund zu erhalten. Die Übertragung dieser punktförmigen Informationen in ein flächenhaftes Modell des Bodens erfolgt mittels Interpolations- und Approximationsverfahren. Solche Verfahren erlauben es in der Regel, nur in der Umgebung von gemessenen Punkten auf die Geländeoberfläche zu schließen. Die Festlegung dieser Umgebung, für welche die gemessenen Datenpunkte repräsentativ sind, wird als räumlicher Aussagebereich bezeichnet. Werden nicht nur Vermessungsdaten, die zu einem Zeitpunkt aufgenommen wurden, betrachtet, sondern Vermessungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten, so muss der Begriff des Aussagebereichs auf die Zeit ausgedehnt werden.

Der **räumliche Aussagebereich** ist vor allem abhängig von den örtlichen Gegebenheiten und auch von der verwendeten Interpretationsvorschrift. Algorithmisch lassen sich Gültigkeitsbereiche für endliche Mengen von Vermessungsdaten durch deren Hüllen beschreiben. Solche Hüllen lassen sich in konvexe und nicht konvexe Hüllen unterscheiden und können nur als Ersatz für einen, durch Fach- und Ortskenntnis festgelegten Gültigkeitsbereich herangezogen werden.

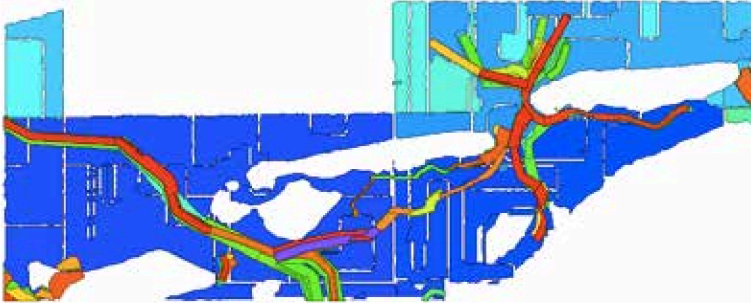


Abb. 4: Räumliche Aussagebereiche für Vermessungsdaten des BSH und des WSA Emden

Die konvexe Hülle einer Punktmenge ist die kleinste konvexe Menge, die alle Vermessungspunkte enthält. Die konvexe Hülle einer Menge wird unter Beachtung aller Nachbarschaften der Punkte gebildet. Die Verteilung der Vermessungspunkte kann aber unter Umständen sehr unterschiedlich sein. Die Berücksichtigung dieser lokalen Abstände führt zur Definition nicht konvexer Hüllen. Zur Konstruktion nicht konvexer Hüllen haben sich Alpha-Formen (EDELBRUNNER, 1983 und ABRAMOWSKI, 1991) als geeignet herausgestellt.

Der **zeitliche Aussagebereich** beschreibt den Zeitraum, für den die Vermessungsdaten als repräsentativ angesehen werden. Insbesondere bei Vermessungen im Küstenvorfeld, aber auch bei zusammengestellten historischen Daten (Jahrestopographien) ist eine tagesgenaue Beschreibung von Vermessungsdaten nicht immer sinnvoll. Der zeitliche Aussagebereich der Vermessungsdaten wird durch ein Zeitintervall beschrieben. Diese Anfangs- und Endzeitpunkte des Gültigkeitszeitraumes werden bei der zeitlichen Interpolation/Approximation berücksichtigt.

3.2.2 Analysen auf den Metadaten

Auf Grund der engen Verbindung der Metadaten mit den eigentlichen Vermessungsdaten lassen sich erste Analysen allein auf den Metadaten durchführen. Solche Analysen auf den Metadaten können beispielsweise Aufschluss über die Häufigkeit und Ausdehnung von Vermessungen an einem Ort, in einer Region oder von einem Datenlieferanten geben.

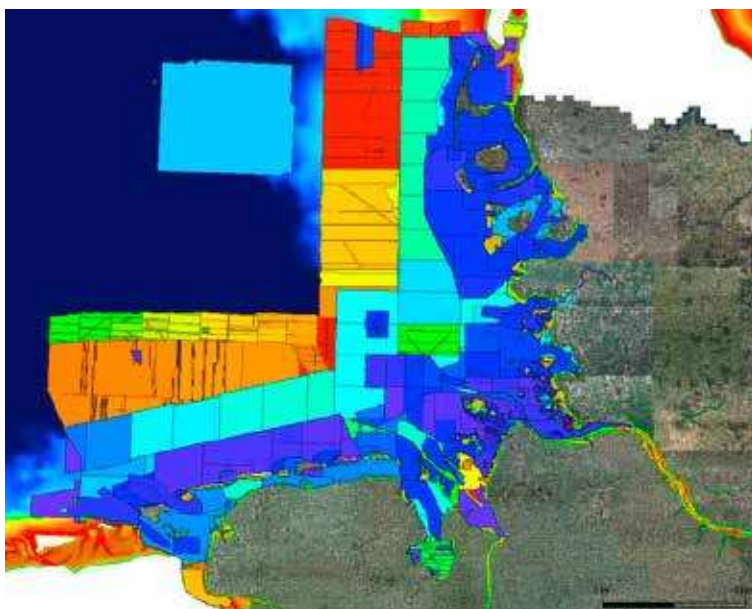


Abb. 5: Übersicht über die Vermessungsdaten des BSH aus dem Zeitraum von 1980-2010

Einen ersten Indikator für die Vertrauenswürdigkeit der ermittelten Tiefen liefert die Anzahl der Vermessungen, die an einem Ort für einen betrachteten Zeitraum zur Verfügung stehen. In der Abb. 6 sind exemplarisch die Anzahl der Vermessungen für den Elbmündungstrichter für den Zeitraum von 1995 bis 2011 dargestellt. Für diesen Ausschnitt wurden beispielsweise 4.321 Vermessungen mit insgesamt 593.416.632 Vermessungspunkten zusammengetragen. Die maximale Überdeckung an einem Ort betrug 627 und die minimale Überdeckung 6 Vermessungen in 6 Jahren. An der Verteilung der Vermessungen ist gut erkennbar, dass ein Großteil der Vermessungen für die Verkehrssicherung aufgenommen wurde.

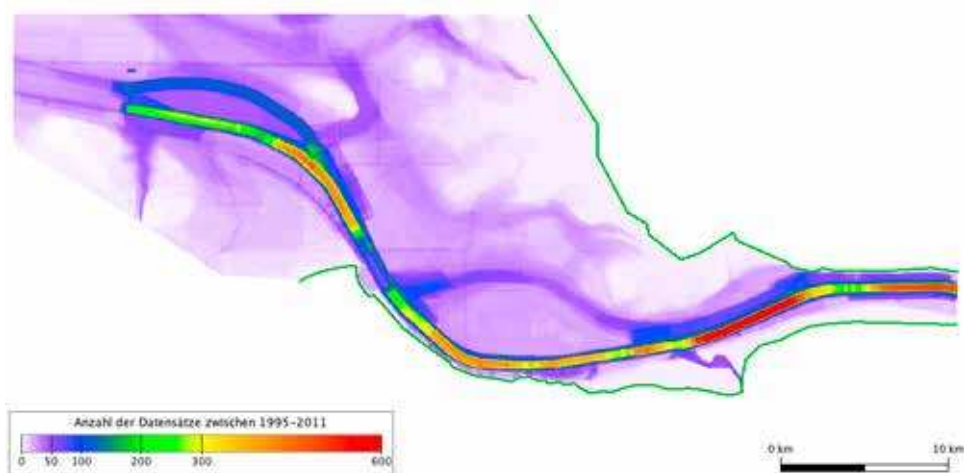


Abb. 6: Anzahl der Vermessungen für den Zeitraum 1995-2011

Weitere Parameter, die auf den Metadaten analysiert werden können, sind die Entwicklung der mittleren räumlichen Dichte der Vermessungen, die Entwicklung der Messintervalle an einem Ort und der Überblick über das Aufnahmedatum der letzten Vermessung in einem Gebiet.

3.3 Räumliche Interpolations- und Approximationsverfahren

Bathymetrische und topographische Vermessungen werden in der Regel in einem bestimmten Zeitraum mit unterschiedlichen Zielsetzungen durchgeführt, um für ein Gebiet eine Approximation der Lage des Meeresbodens bzw. des Geländes zu erhalten. Je nach Verfügbarkeit der Ressourcen und Anforderungen an die Genauigkeit der Vermessung kommen unterschiedliche Messverfahren zum Einsatz, die unterschiedlich strukturierte Mengen von Vermessungspunkten liefern. Für die Übertragung der Tiefeninformationen in die Ebene sind Interpolations- und Approximationsverfahren zu wählen, die der Struktur der Daten und deren Unsicherheiten entsprechen. Leider gehen diese Strukturinformationen häufig bei der Archivierung der Vermessungsdaten verloren und müssen später aufwendig rekonstruiert werden.

Inter-/Extrapolation: Bei der Inter-/Extrapolation werden Werte an Positionen bestimmt, an denen keine diskreten Werte vorliegen. Der Unterschied zwischen der Interpolation und der Extrapolation ist, dass die Ergebnisse der Interpolation in der Regel nicht über die Hülle der Ursprungsmenge hinausgehen, während bei der Extrapolation auch über die Grenzen der Ursprungsmengen hinaus Werte errechnet werden können. Beiden Verfahren ist zu eigen, dass sie die Werte der Ursprungsmenge immer genau wiedergeben. Zu den klassischen Verfahren (siehe auch MILBRADT, 2001) gehören:

- lineare Interpolation auf Dreieckszerlegungen,
- bilineare Interpolation auf Rastern,
- Sibson-Extrapolation auf der Basis von Voronoi-Zerlegungen,
- netzfreie Shepard-Extrapolation.

Approximation: Bei der Approximation handelt es sich um ein Näherungsverfahren, bei dem die vorgegebenen Stützstellen für die Definition einer Funktion, die das Gelände beschreiben soll, verwendet werden. Im Gegensatz zur Interpolation muss die so definierte Funktion nicht durch die gemessenen Werte gehen. Die zulässigen Abweichungen der Approximation von den Stützstellen werden in der Regel an die Messunschärfe der Vermessungsdaten angepasst. Typische Vertreter sind:

- Spline und B-spline-Approximation,
- Rasterapproximation,
- geostatistische Approximationsverfahren (z. B. Krigging).

All diesen Interpretationsverfahren ist gemein, dass sie sich durch die Werte an den Stützstellen und durch Basisfunktionen wie folgt:

$$z(x) = \sum_i \varphi_i(x) \cdot z^i \quad (1)$$

darstellen lassen. Die Basisfunktionen liefern Werte zwischen 0 und 1. Die Werte der Basisfunktionen können im Weiteren für die Bestimmung von relativen Vertrauenswürdigkeiten der Interpolation/Approximation herangezogen werden.

Linienhaft strukturierte Vermessungsdaten stellen erhöhte Anforderungen an die entwickelten Interpolationsverfahren und die formulierten Basisfunktionen. Für digitalisierte Isolinien wurde eine Isolinieninterpolation und für Strandprofile eine Profilinterpolation entwickelt.

3.3.1 Isolinieninterpolation

Bei der Digitalisierung historischer Karten werden in der Regel die Isolinien abgefahren, so dass eine Menge von Linien gleicher Höhe entsteht, deren Dichte wesentlich von den topographischen Gegebenheiten bestimmt wird.



Abb. 7: Datenpunkte einer digitalisierten Wattgrundkarte [LKN-SH Husum]
Der rote Bereich markiert den Darstellungsbereich der folgenden Abbildungen.

Werden so strukturierte Punktmengen nur nach Delaunay trianguliert und die Oberfläche dann linear auf den Dreiecken interpoliert, kommt es in der Regel zu unrealistischen Geländebeschreibungen. Auch die Berücksichtigung der Isolinien als Zwangskanten bei der Triangulation führt in der Regel zu keinen befriedigenden Ergebnissen.

Bei der Isolinieninterpolation werden zur Bestimmung des Tiefenwertes an einer Stelle die nächstgelegenen Isolinienabschnitte (Kanten) gesucht und zwischen diesen Kanten, wie in Abb. 8 dargestellt, interpoliert.

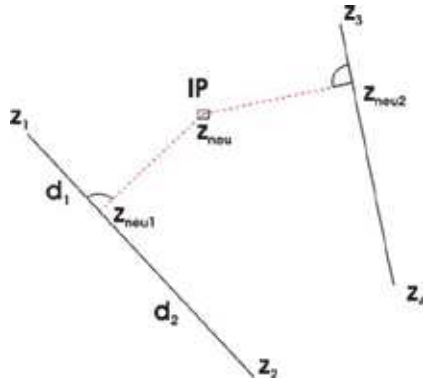


Abb. 8: Lineare Interpolation zwischen zwei Kanten

Im Ergebnis dieser Isolinieninterpolation ergibt sich eine wesentlich gleichmäßigere Oberfläche.

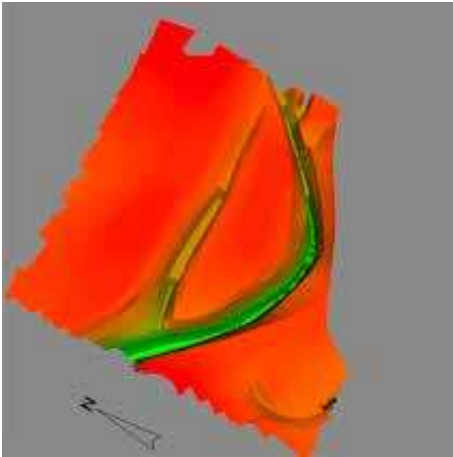


Abb. 9: Triangulierte Isolinien

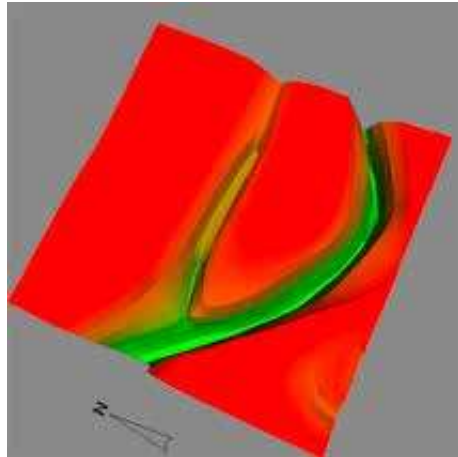


Abb. 10: Isolinieninterpolierte Oberfläche

3.3.2 Profilinterpolation

Ähnliche Problemstellungen ergeben sich bei der Interpolation auf der Basis von Strandprofilen oder auch Querprofilen an Fließgewässern. In Anlehnung an die Kanteninterpolation wurde eine entsprechende Profilinterpolation entwickelt.

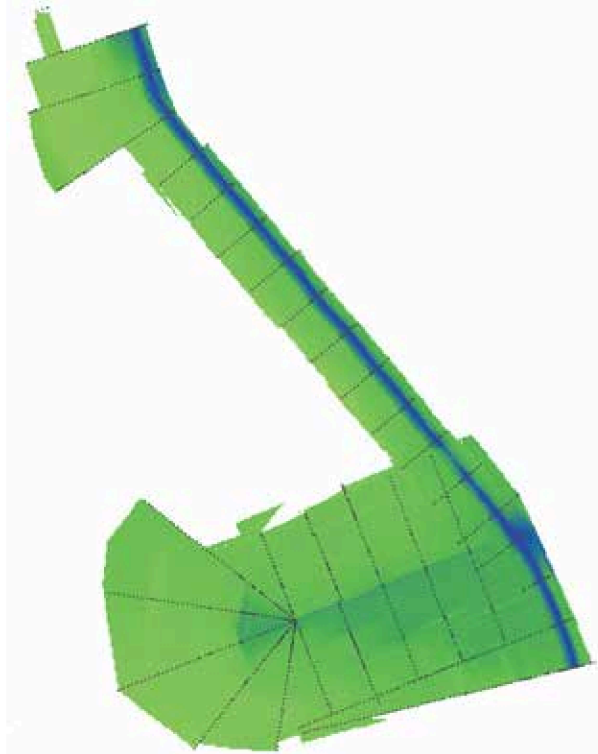


Abb. 11: Profilinterpolation innerhalb des nichtkonvexen Aussagebereiches

4. Bathymetriesimulation

Die entwickelten räumlich-zeitlichen Interpolationsverfahren lassen sich auf der Grundlage ihrer Konstruktion in zwei Kategorien unterteilen. Es werden Interpolationsverfahren betrachtet, bei denen zunächst getrennte Interpolationen in Raum und Zeit vorgenommen werden, und solche, bei denen Raum und Zeit in der Interpolation direkt miteinander verknüpft sind.

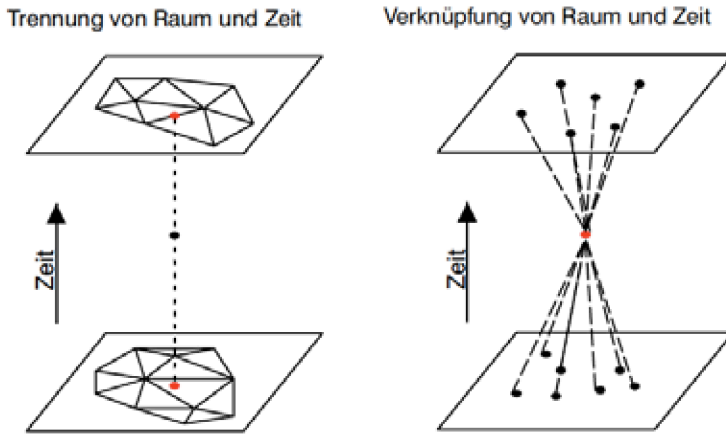


Abb. 12: Klassen von Orts-Zeit-Interpolationen

Das allgemeine Vorgehen bei den räumlich und zeitlich getrennten Verfahren sieht zunächst örtliche Interpolationen in den einzelnen Zeitebenen vor, wonach dann diese Tiefenwerte als Stützstellen der zeitlichen Interpolation verwendet werden. Für die Interpolation/Approximation in der Zeit können im Wesentlichen alle bekannten Verfahren verwendet werden. Im Ergebnis einer solchen Bathymetriesimulation werden zu festgelegten Zeitpunkten quasi-konsistente Tiefenverteilungen generiert oder auch ganze Ergebnissätze mit vorgegebenen Zeitintervallen bestimmt. In der Abb. 13 ist die generierte Tiefenverteilung im Elbmündungstrichter für den 1. Juli 1995 und 2011 dargestellt.

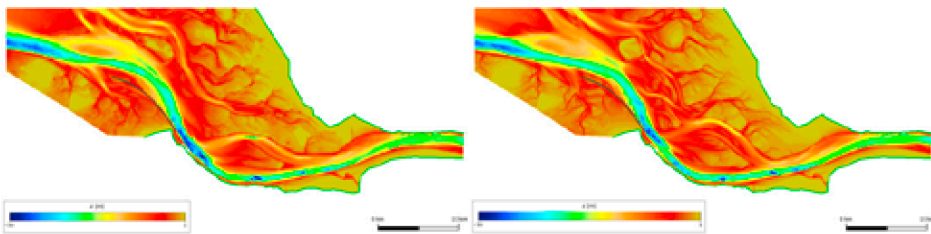


Abb. 13: Tiefenverteilung im Elbmündungstrichter zum 01.07.1995 und 01.07.2011

Bei den gekoppelten Verfahren wird in einem Schritt eine räumlich-zeitliche Interpolation durchgeführt. Hierfür werden in der Regel netzfreie Verfahren, wie die Shepard-Interpolation oder die Frank-Little-Approximation herangezogen. Die gekoppelte Interpolation erfordert eine Verknüpfung zwischen zeitlichen und örtlichen Entfernungen und birgt das Potential, weitergehende physikalische Prozesseigenschaften zu berücksichtigen.

5. Vertrauenswürdigkeit der abgeleiteten digitalen Bathymetrien

Für die Bewertung abgeleiteter Analysen auf der Basis der simulierten digitalen Bathymetrien stellt sich die Frage nach dem Vertrauen in das Ergebnis. Bei der Bewertung der Vertrauenswürdigkeit muss zwischen der Genauigkeit/Unschärfe der herangezogenen Vermessungsdaten und der durch die Interpolation/Approximation induzierten Unsicherheit unterschieden werden. Für die Beurteilung der durch die Interpolation/Approximation induzierten Unsicherheit wird die Kenngröße „lokale Vertrauenswürdigkeit (Konfidenz)“ eingeführt.

Der Großteil der örtlichen und zeitlichen Interpolationsverfahren lässt sich in folgender einfacher Form beschreiben:

$$z(x) = \sum_i \varphi_i(x) \cdot z^i \quad (2)$$

wobei die Basisfunktionen Werte von 0 bis 1 annehmen können. Der Wert 1 wird von der Basisfunktion i angenommen, wenn die interpolierende Lage x genau auf der Stützstelle i liegt. Somit ist der größte Wert, der durch eine Basisfunktion angenommen wird, ein guter Indikator für die relative Vertrauenswürdigkeit (die durch die Interpretationsvorschrift induzierte Unsicherheit). Die relative örtliche Vertrauenswürdigkeit kann in jeder Vermessung bestimmt werden und zu dem Zeitpunkt der Interpolation zeitlich interpoliert werden. Diese interpolierte örtliche Vertrauenswürdigkeit wird dann mit der zeitlichen relativen Vertrauenswürdigkeit (der zeitlichen Interpolation) multipliziert, wodurch die örtlich-zeitliche relative Vertrauenswürdigkeit entsteht. Diese Kenngröße beschreibt die Unsicherheit bei der Bestimmung der Tiefen, die ausschließlich durch die Interpretationsvorschrift verursacht wird. An gemessenen Orten zum Messzeitpunkt ist die relative Vertrauenswürdigkeit bei der Interpolation immer 1.

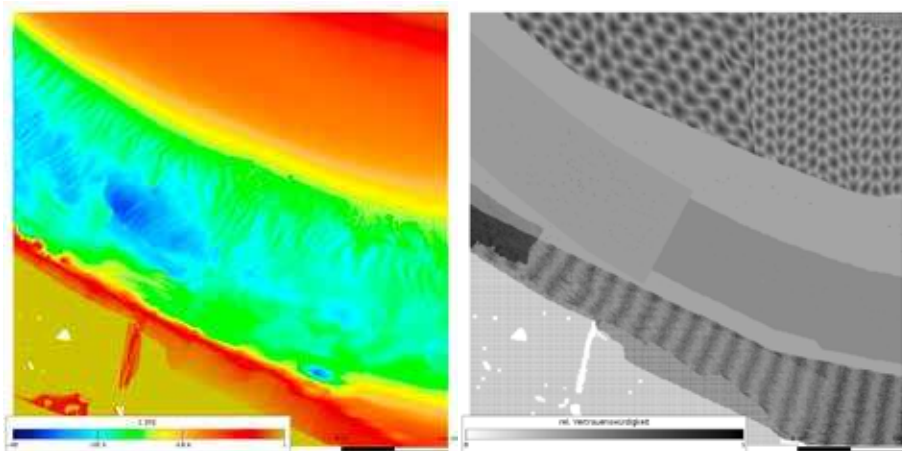


Abb. 14: Interpolierte Tiefenverteilung vor Cuxhaven zum 01.07.2010 und zugehörige relative Vertrauenswürdigkeit

In der Abb. 14 sind ganz typische Strukturen in der relativen Vertrauenswürdigkeit zu erkennen, die aus Dreieckszerlegungen, Profilvermessungen und Rasterdaten resultieren.

Zur Beschreibung der absoluten Vertrauenswürdigkeit der abgeleiteten digitalen Bathymetrie müssen diese relativen Vertrauenswürdigkeiten mit den Unsicherheiten der Vermessungen verknüpft werden. Alternativ hierzu können alle Vermessungsdaten als Fuzzy-Größen beschrieben werden. Die Vertrauenswürdigkeit wäre dann integraler Bestandteil der quasi-konsistenten Fuzzy-Bathymetrie (MILBRADT, 2009) und würde auch bei den abgeleiteten Analysen mehr Informationen liefern.

6. A n a l y s e n a u f d e n b a t h y m e t r i s c h e n D a t e n

Mit den zeitvarianten bathymetrischen Modellen lassen sich an jedem Ort Zeitreihen der Entwicklung des Gewässerbodens betrachten. Diese Zeitreihen lassen sich nun funktional-analytisch und statistisch auswerten. Zu den einfachsten Analysen gehören:

- Bestimmung der in einem Zeitraum beobachteten kleinsten und größten Tiefe (z_{\min} / z_{\max}),
- minimale/maximale Differenz zwischen zwei zeitlich benachbarten Vermessungen,
- minimaler/maximaler zeitlicher Abstand zwischen zwei Messkampagnen,
- minimale/maximale/mittlere Steigung zwischen zwei benachbarten Messwerten,
- Identifikation von (systematischen) Ausreißern,
- Datum, an dem die minimale bzw. maximale Tiefe angenommen wird,
- Anzahl der berücksichtigten Vermessungen,
- mittlere Messhäufigkeit,
- Datum der neusten und ältesten Vermessung / des Datensatzes.

Die Übertragung dieser Informationen auf die Fläche ermöglicht sowohl flächenhafte als auch volumetrische Analysen.

6.1 M o r p h o l o g i s c h e r R a u m

Die Differenz zwischen der größten und kleinsten beobachteten Tiefe an einem Ort über einen vorgegebenen Zeitraum wird **morphologischer Raum** genannt ($z_{\max} - z_{\min}$).

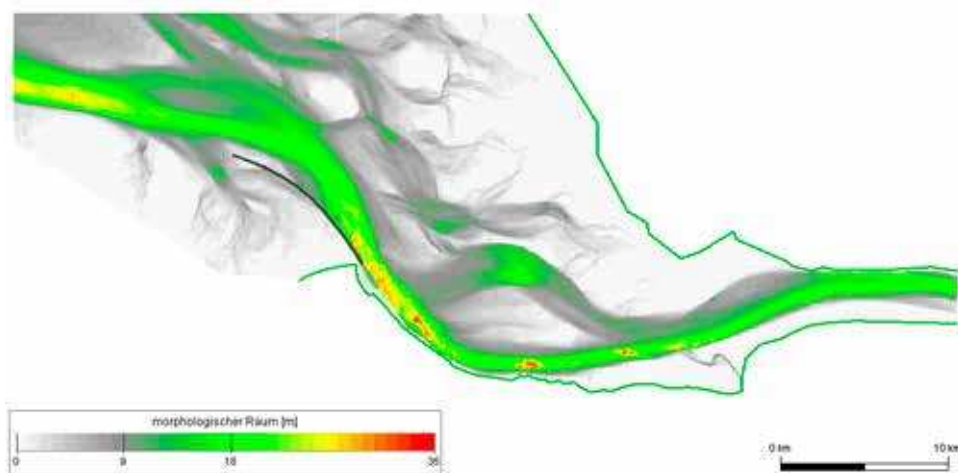


Abb. 15: Morphologischer Raum für den Zeitraum 1995-2011

6.2 Erosion und Sedimentation

Die Festlegung eines bestimmten Auswertzeitraumes (beispielsweise von 5 oder 10 Jahren) ermöglicht die Bestimmung der Veränderungen des Meeresbodens durch die Ableitung von Differenztopographien. Der Differenzwert aus neuer und alter Bathymetrie wird auch als **Bilanzhöhe** bezeichnet und deren Absolutbetrag als **Umsatzhöhe**. Analog lassen sich resultierende Erosions- und Sedimentationskarten (jeweils die roten bzw. blauen Flächen in Abb. 16) ableiten. Solche Auswertungen hängen stark vom gewählten Auswertzeitraum ab.

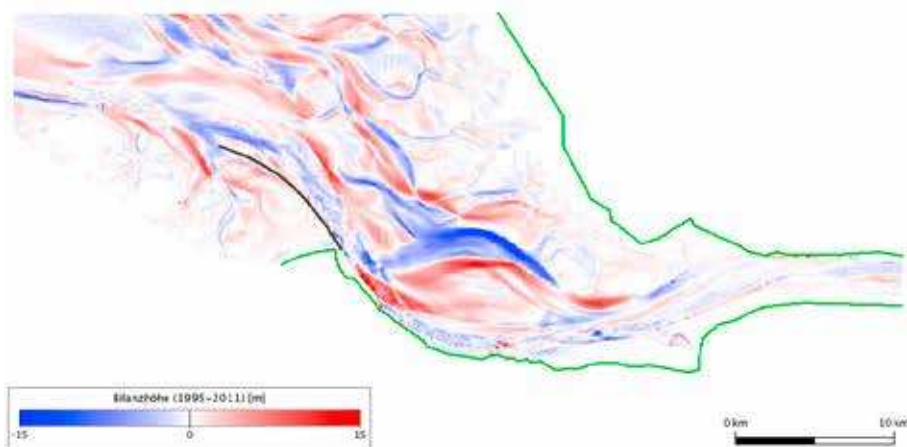


Abb. 16: Differenztopographie 2011-1995

Werden die Veränderungen über einen Zeitraum von genau einem Jahr betrachtet, so wird von der **jährlichen Sedimentations- und Erosionsrate** bzw. Bilanzhöhe gesprochen.

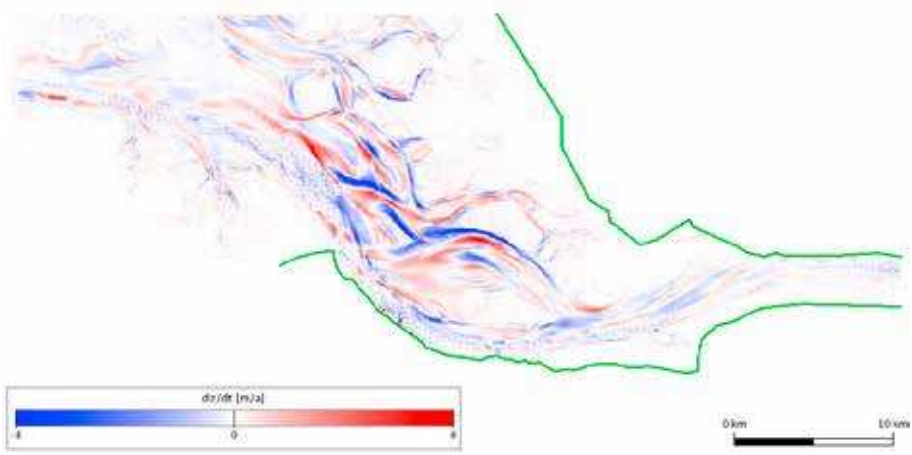


Abb. 17: Erosions- und Sedimentationsrate 2010

Auf der Grundlage dieser Klassifikation der Ebene, lässt sich in einem weiteren Schritt die zeitliche Entwicklung der Flächen, die von Erosion und Sedimentation betroffen sind, ableiten. In der Regel werden für solche Untersuchungen nur alle Tiefenänderungen herangezogen, die größer als die Messunsicherheit (z. B. 0,5 m) sind. In der Abb. 18 ist die zeitliche Entwicklung der Flächen im Elbmündungstrichter dargestellt, die durch Erosion belastet sind oder durch Sedimentation wachsen.



Abb. 18: Flächen, die von Erosion bzw. Sedimentation betroffen sind (Schwellwert 0,5 m)

6.3 Morphologische Aktivität

Ein weiterer guter Indikator für morphologisch signifikante Aktivität in einem Gebiet und für einen betrachteten Zeitraum ist die Darstellung der Anzahl der jährlichen Tiefenänderungen, die größer einer vorgegebenen Grenze (z. B. 1 m/a) sind.

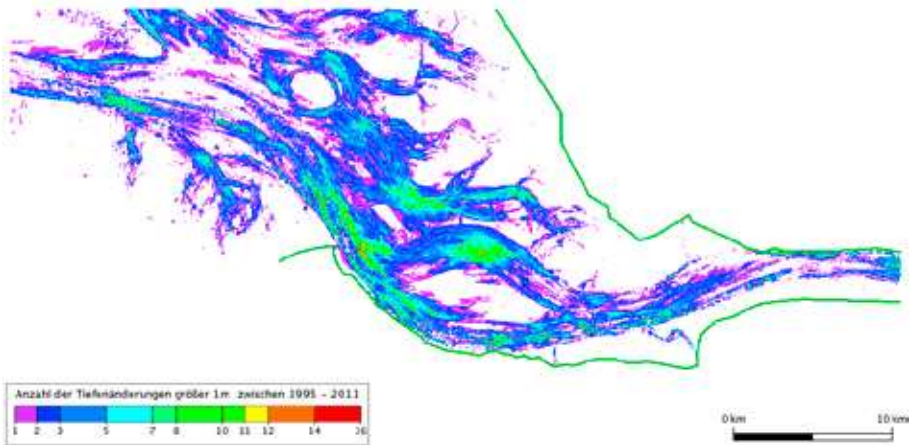


Abb. 19: Anzahl der Tiefenänderungen, die größer 1 m/a betragen, für den Zeitraum 1995-2011

6.4 Morphologischer Drive

Werden die Stützstellen des Zeitstrahles an jedem Ort betrachtet, so lässt sich zwischen jeweils zwei Vermessungen die zeitliche Ableitung der Tiefe bestimmen. Die so entstandene neue Zeitreihe beschreibt jetzt die zeitlichen Ableitungen ($\partial z / \partial t$). Aus dieser Zeitreihe lassen sich wiederum mittlere bzw. maximale Änderungsraten (Erosions- und Sedimentationsraten) ableiten. Unter dem **morphologischen Drive** wird nun die Differenz aus der beobachteten maximalen Sedimentationsrate und der maximalen Erosionsrate verstanden ($\partial z / \partial t_{\max} - \partial z / \partial t_{\min}$).

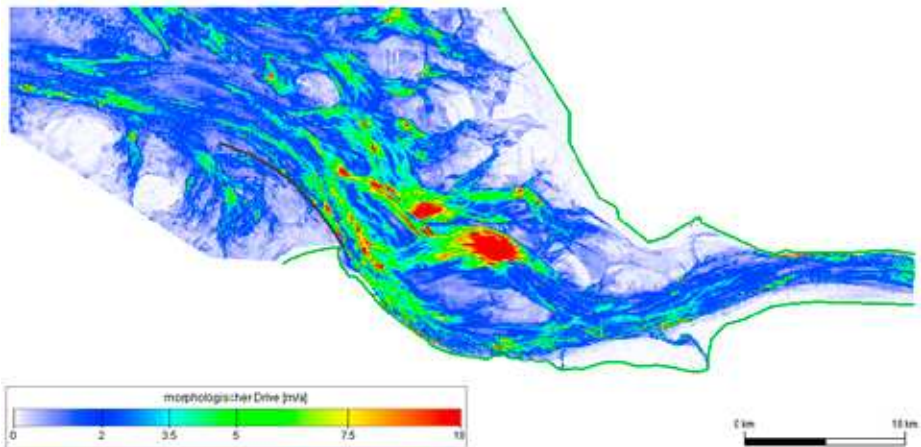


Abb. 20: Morphologischer Drive (1995-2011)

6.5 Volumetrische Analysen

Werden die Erosions- und Sedimentationsraten mit den Flächen verknüpft, so können volumetrische Veränderungen berechnet und den Flächen gegenübergestellt werden. Exemplarisch ist dies in Abb. 21 für die Erosionsprozesse im Mündungstrichter der Elbe dargestellt. Aus den Vermessungsdaten kann abgeleitet werden, dass es ab 2003 zunächst zu einer Abnahme der Erosion und seit 2007, auf Grund des Durchbruchs der Medemrinne, zu einer starken Zunahme sowohl in den Flächen als auch im Volumen gekommen ist.

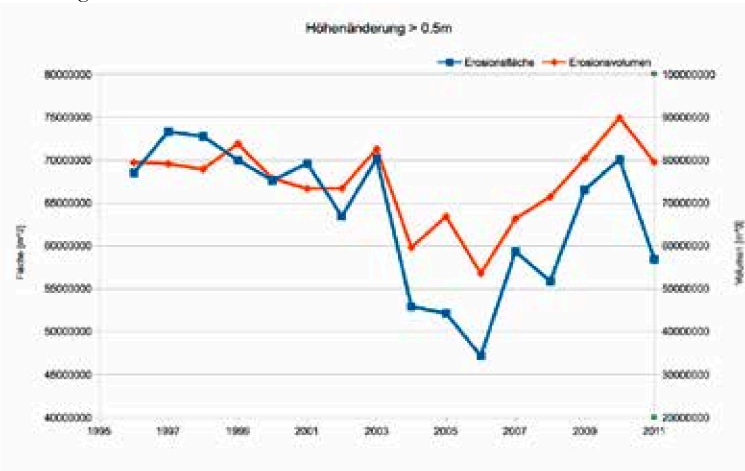


Abb. 21: Erosionsentwicklung Mündungsbereich der Elbe

6.6 Morphologische Geschwindigkeit

Die Bestimmung der Verlagerung von bathymetrischen Strukturen, wie Rinnen und Transportkörper, ist insbesondere im Zusammenhang mit der Leichtigkeit und Sicherheit der Schifffahrt von Bedeutung. Die Geschwindigkeit, mit der sich solche bathymetrischen Strukturen verlagern, wird **morphologische Geschwindigkeit** genannt.

Die Bestimmung der Verlagerungen von Strukturen kann auf unterschiedlichste Art und Weise erfolgen und ist u. a. auch davon abhängig, welche Struktureigenschaft betrachtet wird. Isolinien sind gute Indikatoren, um Verlagerungen zu beschreiben. Zur Bestimmung der morphologischen Geschwindigkeiten wird im Weiteren die Verlagerung von Isolinien betrachtet. Die Bestimmung der Verlagerung von Isolinien kann auf der Basis von Isolinien/Karten erfolgen (siehe Abb. 22).



Abb. 22: Isolinienbasierte Bestimmung der morphologischen Geschwindigkeiten

Eine alternative Berechnung der morphologischen Geschwindigkeiten (der Geschwindigkeiten, mit der sich Isolinien in der Zeit bewegen) eröffnet der Satz über implizite Funktionen. Eine Isolinie zum Wert k kann über die implizite Funktion $z(x, y, t) - k = 0$ beschrieben werden.

Der Satz über implizite Funktionen liefert nun überall da, wo die lokalen Gradienten (des Gewässerbodens) nicht verschwinden, neben der lokalen Existenz der Funktionen $x(t)$ und $y(t)$ auch deren zeitliche Ableitungen $\frac{\partial \vec{x}}{\partial t}$, die als morphologische Geschwindigkeiten bezeichnet werden können:

$$\frac{\partial x(t)}{\partial t} = -\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^{-1} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} \quad \text{und} \quad \frac{\partial y(t)}{\partial t} = -\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^{-1} \cdot \frac{\partial z}{\partial t}. \quad (3)$$

In der folgenden Abbildung 23 ist die charakteristische Verteilung der morphologischen Geschwindigkeiten vor Langeoog dargestellt.

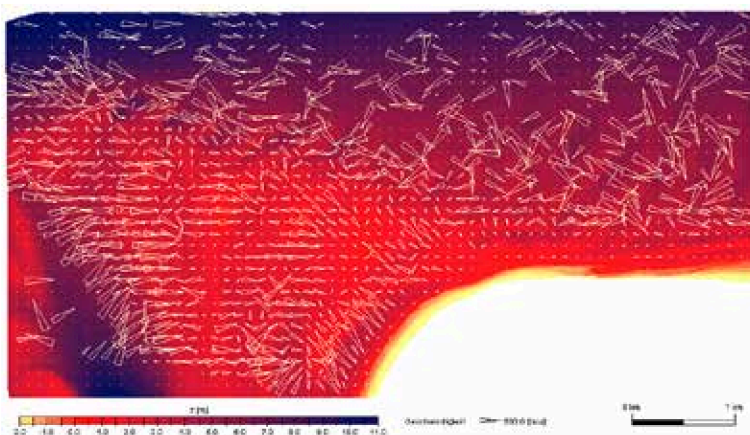


Abb. 23: Morphologische Geschwindigkeiten vor Langeoog (Bezugsjahr 2005)

6.7 Resultierender Transport

Die Kenntnis der resultierenden Sedimenttransportraten, die die beobachteten Tiefenveränderungen hervorrufen, kann zur Optimierung von Küstenschutz und -entwicklungskonzepten beitragen und als wesentliche Gütekriterien zur Validierung prozessbasierter numerischer Simulationsmodelle herangezogen werden.

Die Entwicklung des Gewässerbodens genügt für jedes Kontrollvolumen einer Kontinuitätsbedingung und kann durch integrale oder differentielle Kontinuitätsgleichungen beschrieben werden. Im Rahmen prozessbasierter numerischer Modelle wird die Bodenevolution auf der Basis von Finiten Differenzen, Finiten Volumen oder Finiten-Elemente-Verfahren gelöst. In diesen Modellen werden die Sedimenttransportraten auf der Basis simulierter Strömungsgeschwindigkeiten und Seegangparameter berechnet.

Zur Berechnung der resultierenden Sedimenttransportraten ist es gelungen, ein inverses Finites Volumenverfahren zu entwickeln. Für einfache Geometrien, wie beispielsweise ein eindimensionales Flussmodell mit festem Rand ($dz=0$), kann die Finite-Volumen-Methode einfach invertiert werden. Wie in Abb. 24 zu sehen, ist im eindimensionalen Fall die Anzahl der unbekannt resultierenden Transporte Q_i gleich denen der gemessenen Tiefenänderungen Δz_i .

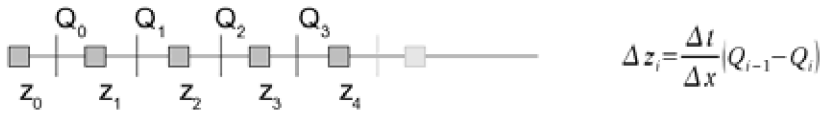


Abb. 24: Schematisches eindimensionales Finite-Volumen-Verfahren

Leider ist eine solche einfache Invertierung des Finiten-Volumen-Verfahrens im allgemeinen Fall nicht möglich. Schon im zweidimensionalen Fall eines regulären Gitters ist die Anzahl der unbekannt resultierenden Transporte Q_{ij} über die Zellränder mehr als doppelt so groß wie die gemessenen Tiefenänderungen Δz_{ij} über ein Zeitintervall Δt in den Zellzentren.

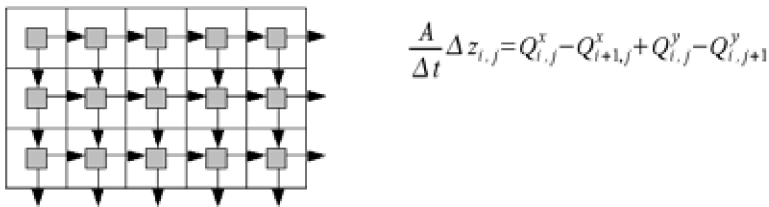


Abb. 25: Schematische zweidimensionale FVM auf einem regulären Raster

Um auch im ebenen Fall resultierende Transporte zu berechnen, wurde ein iterativer Algorithmus entwickelt. Zunächst wird eine Startverteilung der Transporte Q_{ij} generiert. Dies geschieht zufällig oder die Startverteilung wird aus einem prozessbasierten Modell abgeleitet. In einem zweiten Schritt werden auf der Basis dieser Transporte mittels einer klassischen Finiten-Volumen-Approximation die Tiefenänderungen an den Zellmittelpunkten bestimmt. Die Differenz zwischen

der beobachteten Tiefenänderung und der berechneten Tiefenänderung wird nun genutzt, um die Transportraten Q_{ij} über die Gebietsränder zu korrigieren. Diese Prozedur wird solange durchgeführt, bis keine Verbesserung der Ergebnisse erzielt wird.

Für einen Küstenbereich an der Westspitze der Insel Langeoog wurden, ausgehend von zwei konsistenten Bathymetrien (2002 und 2003), resultierende Transporte berechnet, die zu der beobachteten Tiefenänderung führen würden. Ausgehend von den Tiefenverteilungen der Jahre 2002 und 2003 als 5 m-Raster wurden auf der Basis des inversen Finite-Volumen-Verfahrens die resultierenden Sedimenttransportraten bestimmt. Diese resultierenden Transportraten wurden dann wieder in ein Finites-Volumen-Verfahren eingesetzt, um die resultierende Bathymetrie des Jahres 2003 zu bestimmen.

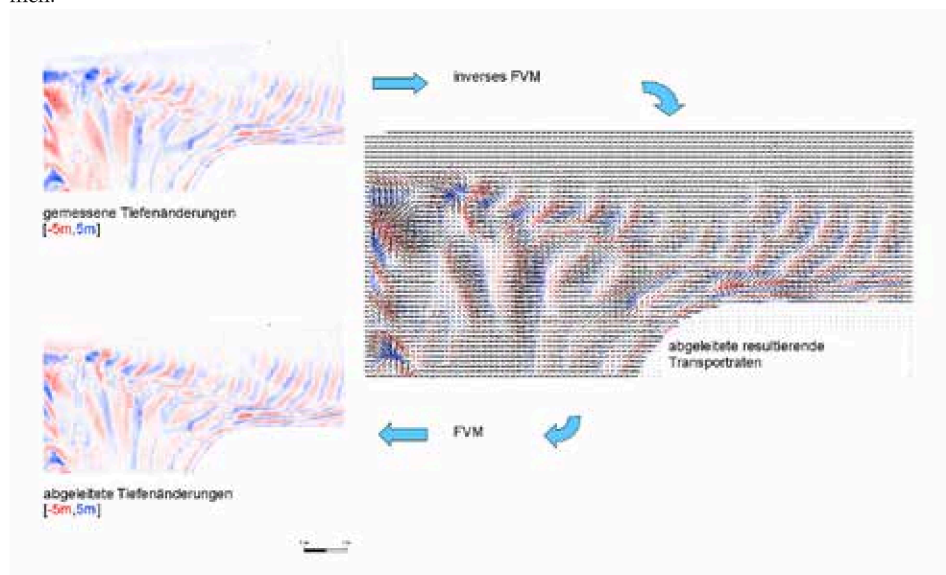


Abb. 26: Inverse Finite-Volumen-Approximation

Die resultierenden Sedimenttransportraten sind bis auf einen zugrunde liegenden quasikonstanten Grundtransport eindeutig. Die Bestimmung dieses Grundtransportes muss durch Einbettung in prozessbasierte morphodynamische Simulationen erfolgen bzw. durch den Aufbau entsprechender Modellhierarchien.

7. Ausblick

Mit der Modellvorstellung des digitalen Geländemodells (Bathymetrie) in Raum und Zeit eröffnen sich neuartige Möglichkeiten der Analyse morphodynamischer Veränderungen. Neben den klassischen Verfahren der Differenzanalysen zwischen quasi-konsistenten Bathymetrien lassen sich statistische und funktionalanalytische Auswertungen über die Zeit durchführen. In Zukunft lassen sich neben Sedimentations- und Erosionsraten, morphologischen Beschleunigungen und volumetrischen Analysen bei hinreichender Datendichte auch Indikatoren für die Optimierung von Messkonzepten weiterentwickeln. Morphologische Geschwindigkeiten und vor allem die Bestimmung von

resultierenden Transporten auf der Basis von Vermessungsdaten erweitern das Spektrum der Auswertungen. Insbesondere bei der Bestimmung der resultierenden Sedimenttransportraten, die eine beobachtete Tiefenänderung erzeugt, hat sich die Notwendigkeit einer engen Verzahnung von prozess- und datenbasierten morphodynamischen Modellen ergeben. Mit dem vom KFKI initiierten Verbundprojekt „Aufbau von integrierten Modellsystemen zur Analyse der langfristigen Morphodynamik in der Deutschen Bucht“ (AufMod) wird dieser Notwendigkeit eines interdisziplinären Ansatzes Rechnung getragen.

Für die Beurteilung der Vertrauenswürdigkeit der abgeleiteten quasi-synoptischen Bathymetrien und Kenngrößen wurden neben der Definition von relativen und absoluten Vertrauenswürdigkeiten auch die Möglichkeiten einer durchgängigen Formulierung auf der Basis von Fuzzyzahlen angedacht. Dieser Ansatz erscheint vielversprechend und wird derzeit vertieft untersucht.

In den KFKI-Projekten „Entwicklung und Implementierung von Methoden zur Aufbereitung konsistenter digitaler Bathymetrien“ (KoDiBa) und „Identifikation morphologischer Tendenzen und Geschwindigkeiten“ (ImTG) wurden mit den Projektpartnern Komponenten eines praxistauglichen Workflows entwickelt und getestet.

Mit dem im Jahre 2009 gestarteten KFKI-Verbundprojekt AufMod wurde zum einen die in den vorangegangenen Projekten zusammengetragene bathymetrische Datenbasis ergänzt und in das Projekt als eine Komponente des funktionalen Bodenmodells eingebracht. Das räumliche und zeitliche Modellkonzept soll im Rahmen von AufMod auf weitere Parameter wie beispielsweise Korngrößenverteilungen und Sedimentmächtigkeiten übertragen werden.

8. D a n k s a g u n g

Ergebnisse in diesem Artikel wurden unter anderem in den Forschungsvorhaben KoDiBa (03KIS042) und ImTG (03KIS059) erarbeitet, welche durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung gefördert und durch das Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen kontinuierlich begleitet wurden. Besondern Dank gilt den an den Projekten beteiligten Mitarbeitern und Mitarbeiterinnen und den Projektpartnern sowie den Mitgliedern der projektbegleitenden Gruppen für ihr Interesse und konstruktive Hinweise. Nicht zuletzt möchte ich allen engagierten Mitarbeitern und Institutionen danken, die durch die Bereitstellung von Daten und die Bereitschaft, Fragen zu den Daten und Verfahren zu beantworten, zum Erfolg der prototypischen Auswertungen beigetragen haben.

9. S c h r i f t e n v e r z e i c h n i s

- ABRAMOWSKI, S. und MÜLLER, H.: Geometrisches Modellieren, Reihe Informatik, Band 75, BI Wissenschaftsverlag, 1991.
- ARBEITSGEMEINSCHAFT DER VERMESSUNGSVERWALTUNGEN DER LÄNDER DER BUNDESREPUBLIK DEUTSCHLAND (ADV): Glossar zur Festhaltung der GeoInfoDok – Teilbereich DGM, 2005.
- BERTHOLD, T.; BERKHAHN, V. and MILBRADT, P.: Determination of Network Topology for ANN-Bathymetric Models Proceedings of 9th International Conference on Hydro-Science and Engineering, IIT Madras, ISBN: 978-93-80689-01-2, 2010.

- BETTAC, W.; SCHLEIDER, W. und SINDERN, J.: Das Küstenkartenwerk 1:25.000 der Deutschen Bucht - Vermessung und Kartographie, *Die Küste*, 40, 13-32, 1984.
- EDELSBRUNNER, H.; KIRKPATRICK, D. G. and SEIDEL, R.: On the Shape of a Set of Points in the Plane. In: *IEEE, Transactions on Information Theory*, Vol. 29, No. 4, 551-559, 1983.
- HUNKE, D.; SCHÜLER, V. und WINTER, CH.: Morphologische Stabilitätskarte für die Kabelanbindung von Offshore-Windparks in den Flussmündungsbereichen von Elbe, Weser, Jade und Ems, *Ecofys Germany GmbH*, 2009.
- HÜTTEMEYER, P.; KOOPMANN, A.; KUNZ, H. und PUSCHMANN, M.: Morphologische Gestaltungsvorgänge im Küstenvorfeld der Deutschen Bucht, *Abschlussbericht*, 1999.
- MILBRADT, P.: Algorithmische Geometrie in der Bauinformatik, *Inst. f. Bauinformatik, Universität Hannover*, 2001.
- MILBRADT, P. and ABU ABED, W.: Understanding the Aspect of Fuzziness in Interpolation Methods, *Proceedings of 18th IKM. Weimar, ISSN 1611-4086*, 2009.
- MILBRADT, P.; SELLERHOFF, F. und KRÖNERT, N.: Konsistente digitale Bathymetrien (KoDiBa). *Abschlussbericht, smile consult GmbH*, 2005.
- MILBRADT, P.; DOROW, C. und ASCHE, CH.: Identifikation morphologischer Tendenzen und Geschwindigkeiten (ImTG), *Abschlussbericht, Inst. f. Bauinformatik, Leibniz Universität Hannover*, 2009.