

# INTERAZIONI DI RISONANZA E LOCALIZZAZIONI DI ENERGIA IN NANOTUBI DI CARBONIO

Angelo Oreste Andrisano<sup>1</sup>, Leonid I. Manevitch<sup>2</sup>, Francesco Pellicano<sup>1</sup>, Matteo Strozzi<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Dipartimento di Ingegneria “Enzo Ferrari”, Università di Modena e Reggio Emilia  
E-mail: angelooreste.andrisano@unimore.it, francesco.pellicano@unimore.it*

<sup>2</sup>*Semenov Institute of Chemical Physics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia  
E-mail: leonidmanevitch3@gmail.com*

<sup>3</sup>*Dipartimento di Scienze e Metodi dell’Ingegneria, Università di Modena e Reggio Emilia  
E-mail: matteo.strozzi@unimore.it*

**Keywords:** *nanotubi di carbonio, oscillazioni non lineari, interazioni di risonanza, localizzazioni di energia*

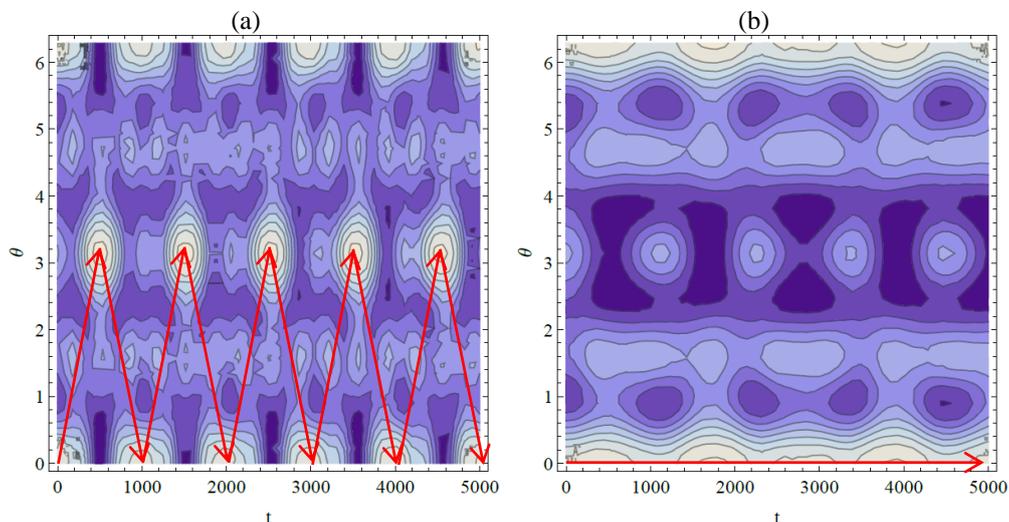
## SOMMARIO ESTESO

Lo studio delle vibrazioni dei nanotubi di carbonio (CNTs) è importante sotto molti punti di vista. Se i CNTs sono parte di nano-dispositivi (quali risonatori nano-elettromeccanici, nano-rivelatori, microscopi a forza atomica, etc.), allora le loro oscillazioni determinano i regimi di lavoro e la capacità dei dispositivi considerati. D’altro canto, le caratteristiche di deformabilità e di trasmissibilità dei materiali compositi rinforzati con CNTs dipendono fortemente dagli spettri vibrazionali dei CNTs stessi. Per questi motivi, le oscillazioni dei CNTs sono state ampiamente studiate a partire dalla loro scoperta nel 1991 [1].

Poiché la cella elementare dei CNTs è piuttosto complessa, il suo spettro vibrazionale è costituito da molti rami, che corrispondono a tipi diversi di oscillazioni dei CNTs. Le più importanti oscillazioni a frequenza relativamente bassa dei CNTs sono rappresentate dai modi assialsimmetrici, dai modi tipo trave e dai modi flessionali circolari (modi tipo guscio con due onde circolari lungo la sezione trasversale dei CNTs) [2].

In campo non lineare, l’interazione di risonanza tra modi che appartengono allo stesso ramo oscillatorio (cioè che possiedono lo stesso numero di onde circolari) porta alla cattura dell’energia di oscillazione in due domini di coerenza sulla superficie dei CNTs. Lo scambio di energia tra questi due domini di coerenza viene sostituito dalla localizzazione di energia su un unico dominio di coerenza se il valore della ampiezza di oscillazione iniziale supera una specifica soglia di energia. Questa localizzazione si conserva per ogni valore di ampiezza di oscillazione iniziale superiore alla soglia di energia ricavata [3].

E’ stato dimostrato che anche l’interazione di risonanza tra oscillazioni non lineari di tipologia diversa (cioè che hanno numero diverso di onde circolari) è possibile, in questo caso il fenomeno della localizzazione di energia su un dominio di coerenza avviene in un intervallo finito di ampiezze di oscillazione iniziale (due soglie di energia) [4].



**Figura 1.** Distribuzione dell'energia totale lungo la direzione circonferenziale  $\theta$  nel tempo  $t$  a metà della lunghezza del CNT per valori crescenti della ampiezza di oscillazione iniziale. (a) Scambio di energia tra i domini di coerenza  $\theta = 0$  e  $\theta = \pi$ . (b) Localizzazione in  $\theta = 0$ .

In particolare, in questo lavoro viene studiata l'interazione di risonanza non lineare tra un modo tipo trave ed un modo flessionale circonferenziale aventi uguale numero di semi-onde longitudinali. Innanzitutto, viene sviluppato un modello analitico della interazione di risonanza tra i due modi normali non lineari. Questo approccio si basa su una forma ridotta della teoria dei gusci di Sanders-Koiter ottenuta assumendo ipotesi semplificative sulle deformazioni del guscio. Tale modello analitico prevede che l'interazione di risonanza non lineare porti alla localizzazione dell'energia in un determinato dominio di coerenza sulla superficie del nanotubo di carbonio entro un intervallo specifico di ampiezze di oscillazione iniziale compreso tra due valori distinti di soglia di localizzazione. Quindi, viene introdotto un modello numerico della interazione di risonanza tra i due modi normali non lineari sulla base della forma estesa della teoria dei gusci di Sanders-Koiter. Vengono compiute delle simulazioni numeriche per calcolare i valori di soglia di localizzazione di energia. Infine, il confronto tra i due approcci proposti per quanto riguarda i valori di soglia di localizzazione di energia in campo non lineare ha consentito di riscontrare che i risultati ottenuti adottando il modello numerico confermano con buona precisione le previsioni del modello analitico.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Iijima, S., 1991. "Helical microtubules of graphitic carbon". *Nature*, **354**, pp. 56–58.
- [2] Strozzi, M., Manevitch, L.I., Pellicano, F., Smirnov, V., and Shepelev, D., 2014. "Low-frequency linear vibrations of single-walled carbon nanotubes". *Journal of Sound and Vibration*, **333**, pp. 2936–2957.
- [3] Smirnov, V., Shepelev, D., and Manevitch, L.I., 2014. "Localization of low-frequency oscillations in single-walled carbon nanotubes". *Physical Review Letters*, **113**, pp. 135502(4).
- [4] Smirnov, V., and Manevitch, L.I., 2018. "Semi-inverse method in nonlinear mechanics: application to coupled oscillations of single-walled carbon nanotubes". *Nonlinear Dynamics*, **93**, pp. 205–218.