KAJIAN INDEKS KEUPAYAAN PROSES

BAGI TABURAN TAKNORMAL

Oleh

CHA YET KANG

Tesis diserahkan untuk memenuhi
sebahagian keperluan bagi
Ijazah Sarjana Sains

Disember 1998

PENGHARGAAN

Saya ingin mengambil kesempatan ini untuk merakamkan ribuan terima kasih dan rasa penghargaan kepada semua pihak yang telah membantu saya dalam menjayakan projek ini. Khususnya, saya ingin menujukan penghargaan ini kepada Prof. Dr. Quah Soon Hoe sebagai penyelia projek yang telah menyumbangkan bantuan dan nasihat yang tidak ternilai sepanjang pengendalian projek ini.

Cha Yet Kang
Disember 1998

ABSTRAK

Pada zaman yang mencabar ini, penekanan terhadap kualiti merupakan pengurusan yang penting untuk memenuhi kehendak pelanggan dan seterusnya mengekalkan cabaran dan menguasai pasaran. Demi membaiki kualiti, produk dihasilkan bukan sahaja perlu mematuhi spesifikasi-spesifikasi bahkan pengurangan variasi di antara unit ke unit dan variasi daripada sasaran. Kane (1986) telah memperkenalkan indeks keupayaan proses, C_p, C_{pl}, C_{pu} dan C_{pk} untuk menyukat prestasi sesuatu proses bagi menepati sasaran dan bervariasi rendah. Indeks-indeks ini merupakan penyukatan prestasi yang baik sekiranya prasyarat-prasyarat ditepati. Biasanya, prasyarat-prasyarat ini jarang ditepati dalam dunia sebenar, seterusnya menyebabkan penyelewangan penafsiran dan kesan-kesan ini telah dikaji oleh ramai pakar statistik.

Tesis ini dibahagikan kepada dua bahagian. Bahagian pertama memperkenalkan indeks-indeks keupayaan proses dan beberapa kajian tentang kesan-kesan ketaknormalan terhadap nilai indeks-indeks tersebut. Bahagian kedua merupakan penyelidikan kita terhadap cara pengiraan C_p yang dicadangkan oleh Philippe Castagliola (1996).

ABSTRACT

In today's challenging world, quality management is a very important factor in satisfying customers' requirements, maintain the competitive edge and market share. In order to improve the quality of products, the variation between unit to unit and the variation from the target need to be reduced besides requiring the units to meet the specifications. Kane (1996) has discussed the process capability indices, C_p, C_{pl}, C_{pu} and C_{pk} to measure the performance of a process in order to meet the target and low variation. These indices will be used as tools to measure the performance of a process if the prerequisites are met. Normally, the prerequisites are not commonly met in the real world, and this will lead to the misinterpretation of these indices. Many statisticians have studied these effects.

This thesis is divided into two parts. Part I introduces the process capability indices and some studies about these indices under non-normality. Part II covers our study regarding the method of C_p computation which is recommended by Philippe Castagliola (1996).

KANDUNGAN

1. BAHAGIAN I - TEORI

1.1. Pengenalan

Keupayaan proses merupakan keunikan sesuatu proses yang menggambarkan had-had variasi rawak dalam proses yang stabil. Sesuatu proses stabil adalah proses yang berada pada peringkat terkawal secara statistik iaitu hanya variasi rawak wujud dalam proses tersebut. Variasi bagi sesuatu proses tidak terkawal boleh berubah-ubah pada bila-bila sahaja, maka anggaran variasi pada masa depan tidak boleh dipercayai dan tidak bererti. Manakala sekiranya kestabilan sesuatu proses tidak berubah maka variasi pada masa depan boleh dianggarkan daripada proses sebelumnya. Dengan kata lain keupayaan proses hanya bererti bagi sesuatu proses stabil sahaja.

Secara matematik, keupayaan proses didefinasikan sebagai panjang selang yang mengandungi 99.7% variasi asli. Sekiranya variasi bertaburan normal maka selang ini bersamaan dengan enam sisihan piawai (6σ) (Lewis, 1991). Keupayaan proses dikirakan dengan persamaan :

$$C_p = \frac{\text{Kelebaran Spesifikasi}}{\text{Kelebaran Proses}} = \frac{\text{USL - LSL}}{6\sigma}$$

di mana USL dan LSL ialah spesifikasi-spesifikasi atasan dan bawahan masing-masing.

Perhatikan bahawa C_p hanya merupakan nisbah kelebaran spesifikasi kepada kelebaran proses sahaja. Ia tidak memberi maklumat sama ada produk menepati atau tidak menepati spesifikasi-spesifikasi. Demi mengetahui keupayaan proses untuk menepati spesifikasi-spesifikasi dan seterusnya dapat menentukan peratusan output yang tidak menepati spesifikasi-spesifikasi bagi proses tersebut, nisbah-nisbah indeks keupayaan proses lain juga didefinasikan. Terdapat enam nisbah-nisbah keupayaan proses yang biasa dan luas dipergunakan. Ringkasan enam nisbah-nisbah keupayaan proses ditunjukkan dalam Jadual 1.1.1.

Jadual 1.1.1 - Indeks Keupayaan Proses (Pyzdek, 1992)

Indeks	Perbincangan
$C_p = \frac{\text{toleransi}}{6\sigma}$	Indeks ini merupakan salah satu nisbah keupayaan proses yang pertama digunakan. Ia secara ringkasnya membandingkan keluasan proses kepada keperluan-keperluan kejuruteraan dengan menganggapkan terdapat dua belah spesifikasi. Dengan anggapan proses bertaburan normal dan min proses betul-betul dipusatkan, $C_p < 1.00$ adalah tak-terterima, $1.00 \leq C_p \leq 1.33$ adalah sederhana, dan $C_p \geq 1.33$ menunjukkan proses tersebut berkeupayaan. Semakin tinggi nilai C_p, semakin baik prosesnya.
$C_R = 100\frac{6\sigma}{\text{toleransi}}$	C_R adalah indeks keupayaan proses yang lain. Ia membandingkan kelebaran proses kepada keperluan-keperluan kejuruteraan dengan menganggapkan terdapat dua belah spesifikasi. Nilai C_R boleh ditafsirkan sebagai peratusan keperluan kejuruteran yang digunakan oleh kelebaran proses. Dengan anggapan proses bertaburan normal dan min proses betul-betul dipusatkan, $C_R >$ 100% tak-terterima, 75% $< C_R \leq$ 100% adalah sederhana, dan $C_R \leq$ 75% adalah berkeupayaan. Semakin kecil nilai C_R, semakin baik prosesnya.

Jadual 1.1.1 (sambung)

$C_{pm} = \frac{Cp}{\sqrt{1 + \frac{(\mu - T)^2}{\sigma^2}}}$	Secara relatif, C_{pm} adalah satu statistik yang baru dan komplex penafsirannya. Sebenarnya C_{pm} mengambilkira sasaran yang diingini, T dalam pengiraanya. Sekiranya, min proses jauh daripada sasaran, nilai C_{pm} akan menyusut. Secara kasar, C_{pm} akan sama dengan C_p jikalau min proses betul-betul berada pada sasarannya.
$Z_U = \frac{USL - \mu}{\sigma}$	Z_U mengirakan bilangan beza di antara min proses, μ dengan USL terhadap sisihan piawai, σ. Z_U hanya boleh dikirakan jika terdapat spesifikasi atasan. Lazimnya Z_U digunakan sebagai statistik perantaraan untuk mencari keupayaan proses C_{pk}. Z_U bernilai negatif jika min proses lebih besar daripada spesifikasi atasan.
$Z_L = \frac{\mu - LSL}{\sigma}$	Z_L mengirakan bilangan beza di antara min proses, μ dengan LSL terhadap sisihan piawai, σ. Z_L tidak boleh dikirakan kecuali terdapat spesifikasi bawahan. Lazimnya Z_L digunakan sebagai statistik perantaraan untuk mencari keupayaan proses C_{pk}. Z_L bernilai negatif jika min proses lebih kecil daripada spesifikasi bawahan.

Jadual 1.1.1 (sambung)

$Cpk = \text{minimum}(\frac{Z_U}{3}, \frac{Z_L}{3})$	C_{pk} adalah nilai terkecil di antara Z_U dan Z_L. Memandangkan nilai terkecil Z mewakili jarak perbezaan terdekat kepada spesifikasi-spesifikasi, maka nilai C_{pk} menunjukkan keupayaan proses jikalau proses betul-betul berkeupayan memenuhi keperluan-keperluan. (anggapan kenormalan). Tidak serupa C_p atau C_R, C_{pk} mengambilkira kedua-kedua belah spesifikasi dan pusat relatif proses terhadap spesifikasi-spesifikasi. Di samping itu, tidak serupa dengan C_p, C_{pk} tetap wujud walaupun terdapat satu belah spesifikasi sahaja. Dengan anggapan proses bertaburan normal dan min proses betul-betul dipusatkan, nilai C_{pk} juga ditafsirkan seperti nilai C_p iaitu $C_{pk} < 1.00$ adalah tak-terterima, $1.00 \leq C_{pk} \leq 1.33$ adalah sederhana, dan $C_{pk} \geq 1.33$ menunjukkan suatu proses berkeupayaan. Semakin tinggi nilai C_{pk}, semakin baik prosesnya. Sekiranya nilai sasaran proses bukan berpusat di antara spesifikasi-spesifikasi, C_{pm} lebih digemari daripada C_{pk}.

Sekiranya anggapan taburan normal dipatuhi, keenam-enam indeks keupayaan merupakan indeks yang sempurna untuk membandingkan keupayaaan proses kepada keperluan-keperluan kejuruteraan. Daripada nilai keupayaan proses ini, prestasi proses boleh diungkapkan dalam bilangan kegagalan per juta (*parts per million*, ppm). Ini biasa dipraktikkan terutamanya dalam bidang perindustrian, jadual nilai keupayaan dan nilai ppm yang sepadannya juga dijudul dalam kebanyakan buku teks kawalan kualiti. Contohnya rujuk kepada buku *Introduction to Statististical Quality Control* (Montgomery, 1981, Jadual 9-3, mukasurat 372). Katakan $C_p = 1.0$, maka terdapat 2700 ppm kegagalan bagi proses yang mempunyai dua belah spesifikasi, dan katakan $C_{pk} = 1.0$, maka terdapat 1350 ppm kegagalan bagi proses yang mempunyai satu belah spesifikasi sahaja.

Dengan pertukaran nilai keupayaan proses kepada nilai ppm, maka penggunaan indeks keupayaan proses amat luas dan bermanfaat dalam bidang pengeluaran dan kawalan kualiti terutamanya bagi jurutera-jurutera proses dan kualiti untuk memahami dan menganggar potensi proses operasi mereka. Walau bagaimanapun, penggunaan indeks keupayaan proses dalam bidang pengeluaran sebenar mungkin menimbulkan masalah akibat daripada dua anggapan asas terhadap proses dalam analisis keupayaan proses :

1. terkawal secara statistical.
2. bertaburan normal.

1.1.1. Proses terkawal

Anggapan pertama ialah proses yang dikaji berada dalam keadaan terkawal atau stabil, iaitu data-data hanya mempunyai variasi rawak. Dengan kata lain, min dan variasi proses adalah konsisten sepanjang masa data dan bertaburan tunggal sahaja. Jikalau keadaan ini tidak ditepati, proses tersebut dikatakan tidak terkawal dan min dan varians proses boleh berubah pada bila-bila masa sahaja dan akibatnya anggaran berdasarkan data sampel tidak bererti dan tidak boleh dipercayai.

Satu cara yang cepat dan senang untuk menguji kestabilan proses ialah memplotkan data-data yang cukup besar (biasanya sebanyak 100 data) pada carta kawalan yang sesuai, lazimnya carta $\overline{X}$ dan R (min dan julat), dan menyemak sama ada kesan khas tertimbul. Sekiranya tidak berlaku kesan khas, proses tersebut boleh dianggapkan stabil. Seterusnya konsep keupayaan proses boleh digunakan.

1.1.2. Bertaburan normal

Ciri-ciri taburan normal :

1. Ia tidak terbatas pada kedua-dua arah. Ini bermaksud ia boleh mengambil apa-apa nilainya.
2. Ia adalah unimodal. Ini bermaksud taburan hanya mempunyai satu puncak.
3. Ia bersimetri. Taburan ke arah kiri min bersamaan dengan taburan ke arah kanan min dan minnya adalah seolah-olah sama dengan median dan mod. Kepencongan taburan normal bernilai sifar.
4. Ekor taburan tidak terlalu ringan atau berat dengan kepuncakan bernilai hampir tiga.

Taburan nomal jarang wujud dalam dunia sebenar disebabkan ciri-cirinya lazimnya tidak wujud dalam proses pengeluaran. Contohnya ciri pertama yang boleh mengambil sebarang nilai yang mungkin jarang sekali dipenuhi oleh proses pengeluaran. Umpamanya proses menggerudi lubang, saiz lubang tersebut telah dibataskan oleh nilai sifar dan sebenarnya saiz gerudi merupakan batasan bawahan saiz lubang yang sebenarnya, tambahan pula tidak mungkin terdapat saiz lubang yang tak terhingga. Selain daripada itu, proses *shearing* dan proses *chemical dip* merupakan proses dengan taburan pencong yang terbatas pada satu belah, proses *banking* dan *molding* terbatas pada dua belah (Pyzdek, 1992).

Akibat kedua-dua anggapan penting jarang dipenuhi dalam dunia sebenar, maka indeks keupayaan proses lazim disalahgunakan atau salah ditafsirkan dan selanjut menyebabkan pembuatan keputusan yang salah. Memandangkan ciri-ciri kenormalan adalah penting dan perlu dalam analisis keupayaan proses maka kesan-kesan ketaknormalan terhadap indeks keupayaan proses merupakan satu bidang penyelidikan yang popular. Pada bahagian selanjutnya, beberapa kajian terhadap ketaknormalan akan dibentangkan.

1.2. Kajian-kajian ketaknormalan dalam analisis keupayaan proses

Ketaknormalan taburan memberi kesan yang besar terhadap pengiraan keupayaan proses dan seterusnya prestasi proses yang disebut dalam ppm, maka penyelidikan kesan ketaknormalan taburan ke atas keupayaan proses telah menjadi satu penyelidikan major dan hasil-hasil penyelidikan membolehkan orang ramai berwaspada terhadap masalah yang mungkin timbul dan menyesuaikan penafsiran indeks keupayaan proses sekiranya didapati taburan proses bukan bertaburan normal.

Penyelidikan terhadap kesan ketaknormalan terbahagi kepada dua bahagian utama (Kotz dan Johnson, 1993) :

1. Bahagian pertama yang lebih senang ialah penyelidikan ciri-ciri indeks keupayaan proses dan penganggarannya sekiranya data bertaburan spesifik yang taknormal.
2. Bahagian kedua yang lebih susah ialah penyelidikan cara pengiraan yang membenarkan ketaknormalan terjadi iaitu mempertimbangkan penggunaan pengiraan indeks keupayaan proses baru yang direkabentuk supaya tidak terlalu peka terhadap ketaknormalan proses.

1.2.1. Gunter, B. H (1989)

Gunter telah mengkaji nilai C_{pk} bagi tiga taburan taknormal :

1. Taburan pencong dengan batasan bawahan - Taburan khi-kuasadua dengan darjah kebebasan 4.5, $\chi^2_{4.5}$
2. Taburan berekor berat ($\beta_2 > 3$) - Taburan-t dengan darjah kebebasan 8, t_8.
3. Taburan seragam, $U(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$.

Bagi setiap kes, taburan dipiawaikan untuk mempunyai satu nilai umum supaya min, $\mu = 0$ dan sisihan piawai, $\sigma = 1$, maka kesemuanya mempunyai nilai-nilai C_p dan C_{pk} yang sama.

Secara hampir, bilangan kegagalan yang melebihi had-had $\pm 3\sigma$ bagi setiap kes adalah :

1. Bagi kes 1, 14,000 ppm (kesemua kegagalan melebihi 3σ)
2. Bagi kes 2, 4,000 ppm (separuh kegagalan melebihi 3σ dan separuh kegagalan kurang daripada -3σ)
3. Bagi kes 3, sifar
4. Bagi taburan normal, 2,700 ppm (separuh kegagalan melebihi 3σ dan separuh kegagalan kurang daripada -3σ)

Jelas didapati bahawa walaupun nilai C_p dan C_{pk} sama bagi setiap taburan, tetapi nilai ppmnya adalah jauh berbeza nilainya. Ini jelas membuktikan ciri-ciri ketaknormalan memberi kesan yang amat bererti terhadap nilai indeks keupayaan proses terutamanya penganggaran bilangan kegagalan daripada nilai C_p dan C_{pk}.

Jadual 1.2.1 - Nilai $P[\hat{C}_p \geq c]$ daripada simulasi $C_p = 1$ (English dan Taylor, (1990)

Taburan X		Normal	Segitiga	Seragam	Eksponen
n =	c =				
5	0.5	0.996	1.000	1.000	0.969
	0.75	0.873	0.881	0.924	0.846
	1.00	0.600	0.561	0.522	0.683
	1.25	0.373	0.320	0.267	0.527
	1.50	0.223	0.193	0.152	0.404
	2.00	0.089	0.079	0.058	0.240
	2.50	0.041	0.039	0.025	0.150
10	0.5	1.000	1.000	1.000	0.985
	0.75	0.933	0.959	0.989	0.865
	1.00	0.568	0.529	0.501	0.644
	1.25	0.243	0.189	0.127	0.423
	1.50	0.091	0.064	0.035	0.259
	2.00	0.013	0.011	0.005	0.097
	2.50	0.002	0.003	0.001	0.039
20	0.5	1.000	1.000	1.000	0.996
	0.75	0.979	0.994	1.000	0.900
	1.00	0.548	0.523	0.508	0.617
	1.25	0.129	0.087	0.041	0.315
	1.50	0.017	0.011	0.002	0.135
	2.00	0.001	0.000	0.000	0.022
	2.50	0.000	0.000	0.000	0.003
50	0.5	1.000	1.000	1.000	1.000
	0.75	0.999	1.000	1.000	0.995
	1.00	0.537	0.507	0.497	0.577
	1.25	0.022	0.012	0.012	0.165
	1.50	0.000	0.000	0.000	0.026
	2.00	0.000	0.000	0.000	0.001
	2.50	0.000	0.000	0.000	0.000

1.2.2. English, J.R dan Taylor, G.D (1990)

English dan Taylor menyelidikkan kesan ketaknormalan terhadap penganggar C_p. Mereka menjalankan pengkajian simulasi terhadap taburan penganggar $\hat{C}_p$ bagi taburan normal, segitiga simetri, seragam dan eksponen yang mempunyai nilai C_p =1 dengan saiz sampel, n = 5, 10, 20, 30 dan 50.

Keempat-empat taburan ini mempunyai nilai jangkaan, μ =0, dan sisihan piawai, σ = 1 yang sama. Spesifikasi atasan = 3 dan spesifikasi bawahan = -3, maka nilai C_p setiap taburan bersamaan dengan 1. Keputusan diringkas dalam Jadual 1.2.1.

1.2.3. Price, B dan Price, K. (1992)

Price dan Price telah menggunakan simulasi untuk mempersembahkan nilai-nilai jangkaan $\hat{C}_p$ dan $\hat{C}_{pk}$ bagi taburan-taburan berikut:

	Taburan	Kepencongan ($\sqrt{\beta_1}$)
[1].	Normal (50,1)	0
[2].	Seragam (48.268, 51.732)	0
[3].	10 x Beta (4.4375, 13.3125) + 47.5	0.506
[4].	10 x Beta (13.3125, 4.4375) + 42.5	-0.506
[5].	Gamma (9, 3) + 47	0.667
[6].	Gamma (4, 2) + 48	1.000
[7].	Gamma (2.25, 1.5) + 48.5	1.333
[8].	(Eksponen) Gamma (1, 1) + 49	2.000
[9].	Gamma (0.75, 0.867) + 49.1340	2.309
[10].	Gamma (0.5, 0.707) + 49.2929	2.828
[11].	Gamma (0.4, 0.6325) + 49.3675	3.163

[12]. Gamma (0.3, 0.5477) + 49.4523 3.651

[13]. Gamma (0.25, 0.5) + 49.5 4.000

Dalam kesemua taburan, nilai jangkaan bersamaan 50 dan nilai sisihan piawai bersamaan 1.

Spesifikasi-spesifikasi dan nilai-nilai hampir C_p dan C_{pk} yang sepadannya ditunjukkan dalam Jadual 1.2.2. Simbol-simbol M, L , R menunjukkan sasaran,T =, >, < ½(LSL + USL) masing-masing, dimana T = 50.

Jadual 1.2.2 - Spesifikasi-spesifikasi, C_p dan C_{pk} (Price & Price, 1992)

	LSL	USL	C_p	C_{pk}
M	48.5	51.5	0.5	0.5
L	45.5	51.5	0.5	1.0
R	48.5	54.5	0.5	1.0
M	47.0	53.0	1.0	1.0
L	44.0	53.0	1.0	1.5
R	47.0	56.0	1.0	1.5
M	44.0	56.0	2.0	2.0
L	41.0	56.0	2.0	2.5
R	44.0	59.0	2.0	2.5

Jadual 1.2.3 menunjukkan nilai simulasi untuk E[$\hat{C}_p/C_p$] bagi setiap taburan dalam turutan nilai $\left|\sqrt{\beta_1}\right|$ meningkat. Memandangkan nilai E[$\hat{C}_p/C_p$] tidak bersandar kepada μ, maka simbol-simbol M, L, R tidak ditunjukkan. Tambahan pula, kedua-dua taburan beta digabungkan kerana nilainya pasti tidak berbeza.

Dengan membandingkan anggaran-anggaran bagi taburan normal kepada nilai-nilai sebenarnya (1.0942, 1.0268, 1.0077 untuk n = 10, 30 dan 100 masing-masing), didapati anggaran-anggaran melebihi hampir 2% untuk n = 20, 0.5% untuk n = 30 atau 100. Tambahan pula, sekiranya nilai kepencongan meningkat, nilai $E[\hat{C}_p/C_p]$ akan mencapai nilai-nilai yang agar besar bagi nilai $\sqrt{\beta_1}$ yang tinggi. Bagi taburan yang mempunyai nilai kepencongan yang sederhana, nilai-nilai $E[\hat{C}_p/C_p]$ agak berdekatan dengan nilai bagi taburan normal.

Jadual 1.2.3 - Nilai simulasi bagi $E[\hat{C}_p/C_p]$ (Price dan Price, 1992)

Taburan	n = 10	n = 30	n = 100
[1]. Normal	1.1183	1.0318	1.0128
[2]. Seragam	1.0420	1.0070	1.0017
[3]. Beta	1.1171	1.0377	1.0137
[4]. Beta			
[5]. Gamma	1.1044	1.0297	1.0091
[6]. Gamma	1.1155	1.0371	1.0143
[7]. Gamma	1.1527	1.0474	1.0146
[8]. Gamma	1.2714	1.0801	1.0242
[9]. Gamma	1.3748	1.1155	1.0449
[10]. Gamma	1.5795	1.1715	1.0449
[11]. Gamma	1.6220	1.2051	1.0664
[12]. Gamma	1.8792	1.2595	1.0850
[13]. Gamma	2.2152	1.2869	1.0966

Jadual 1.2.4 memaparkan nilai-nilai $E[\hat{C}_{pk}]$ yang dijangka daripada simulasi yang dijalani oleh Price dan Price.

Jadual 1.2.4 - Nilai $E[\hat{C}_{pk}]$ daripada simulasi Price dan Price (Price dan Price, 1992)

Cpk	$\frac{\min(\mu - LSL, USL - \mu)}{d}$	Taburan Proses*	n = 10	n = 30	n = 100
0.5	1	[1]	0.464	0.468	0.480
		[2]	0.424	0.453	0.474
		[3],[4]	0.464	0.471	0.481
		[7 $\hat{C}_{pk}$]	0.480	0.474	0.480
		[8]	0.527	0.487	0.485
		[13]	0.904	0.582	0.519
	1/2	[1]LR	0.559	0.516	0.506
		[2]LR	0.521	0.504	0.501
		[3]L[4]R/[3]R[4]L	0.569/0.548	0.525/0.509	0.510/0.504
		[7]L/[7]R	0.597/0.555	0.528/0.519	0.513/0.504
		[8]L/[8]R	0.671/0.600	0.548/0.532	0.515/0.509
		[13]L/[13]R	1.259/0.956	0.670/0.617	0.557/0.540

Jadual 1.2.4 (sambung)

Cpk	$\frac{\min(\mu - LSL, USL - \mu)}{d}$	Taburan Proses*	n = 10	n = 30	n = 100
2.0	1	[1]	2.141	2.016	1.999
		[2]	1.987	1.964	1.976
		[3][4]	2.139	2.027	1.998
		[7]	2.209	2.045	2.002
		[8]	2.435	2.108	2.021
		[13]	4.227	2.513	2.164
2.0	4/5	[1]LR	2.237	2.064	2.026
		[2]LR	2.084	2.014	2.003
		[3]L[4]R/[3]R[4]L	2.245/2.233	2.081/2.070	2.030/2.024
		[7]L/[7]R	2.326/2.284	2.099/2.090	2.032/2.026
		[8]L	2.578/2.507	2.168/2.153	2.052/2.046
		[13]L/[13]R	4.582/4.279	2.600/2.548	2.201/2.185

Nota :(a) Apabila $\frac{\min(\mu - LSL, USL - \mu)}{d} = 1$, kita mempunyai $\mu = ½(LSL + USL)$, maka hanya M digunakan

(b) Akibat [3] dan [4] adalah imej bersimetri, keputusan digabungkan.

(c) Bagi taburan bersimetri, (normal[1] dan seragam[2]), nilai L dan R pasti adalah sama dan nilainya telah dipuratakan

Jadual 1.2.4 (sambung)					
Cpk	$\frac{\min(\mu - LSL, USL - \mu)}{d}$	Taburan Proses*	n = 10	n = 30	n = 100
1.0	1	[1]	1.023	0.985	0.986
		[2]	0.945	0.957	0.975
		[3][4]	1.022	0.989	0.988
		[7]	1.057	0.998	0.987
		[8]	1.163	1.028	0.997
		[13]	2.012	1.226	1.067
	2/3	[1]LR	1.118	1.032	1.013
		[2]LR	1.042	1.007	1.002
		[3]L[4]R/[3]R[4]L	1.129/1.111	1.043/1.032	1.017/1.011
		[7]L/[7]R	1.174/1.132	1.052/1.043	1.017/1.012
		[8]L/[8]R	1.307/1.236	1.088/1.072	1.027/1.021
		[13]L/[13]R	2.337/2.064	1.313/1.261	1.105/1.088

Daripada Jadual 1.2.4 di atas, jelas didapati nilai jangkaan E[$\hat{C}_{pk}$] bagi taburan [13] menunjukkan kepincangan positif yang besar pada n = 10, dan secara relatif kecil kepincangan nilainya apabila n = 30 dan 100.

Bagi taburan eksponen [8], nilai $\hat{C}_{pk}$ mempunyai kepincangan positif yang agak besar. Kepincangan ini lebih besar bagi kes L dimana μ lebih daripada ½(LSL + USL) daripada kes R dimana μ kurang daripada ½(LSL + USL). Nilai kepincangan yang lebih besar bagi taburan eksponen ialah 25 - 35% apabila n = 10, dan menurun kepada 2.5 - 5% pada n = 100.

Bagi varians anggaran $\hat{C}_p$ dan $\hat{C}_{pk}$, dijangka sisihan piawai bagi $\hat{C}_p$ mungkin berkadaran dengan $\sqrt{\beta_2 - 1}$ dimana β_2 adalah sukatan kepuncakan proses taburan. Maka dijangka sisihan paiwai yang lebih kecil bagi taburan seragam ($\beta_2 = 1.8$) daripada sisihan piawai bagi taburan normal ($\beta_2 = 3$) dan sisihan piawai yang lebih besar bagi $\beta_2 > 3$ (contoh taburan eksponen [8] dengan $\beta_2 = 9$). Andaian sisihan piawai bagi anggaran $\hat{C}_p$ dan $\hat{C}_{pk}$ berkadaran dengan $\sqrt{\beta_2 - 1}$ juga disokong oleh hasil-hasil simulasi Price dan Price. Walau bagaimanapun, ini hanya berdasarkan gambaran kasar bagi variasi kepincangan dan sisihan piawai bagi $\hat{C}_p$ dan $\hat{C}_{pk}$ yang didapati daripada simulasi. Nilai yang lebih tepat diperlukan daripada analisis matematik yang lengkap daripada sesiapa yang berminat.

1.2.4. Kaedah Clements, J.A (1989)

Clements mencadangkan satu kaedah pengiraan berdasarkan anggapan bahawa taburan proses boleh diwakili oleh suatu lengkung Pearson dengan secukupnya

(Clements, 1989). Sebenarnya kaedah ini ialah menggantikan pekali 6 dalam persamaan C_p dengan satu angka, θ yang menjadikan

$$Cp = \frac{USL - LSL}{\theta\sigma}$$

Nilai θ dipilih supaya

$$P[\mu - ½\theta\sigma \leq X \leq \mu + ½\theta\sigma] = 0.027$$

Daripada Jadual 1.2.5, nilai-nilai θ_l, θ_u diberi bagi nilai pekali kepencongan dan kepuncakan, $\sqrt{\beta_1}$ dan β_2 yang tertentu supaya

$$P[X \leq \mu - \theta_l\sigma] = 0.135\% = P[X \geq \mu + \theta_u\sigma]$$

Kemudian kita mengambil $\theta = \theta_u - \theta_l$.

Contohnya, jikalau $\sqrt{\beta_1}$ = 1.0 dan $\beta_2 = 5.0$, didapati $\theta_l = -2.023$ dan $\theta_u = 4.539$, maka θ =2.023 + 4.539 = 6.572. Jikalau $\sqrt{\beta_1}$ = - 1.0 dan $\beta_2 = 5.0$, maka $\theta_l = -4.539$ dan $\theta_u = 2.023$ dan seterusnya θ = 6.572.

Bagi taburan normal, kita mempunyai θ = 6.0, dan ini memberi persamaan C_p yang biasa.

Untuk mengira C_{pk}, Clements mencadangkan mengguna nilai θ yang sama, dan menggantikan $\overline{X}$ dengan median M, tetapi ini bukan merupakan satu keperluan bagi kaedah Clements.

Jadual 1.2.5 - 0.135% dan 99.865% bagi lengkungan-lengkung Pearson piawai dengan kepencongan positif ($\sqrt{\beta_1}$ > 0). Jika $\sqrt{\beta_1}$ < 0, saling tukar 0.135% dan 99.865% dan tandanya (Clements, 1989)

$\sqrt{\beta_1}$ / β_2	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8
1.8	-1.727	-1.496	-1.230	-0.975	-0.747	--	--	--	--	--
	1.727	1.871	1.896	1.803	1.636	--	--	--	--	--
2.2	-2.210	-1.912	-1.555	-1.212	-0.927	-0.692	--	--	--	--
	2.210	2.400	2.454	2.349	2.108	1.822	--	--	--	--
2.6	-3.000	-2.535	-1.930	-1.496	-1.125	-0.841	-0.616	--	--	--
	3.000	2.869	2.696	2.926	2.699	2.314	1.928	--	--	--
3.0	-3.000	-2.689	-2.289	-1.817	-1.359	-1.000	-0.739	-0.531	--	--
	3.000	3.224	3.358	3.385	3.259	2.914	2.405	1.960	--	--
3.4	-3.261	-2.952	-2.589	-2.127	-1.619	-1.178	-0.865	-0.634	--	--
	3.261	3.484	3.639	3.175	3.681	3.468	2.993	2.398	--	--

Jadual 1.2.5 (sambung)

β_2 \ $\sqrt{\beta_1}$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8
3.8	-3.458	-3.118	-2.821	-2.396	-1.887	-1.381	-1.000	-0.736	-0.533	--
	3.458	3.678	3.844	3.951	3.981	3.883	3.861	2.945	2.322	--
4.2	-3.611	-3.218	-2.983	-2.616	-2.132	-1.602	-1.149	-0.840	-0.617	--
	3.611	3.724	3.997	4.124	4.194	4.177	3.496	3.529	2.798	--
4.6	-3.731	-3.282	-3.092	-2.787	-2.345	-1.821	-1.316	-0.950	-0.701	-0.510
	3.731	3.942	4.115	4.253	4.351	4.386	4.311	4.015	3.364	2.609
5.0	-3.728	-3.325	-3.167	-2.914	-2.023	-2.023	-1.494	-1.068	-0.785	-0.580
	3.828	4.034	4.208	4.354	4.539	4.539	4.532	4.372	3.907	3.095

Untuk setiap pasangan ($\sqrt{\beta_1}$,β_2), baris atas ialah titik 0.135% (θ_l) dan baris bawah ialah titik 99.865% (θ_u).

1.2.5. Kaedah Johnson-Kotz-Pearn (1992)

Penggunaan kaedah Clements memerlukan pengetahuan tentang pekali $\sqrt{\beta_1}$ dan β_2 yang mungkin tidak senang dijangkakan. Sampel besar diperlukan untuk mendapatkan jangkaan tepat. Pendekatan alternatif diperlukan untuk mengatasi masalah tersebut. Maka Johnson dan rakannya mencadangkan menggunakan persamaan :

$$C_{p(\theta)} = \frac{USL - LSL}{\theta\sigma}$$

di mana θ dipilih supaya 'keupayaan' - pecahan item-item kegagalan dengan pemilihan μ yang optimum - tidak banyak dipengaruhi oleh bentuk taburan proses. Kajian Pearson dan Tukey (1965) adalah berkenaan pemilihan θ. Jadual 1.2.6 merupakan hasilnya yang memberikan nilai-nilai θ bagi pecahan kegagalan optimum yang dinyatakan bagi sesetengah taburan khi-kuasadua.

1.2.5.1.Perbezaan di antara Kaedah-Kaedah Clements dan Johnson-Kotz-Pearn

Kaedah Clements merupakan percubaan untuk membuat penyelarasan terhadap pekali kepencongan dan kepuncakan, manakala Kaedah Johnson-Kotz-Pearn cuba mencari had-had yang tidak peka terhadap nilai-nilai tersebut. Bagi kaedah Johnson-Kotz-Pearn, kebarangkalian ekor tidak dijaminkan, tetapi jangkaan-jangkaan tepat $\sqrt{\beta_1}$ dan β_2 yang susah didapati (disebabkan darjah turun-naik β_1 dan β_2 amat besar) tidak diperlukan. Kedua-dua kaedah bersandar pada anggapan bahawa taburan populasi merupakan taburan unimodal iaitu berhampiran lengkung Pearson bagi Kaedah Clements dan berhampiran kepada taburan Gamma bagi Kaedah Johnson-Kotz-Pearn.

Jadual 1.2.6 - Khi-Kuasadua : Nilai θ supaya $P[\mu - ½\theta\sigma \leq X \leq \mu + ½\theta\sigma] = P$ (Pearson dan Tukey,1965)

Darjah Kebebasan	6	8	10	12	15	20	30	60	∞
β_1	1.33	1.00	0.80	0.67	0.53	0.40	0.27	0.13	0.00
β_2	5.00	4.50	4.20	4.00	3.80	3.60	3.40	3.20	3.00
θ untuk $P = 0.95$	3.82	3.84	3.85	3.87	3.88	3.89	3.90	3.91	3.92
θ untuk $P = 0.98$	4.60	4.61	4.61	4.62	4.63	4.63	4.64	4.64	4.65
θ untuk $P = 0.99$	5.16	5.15	5.15	5.15	5.15	5.15	5.15	5.15	5.15

1.3. Taburan-taburan yang terlibat

1.3.1. Taburan Normal

Taburan normal juga dikenali sebagai Taburan Gaussian. Umumnya ia ditandakan sebagai N(μ, σ) dan merupakan taburan yang penting dalam teori dan penggunaan statistik.

Andaikan X adalah suatu pembolehubah rawak normal, maka ia mempunyai fungsi ketumpatan kebarangkalian

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad , \ -\infty < x < \infty \qquad (1.3.1)$$

dan boleh ditentukan secara lengkap oleh nilai jangkaan μ dan varians σ^2. μ juga merupakan nilai mod dan median.

Dengan penggantian pembolehubah

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma},$$

persamaan (1.3.1) menjadi

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

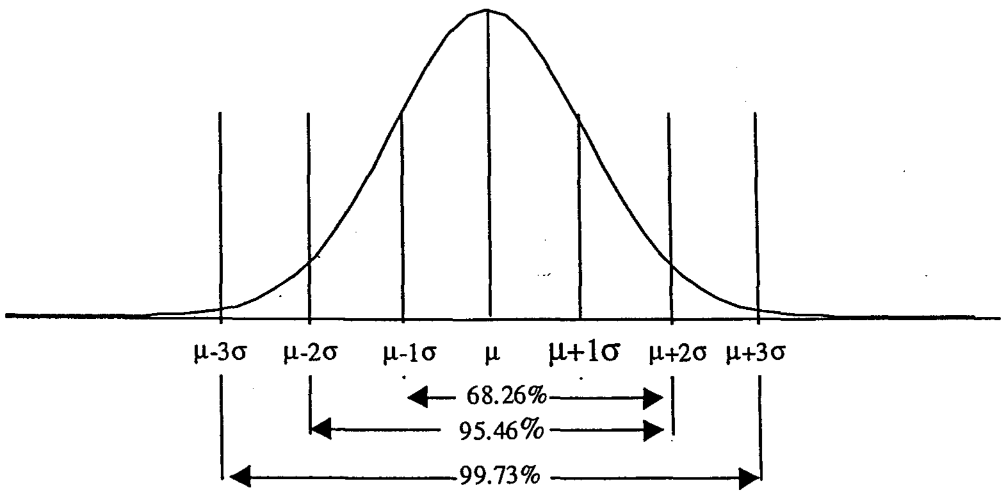
Pembolehubah rawak $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ dikenali sebagai pembolehubah rawak normal piawai, N(0,1) dan fungsi taburannya

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} \, dt \, .$$

Terdapat tafsiran mudah bagi sisihan piawai, σ bagi taburan normal yang ditunjukkan dalam Gambarajah 1.3.1. Perhatikan terdapat 68.26% daripada data populasi terjatuh pada selang di antara min campur dan tolak satu sisihan piawai (μ ±

1σ), 95.46% daripada data populasi terjatuh pada selang min campur dan tolak dua sisihan piawai ($\mu \pm 2\sigma$) dan 99.73% data populasi terjatuh pada selang min campur dan tolak tiga sisihan piawai ($\mu \pm 3\sigma$) (Montgomery, 1981).

Gambarajah 1.3.1 - Taburan Normal



Taburan normal mempunyai banyak sifat yang berguna dan penting dalam penggunaan statistik. Sifat-sifatnya :

1. Ia adalah unimodal, bersimetri pada nilai min, μ dan berbentuk loceng.
2. Min sampel, $\overline{X}_n$ bagi suatu sampel bersaiz n daripada suatu populasi $N(\mu,\sigma^2)$ bertaburan normal, $N(\mu, \sigma^2/n)$.
3. Bagi sampel rawak daripada taburan normal, min dan varians sampelnya adalah tidak bersandar. Ini merupakan suatu hasil penting bagi statistik pentaabiran, analisis regresi dan analisis varians (ANOVA).

1.3.1.1.Teorem Had Memusat

Untuk kebanyakan penggunaan dan penyelidikan statistik, pembolehubah rawak sentiasanya dianggapkan bertaburan hampir kepada taburan normal. Namun kebanyakan kes, ia agak susah untuk menyemakkan kebenaran tentang anggapan tersebut. Walau bagaimanapun, anggapan ini boleh diselaraskan dengan teorem had memusat.

Andaikan X_1, X_2, ..., X_n adalah pembolehubah-pembolehubah rawak tak bersandar dengan min, μ_i dan varians, σ_i^2. Katakan $Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$. Maka taburan bagi

$$\frac{Y - \sum_{i=1}^{n} \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2}}$$

menghampiri taburan N(0,1) apabila n mendekati tak terhingga.

Teorem had memusat menyatakan bahawa jumlah n pembolehubah rawak tak bersandar hampir normal dan tidak bergantung kepada taburan pembolehubah individual jikalau varians terhingga. Penghampiran ini lebih baik apabila n menjadi besar. Bagi sesetengah kes penghampiran mungkin bagus bagi n kecil, katakan $n < 10$, manakala bagi sesetengah kes penghampiran baik mungkin memerlukan nilai n yang besar, katakan $n > 100$, untuk mendapatkan penghampiran yang memuaskan. Umumnya, jikalau X_i bertaburan semacam dan taburan setiap X_i tidak tersimpang daripada normal secara besarnya, maka teorem had memusat berfungsi dengan baik untuk $n \geq 4$ dan keadaan ini biasanya dipenuhi dalam masalah kawalan kualiti.

1.3.2. Taburan Khi-Kuasadua

Andaikan X_1, X_2,... X_v merupakan pembolehubah-pembolehubah tak bersandar dan bertaburan normal piawai.

$$X_i \sim N(0, 1) \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots, v$$