UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

UM ESTUDO DO DESEMPENHO DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM QUESTÕES CONTEXTUALIZADAS ENVOLVENDO FUNÇÕES QUADRÁTICAS

HERMANN BREDERODE SIHLER

João Pessoa – PARAÍBA
Março 2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

HERMANN BREDERODE SIHLER

UM ESTUDO DO DESEMPENHO DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM QUESTÕES CONTEXTUALIZADAS ENVOLVENDO FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Rogéria Gaudencio do Rêgo.

João Pessoa – PARAÍBA
Março de 2020

Catalogação na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

S579e Sihler, Hermann Brederode.
Um estudo do desempenho de estudantes do ensino médio em questões contextualizadas envolvendo funções quadráticas / Hermann Brederode Sihler. - João Pessoa, 2020.
48 f. : il.

Orientação: Rogéria Gaudencio do Rêgo.
Monografia (Graduação) - UFPB/CCEN.

1. Ensino de matemática. 2. Funções quadráticas. I. Rêgo, Rogéria Gaudencio do. II. Título.

UFPB/BC

HERMANN BREDERODESIHLER

UM ESTUDO DO DESEMPENHO DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM QUESTÕES CONTEXTUALIZADAS ENVOLVENDO FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Rogéria Gaudencio do Rêgo.

Aprovado em: _____/_____/2020.

BANCA EXAMINADORA:

Profª. Dra. Rogéria Gaudencio do Rêgo
(Orientadora)

Profª. Dra.Valdenilza Ferreira da Silva
(Avaliadora)

Prof. Dr. Eduardo Gonçalves dos Santos
(Avaliador)

UFPB
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Ata da Apresentação e Defesa de Trabalho Acadêmico de Conclusão de Curso do estudante Hermann Brederode Sihler

Aos **dezenove** dias do mês de **março** de dois mil e vinte, através de apresentação oral gravada em vídeo, em virtude da Portaria 90/2020, GR, realizou-se a Defesa do Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática do estudante **Hermann Brederode Sihler**, intitulado **"UM ESTUDO DO DESEMPENHO DE ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO EM QUESTÕES CONTEXTUALIZADAS ENVOLVENDO FUNÇÕES QUADRÁTICAS"**, sob a orientação da Professora Doutora **Rogéria Gaudencio do Rêgo**/Orientadora e Presidente da Banca Examinadora, tendo como avaliadores integrantes da banca a Professora Doutora **Valdenilza Ferreira da Silva**/Examinadora; e o Professor Doutor **Eduardo Gonçalves dos Santos**/Examinador. A Banca Examinadora, com base em pareceres relativos ao texto e à apresentação, decidiu pela **APROVAÇÃO** do Trabalho de Conclusão de Curso do estudante **HERMANN BREDERODE SIHLER,** com média final 9,0 (nove). Nada mais havendo a tratar, eu, **Rogéria Gaudencio do Rêgo**, na qualidade de Presidente da Banca, lavro a presente Ata que, lida e aprovada pelos demais membros da Banca, assino.

João Pessoa, 19 de março de 2020

Rogéria Gaudencio do Rêgo

Rogéria Gaudencio do Rêgo (Orientadora)
SIAPE 1126088

Profa. Rogéria Gaudêncio do Rêgo
Mat. SIAPE 1126088

Dedico este trabalho à minha mãe, Lenira Brederode, professora e inspiradora em todos os momentos, e às minhas filhas, Manuela e Rafaela, motivação constante nessa jornada.

AGRADECIMENTOS

Os agradecimentos se estendem a todas as pessoas que me apoiaram e ajudaram a concluir essa etapa tão bonita e importante da minha vida.

Em especial, gostaria de agradecer à Duina Porto, esposa e companheira que exerceu um papel fundamental nessa conquista. Com o otimismo e o bom humor que lhe são peculiares, ela esteve em todos os momentos comigo, lembrando do meu potencial e me encorajando a superar as dificuldades que apareceram durante toda a trajetória. Estou certo de que, sem o seu apoio, eu não teria conseguido.

Às filhas que moram longe e, mesmo assim, conseguiram transmitir todo o amor e a torcida positiva de que eu necessitava, e às minhas irmãs, que sempre acreditaram e estiveram ao meu lado, um muito obrigado.

Aos amigos de longas datas que sempre demonstraram carinho e orgulho desta minha decisão de retomar os estudos. Aos colegas de curso da UFPB que tanto me ajudaram nas horas de estudo, com paciência e respeito, juntamente com os professores de Matemática e de Educação que tive o prazer de ser aluno: aprendi muito com vocês.

Enfim, mais um ciclo difícil, porém bastante prazeroso, encerra-se. Tenho a esperança de que tudo isso tenha sido apenas o começo de uma nova vida, uma vida que eu já almejava há bastante tempo, uma vida envolvida com os estudos e a busca de novos conhecimentos.

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo principal pesquisar as dificuldades encontradas por estudantes do Ensino Médio de uma escola da rede estadual da cidade de João Pessoa, ao responderem questões matemáticas contextualizadas envolvendo funções quadráticas. Para isso, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa, do tipo exploratório, utilizando como instrumento de produção e coleta de dados um questionário aberto contendo questões contextualizadas de edições anteriores do ENEM e vestibulares, referentes ao tema função do 2º grau, aplicado a estudantes dos 1º e 3º anos do Ensino Médio. Fizemos um comparativo dos conhecimentos demandados para resolução das questões com as recomendações da Base Nacional Comum Curricular e o livro didático de Matemática utilizado na escola campo e, após correção e análise das respostas dos estudantes participantes da pesquisa, apresentamos e discutimos as dificuldades encontradas por eles. De maneira geral os estudantes apresentaram problemas de interpretação dos enunciados e cometeram muitos erros relacionados ao domínio das operações básicas envolvendo números inteiros. Os estudantes do 1º ano apresentaram um desempenho insuficiente, apesar de já terem estudado o conteúdo abordado nas questões, na ocasião da aplicação do questionário, e os estudantes do 3º ano apresentaram melhores resultados, embora alguns tenham conseguido utilizar estratégias adequadas e gerar parte da solução, mas tão tendo chegado à resposta correta, por não ter observado com cuidado o que estava sendo solicitado no enunciado. Concluímos ser necessário um trabalho maior em sala de aula com foco em questões contextualizadas, de modo a melhorar o desempenho dos estudantes em relação à resolução de problemas matemáticos.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Funções Quadráticas; Questões Contextualizadas.

ABSTRACT

This study aims to examine the difficulties found by high school students of a public school in João Pessoa-PB concerning contextualized mathematical questions on quadratic functions. This qualitative and exploratory research uses open questionnaire containing contextualized questions on second-degree function from previous editions of ENEM and other kind of Vestibular Exams as mechanisms of data collection and production. The questionnaires were applied to students from 1stand 3rdHigh School grades of a public school and used afterwards to make a comparative study with the recommendations of the National Common Curricular Base and Mathematics text books. The students responses were corrected and analyzed in order to understand the difficulties encountered by them. In most cases, student presented interpretation problems and several mistakes on the domain of basic operations involving whole numbers. Despite having studied the content before, students from the 1stgradehad insufficient performances. Students of the 3rd grade were higher in quality, for some of them managed to use appropriate strategies to reach part of the solution, however the results showed that some of them were not able to find the correct answer for not having carefully observed what was being requested in the statement. The conclusion is that, in order to enhance the performance of students, it is necessary to focus on contextualized issues as to improve their skill on solving mathematical problems.

Keywords: Mathematics Teaching; Quadratic Functions; Contextualized Questions.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 UMA BREVE APRESENTAÇÃO DO TEMA DE NOSSA INVESTIGAÇÃO

O presente trabalho consiste em uma pesquisa sobre o desempenho de estudantes do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de João Pessoa, na identificação e solução de questões contextualizadas que tratam de funções, especificamente funções quadráticas.

O estudo de funções é formalmente iniciado no 9º ano do Ensino Fundamental e acompanha os alunos praticamente durante todo o 1º ano do Ensino Médio, quando são apresentadas definições, classificações e alguns tipos de funções com suas características, além de estudos mais detalhados dos gráficos e outras formas de representação. O tema permanece em evidência nos anos seguintes e em cursos de nível universitário, nas áreas das ciências exatas, engenharias e outras, sendo retomado e aprofundado em disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral ou outras com ementas semelhantes.

A ideia da presente pesquisa originou-se durante nossa participação no Programa Residência Pedagógica (PRP) da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), realizada em uma escola estadual de nível médio da capital paraibana com acompanhamento direto de um professor preceptor atuante na própria escola.

Após ministrar algumas regências que abordavam o tema função, para alunos do 1º ano do Ensino Médio, foi possível observar de imediato a existência de dificuldades pela grande maioria dos alunos presentes em sala de aula, dificuldades estas nitidamente potencializadas sempre que apresentado algum exemplo contextualizado, em que os alunos teriam primeiro que identificar se tal questão estava relacionada ao tema função, para então conseguir resolvê-la.

O conceito de função tem grande importância para a Matemática e para outras áreas do saber e essa importância se reflete no resultado de uma pesquisa realizada pelo grupo Exatas, mostrando a proporcionalidade que o tema função foi exigido nas provas do ENEM entre 2009 e 2017 (Quadro 1).

Quadro 1. Temas, número de questões e percentuais do total – provas do ENEM (2009 – 2017)

Tema	Número de questões	Porcentagem
Razão, proporção e porcentagem	118	29,35
Funções	**66**	**16,42**
Geometria Plana	61	15,17
Geometria Espacial	50	12,44
Análise combinatória e Probabilidade	48	11,94
Estatística	33	8,21
Trigonometria	09	2,24
Progressões	07	1,74
Propriedades	05	1,24
Matriz e Sistema Linear	03	0,75
Geometria Analítica	02	0,50
Total	**402**	**100,00**

Fonte: Grupo Exatas (https://www.vestgeek.com/enem-questoes-por-assunto)

Observando os dados do Quadro 1, concluímos que o tema função é proporcionalmente o segundo tema mais explorado nos Exames, ficando atrás apenas do conjunto de conteúdos razão/proporção/porcentagem: em 66 das 402 questões de Matemática nesse período, o tema função aparece em segundo lugar, com 16,42% do total.

Com o intuito de ajudar os estudantes do 1º ano do Ensino Médio com os quais estávamos trabalhando na escola, procuramos dar uma atenção especial ao tema e, nas regências seguintes, trouxemos exemplos para a sala de aula mais próximos da realidade dos estudantes. Ao final do trabalho realizado com a turma, envolvendo o conteúdo de função quadrática, aplicamos um instrumento de pesquisa que será descrito adiante.

Na fundamentação teórica deste trabalho, adotamos textos acadêmicos como artigos, dissertações e livros que tratam de como o conteúdo destacado é apresentado aos alunos do ensino básico. Tratamos também da história e da evolução do conceito de função desde os tempos antigos até os dias atuais e discutimos sobre seu ensino em sala de aula.

1.2 QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO E OBJETIVOS DA PESQUISA

Considerando o tema de investigação que selecionamos, elaboramos como questão central de investigação a seguinte indagação: quais as principais dificuldades evidenciadas por estudantes do Ensino Médio, ao lidarem com questões contextualizadas envolvendo o conteúdo de funções quadráticas?

Com base na questão apresentada, nosso trabalho procurou atender ao seguinte objetivo geral: identificar as dificuldades encontradas pelos estudantes do ensino médio em responder questões matemáticas contextualizadas envolvendo funções quadráticas.

Para nos proporcionar condições de alcançar nosso objetivo geral, delimitamos os seguintes objetivos específicos:

•Selecionar questões contextualizadas de nível do ENEM e de vestibulares relacionadas ao tema função do 2º grau;

• Aplicar um Questionário em sala de aula com alunos do 1º e 3º anos do Ensino Médio com as questões selecionadas;

• Analisar as resoluções das questões pelos alunos, identificando as estratégias, dificuldades e principais erros cometidos.

1.3 METODOLOGIA E INSTRUMENTO DA PESQUISA

A metodologia adotada em nosso trabalho teve dimensão qualitativa, do tipo estudo exploratório (JEZINE, 2007), em que foram observados e analisados os resultados das questões aplicadas sobre o tema “funções quadráticas”, identificando dúvidas e dificuldades que apresentavam.

Em razão da natureza de nossos objetivos, nossa pesquisa não priorizou resultados estatísticos ou numéricos, mas buscou investigar o nível de compreensão dos alunos de 1º e 3º anos do Ensino Médio diante da proposição de questões contextualizadas envolvendo funções quadráticas. Isso evidencia o aspecto qualitativo da nossa pesquisa, ou seja, buscar analisar o problema proposto a partir da realidade e do comportamento do grupo estudado.

Como ressalta Minayo (1994, pp. 21-22),

> A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Dentre os diversos tipos de estudos qualitativos, optamos por realizar um estudo de natureza exploratória. Como afirma Jezine (2007, p.61), "[A] pesquisa exploratória: caracteriza-se pelo desenvolvimento e esclarecimento de ideias, com objetivo de oferecer uma primeira aproximação a um determinado fenômeno". A pesquisa possibilitou conhecermos, de maneira melhor, o desempenho, dificuldades e estratégias utilizadas por estudantes do Ensino Médio de uma escola pública cidadã de tempo integral, diante da proposição de questões relativas a um tema que já haviam estudado, mas considerando a perspectiva da contextualização das questões.

A escola está localizada no bairro de Mangabeira, na cidade de João Pessoa – PB, e oferece o sistema integral de aulas nos três anos do Ensino Médio. Participaram de nossa pesquisa 35 estudantes do 1º e 3º anos, sendo 20 do 1º ano e 15 do 3º ano, para diagnosticarmos as diferentes dificuldades encontradas por eles ao se depararem com as questões contextualizadas envolvendo o conteúdo de funções quadráticas.

Para compor o instrumento de pesquisa foram selecionadas quatro questões de edições do ENEM e vestibulares de acesso a instituições de Ensino Superior, como a Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e a Universidade de Pernambuco (UPE), sendo todas contextualizadas e relativas à função do 2º grau. O intuito não foi saber o nível de aprendizado dos estudantes em relação ao tema função, mas identificar seu desempenho quanto à capacidade de interpretação e compreensão de enunciados de questões contextualizadas e na aplicação de procedimentos relacionados à obtenção de raízes ou das coordenadas do vértice de uma parábola.

O enunciado da Questão 01 do instrumento era o seguinte:

"Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e $t = 0$ é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia. A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1.600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer. A segunda dedetização começou no:

a) 19º dia b) 20º dia c) 29º dia d) 30º dia e) 60º dia”

A questão foi aplicada no ENEM de 2016 e trata, explicitamente, de uma função quadrática representada pela equação: $f(t) = - 2t^2 + 120t$. Para determinar sua solução, o estudante precisaria apenas saber aplicar regras básicas de resolução de equação do segundo grau e observar que precisaria igualar a função f(t) a 1.600, que é a condição posta para que tal evento aconteça. Após encontrar as raízes da equação, encontraria a resposta (item b - 20º dia), já que a outra raiz não se encontra entre as opções oferecidas.

O enunciado da Questão 02 do instrumento era o seguinte:

“Sabe-se que o lucro total de uma empresa é dado pela fórmula L = R – C, em que L é o lucro total, R é a receita total e C é o custo total da produção. Na produção de x unidades, verificou-se que $R(x) = 6.000x - x^2$ e $C(x) = x^2 - 2.000x$. Nessas condições, qual deve ser a produção x para que o lucro da empresa seja máximo?”

A questão fez parte da prova de vestibular da UNICAMP (s/d) e traz no enunciado referência a duas funções do segundo grau, deixando claro se tratar de uma questão de função quadrática. Para resolvê-la, o aluno precisaria inicialmente encontrar a função Lucro, já que as funções de receita e custo foram dadas no enunciado. Então, através da diferença L(x) = R(x) – C(x) encontra-se o x do vértice da função L(x), que corresponde ao valor de x no ponto máximo da função, ou seja, correspondente ao lucro máximo.

O enunciado da Questão 03 do instrumento era o seguinte:

“A única fonte de renda de um cabeleireiro é proveniente de seu salão. Ele cobra R$ 10,00 por cada serviço realizado e atende 200 clientes por mês, mas está pensando em aumentar o valor cobrado pelo serviço. Ele sabe que cada real cobrado a mais acarreta uma diminuição de 10 clientes por mês. Para que a renda do cabeleireiro seja máxima, ele deve cobrar por serviço o valor de:

R$ 10,00 b) R$ 10,50 c) R$ 11,00 d) R$ 15,00 e) R$ 20,00”

Essa é uma questão aplicada no ENEM de 2017, que não está explicitamente informando tratar-se do tema função. O pré-requisito para sua resolução seria identificar a fórmula do faturamento ou simplesmente a renda mensal do cabeleireiro, através de uma multiplicação e, a partir daí, construir um raciocínio funcional com base nas condições dadas, que levaria a uma função quadrática.

Para isso, o estudante deveria determinar o valor de x do vértice, que corresponde ao ponto máximo da função, finalizando a questão adicionando o resultado ao valor já cobrado pelo cabeleireiro nos meses anteriores.

A quarta e última questão do instrumento tinha o seguinte enunciado:

"A empresa SKY transporta 2.400 passageiros por mês da cidade de Acrolândia a Bienvenuto. A passagem custa 20 reais, e a empresa deseja aumentar o seu preço. No entanto, o departamento de pesquisa da empresa estima que, a cada 1 real de aumento no preço da passagem, 20 passageiros deixarão de viajar pela empresa. Nesse caso, qual é o preço da passagem, em reais, que vai maximizar o faturamento da SKY?

a) 75 b) 70 c) 60 d) 55 e) 50"

A Questão 04 do instrumento fez parte da prova do vestibular de acesso à Universidade de Pernambuco (UPE) - (s/d), instituição estadual, e escolhida para ser proposta em nosso instrumento logo após a Questão 03, por exigir o mesmo raciocínio, mas em um contexto diferente.

Para resolvê-la, o estudante precisaria observar que a questão envolvia o valor da passagem (20 reais), o número inicial de usuários (2.400) e o valor do aumento (x). Como a cada um real de aumento no preço da passagem, 20 pessoas deixam de viajar, temos: $f(x) = (2.400 – 20x) (20 + x) = -20x^2 + (2.400 - 400) x + 20 (2.400)$. Como o valor de x no vértice é dado por -b/2a, temos que $x = (2.400 – 400)/40 = 50$ reais. O novo preço da passagem seria, então: $50 + 20 = 70$ reais.

Analisamos ainda a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) em relação ao tema, e o livro didático de Matemática adotado pela escola que fez parte do nosso estudo.

1.4 ESTRUTURA FINAL DO TEXTO

O trabalho foi estruturado em três capítulos, incluindo a presente introdução, além das considerações finais. No segundo capítulo, intitulado "Funções: sua importância no aprendizado de Matemática", foi abordada a evolução do conceito de função, com suas mudanças até a atualidade, o surgimento da disciplina Matemática nas escolas brasileiras e, por fim, trazemos como foco o estudo da função quadrática.

No terceiro capítulo trazemos os resultados da análise de cada questão e a discussão sobre as resoluções propostas pelos estudantes, identificando as principais dificuldades encontradas por eles ao solucioná-las, evidenciando possíveis ações que poderiam contribuir para um melhor desempenho desses estudantes, não só escolar, ainda na Educação Básica, como também o universitário, para aqueles que ingressarem no Ensino Superior.

Finalizamos o texto com nossas considerações finais, quando fazemos um balanço acerca dos objetivos que traçamos e os resultados que obtivemos e trazemos nossas reflexões principais sobre o processo de elaboração do trabalho, sobre o ensino de funções e acerca de outros temas para futuras investigações.

2 FUNÇÕES: SUA IMPORTÂNCIA NO ENSINO/APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

2.1 O DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DO CONCEITO DE FUNÇÃO: BREVE RECORTE

Para entendermos a importância do conceito de função para o universo matemático, faz-se necessária uma abordagem de seu desenvolvimento, desde o seu surgimento até os dias atuais, na forma como é apresentado em salas de aula. Segundo Youschkevich (apud SOUZA e MARIANI, 2019), pode-se dividir o processo de evolução do conceito de função em três etapas principais:

i) Antiguidade: época em que a atenção era dada à dependência entre duas quantidades, mas sem noção de variáveis e funções;

ii) Idade Média: as noções de funções eram expressas em associação às formas geométricas e mecânicas;

iii) Idade Moderna: passam a ser representadas por expressões analíticas, revolucionando a Matemática devido à sua extraordinária eficácia e capacidade de generalização.

Desde a fundação da primeira escola filosófica na Grécia, por volta de 600 a.C com Tales de Mileto, explicações para os fenômenos naturais, até então baseadas em crenças e mitos, passaram a ser embasadas em pensamentos mais racionais e estudos começaram a ser desenvolvidos para suprir essa nova demanda (BOTELHO; REZENDE, 2009).

Anterior a isso, aproximadamente 2.000 a.C., os babilônios faziam uso das tabelas sexagesimais no intuito de compreender melhor o comportamento do sol, da lua, dos planetas e das estrelas, e a essência do conceito de função com a dependência entre grandezas ou variáveis já era trabalhada de forma intuitiva.

Com o passar dos anos, começou-se a utilizar teoremas da Geometria na elaboração das tábuas astronômicas, a exemplo das cordas de Ptolomeu, considerada a mais antiga tábua de cordas que se tem conhecimento e equivale às tábuas dos Senos. Assim, nota-se que no desenvolvimento da astronomia nas Idades Antiga e Média já era comum se recorrer ao conceito intuitivo de função.

Na modernidade houve uma evolução bastante acentuada no conceito de função, com Leibniz (1646-1716) usando pela primeira vez o termo "função" em 1673, "[...] mas ainda apenas para designar, em termos muito gerais, a dependência de uma curva de quantidades geométricas e introduziu igualmente a terminologia de “constante”, “variável” e “parâmetro”” (PONTE, 1990, p.3).

Matemáticos como Bernoulli (1667-1748), que chegou a se corresponder com o próprio Leibniz e Euler (1707-1783), desenvolveram estudos de curvas por meios algébricos e, por consequência, surgiu a necessidade de cunhar um termo representando as quantidades que dependiam de uma variável através de uma expressão analítica.

Alguns anos depois, Fourier (1768-1830) e Dirichlet (1805-1859) conseguiram um aperfeiçoamento da ideia quando separaram o conceito de função da sua representação analítica, introduzindo uma correspondência específica entre conjuntos numéricos. “Uma função seria simplesmente uma correspondência entre duas variáveis, tal que a todo o valor da variável independente se associa um e um só valor da variável dependente” (PONTE, 1990, p.4).

De acordo com Ponte (1990), foi com Cantor (1845-1918) e seus estudos da Teoria dos Conjuntos que se incluiu no conceito de função a ideia da correspondência, ou da relação entre conjuntos numéricos ou não, chegando ao mais próximo do que hoje é apresentado em salas de aula para os alunos do Ensino Médio.

Já para Rêgo (2000), há duas possibilidades de abordagem do conceito de função na escola: uma envolvendo a ideia de covariação e outra a ideia de correspondência. No primeiro caso, privilegia-se a ideia de transformação sofrida por uma variável dependente, pela influência de mudanças na variável independente. No segundo caso, a função é pensada como uma relação de interdependência entre duas ou mais grandezas tomadas em dois conjuntos não necessariamente distintos.

Segundo a autora, historicamente o conceito de função foi elaborado a partir da dependência causal entre variáveis, mas raramente essa perspectiva é utilizada em sala de aula. Ela “[...] contempla a natureza dinâmica dos processos que envolvem a ideia de variação. É, portanto, mais adequada para aplicações e estudo de fenômenos em diversas Ciências, refletindo o desenvolvimento histórico do conceito” (RÊGO, 2000, p.59).

Rêgo (2000) afirma que o problema reside em conciliar as duas versões, sugerindo que deveríamos iniciar o ensino de funções com a ideia mais natural, de covariação, e apenas quando necessário trabalhar com a definição formal de correspondência, mais difícil de ser compreendida, por ser mais complexa.

A noção básica de função com referência a dois conjuntos (para ser considerada função a relação tem que respeitar algumas condições como, para cada elemento do conjunto domínio existir um único elemento do conjunto contradomínio com que ele se relacione, ou seja, todos os elementos do domínio têm que se relacionar com um e apenas um elemento do contradomínio) é a que predomina nos livros didáticos de Matemática (RÊGO, 2000).

O conceito de função é central para a maior parte das ideias matemáticas mais elaboradas e, de acordo com Braga (2006), os conteúdos do Ensino Médio deveriam gravitar em torno desse conceito. Esse destaque está presente, também, na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), da qual trataremos com detalhes adiante, na medida em que as funções são explicitamente citadas nas habilidades de quatro das cinco competências específicas de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio.

Rêgo (2000) sugere que sejam

> [...] promovidas atividades que estimulem os alunos a analisar, explicar e encontrar regularidades em fenômenos do dia a dia ou de outras ciências, envolvendo mudanças - e ao contexto introdutório do conceito - as funções, em sua forma analítica devem aparecer primeiro como uma ferramenta para modelar fenômenos do dia a dia.

Assim, o conceito de função para os alunos do Ensino Médio teria relação direta com a melhoria da compreensão de fenômenos do cotidiano destes, uma vez que relações entre grandezas podem ser encontradas em fenômenos do dia a dia e em disciplinas como Física, Biologia, Geografia entre outras. Braga defende que

> [...] o avanço de um educando em direção a um conhecimento maior do conceito de função deverá levá-lo a uma compreensão maior de seu dia-a-dia, disponibilizando-lhe ferramentas úteis ao exercício de sua cidadania (BRAGA, 2006, p.17).

Na Matemática essa importância se acentuou no momento do surgimento da disciplina escolar denominada “Matemática”, no início do século XX no Brasil, oriunda da fusão entre Aritmética, Geometria e Álgebra. No início dos anos 30 do século XX, houve no Brasil uma grande reforma no ensino escolar e acadêmico conhecida como Reforma Francisco Campos, em homenagem ao então ministro da educação e saúde do governo Vargas, Francisco Luis da Silva Campos (BRAGA, 2006).

Tal reforma foi pioneira em nível nacional e visava a contribuir para modernizar a estrutura do ensino brasileiro, propondo várias decisões inovadoras à época: a criação da frequência obrigatória por parte dos alunos; um aumento na carga horária com a inclusão de mais anos no curso secundário e sua divisão em dois ciclos, cinco anos para o ensino fundamental e dois anos para o ensino complementar; um sistema de avaliação discente mais detalhado e regular; a promulgação do Estatuto das Universidades Brasileiras (DALLABRIDA, 2008).

Neste mesmo momento histórico, estavam se concretizando algumas mudanças no ensino de nível secundário em certas disciplinas, mudanças essas defendidas por Euclides de Medeiros Guimarães Roxo, um sergipano professor de Matemática do Colégio Pedro II no Rio de Janeiro, na época capital da República, que lutou vários anos por uma modernização do ensino de Matemática no país.

O Brasil já vinha acompanhando uma tendência internacional de países como Alemanha, França, Inglaterra e Estados Unidos, que notavam a necessidade de uma evolução nos conceitos de ensino da matéria nas escolas e, através de um movimento iniciado ao final do século XIX, fortalecido pelos congressos realizados na Europa, conseguiram realizar reformas internas de uma forma sequencial, adaptando-se às demandas dos alunos e professores (BRAGA, 2006).

Ainda segundo o mesmo autor, Euclides Roxo, tendo como fonte principal o alemão Christian Felix Klein e a já executada reforma nos Estados Unidos, foi a favor da fusão entre a Aritmética, a Geometria e a Álgebra, que até aquele momento eram apresentadas como disciplinas distintas. Euclides Roxo também defendia que o conceito de função deveria ser abordado de forma mais contundente, tendo uma importância maior em todo o processo educacional. De acordo com Braga,

> [...] Cabe observar que essa unificação se fazia necessária par atender principalmente a duas das concepções modernizadoras. A primeira delas referia-se à exigência de se estabelecerem conexões entre os diversos ramos da matemática escolar. Dessa forma, sempre que possível, dever-se-ia fazer entrelaçamentos e paralelos entre a aritmética, a álgebra e a geometria. A segunda concepção delegava à noção de função com suas representações algébrica, geométrica e tabular o papel de coordenadora dos diversos assuntos da matemática do secundário. (BRAGA, 2006, p.69)

Como em toda mudança que, independentemente da época em que aconteça encontra resistência por uma parte da sociedade, com essas propostas de Roxo não foi diferente, e alguns educadores brasileiros ortodoxos foram contra essas ideias (BRAGA, 2006), dificultando a missão entendida por Roxo como essencial para um melhor desempenho no ensino e aprendizagem da Matemática no Brasil.

Em 1929, no próprio Colégio Pedro II, houve a implantação dessa fusão e as três disciplinas passaram a ser somente uma, denominada de “Matemática”. Em 1931, com a reforma nacional de Campos, ampliou-se essa medida a todo o país, obrigando as escolas a aderirem de forma imediata à nova disciplina (DASSIE, 2008).

Porém, como afirmam Soares, Dassie e Rocha (2004, p.9), é

> [...] muito difícil avaliar os reflexos que as propostas de Euclides Roxo efetivamente tiveram no ensino da matemática no Brasil, principalmente pelo fato de, 11 anos depois, ter sido efetivada outra grande reforma – a Reforma Gustavo Capanema – que representou um recuo em relação à Reforma Campos. Além disso, houve, no início da década de 60 do século passado, a notória e profunda mudança curricular desta disciplina, baseada nas propostas da chamada “Matemática Moderna”.

A última reforma citada, que não foi estabelecida por Decreto, como as Reformas Campos e Capanema, teria efetivamente proporcionado mudanças no ensino de Matemática, diferentemente das duas anteriores. Os autores afirmam, entretanto, que duas mudanças propostas pela Reforma Francisco Campos perduram até hoje: o ensino de matemática em todas as séries da Educação Básica e a junção de todos os ramos da Matemática em uma única disciplina.

Os autores ressaltam, ainda, que as reformas Campos e Capanema não resolveram os problemas de qualidade do ensino secundário e o ensino de Matemática era bastante criticado, porque “[...] tinha como objetivo o adestramento dos alunos por meio de regras, fórmulas e cálculos sem aplicações” (SOARES, DASSIE e ROCHA, 2004, p.12). Eles destacam outra crítica feita à época: que apesar da junção dos ramos em uma só disciplina, as áreas de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria continuavam sendo tratados de modo estanque.

O estudo do conteúdo de funções no ensino secundário, equivalente hoje ao Ensino Médio, estava previsto em todas as três reformas citadas e, no caso das mudanças definidas no Movimento da Matemática Moderna (MMM), como a base do ensino de Matemática era fundamentado na linguagem da Teoria dos Conjuntos, a definição de função presente nos livros didáticos da área prevalece a ideia de função como correspondência (ABREU, 2011).

2.2 O CONTEÚDO “FUNÇÕES” NA BNCC

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) é um documento oficial do Ministério da Educação, que visa a oferecer aos Estados, Municípios e ao Distrito Federal, normas de orientação para a estruturação curricular de toda a Educação Básica do país. Segundo a BNCC, “[...] o ensino médio é a etapa final da Educação Básica, direito público subjetivo de todo cidadão brasileiro” (BRASIL, 2018, p.461), mas afirma também que é justamente nessa etapa que se encontra um gargalo na garantia desse direito.

Na área de Matemática é proposto o aprofundamento dos principais conteúdos trabalhados no Ensino Fundamental, interrelacionando conhecimentos já adquiridos, ampliando-os, possibilitando assim a construção de uma visão mais integrada da Matemática e sua relação com a realidade:

> Relações e inter-relações estão presentes em muitas situações reais nas quais se aplica a Matemática. As relações estão presentes em problemas que envolvem a proporcionalidade entre duas ou mais grandezas, escalas, divisão em partes proporcionais etc. que tratam da interdependência entre grandezas. Dessas relações, evolui-se para a noção de função, uma noção integradora da Matemática. Os movimentos de figuras, como as reflexões em retas, rotações e translações, podem ser expressos por funções, em trabalhos no plano cartesiano (BRASIL, 2018, p.521).

No Ensino Médio os conhecimentos matemáticos estão relacionados, no documento citado, em torno de cinco competências básicas, às quais estão associados objetivos de conhecimentos e estes, por sua vez, ligados a habilidades específicas. Em seguida, destacamos as habilidades que fazem referência direta ao termo “função”, identificando a competência correspondente.

Quadro 2: Habilidades da BNCC que estão diretamente relacionadas ao tema “função(ões)”

HABILIDADE	**COMPETÊNCIA**
(EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.	1
(EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.	3

(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.	3
(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.	3
(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.	3
(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.	4
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.	4
(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.	5
(EM13MAT507) Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.	5
(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.	5
(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros.	5

Fonte: BRASIL, 2018, pp. 525, 528, 531, 533

A Competência Específica 1 de Matemática está relacionada à utilização de "[...] estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral" (BRASIL, 2018, p.523).

Associada a essa Competência, temos apenas uma habilidade que faz referência direta ao termo função: EM13MAT101: "Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p.525).

A Competência Específica 3 visa a utilização de “[...] estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente”. (BRASIL, 2018, p.523). Concernentes a essa Competência, com citação direta do termo função, estão associadas as habilidades:

EM13MAT302: “Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p.528);

EM13MAT304: “Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros” (BRASIL, 2018, p. 528);

EM13MAT305: “Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros” (BRASIL, 2018, p. 528); e

EM13MAT306: “Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria” (BRASIL, 2018, p. 528).

A Competência Específica 4 da área de Matemática visa a formar o estudante para “Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional, etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático" (BRASIL, 2018, p.523).

Relacionadas à Competência 4, e com citação direta ao termo função, encontram-se as seguintes habilidades específicas de Matemática:

EM13MAT401: "Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica" (BRASIL, 2018, p.531); e

EM13MAT402: "Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica" (BRASIL, 2018, p. 531).

Finalmente, a Competência Específica 5 da área de Matemática trata da capacidade de "Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas" (BRASIL, 2018, p.523).

Relacionadas à Competência 5 e explicitamente relacionadas ao tema função, temos as seguintes Habilidades:

EM13MAT501: "Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau" (BRASIL, 2018, p.533);

EM13MAT502: "Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$" (BRASIL, 2018, p.533);

EM13MAT503: “Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros” (BRASIL, 2018, p. 533); e

EM13MAT507) Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas” (BRASIL, 2018, p. 533).

Como podemos concluir, em razão da quantidade de referências diretas na BNCC ao tema “função”, o documento destaca sua importância e a constância com que deve ser abordado durante todo o Ensino Médio, e por meio do uso de diferentes estratégias de ensino, como uso de *softwares*. Recomenda, ainda, relacionar o conceito com contextos da própria Matemática (Matemática Financeira) ou da Física (Cinemática).

Infelizmente nem tudo que está contido nos documentos que regem a educação brasileira pode ser encontrado na realidade de nossas escolas, da maneira recomendada, em razão de muitos desafios, como a formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática; as condições de trabalho do professor; e até mesmo a qualidade do material didático disponível, como os livros dirigidos aos estudantes.

Podemos citar o caso das Progressões Aritméticas e Geométricas que, quando apresentadas por muitos professores no 2º ano do Ensino Médio, não fazem qualquer relação com as funções afim e exponencial, respectivamente, já estudadas pelos alunos no 1º ano do mesmo nível. É possível constatar esse fato no Ensino Médio, embora somente ao cursar a Licenciatura eu tenha percebido a possibilidade e importância dessa ligação.

A falta de conexão entre os assuntos matemáticos estudados no decorrer da vida escolar acaba refletindo negativamente no desempenho dos alunos, não só durante o Ensino Médio, mas também quando chegam à universidade e se deparam com assuntos mais complexos.

Realmente, uma breve revisão bibliográfica sobre as dificuldades de compreensão do conceito de função demonstra que isso não é exclusividade dos alunos da educação básica: os próprios matemáticos se depararam com dificuldades que levaram a modificações e evoluções teóricas durante séculos, para serem estabelecidas e aceitas pela comunidade acadêmica, como atesta Lima (2018).

Lima (2018) afirma que essa dificuldade não acontece apenas no Brasil, e que existem pesquisas internacionais empenhadas em descrever e explicar a situação do aluno que não consegue compreender o conceito de função, como também do professor que não sabe articular conhecimentos para ensiná-lo. Além disso, pela complexidade que os alunos encontram no conceito de função, preferem trabalhar com função utilizando a representação de expressões algébricas ou de relações numéricas.

Porém, existem várias formas de representar uma função e estabelecer uma relação entre essas formas é um aspecto importante no processo de ensino e aprendizagem (ANDRADE E SARAIVA, 2012). Na visão dos autores,

> o papel do professor na promoção da atividade matemática dos alunos é crucial. Os interesses dos alunos serão estimulados pelas tarefas matemáticas selecionadas pelo professor, e pelas situações e contextos que o professor promove na aula, bem como pela sua capacidade em desenvolver e conduzir a atividade matemática dos alunos com sucesso (ANDRADE E SARAIVA, 2012, P. 147).

Portanto, no processo de aprendizagem do conceito de função acreditamos ser de suma importância que se estabeleçam conexões entre as suas representações e o conceito de ideias, para possibilitar, assim, uma melhor compreensão dos alunos.

Já Neves e Resende (2016) observam que muitos materiais trabalhados no ensino básico em relação ao tema função apresentam apenas alguns nexos conceituais externos referentes ao conceito, como, por exemplo, o conceito de variável, conjunto domínio e conjunto imagem, e não se preocupam com os nexos conceituais internos ou mesmo com a essência desse conceito.

Outra crítica pertinente consiste na utilização de exercícios sobre função partindo de situações particulares para generalizações e conclusões gerais. Esse seria justamente um movimento contrário àquele proposto por Davidov (apud NEVES e RESENDE, 2016) para a formação dos conceitos. Ele afirma que o aluno deve organizar o raciocínio partindo de situações gerais para particulares, e não o contrário. Assim, seria mais prudente que os livros didáticos apresentassem primeiro o processo histórico do conceito de função (o pensamento geral) para, em seguida, desenvolver o pensamento lógico desse conceito.

Levando em consideração essas observações, a recomendação é, portanto, uma vez que a BNCC seja implementada nas escolas, que esse importante conceito matemático, defendido como tema central para o Ensino Médio, seja tratado de maneira adequada, tanto do ponto de vista conceitual quanto prático.

No capítulo seguinte, apresentamos e discutimos os resultados da aplicação do instrumento na escola campo, destacando as dificuldades encontradas pelos alunos diante das questões contextualizadas envolvendo funções quadráticas.

3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS DE NOSSA PESQUISA

3.1 A ANÁLISE DA APRESENTAÇÃO DO TEMA "FUNÇÃO" NA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS ADOTADA NA ESCOLA

Como informamos na Introdução deste trabalho, fez parte da pesquisa a análise da coleção de Livros Didáticos de Matemática adotada na escola intitulado "Conexões com a Matemática 1", escrito por vários autores e organizado por Fábio Martins de Leonardo. A 3ª edição obra é uma publicação da editora Moderna, da cidade de São Paulo, no ano de 2016.

Com base na análise da estrutura geral dos livros, identificamos uma ordem crescente no nível de dificuldade das questões apresentadas como exemplo e propostas aos estudantes. O livro didático, a partir de agora denominado LD, apresenta dicas, observações, exercícios resolvidos (contextualizados ou não).

O texto tem uma estrutura de diálogo com o leitor, o que coloca o estudante que tem hábito de leitura em condição de entender expressiva parte das explicações, com autonomia, apenas baseando-se no livro. Constatamos, de nossas observações de sala de aula do professor da turma, que a maior parte dos estudantes não procura fazer a leitura do texto do livro didático, aguardando as explicações dadas em sala de aula e se atendo apenas a elas.

O livro apresenta muitas definições, cada uma delas seguida de exemplo numérico, algébrico ou usando alguma forma de representação (tabela; gráfico; equação; dentre outras), ou, ainda, alguma situação contextualizada, como as que destacamos adiante no texto. Composto por onze capítulos, sendo seis destinados ao tema funções, ou seja, mais da metade do livro traz informações sobre os tipos, conceitos, gráficos e outros assuntos relevantes para quem inicia o estudo matemático formal desse conteúdo no Ensino Médio.

O estudo do tema inicia-se já no terceiro capítulo, após as unidades 1 e 2 sobre Conjuntos, e segue até o capítulo 8, na seguinte ordem:

3. Funções
4. Função Afim
5. Função Quadrática
6. Função Modular
7. Função Exponencial
8. Função Logarítmica

Após todos esses capítulos dedicados ao tema, os alunos estudam Sequências, Semelhança de Triângulos e, por fim, iniciam o estudo da Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Em relação especificamente ao conteúdo "função", no livro didático adotado na escola para o 1º ano do Ensino Médio, encontramos a seguinte definição:

> Considerando dois conjuntos, A e B, não vazios, dizemos que f é uma função de A em B (ou que y é uma função de x) se, e somente se, para cada elemento x de A existe, em correspondência, um único elemento y de B. Indicamos essa função assim: f: A→ B (lemos: "função de A em B"). (LEONARDO, 2016, p.56).

Como podemos perceber analisando a definição explicitada pelo autor, a visão que predomina no livro analisado também é a de função como correspondência. Assim como também a sequência de apresentação dos conteúdos relacionado às funções, também segue uma estrutura comum à maioria dos livros didáticos dirigidos ao mesmo ano, ou seja: apresentação de um conjunto inicial de definições (função; domínio; contradomínio; imagem; função sobrejetora; função injetora; função bijetora; dentre outras); cada definição sendo seguida por exemplos; e, no fim da unidade, um conjunto de exercícios semelhantes aos exemplos apresentados (RÊGO, 2000).

Após a apresentação das ideias básicas relativas ao tema, o autor do livro explora alguns tipos de funções: afim; quadrática; modular; exponencial; logarítmica; dentre outros, com o intuito de destacar as principais características de cada tipo de função, de modo a capacitar o estudante a identificar uma função e, a partir disso, saber, por exemplo, analisar o comportamento do seu gráfico.

Como dito anteriormente, a função quadrática terá uma abordagem especial neste trabalho e para isso foi separado um tópico com o conceito e análise de gráfico deste tipo de função tão visto em aulas de matemática no 9º ano do ensino fundamental e 1º ano do ensino médio.

Em geral, o conteúdo de função quadrática é apresentado nas escolas de uma forma mecânica, carregado de fórmulas que os alunos não percebem um significado concreto e, algumas vezes o professor também não (SOARES, 2013). Tal direcionamento pouco mudou com o passar dos anos e, segundo Soares, as funções quadráticas são o tipo de função matemática mais conhecida pelos jovens alunos do Ensino Médio, sendo esse recurso utilizado há muito tempo pela humanidade, embora não se dando com a formalização e linguagem atual.

> A civilização babilônica costumava resolver problemas que podemos expressar atualmente por equações do segundo grau, por volta de 1700 anos a.C. com a mesma fórmula, ou no caso deles regra, que é utilizada até hoje em nossa escola básica. (SOARES, 2013, p.3).

A apresentação da definição de Função quadrática, no livro didático analisado, é feita do seguinte modo: “Uma função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se função quadrática ou função polinomial do 2º grau quando existem números reais a, b e c, com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$” (LEONARDO, 2016, p.108).

Além da definição matemática, o livro aborda os seguintes pontos referentes à função do 2º grau:

• Gráfico da função quadrática, com os elementos da parábola: o ponto em que ela intercepta o eixo y; os zeros da função; vértice;

• Construção do gráfico da função quadrática;

• Inequações do 2º grau e identificação do domínio de uma função por meio de inequações.

Em todo o livro didático utilizado na escola campo, encontram-se diferentes tipos de exemplos e questões resolvidas e propostas, dentre as quais destacamos em nosso trabalho os exemplos e questões que apresentam algum tipo de contextualização e não correspondem apenas a práticas mais imediatas de aplicação de procedimentos.

O enunciado da primeira situação contextualizada destacada está presente na Figura 1.

Figura 1. Exemplo 1 de contextualização presente no LD (definição informal de função)

Nas férias escolares, Mônica e seus pais decidiram fazer uma viagem para Bonito. Para isso, procuraram uma agência de turismo que oferecia pacotes de acordo com a quantidade de pessoas que viajaria. O pacote que a família de Mônica escolheu custava R$ 600,00 por pessoa. Considerando essas informações, podemos calcular o valor a ser pago na viagem relacionando duas grandezas: a quantidade de pessoas e o preço correspondente a essa quantidade. Veja tabela abaixo.

Quantidade de pessoas	***Preço (R$)***
1	*600,00*
2	*1.200,00*
3	*1.800,00*
5	*3.000,00*
N	*600n*

*Dizemos que o preço é **função** quantidade de pessoas: cada número que define a quantidade de pessoas corresponde a um único número, que define o preço total.*

Fonte: LEONARDO, 2016, p.54

O exemplo destacado se encontra no começo do terceiro capítulo do livro, denominado “Funções”, quando se inicia o estudo do tema no Ensino Médio, apresentando como ponto de partida a ideia de função no cotidiano, já que o contexto se refere a uma programação de férias escolares. No caso, uma tabela é fornecida mostrando a relação entre duas grandezas, visando proporcionar uma ideia informal sobre como funciona e para que serve uma função, uma vez que estão explícitos na tabela os possíveis valores que um eventual aumento na quantidade de pessoas que aderirem ao passeio, acarretará no final.

Como a própria Base Nacional Comum Curricular aponta, as relações estão presentes em muitas situações reais nas quais se aplica a Matemática e, dessas relações, evolui-se para a noção de função, uma noção integradora da Matemática. Ainda pela BNCC, na habilidade (EM13MAT501) os alunos devem investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau. Portanto, há uma sintonia entre o exemplo utilizado pelo livro didático adotado pela escola e o que atualmente é recomendado pela BNCC (BRASIL, 2018).

O enunciado da segunda situação aqui destacada segue na Figura 2.

Figura 2. Exemplo 2 de contextualização presente no LD (exemplo de lei de formação)

Todos os anos, Bruna participa de uma feira de comidas nordestinas. Para isso, ela separa os valores referentes aos ingredientes e à mão de obra, o que representa R$ 1.200,00. Por dia, o aluguel do espaço é de R$ 80,00. Considerando apenas os valores citados, quanto Bruna gastará se oferecer seus produtos durante 5 dias, período de duração da feira?

Nessa situação, temos um gasto fixo, correspondente aos ingredientes e à mão de obra, que independe da quantidade de dias em que ela estará na feira, e um gasto variável, correspondente ao número de dias. Assim, o gasto total de Bruna será composto dessas duas parcelas:

Valor gasto = gasto fixo + valor total dos dias

O valor a ser gasto na feira por 5 dias pode ser calculado da seguinte maneira:

$$1.200 + 5 \cdot 80 = 1.200 + 400 = 1.600$$

Portanto, Bruna gastará R$ 1.600,00 em cinco dias.

Percebemos que o valor $g(x)$ gasto na feira é função da quantidade x de dias.

Assim: $g(x) = 1.200 + 80 \cdot x$.

Essa sentença é um exemplo de lei de formação de uma função afim.

Fonte: LEONARDO, 2016, p.84

Mais um exemplo de questão que traz seu contexto uma situação próxima da realidade dos jovens alunos e que mostra uma relação entre duas grandezas, sendo uma grandeza independente, que é o gasto fixo com a mão de obra e os ingredientes, e a outra, dependente, é o aluguel, variando de acordo com a quantidade de dias.

A representação desta questão não está dada por gráficos nem tabelas, mas sim algébrica e aritmeticamente, proporcionando a visualização, através do raciocínio matemático, de como uma função passa para a forma de equação, a partir de sua representação na linguagem usual.

Novamente, notamos a ligação com o que a BNCC recomenda, posto que pela habilidade (EM13MAT101) os alunos devem interpretar situações econômicas que envolvem variação entre duas grandezas. Além disso, a (EM13MAT302) indica que resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais, também é dever dos estudantes do Ensino Médio.

A terceira situação destacada, tem o enunciado apresentado na Figura 3 e está relacionada ao conteúdo “funções quadráticas”, foco do recorte de nossa pesquisa.

Figura 3. Exemplo 3 de contextualização presente no LD (exercício resolvido).

Durante uma situação de emergência, o capitão de um barco dispara um sinalizador para avisar a guarda costeira. A trajetória que o sinal luminoso descreve é um arco de parábola.

A função que descreve o movimento do sinal luminoso é dada por $h(t) = 80t - 5t^2$, sendo h a altura do sinal, em metro, e t, o tempo decorrido após o disparo, em segundo.

a) Qual é a altura máxima que esse sinal luminoso pode atingir?

b) Quantos segundos se passam, após o disparo, até o sinal luminoso atingir a altura máxima?

Resolução

a) *Para determinar a altura máxima que esse sinal pode atingir, precisamos encontrar o valor máximo da função. Analisando o sinal do coeficiente a, podemos concluir que o gráfico da função h é um arco de parábola com concavidade voltada para baixo.*
E possível determinar o valor máximo da função usando a fórmula da ordenada do vértice:

$$\Delta = 80^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 0 \Rightarrow \Delta = 6.400$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-6.400}{-20} = 320$$

Logo, a altura máxima que o sinal luminoso atinge é 320 metros.

b) *O tempo que o sinal luminoso leva para atingir a altura máxima correspondente ao x_v da parábola. Utilizando a fórmula da abscissa do vértice, temos:*

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-80}{2\cdot(-5)} = \frac{-80}{-10} = 8$$

Logo, o sinal luminoso atinge a altura máxima 8 segundos após o disparo.

Fonte: LEONARDO, 2016, p.121

O terceiro exemplo que apresentamos do LD faz parte do capítulo 5, intitulado “Função quadrática”. Traz um contexto diferente, distante da realidade dos jovens estudantes do 1º ano do Ensino Médio público e podemos notar também um grau de dificuldade maior em relação aos exemplos anteriores. Talvez, por isso, a questão seja ilustrada com uma figura de um barco navegando e o trajeto que o sinalizador faz em forma de parábola, ajudando aos alunos a visualizar a forma do gráfico de uma função do 2º grau.

Além disso, são propostas duas questões distintas separadas pelos itens *a* e *b*, sendo o objetivo no item *b* o mesmo encontrado nas questões 02, 03 e 04 do nosso instrumento de pesquisa que foi aplicado aos alunos. Apesar dos contextos serem diferentes, os objetivos são os mesmos: encontrar o x do vértice da parábola e o valor máximo correspondente (y = f(x)) obtido na função quadrática.

As questões contidas no LD, e aqui destacadas, são exemplos de situações contextualizadas propostas pelo autor, mas, na maioria das vezes, os alunos ignoram esse tipo de questão, que vem normalmente no início do Capítulo com um número maior de informações e atentam mais aos exercícios que constam ao final da apresentação do conteúdo. Eles partem do pressuposto de que nas avaliações encontrarão questões mais objetivas e, por isso, condicionam a atenção somente aos exercícios de aplicação mais direta de regras.

O nosso cotidiano é repleto de situações em que o conceito de função está presente, mesmo sem notarmos, como o caso da conta mensal de energia elétrica que é calculada de acordo com a quantidade de energia consumida, ou o almoço em um restaurante que cobra o preço da comida pelo peso. Esses são exemplos simples de funções com que as pessoas se deparam, mesmo sem ter conhecimento específico sobre o tema.

Tanto na Matemática quanto em outras disciplinas escolares, como Física, Química ou Biologia, o conceito de função está presente. Como ressalta Guimarães,

> [...] A função é utilizada para descrever relações entre conjuntos, regularidades, analogias, propriedades em geral do mundo dos números e das formas. É usada também para construção de modelos de fenômenos naturais e sociais (GUIMARÃES, 2010, p.15).

A partir de nossa análise do livro didático utilizado na escola onde realizamos a pesquisa, observamos que os exemplos contextualizados apresentados na obra estavam em acordo com as recomendações da BNCC e, quando há figuras ilustrativas acompanhando a questão, são pertinentes ao contexto. Além disso, notamos também uma ordem crescente no nível de dificuldade dos exercícios propostos.

Em meio aos assuntos tratados no livro, encontramos dicas informativas que visam a auxiliar o entendimento dos temas abordados e outro ponto importante e que merece registro é a ordem dos capítulos, que segue na direção da ampliação da complexidade dos conteúdos relacionados ao estudo de funções.

3.2 ANÁLISE DAS RESPOSTAS ÀS QUESTÕES APLICADAS EM SALA DE AULA

As quatro questões do instrumento aplicado na escola foram referentes a funções quadráticas, escolhidas com o intuito de avaliar os conhecimentos já adquiridos dos alunos sobre o tema e a capacidade de interpretação sobre o que era solicitado nas situações-problema propostas, todas elas contextualizadas.

A atividade foi realizada nos meses de outubro e novembro de 2019, quando o conteúdo de função contido no livro didático da escola campo já havia sido apresentado aos alunos do 1º ano. De acordo com o professor responsável pela turma, são reservadas cerca de seis aulas para a apresentação do tema função quadrática, incluindo as aulas dedicadas à resolução de exercícios de aplicação antes das avaliações periódicas.

Antes de aplicar o instrumento, decidimos fazer uma breve revisão da atividade para relembrar alguns procedimentos gerais necessários à resolução dos tipos de questões mais comumente associados às funções quadráticas, o que não evitou a manifestação de muitas dificuldades pelas turmas do 1º ano, no momento da resolução das questões do instrumento.

Poucos estudantes conseguiam saber o que a questão que apresentávamos como exemplo pedia, depois da leitura dos enunciados, além de terem dúvidas básicas como: aplicar fórmulas para encontrar os zeros da função ou identificar a direção da concavidade do gráfico pelo valor do coeficiente da variável de maior grau.

Andrade e Saraiva argumentam que

> o conceito de função muitas vezes está ligado ao conceito de fórmula, e, às vezes, os alunos associam o conceito de função ao processo gráfico, onde uma fórmula é necessária para desenhá-lo, mas a própria capacidade dos alunos para manipular os símbolos, e operar com eles, não é suficiente para a sua compreensão estrutural de uma função (ANDRADE e SARAIVA, 2011, p. 142).

Nenhuma das questões representou graficamente as funções, trazendo apenas diferentes contextos de forma a exigir do aluno o domínio da ideia de função e sua aplicabilidade. Para alguns autores, um dos fatores responsáveis pela dificuldade dos alunos em enxergar com clareza tudo que envolve o conceito de função, deriva da inexistência, tanto nos livros didáticos quanto nas aulas de Matemática básica, da relação do conceito de função com o que o ensino de Matemática traz na sua essência, que é compreender e transformar o mundo em que vivemos (NEVES E RESENDE, 2016).

Ainda segundo os autores, durante o processo de ensino/aprendizagem de função, é recorrente que a representação analítica da função apareça logo após a definição, sem nenhuma relação que possa esclarecer o significado de cada termo utilizado.

3.2.1 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 1

Como informamos na descrição do instrumento, a Questão 1 envolvia a função dada por $f(t) = -2t^2 + 120t$, que expressava o número de pessoas contaminadas com dengue em uma epidemia, em que $t = 0$ correspondia ao dia anterior à primeira infecção (t em dias) e a expressão abrangia os 60 primeiros dias da epidemia. A questão perguntava em que dia deveria ser feita uma dedetização, se ela tivesse que ocorrer quanto $f(t)$ fosse igual a 1.600. Para isso, bastava o estudante encontrar as raízes da equação $-2t^2 + 120t - 1600 = 0$ ($t = 20$ e $t = 40$).

As habilidades específicas de Matemática codificadas como EM13MAT101 e EM13MAT302, contidas na BNCC (BRASIL, 2018), eram pré-requisitos para que o aluno conseguisse solucionar a questão de forma satisfatória, que se tratava de situação social envolvendo variação de duas grandezas, no caso, um modelo de função polinomial do 2º grau.

Os estudantes da turma do 1º ano tiveram muita dificuldade para resolver essa questão. A grande maioria, 16 alunos, identificou que se tratava de função do 2º grau, enquanto os quatro restantes não fizeram a mesma identificação, mesmo a informação estando explícita no enunciado. Apesar da identificação da natureza da função, pela maioria, nenhum estudante do grupo considerou que, para resolver a questão, era necessário igualar f(t) a 1.600. Assim, o resultado no 1º ano foi de nenhum acerto.

Já na turma do 3º ano, o desempenho foi melhor. Todos os 15 alunos identificaram, após leitura do enunciado, que a questão envolvia uma função do 2º grau, mesmo assim seis deles não igualaram f(t) a 1.600 e, com isso, não conseguiram resolver a questão. Nove alunos resolveram de forma correta, encontrando as raízes da função e marcando a opção correta.

Quando perguntamos se, caso as duas raízes estivessem nas opções de resposta, como fariam para ter certeza da afirmativa correta, nenhum estudante do 1º ano identificou que entre as opções 20 e 40, a resposta correta seria 20, pois se trata do vigésimo dia, que ocorreria antes do quadragésimo, enquanto, no 3º ano, cinco alunos responderam corretamente e o restante da turma não se manifestou.

3.2.2 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 2

O enunciado da Questão 2 envolvia a determinação do valor da produção x que levaria ao lucro máximo, sendo necessário, antes, determinar a expressão algébrica que representava o Lucro, por meio das funções Receita e Custo L(x) = R(x) – C(x), onde R(x) = 6.000x - x^2 e C(x) = x^2 - 2.000x)

A solução dessa questão envolvia as habilidades específicas de Matemática codificadas como EM13MAT101 e EM13MAT503 (BRASIL, 2018), uma vez que ela envolve uma situação econômica envolvendo variação de duas grandezas e há a necessidade de investigar o ponto máximo da função quadrática.

Mais uma vez houve muita dificuldade por parte dos alunos do 1º ano em relação à questão proposta. Nenhum deles pensou em determinar a expressão algébrica que representava o lucro L(x), mesmo contendo no enunciado a fórmula L = R – C e as expressões de R(x) e C(x), faltando apenas realizar a subtração: L(x) = R(x) – C(x). Além disso, diante da informação extra que apresentamos, sobre a determinação da expressão algébrica do lucro, somente quatro alunos aplicaram a fórmula relativa ao x do vértice, $x_v = \frac{-b}{2a}$, encontrando o ponto máximo da função e a alternativa correta. Cinco alunos afirmaram não se lembrar da fórmula necessária e o restante não acompanhou o raciocínio ou não demonstrou interesse.

O mesmo aconteceu com a turma do 3º Ano. Ao relacionar a expressão algébrica do lucro, nenhum aluno atentou para as informações contidas no enunciado. Apenas após termos destacado a informação extra (L = R – C), nove alunos aplicaram a fórmula do x do vértice e concluíram corretamente a questão, enquanto que os seis restantes não lembravam ou não sabiam da necessidade de aplicar a fórmula.

3.2.3 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 3

A questão 3 envolvia um procedimento de modelagem mais complexo, uma vez que nenhuma expressão algébrica era dada no enunciado, considerando que o cabeleireiro cobrava R$ 10,00 por cada serviço realizado e atendia 200 clientes por mês, mas estava pretendendo aumentar o valor do serviço, sabendo que para cada real cobrado a mais ele perderia 10 clientes por mês.

As habilidades específicas de Matemática da BNCC, codificadas como EM13MAT101 e EM13MAT503 (BRASIL, 2018), estavam relacionadas à questão, pelos mesmos motivos apresentados para o caso da Questão 02.

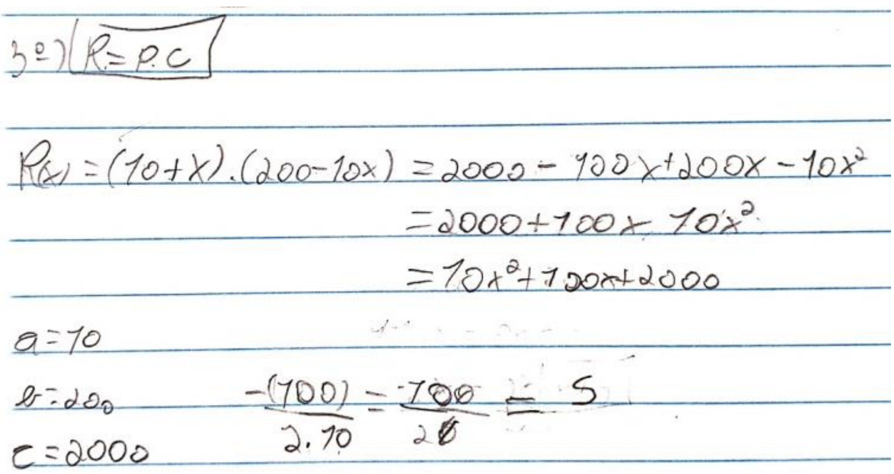
Todos os alunos do 1º ano tiveram dificuldade para construir a estratégia necessária para resolver a questão, pois não souberam determinar a Receita da firma conhecendo apenas duas informações (preço do serviço e quantidade de clientes atendidos por mês). Para ajudá-los, instruímos a turma quanto ao cálculo do faturamento, para que eles dessem continuidade ao processo de resolução.

Após analisarmos as respostas, identificamos que sete alunos conseguiram desenvolver a questão e acertaram a resposta, mas cinco alunos, apesar de terem encontrado o ponto máximo da função, não atentaram para o fato de ter que acrescentar o valor já cobrado pelo cabeleireiro nos meses anteriores, errando a resposta final.

Com os alunos do 3º ano não foi necessária a dica do faturamento, pois 10 alunos encontraram o ponto máximo da função sem maiores dificuldades. Dentre eles, quatro não adicionaram o valor anterior do corte de cabelo, errando o resultado final, enquanto cinco alunos deixaram a questão em branco.

As figuras 1 e 2 a seguir, mostram dois exemplos de procedimentos de resolução semelhantes, porém, com resultados finais diferentes.

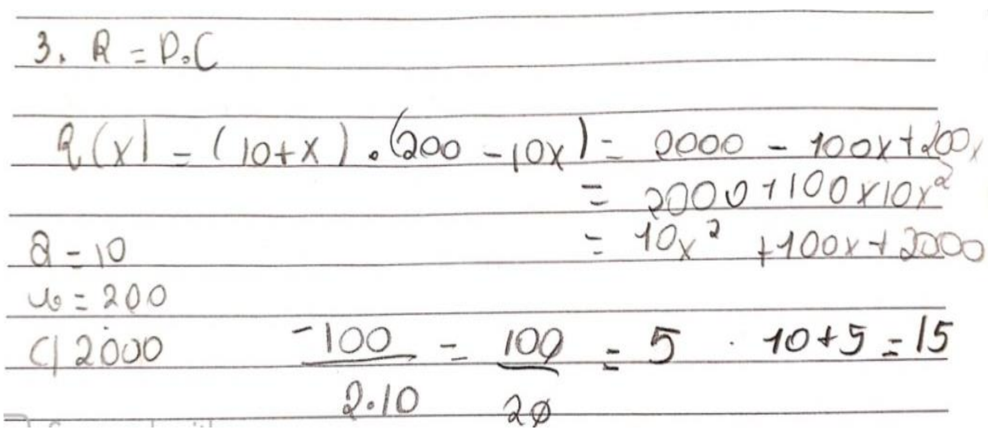
Figura 1. Exemplo 1 de resposta de um estudante do 3º ano, para a questão 3



Fonte: Dados do pesquisador

Podemos notar que na resposta apresentada na Figura 1, o aluno desenvolveu o raciocínio inicial de forma correta, faltando apenas o acréscimo final ao valor encontrado, do preço já cobrado anteriormente pelo cabeleireiro.

Figura 2. Exemplo 2 de resposta de um estudante do 3º ano, para a questão 3



Fonte: Dados do pesquisador

Na resposta presente na Figura 2, houve acerto total do estudante, pois, além de determinar a função da Receita R(x) e encontrar o ponto máximo, ele acrescentou ao resultado obtido o valor já cobrado anteriormente.

Os estudantes do 1º ano apresentaram, em sua maioria, dificuldade para determinara Receita de uma firma conhecendo apenas duas informações (preço do serviço e quantidade de clientes atendidos por mês). Muitos não conseguiam entender o que precisavam responder, depois da leitura do enunciado. Podemos conjecturar que eles tenham errado a questão por falta de atenção, já que se tratava da parte final da resolução e alguns alunos não conseguem permanecer concentrados até o término da atividade.

3.2.4 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 4

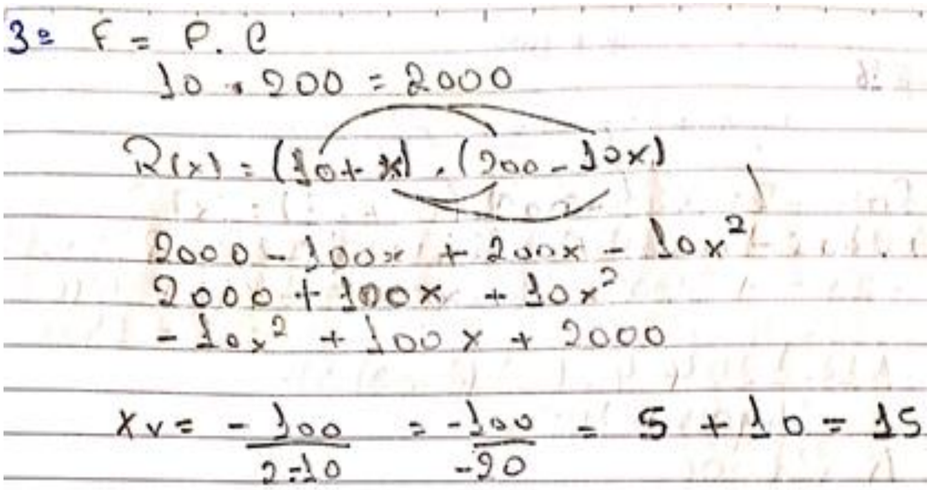
A solução da Questão 4 envolvia um raciocínio semelhante ao utilizado na Questão 3. Neste caso, sabia-se que uma empresa transportava 2.400 passageiros por mês entre duas cidades; a passagem custava 20 reais, e a empresa desejava aumentar o preço da passagem, sabendo que para cada 1 real de aumento 20 passageiros deixariam de viajar pela empresa, perguntando-se quanto a empresa deveria cobrar pela passagem, para maximizar seu lucro.

Como no caso anterior, era exigida uma modelagem a partir dos dados do enunciado, de modo que o estudante identificasse, antes, a representação algébrica da função Lucro para, depois, maximizá-la.

Encontramos uma grande diferença entre as interpretações do enunciado pelos alunos do 1º e do 3º anos: enquanto a maioria dos estudantes do 3ºano identificou de imediato se tratar de uma questão semelhante a anterior, não encontrando dificuldade para resolvê-la, entre os estudantes do 1º ano somente três, dos vinte, tiveram essa percepção.

Apenas um aluno do 1º ano entregou a questão resolvida e o restante da turma, por falta de conhecimento ou tempo, entregou o instrumento com a questão em branco. Os quatro estudantes do 3º ano que conseguiram concluir corretamente toda a questão utilizaram o mesmo método da questão 03, e os demais argumentaram falta de tempo para conseguir resolvê-la, deixando o item sem resposta. Destacamos, nas Figuras 3 e 4, as resoluções de um mesmo aluno para as questões 03 e 04.

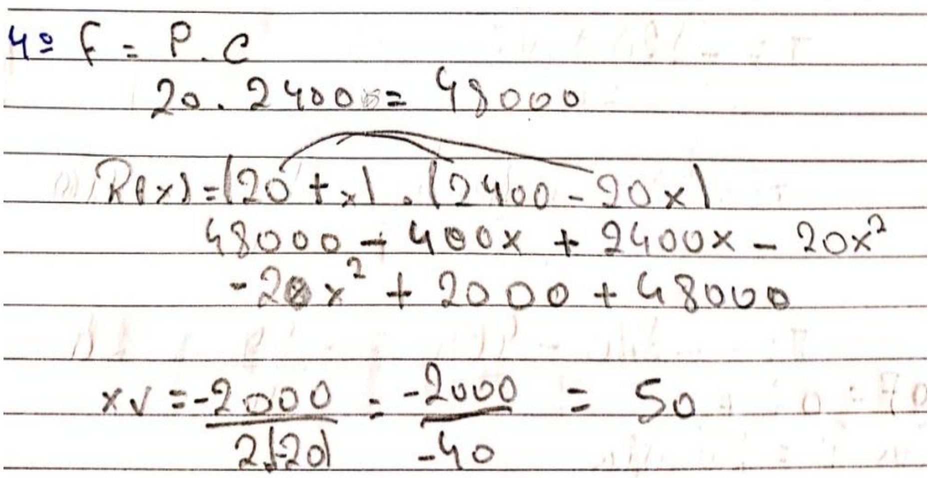
Figura 3. Resposta de um aluno do 3º ano para a Questão 3



Fonte: dados do pesquisador

No registro, o estudante explicita o uso da distributividade, chegando à função receita (R(x)), e os cálculos relativos ao uso da fórmula para obtenção do valor da abscissa no vértice da parábola. Vale destacar, no entanto, um problema relativo ao uso da notação matemática, na medida em que o estudante representa a sequência: -100/-20 = 5 + 10 = 15. Neste caso, ele deveria registrar: -100/-20 = 5 e 5 + 10 = 15.

Figura 3. Resposta do mesmo aluno do 3º ano para a Questão 4



Fonte: dados do pesquisador

O estudante resolveu toda a parte inicial da questão corretamente, mas esqueceu de adicionar o valor final ao preço anterior da passagem, o que entendemos ter ocorrido por falta de atenção, uma vez que ele respondeu a questão anterior corretamente.

3.3 PRINCIPAIS DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS ALUNOS: UMA SÍNTESE

Além das situações específicas mencionadas nos comentários acerca de cada questão, um aspecto geral chamou a atenção: a dificuldade dos alunos em conseguir perceber que as questões 3 e 4 eram de funções quadráticas com base nas informações contidas nos enunciados. Os alunos do 1º ano mostraram não estar preparados para resolver esse tipo de questão, contextualizada, pois praticamente nenhum conseguiu obter êxito na obtenção das respostas, mesmo que nós tenhamos nos preocupado em apresentar questões relacionadas a contextos diversos, quando ministramos o conteúdo de funções quadráticas.

Entendemos, pelos resultados obtidos, que as habilidades de leitura, interpretação e aplicação de conhecimento matemático em contextos diversos demandam muito tempo para serem desenvolvidas e precisam ser foco de atenção ao longo de toda a Educação Básica. Em particular, o professor de Matemática não pode pensar que elas sejam responsabilidade apenas do professor de Língua Portuguesa ou que o fato de o estudante saber o conteúdo, do ponto de vista matemático, já estaria automaticamente habilitado para resolver problemas, em especial contextualizados.

Quanto aos estudantes do 3º ano, que estavam próximos de realizar a prova do ENEM e, por isso, fazendo exercícios direcionados ao exame, demonstraram um desempenho melhor do que os dos estudantes do 1º ano. Cerca de 60% dos estudantes identificaram as questões como sendo de funções quadráticas após a leitura dos enunciados, mas apenas 30% conseguiram resolvê-las utilizando as estratégias adequadas para essas situações, como, por exemplo, a fórmula do coeficiente x do vértice da parábola e obtendo a resposta correta.

Diferentemente dos estudantes do 1º ano, a grande maioria dos estudantes do 3º ano percebeu com facilidade que a questão 04 era semelhante à questão 03, e os que sabiam resolver a primeira não encontraram dificuldade na questão seguinte.

Um fato curioso chamou nossa atenção na turma do 3º ano: um aluno afirmou ter aversão ao tema função e que não era preciso ter tanto trabalho com o processo de resolução, sob a justificativa de que, sempre que possível, resolvia as questões de múltipla escolha pelo método de eliminação das alternativas apresentadas.

Optando por esse caminho, ele acaba fazendo um número muito maior de cálculos, necessitando de mais tempo para resolução das questões, o que certamente trará uma desvantagem em relação aos outros alunos em provas de ENEM ou concursos. Além disso, em alguns casos é muito mais difícil identificar as opções corretas, como nas Questões 3 e 4, nas quais não eram dadas expressões que pudessem ser substituídas de modo direto.

O que entendemos ser mais grave na fala do estudante é o fato de ele não compreender a importância do conceito de função, sem ter ideia de sua utilidade, acreditando ser perda de tempo aprender sobre o tema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Levando em consideração todas as observações feitas durante o período em que atuamos na escola campo; as leituras destinadas à ampliação do conhecimento sobre o tema função; bem como suas aplicações no ensino e aprendizagem de Matemática básica no Brasil, é possível elencar algumas considerações relacionadas à melhoria da compreensão dos estudantes ao se depararem com questões contextualizadas.

Por experiência própria, no primeiro semestre da graduação em Matemática na UFPB acompanhamos o abandono ou reprovação de mais da metade dos colegas da turma na disciplina de "Cálculo Diferencial e Integral I". Além disso, sentimos dificuldade em fazer conexões entre o que estudávamos na disciplina com o conceito de função que havíamos aprendido no Ensino Médio, em razão dos 25 anos que passamos longe da sala de aula.

Interrompemos os estudos em 1990, apenas concluindo o Ensino Médio em 2002, através da modalidade "Educação de Jovens e Adultos", mais conhecida como "Exame Supletivo", tendo ingressado no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba apenas em 2015.Em nossa concepção, o conteúdo "função" que havia estudado na Educação Básica, bem como aquele trabalhado no nível superior, eram assuntos completamente diferentes; só após um período de estudo dedicado ao tema é que enxergamos a unicidade conceitual.

Como discutimos na parte teórica de nosso texto, os conteúdos matemáticos do Ensino Médio deveriam gravitar, sempre que possível, em torno do conceito de função, central para a maior parte das ideias matemáticas mais elaboradas no Ensino Médio e Superior.

Os professores do Ensino Médio deveriam interligar, sempre que possível, os temas ministrados nas aulas com a ideia de função, explorando essa relação nos enunciados das questões propostas, em diferentes contextos de aplicação e nas avaliações. Além disso, entendemos como essencial para o processo de aprendizagem relacionar os conteúdos trabalhados em sala de aula com o cotidiano dos estudantes, mantendo uma aproximação maior entre a Matemática e a vida de cada um., o que deveria ocorrer ao longo de toda a Educação Básica.

Outro ponto que vale menção é a formação dos próprios professores, pois muitos, quando cursam Licenciatura, decidem priorizar as disciplinas de Matemática avançada, acreditando na sua maior importância em detrimento das disciplinas voltadas à Educação

Básica, que exigem muita leitura e compreensão de textos, além de estudo sobre aspectos da construção conceitual e de metodologias que facilitem sua compreensão.

Uma possível solução para esse problema poderia ser a ampliação da grade de componentes curriculares voltados à Educação Matemática no curso de Licenciatura em Matemática, enfatizando sua importância para a formação de futuros professores, na medida em que promoveria a reflexão sobre os conteúdos que serão trabalhados nos Ensinos Fundamental e Médio.

A realização da pesquisa foi muito importante para nossa formação como docente, pois possibilitou que fizéssemos muitas reflexões sobre nossa prática em sala de aula e sobre nossa formação inicial na Licenciatura em Matemática, ajudando-nos a melhorar nossa compreensão sobre a relação ensino-aprendizagem matemática na Educação Básica e Superior.

Como proposta de continuidade nas investigações sobre essa relação, gostaríamos de aprofundar nossos conhecimentos relacionados ao trabalho com questões contextualizadas de Matemática em sala de aula da Educação Básica, seja por meio de pesquisas teóricas, ou de investigações práticas envolvendo professores e estudantes.

REFERÊNCIAS

ABREU, Kelyane Barboza de. **O Movimento da Matemática Moderna: Repercussão na abordagem no Brasil do conceito de função nos livros didáticos das décadas de 1950 a 1970**, 2011. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/. Acesso em: 06 JAN 2020.

ANDRADE, Jael Miriam; SARAIVA, Manuel Joaquim. **Múltiplas Representações: Um Contributo para a aprendizagem do Conceito de Função**. Revista Latino americana de Investigación en Matemática Educativa, MAI 2012. Disponível em: http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v15n2/v15n2a2.pdf. Acesso em: 26 MAR 2020.

BOTELHO, Leila; REZENDE, Wanderley. **Um breve histórico do conceito de função.** S/d. Disponível em: http://www.dalicenca.uff.br. Acesso em: 18 NOV 2019.

BRAGA, Ciro. **Função: a alma do ensino da matemática**. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2006.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 26 FEV 2020.

DALLABRIDA, Norberto. **A reforma Francisco Campos e a modernização nacionalizada do ensino secundário**, 2008. Disponível em: https://pt.scribd.com/document/263574845/A-Reforma-Francisco-Campos. Acesso em: 03 DEZ 2019.

DASSIE, Bruno Alves. **Euclides Roxo e a constituição da educação matemática no Brasil,** 2008. Disponível em: https://app.uff.br/ Acesso em: 26 fev. 2020.

GUIMARÃES, Rita Santos. **Atividades para aprendizagem do conceito matemático de função.** 2010. Disponível em: https://www.dm.ufscar.br/. Acesso em: 18 jan.2020.

JEZINE, E. Metodologia do Trabalho Científico. In: Antonio Sales da Silva. (Org.). **Licenciatura em Matemática a Distância.** 1ed.João Pessoa: Liceu, 2007, v. 01, p. 73-134.

LEONARDO, Fabio Martins de (org.). **Conexões com a Matemática 1**. São Paulo: Moderna, 2016.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org). Pesquisa social: teoria, método e criatividade.

NEVES, José Divino; RESENDE, Marilene Ribeiro. **O processo de ensino-aprendizagem do conceito de função: um estudo na perspectiva da teoria histórico-cultural**, 2016. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp/article/viewFile/23866/pdf. Acesso em: 26 MAR 2020.

LIMA, Luciana de. **A aprendizagem significativa do conceito de função na formação inicial do professor de matemática**, 2008. Disponível em: http://www.uece.br/ppge/wp-content/uploads/sites/29/2019/06/Disserta%C3%A7%C3%A3o_LUCIANA-DE-LIMA.pdf. Acesso em: 27 MAR 2020.

PONTE, João Pedro da. **O conceito de função no currículo de matemática**, 1990. Disponível em: https://repositorio.ul.pt. Acesso em: 10 nov. 2019.

RÊGO, Rogéria Gaudencio do**. Um estudo sobre a construção do conceito de função**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação. Natal: UFRN, 2000.

SOARES, Flávia dos Santos; DASSIE, Bruno Alves; ROCHA, José Lourenço da. **Ensino de Matemática no século XX – da reforma Francisco Campos à Matemática Moderna**, 2004. Disponível em: https://app.uff.br/riuff/. Acesso em: 02 jan. 2020.

SOARES, Jóbson Hugo de Sousa. **Função Quadrática**, 2013. Disponível em: http://repositorio.ufrn.br:8080/jspui/handle/123456789/18654. Acesso em: 18 dez. 2019.

SOUZA, Viviane Dal Molin; MARIANI, Viviana Cocco. **Um breve relato do desenvolvimento do conceito de função.** S/d. Disponível em: https://docplayer.com.br. Acesso em: 17 dez. 2019.

UNICAMP, s/d. Disponível em: https://www.santaterezinha.com.br. Acesso em: 07 out. 2019.

UPE, s/d. Disponível em: https://pir2.forumeiros.com/t70022-upe-matematica. Acesso em: 08 out.2019.

ENEM, 2016. Disponível em: https://descomplica.com.br/gabarito-enem/questoes/2016-segunda-aplicacao/ Acesso em: 07 out. 2019.

ENEM, 2017. Disponível em: https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxub3Zhc3BhcmFlbmVtfGd4OjZjYmU1YzQ0ZjE3ZjVkYTc. Acesso em: 07 out. 2019.