

焼きなまし法による初動発震機構解の決定 Application of simulated annealing to focal mechanism determination

小松 正直 (Masanao KOMATSU)*

竹中 博士 (Hiroshi TAKENAKA)*

Abstract

Simulated annealing (SA) is known as one of the efficient methods for global optimization. It allows for getting an optimal solution by jumping out of local minimum. In this paper, we apply the simulated annealing to determination of focal mechanism solution. To investigate the feasibility of the application, we determine focal mechanism solution of the 14 March 2014 Iyo-Nada intermediate-depth earthquake. The computation of SA method is then 1278 times faster than that of the grid search method.

Keywords: focal mechanism solution, simulated annealing, grid search

1. はじめに

各観測点における地震波形の上下動成分を観察すると、初動 P 波の極性は上向き(押し)と下向き(引き)に分かれる。一つの地震に対し、P 波初動が押しの観測点を黒丸、引きの観測点を白丸として地図上にプロットすると、震央を中心として押しと引きの四象限に

分かれることが知られている。Fig. 1 は 2000 年に発生した鳥取県西部地震($M_{JMA}7.3$)における押しと引きの観測点分布である。押しと引きの領域が分かれるように破線を引くと、綺麗な四象限に分かれる。このことは 20 世紀初頭より知られており、1960 年代にダブルカップル型の力源として理論的に証明された[宇津(2001)参照]。震源におけるせん断破壊(断層滑り)は、大きさが同じで回転の向きが互いに逆の 2 組の偶力と等価で、断層面は 2 組の偶力のうち、どちらかの組と平行、もう一方の組と垂直である。断層面と平行な偶力の向きは滑り(食い違い)の向きを向いている。このとき震源の周りの応力変化の法線成分(動径方向の成分)が、圧力の領域か張力の領域かによって、それぞれ P 波初動の引きと押しが決まる。これらは震源の周りの応力変化の主軸、すなわち P 軸(主圧力軸)と T 軸(主張力軸)によって表現され、発震機構と呼ばれている。

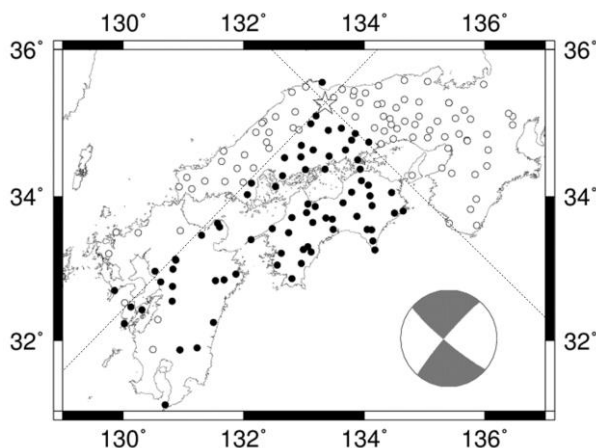


Fig. 1. Polarity distribution of the P-wave first motion for the 2000 Western Tottori earthquake where epicenter is shown by star. Black and white circles indicate compressional (outward) and dilatational (inward) first motions at seismic stations, respectively. Two dashed lines divide outward and inward regions. The focal mechanism of this event reported by Japan Meteorological Agency (JMA) is shown at bottom-right side of this figure.

逆に、P 波初動の押し引き分布を解析すると、震源断層の発震機構を知ることができる。気象庁では、地震が発生すると、観測記録から P 波初動の押し引きを読み取り、初動発震機構解を決定する。決定された解は気象庁の Web サイトを通じて公開されている(例

* 岡山大学大学院自然科学研究科, 〒700-8530 岡山市北区津島中三丁目 1 - 1
Graduate School of Natural Science and Technology, Okayama University, Okayama 700-8530, Japan

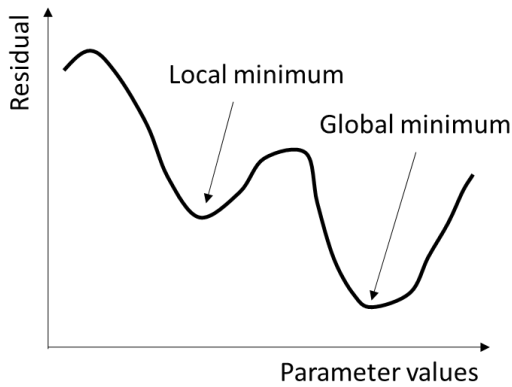


Fig. 2. Schematic view for global minimum and local minimum in an optimization.

例えば, <http://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/mech/>).

コンピュータを用いて, P波初動の極性から発震機構解を推定する手法の研究は, 堀内・他(1972), Brillinger *et al.* (1980)などで行われている. これらの研究は, 震源の P 軸や T 軸の座標を定義し, 押し引き分布を説明する最適な座標を探索している. 中村・望月(1988)は, 震源の Null 軸, P 軸, T 軸を 3 つのオイラー角の回転により表現した. また, Nakamura (2002, 2004)は中村・望月(1988)の方法を拡張し, S 波の極性も使用した発震機構解の決定方法を提案している. 中村・望月(1988)によるオイラー角の探索にはグリッドサーチを用いており, 3 つの角度をそれぞれ一定の間隔で変動させ, 理論的な P 波初動の押し引きと観測された押し引きの間の食い違いが最小となるときの角度を最適解としている. そのでは, 非常に多くの角度の組み合わせについて計算が必要になるため, 探索に時間を要する.

一方, グリッドサーチと同じ大域探索法でありながら, 最適な解を効率良く探索する手法に, 焼きなまし法(simulated annealing, 以下 SA と略す)がある. この手法は Kirkpatrick *et al.* (1983)によって提案されたものであり, 求める解の変動や最適解の採用判定に乱数を用いている. 探索を行う際, 試行ごとの解を用いて理論値を計算し, 観測値との残差を求める. 残差が最小となるときの解を最適解の候補とし, 試行を繰

り返しながら最終的な最適解を決める. ここで, global minimum は大域的な最小値のことで, このときの解が最終的な最適解である. 一方, local minimum は局所的な最小値のことで, 試行中に現れる残差の局所的な落ち込みである(Fig. 2). 例えば, 勾配法などの局所探索法を用いた場合, 一度 local minimum が出ると, global minimum を見つけることが極めて困難になり, 間違った解を最適解としてしまう可能性がある. そこで, 大域探索法のひとつである SA では, 理論値と観測値の残差が直前の探索より大きくなる解もあえて採用できるようにしている. このようにして, local minimum を最適解とするのを防いでいる. 残差の大きな解を採用するか否かは乱数と「温度」を用いて決める. そして, 試行回数とともに温度を徐々に下げることによって, 残差の大きな解の採用率を下げていき, 解は収束していく. 焼きなまし法という名前は, 高温状態から冷却しながら行う金属加工に由来している.

大域的な探索手法を用いた初動発震機構解の決定には, 生物の進化を模倣した遺伝的アルゴリズム(genetic algorithms)がこれまで用いられてきた[例えば, Kobayashi and Nakanishi (1994)]. しかし, SA による初動発震機構解の決定はこれまで行われていない. 本研究では SA を用いて初動発震機構解の決定を行い, その能力を検証する.

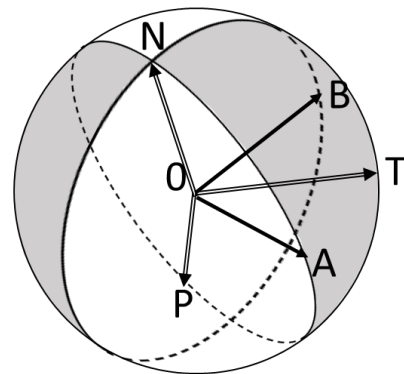


Fig. 3. Unit vectors **A**, **B**, **N**, **P** and **T** in a focal sphere. The quadrants of compressional (outward) first P motions are shown shaded.

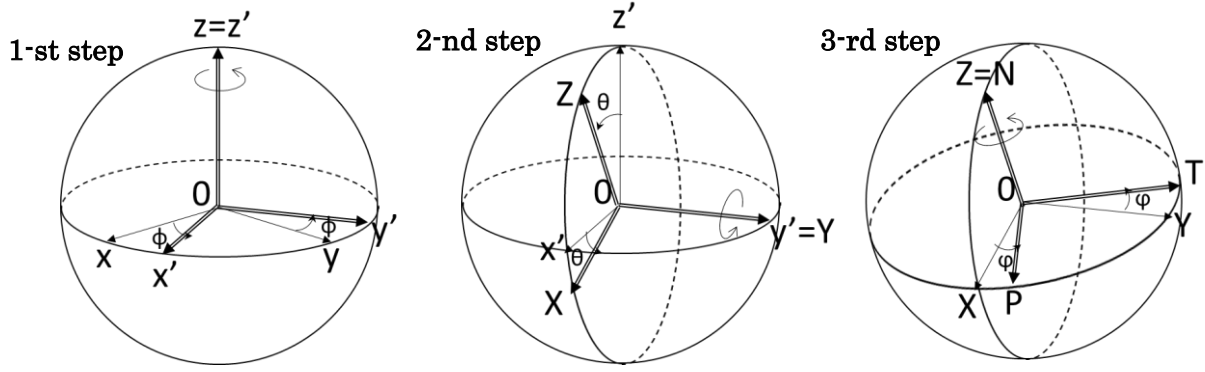


Fig. 4. Definition of a set of Euler angles: ϕ , θ , φ . In the right panel, \mathbf{N} indicates Null axis.

2. 計算手法

中村・望月(1988)に基づいて、P波初動の押し引きから発震機構解を求める手法の定式化を説明する。ダブルカップル型の点震源を仮定し、この震源を原点とする半径1の単位球(震源球)を考える。震源に働く二つの偶力の方向の単位ベクトルを \mathbf{A} 、 \mathbf{B} とすると、これらとNull軸、P軸、T軸、それぞれの方向の単位ベクトル \mathbf{N} 、 \mathbf{P} 、 \mathbf{T} は以下の関係で表される。

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{T} = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{A} = (\mathbf{P} + \mathbf{T}) / \sqrt{2}, \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = (-\mathbf{P} + \mathbf{T}) / \sqrt{2}, \quad (3)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{P} \times \mathbf{T}. \quad (4)$$

ここで、 \cdot は内積、 \times は外積を表す。Fig. 3はベクトル \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{N} 、 \mathbf{P} 、 \mathbf{T} の関係を示している。 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} は互いに共役な2つの断層面を表現する。1つ目の断層面の法線ベクトルを \mathbf{A} とすると、その断層面の滑

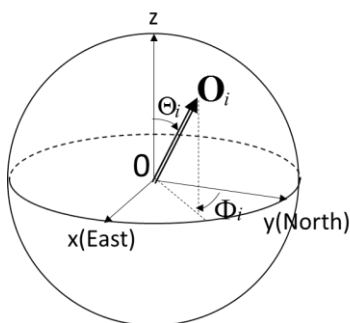


Fig. 5. Focal sphere. \mathbf{O}_i indicates unit vector pointing from the source to the i -th station along the P-wave ray path. This specifies the position on the focal sphere by angular ray coordinate (Θ_i, Φ_i) .

り方向は \mathbf{B} である。このとき、2つ目の断層面の法線ベクトルは \mathbf{B} で、滑り方向は \mathbf{A} である。2つの断層面の交線上に \mathbf{N} がある。式(1)と(4)から、ベクトル \mathbf{N} 、 \mathbf{P} 、 \mathbf{T} の向きは、この順に右手系をなすようにとられていることがわかる。

観測された押し引き分布を説明する最適な \mathbf{N} 、 \mathbf{P} 、 \mathbf{T} を求めるために、Null軸、P軸、T軸をオイラー角 ϕ 、 θ 、 φ の回転によって変化させることを考える。最適なオイラー角で表現した各軸方向の単位ベクトルが \mathbf{N} 、 \mathbf{P} 、 \mathbf{T} に対応する。ここで採用するオイラー角の定義をFig. 4に示す。なお、全ての角度について正の値は座標軸に対して反時計回りとする。まず、 $x-y-z$ 座標系に対し、 z 軸の周りに ϕ 回転し、 $x'-y'-z'$ 座標系とする。次に、この座標系について y' 軸の周りに θ 回転し、 $X-Y-Z$ 座標系とする。そして、最後に Z 軸のまわりに φ 回転すると、 $\mathbf{P}-\mathbf{T}-\mathbf{Null}$ の座標系となり、各軸方向の単位ベクトルが \mathbf{P} 、 \mathbf{T} 、 \mathbf{N} に対応する。

以下、この定義に基づいて \mathbf{P} 、 \mathbf{T} 、 \mathbf{N} の式を示す。 ϕ 、 θ を用いて2回回転した後の $X-Y-Z$ 座標系に関する単位ベクトル \mathbf{X} 、 \mathbf{Y} 、 \mathbf{Z} は、

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= (\cos \phi \cos \theta, \sin \phi \cos \theta, -\sin \theta), \\ \mathbf{Y} &= (-\sin \phi, \cos \phi, 0), \\ \mathbf{Z} &= (\cos \phi \sin \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \theta). \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 Z 軸をNull軸とする。このとき、

$$\mathbf{N} = (\cos \phi \sin \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \theta) \quad (6)$$

となり、P軸とT軸は φ を用いた回転で表されて、

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \mathbf{X} \cos \varphi + \mathbf{Y} \sin \varphi \\ &= (\cos \phi \cos \theta \cos \varphi - \sin \phi \sin \varphi, \\ &\quad \sin \phi \cos \theta \cos \varphi + \cos \phi \sin \varphi, \\ &\quad -\sin \theta \cos \varphi), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= -\mathbf{X} \sin \varphi + \mathbf{Y} \cos \varphi \\ &= (-\cos \phi \cos \theta \sin \varphi - \sin \phi \cos \varphi, \\ &\quad -\sin \phi \cos \theta \sin \varphi + \cos \phi \cos \varphi, \\ &\quad \sin \theta \sin \varphi). \end{aligned} \quad (8)$$

x - y - z 座標系において x 軸を東向き、 y 軸を北向き、 z 軸を上向きにとると、震源から i 番目の観測点に向かって、北から時計回りに測った方位角 Φ_i 、 z 軸から測った射出角 Θ_i で放射された地震波線が単位球面と交わるときの位置ベクトル \mathbf{O}_i は次式で表される(Fig. 5 参照).

$$\mathbf{O}_i = (\sin \Theta_i \sin \Phi_i, \sin \Theta_i \cos \Phi_i, \cos \Theta_i). \quad (9)$$

\mathbf{O}_i を X 軸、 Y 軸に射影すると、

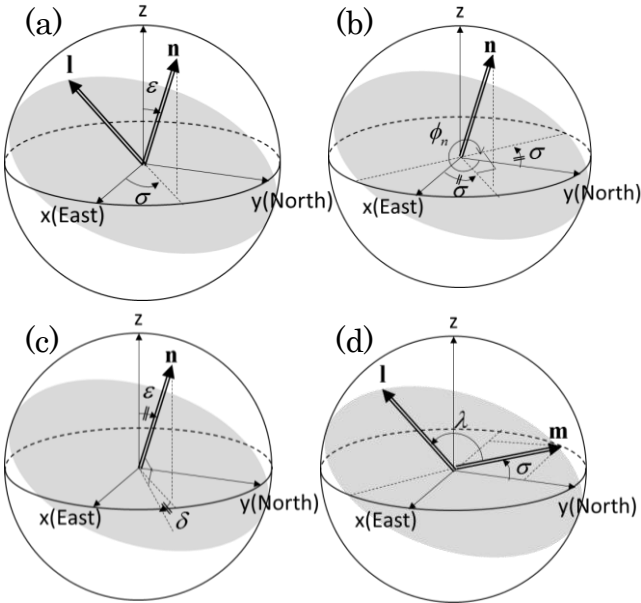


Fig. 6. Schematic view to determine fault parameters. (a) Geometry of a fault plane. Gray shadow circle indicates the fault plane defined by normal vector \mathbf{n} and slip vector \mathbf{l} . Components of \mathbf{n} are expressed by angles σ and ϵ . (b) Determination of strike ϕ_n from angle σ . (c) Derivation of dip angle δ from angle ϵ . (d) Determination of slip angle λ between vectors \mathbf{l} and \mathbf{m} , where \mathbf{m} is the horizontal unit vector pointing to the strike of the fault plane.

$$\begin{aligned} \mathbf{O}_i \cdot \mathbf{X} &= \sin \Theta_i \sin \Phi_i \cos \phi \cos \theta \\ &\quad + \sin \Theta_i \cos \Phi_i \sin \phi \cos \theta \\ &\quad - \cos \Theta_i \sin \theta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{O}_i \cdot \mathbf{Y} &= -\sin \Theta_i \sin \Phi_i \sin \phi \\ &\quad + \sin \Theta_i \cos \Phi_i \cos \phi. \end{aligned} \quad (10)$$

\mathbf{O}_i を用いると、 i 番目の観測点における理論的振幅(遠地P波の放射パターン係数の2分の1) S_i は、

$$S_i = (\mathbf{O}_i \cdot \mathbf{A})(\mathbf{O}_i \cdot \mathbf{B}) \quad (11)$$

と表わせる。ここで、式(2)と(3)及び式(7)と(8)を用いると、

$$\begin{aligned} S_i &= \frac{\{(\mathbf{O}_i \cdot \mathbf{Y})^2 - (\mathbf{O}_i \cdot \mathbf{X})^2\} \cos 2\varphi}{2} \\ &\quad - (\mathbf{O}_i \cdot \mathbf{X})(\mathbf{O}_i \cdot \mathbf{Y}) \sin 2\varphi \end{aligned} \quad (12)$$

となる。さらに、

$$\begin{aligned} S_i &(\phi, 180^\circ - \theta, \varphi) \\ &= S_i(\phi + 180^\circ, \theta, 180^\circ - \varphi) \end{aligned} \quad (13)$$

の関係を考慮すると、探索する角度の範囲は

$$\begin{aligned} 0^\circ &\leq \phi < 360^\circ, \\ 0^\circ &\leq \theta < 90^\circ, \\ 0^\circ &\leq \varphi < 180^\circ \end{aligned} \quad (14)$$

で十分である。式(13)は、震源球が上半球または下半球投影のような半球投影で表示できる根拠でもある。

P波初動の観測値を R_i とすると、 S_i と R_i それぞれの符号が食い違っている観測点の個数 Q はNakamura (2002)より、

$$Q = \sum_i W_i H(-\text{sgn } S_i \cdot \text{sgn } R_i) \quad (15)$$

と表せる。ここで、 W_i は初動の押し引きの読み取り精度に応じた重み、 H はヘビサイドの階段関数、 sgn は符号関数である。食い違い数 Q が最小となるオイラー角 ϕ 、 θ 、 φ の組み合わせが最適解である。本論文はオイラー角の探索をSAによって行い、オイラー角の各組み合わせについて Q を計算する。これをSAにおける理論値と観測値の残差とし、残差最小となる解を探す。 Q が最小となる解が複数ある場合、ここで

は、以下のようにして最適解を選択する。まず、 Q が最小となるオイラー角 ϕ_j , θ_j , φ_j の最小値と最大値を求め、それらを用いて Q 最小の領域(範囲)の中心となる値 $\tilde{\phi}$, $\tilde{\theta}$, $\tilde{\varphi}$ を求める。そして、 $\tilde{\phi}$, $\tilde{\theta}$, $\tilde{\varphi}$ と距離最小の ϕ_j , θ_j , φ_j を最適解として選択する。このような最適解の選択方法は他にいろいろ考えられ、今後、より優れた方法を検討することが必要かもしれない。この問題は SA に限ったものではなく、本論文の範囲を超えるので、ここでは検討対象としない。

オイラー角から、断層面の走向、傾斜角、滑り角を得るために、以下の計算を行う(Fig. 6 参照)。座標系は Fig. 5 と同じである。式(7)と(8)を用いると、 \mathbf{P} , \mathbf{T} を求めることができる。さらに、式(2)と(3)より \mathbf{A} , \mathbf{B} を計算すると、これらは 1 つの断層面の法線ベクトル \mathbf{n} および滑り方向のベクトル \mathbf{l} となる。この法線ベクトルの各成分は

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= (n_1, n_2, n_3) \\ &= (\sin \varepsilon \cos \sigma, \sin \varepsilon \sin \sigma, \cos \varepsilon), \end{aligned} \quad (16)$$

と表せる[例えば, Udías (2000)]. ここで、 ε は z 軸からの角度、 σ は x 軸から反時計回りに測った角度で、

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \cos^{-1}(n_3), \\ \sigma &= \tan^{-1}(n_2/n_1) \end{aligned} \quad (17)$$

と表せる。角度 ε , σ を用いると、断層の走向 ϕ_n , 傾斜角 δ は

$$\begin{aligned} \phi_n &= \begin{cases} 360^\circ - \sigma & (\sigma > 0^\circ) \\ -\sigma & (\sigma \leq 0^\circ), \end{cases} \\ \delta &= \varepsilon \end{aligned} \quad (18)$$

と求まる。滑り角 λ は、断層の走向と同じ方向の単位ベクトルを \mathbf{m} とすると、 \mathbf{m} と \mathbf{l} の内積より、

$$\lambda = \cos^{-1}(-l_1 \sin \sigma + l_2 \cos \sigma) \quad (19)$$

と求まる。ここで、 $\mathbf{l} = (l_1, l_2, l_3)$ である。さらに、 \mathbf{n} と \mathbf{l} を入れ替えると、共役な断層面の走向、傾斜角、滑り角を得ることができる。

また、ベクトル \mathbf{n} を軸とする回転角を α とすると、

以下の式で $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ の範囲で動かすことにより球面上の節線を求めることができる。

$$\begin{aligned} x &= \frac{-n_2 \cos \alpha - n_1 n_3 \sin \alpha}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}, \\ y &= \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 n_3 \sin \alpha}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}, \\ z &= \frac{(n_1^2 + n_2^2) \sin \alpha}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}. \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)を円に投影することを考える。下半球投影の場合、以下の式を用いて投影後の位置を計算する。

$$\begin{aligned} \gamma &= \cos^{-1}(z), \\ \eta &= \tan^{-1}(x/y), \\ \gamma' &= \begin{cases} \gamma & (\gamma < 90^\circ, z > 0) \\ 180^\circ - \gamma & (\gamma \geq 90^\circ, z \leq 0), \end{cases} \\ \eta' &= \begin{cases} 180^\circ + \eta & (\gamma < 90^\circ, z > 0) \\ \eta & (\gamma \geq 90^\circ, z \leq 0), \end{cases} \\ r &= \sqrt{1 - \cos \gamma'}. \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、 γ は z 軸から測った角度、 η は y 軸から時計回りに測った角度である。下半球投影のために、 $z > 0$ の点は原点に対して対称移動し、角度 η' を計算する。さらに $-z$ 方向(鉛直下向き)から測った角度 γ' を求める。以上の操作の後に投影後の原点からの距離 r が計算される。 η' と r を用いると、下半球投影の図を作図することができる。

以上の手法を用いて、Fortran 90 による初動発震機構解を求めるコードを作成した。そのうち、SA による探索は、オーストラリアの連邦科学産業研究機構(CSIRO)の Web サイトで公開されている simann.f90 (<http://wp.csiro.au/alanmiller/simann.f90>)を使用した。SA 以外のコードを付録に示す。計算は倍精度で行っている。倍精度変数の有効桁数を p とすると、 $S_i > 10^{-p+1}$ なら符号を正、 $S_i < -10^{-p+1}$ なら負、それ以外ならゼロとした。ただし、有効桁数は、コード

Table 1. Information on event used in this paper.

Origin time		2014/03/14 2:06:50.86
Hypocenter	Latitude	33.6917°N
	Longitude	131.8913°E
	Depth	78.04 km
M_{JMA}		6.2
Fault parameters from focal mechanism	Strike 1	22°
	Dip 1	69°
	Rake 1	32°
	Strike 2	279°
	Dip 2	61°
	Rake 2	155°

Reported by JMA.

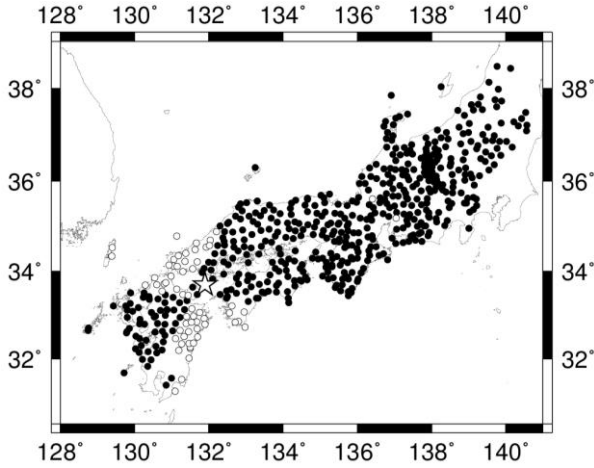


Fig. 7. Location map of the epicenter (star) of the analyzed event and the seismic stations (circles) in this paper. Black and white circles indicate compressional (outward) and dilatational (inward) first motions, respectively.

の最初で Fortran の組み込み関数 `precision` を用いて評価している。また、式(15)中のヘビサイドの階段関数は、引数がゼロの時の値は 0.5 とした。

オイラー角から発震機構解を求める際、以下の点に注意している。まず、 \mathbf{n} が上向きになるように n_3 の符号を \mathbf{n} および \mathbf{l} の各成分にかけている。次に、式(17)と(21)の \tan^{-1} を計算する際は、Fortran 組み込み関数として、`atan` ではなく、`atan2` を用いている。さらに、滑り角 λ を求める式(19)の \cos^{-1} の値の範囲は $-180^\circ \sim +180^\circ$ なので、Fortran の組み込み関数の `acos` の戻り値 ($0 \sim \pi$ の範囲)に l_3 の符号をかけている。

なお、式(17)と(21)の計算については、 \cos^{-1} の値の範囲は $0^\circ \sim 180^\circ$ なので、その必要はない。

3. 解析例

SA による探索コードの計算能力をチェックするために、実際の地震の押し引きデータを用いて、初動発震機構の決定を行った。使用した地震は 2014 年 3 月 14 日に伊予灘で発生した $M_{JMA}6.2$ の稍深発地震である (Table 1 参照)。データは防災科学技術研究所の Web サイトで公開されている気象庁一元化処理震源データを使用した。観測点は 584 点である。震源と観測点を Fig. 7 に示す。星印は震央、黒丸は初動の極性が押しの観測点、白丸は引きの観測点である。震源から各観測点への射出角は気象庁の JMA2001 速度モデル [上野・他 (2002)] による射出角表を使用した。式(15)の観測点ごとの重み W_i はすべて 1.0、つまり重み無しとした。SA に必要な温度については、初期温度 5.0、温度減少率 0.5 とし、オイラー角の探索範囲は式(14)より、 $0^\circ \leq \phi < 360^\circ$ 、 $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ 、 $0^\circ \leq \varphi < 180^\circ$ とした。

なお、比較のために同様の探索範囲においてグリッドサーチを用いたオイラー角の探索も行った。その際、角度の変動間隔は 1.0° 、 0.5° 、 0.25° の 3 通りを設定し、それぞれについて探索を行った。式(12)から、 φ について

$$S_i(\varphi + 90^\circ) = -S_i(\varphi) \quad (22)$$

という性質を用いると、グリッドサーチでは探索数を半分に抑えることができる。その結果、この性質を用いない場合と比較して約半分の計算時間で済むことを確認した。グリッドサーチにおいて、食い違い数 Q が最小となるオイラー角が複数存在する場合、中村・望月(1988)を参考にして、以下の方法で最適解を選択した。まず、 Q が最小となるオイラー角 ϕ_j 、 θ_j 、 φ_j のうち、 ϕ_j 、 θ_j について、重み $\sin \theta_j$ とする重み付き平均 $\tilde{\phi}$ 、 $\tilde{\theta}$ を求める。次に、 $\tilde{\phi}$ 、 $\tilde{\theta}$ と各 ϕ_j 、 θ_j の間の距離が最小となるときの ϕ_j 、 θ_j 、 φ_j を選択した。距離最小の ϕ_j 、 θ_j 、 φ_j の組が複数ある場合は、

Table 2. Results from simulated annealing and grid search.

	SA	Grid search			
		Interval : 1.0°	0.5°	0.25°	
Computation time	0.06 s	9.94 s	76.70 s	599.74 s	
Number of searches	9,600	2,916,000	23,328,000	186,624,000	
Min. Q	2.00	3.00	2.00	2.00	
Euler angles	ϕ	219.79° ($\pm 1.66^\circ$)	219.00° $\pm 1.06^\circ$	219.00° $\pm 0.79^\circ$	219.25° $\pm 0.99^\circ$
	θ	38.83° ($\pm 1.22^\circ$)	39.00° $\pm 1.06^\circ$	38.00° $\pm 0.50^\circ$	38.50° $\pm 0.90^\circ$
	φ	79.99° ($\pm 1.44^\circ$)	81.00° $\pm 1.06^\circ$	80.50° $\pm 0.79^\circ$	80.50° $\pm 0.84^\circ$
Fault parameters	Strike 1	21.61°	21.55°	21.66°	21.58°
	Dip 1	68.93°	68.29°	69.05°	68.81°
	Rake 1	33.40°	33.23°	32.46°	32.93°
	Strike 2	278.27°	277.93°	278.85°	278.40°
	Dip 2	59.09°	59.39°	59.92°	59.55°
	Rake 2	155.23°	154.55°	155.60°	155.21°

その中で φ_j について重みのない平均 $\tilde{\varphi}$ をとり、 $\tilde{\phi}$, $\tilde{\theta}$, $\tilde{\varphi}$ と距離最小の ϕ_j , θ_j , φ_j を最適解として選択した。

計算は Intel Core i7-3520M (2.90 GHz)搭載のパソコンで行った。コンパイルは gfortran で行い、その際に最適化オプション(-O3 -march=nocona -pipe)を指定した。

4. 結果と議論

SA とグリッドサーチによる結果を Table 2 に示す。表はそれぞれの探索方法による探索時間、探索数、 Q の最小値、オイラー角、断層の走向、傾斜、滑り角を

示している。オイラー角は Q 最小のときの最適解とそのバラツキを示している。バラツキは SA の場合、最適解と Q 最小のオイラー角 ϕ_j , θ_j , φ_j の最大値(もしくは最小値)との差を、グリッドサーチの場合は標準偏差をそれぞれ示している。Fig. 8 は SA について、食い違い数 Q (実線)と温度(破線)の推移である。横軸は探索回数で、左側と右側の縦軸はそれぞれ Q と温度である。探索の初期では Q の変動が激しく、温度の降下とともに小さくなる。探索回数 6,000 回を超えると、 Q の最小値 2.0 に収束し、探索回数 9,600 回で探索を終了した。

Fig. 9 は SA で探索された、 Q が 2.0 と 3.0 のときの各オイラー角に対する断層面の節線(総数 4,426 セット)をすべて下半球投影したものである。黒丸と白丸はそれぞれ P 波初動が押しと引きの観測点を投影したものである。図より、押しと引きの領域が良く分離できている。Fig. 10 は、SA によって決定した発震機構解と気象庁の報告 (<http://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/mech/pdf/mc201403.pdf>) に掲載されているものとを比較した図である。この図と Table 1, Table 2 より、SA を用いて決定した断層パラメータは気象庁で報告されたものとほぼ一致している。

一方、グリッドサーチの場合、1.0°, 0.5°, 0.25° それぞれの間隔で探索したところ、Table 2 より、オイ

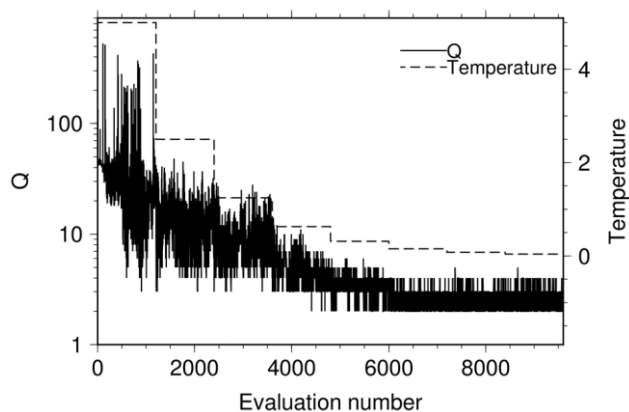


Fig. 8. Variation of misfit Q and temperature during SA. The left and right ordinate axes indicate Q and temperature for SA, respectively.

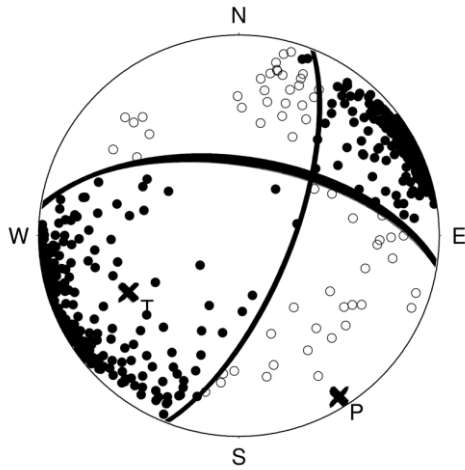


Fig. 9. Focal mechanism shown by lower hemisphere projection. Thin lines and cross marks show the nodal lines and P and T axes of solutions for $Q = 2.0$ and 3.0 , where the minimum Q is 2.0. Note that there are many sets of nodal lines and cross marks on the sphere. Black and white circles indicate compressional (outward) and dilatational (inward) first motions, respectively.

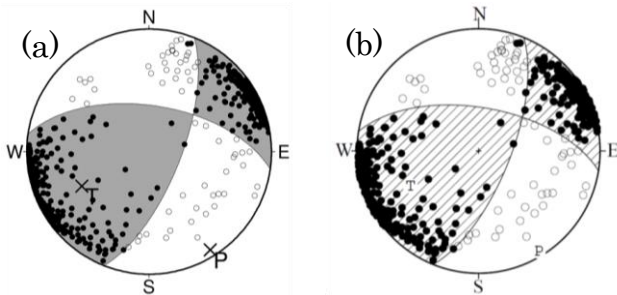


Fig. 10. (a) Focal mechanism solution from the simulated annealing in this paper. (b) Focal mechanism reported by JMA. It has been modified from the diagram by JMA (<http://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/mech/pdf/mc201403.pdf>). Black and white circles indicate compressional (outward) and dilatational (inward) first motions, respectively. Compressional quadrants (outward motions) are shown shaded.

ラー角はそれぞれ 2,916,000 通り, 23,328,000 通り, 186,624,000 通り探索された. そのうち, Q の最小値は 0.5° 間隔と 0.25° 間隔の場合に SA と同じ値となったので, SA と同様の精度で探索するためには, 少なくとも 0.5° 間隔を用いる必要がある. 0.5° 間隔のグリッドサーチと比較すると, SA は 2,430 分の 1 の探索数で済んだことになる. 計算時間に注目すると, グリッドサーチでは 0.5° 間隔の場合 76.70 秒かかっている

のに対し, SA を用いると 0.06 秒, すなわちグリッドサーチの約 1,278 分の 1 の時間で最適解が求まっている. ただし, SA のような乱数を用いた手法の場合, 乱数を生成する基となる値(シード値)に依存するため, シード値によって探索結果がわずかに変わってくる. Table 2 に示した結果もシード値によって変化することが考えられる. 本来はシード値を変えて複数回探索し, 値を評価する必要があるかもしれない. しかし, それを踏まえても, かなり速い計算時間で探索を行うことが可能である.

本研究で用いた伊予灘の地震の場合, 理論値と観測値の食い違いを示す Q が最小となるオイラー角は複数存在したため, 第 2 節で述べた方法で最適な解を求めた. しかし, 中村・望月(1988)もグリッドサーチ法による結果の例で指摘しているように, 同じ Q でもオイラー角が大きく異なる場合には正しく評価することは難しく, このようなケースに適用する場合は, 別のアプローチで最適解をとらえる必要があるかもしれない.

5. 結論

本研究では, SA を用いて初動発震機構解を決定するコードを作成した. 伊予灘で発生した地震のデータに適用した結果, グリッドサーチと比較して, 約 1,278 分の 1 の計算時間で発震機構解を推定することができた. 推定された走向, 傾斜角, 滑り角は気象庁で報告されているものと一致した.

謝辞

本研究では気象庁一元化処理震源データを使用しました. SA のソース・コードはオーストラリアの CSIRO の Web サイトで公開されている `simann.f90` を使用しました. 作図は `Generic Mapping Tools` [Wessel and Smith (1998)]を使用しました. 本論文の投稿に際し, 編集委員長の鈴木茂之教授にご指南いただきました. 記して感謝申し上げます.

引用文献

- Aki, K., and P. Richards, 2002, *Quantitative Seismology Second Edition*, Univ. Sci. Books, pp. 700.
- Brillinger, D. R., A. Udias, and B. A. Bolt, 1980, A probability model for regional focal mechanism solutions, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **70**, 149-170.
- 堀内茂木・江村欣也・平沢朋郎, 1972, 気象庁観測網を用いる場合の P 波による発震機構決定の精度, *地震* **2**, **25**, 92-104.
- Kirkpatrick, S., C. D. Gelatt Jr., and M. P. Vecchi, 1983, Optimization by simulated annealing, *Science*, **220**, 671-680, doi:10.1126/science.220.4598.671.
- Kobayashi, R. and I. Nakanishi, 1994, Application of genetic algorithms to focal mechanism determination, *Geophys. Res. Lett.*, **21**, 729-732, doi:10.1029/94GL00593.
- 中村雅基・望月英志, 1988, P 波初動による発震機構解とその精度, *験震時報*, **52**, 1-14.
- Nakamura, M., 2002, Determination of focal mechanism solution using initial motion polarity of P and S waves, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **130**, 17-29, doi:10.1016/S0031-9201(01)00306-5.
- Nakamura, M., 2004, Automatic determination of focal mechanism solutions using initial motion polarities of P and S waves, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **146**, 531-549, doi:10.1016/j.pepi.2004.05.009.
- Udías, A., 2000, *Principles of Seismology*, Cambridge Univ. Press, pp. 492.
- 上野寛・畠山信一・明田川保・舟崎淳・浜田信生, 2002, 気象庁の震源決定方法の改善—浅部速度構造と重み関数の改良—, *験震時報*, **65**, 123-134.
- 宇津徳治, 2001, *地震学*第3版, 共立出版, pp. 392.
- Wessel, P. and W. H. F. Smith, 1998, New improved version of the Generic Mapping Tools released,

EOS Trans. Am. Geophys. Union, **79**, 579.

付録

メカニズム解を求める Fortran プログラム focal_sa.f90 のソース・コードを示す。コード内で焼きなまし法(SA)の探索を行うために、サブルーチン「sa」を呼び出している。このサブルーチンは、オーストラリアの CSIRO の Web サイトで公開されているコード simann.f90 (<http://wp.csiro.au/alanmiller/simann.f90>) 内のモジュール「simulated_anneal」に含まれている。このモジュールを利用するために、simann.f90 に以下の変更を加える。simann.f90 の 870 行目以降のサンプルプログラム「simann」及び観測値と理論値の残差を計算するサブルーチン「fcn」を削除する。本研究の計算用に修正したサブルーチン「fcn」は、focal_sa.f90 のソース・コード内にある。コンパイルを行う際は、focal_sa.f90 と上記の変更を施した simann.f90 を共に指定する必要がある。なお、SA の代わりにグリッドサーチを用いる場合は、後述するサブルーチン「euler」内で ϕ , θ , φ の探索範囲を設定し、3 つの do ループを用いてそれぞれの角度を探索する。この do ループ内で繰り返し「fcn」及び後述する「synt」と同様の計算を行えばよい。ただし、本研究でグリッドサーチを行った際は、計算の効率化のために、do ループの順番を θ , ϕ , φ とし、最も内側の do ループを φ にした。こうすることで、 ϕ , θ について式(10)を予め計算し、この値を用いて φ に関する do ループ内で式(12)を計算するようになる。サブルーチン「opts」の使用にあたっては、オイラー角の最適解の採り方によって全く異なる断層タイプとなる場合、本研究の方法で最適解を選択することは難しいため、注意が必要である。

focal_sa.f90 は以下のモジュール、サブルーチンで構成されている。

【モジュール】

- ・ prec : 実数変数の精度と有効桁数を指定する。
- ・ forsa : SA の探索に必要な設定を行う。代表的な変

数は以下のとおり。

n : 探索するパラメータの数で、本研究では $n=3$ である。

t , rt : 初期温度と温度減少率。

ns , nt : 探索数に関する変数。 $ns \times nt \times n$ 回探索ごとに温度が rt 減少する。探索終了は残差の収束から判断される。 ns の値は SA のサブルーチンで提案されている 20 を用いた。 nt について、SA のサブルーチンのマニュアルでは $nt = \max(100, 5n)$ を推奨しているが、本研究では試行錯誤的に $nt=20$ とした。 $10 \leq nt \leq 100$ では、求まる最適解に大きな変化はなかった。

$lb0$, $ub0$: オイラー角の下限と上限の 1 次元配列変数。 θ , ϕ , φ の順に指定する。

$x0$: SA における解。初期値として 0.0 を代入している。配列は θ , ϕ , φ の順になっており、この順番でオイラー角を探索している。これは、 ϕ , θ , φ の順で探索した場合と比較して、 Q の収束が速かったためである。

$iseed1$, $iseed2$: 乱数のシード値

max : 「.true.」 とすると、残差最大の解を採用する。「.false.」 とすると、最小の解を採用する。本研究では後者を用いている。

• dat : 観測値を各サブルーチンに渡す。

【サブルーチン】

• $setp$: 観測値を入力し、式(9)を用いて位置ベクトル \mathbf{O}_i を計算する。

• $euler$: オイラー角を探索する。

• sa : SA による探索を行う。

• fcn : SA で理論値と観測値の残差をとる。本研究では食い違い量 Q を SA における残差とする。

• $synt$: 任意のオイラー角に対する理論値と観測値との食い違い量 Q を計算する。

• $tmin$: Q の最小値が更新されるたびに、それ以降のオイラー角の値を 2 次元配列変数 $vmin()$ に集める。

• $opts$: 配列変数 $vmin()$ を用いて、最適なオイラー角を選択する。

• $axis$: オイラー角より \mathbf{N} , \mathbf{P} , \mathbf{T} を計算する。

• $angle$: 断層の走向、傾斜角、滑り角を計算する。

• $plotfm$: 投影した断層の節線を出力する。

• $plotax$: 球面上の点を下半球投影する。

プログラムを実行すると、 Q の最小値が更新される、もしくは同じ値のときのオイラー角、 Q 、走向、傾斜角、滑り角が出力される。探索が終了すると、最適なオイラー角、その最大範囲、 Q の最小値、走向、傾斜角、滑り角が出力される。最後には計算時間等が出力され、プログラムが終了する。

$focal_sa.f90$ の入出力ファイルは以下のとおりである。

【入力ファイル】

• 標準入力 : 1 行目に観測点数、2 行目以降に各観測点の方位角、射出角、P 波初動の極性(押し引き)、重みを並べる。方位角は北から時計回りに測った角度、射出角は Aki and Richards (2002) に従い、鉛直下向きから測った角度とする。押し引きは、押しを 1、引きを -1 とする。重みは押し引きの読み取り精度に応じて、精度が悪い観測点の値を小さくする。以上のデータを任意のファイル名で保存し、プログラムの実行時に指定する。伊予灘で発生した地震のデータを用いた解析では、気象庁の JMA2001 モデルによる射出角表 $toff2001$ (<http://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/bulletin/catalog/appendix/trtime/toff2001.zip>) を用いて各観測点の射出角を求めた。ただし、 $toff2001$ による射出角は鉛直上向きから測った角度なので、 180° から引いた値を入力値とした。

行数	標準入力の入力内容
1	観測点数(nobs)
2	方位角 ₁ , 射出角 ₁ , 押し引き ₁ , 重み ₁
⋮	⋮
nobs+1	方位角 _{nobs} , 射出角 _{nobs} , 押し引き _{nobs} , 重み _{nobs}

【出力ファイル】

- angle : オイラー角の組み合わせごとに、オイラー角, Q , 走向, 傾斜角, 滑り角を出力する. 最後に, 最適なオイラー角, Q の最小値, 走向, 傾斜角, 滑り角を出力する. 以上は標準出力でも出力される. モジュール「dat」内で ir=1 とすると, 全てのオイラー角の組み合わせについて出力され, ir=2 とすると, Q の最小値が更新されたとき, もしくは同じ値のときのみ出力される. 最適なオイラー角に関する出力は ir の値に関わらず行われる.

行数	angle の出力内容
1	オイラー角 ϕ, θ, φ, Q
2	走向 ₁ , 傾斜角 ₁ , 滑り角 ₁
3	走向 ₂ , 傾斜角 ₂ , 滑り角 ₂
⋮	⋮

- plot : 位置ベクトル \mathbf{O}_i を下半球に投影したときの極座標(北から時計回りに測った角度, 原点からの距離)と押し引きを出力する.
- line_($Q \times 100$)_(探索のカウンタ数) : オイラー角の

組み合わせごとに, 断層の節線等の座標を出力する. 1~2 行目は 2 つの断層面の走向, 傾斜角, 滑り角. 3~5 行目はベクトル \mathbf{T} , \mathbf{P} , \mathbf{N} の投影後の座標. 6 行目以降は 2 つの断層面の節線の投影後の座標. 投影後の座標は式 (21) より η' と r である.

行数	line_($Q \times 100$)_(探索のカウンタ数)の出力内容
1	走向 ₁ , 傾斜角 ₁ , 滑り角 ₁
2	走向 ₂ , 傾斜角 ₂ , 滑り角 ₂
3	ベクトル \mathbf{T} の η', r
4	ベクトル \mathbf{P} の η', r
5	ベクトル \mathbf{N} の η', r
6	節線 ₁ の η', r , 節線 ₂ の η', r
⋮	⋮

- line : 最適なオイラー角における断層の節線等の座標を出力する. 出力形式は「line_($Q \times 100$)_(探索のカウンタ数)」と同じ.

※モジュール「dat」内で, ip=0 とすると, 「angle」のみが出力される. ip=1 とすると全てのファイルが出力され, ip=2 のときは「angle」, 「plot」, 「line」が出力される. なお, 本論文に記載した計算時間は ip=0, ir が 1 と 2 以外の値のときに計測したものである.

※※focal_sa.f90 では, 「line_($Q \times 100$)_(探索のカウンタ数)」のみソース・コードの下のディレクトリ「lines」に出力するようにしている.

```

! if obs=1 : compressional (outward), i.e. up on UD records
! if obs=-1 : dilatational (inward), i.e. down on UD records
! wgt : weights.
!
! OUTPUT PARAMETERS
! strike : strike of the fault measured clockwise round from North.
! dip : dip angle of the fault measured down from the horizontal.
! rake : slip angle of the fault measured as the angle
!       between the directions of strike and slip.
! aze : azimuth measured clockwise round from North (y-axis).
! a0 : radial coordinate of the projected point on
!      the lower hemisphere for a point on the focal sphere.
!
=====
use prec
use dat
implicit none
real(dp) t1,t2

call cpu_time(t1)
!=== set input parameters=====
call sep
!=== search euler angles and calculate fault parameters=====
call euler
call cpu_time(t2)
write(*, '(a10)') 'data:', nobis
write(*, '(a10)') 'score:', idint((dble(nobs)-gmin)/dble(nobs)*100.0_dp)
write(*, '(a10)') 'trial:', icount
write(*, '(a10.2)') 'time:', t2-t1

stop
end program main

subroutine sep
!=====
! This subroutine sets input parameters.
! Referred to Komatsu and Takenaka
! (2015, Okayama Univ. Earth Science Reports, Vol.22, No.1).
! Coded by Masanao Komatsu, 2015.12.25.
!=====
use prec
use dat
integer i, jobs
real(dp), allocatable, dimension(:) :: tfa, aze
real(dp) tfa0, praa, paze, a

!=== input observed data =====
read(5, *) nobis
allocate(tfa(nobs), aze(nobs))
allocate(tfap(nobs), azep(nobs), obs(nobs), wgt(nobs), op(3, nobs))
do i=1, nobs
  read(5, *) aze(i), tfa0, iobs, wgt(i)
  tfa(i)=180.0_dp-tfa0
  obs(i)=dble(iobs)
  azep(i)=aze(i)*pl80
  tfap(i)=tfa(i)*pl80
  op(1,i)=dsin(tfap(i))*dsin(azep(i))
  op(2,i)=dsin(tfap(i))*dacos(azep(i))
  op(3,i)=dacos(tfap(i))
enddo

!=== output projected data =====
if (ip>0) then
  open(2, file='plot')
  do i=1, nobs
    if (tfa(i)<90.0_dp) then
      paze=180.0_dp+aze(i)
      praa=tfa(i)
    else
      paze=aze(i)
      praa=180.0_dp-tfa(i)
    endif
    a=dsqrt(1.0_dp-dcos(praa*p180))
    write(2, *) paze, a, obs(i)
  enddo

```

```

module prec
!=====
! This module sets arithmetic precision of real numbers.
!=====
implicit none
integer, parameter :: dp=SELECTED_REAL_KIND(14,60)
real(dp), parameter :: epsmach=10.0_dp**(-precision(1.0_dp)+1)
real(dp), parameter :: pl=dacos(-1.0_dp), pl80=pl/180.0_dp
end module prec

module forsa
!=====
! This module sets parameters for simulated annealing (SA).
! Refer to "simann.f90" for detailed information on this module.
!=====
use prec
implicit none
integer, parameter :: ns=20, nt=20, maxevl=100000 ! for number of evaluation
integer, parameter :: lseed1=1, lseed2=2 ! SEED number
real(dp) :: t=5.0_dp ! initial temperature
real(dp), parameter :: rt=0.5_dp ! temperature reduction rate
real(dp), dimension(n) :: lb, ub, x, c, vm
data lb / 0.000000_dp, 0.000000_dp, 0.000000_dp, / ! lower limit
data ub / 89.99999999_dp, 359.99999999_dp, 179.99999999_dp, / ! upper limit
data x / 0.000000_dp, 0.000000_dp, 0.000000_dp, / ! initial solution
data c / 3*2.0_dp / vm/3*1.0_dp/
integer, parameter :: iprint=0
logical, parameter :: eps=1.0D-6
integer, parameter :: max=.false. ! false : mimization, true : maximization
integer nfcnev, ier, nacc, nobds
real(dp) fopt
real(dp), dimension(n) :: xopt
end module forsa

module dat
use prec
use forsa, only : maxevl
implicit none
!=====
! output data for lower hemisphere projection.
! ip=0 : not output
! ip=1 : output for each evaluation
! ip=2 : output for only the optimal solution
integer, parameter :: ip=0
!=====
! output euler angles and fault parameters.
! ir=1 : output for each evaluation
! ir=2 : output when g<=gmin
! otherwise : not output (except for the optimal solution)
integer, parameter :: ir=0
!=====
integer, save :: icount=0
integer, save :: nobis, nmin, ip2
real(dp), save :: qv=0.0_dp
real(dp), save :: gmin=10000000.0_dp
real(dp), dimension(3, maxevl), save :: vmin
real(dp), allocatable, dimension(:), save :: tfap, aze, obs, wgt
real(dp), allocatable, dimension(:,:), save :: op
end module dat

program main
!=====
! This program estimates focal mechanism solutions using SA.
! Referred to Komatsu and Takenaka
! (2015, Okayama Univ. Earth Science Reports, Vol.22, No.1).
! Coded by Masanao Komatsu, 2015.12.25.
!
! INPUT PARAMETERS.
! nobis : number of observed data
! aze : azimuth measured clockwise round from North (y-axis).
! tfa : take-off angle (tfa=0.0 is the downward vertical).
! obs : polarities of compressional (outward) or dilatational (inward)
!       first P-wave motion.

```

```

enddo
close(2)
endif
return
end subroutine setp

subroutine euler
! This subroutine searches Euler angles using SA.
! Referred to Komatsu and Takenaka
! (2015, Okayama Univ. Earth Science Reports, Vol.22, No.1).
! Coded by Masanao Komatsu, 2015.12.25.
! =====
use prec
use dat
use forsa
use simulated_anneal, only : sa
implicit none

if(ip=0) ip2=0
if(ip=1) ip2=1
if(ip=2) ip2=0

! Search Euler angles using SA
open(3, file='angle')
CALL sa(n,x,max,rt,eps,ns,nt,neps,maxevl,lb,ub,c,iprint, &
iseed1,iseed2,t,vm,xopt,t,vm,xopt,fopt,nacc,nfcnev,nobds,ier)
call opis
close(3)

return
end subroutine euler

subroutine fon(n,theta,h)
! This subroutine calculates the weighted sum Q of the number of
! mismatches between observed and theoretical polarities for SA.
! Referred to Komatsu and Takenaka
! (2015, Okayama Univ. Earth Science Reports, Vol.22, No.1).
! Coded by Masanao Komatsu, 2015.12.25.
! =====
use prec
use dat
implicit none
integer,intent(in) :: n
real(dp),intent(in) :: theta(:)
real(dp),intent(out) :: h
integer l
real(dp) tht0,phi0,phi20,q,tht,phi,ox,oy,sint,cost,sinp,cosp

tht0=theta(1)
phi0=theta(2)
phi20=theta(3)

tht=tht0*pi180
cost=dcos(tht)
sint=dsin(tht)

phi=phi0*pi180
cosp=dcos(phi)
sinp=dsin(phi)

do l=1,nobs
ox=op(1,l)*cost*cosp &
+op(2,l)*cost*sinp-op(3,l)*sint
oy=-op(1,l)*sinp+op(2,l)*cosp
oxy(1,l)=(oy*oy-ox*ox)
oxy(2,l)=ox*oy
enddo

call synt(tht0,phi0,phi20,oxoy,q)
h=q

```

```

return
end subroutine fon

subroutine synt(tht0,phi0,phi20,oxoy,q)
! This subroutine calculates synthetic value and Q.
! Referred to Komatsu and Takenaka
! (2015, Okayama Univ. Earth Science Reports, Vol.22, No.1).
! Coded by Masanao Komatsu, 2015.12.25.
! =====
use prec
use dat
implicit none
integer i
real(dp) q,h
real(dp) ox,oy,s,r,sgns,sgnr
real(dp) phi2,tht0,phi0,phi20,cosp2,sinp2
real(dp),dimension(2,nobs) :: oxy

phi2=phi20*pi180
cosp2=dcos(2.0_dp*phi2)
sinp2=dsin(2.0_dp*phi2)

q=0.0_dp
do i=1,nobs
s=oxy(1,i)*cosp2*0.5_dp &
-oxoy(2,i)*sinp2
r=obs(i)
sgns=0.0_dp
if(s>epsmach) sgns=1.0_dp
if(s<-epsmach) sgns=-1.0_dp
sgnr=dsign(1.0_dp,r)
h=1.0_dp
if(-sgns*sgnr=0.0_dp) h=0.5_dp
if(-sgns*sgnr<0.0_dp) h=0.0_dp
q=q+wt(i)*h
enddo

return
end subroutine synt

subroutine tmin(tht0,phi0,phi20,q)
! This subroutine stores sets of the Euler angles for minimum Q.
! Referred to Komatsu and Takenaka
! (2015, Okayama Univ. Earth Science Reports, Vol.22, No.1).
! Coded by Masanao Komatsu, 2015.12.25.
! =====
use prec
use dat
implicit none
real(dp) tht0,phi0,phi20,q
real(dp) strike1,dip1,rake1,strike2,dip2,rake2
qv=q

! For all trial parameters
icount=icount+1
if(ip=1.or.ir=1) then
call axs(tht0,phi0,phi20,strike1,dip1,rake1,strike2,dip2,rake2)
endif
if(ir=1) then
write(*,(3H0.4,7.2)) phi0,tht0,phi20,q
write(*,(3H7.2)) strike1,dip1,rake1
write(*,(3H7.2)) strike2,dip2,rake2
write(3,(3H0.4,7.2)) phi0,tht0,phi20,q
write(3,(3H7.2)) strike1,dip1,rake1
write(3,(3H7.2)) strike2,dip2,rake2
endif
if(qmin>q) then
if(qmin>q) nmin=nmin-1
qmin=q
nmin=nmin+1
endif

```

```

do k=1,n3
  call axis(optsv(1,k),optsv(2,k),optsv(3,k), &
    strike1,dip1,rake1,strike2,dip2,rake2)
  write(*,'(a13a)') 'Optimal value',k,' '
  write(*,'(3f10.4)') optsv(2,k),saver(1,k),saver(3,k)
  write(*,'(3f7.2)') strike1,dip1,rake1
  write(*,'(3f7.2)') strike2,dip2,rake2
  write(3,'(a13a)') 'Optimal value',k,' '
  write(3,'(3f10.4)') optsv(2,k),optsv(1,k),optsv(3,k),qmin
  write(3,'(3f10.4)') saver(2,k),saver(1,k),saver(3,k)
  write(3,'(3f7.2)') strike1,dip1,rake1
  write(3,'(3f7.2)') strike2,dip2,rake2
enddo
return
end subroutine opts

subroutine axis(ai,aj,ak,strike1,dip1,rake1,strike2,dip2,rake2)
! This subroutine calculates fault parameters from Euler angles.
! Referred to Komatsu and Takenaka
! (2015, Okayama Univ. Earth Science Reports, Vol.22, No.1).
! Coded by Masanao Komatsu, 2015.12.25.
! =====
use prec
use dat
implicit none
character(18) fname
real(dp),dimension(3) :: the,p,t,anul,a,b
real(dp) ai,aj,ak
real(dp) strike1,dip1,rake1,strike2,dip2,rake2

the(1)=ai*p180
the(2)=aj*p180
the(3)=ak*p180

! T-axis
t(1)=-dcos(the(1))*dcos(the(2))*dsin(the(3))-dsin(the(2))*dcos(the(3))
t(2)=-dcos(the(1))*dsin(the(2))*dsin(the(3))+dcos(the(2))*dcos(the(3))
t(3)= dsin(the(1))*dsin(the(3))

! P-axis
p(1)= dcos(the(1))*dcos(the(2))*dcos(the(3))-dsin(the(2))*dsin(the(3))
p(2)= dcos(the(1))*dsin(the(2))*dcos(the(3))+dcos(the(2))*dsin(the(3))
p(3)=-dsin(the(1))*dcos(the(3))

! Null-axis
anul(1)=dsin(the(1))*dcos(the(2))
anul(2)=dsin(the(1))*dsin(the(2))
anul(3)=dcos(the(1))

! Vector A
a(1)=(t(1)+p(1))/dsqrt(2.0_dp)
a(2)=(t(2)+p(2))/dsqrt(2.0_dp)
a(3)=(t(3)+p(3))/dsqrt(2.0_dp)

! Vector B
b(1)=(t(1)-p(1))/dsqrt(2.0_dp)
b(2)=(t(2)-p(2))/dsqrt(2.0_dp)
b(3)=(t(3)-p(3))/dsqrt(2.0_dp)

! calculate Strike, Dip angle and Slip angle
call angle(a,b,strike,dip1,rake1)
call angle(b,a,strike2,dip2,rake2)
if(ip2=1) then
  write(fname,'(a5i6,a1j6)') 'line_',idint(qv*100.0_dp),'_',i,count
  open(4,file='lines',//fname)
  write(4,'(3f7.2)') strike1,dip1,rake1
  write(4,'(3f7.2)') strike2,dip2,rake2
  call plofm(a,b,t,p,anul)
  close(4)
elseif(ip2=2) then
  open(4,file='line')

```

```

vmin(1,nmin)=tht0 ; vmin(2,nmin)=phi0 ; vmin(3,nmin)=phi20
! =fault parameters giving minimum Q=====
if(ir==2) then
  call axis(tht0,phi0,phi20,strike1,dip1,rake1,strike2,dip2,rake2)
  write(*,'(3f10.4)') phi0,tht0,phi20,qmin
  write(*,'(3f7.2)') strike1,dip1,rake1
  write(3,'(3f10.4)') phi0,tht0,phi20,qmin
  write(3,'(3f7.2)') strike1,dip1,rake1
  write(3,'(3f7.2)') strike2,dip2,rake2
endif
endif
return
end subroutine tmin

subroutine opts
! This subroutine selects optimal values.
! Referred to Komatsu and Takenaka
! (2015, Okayama Univ. Earth Science Reports, Vol.22, No.1).
! Coded by Masanao Komatsu, 2015.12.25.
! =====
use prec
use dat
implicit none
integer i,j,k,n3
real(dp),dimension(3) :: vaver
real(dp),dimension(nmin) :: vdis
real(dp),dimension(3,nmin) :: optsv,saver
real(dp) vmin0,t11,t12,p11,p12,p21,p22
real(dp) vmin0,t11,t12,p11,p12,p21,p22
optsv=0.0_dp ; vaver=0.0_dp ; saver=0.0_dp ; vdis=0.0_dp
if(nmin=1) then
  optsv(1:3,1)=vmin(1:3,1)
  n3=1
else
  t11=10000000.0_dp ; t12=-10000000.0_dp
  p11=10000000.0_dp ; p12=-10000000.0_dp
  p21=10000000.0_dp ; p22=-10000000.0_dp
  do i=1,nmin
    t11=dmin1(p11,vmin(2,i)) ; t12=dmax1(t12,vmin(1,i))
    p11=dmin1(p11,vmin(2,i)) ; p12=dmax1(p12,vmin(2,i))
    p21=dmin1(p21,vmin(3,i)) ; p22=dmax1(p22,vmin(3,i))
  enddo
  vaver(1)=(t11+t12)*0.5_dp
  vaver(2)=(p11+p12)*0.5_dp
  vaver(3)=(p21+p22)*0.5_dp
  vmin0=10000000.0_dp
  do i=1,nmin
    vdis(i)=dsqrt((vaver(1)-vmin(1,i))**2 &
      +(vaver(2)-vmin(2,i))**2 &
      +(vaver(3)-vmin(3,i))**2)
  enddo
  n=0
  do i=1,nmin
    if(vdis(i)<vmin0) vmin0=vdis(i)
  enddo
  n=n+1
  optsv(1:3,n)=vmin(1:3,i)
endif
enddo
n3=n
do k=1,n3
  saver(1,k)=dmax1(dabs(optsv(1,k)-t11),dabs(t12-optsv(1,k)))
  saver(2,k)=dmax1(dabs(optsv(2,k)-p11),dabs(p12-optsv(2,k)))
  saver(3,k)=dmax1(dabs(optsv(3,k)-p21),dabs(p22-optsv(3,k)))
enddo
endif
write(*,'(a17)') 'nmin :',nmin
write(*,'(a17)') 'opt.n :',n
if(ip>0) ip2=2

```

```

write(4, '(37.2)') strike1, dip1, rake1
write(4, '(37.2)') strike2, dip2, rake2
call plofm(a,b,t,p,anul)
close(4)
endif
endif
return
end subroutine axis

subroutine angle(a,b,strike,dip,rake)
!=====
! This subroutine calculates fault parameters from vectors A and B.
! Referred to Komatsu and Takenaka
! (2015, Okayama Univ. Earth Science Reports, Vol.22, No.1).
! Coded by Masanao Komatsu, 2015.12.25.
!
! strike, dip and rake indicate strike measured from north, dip angle
! and slip angle of the fault, respectively.
!=====
use prec
implicit none
real(dp) dimension(3) :: a,b
real(dp) thetrn,phin,sgn1,sgn2
real(dp) strike,dip,rake

sgn1=1.0_dp
if(a(3)<0.0_dp) sgn1=-1.0_dp
sgn2=dsign(1.0_dp,b(3)*sgn1)
thetrn=dcacos(a(3)*sgn1)
phin=-data2(a(2)*sgn1,a(1)*sgn1)

dip=thetrn/pi80
if(phin>0.0_dp) then
  strike=360.0_dp-phin/pi80
else
  strike=-phin/pi80
endif
return
end subroutine angle

subroutine plofm(a,b,t,p,anul)
!=====
! This subroutine outputs points on two nodal lines of the fault
! in the interval of one degree for alpha.
! Referred to Komatsu and Takenaka
! (2015, Okayama Univ. Earth Science Reports, Vol.22, No.1).
! Coded by Masanao Komatsu, 2015.12.25.
!=====
use prec
implicit none
integer i,j
real(dp),dimension(3) :: a,b,t,p,anul
real(dp),dimension(2) :: al,am,an,alm,azed,a0d
real(dp),dimension(2,3) :: x
real(dp) alp,aze,a0,sina,cosa

call plotax(t,aze,a0) !projection for T-axis
write(4,*) aze,a0
call plotax(p,aze,a0) !projection for P-axis
write(4,*) aze,a0
call plotax(anul,aze,a0) !projection for Null-axis
write(4,*) aze,a0

! projection for two nodal lines
al(1)=a(1) ; am(1)=a(2) ; an(1)=a(3)
al(2)=b(1) ; am(2)=b(2) ; an(2)=b(3)
alm(1)=dsqrt(al(1)*al(1)+am(1)*am(1))
alm(2)=dsqrt(al(2)*al(2)+am(2)*am(2))
do i=1,179
  alp=dble(i)*pi80
  sina=dsin(alp)

```

```

cosa=dcos(alp)
do j=1,2
  x(j,1)=-am(j)*cosa-al(j)*an(j)*sina/alm(j)
  x(j,2)=(al(j)*cosa-am(j)*an(j)*sina)/alm(j)
  x(j,3)=(al(j)*al(j)+am(j)*am(j))*sina/alm(j)
call plotax(x(j,:),azed(j),a0d(j))
enddo
write(4,*) azed(1),a0d(1),azed(2),a0d(2)
enddo

return
end subroutine plofm

subroutine plotax(a,aze,a0)
!=====
! This subroutine calculates projected position for
! Lower hemisphere projection.
! Referred to Komatsu and Takenaka
! (2015, Okayama Univ. Earth Science Reports, Vol.22, No.1).
! Coded by Masanao Komatsu, 2015.12.25.
!
! Projected position for lower hemisphere projection.
! aze : azimuth measured clockwise round from North (y-axis).
! a0 : radial coordinate of the projected position
! for a point on the focal sphere.
!=====
use prec
implicit none
real(dp),dimension(3) :: a
real(dp) thtap,phiap,thta,phia,aze,raa,a0
thtap=dcacos(a(3))
phiap=data2(a(1),a(2))
thta=thtap/pi80
phia=phiap/pi80
if(thta<90.0_dp) then
  aze=180.0_dp+phia
  raa=thta
else
  aze=phia
  raa=180.0_dp-thta
endif
a0=dsqrt(1.0_dp-dcos(raa*pi80))
return
end subroutine plotax

```