

氏名	山中 聡
授与した学位	博士
専攻分野の名称	理学
学位授与番号	博甲第5143号
学位授与の日付	平成27年 3月25日
学位授与の要件	自然科学研究科 数理物理科学専攻 (学位規則第5条第1項該当)
学位論文の題目	歪多項式環と種々の環拡大
論文審査委員	教授 池畑 秀一 教授 吉野 雄二 教授 橋本 光靖

学位論文内容の要旨

本論文では分離拡大や平田分離拡大、 G -ガロア拡大、弱分離拡大、弱擬似分離拡大等の環拡大について考察する。その上で主として歪多項式環の歪多項式環のモニックな多項式によって生成されるイデアルによる剰余環として現れる環拡大を取り扱う。

歪多項式環における分離多項式、平田分離多項式等の種々の多項式は岸本量夫、永原賢、宮下庸一、池畑秀一、G. Szeto らにより幅広く研究されてきた。とりわけ岸本は特殊な形の多項式について研究し、また永原は2次の多項式について徹底的に考察した。また宮下により一般次数の多項式の研究における礎となる理論が確立され、近年において池畑や Szeto らにより更なる研究が行われている。

本論文は四つの章からなる。まず第一章では宮下庸一により与えられた歪多項式環における分離多項式と平田分離多項式に関する必要十分条件(宮下の定理)の別証明を与える。すでに筆者と池畑秀一は、自己同型型および微分型それぞれの歪多項式環における宮下の定理の別証明を与えていたが、一般の歪多項式環における別証明を与える。この証明は直接的な計算のみを用いて示される点の特徴である。

第二章では係数環が素数標数 p である場合の微分型歪多項式環における p 次のガロア多項式について考察する。永原賢は微分型歪多項式における2次多項式がガロア多項式であるための必要十分条件を与えた。本章における主結果として、この永原の結果を2次の場合から素数 p 次の場合へ拡張した定理を与える。

第三章では弱分離多項式および弱擬似分離多項式について考察する。これらの環拡大は浜口直樹と中島惇により分離拡大および擬似分離拡大の一般化として導入された。永原賢により可換環上の分離多項式はその導関数および判別式の可逆性により特徴付けられているが、本章ではまず可換環上の弱分離多項式をその導関数および判別式の非零因子性により特徴付ける。次に歪多項式環における弱分離多項式および弱擬似分離多項式について考察する。ここでは弱分離多項式に関する必要十分条件を与え、これにより歪多項式環における分離性と弱分離性の差異を示す定理を与える。

第四章では一般的な環拡大を取り扱い、環拡大の森田同値について考察する。環拡大の森田同値は宮下庸一により定義された概念であり、宮下により G -ガロア拡大およびフロベニウス拡大について、また池畑秀一により分離拡大、平田分離拡大、symmetric 拡大、 QF -拡大について、これらの環拡大のクラスが森田不変であることが知られている。本章では trivial 拡大、liberal 拡大、depth two 拡大、強分離拡大、弱分離拡大について、これら環拡大のクラスが森田不変であることを示す。また森田不変でない環拡大のクラスの例を載せている。

論文審査結果の要旨

本論文は歪多項式環と種々の環拡大について取り扱っており、四つの章から成っている。第一章は宮下庸一による歪多項式環における分離多項式や平田分離多項式に関する必要十分条件の別証明を与えている。第二章は微分型歪多項式環におけるガロア多項式に関する永原賢によって得られた2次の多項式に関する理論を素数次数 p の場合へ拡張を試みたものである。この内容はすでに池畑秀一との共著論文として発表済である。第三章では、最近浜口直樹と中島惇によって分離拡大と擬似分離拡大の一般化として導入された弱分離多拡大と弱擬似分離拡大について考察している。浜口と中島は可換環上のモニックな多項式 $f(X)$ が弱分離多項式であることをその導関数や判別式が非零因子であることと同値であることを、特別な多項式に対して示したが、申請者は一般的多項式に対して示すことに成功した。彼らが整域上で考察した歪多項式環における弱分離多項式に関しても一般環の上で考察することに成功した。主結果で弱分離性と分離性の差異をある両側加群の完全列によって特徴付けているがこの着眼は極めて独創的で結果は見事である。弱分離拡大が分離拡大の一般化として自然なものであることを示し高い意義を持つ。また証明には永原賢、宮下庸一、池畑秀一等の結果を有効に用いている。この内容は **Math. J. Okayama Univ.** にすでに受理されている。第四章では環拡大の森田同値性について考察している。環拡大の森田同値性は宮下庸一によって定義された概念で、宮下により G -ガロア拡大やフロベニウス拡大が池畑秀一によって分離拡大、平田分離拡大、 QF 拡大等が森田不変であることが証明された。申請者はさらに **trivial** 拡大、**liberal** 拡大、**depth two** 拡大、強分離拡大、弱分離拡大等が森田不変であることを示した。また森田不変でない環拡大の例をあげている。また森田不変であるかどうか不明な環拡大についても述べているが、これは今後の研究課題のひとつである。

以上のように、本申請論文は未開拓の分野に新たな展望を切り拓いた研究として高く評価すべき内容を備え、博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認められる。