

Fakultät für Physik und Astronomie

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Diplomarbeit

Im Studiengang Physik

vorgelegt von

Andreas Dagenbach

aus Reilingen

2012

Untersuchung der hydraulischen Bodeneigenschaften durch GPR:
Analyse der Kapillarsaumreflexion durch numerische Simulationen

Die Diplomarbeit wurde von Andreas Dagenbach
ausgeführt am
Institut für Umweltphysik
unter der Betreuung von
Herrn Prof. Kurt Roth

Untersuchung der hydraulischen Bodeneigenschaften durch GPR: Analyse der Kapillarsaumreflexion durch numerische Simulationen

Die Kapillarsaumreflexion von einem Wassergehaltsprofil im hydraulischen Gleichgewicht und während eines Pumpvorgangs wird durch numerische Simulationen einer on-ground GPR-Messung untersucht. Diskutiert wird die Abhängigkeit des reflektierten Wavelets von den hydraulischen Parametern und dem Parametrisierungsmodell, wobei die Modelle von Brooks-Corey, van Genuchten und dessen vereinfachte Form mit $m=1-1/n$ verwendet werden. Durch Benutzung von Informationen aus dem Zeitbereich und dem Frequenzbereich sind die Auswirkungen der Parameter unterscheidbar, die verschiedenen Parametrisierungsmodelle zeigen signifikant unterschiedliche Reflexionen.

Zwei Pumpexperimente am ASSESS-GPR Testfeld werden diskutiert, bei denen zeitabhängige Messungen mit einer stationär platzierten GPR-Antenne durchgeführt wurden. Im ersten Experiment wird eine durch Verdichtung entstandene Schicht nachgewiesen. Die resultierende Änderung der hydraulischen Parameter relativ zum nicht verdichteten Sand werden diskutiert. Die Radargramme des zweiten Experiments erlauben die Identifikation des Kapillarsaums und seiner Bewegung durch den Boden. Die erwartete Dynamik der Wasserverteilung kann durch die Radargramme nachvollzogen werden. Ein Vergleich der beobachteten Kapillarsaumreflexion mit numerischen Simulationen erlaubt die Auswahl eines passenden Parametrisierungsmodells aus den genannten Modellen. Die gemessenen Radargramme werden mit manuell angepassten Parametern durch numerische Simulationen semi-quantitativ reproduziert. Insgesamt rechtfertigen die Ergebnisse die Möglichkeit einer Inversion der GPR-Daten zur Schätzung der hydraulischen Parameter. Ein Vorschlag für eine Inversion wird gegeben.

Investigating the hydraulic properties of a soil with GPR: Analysis of the capillary fringe reflection by numerical simulations

The reflection of the capillary fringe from a profile in hydraulic equilibrium and during pumping is investigated by numerical simulations of an on-ground GPR measurement. The dependency of the reflecting wavelet on the hydraulic parameters and different parameterisation models, namely Brooks-Corey, van Genuchten and its simplified form with $m=1-1/n$ is discussed. Information in the time-domain and the frequency-domain allows to distinguish the effects of different parameters and shows significant differences between the parameterisation models.

Two experiments on the ASSESS-GPR testbed are discussed. A stationary placed GPR-antenna records traces over time while pumping. With the first experiment a compaction layer can be detected. The change in the hydraulic parameters due to the compaction is discussed. The radargrams recorded in the second experiment allow an identification of the capillary fringe and its movement through the soil. The expected dynamics of the water content can be recovered. A comparison of the capillary fringe reflection to numerical simulations allows to identify the appropriate hydraulic parameterization model. The recorded radargrams are reproduced semi-quantitatively by adjusting the parameters by hand. The entire results justify a possible parameter estimation by inverting the GPR data. A suggestion for an inversion is given.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	3
2.1	Hydraulik in der ungesättigten Zone	3
2.1.1	Poröse Medien	3
2.1.2	Übergang zwischen mikroskopischer und makroskopischer Beschreibung	4
2.1.3	Beschreibung der Hydraulik in der ungesättigten Zone durch die Richards Gleichung	5
2.1.4	Parametrisierung	7
2.2	Elektrodynamik	16
2.2.1	Die Maxwell-Gleichungen	17
2.2.2	Die elektrische Leitfähigkeit	17
2.2.3	Die dielektrische Permittivität	18
2.2.4	Die CRIM Formel	19
2.2.5	Ausbreitung von Wellen im Boden	19
2.2.6	Reflexion an einem variablen Permittivitätsprofil	20
2.3	Grundlagen der Inversion	21
2.3.1	Grundidee der Inversion	22
2.3.2	Direkte und indirekte Information	23
2.3.3	Voraussetzungen für eine stabile Inversion	24
2.3.4	Levenberg-Marquardt Algorithmus	25
2.4	Methoden	26
2.4.1	Das Georadar	26
2.4.2	Muphi	27
2.4.3	Meep	27
2.4.4	Berechnung des Energiespektrums	28
3	Eigenschaften der Kapillarsaumreflexion	32
3.1	Frequenzabhängige Reflexion an einem Wassergehaltsprofil	32
3.2	Reflexion am Kapillarsaum im stationären Fall	33
3.2.1	Modell-Setup	33
3.2.2	Vereinfachte van Genuchten Parametrisierung	33
3.2.3	Brooks-Corey Parametrisierung	39
3.2.4	Allgemeine van Genuchten Parametrisierung	44
3.2.5	Zusammenfassung	46
3.3	Reflexion am Kapillarsaum im transienten Fall	46

3.3.1	Setup	47
3.3.2	Hereinpumpen	47
3.3.3	Abpumpen	52
3.3.4	Zusammenfassung und Diskussion	56
4	Bestimmung hydraulischer Eigenschaften durch transiente GPR-Daten	57
4.1	ASSESS-GPR Testfeld	57
4.2	Einführung einer Verdichtungsschicht durch Interpretation transienter GPR-Daten während eines Abpumpexperiments	58
4.2.1	Setup	59
4.2.2	Empirische Interpretation der Radargramme	60
4.2.3	Änderung der Parameter bei Verdichtung	62
4.2.4	Zusammenfassung	62
4.3	Identifikation eines hydraulischen Parametrisierungsmodells durch transiente on-ground GPR Messungen während eines Pumpexperiments	63
4.3.1	Setup	63
4.3.2	Empirische Interpretation der Radargramme	64
4.3.3	Auswirkung der Verdichtungsschicht auf das Reflexionssignal	68
4.3.4	Simulation der Kapillarsaumreflexion - Setup	70
4.3.5	Simulation der Kapillarsaumreflexion - Ergebnisse	70
4.3.6	Zusammenfassung	73
4.4	Reproduktion der Radargramme durch numerische Simulation	74
4.4.1	Problemstellung und resultierendes Setup	74
4.4.2	Überlegungen zur Parameterauswahl	75
4.4.3	Ergebnisse	76
4.5	Zusammenfassung	82
5	Ausblick	83
5.1	Verbesserung des Simulationsmodells	83
5.2	Inversion	84
5.2.1	Inversion des Energiespektrums der Kapillarsaumreflexion	84
5.2.2	Vorschlag einer stabilen Inversion	87
5.3	Praktische Herausforderungen	88
6	Schlussfolgerungen	90
	Literaturverzeichnis	92

Abbildungsverzeichnis

2.1	Übergang von mikroskopischer zu makroskopischer Beschreibung	4
2.2	Wassercharakteristik und Leitfähigkeitsfunktion der Brooks-Corey Parametrisierung in Abhängigkeit von h_0	11
2.3	Zueinander verschobene Wassercharakteristik der Brooks-Corey Parametrisierung in Abhängigkeit von h_0	11
2.4	Angepasste Leitfähigkeitsfunktion der Brooks-Corey Parametrisierung in Abhängigkeit von h_0 und K_s	12
2.5	Wassercharakteristik und Leitfähigkeitsfunktion der Brooks-Corey Parametrisierung in Abhängigkeit von λ	12
2.6	Wassercharakteristik und Leitfähigkeitsfunktion der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung in Abhängigkeit von α	14
2.7	Angepasste Leitfähigkeitsfunktion der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung in Abhängigkeit von α und K_s	14
2.8	Wassercharakteristik und Leitfähigkeitsfunktion der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung in Abhängigkeit von n	15
2.9	Wassercharakteristik und Leitfähigkeitsfunktion der allgemeinen van Genuchten Parametrisierung in Abhängigkeit von n	16
2.10	Prinzip des Schichtenmodells	21
2.11	Grundidee der Inversion	23
2.12	Rickerwavelet für verschiedene Dimensionalitäten	30
2.13	Zusammenfassung der Simulationsschritte	31
3.1	Schematisches Setup der Simulation des GPR-Signals	34
3.2	Vergleich der Reflexion an einem durch die vereinfachte van Genuchten Parametrisierung gegebenen Profil und an einem scharfen Übergang.	36
3.3	Reflexionen an durch die vereinfachte van Genuchten Parametrisierung gegebenen Profilen bei Veränderung von α und n	37
3.4	Reflexionen an durch die vereinfachte van Genuchten Parametrisierung gegebenen Profilen bei Änderung von θ_s	38
3.5	Vergleich der Reflexion an einem durch die Brooks-Corey Parametrisierung gegebenen Profil und einem scharfen Übergang.	41
3.6	Reflexionen an durch die Brooks-Corey Parametrisierung gegebenen Profilen bei Änderung von h_0 bzw. λ	42
3.7	Reflexionen an durch die Brooks-Corey Parametrisierung gegebenen Profilen bei Änderung von θ_s	43
3.8	Reflexionen an durch die allgemeine van Genuchten Parametrisierung gegebenen Profilen bei Änderung von n	45

3.9	Wassergehaltsverteilung während des Hereinpumpens von Wasser.	48
3.10	Reflexion von einem Brooks-Corey Profil während des Hereinpumpens von Wasser bei kleiner Leitfähigkeit	50
3.11	Reflexion von einem Brooks-Corey Profil während des Hereinpumpens von Wasser bei großer Leitfähigkeit	50
3.12	Reflexion von einem vereinfachten van Genuchten Profil während des Hereinpumpens von Wasser bei kleiner Leitfähigkeit	51
3.13	Reflexion von einem vereinfachten van Genuchten Profil während des Hereinpumpens von Wasser bei großer Leitfähigkeit	51
3.14	Wassergehaltsverteilung während des Abpumpens von Wasser.	52
3.15	Reflexion von einem vereinfachten van Genuchten Profil während des Abpumpens von Wasser bei kleiner Leitfähigkeit	54
3.16	Reflexion von einem vereinfachten van Genuchten Profil während des Abpumpens von Wasser bei großer Leitfähigkeit	54
3.17	Reflexion von einem Brooks-Corey Profil während des Abpumpens von Wasser bei kleiner Leitfähigkeit	55
3.18	Reflexion von einem Brooks-Corey Profil während des Abpumpens von Wasser bei großer Leitfähigkeit	55
4.1	Aufbau des ASSESS-GPR Testfelds	58
4.2	Schematische Skizze der betrachteten Geometrie im Boden	59
4.3	Radargramm der Common-Offset Messung nach Abschluss des Pumpexperiments	60
4.4	Radargramm der stationären GPR-Antenne während des Pumpexperiments	61
4.5	Radargramm der Common-Offset Messung nach Abschluss des Pumpexperiments	62
4.6	Schematische Skizze der betrachteten Geometrie im Boden mit Verdichtungsschicht	64
4.7	Radargramm beim Hereinpumpen in PiG-Darstellung	65
4.8	Radargramm beim Hereinpumpen in PickniG-Darstellung	66
4.9	Radargramm beim Abpumpen in PiG-Darstellung	67
4.10	Radargramm beim Abpumpen in PickniG-Darstellung	67
4.11	Reflexion von Kapillarsaum und unterer Schicht während des Abpumpvorgangs	68
4.12	Wassergehalt und Permittivität im Bereich der Verdichtungsschichtgrenze bei verschiedenen Wasserspiegeln	69
4.13	Vereinfachte van Genuchten Parametrisierung: Permittivitätsprofile und dazugehörige Reflexionen.	71
4.14	Brooks-Corey Parametrisierung: Permittivitätsprofile und dazugehörige Reflexionen.	72
4.15	Allgemeine van Genuchten Parametrisierung: Permittivitätsprofile und dazugehörige Reflexionen.	73
4.16	Vergleich von simuliertem und gemessenem Radargramm beim Hereinpumpen in PiG-Darstellung	78

4.17	Vergleich von simuliertem und gemessenem Radargramm beim Hereinpumpen in PickniG-Darstellung	79
4.18	Vergleich von simuliertem und gemessenem Radargramm beim Abpumpen in PiG-Darstellung	80
4.19	Vergleich von simuliertem und gemessenem Radargramm beim Abpumpen in PickniG-Darstellung	81
5.1	Absolutes und relatives Spektrum einer Reflexion bei verschiedenen Ricker-wavelets als Eingangssignal	88

Tabellenverzeichnis

4.1	In der Simulation der Radargramme verwendete hydraulische Parameter.	76
5.1	Parameterbereiche zur Generierung der synthetischen Daten.	85
5.2	Für die Inversion benutzte Parameterinformationen	86

1 Einleitung

Wasser beeinflusst in sehr hohem Maße das Leben auf der Erde. Im Kontext dieser Arbeit soll dabei der Boden, also der obere Teil der Erdkruste, als Träger von Wasser herausgegriffen werden. Die hydraulischen Eigenschaften des Bodens in der sogenannten ungesättigten Zone variieren stark mit der Größe und Zusammensetzung der Porenräume und bestimmen zusammen mit den äußeren Einflüssen den Wassergehalt und dessen zeitliche Variabilität. Aussagen über die Wassergehaltsverteilung im Boden und die Zeitskala der Dynamik in diesem, ausgelöst durch äußere Einflüsse, wie die Verdunstung durch die Kopplung mit der Atmosphäre oder das Versickern des Wassers nach Niederschlag, sind in vielen Bereichen von außerordentlicher Bedeutung. Herausgegriffen sei in diesem Zusammenhang die Landwirtschaft, für die die Wahl eines „guten“ Bodens essentiell für den Erfolg beim Anbau der gewünschten Pflanzen ist.

Eine Möglichkeit, hydraulische Eigenschaften des Bodens zu beschreiben und dadurch Vorhersagen über die Wassergehaltsverteilung und seine Dynamik zu machen, stellt die Bodenphysik in Form einer makroskopischen Beschreibung des Bodens zur Verfügung. In einer Größenordnung von Metern bis Kilometern wird versucht, den Boden durch wenige, effektive Parameter zu charakterisieren und dadurch die Wasserverteilung und Wasserbewegung unter Verwendung von Differentialgleichungen in Verbindung mit dem gewählten Parametrisierungsmodell vorherzusagen.

Um den Wassergehalt und dessen Variabilität zu messen, stehen zahlreiche Messmethoden zur Verfügung. Wünschenswert ist dabei eine Methode, die den Boden im Zuge des Messvorgangs nicht beschädigt. Ein solches Messinstrument ist durch das Georadar (Ground-Penetrating-Radar, kurz: GPR) gegeben, welches im Mittelpunkt dieser Arbeit steht. Dieses sendet elektromagnetische Pulse, sogenannte Wavelets, im Frequenzbereich von MHz bis wenige GHz in den Boden und erlaubt durch die Auswertung der wieder empfangenen Signale Aussagen über den Boden. Das GPR konnte sich dabei in den letzten Jahren zu einem etablierten Werkzeug für die quantitative Bestimmung der Tiefe von Schichtgrenzen und dem mittleren Wassergehalt in den Schichten entwickeln, wie z.B. in [Gerhards \(2008\)](#) nachzulesen ist. Der nächste konsequente Schritt besteht nun darin zu untersuchen, welche Informationen über die hydraulischen Eigenschaften des Bodens mit Hilfe von GPR-Daten zugänglich sind. Das oberste Ziel ist hier die Schätzung der hydraulischen Parameter durch eine Inversion der gemessenen Daten. [Lambot *et al.* \(2009\)](#) konnten in dieser Hinsicht in den letzten Jahren durch die sogenannte Full-Wave-Form-Inversion große Fortschritte erzielen mit der Nutzung von off-ground GPR.

In dieser Diplomarbeit soll die Eignung von on-ground GPR-Daten für Aussagen zu den hydraulischen Informationen untersucht werden und die Verwendung dieser Daten für eine Schätzung der hydraulischen Parameter durch Inversion. Dabei wird zunächst ein Schritt zurück gemacht und eine fundamentale Herangehensweise angestrebt. Im Mittelpunkt steht dabei die Betrachtung der Reflexion vom Kapillarsaum, da dieser direkt

von den hydraulischen Parametern des verwendeten Parametrisierungsmodells beeinflusst wird.

Um ein fundamentales Verständnis für die Charakteristik der Kapillarsaumreflexion zu erhalten, werden, nach Einführung der zum Verständnis nötigen theoretischen Grundlagen, im ersten Teil dieser Arbeit numerische Simulationen des Reflexionssignals durchgeführt. Hierbei werden die Auswirkungen der hydraulischen Parameter auf das Signal untersucht, sowohl im Fall eines stationären Profils im hydraulischen Gleichgewicht als auch im transienten Fall eines Pumpvorgangs. Dabei wird ebenfalls diskutiert, inwieweit die daraus gewonnenen Erkenntnisse eine mögliche Schätzung der Parameter durch Inversion in Aussicht stellen. Ebenfalls explizit betrachtet wird die Auswirkung des gewählten Parametrisierungsmodells auf die Reflexion, wobei die am häufigsten benutzten Parametrisierungen von Brooks-Corey, van Genuchten und dessen vereinfachte Form mit $m = 1 - 1/n$ untersucht werden. Diesem Aspekt wurde in bisherigen Studien keine Aufmerksamkeit geschenkt.

Um die aus dem ersten Teil erhaltenen theoretischen Erkenntnisse im Kontext realer Daten zu verwenden, werden ebenfalls zwei Pumpexperimente, durchgeführt am ASSESS-GPR Testfeld, diskutiert. Dabei steht im Mittelpunkt, welche Informationen über die hydraulischen Eigenschaften in diesem Fall aus der Interpretation der Radargramme gewonnen werden kann. Auch hier soll die Möglichkeit der Inversion diskutiert werden. Dies geschieht im Rahmen des Versuchs, die Daten der aufgenommenen Radargramme zu reproduzieren.

2 Theorie

Im folgenden Kapitel wird auf die für das Verständnis dieser Diplomarbeit nötige Theorie eingegangen. Ziel ist die Einführung aller wichtigen Konzepte, Formeln und Differentialgleichungen. Außerdem werden die zur numerischen Simulation verwendeten Programme beschrieben.

Im ersten Abschnitt wird die Hydraulik in porösen Medien beschrieben, wobei der Fokus auf sandigen Böden liegt. Danach wird im zweiten Abschnitt auf die nötige Elektrodynamik eingegangen, um ein GPR-System näherungsweise zu beschreiben. Dies impliziert auch die Verbindung mit der Hydraulik. Der dritte Abschnitt befasst sich mit den Grundlagen der Inversion, während im vierten Abschnitt die verwendeten Simulationsprogramme vorgestellt werden. Der Schwerpunkt liegt hier auf der problemorientierten Benutzung, der Abschnitt enthält also keine detaillierte Beschreibung der verwendeten Differentialgleichungslöser.

2.1 Hydraulik in der ungesättigten Zone

Der folgende Abschnitt enthält die Konzepte, die zur näherungsweisen Beschreibung der Wasserbewegung im ungesättigten Boden benutzt werden. Linie und Argumentation orientieren sich stark an [Roth \(2011\)](#), welches auch für eine ausführlichere Beschreibung herangezogen werden kann. Ziel ist eine makroskopische Beschreibung, die mit wenigen effektiven hydraulischen Bodenparametern arbeitet. Es wird grundsätzlich von einem aus Körnern bestehendem sandigen Boden ausgegangen. Dies vereinfacht an einigen Stellen die Anschauung, stellt jedoch keine Voraussetzung für die grundlegenden Konzepte dar.

2.1.1 Poröse Medien

Ein Boden wird im Allgemeinen charakterisiert als ein poröses Medium. Nach [Roth \(2011\)](#) können die grundlegenden Eigenschaften eines porösen Mediums folgendermaßen postuliert werden (freie Übersetzung aus dem Englischen):

1. Das Gesamtvolumen ist aufgeteilt in Bodenmatrix und Porenraum, wobei letzteres mit einer oder mehreren Flüssigkeiten gefüllt ist.
2. Jedes Volumenelement besteht bis zu einer charakteristischen Größe l sowohl aus Bodenmatrix als auch aus Porenraum.
3. Da der Fokus auf der Bewegung der Flüssigkeiten liegt sind ausschließlich verbundene Porenräume von Interesse.

Die im ersten Punkt genannten Flüssigkeiten sind im Fall dieser Betrachtung Wasser und Luft. Der Bruchteil des Volumens, welcher vom Porenraum eingenommen wird, wird als

Porosität Φ identifiziert.

Die im zweiten Punkt eingeführte Forderung nach einer charakteristischen Länge l ist eng verwandt mit dem Übergang von einer mikroskopischen zu einer kontinuierlichen, makroskopischen Beschreibung des Bodens. Es erscheint wenig sinnvoll die charakteristische Länge so zu wählen, dass sie nur wenige Körner und deren Zwischenraum enthält. Gefordert ist also eine charakteristische Länge, welche die grundlegende Geometrie des Bodens enthält. Dieses Konzept wird in Abschnitt 2.1.2 detaillierter erläutert.

Während der dritte Punkt bei der Betrachtung von beispielsweise Vulkangestein, welches eingeschlossene Luftblasen enthält, durchaus von Belang wäre, kann er bei den hier betrachteten sandigen Böden als gegeben angesehen werden.

Mikroskopisch gesehen bestehen die betrachteten Böden aus verschiedenen großen Körnern, welche in der Größenordnung typischerweise zwischen 10^{-3} m und 10^{-7} m variieren können.

2.1.2 Übergang zwischen mikroskopischer und makroskopischer Beschreibung

Offensichtlich kann eine detaillierte Beschreibung der Porengeometrie im Kontext einer makroskopischen Beschreibung nicht praktikabel sein. Die Lösung hierzu ist eine Beschreibung durch Mittelwerte, vergleichbar mit der in der Thermodynamik verwendeten, wodurch der in Abbildung 2.1 gezeigte Übergang von einer mikroskopischen zu einer makroskopischen Beschreibung ermöglicht wird. Die hydraulischen Vorgänge können dann durch Zustandsvariablen beschrieben werden.

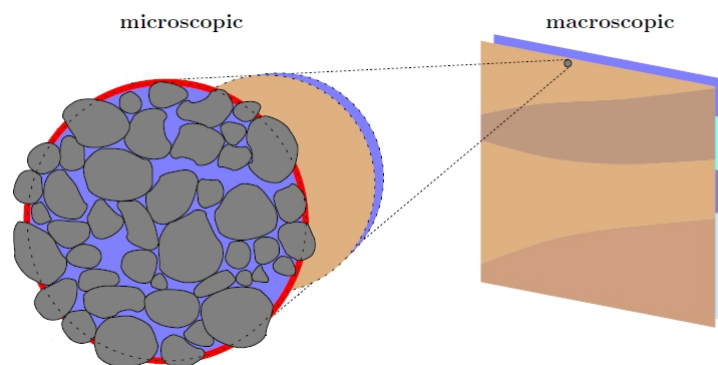


Abb. 2.1: Übergang von mikroskopischer zu makroskopischer Beschreibung:
Durch die Mittelung über ein REV wird über alle mikroskopischen Heterogenitäten gemittelt, nur noch makroskopische Heterogenitäten sind relevant.
[Quelle: Roth (2011)]

Repräsentatives Elementarvolumen (REV)

Um die Beschreibung durch gemittelte Werte möglich zu machen ist es unerlässlich ein geeignetes Mittelungsvolumen zu definieren. Dieses ΔV wird allgemein als REV (Reprä-

sentatives Elementarvolumen) bezeichnet. Es muss so gewählt sein, dass der gemittelte Wert nicht von leichten Änderungen der Form oder des Volumens abhängt. Anschaulich muss das Volumen also alle charakteristischen, mikroskopischen Heterogenitäten enthalten.

Ist dies erfüllt kann von der detaillierten mikroskopischen Beschreibung zu einer kontinuierlichen, makroskopischen Beschreibung übergegangen werden, die durchaus noch makroskopische Heterogenitäten wie verschiedene Schichtungen erlaubt, welche jedoch einige Größenordnungen über dem Volumen der REV liegen (siehe Abbildung 2.1).

Zustandsvariablen

Nachdem der Schritt zu einer makroskopischen Beschreibung vollzogen ist, kann der hydraulische Zustand nun durch Zustandsvariablen beschrieben werden. Wie in der Thermodynamik gilt die Annahme, dass sich das REV zu jeder Zeit in einem Gleichgewichtszustand befindet. Auch die Änderung des Zustands erfolgt über Gleichgewichtszustände. Die zwei Zustandsvariablen zur Bestimmung des hydraulischen Zustandes sind der Flüssigkeitsgehalt und die Potentielle Energiedichte der jeweiligen Phase. Diese werden eindeutig bestimmt durch die Höhe z und die Zustandsvariablen Druck p_i , Temperatur T und die Konzentration C_{ij} der in der Phase gelösten Chemikalien, wobei der Indize i die jeweilige Phase und der Indize j die Art der Chemikalie bezeichnet. Für die betrachteten Fälle wird grundsätzlich $T = \text{const}$ und $C_{ij} = 0$ angenommen.

Die in diesem Fall studierten Flüssigkeiten sind Wasser und Luft. Dadurch ergeben sich die Flüssigkeitsgehalte θ_w und θ_a , definiert als

$$\theta_i = \frac{\Delta V_i}{\Delta V} . \quad (2.1)$$

Die potentiellen Energiedichten Ψ_w und Ψ_a sind definiert als die Energie, die benötigt wird, um eine Volumeneinheit von einem Referenzzustand zu dem betrachteten Zustand im porösen Medium zu bewegen. Der Referenzzustand ist in den hier betrachteten Fällen durch $p = p_0$ (Atmosphärendruck) und $z = z_0$ (tiefster Punkt des betrachteten Gebiets) charakterisiert. Es ergibt sich also für die Energiedichte

$$\Psi_i(x) = p_i - p_0 - \int_{z_0}^z \rho_i(z') dz' . \quad (2.2)$$

2.1.3 Beschreibung der Hydraulik in der ungesättigten Zone durch die Richards Gleichung

Der im vorigen Abschnitt diskutierte Übergang zu einer kontinuierlichen Beschreibung erlaubt nun die Beschreibung der Hydraulik in der ungesättigten Zone durch eine Differentialgleichung, der **Richards Gleichung**. Im folgenden Abschnitt werden die zur Aufstellung nötigen Gesetze und Näherungen illustriert und daraus schließlich die Richards Gleichung hergeleitet.

Massenbilanz

Mit der Einführung des Flusses j ergibt sich für die Massenbilanz einer Flüssigkeit

$$\partial_t[\theta_i \rho_i] + \nabla[\rho_i j_i] = 0 . \quad (2.3)$$

Da Wasser in dem betrachteten Kontext in guter Näherung inkompressibel ist, also $\rho_w = \text{const}$ gilt, ergibt sich für Wasser

$$\partial_t[\theta_w] + \nabla j_w = 0 . \quad (2.4)$$

Buckingham-Darcy Gesetz

Das empirische, makroskopische Flussgesetz in porösen Medien lautet

$$\mathbf{j}_i = -K_i(\theta_i) \nabla \Psi_i \quad (2.5)$$

mit der vom Flüssigkeitsgehalt θ_i abhängigen Leitfähigkeit $K_i(\theta_i)$. Die obige Gleichung gilt für einen langsamen, stationären Fluss einer Newtonschen Flüssigkeit, die durch den Druckgradienten der Flüssigkeit getrieben wird. Während die Wasserbewegung im Grundwasser durch eine näherungsweise konstante Leitfähigkeit beschrieben werden kann, hängt die Leitfähigkeit in der ungesättigten Zone stark vom momentanen Flüssigkeitsgehalt ab. Desweiteren wird angenommen, dass die Druckgradienten der anderen beteiligten Phasen keinen Einfluss auf den Fluss haben.

Matrixpotential

Zur Herleitung der Richards-Gleichung wird der Boden genügend weit entfernt vom Grundwasserspiegel betrachtet, so dass nur noch so wenig Wasser im Porenraum vorhanden ist, dass die Luftphase als kontinuierlich und mit der Atmosphäre verbunden angesehen werden kann. Diesen Bereich nennt man Degeneriertes Mehrphasen Regime. In diesem Fall ist die Bewegung der Luft verglichen mit der Bewegung des Wassers näherungsweise instantan und ohne große Druckgradienten möglich. Es kann also zum einen in guter Näherung $p_a = p_0$ angenommen werden, zum anderen genügt es die Bewegung der Wasserphase zu betrachten.

Für das Potential des Wassers gilt mit 2.2 und $\rho_w = \text{const}$

$$\Psi_w = p_w - p_0 - \rho g(z - z_0) = p_w - p_a - \rho g(z - z_0) = \Psi_m - \rho g(z - z_0) \quad (2.6)$$

mit dem Matrixpotential

$$\Psi_m = p_w - p_a . \quad (2.7)$$

Dieses ist negativ für gebundenes Wasser (ungesättigte Zone) und positiv bei freiem Wasser (Grundwasser).

Um ein besseres Gefühl für die Stärke des Matrixpotentials in Abhängigkeit der Porengeometrie zu erhalten, kann man sich den Boden als Bündel von Kapillaren vorstellen.

Unter der Annahme von näherungsweise zylindrischen bzw. runden Poren mit Radius r entspricht das Matrixpotential dann dem Kapillardruck nach Young-Laplace

$$p_w - p_a = \frac{-2\sigma_w}{r} \quad (2.8)$$

mit $\sigma_w = 0.0725 \text{ N/m}^2$. Je kleiner also die Poren, desto stärker ist das Wasser im Boden gebunden.

Im weiteren wird oft statt dem Matrixpotential die Saugspannung h_m benutzt. Diese ergibt sich aus

$$h_m = \frac{\Psi_m}{\rho_w g} \quad (2.9)$$

und beschreibt die zum Potential äquivalente negative Höhe über dem Wasserspiegel.

Die Richards-Gleichung

Die Richards-Gleichung ergibt sich nun durch Einsetzen von 2.5 in 2.4 im Fall von Wasser und unter Berücksichtigung von 2.6

$$\partial_t \theta_w - \nabla \cdot [K_w(\theta_w)[\nabla \Psi_m - \rho_w \mathbf{g}]] = 0 . \quad (2.10)$$

θ_w ist dabei stark von Ψ_m abhängig, was durch das oben illustrierte Kapillarmodell leicht zu verstehen ist. Bei einem stark negativem Potential sind nur noch die kleineren Poren mit Wasser gefüllt, der Wassergehalt ist dementsprechend kleiner. Für die Richards-Gleichung ergibt sich also

$$\partial_t \theta_w(\Psi_m) - \nabla \cdot [K_w(\theta_w(\Psi_m))[\nabla \Psi_m - \rho_w \mathbf{g}]] = 0 . \quad (2.11)$$

Um diese stark nichtlineare Differentialgleichung zu lösen müssen jedoch noch Angaben über die Funktionen $\theta_w(\Psi_m)$ und $K_w(\Psi_m)$ gemacht werden. Diese werden durch verschiedenen Parametrisierungsmodelle beschrieben, welche versuchen, die beiden Relationen für einen bestimmten Boden näherungsweise durch die Benutzung weniger Parameter zu charakterisieren. Eine detaillierte Betrachtung der im Allgemeinen benutzten Parametrisierungsmodelle befindet sich in Abschnitt 2.1.4.

Abschließend noch eine wichtige Anmerkung: Bei der Herleitung der Richards-Gleichung wurde explizit vorausgesetzt, dass die Wasserbewegung im Degenerierten Mehrphasen Regime, also in Gebieten mit niedrigem Wassergehalt, stattfindet. Im Allgemeinen wie auch im Folgenden wird jedoch angenommen, dass sie auch für die anderen Bereiche im Boden näherungsweise gilt. Dieser Punkt sollte grundsätzlich beim Vergleich von realen Daten mit Simulationen bedacht werden.

2.1.4 Parametrisierung

Da im Folgenden nur noch die Phase Wasser Gegenstand der Betrachtungen ist wird der Index w weggelassen.

Um die Richards-Gleichung zu lösen, müssen die Zusammenhänge $\theta(h_m)$ und $K(\theta_w)$ bekannt sein. Typischerweise wird die Funktion $\theta(h_m)$ durch wenige Formparameter charakterisiert.

Eine übersichtlichere Repräsentation der nun folgenden Zusammenhänge erhält man, wenn statt des Wassergehaltes die Sättigung

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (2.12)$$

betrachtet wird, wobei θ_s und θ_r zwei in jedem Modell verwendete Parameter beschreiben. Der gesättigte Wassergehalt θ_s steht für den Wassergehalt bei voller Sättigung, was bei der Vernachlässigung von eventuell eingeschlossenen Luftblasen der Porosität Φ des Bodens entspricht. θ_r beschreibt den residualen Wassergehalt, welcher für das Wasser steht, das nicht durch hydraulische Vorgänge, wie das Anlegen eines Druckes, aus dem Boden entfernt werden kann. Als Beispiel dafür sei der dünne Wasserfilm genannt, der auf den Körnern zurückbleibt.

Als Ausgangspunkt für die Wassercharakteristik dient das in Abschnitt 2.1.3 angesprochene Kapillarbündelmodell. Je kleiner die Porengröße, desto größer muss das Potential sein, um das Wasser aus der Pore ziehen zu können. In einem stationären Profil erwartet man einen Kapillarsaum, in dem der Sand auch über dem Wasserspiegel noch gesättigt ist ($\Theta = 1$). Dieser gibt Aufschluss über die größten Poren, da diese die geringste Kapillarkraft bzw. Steighöhe besitzen. **Je feiner der Sand, desto höher der Kapillarsaum.** Mit zunehmender Höhe nimmt die Sättigung erwartungsgemäß immer mehr ab, bis nur noch der residuale Wassergehalt θ_r vorhanden ist. **Je breiter der Übergangsbereich, desto breiter muss die Porenradienverteilung sein.**

Da in naheliegender Weise auch die Leitfähigkeitsfunktion $K(\theta)$ stark von der Porengeometrie abhängt werden die beiden Funktionen durch ein weiteres Modell mit zusätzlichen Parametern miteinander verknüpft. In dieser Diplomarbeit wird dafür das Mualem Modell verwendet.

Mit der Annahme von verbundenen Poren, deren Länge proportional zu ihrem Radius ist und der Gültigkeit des Gesetzes von Hagen-Poiseuille, wobei nur mit Wasser gefüllte Poren zur Leitfähigkeit beitragen, ergibt sich nach Mualem (1976)

$$K(\Theta) = K_s \Theta^\tau \left[\frac{\int_0^\Theta h_m(\vartheta)^{-1} d\vartheta}{\int_0^1 h_m(\vartheta)^{-1} d\vartheta} \right]^2. \quad (2.13)$$

Der Term Θ^τ trägt der Berücksichtigung der Tortuosität Rechnung. Anschaulich gibt er ein Maß für die effektive Strömungslänge im Medium. Allgemein ist τ jedoch einfach als zusätzlicher Parameter zu verstehen. Im Folgenden wird der Parameter $\tau = \frac{1}{2}$ gesetzt, was sich in vielen Fällen als gute Näherung erweist. Der Parameter K_s gibt die Leitfähigkeit bei Sättigung an.

In dieser Arbeit werden die drei allgemein verwendeten Parametrisierungsmodelle verwendet, das Brooks-Corey Modell, das van Genuchten Modell und seine vereinfachte Form, jeweils verknüpft mit dem Mualem-Modell.

Die Brooks-Corey Parametrisierung (Brooks (1966)) ist gegeben durch

$$\Theta(h_m) = \begin{cases} [-\frac{h_m}{h_0}]^{-\lambda}; & -h_m > h_0 \\ 1; & -h_m \leq h_0 \end{cases} \quad (2.14)$$

mit dem Lufttrittswert $h_0 > 0$ und dem Formparameter $\lambda > 0$.

In vielen Fällen ist die Betrachtung der inversen Funktion anschaulicher, sie lautet (für $\Theta < 1$)

$$h_m(\Theta) = -h_0 \Theta^{-\frac{1}{\lambda}}. \quad (2.15)$$

Durch Einsetzen dieser Funktion in 2.13 ergibt sich

$$K(\Theta) = K_s \Theta^{\frac{5}{2} + \frac{2}{\lambda}}, \quad (2.16)$$

die zugehörige Leitfähigkeitsfunktion.

Die van Genuchten Parametrisierung (van Genuchten (1980)) wird beschrieben durch

$$\Theta(h_m) = [1 + [-\alpha h_m]^n]^{-m} \quad (2.17)$$

mit den Formparametern $\alpha > 0$, $n > 1$ und $m > 0$ und der inversen Funktion

$$h_m(\Theta) = -\frac{1}{\alpha} [\Theta^{-\frac{1}{m}} - 1]^{\frac{1}{n}}. \quad (2.18)$$

Die daraus resultierende Leitfähigkeitsfunktion kann im Allgemeinen nur durch numerische Integration bestimmt werden. van Genuchten (1980) hat gezeigt, dass für den Spezialfall $m = 1 - \frac{1}{n}$ die Leitfähigkeitsfunktion analytisch bestimmt werden kann. Die dadurch resultierende vereinfachte Form der van Genuchten Parametrisierung ist die in der Literatur am häufigsten angewendete Parametrisierung mit

$$\Theta(h_m) = [1 + [-\alpha h_m]^n]^{-1 + \frac{1}{n}}, \quad (2.19)$$

$$h_m(\Theta) = -\frac{1}{\alpha} [\Theta^{\frac{n}{1-n}} - 1]^{\frac{1}{n}} \quad (2.20)$$

und der resultierenden Leitfähigkeitsfunktion

$$K(\Theta) = K_s \Theta^{\frac{1}{2}} [1 - [1 - \Theta^{\frac{n}{n-1}}]^{1 - \frac{1}{n}}]^2. \quad (2.21)$$

Da im stationären Zustand $\Psi_w = 0$ ist, gilt dort $h_m = -h$, wobei h die Höhe über dem Wasserspiegel ist. Somit gibt $\Theta(-h)$ direkt die Wasserverteilung im Boden (im weiteren als Sandprofil bezeichnet). Da für diese Diplomarbeit stationäre Profile von großer Bedeutung sind, werden diese oft in Abhängigkeit von h beschrieben. Es sollte jedoch nicht vergessen werden, dass h_m und $-h$ nur im Gleichgewicht äquivalent sind.

Im Folgenden werden die verschiedenen Parametrisierungen detailliert diskutiert und die Auswirkungen der verschiedenen Parameter untersucht.

Brooks-Corey Parametrisierung

In den Abbildungen 2.2 und 2.5 sind Brooks-Corey Profile und die zugehörigen Leitfähigkeitsfunktionen illustriert. Ein durch Brooks-Corey parametrisiertes Sandprofil bleibt bis zu einer bestimmten Höhe gesättigt ($\Theta = 1$). Dies repräsentiert den Kapillarsaum. Die Höhe wird durch die größten Poren bestimmt, da diese die kleinsten Kapillarkräfte und somit niedrigste Steighöhe besitzen. In besagter Höhe hat das Profil dann einen Knick und geht in einen kontinuierlich gekrümmten Übergangsbereich über. Ein breiter Übergangsbereich bedeutet eine breite Porengrößenverteilung. Wie in den Abbildungen leicht zu sehen ist, fällt die Leitfähigkeitsfunktion mit steigender Höhe (kleinerer Saugspannung) bzw. abnehmender Sättigung um mehrere Größenordnungen, wobei auch dort ein Knick in der gleichen Höhe vorliegt.

Zu den Parametern θ_s und θ_r , welche in einer Wassergehaltsdarstellung die Sättigungswerte 1 und 0 ersetzen würden und K_s , welcher die Leitfähigkeit bei Sättigung angibt, besitzt die Brooks-Corey Parametrisierung als weiteren Parameter den Lufttrittswert h_0 . Die Auswirkungen bei einer Änderung von h_0 und konstanten anderen Parametern ist in Abbildung 2.2 gezeigt. Im Gleichgewicht ist der Parameter äquivalent zur Höhe des Kapillarsaums, dem Bereich über dem Grundwasserspiegel, in dem der Sand gesättigt ist und sich der Knick befindet. h_0 hat jedoch ebenfalls Auswirkungen auf die Breite des Übergangsbereichs, was in Abbildung 2.3 besser sichtbar gemacht wird, indem man die Kurven zueinander verschiebt. Eine Erhöhung von h_0 hat eine Verbreiterung des Übergangsbereichs zur Folge. Mathematisch gesehen skaliert h_0 die Wassercharakteristik linear. Die Leitfähigkeitsfunktion ist zum einen konstant bis zum Wert h_0 , zum anderen fällt die Leitfähigkeit deutlich langsamer ab bei großen h_0 , da durch den verbreiterten Übergangsbereich in der selben Höhe noch mehr Poren mit Wasser gefüllt sind.

Um einen etwas realitätsnäheren Vergleich der $K(h_m)$ Funktionen zu erhalten, sollte ebenfalls der K_s Parameter variieren. Da die gesättigte Leitfähigkeit hauptsächlich von den größten Poren bestimmt wird, kann in erster Näherung das Verhältnis durch die Verhältnisse der Lufttrittswerte abgeschätzt werden. Das Resultat ist in Abbildung 2.4 zu sehen: ein Sand mit größerem h_0 hat zwar im Allgemeinen kleinere Leitfähigkeiten, die einzelnen Kurven schneiden sich jedoch und für größere h sind die Leitfähigkeiten deutlich größer als die für kleinere h_0 .

Der Parameter λ bestimmt die Form des Übergangsbereichs. Je kleiner λ , desto breiter der Übergangsbereich und somit die Porenradialverteilung. Für $K(h_m)$ bedeutet ein kleineres λ eine flachere Leitfähigkeitsfunktion, da bei gleicher Höhe wieder mehr Poren mit Wasser gefüllt sind.

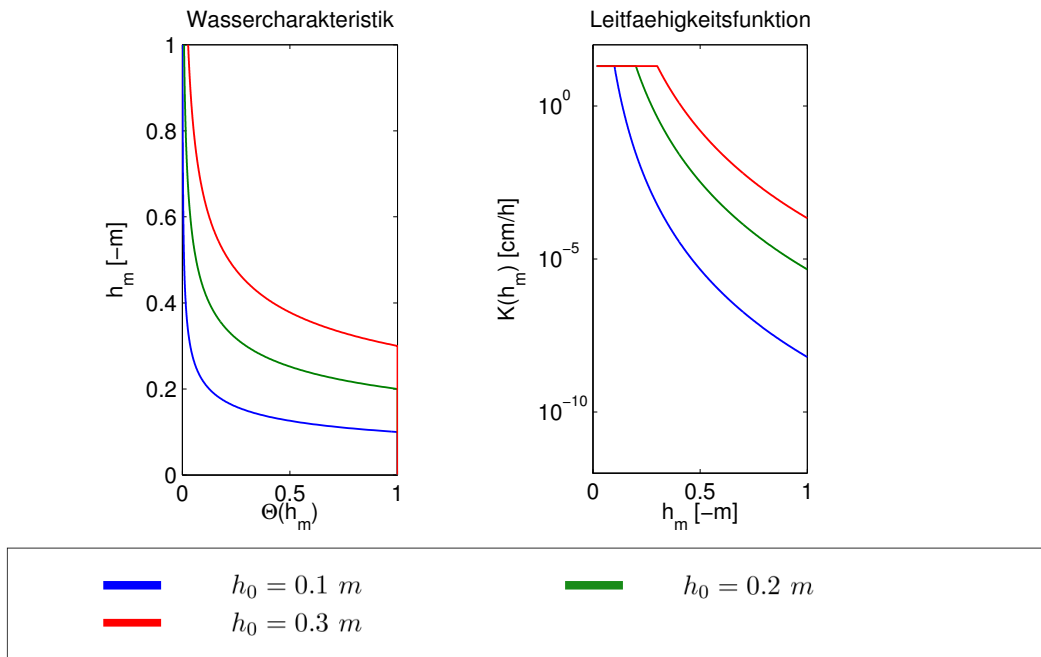


Abb. 2.2: Wassercharakteristik und Leitfähigkeitsfunktion der Brooks-Corey Parametrisierung in Abhängigkeit von h_0 für $\lambda = 3$ und $K_s = 20$ cm/h.

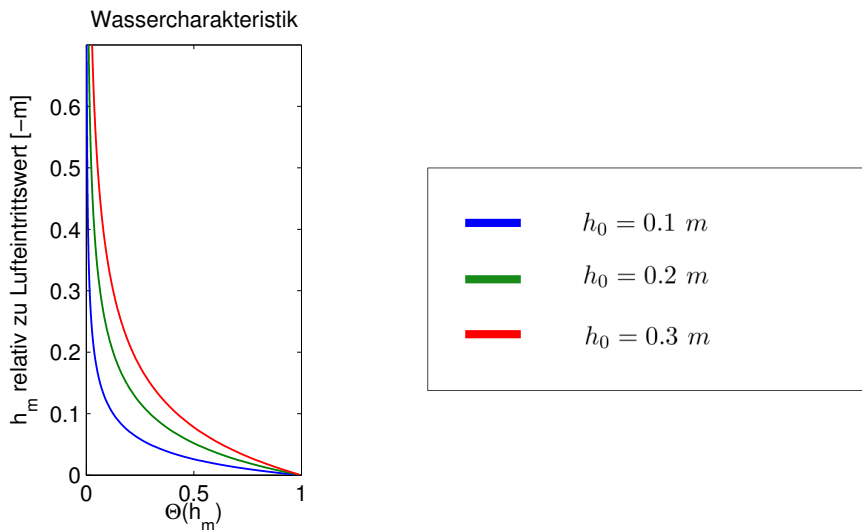


Abb. 2.3: Zueinander verschobene Wassercharakteristik der Brooks-Corey Parametrisierung in Abhängigkeit von h_0 für $\lambda = 3$ und $K_s = 20$ cm/h.

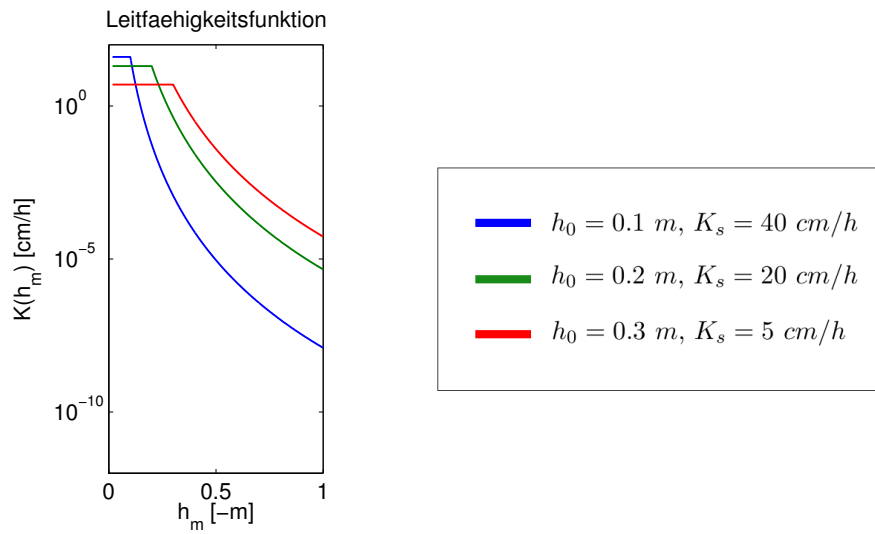


Abb. 2.4: Angepasste Leitfähigkeitsfunktion der Brooks-Corey Parametrisierung in Abhängigkeit von h_0 und K_s für $\lambda = 3$.

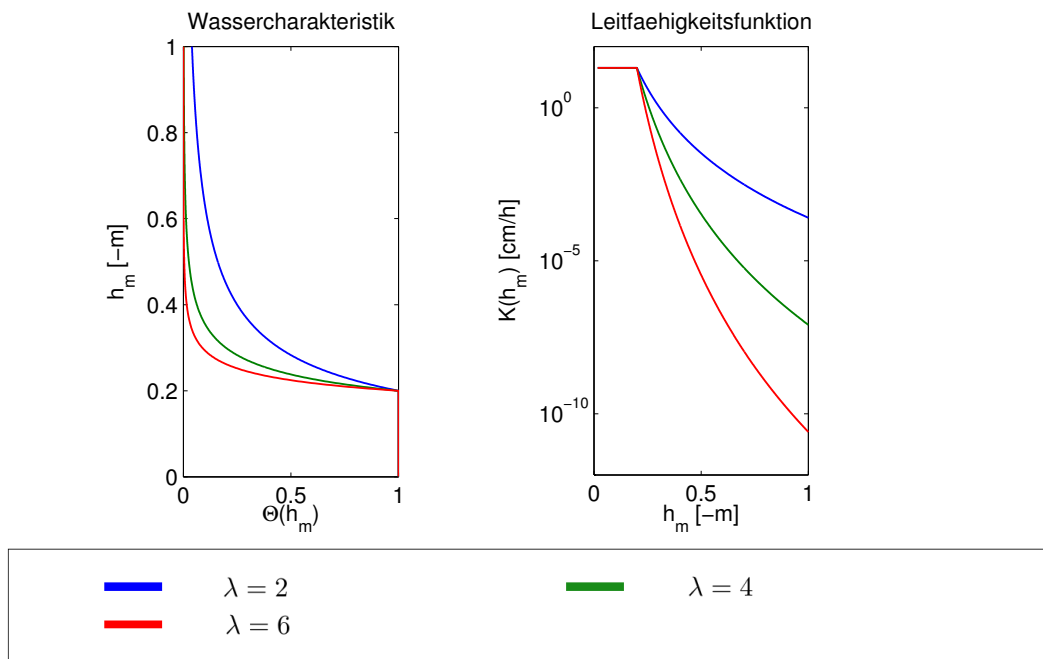


Abb. 2.5: Wassercharakteristik und Leitfähigkeitsfunktion der Brooks-Corey Parametrisierung in Abhängigkeit von λ für $h_0 = 0.2 \text{ m}$ und $K_s = 20 \text{ cm/h}$.

Vereinfachte van Genuchten Parametrisierung

In den Abbildungen 2.6 und 2.8 sind die zu der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung gehörenden Profile und Leitfähigkeitsfunktionen dargestellt. Im Gegensatz zur Brooks-Corey Parametrisierung zeigen die Kurven einen durchweg kontinuierlich gekrümmten Verlauf ohne Knick zwischen Sättigung 1 und 0. Dies macht eine Unterscheidung zwischen Kapillarsaum und Übergangsbereich im obigen Sinne nicht möglich. Da dieser jedoch Aufschluss über die größten vorhandenen Poren gibt, ist eine Definition des selbigen durchaus sinnvoll. Im weiteren Verlauf wird der Lufteintrittsbereich mit der Höhe identifiziert, an der die Sättigung unter 0.95 fällt. Da die Einführung eines genauen Wertes nicht notwendig ist für die folgende Diskussion, ist diese eher schwammige Definition durchaus ausreichend. Die Leitfähigkeitsfunktion zeigt wieder den erwarteten Abfall über mehrere Größenordnungen.

Die Parameter θ_s , θ_r und K_s besitzen die selbe Bedeutung wie in der Brooks-Corey Parametrisierung (siehe Abschnitt 2.1.4). Um die Auswirkungen des Parameters α zu sehen, kann Abbildung 2.6 herangezogen werden. Durch Verringern von α wird zum einen der Übergangsbereich schmaler, zum anderen wird der Lufteintrittsbereich herabgesetzt. Die Auswirkungen von α und h_0 im Brooks-Corey Modell sind also sehr ähnlich. Dies wird auch sofort ersichtlich, wenn man 2.20 und 2.15 vergleicht. Die Wassercharakteristik wird mit dem Faktor $\frac{1}{\alpha}$ linear skaliert. Zusätzlich macht ein kleineres α den Lufteintrittsbereich jedoch auch breiter.

Auch beim Studium der Leitfähigkeitsfunktion ist die Ähnlichkeit der Parameter sichtbar: Ein kleineres α bedeutet einen längeren Bereich, in dem die Leitfähigkeit nahezu konstant ist und einen flacheren Abfall. Auch hier ist ein Anpassen des Parameters K_s sinnvoll; mit den gleichen Näherungen wie in Abschnitt 2.1.4. Mit der groben Abschätzung der Lufteintrittsbereiche ergibt sich in Abbildung 2.7 das gleiche Verhalten wie in Abschnitt 2.1.4, Sande mit großem α besitzen zwar eine höhere gesättigte Leitfähigkeit aufgrund ihrer größeren Poren, fallen aber dann deutlich schneller ab, da schon in verhältnismäßig geringer Höhe fast keine Poren mehr mit Wasser gefüllt sind.

Die Auswirkungen des Parameters n sind in Abbildung 2.8 dargestellt. n bestimmt vor allem die Form der Wassercharakteristik. Eine Erhöhung von n schmälert den Übergangsbereich und schärft den Bereich um den Lufteintrittswert. Ein höheres n bedeutet also für den Sand eine schmalere Porenradienverteilung. Desweiteren verschiebt sich dieser nach oben, wobei hier α eine deutlich größere Veränderung hervorruft. Dieser nach oben verschobene Lufteintrittswert wird auch in der Leitfähigkeitsfunktion sichtbar, da die Funktion länger konstant bleibt. Danach fällt sie jedoch mit steigendem n deutlich schneller ab. Dies kann wie in den anderen Fällen wieder direkt aus den noch mit Wasser gefüllten Poren geschlossen werden.

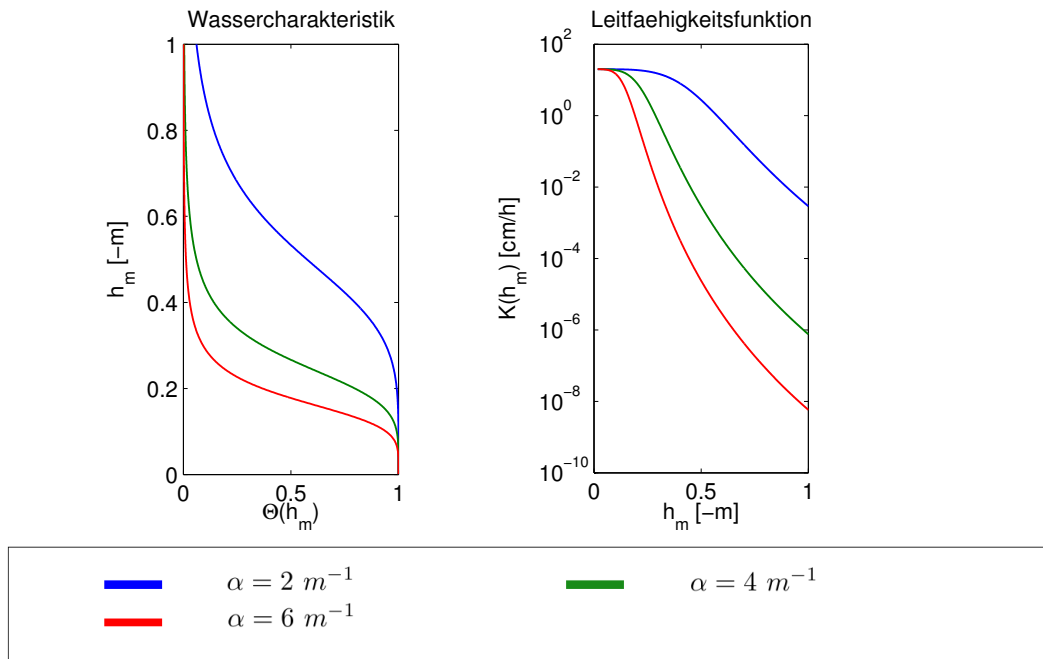


Abb. 2.6: Wassercharakteristik und Leitfähigkeitsfunktion der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung in Abhängigkeit von α für $n = 5$ und $K_s = 20 \text{ cm/h}$.

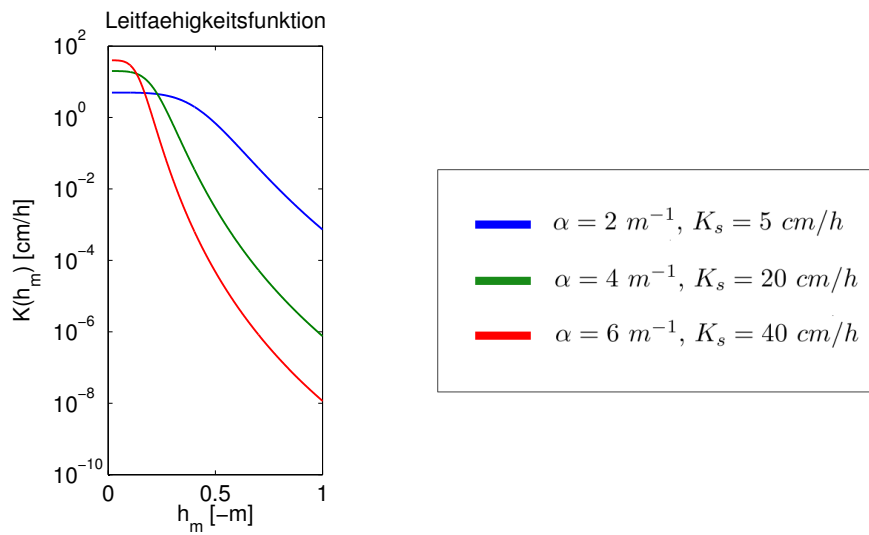


Abb. 2.7: Angepasste Leitfähigkeitsfunktion der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung in Abhängigkeit von α und K_s für $n = 5$.

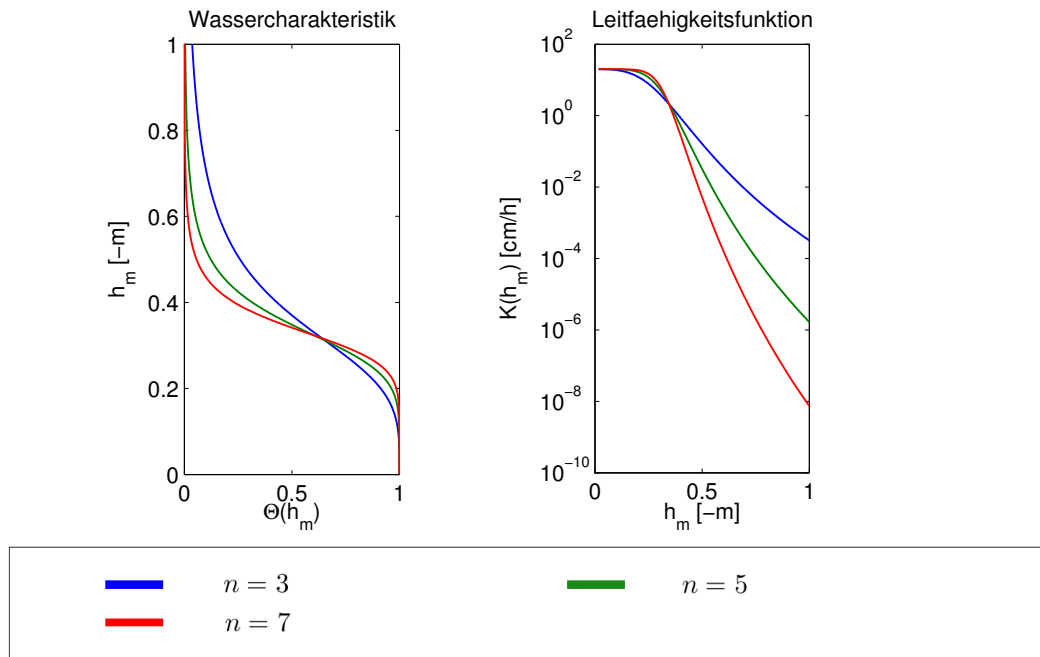


Abb. 2.8: Wassercharakteristik und Leitfähigkeitsfunktion der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung in Abhängigkeit von n für $\alpha = 3 \text{ m}^{-1}$ und $K_s = 20 \text{ cm/h}$.

Allgemeine van Genuchten Parametrisierung

Die allgemeine van Genuchten Parametrisierung besitzt zusätzlich zu den in Abschnitt 2.1.4 diskutierten Parametern noch den Parameter m . Die Grundidee der van Genuchten Parametrisierung ist die folgende: $n \cdot m$ bestimmt die Form des Übergangsbereichs zusammen mit der Skalierung durch $\frac{1}{\alpha}$. Für $n \cdot m = \text{const}$ kontrolliert n dann die Schärfe des Luftertrittsbereichs in einer Höhe von $\frac{1}{\alpha}$, wobei der Luftertritt für kleine n nach der Definition in Abschnitt 2.1.4 besser bestimmt ist. Für große n geht die allgemeine van Genuchten Parametrisierung damit in die Brooks-Corey Parametrisierung über wenn $\lambda = n \cdot m$ und $h_0 = \frac{1}{\alpha}$ gesetzt werden und ist damit zu dieser redundant. Wie in Abbildung 2.9 kann die allgemeine van Genuchten Parametrisierung also auch als kontinuierlicher Übergang zwischen der vereinfachten van Genuchten und der Brooks-Corey Parametrisierung aufgefasst werden.

Zusammenfassung und Vergleich der Parametrisierungen

Die diskutierten Parametrisierungen zeigen den Versuch, die für die Beschreibung der Hydraulik durch die Richards-Gleichung notwendigen Funktionen $\theta(h_m)$ und $K(\theta)$ durch wenige Parameter zu charakterisieren. Die Parametrisierungen beschreiben zwar alle das durch das Kapillarbündelmodell angenommene Verhalten, jedoch gibt es zwischen der vereinfachten van Genuchten und der Brooks-Corey Parametrisierung durchaus signifikante

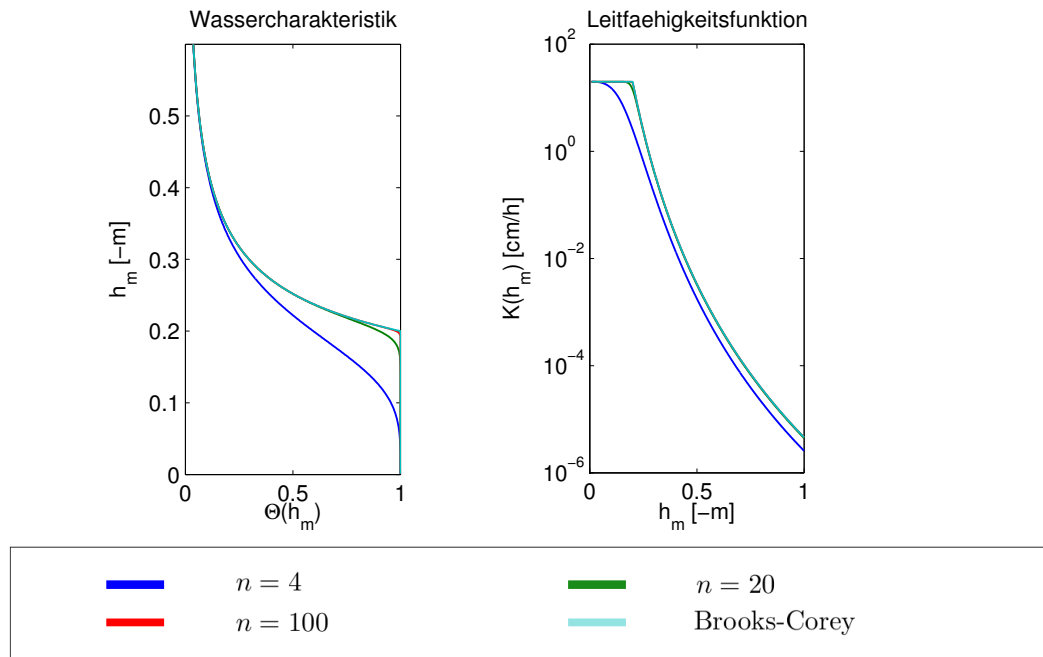


Abb. 2.9: Wassercharakteristik und Leitfähigkeitsfunktion der allgemeinen van Genuchten Parametrisierung in Abhängigkeit von n mit $n \cdot m = 3$ für $\alpha = 5 \text{ m}^{-1}$ und $K_s = 20 \text{ cm/h}$.

Unterschiede: Während die Brooks-Corey Parametrisierung von einem scharfen Luftporenbereich ausgeht, ist der Luftporenbereich in der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung breit und kontinuierlich gekrümmt. Dies wird deutlich in Abbildung 2.9. Während sich die Kurven für große Höhen und der Parameterwahl $\lambda = n - 1$ und $h_0 = \frac{1}{\alpha}$ angleichen, sind sie für den Bereich über dem Wasserspiegel deutlich unterschiedlich. Es macht also bei der Betrachtung von sandigen Böden, deren Ausdehnung von Kapillarsaum und Übergangsbereich sich nur über 1-2 m erstreckt einen signifikanten Unterschied, welche Parametrisierung gewählt wird. Die allgemeine van Genuchten Parametrisierung modelliert die Schärfe des Luftporenbereichs auf Kosten eines weiteren Parameters, was allerdings eine größere Flexibilität in diesem Bereich ermöglicht. Sie kann als kontinuierlicher Übergang zwischen den anderen beiden Parametrisierungen betrachtet werden.

2.2 Elektrodynamik

Im folgenden Abschnitt werden die für das Verständnis dieser Diplomarbeit benötigten Konzepte und Gleichungen der Elektrodynamik eingeführt. Dabei wird versucht möglichst schnell von den allgemeinen Konzepten zu einer vereinfachten Darstellung zu gelangen, die durch den hier betrachteten speziellen Fall des von einer GPR-Antenne abgestrahlten elektrischen Feldes in den Boden gegeben ist.

2.2.1 Die Maxwell-Gleichungen

Die Basis für das betrachtete System sind die Maxwell-Gleichungen in Materie

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \rho_{frei}(\mathbf{x}, t) \quad (2.22)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (2.23)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \quad (2.24)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{j}_{frei}(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}(\mathbf{x}, t) \quad (2.25)$$

mit \mathbf{E} - elektrische Feldstärke, \mathbf{D} - elektrische Flussdichte, \mathbf{B} - magnetische Flussdichte, \mathbf{H} - magnetische Feldstärke, \mathbf{j}_{frei} - freie Stromdichte, ρ_{frei} - freie Ladungsdichte. In dieser Diplomarbeit werden Felder im Boden betrachtet und da dieser typischerweise nicht magnetisierbar ist gilt

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0}, \quad (2.26)$$

wobei die magnetische Feldkonstante durch $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$ gegeben ist.

Für das Feld in der Nähe der Antenne (Nahfeld) haben ρ_{frei} und \mathbf{j}_{frei} eine große Bedeutung, da sie die Erzeugung des Feldes durch das Antennensystem beschreiben. Sie müssen zum Lösen der Maxwell-Gleichungen vorgegeben werden. Da die komplizierten Nahfeldeffekte auf die Resultate in dieser Arbeit jedoch keinen Einfluss haben soll nur die Ausbreitung im Boden in genügend großer Entfernung zur Antenne betrachtet werden (Fernfeld). Der Boden wird als neutral geladen angenommen, so dass $\rho_{frei} = 0$ gilt und \mathbf{j}_{frei} ausschließlich von der Bewegung der freien Ladungsträger im Boden erzeugt wird. Dabei gilt allgemein das Ohmsche Gesetz

$$\mathbf{j}_{frei} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.27)$$

mit der elektrischen Leitfähigkeit σ des Bodens.

2.2.2 Die elektrische Leitfähigkeit

Nach dem Drude Modell ([Drude \(1900\)](#)) gilt für die freien Ladungsträger die Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{s}(\mathbf{x}, t) + g \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{s}(\mathbf{x}, t) = \frac{q}{m} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \quad (2.28)$$

mit \mathbf{s} - Position der Ladungsteilchen, g - Dämpfungsterm, q - Ladung, n - Ladungsträgerdichte.

Die Stromdichte auf makroskopischer Ebene wiederum ist gegeben durch die Bewegung aller freien Ladungsträger, also

$$\mathbf{j}_{frei}(\mathbf{x}, t) = nq \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{s}(\mathbf{x}, t). \quad (2.29)$$

Durch Einsetzen in [2.28](#) ergibt sich

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{j}_{frei}(\mathbf{x}, t) + g \mathbf{j}_{frei}(\mathbf{x}, t) = \frac{q^2 n}{m} \mathbf{E}(\mathbf{x}, t). \quad (2.30)$$

Mit Hilfe der Fouriertransformation erhält man daraus

$$-i\omega \mathbf{j}_{\text{frei}}(\mathbf{x}, \omega) + g \mathbf{j}_{\text{frei}}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{q^2 n}{m} \mathbf{E}(\mathbf{x}, \omega) \quad (2.31)$$

und durch einen Vergleich mit 2.27 für die elektrische Leitfähigkeit

$$\sigma(\omega) = \frac{q^2 n}{m(g - i\omega)} . \quad (2.32)$$

Gerhards (2008) hat gezeigt, dass für den in dieser Arbeit betrachteten Frequenzbereich von $f < 1$ GHz der Dämpfungsterm dominiert und sich somit eine frequenzunabhängige Leitfähigkeit im Boden ergibt mit der Leitfähigkeit für stationäre Ströme

$$\sigma_0 = \frac{q^2 n}{m g} , \quad (2.33)$$

wobei diese durchaus noch vom Ort \mathbf{x} abhängen kann.

2.2.3 Die dielektrische Permittivität

Die elektrische Flussdichte ist gegeben durch

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{x}, t) \quad (2.34)$$

mit der elektrischen Feldkonstanten $\varepsilon = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ und der Polarisation \mathbf{P} , die durch das elektrische Feld induziert wird. In den meisten Fällen (insbesondere im hier relevanten Fall) gilt, dass die Auswirkung der elektrischen Feldstärke (Response) auf die Polarisation linear ist. Da sie jedoch nicht zwingend instantan sein muss, gilt

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^t R(\mathbf{x}, t - t') \mathbf{E}(\mathbf{x}, t') dt' \quad (2.35)$$

wobei R die Responsefunktion darstellt.

Da eine Faltung im Zeitbereich einem Produkt im Frequenzbereich entspricht ergibt sich

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}, \omega) = \chi(\mathbf{x}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{x}, \omega) \quad (2.36)$$

mit der elektrischen Suszeptibilität χ als Fouriertransformation von R . Setzt man dies nun im Frequenzbereich in 2.34 ein ergibt sich

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}, \omega) = \varepsilon_0 (1 + \chi(\mathbf{x}, \omega)) \mathbf{E}(\mathbf{x}, \omega) = \varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{x}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{x}, \omega) , \quad (2.37)$$

wobei $\varepsilon(\mathbf{x}, \omega) := 1 + \chi(\mathbf{x}, \omega)$ definiert ist als die relative dielektrische Permittivität. Im Folgenden wird sie meist kurz als Permittivität bezeichnet.

Im Allgemeinen ist ε frequenzabhängig und komplex. In Gerhards (2008) wurde jedoch gezeigt, dass für den hier betrachteten Fall von $f < 1$ GHz die Permittivität für den Boden als reell und frequenzunabhängig angenommen werden kann und somit nur noch vom Ort \mathbf{x} abhängt.

2.2.4 Die CRIM Formel

Um die Maxwellgleichungen lösen zu können, müssen die Funktionen $\varepsilon(\mathbf{x})$ und $\sigma(\mathbf{x})$ gegeben sein. Diese hängen ab von den drei im Boden vorhandenen Phasen Bodenmatrix, Luft und Wasser. Während die Leitfähigkeit in dieser Arbeit vernachlässigt wird, kommt $\varepsilon(\mathbf{x})$ eine entscheidende Bedeutung zu.

Die resultierende Permittivität kann im Allgemeinen eine sehr komplizierte Funktion der vorhandenen Menge der einzelnen Phasen sein. Da in diesem Fall jedoch die Wechselwirkung der Phasen untereinander vernachlässigt werden kann, ist eine Beschreibung durch ein einfaches Mischungsmodell möglich, das Complex Refractive Index Model (CRIM, Roth *et al.* (1990))

$$\sqrt{\varepsilon(\mathbf{x})} = \theta(\mathbf{x})\sqrt{\varepsilon_{Wasser}} + (\phi(\mathbf{x}) - \theta(\mathbf{x}))\sqrt{\varepsilon_{Luft}} + (1 - \phi(\mathbf{x}))\sqrt{\varepsilon_{Matrix}} . \quad (2.38)$$

Dabei wird im Folgenden $\alpha = 0.5$, $\varepsilon_{Wasser} \approx 80$, $\varepsilon_{Luft} \approx 1$ und $\varepsilon_{Matrix} \approx 5$ angenommen. Durch die Formel wird also die Verbindung der örtlichen Wassergehaltsverteilung $\theta(\mathbf{x})$ mit der Permittivität $\varepsilon(\mathbf{x})$ hergestellt. $\Phi(\mathbf{x})$ (im Folgenden immer durch $\Phi = \theta_s$ angenähert) variiert dabei nur makroskopisch, also beispielsweise beim Vorhandensein mehrerer Sandschichten.

Mit den dadurch bekannten Materialeigenschaften und den für das Antennensystem zu spezifizierenden Funktionen ρ_{frei} und \mathbf{j}_{frei} im Bereich der Antenne können nun also die Maxwell-Gleichungen für das vorliegende Problem gelöst werden, was in dieser Arbeit mit Hilfe eines numerischen Lösers geschieht (siehe Abschnitt 2.4.3). Um trotzdem ein grundlegendes Verständnis für die Ausbreitung des Signals und dessen Reflexion im Boden zu bekommen, sollen diese Konzepte im Folgenden kurz beschrieben werden.

2.2.5 Ausbreitung von Wellen im Boden

Ausgangspunkt der Betrachtung der Ausbreitung im Fernfeld ist die Telegraphengleichung, die sich aus den Maxwellgleichungen (2.22-2.25) für $\rho_{frei} = 0$ und dem Ohmschen Gesetz (2.27) ergibt:

$$\left(\Delta - \mu_0\varepsilon_0\varepsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu_0\sigma_0\frac{\partial}{\partial t}\right)\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = 0 . \quad (2.39)$$

Diese Gleichung kann durch den Ansatz

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)} \quad (2.40)$$

gelöst werden.

Durch Einsetzen in 2.39 wird deutlich, dass die Gleichung nur lösbar ist wenn die Dispersionsrelation

$$|\mathbf{k}|^2 = \left(\varepsilon + i\frac{\sigma_0}{\omega\varepsilon_0}\right)\frac{\omega^2}{c_0^2} = n^2\frac{\omega^2}{c_0^2} \quad (2.41)$$

erfüllt ist, wobei $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist und

$$n := \sqrt{\varepsilon + i\frac{\sigma_0}{\omega\varepsilon_0}} = n_R + i n_I \quad (2.42)$$

als der komplexe Brechungsindex definiert ist.

Aufgrund der Linearität der Maxwell-Gleichungen kann jede Lösung durch eine Superposition von 2.40 mit verschiedenen Frequenzen ausgedrückt werden, wobei die einzelnen Frequenzkomponenten jeweils die Dispersionsrelation erfüllen müssen. Dadurch ist insbesondere auch eine Betrachtung der einzelnen Frequenzanteile möglich, da keine Energie zwischen den Frequenzkomponenten übertragen wird. Von dieser Möglichkeit wird im weiteren Verlauf der Diplomarbeit mehrfach Gebrauch gemacht. Im Folgenden reicht also die Betrachtung von 2.40 bei fester Frequenz aus.

Um die Auswirkung von ε und σ zu zeigen, werden diese örtlich konstant gesetzt und o.B.d.A. die Ausbreitungsrichtung in x-Richtung festgelegt ($k_x = k$ und $k_y = k_z = 0$). Es ergibt sich

$$\mathbf{E}(x, t) = \mathbf{E}_0 e^{i\omega(\frac{n_R}{c_0} x - t)} e^{-\frac{\omega n_I}{c_0} x}, \quad (2.43)$$

was einer gedämpften ebenen Welle entspricht. Der Realteil des Brechungsindex bestimmt dabei die Ausbreitungsgeschwindigkeit $v = \frac{c_0}{n_R}$ und der Imaginärteil die Dämpfung der Welle.

Durch Auflösen von 2.42 ergibt sich

$$n_R = \sqrt{\frac{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 + \frac{\sigma_0^2}{\omega^2 \varepsilon_0^2}}}{2}} \quad \text{und} \quad n_I = \sqrt{\frac{-\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 + \frac{\sigma_0^2}{\omega^2 \varepsilon_0^2}}}{2}}. \quad (2.44)$$

Für den Fall einer dominierenden Permittivität $\varepsilon \gg \frac{\sigma_0}{\omega \varepsilon_0}$ ergibt sich

$$n_R = \sqrt{\varepsilon} \quad \text{und} \quad n_I = \frac{\sigma_0}{2\omega \varepsilon_0 \sqrt{\varepsilon}}. \quad (2.45)$$

Daraus erhält man

$$\mathbf{E}(x, t) = \mathbf{E}_0 e^{i\omega(\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c_0} x - t)} e^{-\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0 c_0 \sqrt{\varepsilon}} x}. \quad (2.46)$$

Die Welle wird also durch die Leitfähigkeit frequenzunabhängig gedämpft, während die Permittivität die Ausbreitungsgeschwindigkeit und somit die Laufzeit der Welle bestimmt. Wie schon erwähnt, wird in dieser Arbeit die Leitfähigkeit vernachlässigt, da sie nur eine frequenzunabhängige Dämpfung zur Folge hat und deshalb die Ergebnisse nicht signifikant beeinflusst.

2.2.6 Reflexion an einem variablen Permittivitätsprofil

Für eine saubere mathematische Behandlung der Reflexion an einem variablen Permittivitätsprofil sei auf [Kristensson and Krueger \(1986\)](#) verwiesen. Da später die Maxwellgleichungen direkt gelöst werden, ist das Betrachten dieser Theorie jedoch auch nicht nötig. Im Folgenden soll nur die Idee dahinter vermittelt werden, um das Verständnis in späteren Kapiteln zu erleichtern. Zuerst wird die Reflexion einer von oben einfallenden Welle an einer senkrechten Unstetigkeit der Permittivität von ε_1 nach ε_2 betrachtet. Nach den Fresnelschen Formeln gilt für den Reflexionskoeffizienten bei Vernachlässigung der Leitfähigkeit

$$r = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2} - \sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2} + \sqrt{\varepsilon_1}}. \quad (2.47)$$

Dabei ist r frequenzunabhängig, jede Frequenzkomponente wird im gleichen Maße reflektiert. Desweiteren gibt es bei der Reflexion einen Phasensprung um π , wenn $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$. Der Transmissionskoeffizient ist gegeben durch

$$t = \frac{2n_2}{n_2 + n_1} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_2} + \sqrt{\varepsilon_1}}. \quad (2.48)$$

Den Fall eines variablen Permittivitätsprofils kann man sich nun als Aneinanderreihung infinitesimal großer Schichten mit jeweils gegebener Permittivität vorstellen (Abbildung 2.10). An jeder Schichtgrenze wird ein Teil der einfallenden Welle reflektiert, der andere Teil transmittiert. Interessant ist dann das insgesamt vom Profil reflektierte Signal, welches von der Frequenz der einfallenden Welle abhängt. Dies kann anschaulich gemacht werden, indem man das frequenzabhängige Verhältnis der Intensitäten

$$R(\omega) = \frac{I_r(\omega)}{I_{ein}(\omega)} = \frac{|E_r(\omega)|^2}{|E_{ein}(\omega)|^2} \quad (2.49)$$

betrachtet.

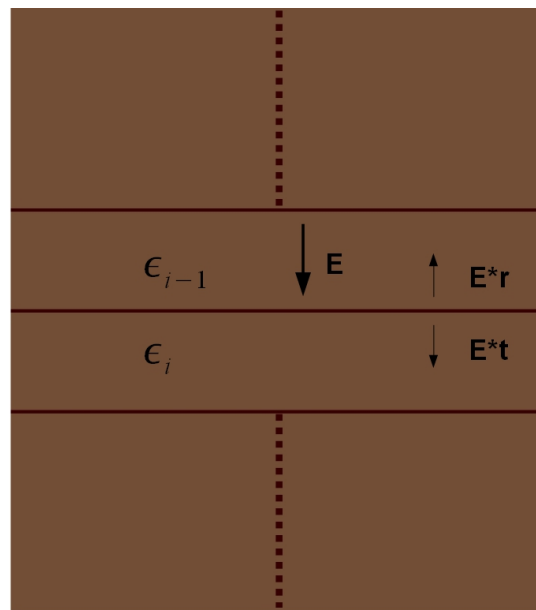


Abb. 2.10: Prinzip des Schichtenmodells

2.3 Grundlagen der Inversion

Da in dieser Arbeit auch die Benutzung der erarbeiteten Erkenntnisse für eine Parameterschätzung durch Inversion diskutiert werden soll, wird in diesem Kapitel die Grundidee dieses Konzeptes eingeführt. Dabei wird vor allem beleuchtet, welche Eigenschaften das benutzte Modell besitzen sollte, um eine stabile und eindeutige Inversion zu ermöglichen. Ziel der Inversion ist dabei die Schätzung der hydraulischen Parameter nach den in

Abschnitt 2.1.4 eingeführten Parametrisierungsmodellen, weshalb auf diese an gegebener Stelle Bezug genommen wird, um den jeweiligen Sachverhalt eingängiger zu erläutern. Am Ende des Abschnittes folgt dann noch die kurze Einführung des Levenberg-Marquardt Algorithmus, der in Kapitel 5 zur Inversion der synthetischen Daten benutzt wird.

2.3.1 Grundidee der Inversion

Ein Grundanliegen der Physik ist die Beschreibung der Wirklichkeit durch Modelle. Ziel ist dabei die Vorhersage der Wirklichkeit, indem die Randbedingungen und Eigenschaften des Problems in das dazugehörige Modell eingegeben werden. Im Falle der Hydraulik in der ungesättigten Zone wäre das Modell die Richardsgleichung, um beispielsweise die Infiltration in einen Boden nach einem starken Niederschlag vorherzusagen. Die Randbedingungen wären hier ein durch den Niederschlag gegebener Fluss und ein Potential, das vom Grundwasserspiegel vorgegeben wird. Die Eigenschaften des Bodens werden durch die, je nach Parametrisierungsmodell verschiedenen, hydraulischen Parameter festgelegt. In der Regel sind diese Parameter jedoch nicht bekannt. Um sie bestimmen zu können, wird auf das Konzept der Inversion zurückgegriffen, welches aus aufgenommenen Messdaten die Parameter schätzt, mit deren Hilfe das Modell die Messdaten am besten reproduziert werden können. Dieses Konzept wird im Folgenden detailliert erläutert.

Das Grundkonzept der Inversion ist in Abbildung 2.11 gezeigt. Um eine Inversion durchführen zu können, müssen die Randbedingungen des Problems gegeben sein. Diese führen zum einen zu einer Messung, zum anderen können sie in einem Modell verwendet werden, welches versucht, die Messergebnisse vorherzusagen. Dieses Modell benötigt ebenfalls Parameter, welche a priori unbekannt sind. Zum Start der Inversion werden die zu bestimmenden Parameter in einem realistischen Rahmen gewählt. Eine gute Schätzung beschleunigt hier natürlich die Inversion, sollte aber nicht zwingend nötig sein. Die Parameter dienen nun zusammen mit den Randbedingungen als Input für das Modell, welches damit die Messergebnisse vorhersagt. Diese Vorhersage wird nun mit den realen Daten durch einen Algorithmus verglichen. In der Regel erfüllt die Vorhersage nicht die notwendigen Übereinstimmungskriterien, der Algorithmus schlägt also neue Parameter vor, die die Modellvorhersage verbessern sollen. Diese Parameter dienen dann wieder als Input für das Modell und die zugehörige Vorhersage. Dieser iterative Vorgang wird so lange wiederholt, bis die Modellvorhersage die geforderte Übereinstimmung besitzt. Der Algorithmus gibt daraufhin diese Parameter als die zu diesem Problem optimal passenden heraus.

Die berechtigte Hoffnung ist nun natürlich, dass diese Parameter auch bei abgewandelten Problemen und Randbedingungen eine Vorhersage erlauben. Im hier relevanten Fall bedeutet dies, dass einmal bestimmte hydraulische Bodenparameter alle in diesem Boden stattfindenden hydraulischen Ereignisse näherungsweise vorhersagen können.

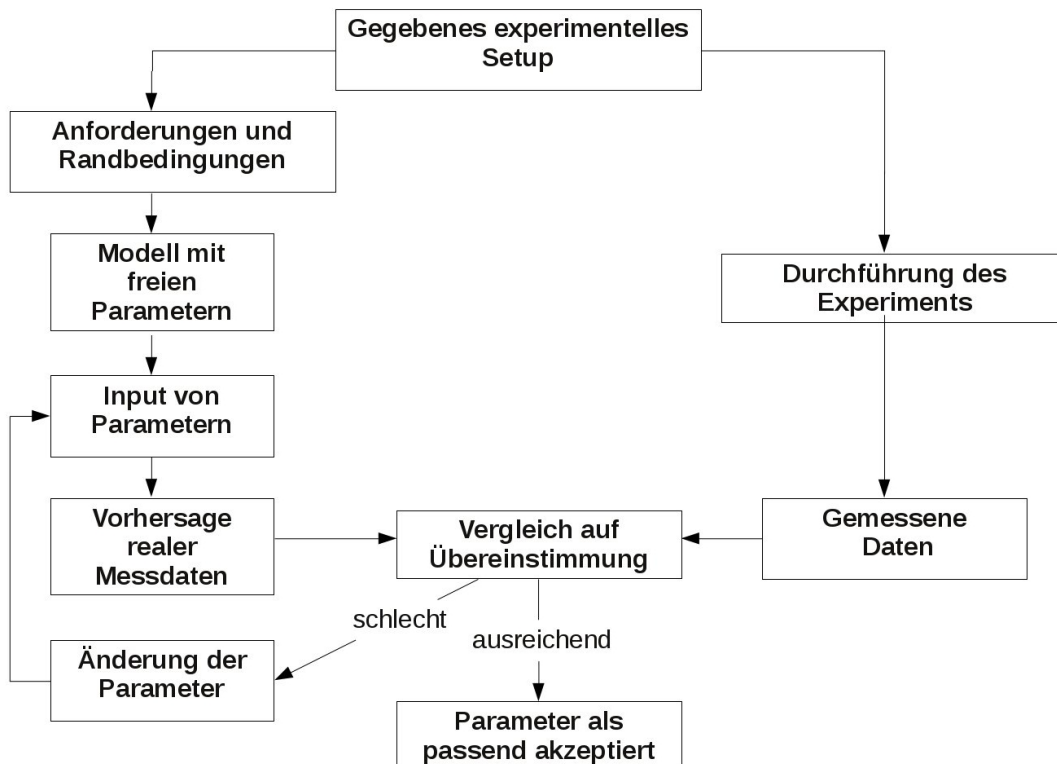


Abb. 2.11: Grundidee der Inversion

2.3.2 Direkte und indirekte Information

Die für die Inversion auf die Parameter benutzten Daten können bezogen auf das Problem direkt oder indirekt sein.

Direkte Information: Die Messdaten sind die einer Observablen des Modells, welches von den Parametern charakterisiert wird. Im Fall der Vorhersage der Hydraulik durch die Bodenparameter ist dies beispielsweise der kumulative Ausfluss bei einem MSO Experiment oder eine höhenabhängige Wassergehaltsmessung in einem Sandprofil.

Indirekte Information: Die Daten messen keine Observable des eigentlich interessanten Modells, sondern folgen indirekt, durch die Einführung eines Übergangsmodells daraus. Ein Beispiel dafür sind die in dieser Arbeit diskutierten GPR Signale. Ziel ist die Bestimmung der Bodenparameter zur Vorhersage der Hydraulik. Gemessen wird jedoch das Reflexionssignal, welches nicht direkt die Hydraulik widerspiegelt, sondern nur eine Folgerung aus dieser aufgrund der in Abschnitt 2.2 diskutierten Verbindung von Wassergehalt und elektrischen Eigenschaften ist.

2.3.3 Voraussetzungen für eine stabile Inversion

In diesem Abschnitt wird zusammengetragen, welche Eigenschaften ein Inversionsmodell besitzen sollte, um eine stabile und eindeutige Inversion der gesuchten Parameter zu ermöglichen. Auf diese Eigenschaften soll dann im weiteren Verlauf dieser Arbeit die vorgestellte Betrachtung des Reflexionssignals untersucht werden.

Wahl des richtigen Modells

Im betrachteten Fall wird die Richards-Gleichung als bestmögliche Beschreibung der Hydraulik im Boden angesehen. Für die Parametrisierung des Boden, einer Voraussetzung zum Lösen der Richards-Gleichung, gibt es jedoch, wie in Abschnitt 2.1.4 eingeführt, mehrere Möglichkeiten. Diese zeigen erkennbare Unterschiede, was wiederum die Vermutung nahe legt, dass manche Böden besser durch die eine, andere Böden besser durch eine andere Parametrisierung beschrieben werden. Dementsprechend sollte das Modell nach Möglichkeit angepasst werden. Dieser Sachverhalt erhält bei der Verwendung von indirekter Information noch einmal besondere Priorität, da es durchaus möglich ist, dass die Hydraulik zwar von allen Parametrisierungen näherungsweise beschrieben werden kann, die indirekte Information jedoch jeweils signifikante Unterschiede aufweist. Da die Verwendung von indirekter Information unter Umständen keine Kontrolle über die im Hintergrund ablaufende Hydraulik erlaubt, kann dies zu gravierenden Fehlern bei der Bestimmung der Parameter führen.

Parameter beeinflussen Vorhersage

Jeder Parameter muss die Vorhersage signifikant beeinflussen, um eine Schätzung desselben zu ermöglichen. Dieser im ersten Moment triviale Schluss sollte nicht unerwähnt bleiben. Ein leicht verständliches Beispiel dafür:

Es sollen die hydraulischen Parameter eines Sandes mit Hilfe von Wassergehaltsmessungen in verschiedenen Höhen gemessen werden. Solange ein stationäres Profil gemessen wird, hat die gesättigte Leitfähigkeit K_s keinen Einfluss auf die Vorhersage der Wassergehaltsverteilung, sie kann also nicht geschätzt werden. Es muss stattdessen ein transientes Ereignis betrachtet werden, z.B. die zeitliche Veränderung der Wassergehalte bei einem Regenevent.

Es sollte also zuerst mit synthetischen Daten untersucht werden, ob jeder Parameter einen signifikanten Einfluss auf die in der Inversion benutzte Vorhersage hat. Dies gilt insbesondere für indirekte Methoden, bei denen die Auswirkungen der Parameter nicht so direkt einsehbar sind wie im erwähnten Beispiel.

Korrelation

Die oben beschriebene Forderung kann noch erweitert werden. Die Parameter sollten nicht nur signifikanten, sondern auch unterscheidbaren Einfluss auf die Modellvorhersage haben.

Ein Maß dafür ist die Korrelation zwischen verschiedenen Parametern. Sind zwei Parameter stark miteinander korreliert, so bedeutet dies, dass sie einen vergleichbaren Einfluss

auf die Modellvorhersage haben. Dies erschwert eine eindeutige Bestimmung der Parameter, da womöglich verschiedene Kombinationen ähnlich gute Übereinstimmung mit den Messdaten liefern. In diesem Fall sollte versucht werden, das Modell bzw. die betrachteten Messdaten so zu erweitern, dass die Korrelation teilweise aufgehoben wird.

2.3.4 Levenberg-Marquardt Algorithmus

Im Folgenden soll kurz der in Kapitel 4 zur Inversion benutzte Levenberg-Marquardt Algorithmus vorgestellt werden. Für eine Herleitung und detailliertere Informationen sei z.B. auf [Press et al. \(1986\)](#) verwiesen.

Zum Vergleich der Messwerte mit den Modelldaten wird die Summe der quadratischen Abweichungen betrachtet, skaliert mit der jeweiligen Standardabweichung der Messwerte. Für N Messwerte und M zu schätzende Parameter ergibt sich

$$\chi^2(a_1, a_2, \dots, a_M) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y_i - f_i(a_1, a_2, \dots, a_M)}{\sigma_i} \right]^2 \quad (2.50)$$

mit den Messdaten y_i , den von den zu schätzenden Parametern a_1, a_2, \dots, a_M abhängigen Modelldaten $f_i(a_1, a_2, \dots, a_M)$ und den dazugehörigen Standardabweichungen σ_i .

Ziel des Inversionsalgorithmus ist nun, χ^2 zu minimieren. Dies geschieht durch iterative Änderung der Parameter um δa_l , bis ein vorher festgelegtes Kriterium für χ^2 erfüllt wird. Eine Möglichkeit zur Berechnung von δa_l ergibt sich durch die Steepest-Descent Methode, in der die Änderung der Parameter proportional zum negativen Gradienten von χ^2 ist, also

$$\delta a_l = c \cdot \beta_l \quad (2.51)$$

mit

$$\beta_l = -\frac{1}{2} \frac{\partial \chi^2}{\partial a_l} \quad (2.52)$$

und noch zu wählender Proportionalitätskonstanten c . Diese Methode zeichnet sich durch eine hohe Stabilität, aber langsame Konvergenz aus.

Eine deutlich schnellere Konvergenz auf Kosten der Stabilität erhält man durch die Gauß-Newton Methode, die sich aus der analytischen Minimierung von χ^2 ergibt, angenähert durch eine Taylorreihe bis zum linearen Term. δa_l ergibt sich dann aus der Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\sum_{k=1}^M \alpha_{kl} \delta a_l = \beta_k \quad (2.53)$$

mit

$$\alpha_{kl} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \alpha_k \partial \alpha_l} \quad (2.54)$$

Der Levenberg-Marquardt Algorithmus führt nun beide Methoden zusammen, δa_l ergibt sich aus dem linearen Gleichungssystem

$$\sum_{k=1}^M \alpha'_{kl} \delta a_l = \beta_k \quad (2.55)$$

mit

$$\begin{aligned}\alpha'_{jj} &\equiv \alpha_{jj}(1 + \lambda) \\ \alpha'_{jk} &\equiv \alpha_{jk} .\end{aligned}\tag{2.56}$$

Für kleine λ geht 2.55 in 2.53 über. Für große λ ergibt sich

$$\lambda\alpha_{ll}\delta a_l = \beta_l ,\tag{2.57}$$

was 2.52 entspricht mit

$$c = \frac{1}{\lambda\alpha_{ll}} .\tag{2.58}$$

Dies ermöglicht, durch die Skalierung mit α_{ll} , große Schritte bei einem flachen Gradienten und fordert kleine Schritte bei einem großen Gradienten.

Die Größe von λ wird während der Iteration angepasst: Führt ein Iterationsschritt zu einer Verkleinerung von χ^2 , so wird λ verkleinert, um durch eine Verschiebung hin zur Gauss-Newton Methode die Konvergenzgeschwindigkeit zu erhöhen. Führt ein Iterationsschritt dagegen zu keiner Verbesserung, wird λ erhöht, die Verschiebung zur Steepest-Descent Methode soll die Konvergenz sichern.

2.4 Methoden

In diesem Abschnitt soll ein Überblick über die in dieser Arbeit benutzten Methoden, hauptsächlich über die zur Simulation benötigten Programme gegeben werden. Dabei liegt der Fokus auf der problembedingten Benutzung.

Zu Beginn wird eine kurze Erläuterung des Georadars (GPR) gegeben, da dessen Benutzung simuliert werden soll. Anschließend werden die beiden für die Arbeit benutzten Simulationsprogramme, Muphi (zur Simulation der Hydraulik) und Meep (zur Simulation der Elektrodynamik), vorgestellt.

2.4.1 Das Georadar

Das Georadar bzw. Ground Penetrating Radar (GPR) ist im Allgemeinen ein System von Sender- und Empfangs-Antennen. Das durch den Sender ausgesendete Signal wird nach Wechselwirkung mit der Umgebung von der Empfangsantenne zeitabhängig detektiert, es werden sogenannte Traces aufgenommen, welche wiederum durch Aneinanderreihen zu einem Radargramm zusammengefasst werden. Dieses besteht typischerweise aus mehreren, möglicherweise überlappenden Signalen mit verschiedenen Ursachen. Bei den in dieser Arbeit verwendeten GPR-Systemen handelt es sich um on-ground GPR, da Sender und Empfangsantenne direkt über dem Boden angebracht sind. Die Systeme bestehen aus ein oder mehrerer Antennenboxen, die jeweils eine abgeschirmte Sender- und eine Empfangsantenne enthalten. Die jeweilige Kombination aus Sender und Empfänger, auch zwischen verschiedenen Antennenboxen, wird als Kanal bezeichnet. In dieser Arbeit liegt das Hauptaugenmerk auf den internen Kanälen, also der kürzesten Kombination aus Sender und Empfänger. Dies entspricht der Annahme eines nahezu senkrechten Einfalls

des Signals zum Boden und minimiert eventuelle Brechungseffekte, da die aus der variablen Wasserverteilung resultierende Reflexion untersucht werden soll. Die Antennen sind Schmetterlingsantennen, deren Signal vergleichbar mit dem einer Dipolantenne ist. Die Senderantennen senden ein Wavelet mit angegebener Hauptfrequenz aus.

Für genauere Informationen zu on-ground GPR-Systemen und deren Anwendungen sei hier auf [Gerhards \(2008\)](#) verwiesen.

2.4.2 Muphi

Zur Simulation der Hydraulik im Boden wird das von Olaf Ippisch geschriebene Programm Muphi verwendet. Muphi ist ein Softwarepaket zur numerischen Lösung der Richardsgleichung mit Hilfe des Finite-Volumen-Verfahrens. Da keine Veröffentlichung zur Benutzung von Muphi existiert beruht die Verwendung auf persönlicher Kommunikation. Das Programm wird außerdem beispielsweise in [Ippisch *et al.* \(2006\)](#) verwendet. Im Folgenden wird der für die Problemstellung relevante Input diskutiert.

Da in den in dieser Arbeit betrachteten Problemen nur Variabilität in z-Richtung angenommen wird, ist eine 1D Behandlung ausreichend, was auch für die hohe Auflösung von 0.002 m eine kurze Rechenzeit garantiert. Die Auflösung ist so gewählt, dass sie stets deutlich über der in Meep (siehe Abschnitt 2.4.3) verwendeten liegt, damit die eigentliche Auflösung des Problems nur durch dieses bestimmt ist.

Zur Simulation sind ebenfalls die Randbedingungen am oberen und unteren Rand nötig, wobei am oberen Rand stets die Neumannbedingung $j = 0$ und die am unteren Rand je nach Setup verschieden gesetzt wird. Die Startbedingung ist ein stationäres Profil mit festgelegtem Wasserspiegel.

Als Parametrisierungen stehen die Brooks-Corey und die vereinfachte van Genuchten Parametrisierung zur Verfügung. Deshalb werden Betrachtungen der allgemeinen van Genuchten Parametrisierung nur im stationären Fall, in dem das Profil durch eine Funktion errechnet werden kann, durchgeführt. Die Geometrie sowie die Schichtung mehrerer Sande und das Festlegen der Parameter wird je nach Setup und Problemstellung erläutert. Um Muphi mit Meep zu verbinden, wird die Ausgabe des Wassergehaltsprofils $\theta(z, t)$ benutzt, welches mit Hilfe der CRIM-Formel 2.38 und dem jeweils passenden θ_s in ein Permittivitätsprofil $\varepsilon(z, t)$ umgerechnet wird.

2.4.3 Meep

Meep ist ein Softwarepaket zur numerischen Lösung der Maxwellgleichungen mit Hilfe des FDTD-Verfahrens. Für genauere Informationen zu Meep sei auf [Oskooi *et al.* \(2010\)](#) verwiesen. An dieser Stelle soll nur auf die Umsetzung des Problems, der Simulation des GPR-Systems eingegangen werden.

Je nach Problemstellung kann Meep im 1D, 2D oder 3D Modus betrieben werden. Die Geometrie ist je nach Problemstellung zu wählen, besitzt jedoch an jedem Seitenrand ein 0.5 m breites PML (perfectly matched layer), um unerwünschte Reflexionen von diesen zu unterbinden und so ein unendlich ausgedehntes Gebiet zu simulieren. Der Ursprung des Koordinatensystems befindet sich in der linken unteren Ecke. Aus Gründen der Konsistenz wird je nach Dimensionalität (z), (x, z) oder (x, y, z) betrachtet. Die örtliche Auflö-

sung muss je nach beteiligtem Frequenzbereich so gewählt werden, dass Probleme durch numerische Dispersion minimiert werden und eine gute Auflösung der Permittivitätsverteilung garantiert wird. Dabei gilt: Je höher die beteiligten Frequenzen, desto höher muss die örtliche Auflösung sein. Sie liegt in dieser Arbeit je nach benutztem Signal zwischen 0.005 m und 0.0025 m.

Die dielektrischen Eigenschaften werden durch Vorgabe von $\varepsilon(\mathbf{x})$ und $\sigma(\mathbf{x})$ bestimmt, wobei wie in Abschnitt 2.2 erwähnt $\sigma = 0$ gesetzt wird, da dies keinen Einfluss auf die grundsätzlichen qualitativen Ergebnisse hat. Für Luft wird $\varepsilon = 1$ gesetzt, die Permittivitätsverteilung $\varepsilon(z)$ des Bodens ist, wie in Abschnitt 2.4.2 beschrieben, durch den Wassergehalt eingesetzt in die CRIM-Formel bestimmt. Die Verteilung wird dabei als konstant in x- und y-Richtung betrachtet. Bei zeitlich variablem $\varepsilon(z, t)$ muss für jeden Zeitpunkt t eine separate Simulation durchgeführt werden.

Die GPR Sendeantenne ist durch einen Punktdipol repräsentiert, dessen Anregungsstrom so gewählt ist, dass er im Fernfeld zu einem Ricker-Wavelet mit wählbarer Hauptfrequenz f und Polarisation führt. Dabei ist zu beachten, dass dieses Signal je nach Dimensionalität variiert (Abbildung 2.12). Ebenso ist zu beachten, dass die Frequenz, bei der das Spektrum maximal wird, nicht bei f liegt sondern etwas größer ist. Der Empfänger ist durch den Punkt repräsentiert, an dem das Feld zeitabhängig ausgelesen wird (die Trace) bis zu einer vorgegebenen Zeit T . Die minimale Zeitauflösung ist dabei durch die örtliche Auflösung begrenzt. Es kann ebenfalls die Polarisation des ausgelesenen Feldes gewählt werden. Im Folgenden wird jedoch immer die Polarisation des Sendersignals benutzt.

2.4.4 Berechnung des Energiespektrums

Um die Daten zu interpretieren, kann zusätzlich zum jeweils interessanten Reflexionssignal im Zeitbereich das zugehörige Energiespektrum betrachtet werden.

Das Spektrum einer Trace mit N Punkten h_0, h_1, \dots, h_{N-1} erhält man durch eine diskrete Fourier-Transformation der Form

$$H_n = \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{2\pi i k n / N} \quad n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} \quad (2.59)$$

mit den komplexen Fourierkomponenten H_n , welche mit einer Fast Fourier Transformation bestimmt werden kann (siehe [Press et al. \(1986\)](#)). Die Verbindung zur jeweils betrachteten Frequenzkomponente ergibt sich aus

$$H(f_n) \approx \Delta \cdot H_n \quad f_n = \frac{n}{N\delta} \quad (2.60)$$

mit dem Samplingintervall Δ , welches der Zeitauflösung entspricht. Eine direkte Folgerung daraus ist, dass die Frequenzauflösung

$$\Delta f = \frac{1}{N\Delta} = \frac{1}{T} \quad (2.61)$$

nur abhängig von der Gesamtzeit T der Trace ist.

Das Energiespektrum ergibt sich dann aus

$$E(f_n) \propto |H(f_n)|^2 \propto |H_n|^2 \quad (2.62)$$

Da keine absoluten Werte diskutiert werden, wird im Folgenden immer

$$S(f_n) = |H_n|^2 \tag{2.63}$$

berechnet und als Energiespektrum oder Spektrum bezeichnet.

Um nur das Energiespektrum eines Reflexionssignal betrachten zu können, muss der nicht zum Signal gehörende Teil der Trace 0 gesetzt werden. Dies wird durch Multiplikation mit einer Mutingfunktion durchgeführt die 1 im gewünschten Bereich, in einem gewählten Übergangsbereich mit einer Kosinusfunktion gegen 0 geht (um nicht näher diskutierte Randeffekte zu minimieren) und für den Rest der Trace ebenfalls gleich 0 ist. Dabei sollte sich zum einen kein signifikanter Teil eines anderen Signals im Mutingbereich befinden und zum anderen kein signifikanter Teil des Signals außerhalb des Mutingbereichs liegen, da das Spektrum sonst verfälscht wird.

Um die Auflösung des Frequenzspektrums zu erhöhen, werden im Folgenden an das Ende der Trace Nullen angehängt. Diese Methode ist durch [2.61](#) leicht zu verstehen. Die Voraussetzung um diese Methode durchführen zu dürfen ist, dass sicher argumentiert werden kann, dass kein Teil des betrachteten Reflexionssignals nach der betrachteten Zeit T am Empfänger eintrifft. Da dies jedoch schon implizit durch Benutzen der Mutingfunktion angenommen werden muss, erfordert dies keine weitere Diskussion.

Die verwendeten Schritte bei der Simulation und Aufbereitung der Daten sind noch einmal in [Abbildung 2.13](#) zusammengefasst.

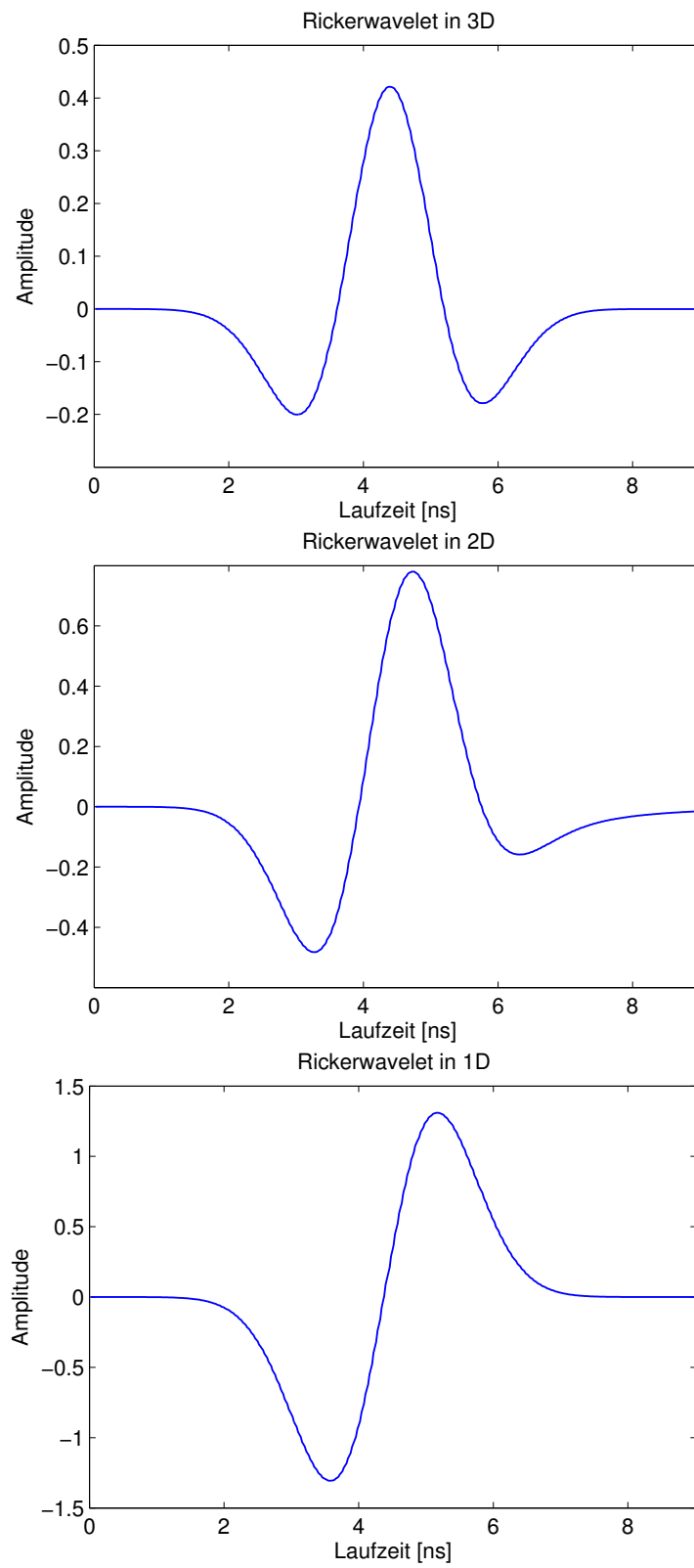


Abb. 2.12: Resultierendes Rickerwavelet im Fernfeld für verschiedene Dimensionalitäten und $f = 200$ MHz

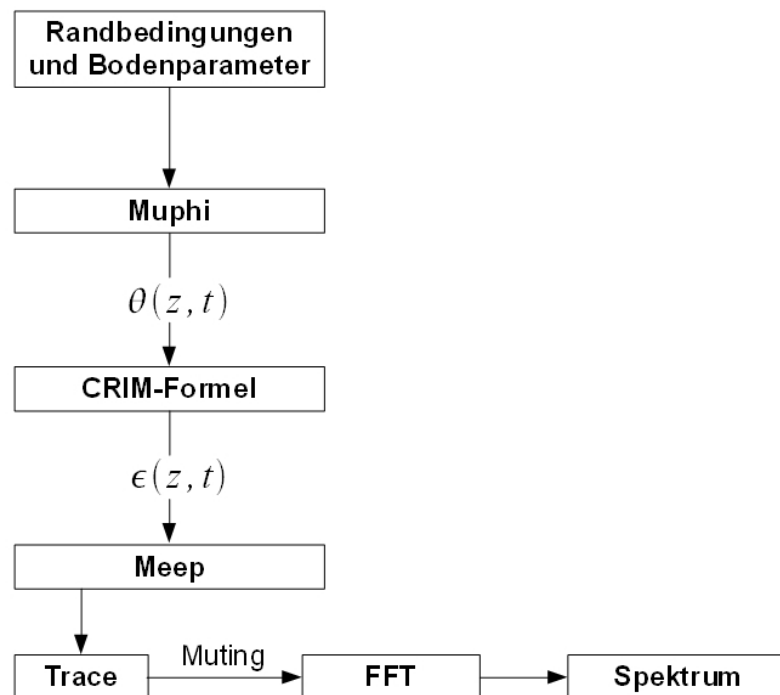


Abb. 2.13: Zusammenfassung der Simulationsschritte

3 Eigenschaften der Kapillarsaumreflexion

Nachdem der theoretische Grundstein gelegt ist, soll nun in diesem Kapitel detailliert die Reflexion vom Kapillarsaum mit Hilfe von numerischen Simulationen untersucht werden. Ziel ist dabei die Untersuchung der Charakteristik der Reflexion bei Veränderung der hydraulischen Parameter, verschiedenen Parametrisierungsmodellen und während eines Pumpvorgangs. Dabei steht auch immer die Frage nach einer möglichen Inversion im Raum.

Bei der Betrachtung eines makroskopisch homogenen Sandes resultiert aus der stetigen Wassergehaltsverteilung, deren Parametrisierungen in Abschnitt 2.1.4 vorgestellt wurden, ein stetiges Permittivitätsprofil, errechnet aus der CRIM-Formel (2.38). Von diesem Profil erwartet man dementsprechend eine Reflexion eines eingehenden Wavelets. Da von jedem Teil des Profils, an dem der Wassergehalt variiert Teilreflexion ausgehen (siehe Abschnitt 2.2.6), muss eigentlich präziser von einer Reflexion von Übergangsbereich und Kapillarsaum gesprochen werden, was im Folgenden jedoch impliziert wird, wenn von der Kapillarsaumreflexion gesprochen wird.

Zuerst wird vermittelt, wie sich der Autor die frequenzabhängige Reflexion an den betrachteten Permittivitätsprofilen, folgend aus deren Wassergehaltsverteilung, vorstellt. Danach wird die Reflexion von stationären Profilen betrachtet, wobei zum einen die Parametrisierungen für sich betrachtet werden und dabei die Auswirkungen der einzelnen Parameter auf die Reflexion von Interesse sind. Zum anderen werden die Reflexionen resultierend aus den verschiedenen Parametrisierungen miteinander verglichen. Im Anschluss wird dies für transiente Profile durchgeführt, wobei Pumpvorgänge betrachtet werden, bei denen am unteren Rand Wasser mit konstantem Fluss entweder in oder aus dem Sand gepumpt wird. Dabei steht die Auswirkung der Leitfähigkeit im Vordergrund.

3.1 Frequenzabhängige Reflexion an einem Wassergehaltsprofil

Wie in Abschnitt 2.2.6 gezeigt, ist das resultierende Reflexionssignal im Allgemeinen sehr stark von der Form des Permittivitätsprofils abhängig, weshalb im Folgenden nur ein paar grundsätzliche Denkansätze gegeben werden können, wie die frequenzabhängige Reflexion entsteht. Da Reflexionen von Wavelets betrachtet werden und diese aus einem breiten Band von Frequenzkomponenten zusammengesetzt sind, ist eine frequenzabhängige Betrachtung sinnvoll, da das Reflexionssignal ja gerade aus der Superposition aller reflektierten Frequenzkomponenten resultiert.

Bei einer Unstetigkeit in der Permittivität, wie sie beispielsweise an Schichtgrenzen verschiedener Sande auftreten kann, erhält man nach 2.47 eine reflexionsunabhängige Reflexion des eingehenden Wavelets. Ebenfalls von einer scharfen Kante im Permittivitätsprofil ergibt sich eine starke Teilreflexion. Um zu verstehen, wie sich die Frequenzabhängigkeit

ergibt, kann das aus der Optik bekannte wellenlängenabhängige Auflösungsvermögen herangezogen werden, welches in der Größenordnung von $\frac{\lambda}{2}$ liegt. Verschiedene Frequenzkomponenten nehmen das Profil aufgrund ihres Auflösungsvermögens anders wahr. Frequenzkomponenten mit vergleichsweise großen Wellenlängen „sehen“ auch kontinuierliche Teile der Permittivitätskurven je nach Breite als scharfe Kante oder Unstetigkeitsstelle, was zu einer starken Reflexion dieser Frequenzkomponenten von diesen Teilen führt. Frequenzkomponenten mit kleiner Wellenlänge „sehen“ ein kontinuierliches Profil und werden nicht reflektiert.

3.2 Reflexion am Kapillarsaum im stationären Fall

Im folgenden Abschnitt wird die Reflexion an einem stationären Wassergehaltsprofil eines homogenen Sandes untersucht. Dazu wird die Reflexion im Frequenz- und im Zeitbereich betrachtet, um die Auswirkung der jeweiligen Parameter zu untersuchen und die Eignung für eine mögliche Inversion zu beleuchten. Desweiteren werden die Unterschiede der verschiedenen Parametrisierungen herausgearbeitet.

3.2.1 Modell-Setup

Das verwendete Modell-Setup ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Es wird die Reflexion eines nahezu senkrecht einfallenden Wavelets am Kapillarsaum eines homogenen Sandes untersucht, was in einem Experiment durch die Betrachtung des internen Kanals einer GPR-Antennenbox realisiert werden würde. Die Höhe des Sandes ist so gewählt, dass die Interferenz mit der Bodenwelle minimiert wird. Ansonsten sind keine weiteren Reflexionen zu erwarten.

Die 3 m hohe Sandsäule wird durch einen homogenen Sand repräsentiert, dessen Wassergehaltsverteilung im Gleichgewicht ist bei einem Wasserspiegel in 60 cm Höhe. Die Wassergehaltsverteilung wird dabei ohne Benutzung von Muphi aus den in Abschnitt 2.1.4 eingeführten Funktionen berechnet, wodurch auch eine Betrachtung der allgemeinen van Genuchten Parametrisierung ermöglicht wird. Meep wird im 2D-Modus mit einer 2 m x 3.7 m großen Domain betrieben. Die Permittivitätsverteilung ist für $z \in [0; 3]$ durch die Wassergehaltsverteilung des Bodens bestimmt, für $z \in [3; 3.7]$ gilt $\varepsilon = 1$. Die Sendeanenne ist am Punkt S(0.9/3.02) lokalisiert, die Empfängerantenne bei E(1.1/3.02). Als Wavelet wird ein Rickerwavelet mit Hauptfrequenz $f = 400$ MHz verwendet, polarisiert in y-Richtung. Die örtliche Auflösung liegt bei 0.005 m, die Zeitauflösung bei 0.02 ns mit einer Gesamtbeobachtungszeit von 50 ns. Zur Betrachtung des Frequenzspektrums wird die Trace von N=2500 auf N=16384 mit Nullen aufgefüllt, was einer Auflösung von ca. 3 MHz im Frequenzbereich entspricht.

3.2.2 Vereinfachte van Genuchten Parametrisierung

Wie in Abschnitt 2.1.4 gezeigt, zeichnet sich die vereinfachte van Genuchten Parametrisierung durch ihren weichen kontinuierlich gekrümmten Übergang zwischen θ_s und θ_r aus. Die Auswirkungen auf das Reflexionssignal sieht man in Abbildung 3.2, in der unter anderem Permittivitätsprofil, Reflexion und zwei Darstellungen des Spektrums für die

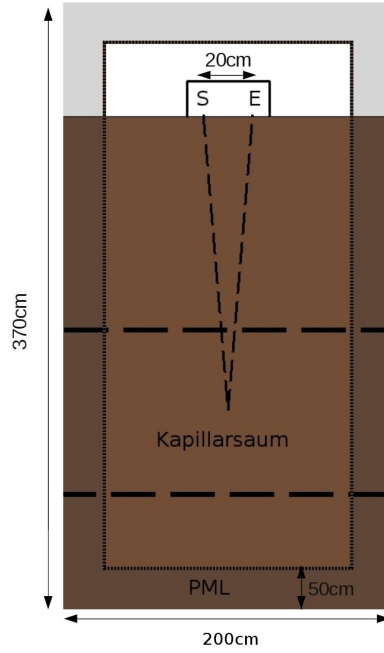


Abb. 3.1: Schematisches Setup der Simulation des GPR-Signals

Parameter $\theta_s = 0.35$, $\theta_r = 0.05$, $\alpha = 4 \text{ m}^{-1}$ und $n = 6$ im Vergleich zu denen eines scharfen Übergangs von θ_s zu θ_r dargestellt sind. Die Reflexion am scharfen Übergang hat die Form des eingehenden Wavelets, während die Reflexion am parametrisierten Profil deutlich schwächer ist (Reflexion an scharfem Übergang ist mit dem Faktor $\frac{1}{20}$ skaliert) und eine sichtbar höhere Hauptwellenlänge besitzt. Dies wird auch durch die Betrachtung des Energiespektrums in Abbildung 3.2 bestätigt. Die Reflexion am scharfen Übergang reflektiert mehr Energie, das Maximum des Spektrums liegt bei einer deutlich höheren Frequenz als bei der Kapillarsaumreflexion. Woraus sich diese neue Maximalfrequenz ergibt kann mit einem Blick auf das relative Spektrum verstanden werden, wobei im Folgenden das Spektrum der Reflexion vom scharfen Übergang als Referenzreflexion angesehen wird. Das relative Spektrum ergibt sich dann aus

$$R(f) = \frac{S_{\text{Reflexion}}(f)}{S_{\text{Referenz}}(f)}. \quad (3.1)$$

Mit steigender Frequenz nimmt das Reflexionsvermögen ab, konsistent mit der Idee aus Abschnitt 3.1. Je kleiner die Frequenz, desto mehr wird das Profil aufgrund des geringwerdenden Auflösungsvermögens als scharfer Übergang wahrgenommen und dementsprechend stärker reflektiert. Aufgrund der Linearität der Maxwellgleichungen ist $R(f)$ für das Permittivitätsprofil charakteristisch. Das absolute Spektrum der Reflexion folgt dagegen aus dem Spektrum des Referenzsignals und $R(f)$, ist also je nach Eingangssignal sehr unterschiedlich. Für sehr kleine Frequenzen gilt $R > 1$, was mit den geometrischen Verlusten der Welle zu erklären ist, die bei einer 2D und einer 3D Betrachtung auftreten. Aufgrund der kreisförmigen (2D) bzw. kugelförmigen (3D) Ausbreitung der Welle

ergibt sich ein Amplitudenabfall $\propto \frac{1}{\sqrt{r}}$ bzw. $\propto \frac{1}{r}$. Da die Reflexion (zumindest für kleine Frequenzen) im Vergleich zur Referenzreflexion schon weiter oben beginnt, sind die geometrischen Verluste kleiner. Allerdings sollte hier erwähnt werden, dass die Amplituden kleiner Frequenzen besonders stark von Effekten des Muting und kleinen Interferenzen mit anderen Signalen gestört werden, was mit ihrer schwachen Amplitude (leichte Interferenz ändert Amplitude signifikant) in Verbindung mit der großen Wellenlänge (weite Ausdehnung, eventuelles Abschneiden durch Mutingfunktion) zu erklären ist.

Im Folgenden werden nun die Auswirkungen der einzelnen Parameter auf die Reflexion untersucht, indem jeweils einer von ihnen geändert wird.

Ein Vergleich der Auswirkungen von α und n ist in Abbildung 3.3 gezeigt. Beide Parameter verringern bei Erhöhung die Breite des Übergangsbereiches, was erwartungsgemäß die Frequenz, bei der das Spektrum sein Maximum erreicht, und die insgesamt reflektierte Energie erhöht. Dies wird ebenfalls durch die Betrachtung des relativen Spektrums ersichtlich, der Abfall von $R(f)$ ist langsamer. Hier wird besonders stark deutlich, dass α und n näherungsweise identische Auswirkungen auf das Reflexionsspektrum besitzen. Dies deutet darauf hin, dass bei einer auf dem Spektrum basierenden Inversion zur Bestimmung der Bodenparameter mit einer starken Korrelation von α und n zu rechnen ist, was die Inversion erschwert. Betrachtet man jedoch die Reflexion im Zeitbereich, so zeigen α und n im Bezug auf die Laufzeit gegensätzliches Verhalten. Bei einer Erhöhung von n bleibt der effektive Reflexionspunkt nahezu konstant, die Laufzeit sollte sich also nicht signifikant ändern. Da allerdings ε mit zunehmender Höhe schneller abnimmt, ergibt sich eine größere Ausbreitungsgeschwindigkeit und somit eine geringere Laufzeit. Zwar nimmt auch bei der Erhöhung von α die Permittivität nach oben hin schneller ab, jedoch wird dieser Effekt deutlich von der Absenkung des Kapillarsaums dominiert. Dies hat eine spätere Reflexion und somit eine längere Laufzeit zur Folge. Bei einer Betrachtung von Frequenz- und Zeitbereich wird die Korrelation also abgeschwächt, da α und n jeweils gegensätzlich korreliert sind. Dies begünstigt eine mögliche Inversion, die beide Informationen nutzt.

Abschließend soll nun noch die Auswirkung des Parameters θ_s auf die Reflexion betrachtet werden (Abbildung 3.4). Das Erhöhen dieses Parameters hat zur Folge, dass ε_{max} größer und ε_{min} kleiner wird. Dies ist leicht aus 2.38 durch Einsetzen von θ_s und θ_r ersichtlich. Die Erhöhung führt zu einer größeren Amplitude der Reflexion, was unter Berücksichtigung des insgesamt größeren Überganges verständlich ist. Diese Amplitudenänderung ist jedoch nicht signifikant verglichen mit der Amplitudenänderung bei Variation von α und n . Im Energiespektrum werden nur kleine Frequenzen stärker reflektiert. Es ist ebenfalls eine Verringerung der Laufzeit des Reflexionssignals zu sehen, welche aus der Verringerung von ε_{min} und der damit verbundenen Erhöhung der Ausbreitungsgeschwindigkeit über dem signifikanten Übergangsbereich resultiert. Der Effekt ist stark davon abhängig wie hoch die Sandsäule ist, da dies den Weg, den das Signal bei kleinerem ε_{min} zurücklegt bestimmt. Da in diesem Fall eine hohe Sandsäule verwendet wurde, ist der Effekt gut sichtbar.

Eine Änderung von θ_r hat vergleichbare Folgen, da hier ε_{min} verändert wird, weshalb auf eine detaillierte Diskussion verzichtet wird. In einer möglichen Inversion sollte aus diesem Grund einer der beiden Parameter vorher abgeschätzt und dann festgehalten werden.

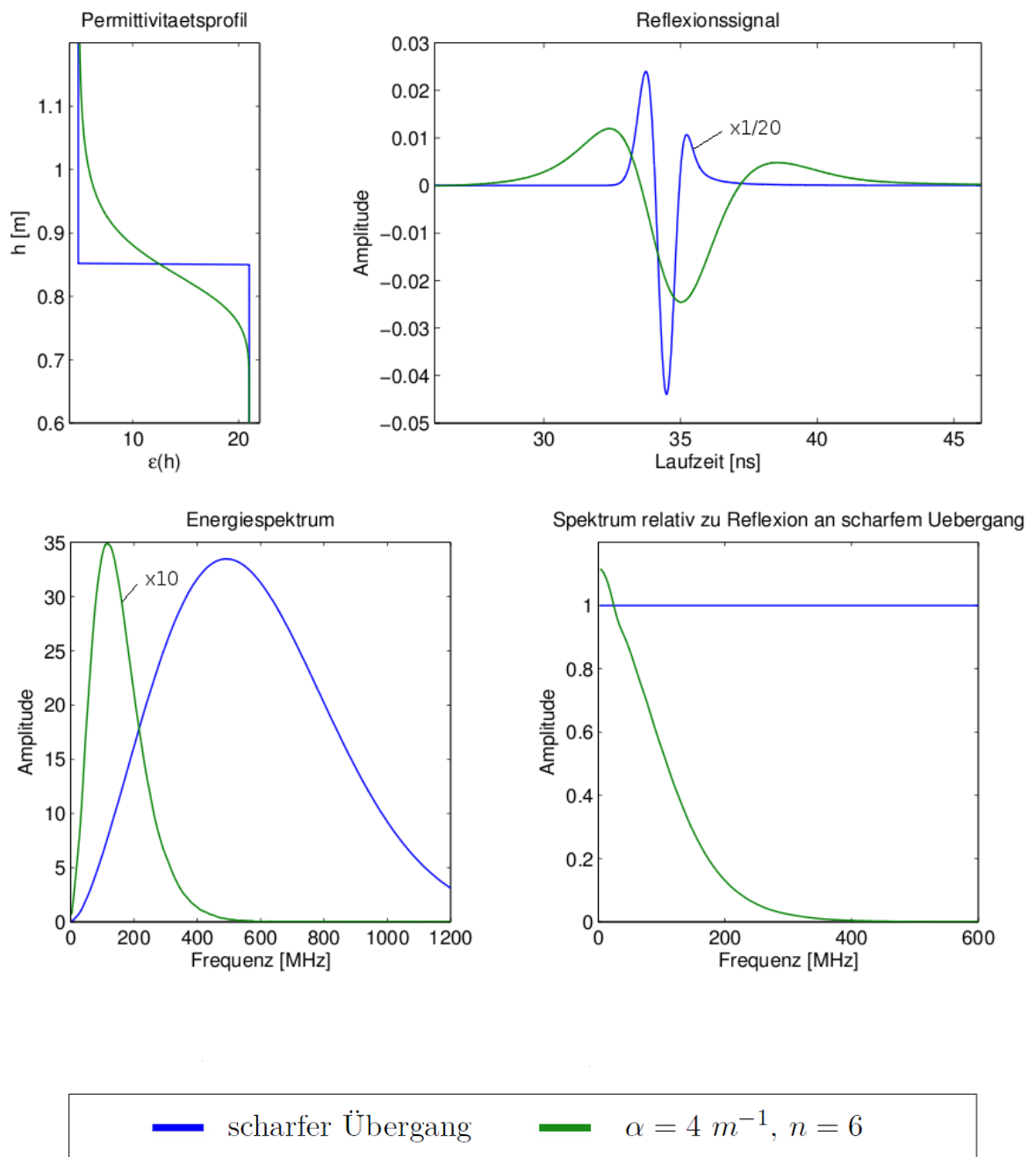


Abb. 3.2: Vergleich der Reflexion an einem durch die vereinfachte van Genuchten Parametrisierung gegebenen Profil und an einem scharfen Übergang.

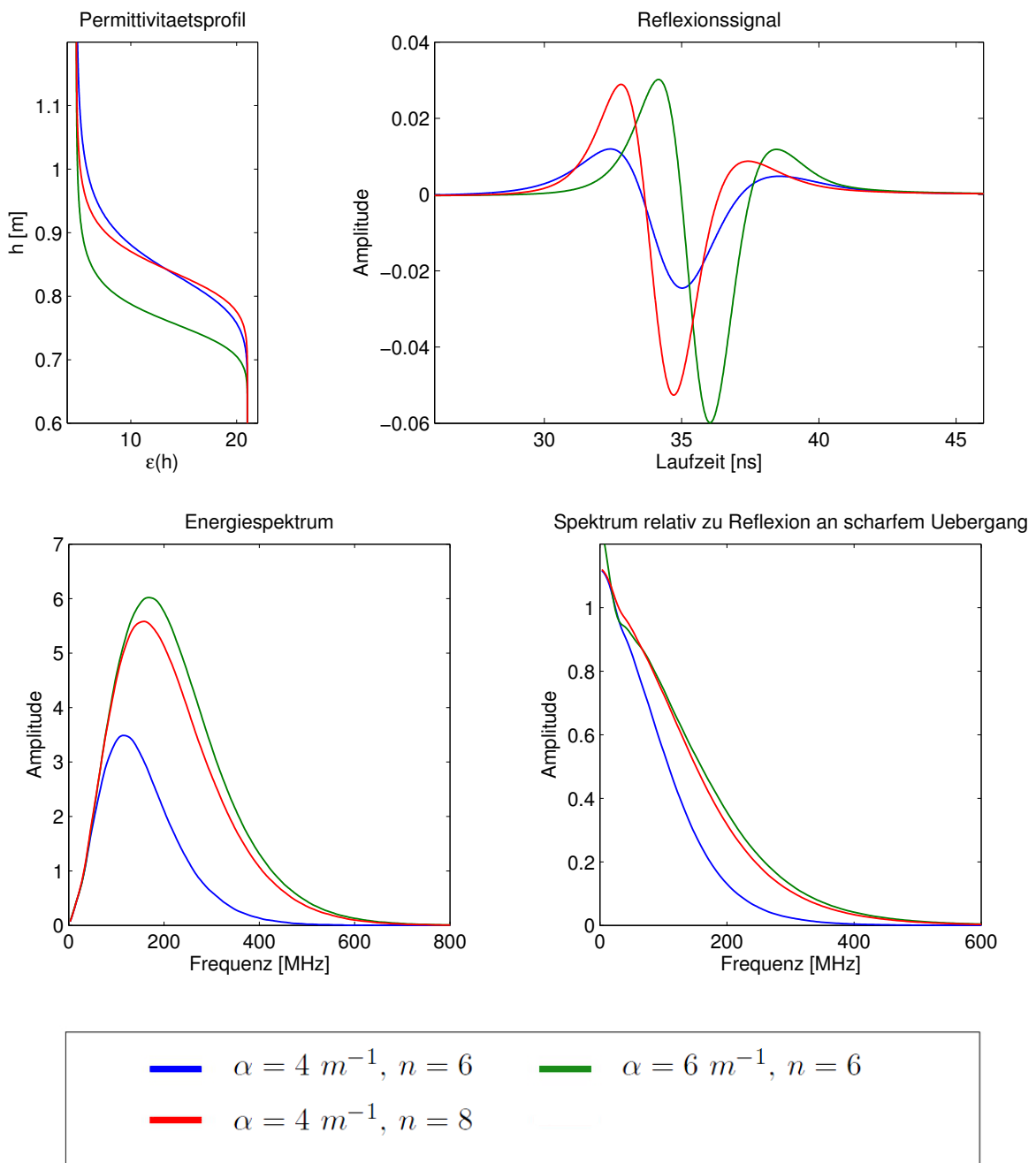


Abb. 3.3: Reflexionen an durch die vereinfachte von Genuchten Parametrisierung gegebenen Profilen bei Veränderung von α und n .

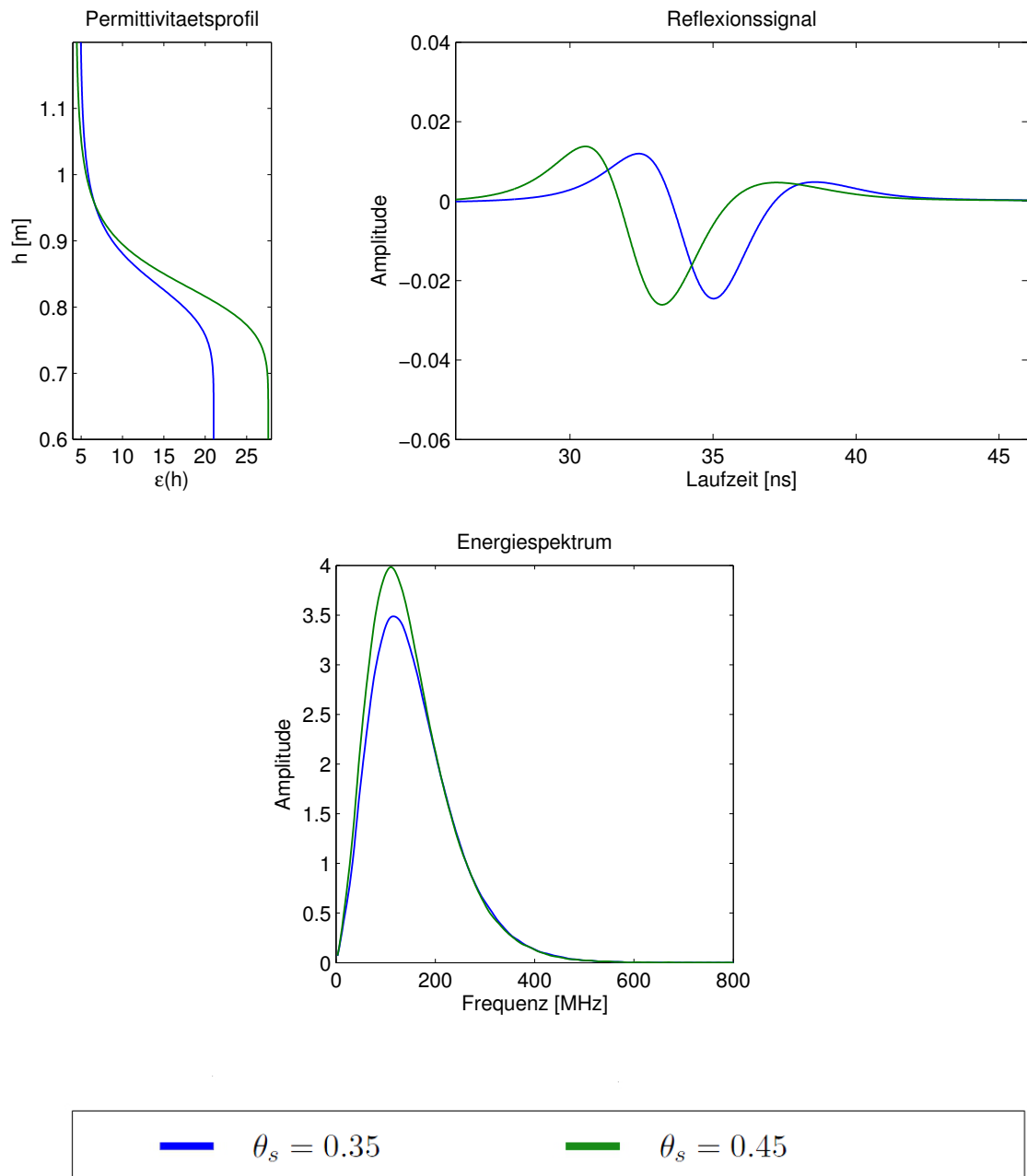


Abb. 3.4: Reflexionen an durch die vereinfachte van Genuchten Parametrisierung gegebenen Profilen bei Änderung von θ_s .

3.2.3 Brooks-Corey Parametrisierung

Die Brooks-Corey Parametrisierung besitzt im Gegensatz zur vereinfachten van Genuchten Parametrisierung eine scharfe Kante beim Lufteintrittswert und danach einen kontinuierlich gekrümmten Übergangsbereich. In Abbildung 3.5 ist die resultierende Reflexion aus einem Profil mit den Parametern $\theta_s = 0.35$, $\theta_r = 0.05$, $h_0 = 0.3 \text{ m}$ und $\lambda = 4$ im Vergleich zu einem scharfen Übergang gezeigt. Die Trace zeigt ein deutlich schwächeres Signal (Reflexion an scharfem Übergang ist mit dem Faktor $\frac{1}{10}$ skaliert), dessen Amplitude jedoch höher als die einer Reflexion von einem vereinfachten van Genuchten Profil ist (dies wird im anschließenden Abschnitt direkter gezeigt). Im Vergleich zum Ausgangswavelet ist das Reflexionssignal im vorderen Teil deutlich stärker gedämpft und besitzt eine höhere Wellenlänge als der hintere Teil, dessen Wellenlänge vergleichbar mit dem des Ausgangswavelets ist. Im Bereich des Lufteintrittswerts wird das einfallende Signal an der scharfen Kante für jede Frequenzkomponente identisch reflektiert. Dies wird auch deutlich bei der Betrachtung des relativen Energiespektrums. Dieses zeigt den aus Abschnitt 3.2.2 bekannten Abfall zu höheren Frequenzen, da diese aufgrund ihres höheren Auflösungsvermögens weniger vom Übergangsbereich reflektiert werden. Desweiteren geht das relative Spektrum jedoch nicht gegen Null für hohe Frequenzen, sondern gegen einen konstanten Wert, wodurch gezeigt wird, dass jede Frequenzkomponente von der Kante am Lufteintrittswert reflektiert wird. Es ist ebenfalls zu beobachten, dass das relative Spektrum bei kleinen Frequenzen abknickt und nicht wie erwartet mindestens den Wert eins erreicht. Dies ist kein Effekt der Reflexion sondern ein systematischer Fehler. Wie schon im vorigen Abschnitt erwähnt ist dieser Bereich sehr empfindlich gegenüber kleinen Interferenzen. Der Übergangsbereich erstreckt sich im Vergleich zu den Profilen in Abschnitt 3.2.2 in größere Höhen, was eine mögliche Interferenz mit der Bodenwelle rechtfertigt. Bei einer möglichen Inversion sollte die Unsicherheit der Daten in diesem Frequenzbereich berücksichtigt werden.

Im Folgenden wird nun wieder die Auswirkung der einzelnen Parameter untersucht. In Abbildung 3.6 sind die Auswirkungen einer Änderung von h_0 und λ zusammengefasst. Beide Parameter beeinflussen die Breite des Übergangsbereichs, wie sowohl im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich zu sehen ist. Durch Verringern der Breite des Übergangsbereichs (Verkleinern von h_0 und Vergrößern von λ) wird das Signal stärker, wobei der vordere Teil im Vergleich zum hinteren stärker zunimmt und ebenfalls eine kürzere Wellenlänge besitzt. Im Frequenzbereich äußert sich die Verringerung des Übergangsbereichs in einem schwächeren Abfall und einem höheren konstanten Wert bei großen Frequenzen. Ebenfalls deutlich wird die starke Korrelation zwischen λ und h_0 , sofern im Frequenzbereich untersucht. Diese kann jedoch wieder durch die Betrachtung der Laufzeit verringert werden. Bei Erhöhung von λ wird die Laufzeit verringert, da ε für größere Höhen schneller abfällt und so die Ausbreitungsgeschwindigkeit in diesem Bereich größer wird, während der Lufteintrittswert, der als Ort der signifikanten Reflexion ausgemacht werden kann, unverändert bleibt. Bei einer Verringerung von h_0 wird der Effekt des geschmäleren Übergangsbereichs durch das Absenken des Lufteintrittswerts dominiert, die Laufzeit des Signals steigt also.

Wie ein Vergleich mit Abschnitt 3.2.2 zeigt, sind die Auswirkungen von λ und n bzw. h_0 und α auf die jeweilige Reflexion gut zu vergleichen. Auffällig ist jedoch die insgesamt

deutlich unterschiedliche Reflexion aufgrund des scharfen Lufteintrittswerts im Vergleich zum durchweg kontinuierlich gekrümmten Übergang.

Bei einer Veränderung von θ_s (Abbildung 3.7) beobachtet man erwartungsgemäß die gleichen Auswirkungen auf das Permittivitätsprofil wie bei der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung. Die kürzere Laufzeit bei höherem θ_s ist dementsprechend ein Effekt eines kleineren ε_{min} und stark abhängig von der Gesamthöhe der homogenen Sandsäule. Bei der Betrachtung der Trace ist ebenfalls eine erhöhte Amplitude sichtbar. Betrachtet man das Spektrum, wird deutlich, dass es nur bei kleineren Frequenzkomponenten signifikante Abweichungen gibt während die höheren nahezu identisch reflektiert werden. Die Änderung von θ_s hat auch hier nur einen schwachen Einfluss auf das reflektierte Signal verglichen mit den anderen Parametern.

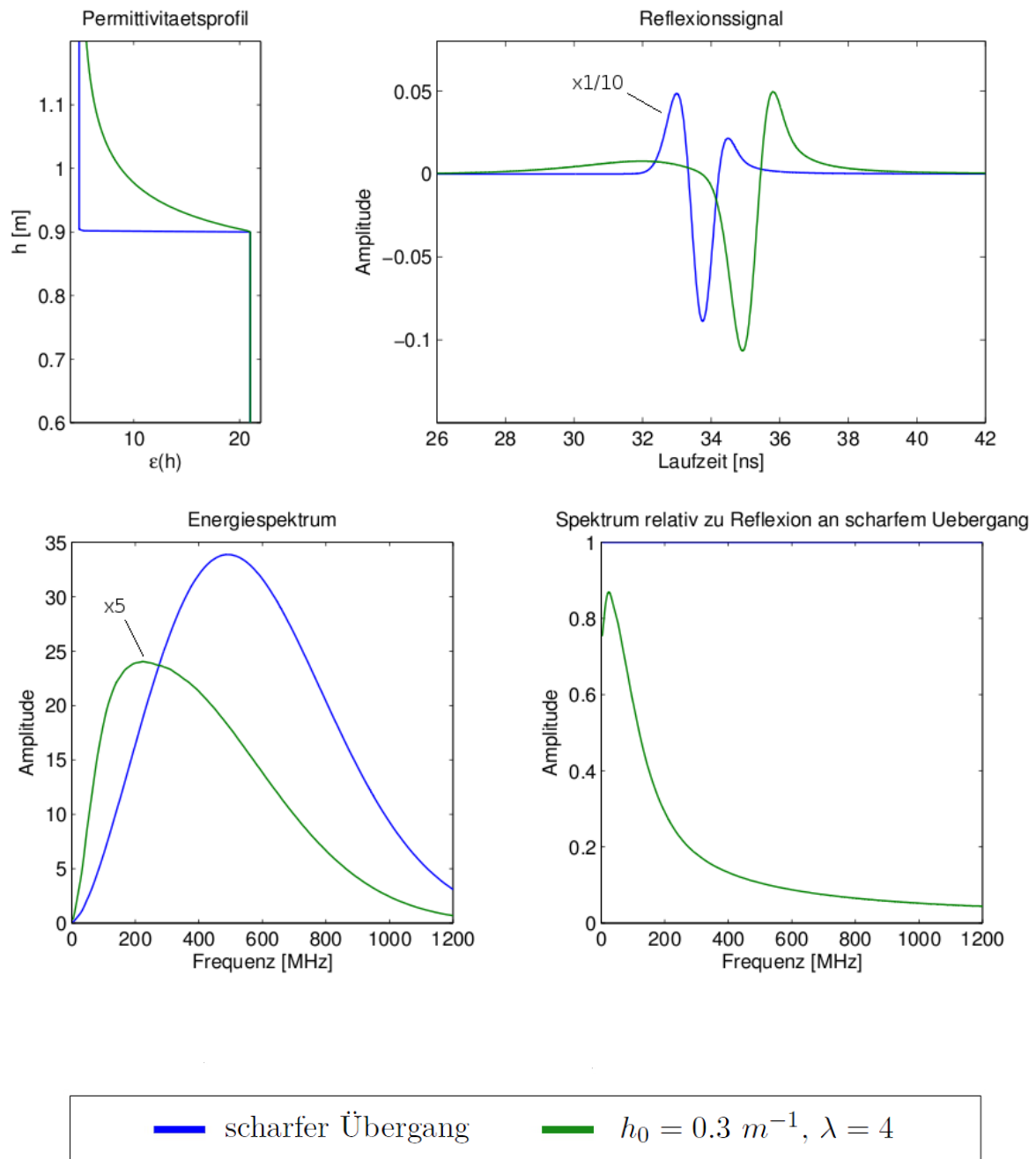


Abb. 3.5: Vergleich der Reflexion an einem durch die Brooks-Corey Parametrisierung gegebenen Profil und einem scharfen Übergang.

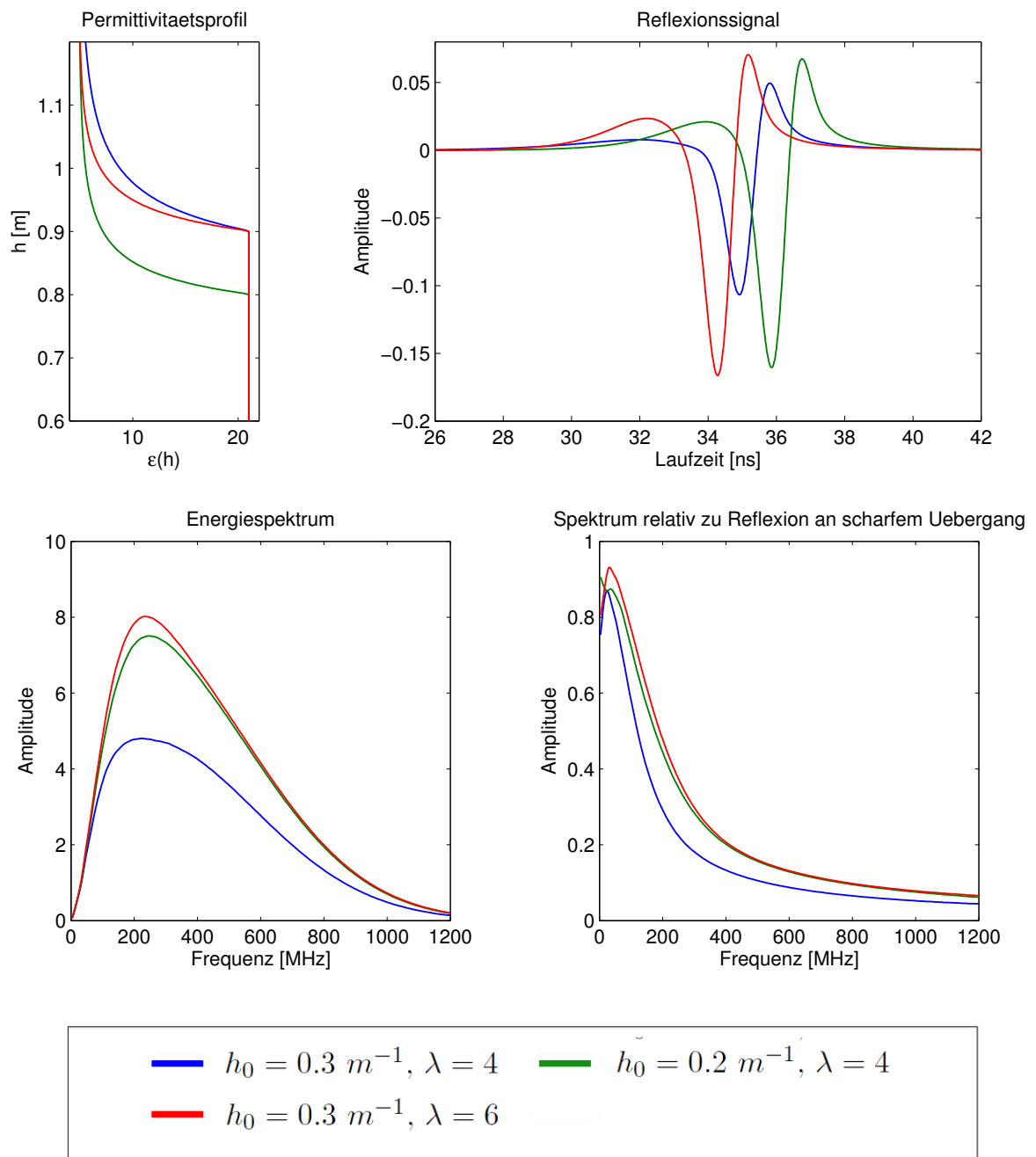


Abb. 3.6: Reflexionen an durch die Brooks-Corey Parametrisierung gegebenen Profilen bei Änderung von h_0 bzw. λ .

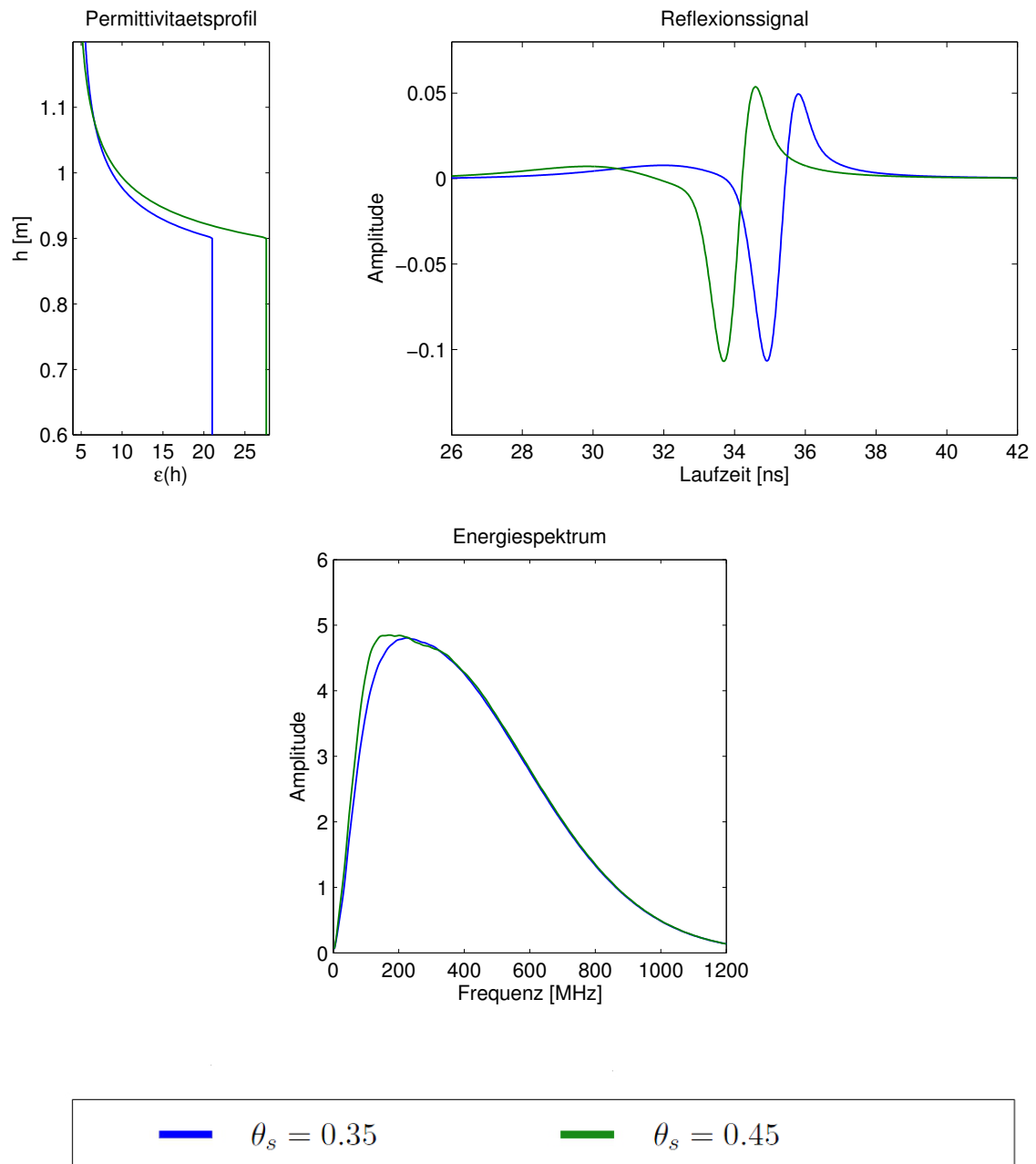


Abb. 3.7: Reflexionen an durch die Brooks-Corey Parametrisierung gegebenen Profilen bei Änderung von θ_s .

3.2.4 Allgemeine van Genuchten Parametrisierung

Im Folgenden soll die Reflexion von einem durch die allgemeine van Genuchten Parametrisierung gegebenen Permittivitätsprofil untersucht werden. Dabei wird die in Abschnitt 2.1.4 gemachte Aussage, dass die allgemeine van Genuchten Parametrisierung als kontinuierlicher Übergang zwischen der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung und der Brooks-Corey Parametrisierung verstanden werden kann, konsequent weitergeführt. Durch das Untersuchen dieses Übergangs kann ebenfalls detailliert auf die Unterschiede der Reflexion je nach verwendeter Parametrisierung eingegangen werden.

In Abbildung 3.8 ist der erwähnte Übergang im Permittivitätsprofil und dem daraus resultierenden Reflexionssignal gezeigt. Dabei sind $\alpha = 5 \text{ m}^{-1}$, $\theta_s = 0.35$ und $\theta_r = 0.05$ fest, während n und m mit der Bedingung $n \cdot m = 3$ variiert werden. Dabei bewirkt eine Erhöhung von n eine Schärfung des Profils in der Umgebung des Lufteintritts. Startpunkt ist $n = 4$, da für diesen Wert die Form der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung vorliegt. Zum Vergleich wird ebenfalls das Brooks-Corey Profil mit $h_0 = 0.2 \text{ m}$ und $\lambda = 3$ betrachtet.

Der Übergang zwischen der vereinfachten van Genuchten und der Brooks-Corey Parametrisierung ist sowohl in der Trace als auch im Spektrum gut sichtbar und zeigt die Unterschiede in deren Reflexionscharakteristik. Bei Erhöhung von n erhöht sich insgesamt die Amplitude des Reflexionssignals in der Trace. Insbesondere der hintere Teil des Reflexionswavelets wird signifikant stärker und die Hauptfrequenz dieses Teils wird erhöht, was auf die Schärfung des Profils im Bereich des Lufteintrittswerts zurückzuführen ist. Für ein hohes n ergibt sich nahezu das Brooks-Corey Signal. Im Allgemeinen ist also eine Reflexion eines Brooks-Corey Profils deutlich stärker als eine an einem Profil, das von der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung beschrieben wird, und besitzt immer eine signifikante Teilreflexion mit einer Hauptfrequenz im Bereich des Ausgangswavelets. Dies ist auch im absoluten Energiespektrum sichtbar. Bei steigendem n wird die reflektierte Energie deutlich größer. Die signifikante Teilreflexion von hohen Frequenzen ist besser im relativen Spektrum zu erkennen, da sich hier bei Erhöhung von n für hohe Frequenzen ein Plateau ausbildet. Bei der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung geht das relative Spektrum dagegen gegen Null. Dabei ist wieder gut zu sehen, dass für hohe n die Reflexion der allgemeinen van Genuchten Parametrisierung in die der Brooks-Corey Parametrisierung übergeht.

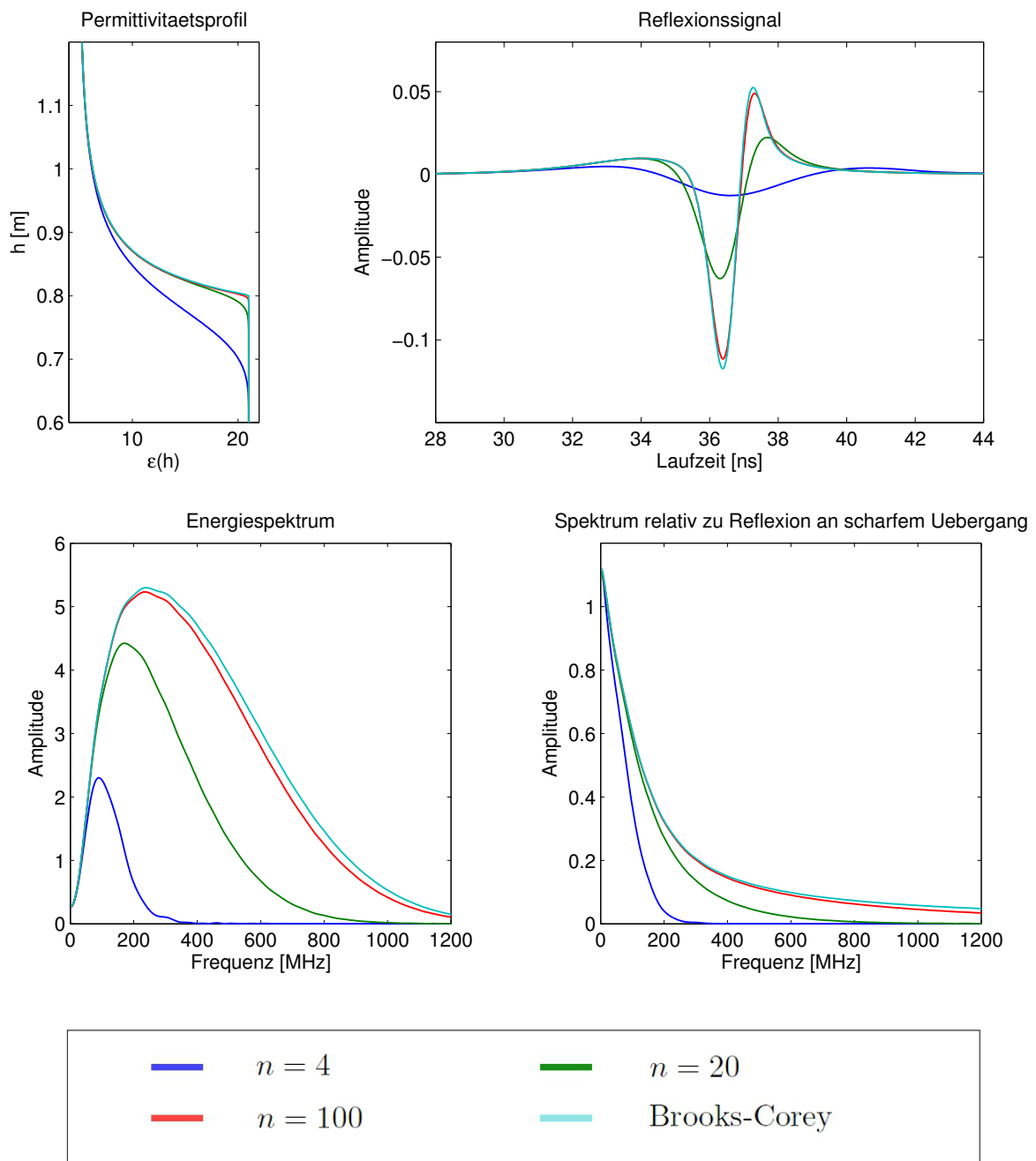


Abb. 3.8: Reflexionen an durch die allgemeine van Genuchten Parametrisierung gegebenen Profilen bei Änderung von n und konstantem $n \cdot m = 3$.

3.2.5 Zusammenfassung

In den vorangegangenen Abschnitten wurde detailliert die Reflexion am Kapillarsaum im stationären Fall diskutiert, wobei der Zeitbereich in Form der eigentlich aufgenommenen Trace und der Frequenzbereich in Form des Energiespektrums (absolut und relativ zu einer Reflexion von einem scharfen Übergang) zur Analyse herangezogen wurden. Dabei wurden die im Allgemeinen verwendeten verschiedenen Parametrisierungen separat betrachtet und jeweils deren einzelne Parameter auf ihre Auswirkung auf das Reflexionssignal untersucht.

Die Formparameter haben starken Einfluss auf das Reflexionssignal. Dies eröffnet die Möglichkeit, anhand der Reflexion Rückschlüsse auf die Parameter zu ziehen.

Das Reflexionsvermögen der verschiedenen Frequenzkomponenten ist von dem durch die Parameter bestimmten Übergangsbereich bestimmt, wobei ein breiter Übergangsbereich das Reflexionsvermögen zu großen Frequenzen hin schneller abfallen lässt. Da die Breite des Übergangsbereichs sowohl bei der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung als auch bei der Brooks-Corey Parametrisierung durch zwei Parameter bestimmt wird, hat dies eine hohe Korrelation der Parameter in dieser Hinsicht zur Folge, welche allerdings bei der Betrachtung von Laufzeitinformation vermindert werden kann. Dies zeigt, dass bei einer möglichen Inversion beide Informationen genutzt werden sollten, um die Chancen einer eindeutigen Parameterbestimmung zu erhöhen. Die Variation von θ_s hat einen relativ schwachen Einfluss auf die Reflexion, weshalb die Schätzung dieses Parameters durch Betrachtung der Reflexion von einem stationären Profil schwierig sein sollte.

Die Betrachtung der allgemeinen van Genuchten Parametrisierung als kontinuierlicher Übergang zwischen den beiden vorher diskutierten Parametrisierungen konnte den Unterschied im Reflexionssignal deutlich machen, welcher hauptsächlich aus der Schärfe der Kante im Bereich des Lufteintritts herrührt. Diese Beobachtung legt nahe, dass aufgrund der verschiedenen Reflexionscharakteristika eine Unterscheidung der Parametrisierungen möglich ist. Insbesondere ist zu erwarten, dass eine Inversion mit Voraussetzung des falschen Modells ein schlechtes Ergebnis liefert.

3.3 Reflexion am Kapillarsaum im transienten Fall

Als konsequente Weiterführung des letzten Abschnitts wird im Folgenden die Reflexion am Kapillarsaum im transienten Fall untersucht, genauer im Fall eines Pumpvorgangs über den unteren Rand, wie er auch in den Experimenten in Kapitel 4 durchgeführt wird. Dabei wird die zeitliche Veränderung der Trace für das Herein- und Abpumpen untersucht. Zu Beginn wird für jeden Fall das grundlegende Verhalten des Wassergehaltsprofils diskutiert, welches stark von der Gestalt der Leitfähigkeitsfunktion abhängt. Danach wird die Reflexion anhand der Trace während des Pumpvorgangs untersucht. Um die Abhängigkeit von der Größe der Leitfähigkeit zu zeigen, wird der Parameter K_s geändert. Da die allgemeine van Genuchten Parametrisierung in Muphi nicht vollständig implementiert ist, wird diese in diesem Fall nicht hinzugezogen und nur die vereinfachte van Genuchten Parametrisierung und die Brooks-Corey Parametrisierung betrachtet. Wie bereits gezeigt sollte sie allerdings auch hier als Möglichkeit eines kontinuierlichen Übergangs der beiden andere Parametrisierungen gesehen werden.

3.3.1 Setup

Die Geometrie des in Abschnitt 3.2.1 beschriebenen Setups wird beibehalten. Um den Pumpvorgang zu repräsentieren, wird in Muphi, je nach Pumprichtung, ein konstanter Fluss als untere Randbedingung angelegt. Die zeitliche Veränderung des Reflexionssignals wird durch Simulation in Meep für mehrere Zeitpunkte t_i betrachtet, wobei das Permittivitätsprofil jeweils durch $\theta(z, t_i)$ aus der Hydrauliksimulation gegeben ist.

Um einen Pumpfluss von ca. 5 cm/h im Medium zu erreichen, wird unter Berücksichtigung von $\theta_s = 0.35$ ein konstanter Fluss $j = \pm 4.86 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$ als untere Randbedingung angelegt. Die Pumpdauer beträgt 5400 s und alle 1800 s wird eine Trace simuliert. Die Startbedingung variiert je nach Pumprichtung. Beim Hereinpumpen wird, wie im vorherigen Setup, der Gleichgewichtszustand mit einem Wasserspiegel in 60 cm Höhe vorgegeben. Beim Abpumpen des Wassers wird der Wasserspiegel auf 80 cm Höhe gesetzt, um zu garantieren, dass der ungesättigte Bereich während des Pumpvorgangs zu jeder Zeit über dem PML liegt.

3.3.2 Hereinpumpen

Wie in Abschnitt 2.1.4 gezeigt, fällt die Leitfähigkeitsfunktion ungeachtet ihrer Parametrisierung in Abhängigkeit des Matrixpotentials um viele Größenordnungen ab. Die Folgen für den Kapillarsaum während des Pumpvorgangs sind in Abbildung 3.9 präsentiert. Beim Hereinpumpen von Wasser kann nicht das gesamte Profil der Wasserbewegung folgen. Man kann das Profil dann grob in drei Teile kategorisieren. Im Bereich, in dem die Leitfähigkeit ausreicht, um der Wasserbewegung zu folgen, wird die stationäre Form beibehalten, während der Kapillarsaum nach oben wandert (A). Der Bereich des Übergangsbereichs, dessen Leitfähigkeit nicht mehr groß genug ist, um der Wasserbewegung komplett zu folgen (B), zeichnet sich durch eine Stauchung des Profils aus, die sich dann, in ihrer Form nahezu konstant, nach oben bewegt. (A) und (B) können zusammen als die Wasserfront bezeichnet werden. In (C) ist die Leitfähigkeit des Profils so weit abgefallen, dass das stationäre Profil keine Bewegung nach oben zeigt, da die Zeitskala, in der Wasserbewegungen in diesem Bereich ablaufen, weit über der des Pumpvorgangs liegt. Die Wasserfront nimmt diesen Bereich nach und nach in sich auf, wodurch eine immer schärfer werdende Kante zwischen Bereich (B) und (C) im Profil entsteht.

Diese Formveränderung ist von mehreren Faktoren abhängig. Zum einen von der schon erwähnten Leitfähigkeitsfunktion, die von den jeweiligen Formparametern und K_s abhängt. Im Folgenden wird nur K_s geändert, um den Effekt einer großen bzw. kleinen Leitfähigkeit zu veranschaulichen. K_s kann im Allgemeinen über mehrere Größenordnungen variieren, was bei der Illustration berücksichtigt wird. Jedoch ändert sich die Leitfähigkeitsfunktion natürlich auch stark mit der Änderung der Formparametern, bei einem größeren Übergangsbereich fällt die Leitfähigkeitsfunktion langsamer ab, was eine Verschiebung der oben genannten Bereiche nach oben zur Folge hat. Da die Betrachtungen der daraus resultierenden Reflexionen jedoch keine weiterführenden Erkenntnisse ergeben, wird im Folgenden darauf verzichtet, diese gesondert zu diskutieren. Die Formveränderung ist ebenfalls abhängig vom anliegenden Pumpfluss, welcher die Wasserbewegung verursacht. Dabei ist jedoch der Fluss im Medium von Bedeutung. Da sich dieser aus $j_{\text{medium}} = \frac{j_{\text{pump}}}{\theta_s - \theta_s}$

ergibt, ist die Formveränderung also insbesondere auch von dem mit Wasser zu füllenden Raum $\theta_s - \theta_r$ abhängig. Die Höhenzunahme der Wasserfront ist gegeben durch

$$\frac{dh}{dt} = \frac{j_{pump}}{\theta_s - \theta_r} + c(t) . \quad (3.2)$$

Hier geht noch zusätzlich ein Korrekturterm $c(t)$ ein. Dieser berücksichtigt die Höhenzunahme durch das von der Wasserfront „überholte“ Wasser. Je kleiner die Leitfähigkeit, desto größer ist dieser Term.

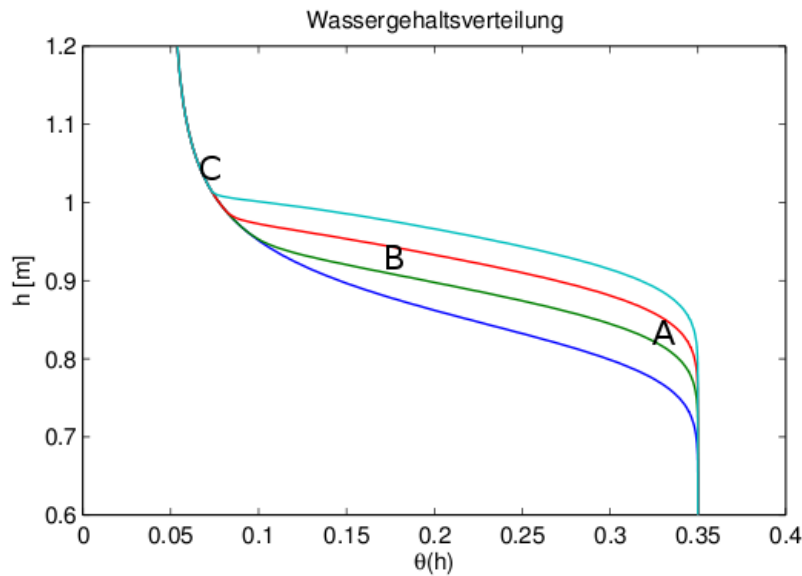


Abb. 3.9: Wassergehaltsverteilung während des Hereinpumpens von Wasser.

Die Auswirkungen der Reflexion sind in diesem Fall besser an einer Brooks-Corey Parametrisierung zu studieren, da in dieser eine starke Reflexion vom Bereich um den Lufteintrittswert auftritt, die während des Pumpvorgangs auch bei eher kleinem K_s gut sichtbar ist.

Abbildung 3.10 zeigt das Verhalten des Permittivitätsprofils und der Reflexion während des Pumpvorgangs für die Parameter $\theta_s = 0.35$, $\theta_r = 0.05$, $h_0 = 0.2$ m, $\lambda = 3$ und $K_s = 5$ cm/h. Bei Starten des Pumpvorgangs entsteht aus dem vorderen Teil der Ursprungsreflexion eine starke Reflexion mit Hauptfrequenz im Bereich des Ausgangswavelets, dessen Amplitude während des Pumpvorgangs weiter signifikant zunimmt. Diese Reflexion kommt von der oben angesprochenen schärferwerdenden Kante im Profil aufgrund der zu geringen Leitfähigkeit in diesem Bereich. Der hintere Teil der Reflexion behält näherungsweise seine Form, wird jedoch aufgrund der Stauchung des Profils stärker. Da die Stauchung hauptsächlich am Anfang des Pumpvorgangs stattfindet und dann näherungsweise konstant bleibt, was auch im Permittivitätsprofil gut zu erkennen ist, ist die Amplitudenzunahme danach nur noch schwach. Die gesamte Reflexion bewegt sich

klarerweise zu kürzeren Laufzeiten, da sich die Wasserfront nach oben bewegt. Um den Effekt der absoluten Leitfähigkeit zu illustrieren wird K_s nun um den Faktor 20 erhöht (Abbildung 3.11). Die durch die Kante entstehende Reflexion ist deutlich schwächer und geschieht früher, da sich der Bereich, in dem die Leitfähigkeitsfunktion zu klein wird, im Profil nach oben verschiebt. Die Amplitudenzunahme des vorderen Teiles ist ebenfalls deutlich schwächer, da der Stauchungseffekt nicht so ausgeprägt ist. Die Laufzeit des Reflexionssignals verschiebt sich langsamer zu kleineren Zeiten, was aus 3.2 ersichtlich ist. Die eben diskutierten Effekte treten ebenfalls bei Verwendung der van Genuchten Parametrisierung auf. Dies ist für $\theta_s = 0.35$, $\theta_r = 0.05$, $\alpha = 4 \text{ m}^{-1}$, $n = 6$ und $K_s = 10 \text{ cm/h}$ bzw. $K_s = 200 \text{ cm/h}$ gezeigt (Abbildungen 3.12 und 3.13). Da die Grundreflexion deutlich schwächer ist als bei einem durch Brooks-Corey parametrisierten Sand, wird die Reflexion während des Pumpens im Allgemeinen durch die besprochene scharfe Reflexion an der durch den Pumpvorgang entstehenden Kante dominiert. Zusammenfassend wird die Reflexion während eines Pumpvorgangs deutlich sichtbar von der Leitfähigkeit beeinflusst, wobei das Reflexionssignal im Allgemeinen stärker wird. Nur bei sehr hohen Leitfähigkeit bleibt das Signal nahezu unverändert.

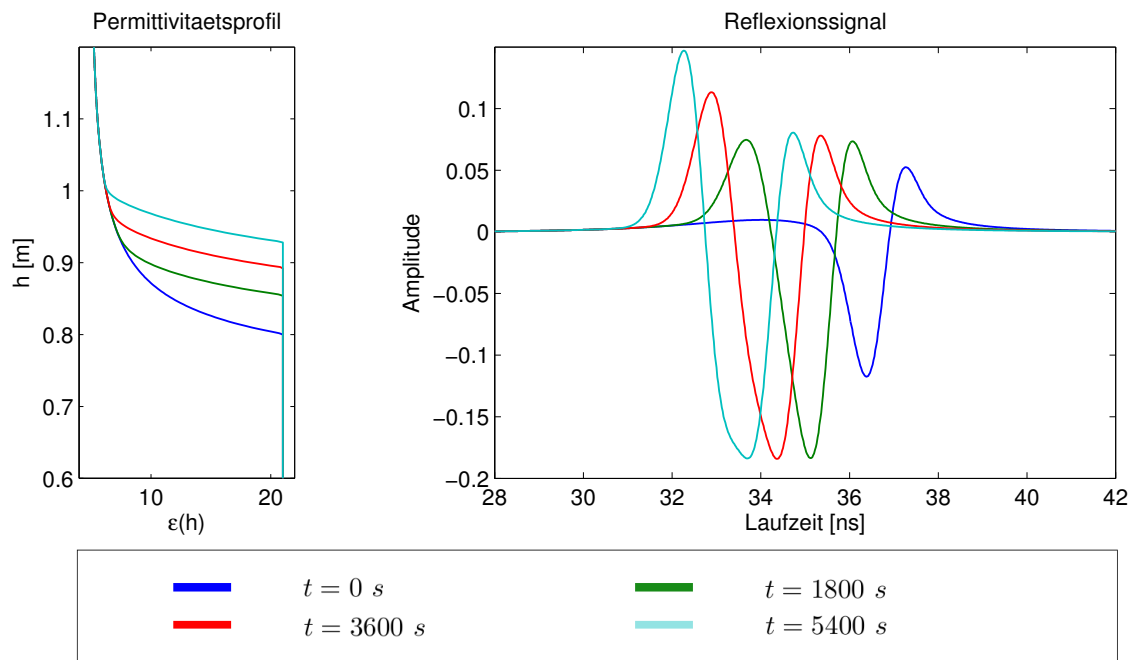


Abb. 3.10: Reflexion von einem Brooks-Corey Profil während des Hereinpumpens von Wasser bei kleiner Leitfähigkeit $K_s = 5 \text{ cm/h}$.

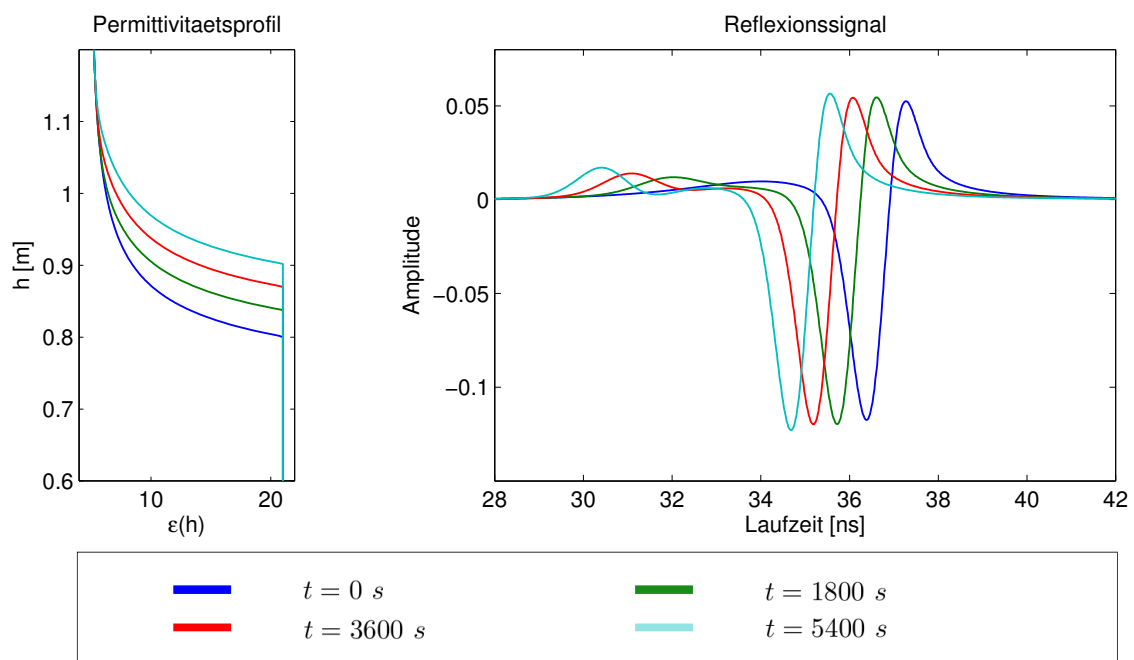


Abb. 3.11: Reflexion von einem Brooks-Corey Profil während des Hereinpumpens von Wasser bei großer Leitfähigkeit $K_s = 100 \text{ cm/h}$

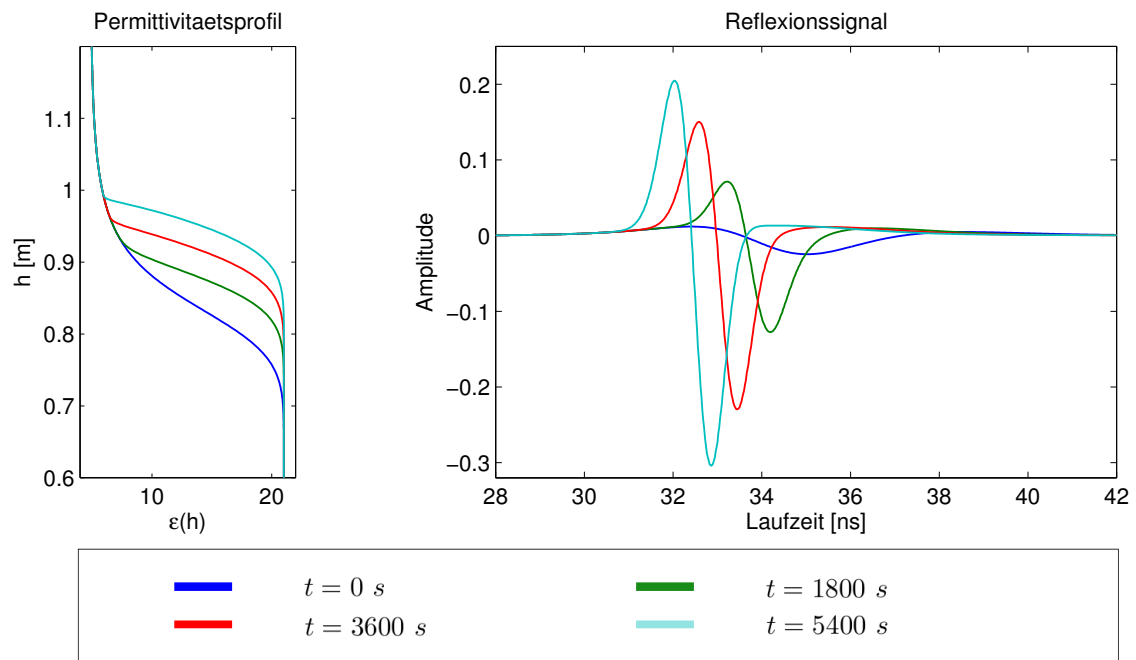


Abb. 3.12: Reflexion von einem vereinfachten van Genuchten Profil während des Hereinpumpens von Wasser bei kleiner Leitfähigkeit $K_s = 10 \text{ cm/h}$.

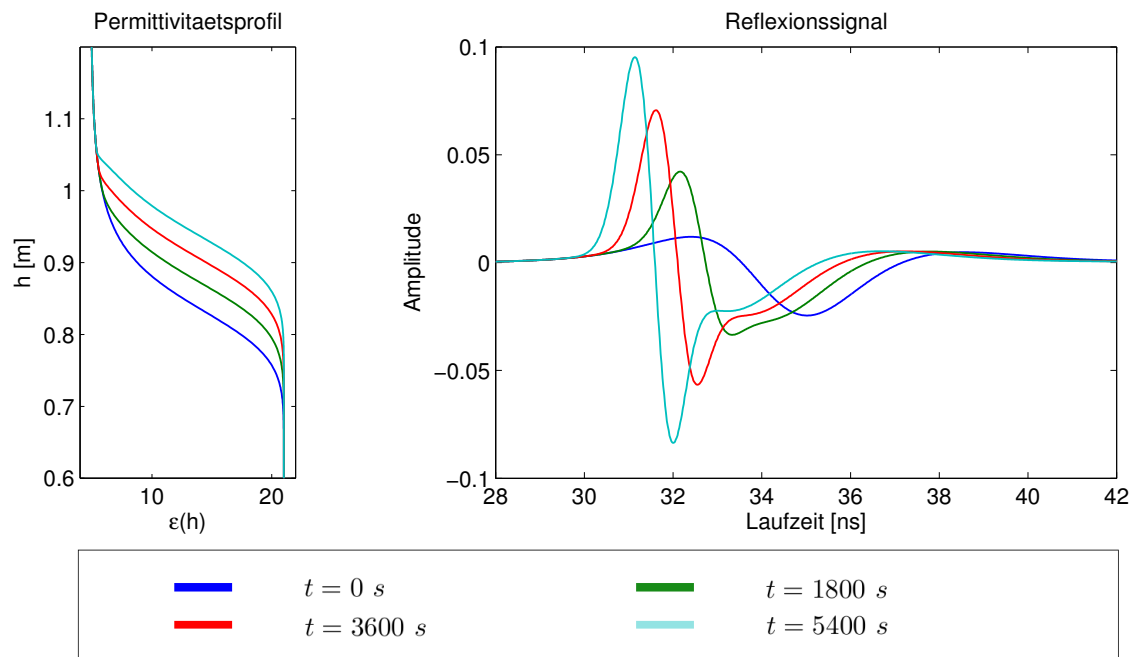


Abb. 3.13: Reflexion von einem vereinfachten van Genuchten Profil während des Hereinpumpens von Wasser bei großer Leitfähigkeit $K_s = 200 \text{ cm/h}$

3.3.3 Abpumpen

Die Leitfähigkeitsfunktion hat erwartungsgemäß ebenfalls signifikante Auswirkung auf das Profil beim Abpumpen von Wasser. Ähnlich der Betrachtung im vorigen Abschnitt kann das Profil wieder in drei charakteristische Bereiche eingeteilt werden. Das prinzipielle Verhalten beim Abpumpen ist in Abbildung 3.14 gezeigt. Im Bereich (A) ist die Leitfähigkeit groß genug, damit die Wassergehaltsverteilung dem Pumpvorgang folgen kann: Dieser Teil des Profils bewegt sich nach unten, ohne seine Form zu ändern. Im Bereich (B) reicht die Leitfähigkeit dafür nicht mehr aus, der Übergangsbereich wird in diesem Fall auseinander gezogen, während er sich nach unten bewegt. Fällt die Leitfähigkeitsfunktion so sehr ab, dass die Zeitskala der Wasserbewegung in diesem Bereich nicht mehr vergleichbar mit der des Pumpvorgangs ist, bewegt sich das Profil in diesem Bereich nicht während des Pumpvorgangs (C). Am Übergangsbereich zwischen (B) und (C) bildet sich eine weiche Kante aus.

Auch in diesem Fall ist die Lage der einzelnen Bereiche von allen Parametern abhängig, zur Untersuchung des Reflexionssignals soll jedoch nur die Veränderung von K_s untersucht werden. Für die Höhenabnahme kann wieder 3.2 herangezogen werden, wobei der Korrekturterm diesmal negativ ist und aus dem Wasser resultiert, dass aufgrund zu geringer Leitfähigkeit nicht folgen kann.

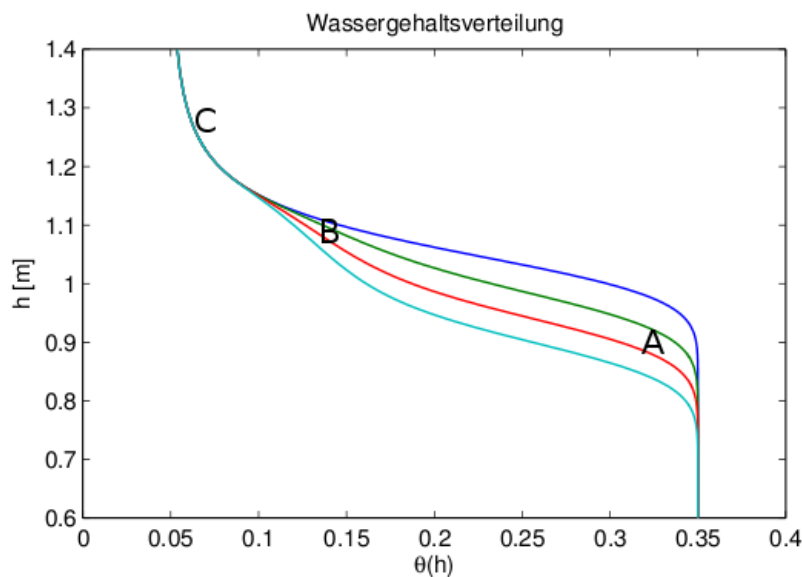


Abb. 3.14: Wassergehaltsverteilung während des Abpumpens von Wasser.

Im Gegensatz zum Hereinpumpen ist im Folgenden das grundlegende Verhalten leichter an einem van Genuchten Profil zu erkennen.

In Abbildung 3.15 ist das Verhalten des Reflexionssignals während des Abpumpvorgangs zu sehen. Bei Start des Pumpens bildet sich im vorderen Teil des Reflexionswavelets eine Teilreflexion mit höherer Hauptfrequenz als zuvor. Diese Teilreflexion ist der oben ge-

nannten weichen Kante zuzuordnen. Während des Pumpvorgangs wird diese Teilreflexion schwächer und hochfrequenter, der Anfangspunkt der Reflexion bleibt zeitlich fixiert. Aus dem auseinandergezogenen, sich nach unten bewegenden Übergangsbereich resultiert eine mit dem Ausgangssignal vergleichbare, aber schwächere Teilreflexion, die zu längeren Laufzeiten geht, was aufgrund der Wasserbewegung sofort einzusehen ist.

Wie sich die Erhöhung der Leitfähigkeit um den Faktor 20 auswirkt, wird in Abbildung 3.16 gezeigt. Die weiche Kante liegt, wie im Permittivitätsprofil zu sehen, deutlich höher und ist schwächer ausgeprägt, was sich direkt im Reflexionssignal zeigt. Die Teilreflexion zu Beginn des Signals ist deutlich schwächer. Das Ausgangssignal läuft mit nur leicht veränderter Form zu größeren Laufzeiten.

Auch bei Profilen, die nach Brooks-Corey parametrisiert sind, lassen sich die gleichen Effekte beobachten (Abbildungen 3.17 und 3.18). Dabei wird allerdings das Signal von der starken Reflexion am Lufteintrittswert dominiert. Dagegen ist der Unterschied in der Entwicklung der Laufzeiten aufgrund der verschiedenen Leitfähigkeiten besser zu erkennen. Bei kleinen Leitfähigkeiten nimmt die Höhe des Kapillarsaums schneller ab und es befindet sich mehr Wasser über diesem. Beide Argumente tragen zu einer Verlängerung der Laufzeit im Gegensatz zu hohen Leitfähigkeiten bei.

Zusammenfassend führt auch beim Abpumpvorgang die Leitfähigkeitsfunktion zu einer charakteristischen Veränderung des Reflexionssignals. Dabei wird im Allgemeinen eine schwächere Reflexion erwartet.

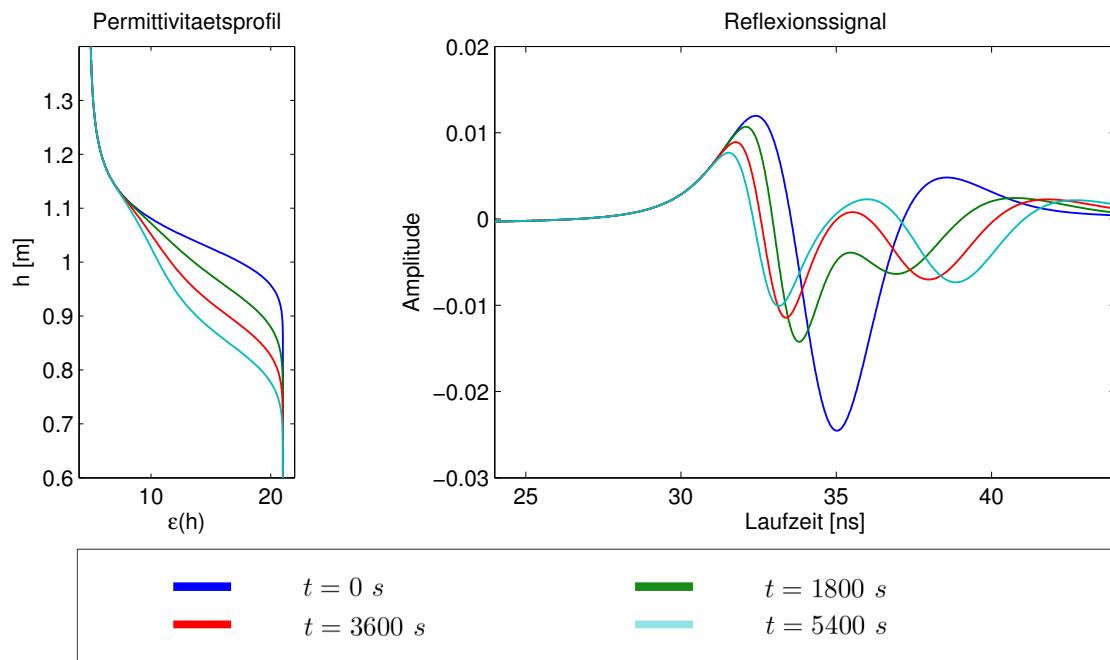


Abb. 3.15: Reflexion von einem vereinfachten van Genuchten Profil während des Abpumpens von Wasser bei kleiner Leitfähigkeit $K_s = 10 \text{ cm/h}$.

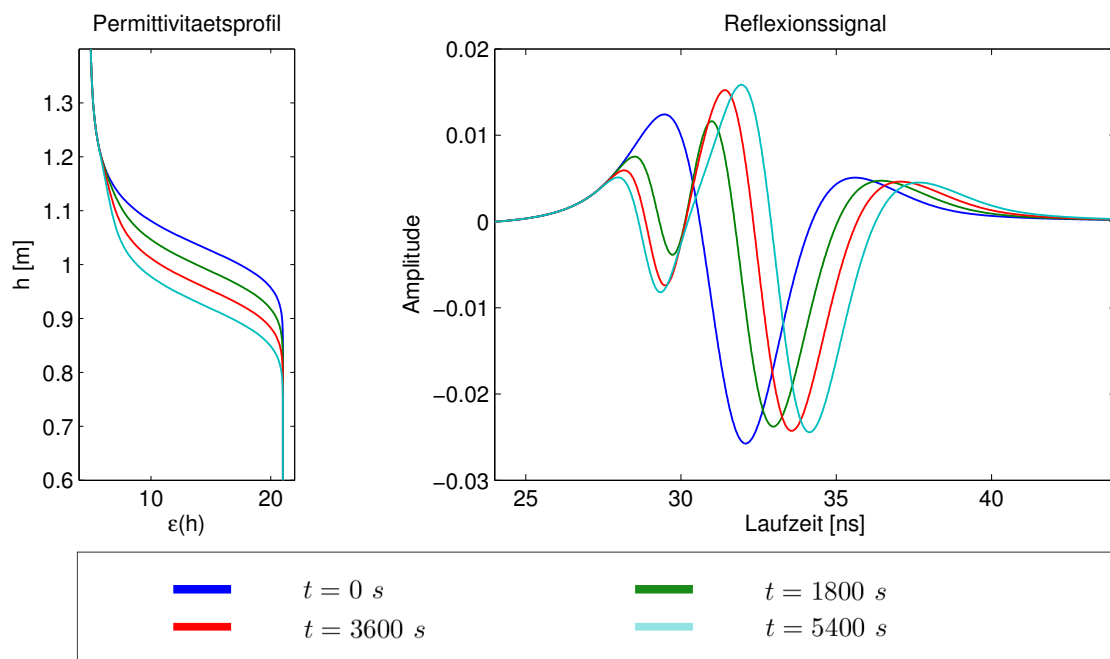


Abb. 3.16: Reflexion von einem vereinfachten van Genuchten Profil während des Abpumpens von Wasser bei großer Leitfähigkeit $K_s = 200 \text{ cm/h}$.

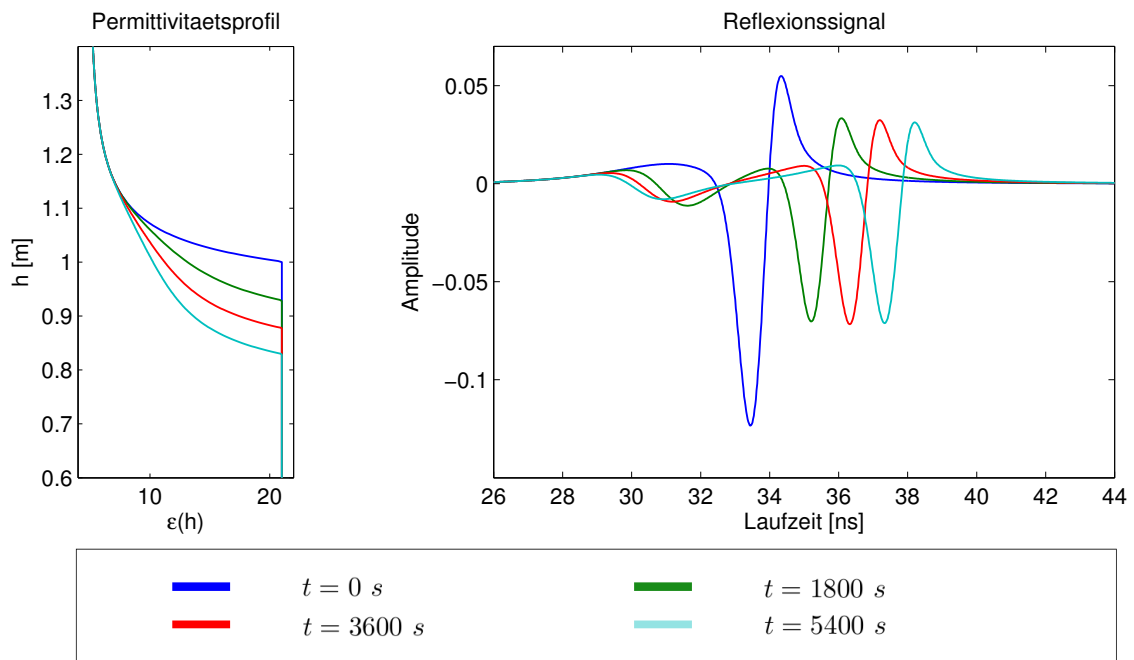


Abb. 3.17: Reflexion von einem Brooks-Corey Profil während des Abpumpens von Wasser bei kleiner Leitfähigkeit $K_s = 5 \text{ cm/h}$.

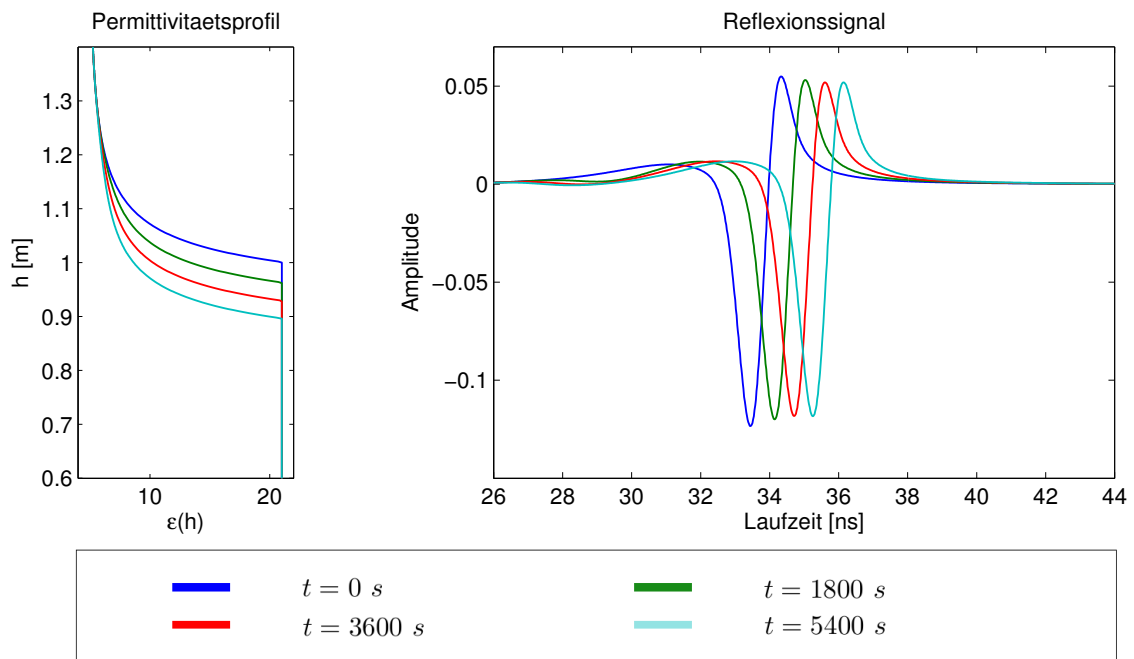


Abb. 3.18: Reflexion von einem Brooks-Corey Profil während des Abpumpens von Wasser bei großer Leitfähigkeit $K_s = 100 \text{ cm/h}$.

3.3.4 Zusammenfassung und Diskussion

In den vorherigen Abschnitten wurde das Verhalten der Reflexion während eines Pumpvorgangs am unteren Rand eines homogenen Sandes untersucht. Sowohl für das Hereinpumpen als auch das Abpumpen von Wasser verändert sich das Reflexionssignal während des Pumpvorgangs signifikant.

Je nach Pumpfluss und Gestalt der wassergehaltsabhängigen Leitfähigkeitsfunktion in verschiedenen Bereichen kann das Profil der Wasserbewegung verschieden gut folgen. Dies hat eine Verformung des Profils und somit eine Änderung des Reflexionssignals zur Folge. Dabei ist generell zu erwarten, dass das Signal beim Hereinpumpen verstärkt und beim Abpumpen geschwächt wird, da der Kapillarsaum gestaucht bzw. gestreckt wird. Die beiden Parametrisierungen zeigen zwar die grundsätzlich gleiche Reaktion, jedoch sind die Veränderung aufgrund der deutlich unterschiedlichen stationären Reflexionen unterschiedlich signifikant im Verhältnis zum Ausgangssignal.

Durch die Abhängigkeit des Reflexionssignals kann eine Aussage über die Größe der Leitfähigkeit getroffen werden, welche um viele Größenordnungen variieren kann. Je weniger sich das Reflexionssignal im Vergleich zum stationären Fall ändert, desto höher ist die Leitfähigkeit und desto besser kann der Kapillarsaum der Wasserbewegung folgen. Die durch das Experiment beobachtbaren Leitfähigkeitsunterschieden hängen dabei stark vom angelegten Pumpfluss ab. Betrachtet man speziell das Hereinpumpen von Wasser, so gibt es für den betrachteten Bereich, der durch die Geometrie (z.B. Höhe des Sandes) und die Startbedingungen festgelegt wird, jeweils eine obere und untere Grenze für die beobachtbaren Leitfähigkeitsunterschiede. Die obere Grenze ist durch die Leitfähigkeit gegeben, bei der der Kapillarsaum näherungsweise forminvariant dem Pumpfluss folgen kann, man erhält eine dem stationären Fall entsprechende Reflexion. Eine noch höhere Leitfähigkeit ergibt keinen erkennbaren Effekt. Die untere Grenze der Leitfähigkeit kennzeichnet sich durch eine scharfe Front, die eine entsprechende Reflexion zeigt. Eine geringere Leitfähigkeit hat theoretisch ebenfalls keinen weiteren Effekt. Dabei wurde die unrealistische Annahme gemacht, dass die Pumpe sein Pumppotential beliebig steigern kann, um den Fluss konstant zu halten.

Im Gegensatz zum stationären Fall wird der transiente Fall signifikant von den Parametern θ_s und θ_r beeinflusst, da durch diese Parameter bei konstantem j_{pump} der Fluss im Medium bestimmt wird. Allerdings wird deutlich, dass eine gleichzeitige Schätzung mit Schwierigkeiten verbunden ist, da der Fluss im Medium von beiden gleichermaßen bestimmt wird.

Dies zeigt, dass durch die Betrachtung eines Pumpvorgangs deutlich mehr Informationen gewonnen werden können und so eine Schätzung der Parameter prinzipiell verbessert werden sollte.

4 Bestimmung hydraulischer Eigenschaften durch transiente GPR-Daten

Im folgenden Kapitel werden die in Kapitel 3 gewonnenen Erkenntnisse benutzt, um GPR-Daten eines stationär fixierten Antennensystems aus zwei Pumpexperimenten auf dem ASSESS-GPR Testfeld zu interpretieren. Dabei können aus den aufgenommenen Radargrammen ohne Anwendung einer Inversion Aussagen zu den hydraulischen Eigenschaften getroffen werden. Hauptpunkt ist dabei die Wahl einer geeigneten Parametrisierung, die den Sand gut beschreibt. Darauf aufbauend können grundsätzliche Annahmen zur Größe einiger Parameter gemacht werden. Die Reproduzierbarkeit der Radargramme durch Simulationen wird daraufhin demonstriert durch eine „Inversion per Hand“, welche jedoch keinen Anspruch auf Korrektheit oder Eindeutigkeit besitzt.

Im Folgenden wird zuerst das ASSESS-GPR Testfeld kurz vorgestellt, wobei alle für die Messungen relevanten Bestandteile besprochen werden. Im darauf besprochenen Experiment wird vor allem die Ergänzung der bestehenden Geometrie (Hinzufügen einer Schichtgrenze) gerechtfertigt und die erwartete Auswirkung auf die Bodenparameter vorgestellt. Danach wird das eine Woche später durchgeführte Experiment diskutiert. Aus den daraus erhaltenen Daten kann eine Entscheidung über die für den betrachteten Sand passende Parametrisierung getroffen werden. Dies wird mit passenden numerischen Simulationen des GPR-Signals gezeigt. Unter Zuhilfenahme der Radargramme beider Experimente werden daraufhin noch Aussagen zur Größe einiger Parameter gemacht. Um das Potential numerischer Simulationen zu verdeutlichen, wird zum Abschluss des Kapitels die Reproduktion der Radargramme durch ein Auswählen der Parameter ohne Inversionsalgorithmus gezeigt.

4.1 ASSESS-GPR Testfeld

Die hier diskutierten Experimente wurden auf dem ASSESS-GPR Testfeld durchgeführt. Dieses befindet sich auf den Hessenhöfen in der Nähe von Heidelberg und wurde eigens für GPR-Experimente in einer großen Sandbox gebaut. Während sich in diesem Abschnitt auf die für die Experimente relevanten Details beschränkt wird, sei für detaillierte Informationen zur gesamten Sandbox und zu deren Bau auf [Antz \(2010\)](#) verwiesen.

Bei dem ASSESS-GPR Testfeld handelt es sich um eine 4 m x 20 m x 1.9 m große Sandbox, die aus verschiedenen, in x-Richtung uniformen Sandschichtungen besteht. In Abbildung 4.1 ist das Testfeld mit den Kürzeln für die 3 verwendeten Sande gezeigt. Dabei ist für die hier diskutierten Experimente nur der Bereich $y \in [16 \text{ m}; 20 \text{ m}]$, der aus 2 näherungsweise horizontalen Schichten besteht, relevant. Um das Durchführen uniformer Pumpexperimente vom unteren Rand zu ermöglichen, ist ebenfalls eine ca. 10 cm Breite Kiesschicht am unteren Rand eingelassen. Die Pumpvorgänge werden über ein Pumprohr

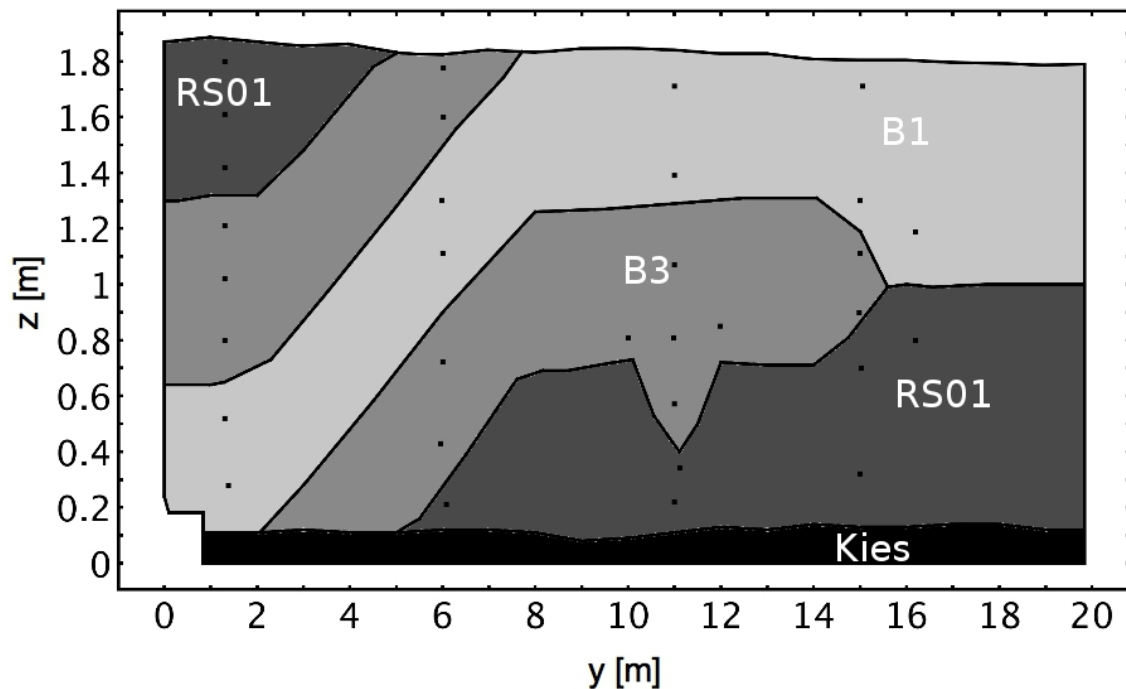


Abb. 4.1: Aufbau des ASSESS-GPR Testfelds.
Kürzel und Farbgebung kennzeichnen verschiedene Sande, kleine Quadrate markieren die Position der TDR-Sonden.

durchgeführt, welches im Bereich mit den zwei horizontalen Schichten lokalisiert ist. Das Pumprohr erlaubt ebenfalls die Messung des momentanen Wasserspiegels. Zur Messung des lokalen Wassergehalts sind TDR-Sonden in das Testfeld eingebaut, dargestellt durch kleine Quadrate in Abbildung 4.1.

Zusammenfassend bietet das ASSESS-GPR Feld die Möglichkeit, GPR-Experimente mit bekannter Geometrie und bekannten hydraulischen Randbedingungen durchzuführen.

4.2 Einführung einer Verdichtungsschicht durch Interpretation transienter GPR-Daten während eines Abpumpexperiments

Das im folgenden Abschnitt diskutierte Experiment kann vor allem als Vorarbeit für das folgende Experiment verstanden werden. Gegenstand ist die Betrachtung des zeitabhängigen Signals einer stationär platzierten „on-ground“ GPR-Antenne während eines Abpumpvorgangs bei bekannter Geometrie, unterstützt durch eine Common-Offset-Messung zu Beginn und nach Abschluss des Abpumpexperiments. Die Beobachtungen aus der zeitabhängigen Trace werden beschrieben, reichen jedoch noch nicht für Aussagen über hydraulischen Eigenschaften aus. Ergebnis dieses Experimentes ist die Einführung einer zusätzlichen Schicht im betrachteten Sandprofil, welche durch eine Verdichtung während

des Baus der Sandbox entstanden ist. Im Hinblick auf eine Modellierung der Hydraulik wird darauf aufbauend die Auswirkung einer Verdichtung auf die Sandparameter diskutiert.

4.2.1 Setup

Die Geometrie des für das Experiment relevanten Teiles des ASSESS-GPR Testfelds ist in Abbildung 4.2 schematisch dargestellt. Da in den Wochen zuvor kein Niederschlag zu verzeichnen war, befand sich das System in guter Näherung im hydraulischen Gleichgewicht, der Wasserspiegel lag bei 55 cm. Über das Pumprohr wurde in einem Zeitbereich von 33 min ein Volumen von 1464 l in die Sandbox gepumpt. Dies entspricht mit der gegebenen Querschnittsfläche von 80 m^2 der Sandbox und bei Annahme einer Porosität von 0.3 - 0.4 einer Amplitude von 4 - 6 cm im Wasserspiegel. Während des Pumpvorgangs wurde eine GPR-Antenne stationär auf der Bodenoberfläche platziert und alle 10 s eine Trace aufgenommen. Dazu wurde der interne Kanal einer bi-statischen, abgeschirmten on-ground GPR Antenne benutzt, dessen Sender- und Empfängerantenne einen Abstand von 14 cm besitzen. Die durch den Hersteller IDS angegebene Hauptfrequenz liegt bei 400 MHz. Um die beobachteten Teilreflexion besser der Geometrie zuzuordnen wurde vor und nach dem Pumpvorgang jeweils eine Common-Offset-Messung über das gesamte Profil in y -Richtung durchgeführt.

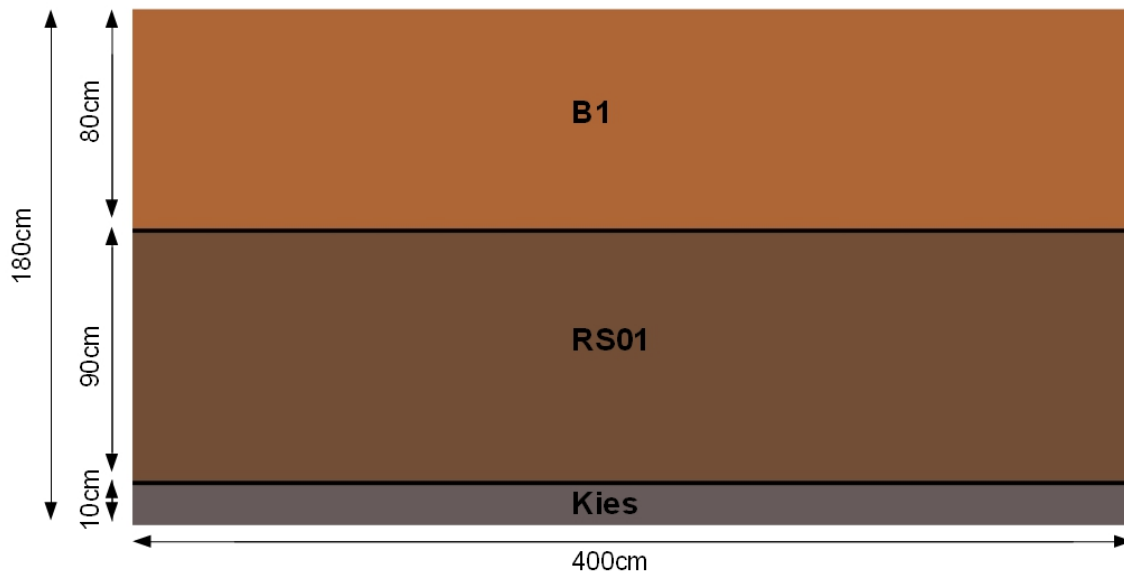


Abb. 4.2: Schematische Skizze der betrachteten Geometrie im Boden

4.2.2 Empirische Interpretation der Radargramme

Abbildung 4.3 zeigt die Common-Offset-Messung vor Start des Pumpens. Die Geometrie des Silos ist gut zu erkennen. Im für den Pumpvorgang interessanten Bereich geht von der Schichtgrenze zwischen B1- und RS01-Sand eine gut sichtbare Reflexion aus (A). Bei (B1) ist eine weitere, schwächere Reflexion zu erkennen. Diese Reflexion tritt, festzumachen durch Vergleich des Radargramms mit der Geometrie (Abbildung 4.1), in einer Höhe von ca. 70 cm auf. Sie ändert sich während des Pumpvorgangs signifikant. (C) ist als Interferenz zwischen den Reflexionen am unteren Rand und an der Kiesschicht zu interpretieren, sie dient als qualitativer Indikator für die darüber befindliche Wassermenge.

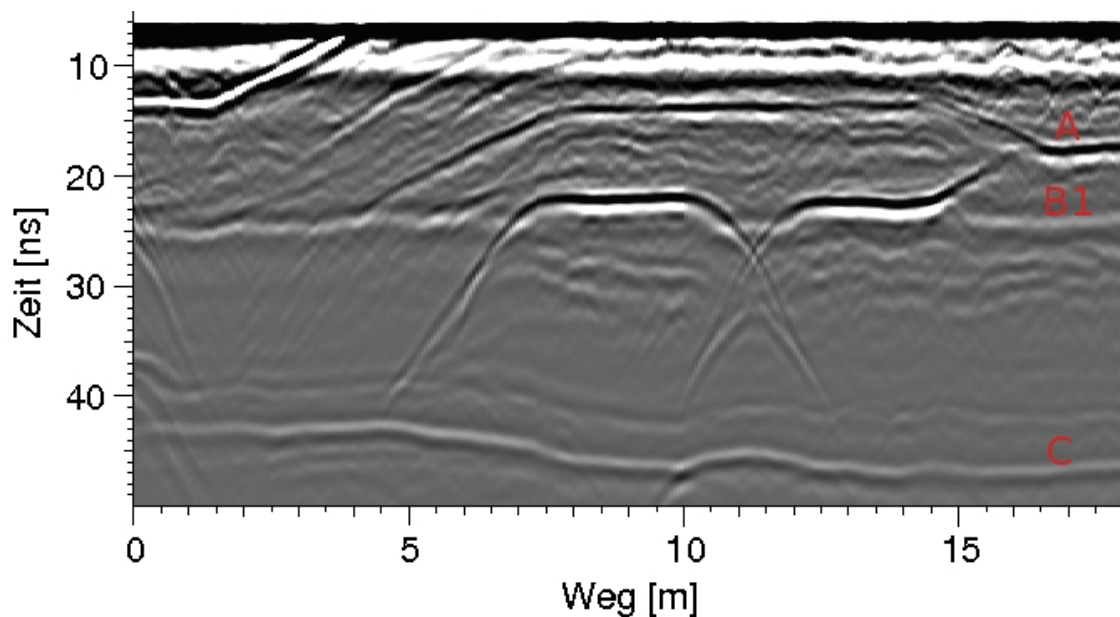


Abb. 4.3: Radargramm der Common-Offset Messung vor Beginn des Pumpexperiments, wichtige Punkte sind markiert.

Nun wird der Pumpvorgang an einem Punkt betrachtet (Abbildung 4.4). Das Radargramm wird von einer Art langwelligen Sinusschwingung überlagert. Grund hierfür waren wahrscheinlich Interferenzen mit während der Messung ebenfalls in Betrieb befindlichen 800 MHz Antennen. Dadurch ist eine Aussage über Änderungen in der Laufzeit nicht verlässlich. Die Ergebnisse der 800 MHz Antennen geben keine weiterführenden Informationen und werden deshalb an dieser Stelle nicht diskutiert. Die Reflexionen (A), (B1), (C) sind zur Orientierung markiert. Während das Wasser abgepumpt wird, bleibt (A) bis auf die erwähnte Störung konstant. Daraus lässt sich schließen, dass die signifikante Wasserbewegung nur unterhalb der B1-RS01-Schicht stattfindet. An der Reflexion am unteren Rand (C) kann trotz des Störsignals das erwartete Verhalten erkannt werden: Es ist ein Trend zu kürzeren Laufzeiten während des Pumpvorgangs zu erkennen, da weniger Wasser eine höhere Ausbreitungsgeschwindigkeit bedeutet.

Die Reflexion (B1) ändert die Form während des Pumpvorgangs merklich. Vor dem Start und am Anfang des Pumpvorgang besteht sie nur aus einem signifikanten Maximum und einem Minimum. Da sich die Reflexion von einer Schichtreflexion unterscheidet, weißt dies auf eine Reflexion vom Kapillarsaum hin. Während des Experiments geht diese Reflexion jedoch in eine über, die charakteristisch für eine Schichtreflexion bzw. allgemeiner einen scharfen Übergang im Wassergehalt ist (B2). Aus Abschnitt 3.3.3 ist jedoch bekannt, dass der Abpumpvorgang keinesfalls eine Schärfung des Kapillarsaums nach sich ziehen kann, weshalb es sich bei der Reflexion (B2) um eine Schichtreflexion handeln muss. Die Beobachtungen lassen also schließen, dass sich der Kapillarsaum während des Experiments durch eine Schichtgrenze bewegt, die in der Geometrie nicht explizit erwartet ist. Unter diesem Gesichtspunkt lässt sich nicht klar sagen, ob es sich bei (B1) um die „reine“ Kapillarsaumreflexion oder eine Überlagerung mit einer Reflexion von der direkt darunterliegenden Schichtgrenze handelt. Die angesprochene Schicht liegt mit Blick auf die Common-Offset-Messung nach Abschluss des Pumpvorgangs (Abbildung 4.5), wieder durch Vergleich mit der bekannten Geometrie, in 70 cm Höhe (B2).

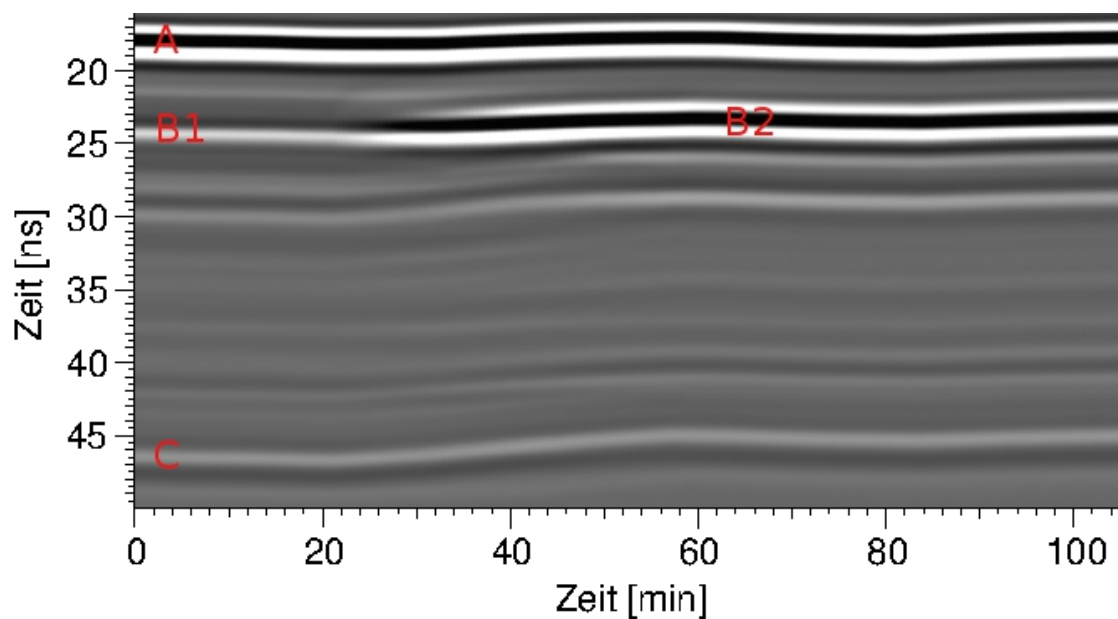


Abb. 4.4: Radargramm der stationären GPR-Antenne während des Pumpexperiments, wichtige Punkte sind markiert.

Um die Schichtgrenze zu erklären, kann der Bauablauf der Sandbox betrachtet werden. Hier wurde in der besagten Höhe von 70 cm eine Verdichtung des Sandes vorgenommen. Dies kann zu signifikanten Änderungen der Eigenschaften des Sandes führen, welche in dieser Beobachtung durch die Präsenz einer weiteren Schichtreflexion sichtbar werden. Die erwarteten Änderungen der hydraulischen Parameter werden im Folgenden diskutiert.

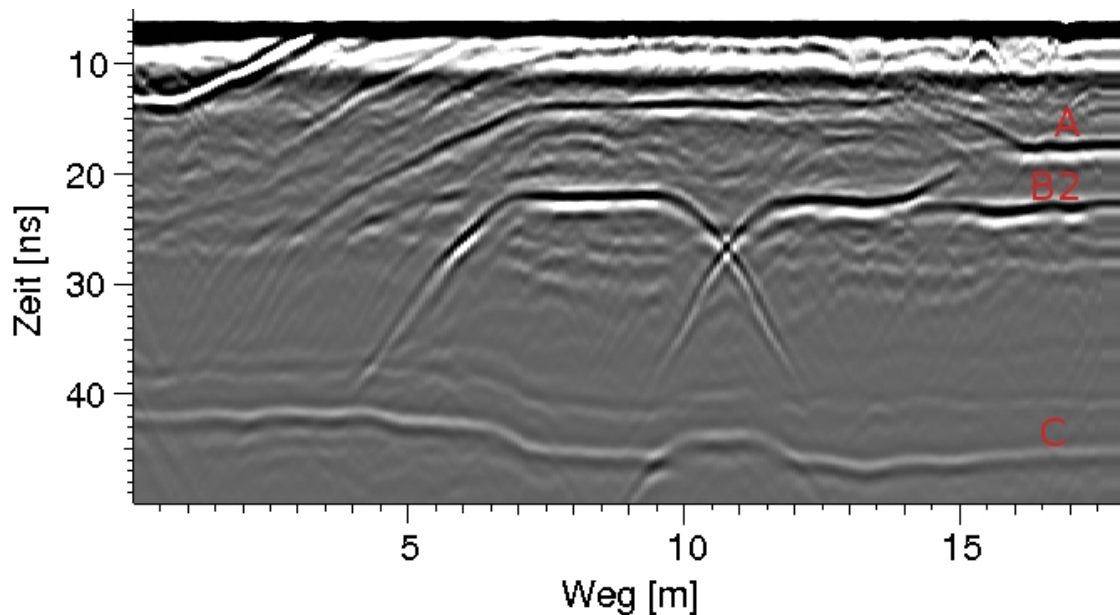


Abb. 4.5: Radargramm der Common-Offset Messung nach Abschluss des Pump-experiments, wichtige Punkte sind markiert.

4.2.3 Änderung der Parameter bei Verdichtung

Mit dem in Abschnitt 2.1.4 erworbenen Verständnis über den Einfluss der Porengeometrie auf die Parameter können die Auswirkungen einer Verdichtung auf die Sandparameter abgeschätzt werden. Dies ist vor allem für spätere Modellierungen von Interesse.

Intuitiv klar ist die Annahme, dass nach der Verdichtung insgesamt weniger Porenraum vorhanden ist, also die Porosität Φ und dementsprechend θ_s abnehmen. Dies geschieht durch eine kompaktere Packung der Körner. Kleinere Porenräume, insbesondere die Senkung der maximalen Porenraumgröße, ergeben einen höheren Lufteintrittswert bzw. eine allgemein höhere kapillare Steighöhe. Daraus folgt eine Erhöhung des Parameters h_0 (Brooks-Corey) bzw. eine Senkung des Parameters α (van Genuchten), da diese die Wassercharakteristik skalieren. Die gesättigte Leitfähigkeit K_s ist vor allem durch die größten Porenräume bestimmt und wird deshalb kleiner. Für die Formparameter n bzw. λ und den residualen Wassergehalt θ_r gibt es keine Argumente für eine Änderung. Wird im Folgenden die Auswirkung der Verdichtung modelliert, so werden diese Parameter als konstant angenommen.

4.2.4 Zusammenfassung

Durch Interpretation der zeitlichen Entwicklung des GPR-Signals wurde die Präsenz einer weiteren Sandschicht begründet, die aus der Verdichtung des Sandes während des Baus resultiert. Die Änderung relativ zu den ursprünglichen Parametern kann dabei durch fundamentale Überlegungen festgelegt werden. Im folgenden Pumpexperiment wird die-

se neue Schicht von Beginn an für die Interpretation berücksichtigt. Das Radargramm zeigt weiterhin die Beteiligung des Kapillarsaums am Reflexionssignal während dieser sich durch die Schichtgrenze bewegt. Dabei kann aufgrund der Nähe zur Verdichtungsschichtgrenze jedoch nicht ausgeschlossen werden, dass die beobachtete Reflexion zu Beginn des Radargramms eine Überlagerung der Kapillarsaumreflexion mit der Schichtreflexion ist, weshalb keine Charakterisierung der Kapillarsaumreflexion sinnvoll ist. Die Erkenntnisse helfen jedoch beim Design des folgenden Experimentes: Der Wasserspiegel sollte deutlich über 55 cm angehoben werden. Dadurch müsste sich der Kapillarsaum deutlich über der Schichtgrenze befinden und eine Aussage über seine charakteristische Reflexion möglich werden. Zusätzlich wurde sich im nächsten Experiment auf den Einsatz der 400 MHz Antennen beschränkt, da die ebenfalls benutzten 800 MHz Antennen keine weiteren Erkenntnisse lieferten, die Messung allerdings deutlich gestört haben.

4.3 Identifikation eines hydraulischen Parametrisierungsmodells durch transiente on-ground GPR Messungen während eines Pumpexperiments

Im folgenden Abschnitt wird wie schon in Abschnitt 4.2 das zeitabhängige Signal einer on-ground GPR Antenne während eines Pumpexperimentes betrachtet. Es wird gezeigt, dass das zeitabhängige Signal erlaubt, den Kapillarsaum zu identifizieren und seine Bewegung durch den Boden zu verfolgen. Desweiteren kann durch Interpretation der Radargramme die typische Dynamik des Wassergehalts im Boden nachvollzogen werden.

Die Reflexion am Kapillarsaum in den Messdaten wird mit numerischen Simulationen der Reflexion an einem durch die in Abschnitt 2.1.4 vorgestellten Parametrisierungen gegebenen Kapillarsaum verglichen. Dadurch kann ein passendes Parametrisierungsmodell für den Sand gewählt werden.

4.3.1 Setup

Die Geometrie des für das Experiment relevanten Teils wird nach den Erkenntnissen aus Abschnitt 4.2 um die Verdichtungsschicht ergänzt (Abbildung 4.6). Ausgangspunkt war ein stationäres Gleichgewicht mit einem Wasserspiegel bei 47 cm. Über das Pumprohr wurde in einem ersten Schritt über eine Zeit von 2 h ein Volumen von 3836 l in die Sandbox gepumpt. Dies entspricht mit der gegebenen Querschnittsfläche von 80 m^2 der Sandbox und bei Annahme einer Porosität zwischen 0.3 und 0.4 einer Amplitude im Wasserspiegel von 12-16 cm. Nach einer Equilibrierungszeit von 2 h wurde über das Pumprohr ungefähr die gleiche Menge Wasser (3800 l) über eine Zeit von 1 1/2 h wieder aus der Sandbox gepumpt.

Während des Experiments wurde eine GPR-Antenne stationär auf der Oberfläche des Bodens platziert, um im Abstand von 3 s eine Trace aufzunehmen. Gemessen wurde während der Pumpvorgänge und 5-10 min davor bzw. danach. Dabei wurde eine bistatische, abgeschirmte on-ground GPR-Antenne mit einem Abstand von 14 cm zwischen Sender- und Empfängerantenne verwendet. Die Antenne besitzt nach Herstellerangabe eine Hauptfrequenz von 400 MHz.

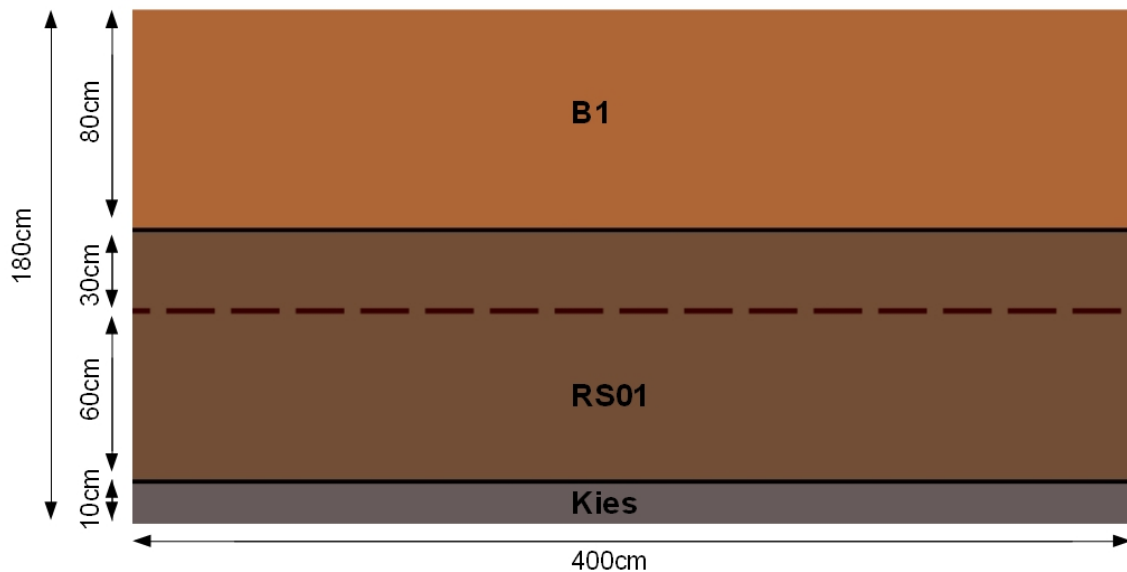


Abb. 4.6: Schematische Skizze der betrachteten Geometrie im Boden, Verdichtung durch gestrichelte Linie gekennzeichnet

4.3.2 Empirische Interpretation der Radargramme

Im Folgenden werden die aufgenommenen Radargramme diskutiert. Diese wurden nur durch einen Standard Dewow-Filter nachbearbeitet.

Hereinpumpen

In den Abbildungen 4.7 und 4.8 ist der Hereinpumpvorgang gezeigt. Um alle für die Interpretation relevanten Änderungen sichtbar zu machen, wurden zwei Darstellungen gewählt. Abbildungen 4.7 macht durch einen hohen Kontrast vor allem die Bewegungen der einzelnen Reflexionen sichtbar, während Abbildungen 4.8 die Amplitudenänderungen sichtbar machen soll, vor allem die der starken Reflexion der oberen Schichtgrenze.

Zu Beginn des Pumpvorgangs sind im Radargramm zwei scharfe Reflexionen zu sehen. Die erste ist die Reflexion von der oberen Schichtgrenze in 100 cm Höhe (A1), die zweite die von Verdichtungsschichtgrenze in 70 cm Höhe (B1).

Einige Minuten nach dem Start des Pumpvorgangs bewegt sich eine Reflexion mit signifikant veränderter Form nach oben (C1). Diese entwickelt sich aus der Reflexion von der Verdichtungsschichtgrenze. Verglichen mit einer Reflexion an einer Schichtgrenze ist nur noch der hintere Teil der Reflexion signifikant, während sich die Wellenlänge nicht signifikant ändert. Diese Reflexion kann eindeutig als die Reflexion von einem steigenden Kapillarsaum identifiziert werden, da eine Reflexion von einer Schicht ausgeschlossen werden kann. Diese würde sich aufgrund des steigenden Wassergehalts über der Schicht im Radargramm während des betrachteten Pumpvorgangs nach unten bewegen. Dieses Verhalten kann für die Reflexion an der Verdichtungsschichtgrenze beobachtet werden

4.3 Identifikation eines hydraulischen Parametrisierungsmodells durch transiente on-ground GPR Messungen während eines Pumpexperiments

(B2). Dabei ist ebenfalls zu beobachten, dass sich das Vorzeichen der Reflexionsamplitude ändert. Dieses Verhalten ergibt sich aus den Eigenschaften der Verdichtung und wird in Abschnitt 4.3.3 detailliert erklärt. In (D) erreicht der obere Rand des Kapillarsaums die obere Schichtgrenze. Dies hat eine Verstärkung der Schichtreflexion zur Folge aufgrund des größeren Unterschieds im Wassergehalt zwischen den Schichten (A2). Die Kapillarsaumreflexion wird ebenfalls signifikant stärker in der Nähe der oberen Schicht (C2). Grund dafür kann eine Schärfung des Kapillarsaums aufgrund einer Kapillarsperre an der Schichtgrenze und/oder eine Interferenz mit der Schichtreflexion sein.

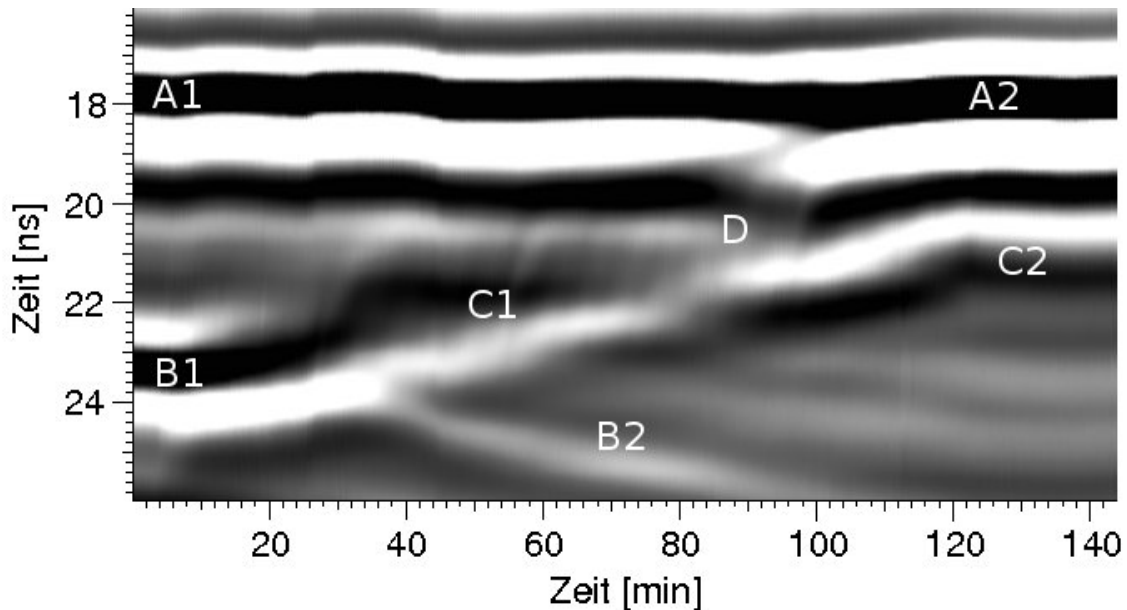


Abb. 4.7: Radargramm beim Hereinpumpen in PiG-Darstellung, wichtige Punkte sind markiert.

Abpumpen

Während der Wasserspiegel gesenkt wird (Abbildungen 4.9 und 4.10) behält die Kapillarsaumreflexion ihre Form. Dieser Sachverhalt schließt die Möglichkeit aus, dass die beobachtete Form aus einer signifikanten Schärfung des Kapillarsaums resultiert, da sonst beim Abpumpvorgang eine signifikante Verbreiterung des Kapillarsaums und somit eine entsprechend stark veränderte Reflexion zu erwarten wäre (siehe dazu Abschnitt 3.3).

In (E) ist die Reflexion an der oberen Schichtgrenze zu sehen. Deren Amplitude nimmt während des Pumpvorgangs ab, da der Unterschied in den Wassergehalten der beiden angrenzenden Schichten während des Pumpvorgangs wieder weniger wird. Die Abnahme der Amplitude ist jedoch deutlich kleiner als die entsprechende Zunahme bei der Erhöhung des Wasserspiegels. Dies ist ein Effekt der stark wassergehaltsabhängigen Leitfähigkeit. Die Zeitskala für die Bewegung niedriger Wassergehalte ist deutlich größer als die des

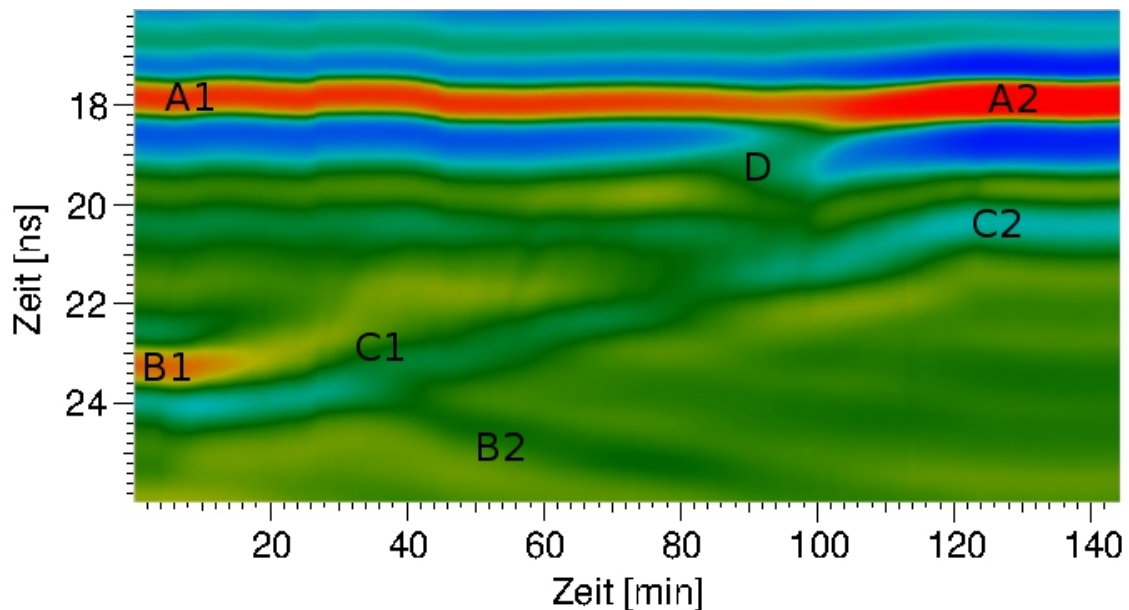


Abb. 4.8: Radargramm beim Hereinpumpen in PickniG-Darstellung, wichtige Punkte sind markiert.

Pumpvorgangs, das Wasser läuft innerhalb dieses Zeitfensters nicht vollständig nach. Die Kapillarsaumreflexion (F) ist während des Pumpvorgangs zu jeder Zeit gut auszumachen, bis sich der Kapillarsaum durch die Verdichtungsschichtgrenze bewegt. Ab diesem Zeitpunkt wird die Kapillarsaumreflexion im Radargramm durch die Schichtreflexion ersetzt (G2), die sich während des Pumpvorgangs von unten nähert (G1), da der Wassergehalt über der Schichtgrenze abnimmt. Der Vorzeichenwechsel in der Amplitude dieser Reflexion ist bei einem Vergleich von (G1) und (G2) ebenfalls wieder sichtbar. Das wichtigste Ergebnis der Beobachtung ist die unterschiedliche Form der Kapillarsaumreflexion im Vergleich zu einer einfachen Schichtreflexion. Um diesen Unterschied noch einmal besser zu illustrieren, sind die Reflexionen vom Kapillarsaum und von der Verdichtungsschichtgrenze (Abbildung 4.11), ausgeschnitten aus je einer einzelnen Trace während des Abpumpvorgangs, gezeigt. Im Vergleich zur Schichtreflexion ist bei der Kapillarsaumreflexion nur der hintere Teil der Reflexion ausgeprägt. Der etwas verlängerte Anfangsteil der Kapillarsaumreflexion ist auf eine Interferenz mit einer kleineren Reflexion von einer Heterogenität zurückzuführen. Wie in den Radargrammen zu erkennen ist, sind diese zahlreich vorhanden und machen deshalb das Herausschneiden einer klaren Kapillarsaumreflexion schwierig, da diese kontinuierlich mit den Reflexionen von Heterogenitäten interferiert. Dies zeigt die Wichtigkeit einer transienten Messung, da nur dadurch die Form des Kapillarsaums eindeutig sichtbar gemacht wird. In Abschnitt 4.3.5 kann aus dieser Information mit Unterstützung von numerischen Simulationen des Reflexionssignals ein passendes hydraulisches Parametrisierungsmodell für den Sand gefunden werden.

4.3 Identifikation eines hydraulischen Parametrisierungsmodells durch transiente on-ground GPR Messungen während eines Pumpexperiments

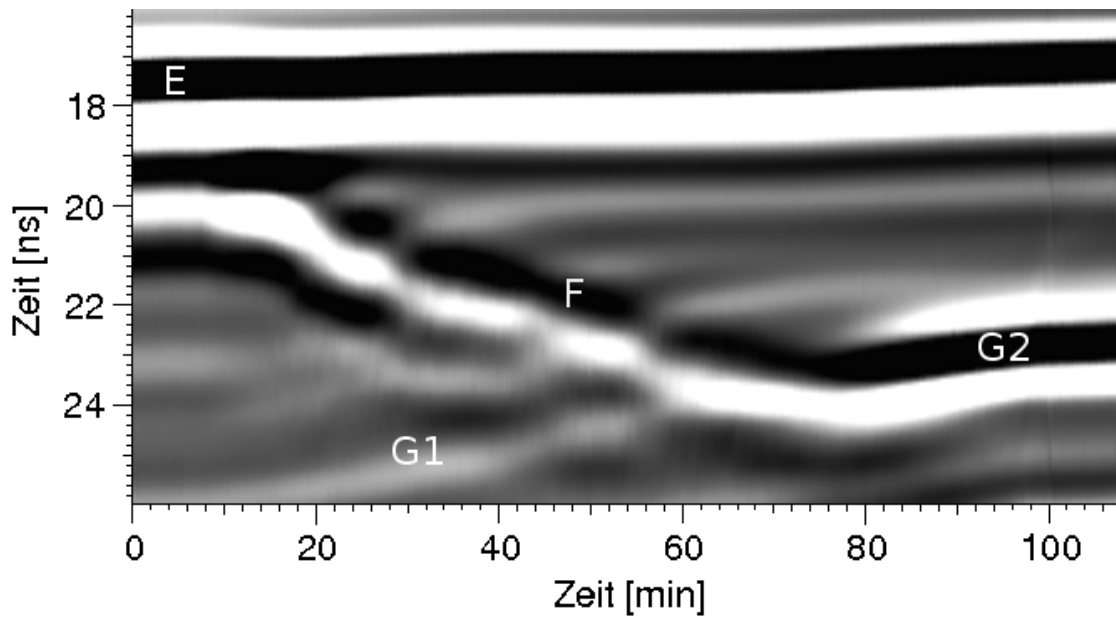


Abb. 4.9: Radargramm beim Abpumpen in PiG-Darstellung, wichtige Punkte sind markiert.

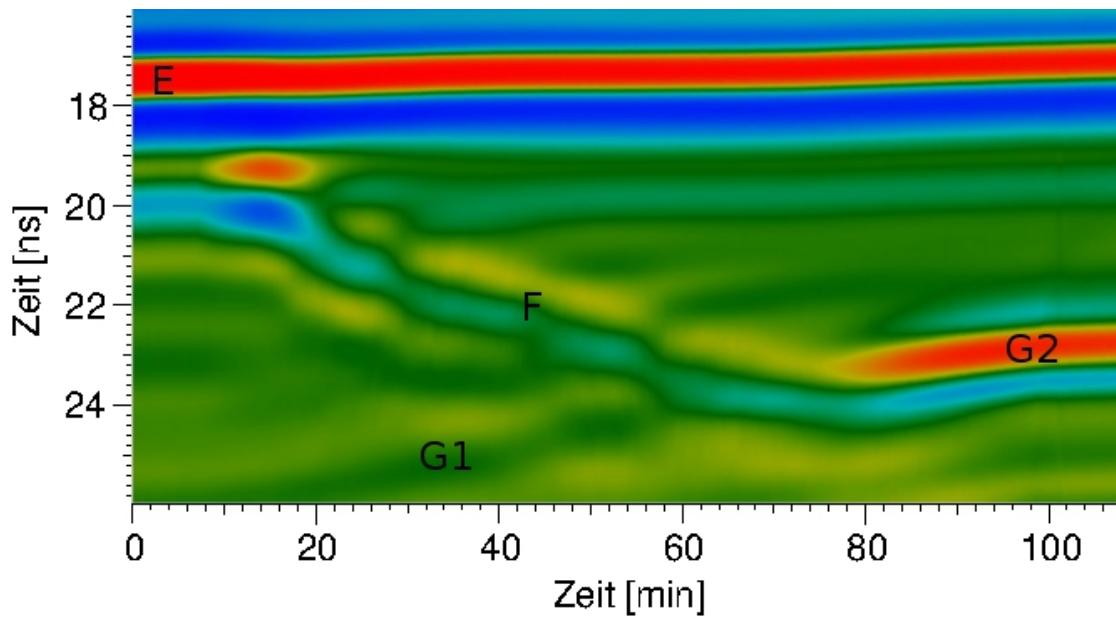


Abb. 4.10: Radargramm beim Abpumpen in PickniG-Darstellung, wichtige Punkte sind markiert.

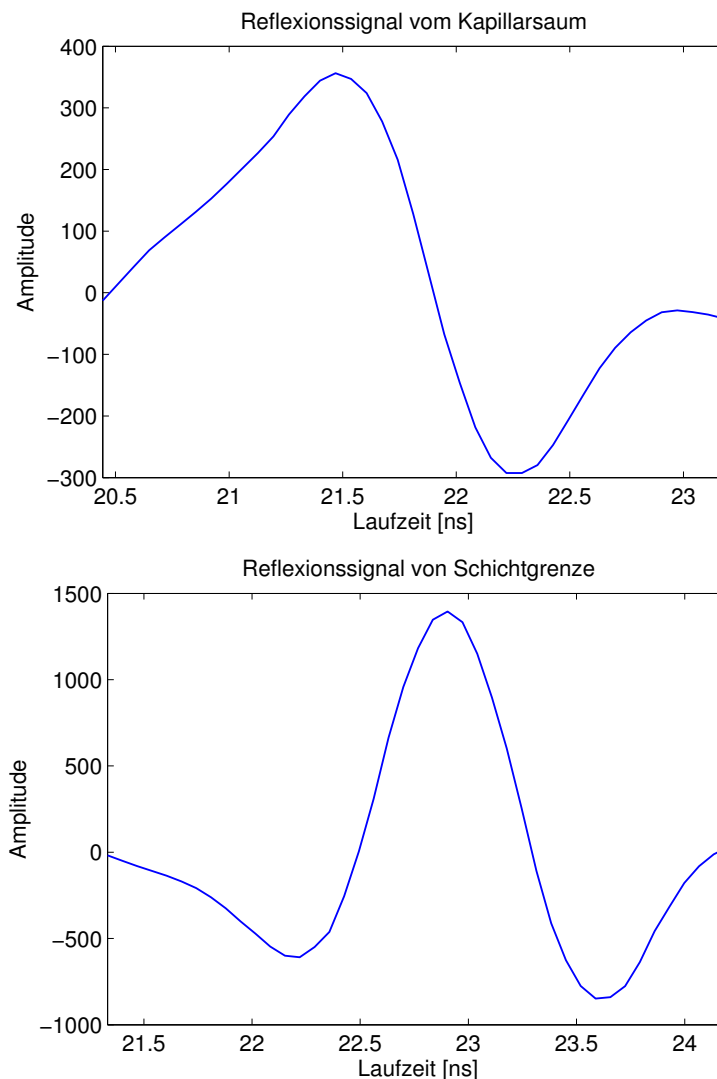


Abb. 4.11: Oben: Reflexion von Kapillarsaum (aus Trace bei ca. 40 min während des Abpumpvorgangs). Unten: Reflexion von unterer Schicht (aus Trace bei ca. 95 min während des Abpumpvorgangs).

4.3.3 Auswirkung der Verdichtungsschicht auf das Reflexionssignal

Im Folgenden wird durch die in Abschnitt 4.2.3 gemachten Annahmen über die Sandparameter der Vorzeichenwechsel in der Amplitude der Reflexion an der Verdichtungsschichtgrenze erklärt. Dieser beruht darauf, dass der verdichtete Sand zwar weniger Wasser aufnehmen kann, durch die kleineren Poren das Wasser jedoch höher steigt.

Um den Effekt zu zeigen, wird die Wassergehaltsverteilung im Bereich der Verdichtung untersucht. Dazu werden zwei stationäre Gleichgewichtszustände bei Wasserspiegeln in verschiedener Höhe betrachtet. Eine leitfähigkeitsabhängige Betrachtung des Pumpvorgangs ändert nichts an den grundsätzlichen Beobachtungen. Die Sandprofile sind durch

4.3 Identifikation eines hydraulischen Parametrisierungsmodells durch transiente on-ground GPR Messungen während eines Pumpexperiments

die Brooks-Corey Parametrisierung gegeben, wobei nur die Parameter h_0 und θ_s variieren. Mit der van Genuchten Parametrisierung erhält man analoge Ergebnisse, wenn entsprechend α und θ_s variiert werden.

Der über der Verdichtung liegende Sand wird durch die Parameter $\theta_r = 0.05$, $\lambda = 3$, $\theta_s = 0.35$ und $h_0 = 0.17 \text{ m}$ beschrieben. Entsprechend den angenommenen Veränderungen wird für den verdichteten Sand $\theta_s = 0.33$ und $h_0 = 0.2 \text{ m}$ angenommen. Die Wassergehaltsverteilung und die daraus resultierende Permittivitätsverteilung werden für zwei Wasserspiegel bei $h = 47 \text{ cm}$ und $h = 55 \text{ cm}$ betrachtet (Abbildung 4.12).

Solange der Kapillarsaum unterhalb der Schichtgrenze liegt, ist der Wassergehalt des verdichteten Sandes an der Schichtgrenze höher, da der Wassergehalt des darüber liegenden Sandes mit der Höhe über dem Wasserspiegel schneller abnimmt. Sobald sich der Kapillarsaum über die Schichtgrenze bewegt, sind beide Sande an der Schichtgrenze gesättigt, der Wassergehalt des verdichteten Sandes ist also aufgrund seiner geringeren Porosität kleiner.

Diese an der Grenzschicht auftretenden Unterschiede im Wassergehalt führen zu analogen Sprüngen in der Permittivität, wodurch sich wiederum direkt aus 2.47 der Vorzeichenwechsel in der Amplitude des Reflexionssignals ergibt.

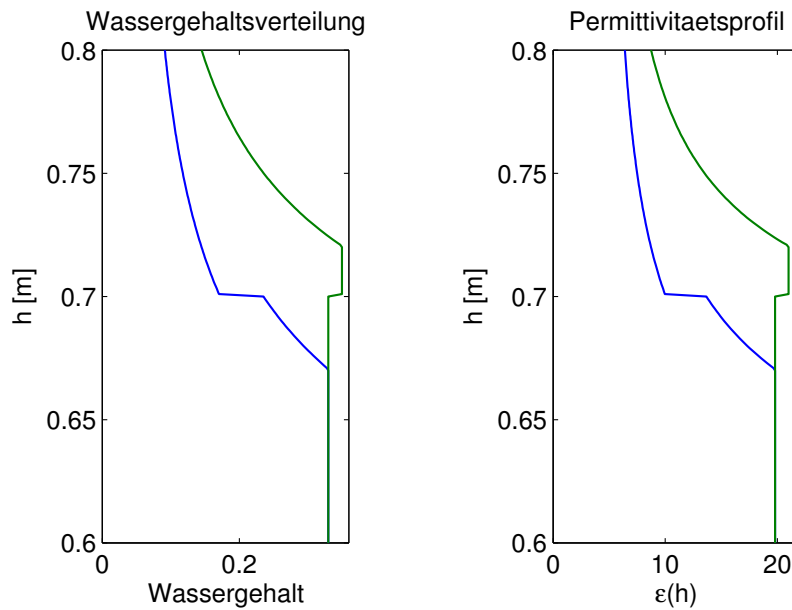


Abb. 4.12: Wassergehalt und Permittivität im Bereich der Verdichtungsschichtgrenze bei verschiedenen Wasserspiegeln $h = 0.47 \text{ m}$ (blau) und $h = 0.55 \text{ m}$ (grün).

4.3.4 Simulation der Kapillarsaumreflexion - Setup

Da die beobachtete Form der Kapillarsaumreflexion unabhängig von der Pumprichtung ist, reicht eine Untersuchung der stationären Wassergehaltsverteilungen aus.

Es wird ein 2 m hohes Sandprofil mit einem Wasserspiegel bei 60 cm angenommen. Für alle betrachteten 1D Wassergehaltsprofile werden die Parameter $\theta_s = 0.35$ und $\theta_r = 0.05$ gesetzt.

Mit Hilfe der CRIM-Formel (2.38) ergeben sich aus den Wassergehaltsprofilen die Permittivitätsprofile. Die elektrische Leitfähigkeit wird wieder Null gesetzt, da dies nach Abschnitt 2.2.5 nur eine Dämpfung der totalen Amplitude zur Folge hätte, die die Analyse jedoch nicht beeinflusst.

Zur Simulation der GPR-Antennen wird Meep im 3D Modus betrieben. Die Simulationen finden in einem 2 m x 2 m x 2.7 m Gebiet inklusive eines 0.5 m breiten PML an jedem Rand statt. Der Ursprung des Koordinatensystems wird in die linke untere vordere Ecke gelegt. Die Permittivität für $z \in [0; 2]$ ergibt sich aus den errechneten Permittivitätsprofilen und für $z > 2$ gilt $\varepsilon = 1$ mit der Annahme eines konstanten Profils in x- und y-Richtung. Die Senderantenne ist durch eine Punktquelle im Punkt (0.9/1.0/2.02) repräsentiert, wobei als Wavelet ein Rickerwavelet mit Hauptfrequenz $f = 400$ MHz und Polarisation in E_y Richtung verwendet wird. Dieses Wavelet stimmt zwar nicht genau mit dem im Experiment beobachteten Wavelet überein, ist jedoch ausreichend um das beobachtete Verhalten zu reproduzieren. Im Punkt (1.1/1.0/2.02) wird das Feld in E_y Richtung zeitabhängig ausgelesen, um die Empfängerantenne zu repräsentieren. Die örtliche Auflösung beträgt 0.005 m um eine gute Auflösung des Kapillarsaums zu gewährleisten und numerische Dispersion als Fehlerquelle zu minimieren.

4.3.5 Simulation der Kapillarsaumreflexion - Ergebnisse

Im folgenden Abschnitt werden durch numerische Simulation die charakteristischen Reflexionen vom Kapillarsaum untersucht. Im Gegensatz zu Abschnitt 3.2 liegt hier der Fokus insbesondere auf der qualitativen Reproduktion der beobachteten Kapillarsaumreflexion. Auf diese Weise kann ein hydraulisches Modell ausgewählt werden, das den Sand bestmöglich beschreiben kann.

Vereinfachte van Genuchten Parametrisierung

Abbildung 4.13 zeigt verschiedene Permittivitätsprofile und ihre resultierenden Reflexions-signale. Zum Vergleich ist ebenfalls ein scharfer Übergang hinzugefügt.

Eine charakteristische Reflexion ist durch $\alpha = 4 \text{ m}^{-1}$ und $n = 6$ gegeben. Die Parametrisierung ergibt einen kontinuierlich gekrümmten Übergangsbereich im Profil und deshalb eine Reflexion mit größerer Hauptwellenlänge und schwächerer Amplitude im Vergleich zur Reflexion von einem scharfen Übergang. Durch Erhöhung von n kann der Übergangsbereich geschärft werden, was in einer stärkeren Reflexion mit kürzerer Hauptwellenlänge resultiert. Dabei ist jedoch immer das gesamte Wavelet sichtbar, wogegen im Messsignal im Vergleich zu einer Reflexion von einem scharfen Übergang nur der hintere Teil der Reflexion signifikant ist.

4.3 Identifikation eines hydraulischen Parametrisierungsmodells durch transiente on-ground GPR Messungen während eines Pumpexperiments

Nur für den Spezialfall von $\alpha \geq 15 \text{ m}^{-1}$ und n im Bereich von 2 kann das beobachtete Reflexionssignal reproduziert werden. Diese Parameterkombination repräsentiert allerdings keinen realistischen Sand, da der Sand auf der einen Seite sehr große Poren besitzen müsste (Kies), um das Verhalten in der Nähe des Wasserspiegels zu erklären und auf der anderen Seite sehr kleine Poren, um die hohe Steighöhe des Wasser zu rechtfertigen. Zusammenfassend kann also festgehalten werden, dass die vereinfachte van Genuchten Parametrisierung nicht geeignet ist, um die gegebenen experimentellen Daten zu reproduzieren. Dementsprechend würde ein Versuch, die Parameter dieses Modells aus dem Reflexionssignal zu bestimmen, in diesem Fall zu falschen Ergebnissen führen.

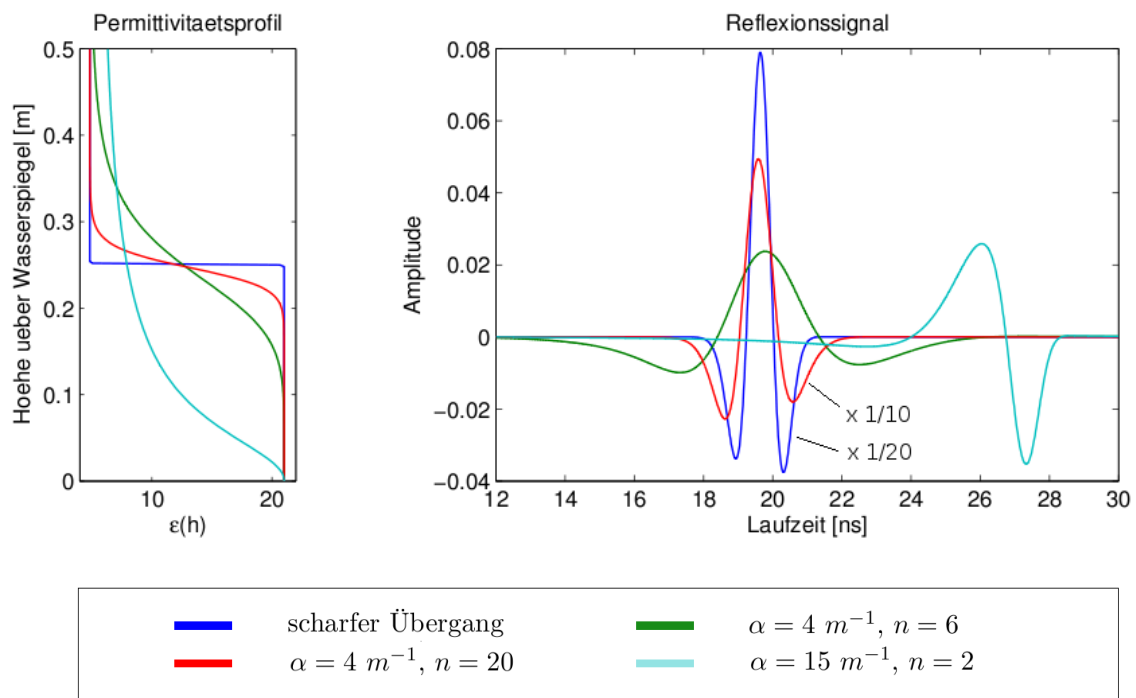


Abb. 4.13: Vereinfachte van Genuchten Parametrisierung: Permittivitätsprofile und dazugehörige Reflexionen.

Brooks-Corey Parametrisierung

Abbildung 4.14 zeigt Brooks-Corey Profile und die resultierende Reflexion für verschiedene λ im Vergleich zu einem scharfen Übergang.

Das Profil besteht aus einer scharfen Kante bei h_0 und einem darauf folgenden Übergangsbereich. Wird λ verkleinert, so wird der Übergangsbereich größer und der vordere Teil des Reflexionssignals wird stärker gedämpft als der hintere Teil. Desweiteren ändert sich die Wellenlänge des hinteren Teils nicht signifikant, da jede Frequenzkomponente im gleichen Maß vom Bereich um den Luftertrittspunkt reflektiert wird.

Dies zeigt, dass eine Reflexion von einem Sandprofil, das vom Brooks-Corey Modell parametrisiert wird, das selbe Verhalten zeigt, das auch im Experiment beobachtet wurde.

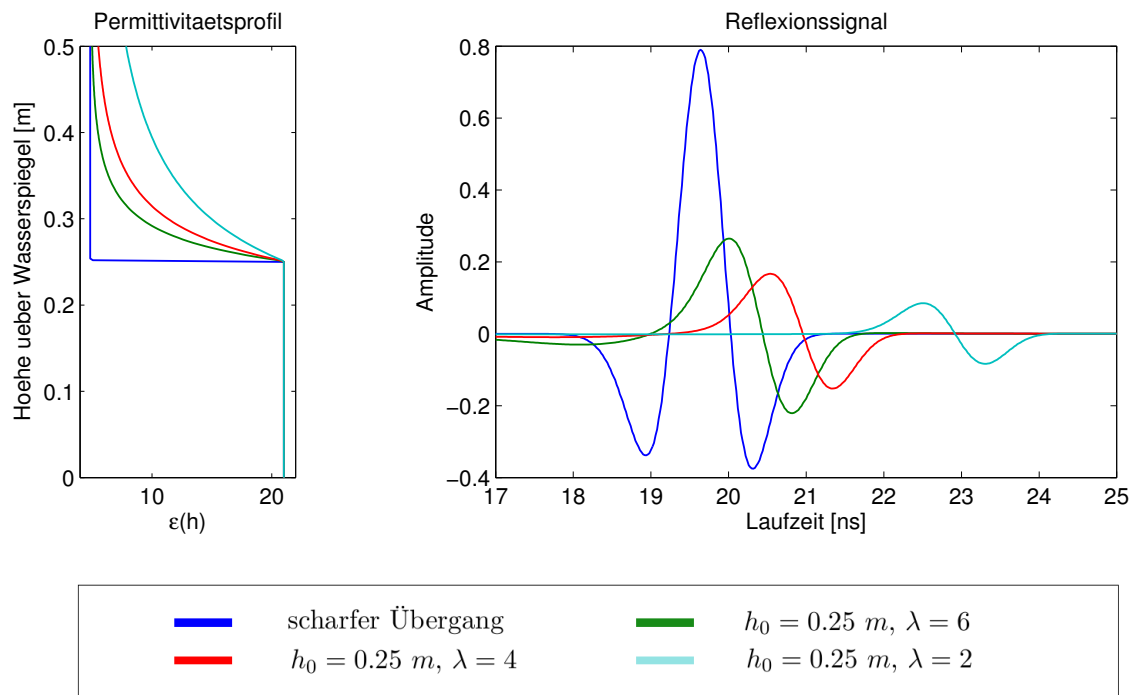


Abb. 4.14: Brooks-Corey Parametrisierung: Permittivitätsprofile und dazugehörige Reflexionen.

Allgemeine van Genuchten Parametrisierung

Zusätzlich zu α und n enthält die allgemeine van Genuchten Parametrisierung einen dritte Formparameter m . Dies erlaubt wie schon erörtert (siehe Abschnitt 2.1.4) bei konstantem $n \cdot m$ die Schärfung des Bereichs um den Lufteintrittspunkt durch Erhöhung von n . Abbildung 4.15 zeigt dies für $\alpha = 4 \text{ m}^{-1}$ und $n \cdot m = 5$, angefangen mit $n = 6$ (entspricht der vereinfachten van Genuchten Parametrisierung). Während der Lufteintrittswert bei größer werdendem n geschärft wird, ändert sich die Form des Reflexionssignals. Der hintere Teil der Reflexion wird stärker mit einer Hauptwellenlänge, die mit der des Ausgangswavelets vergleichbar ist. Der vordere Teil der Reflexion ist dagegen nicht mehr signifikant. Dies zeigt, dass die allgemeine van Genuchten Parametrisierung für hohe n ebenfalls das im Experiment beobachtete Reflexionssignal reproduzieren kann.

Da für große n bei konstantem $n \cdot m$ die allgemeine van Genuchten Parametrisierung durch die Brooks-Corey Parametrisierung mit $h_0 = \frac{1}{\alpha}$ und $\lambda = n \cdot m$ angenähert werden kann, können die Modelle in diesem Fall als redundant angesehen werden. Es sollte jedoch erwähnt werden, dass die Amplitude immer noch mit der Schärfe des Lufteintrittspunktes variiert.

4.3 Identifikation eines hydraulischen Parametrisierungsmodells durch transiente on-ground GPR Messungen während eines Pumpexperiments

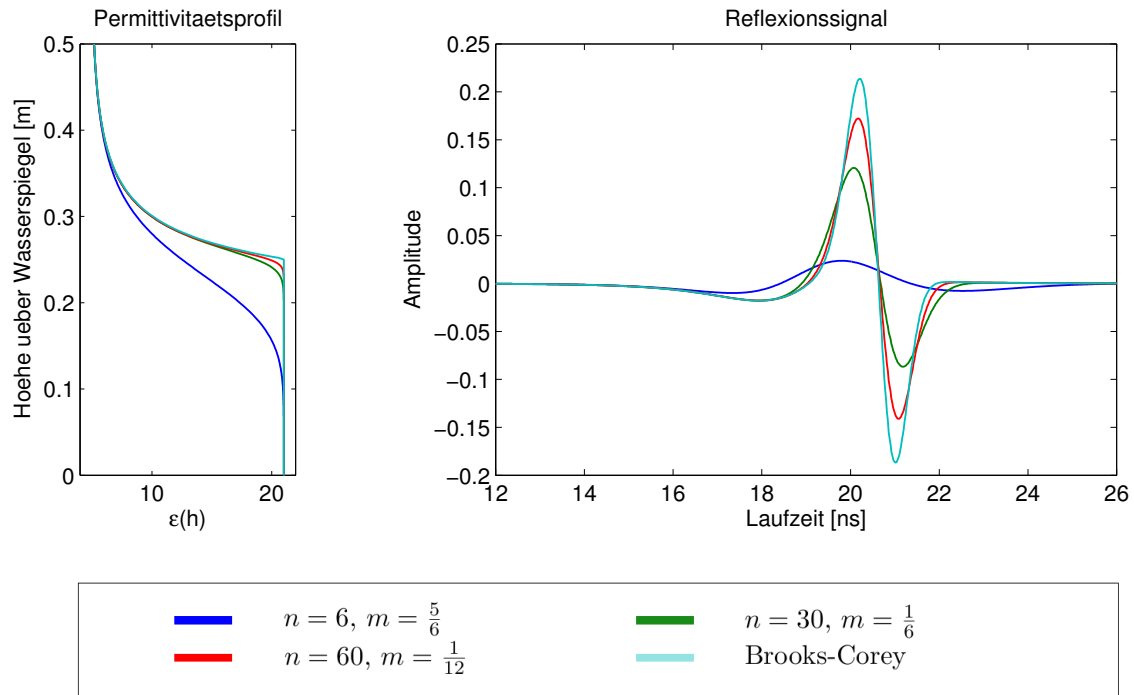


Abb. 4.15: Allgemeine van Genuchten Parametrisierung: Permittivitätsprofile und dazugehörige Reflexionen.

4.3.6 Zusammenfassung

Es konnte gezeigt werden, dass eine on-ground GPR-Antenne ohne komplexe Nachbearbeitung der Daten schon wertvolle Informationen über die grundsätzliche Dynamik des Wassergehaltes ermöglichen kann. Dies impliziert Aussagen über die grundsätzliche Form des Kapillarsaums und dessen Bewegung durch den Boden. Numerische Simulationen zeigen, dass diese Information dazu benutzt werden kann, um ein passendes Parametrisierungsmodell für den beobachteten Sand zu wählen, was einen essentiellen Punkt für der Parameterschätzung darstellt. Dies ist möglich, da die hier diskutierten und im Allgemeinen benutzen Parametrisierungen signifikant verschiedene charakteristische Reflexionen vom Kapillarsaum zeigen. Während die vereinfachte van Genuchten Parametrisierung und die Brooks-Corey Parametrisierung komplett unterschiedliche Reflexionen zeigen, kann die allgemeine van Genuchten Parametrisierung als kontinuierlicher Übergang zwischen diesen aufgefasst werden, was auf Kosten eines weiteren Parameters geht. Für die hier präsentierten Daten konnte gezeigt werden, dass die am häufigsten benutzte vereinfachte van Genuchten Parametrisierung nicht geeignet ist, um die beobachtete Reflexion zu reproduzieren. Die allgemeine van Genuchten Parametrisierung und die Brooks-Corey Parametrisierung dagegen sind in der Lage, das gemessene Reflexionssignal zu reproduzieren, und zwar in einem Parameterbereich, in dem die beiden Parametrisierungen als redundant angesehen werden können. Je nach Sensitivität einer möglichen Methode zur Parameterschätzung kann eine Unterscheidung dennoch sinnvoll sein, vor allem wenn die Amplitude des Signals berücksichtigt wird.

4.4 Reproduktion der Radargramme durch numerische Simulation

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die Frage des passenden Parametrisierungsmodells geklärt werden konnte, soll im Folgenden versucht werden, durch eine Parameterschätzung „per Hand“ die in Abschnitt 4.3 beobachteten Radargramme semi-quantitativ zu reproduzieren, um die Stärke des Instrumentes „Simulation“ zu demonstrieren, aber auch um die theoretische Möglichkeit einer Schätzung der Parameter durch Inversion zu rechtfertigen. Dabei wird jedoch kein Anspruch auf Richtigkeit oder Eindeutigkeit der dadurch geschätzten Parameter erhoben.

Zur Schätzung der Parameter wird im vorhinein versucht, soweit möglich, aus den in den vorherigen Experimenten erhaltenen Ergebnissen grundlegende Aussagen über die Parameter zu treffen. Als nächstes wird, aufbauend auf diesen Erkenntnissen, das Radargramm simuliert. Durch Vergleich mit den realen Daten und Interpretation der Unterschiede kann das Parameterset dann angepasst werden und ein neuer Simulationsversuch gestartet werden. Auf diese Weise wird iterativ ein gut passendes Parameterset bestimmt.

4.4.1 Problemstellung und resultierendes Setup

Aus hydraulischer Sicht sind die Parameter der drei in Abbildung 4.6 gezeigten Schichten zu bestimmen. Auch wenn anzunehmen ist, dass sich die Verdichtung vor allem auf den Teil direkt an der Verdichtungsgrenze des Sandes auswirkt, wird im Folgenden ein Satz Parameter für die gesamte Schicht verwendet. Da nur der Teil in der Nähe der Verdichtung während des Experimentes ungesättigt ist, sollte die Näherung die Ergebnisse nicht signifikant beeinflussen. Zur Parametrisierung des Sandes wird das Mualem-Brooks-Corey Modell verwendet, es sind also insgesamt 15 Parameter festzulegen. Zur Bestimmung der Randbedingungen ist das gepumpte Gesamtvolumen und die jeweilige Zeitspanne bekannt. Als Näherung wird jeweils ein konstanter Zu- und Abfluss angenommen, da die Pumpe zu jeder Zeit voll ausgelastet war. Es ist dagegen nicht klar, wieviel Fluss absolut im betrachteten Bereich der Sandbox gepumpt wird. Durch die Kiesschicht ist zwar ein homogenes Potential über die gesamte Sandbox näherungsweise gegeben, der jeweilige lokale Fluss hängt allerdings von den darüber liegenden Sandschichten ab. Aus diesem Grund ist der angelegte Fluss in diesem Fall ebenfalls ein zu bestimmender Parameter. Für die Hydrauliksimulation mit Muphi wird ein 1D Profil mit der gegebenen Geometrie simuliert. Als Anfangsbedingung wird ein stationäres Gleichgewicht mit einem Wasserspiegel in 47 cm Höhe angenommen, die untere Randbedingung besteht aus wechselnden Flussrandbedingungen. Es ergibt sich die Wassergehaltsverteilung $\theta(z, t_i)$ für die Zeitpunkte t_i mit $\Delta t = 120$ s.

Für die Simulation mit Meep wird der 2D Modus verwendet. Der Grund für die Beschränkung auf 2D ist der erforderliche Rechenaufwand, da alle 120 s eine Trace errechnet wird, um eine gute Auflösung des Radargramms zu gewährleisten. Da nur eine semi-quantitative Reproduktion angestrebt wird, ist diese Beschränkung jedoch ausreichend. Das in der Simulation mit Meep betrachtete Gebiet ist 2 m x 2.5 m groß und beinhaltet ein 0.5 m breites PML an jeder Seite. Die Permittivität ist für $z \in [0; 1.8]$ durch die aus den Was-

sergehalten folgende Permittivität $\varepsilon(z, t_i)$ gegeben, für $z > 1.8$ wird $\varepsilon = 1$ gesetzt. Die Senderantenne wird bei (0.9/1.82) als Punktquelle eines Rickerwavelets mit Polarisation in E_y -Richtung repräsentiert, das Auslesen des Feldes in E_y -Richtung bei (1.1/1.82) repräsentiert die Empfängerantenne.

4.4.2 Überlegungen zur Parameterauswahl

Wie schon in Abschnitt 4.3 gezeigt, erlauben die Radargramme Aussagen über die Dynamik der Wassergehaltsverteilung. Im Folgenden werden nun daraus Aussagen über die hydraulischen Parameter abgeleitet. Diese führen dann durch iteratives Verbessern zu den präsentierten finalen Parametern. Da die Experimente hauptsächlich Informationen über die mittlere Schicht bereitstellen, werden diese Parameter als Ausgangspunkt der Argumentation genutzt und die übrigen relativ dazu geschätzt.

Aufgrund der Tatsache, dass der Punkt der signifikanten Teilreflexion in einem durch Brooks-Corey parametrisierten Sand ausschließlich durch h_0 gegeben ist, kann aus den Beobachtungen eine obere und untere Grenze dieses Parameters bestimmt werden. Im ersten Experiment liegt der Reflexionspunkt vor dem Starten des Pumpvorgangs, mit einem Wasserspiegel bei 55 cm, über der Verdichtungsschichtgrenze (Abbildung 4.4). Zu Beginn des zweiten Experimentes, mit einem Wasserspiegel bei 47 cm, ist die Kapillarsaumreflexion nicht zu sehen, der Reflexionspunkt bewegt sich erst während des Pumpens durch die Verdichtungsschichtgrenze (Abbildung 4.7). Daraus ergibt sich für h_0 ein Wert zwischen 0.15 m und 0.23 m.

In Abbildung 4.7 ist zu sehen, wann der Übergangsbereich die obere Schichtgrenze erreicht. Dies lässt durch Vergleich mit der momentanen Position der Kapillarsaumreflexion auf einen schmalen Übergangsbereich oder eine starke Stauchung während des Pumpvorgangs schließen. Eine signifikante Stauchung kann jedoch durch die Erkenntnisse aus Abschnitt 3.3 ausgeschlossen werden, da sonst mit einer signifikanten, während des Pumpvorgangs stärker werdenden Teilreflexion zu rechnen wäre. Der Parameter λ muss demnach so gewählt werden, dass er mit h_0 in einem schmalen Übergangsbereich resultiert. K_s muss groß gewählt werden, so dass dabei keine starke Stauchung des Profils auftritt. Die Parameter θ_s , θ_r und j_{pump} sind eng miteinander verknüpft, was eine Schätzung schwierig macht. Um dieses Problem zu vereinfachen, wird auf die Information der TDR-Sonden zurückgegriffen, damit θ_s in der mittleren Schicht abgeschätzt werden kann. Diese zeigen in der betrachteten Schicht bei Sättigung einen Wassergehalt von $\theta \approx 0.35$, welcher als Schätzung für θ_s verwendet wird.

Der Parameter θ_r wird mit Blick auf zwei im Radargramm befindliche Beobachtungen gewählt. Zum einen aus dem sich insgesamt in der Schicht befindlichen Wassers, welches die Laufzeitdifferenz zwischen den beiden Schichtreflexionen bestimmt. Zum anderen wird zusammen mit j_{pump} die Steighöhe des Wassers bestimmt. Nach Abbildung 4.7 befindet sich der Kapillarsaum nach Abschluss des Hereinpumpens nahe an der oberen Schichtgrenze. Aufgrund der obigen Annahme einer hohen Leitfähigkeit kann für den Pumpfluss auch eine deutliche Vergrößerung im Vergleich zum mittleren Pumpfluss über der gesamten Sandbox angenommen werden.

Die Parameter des verdichteten Sandes orientieren sich an den Parametern des nicht verdichteten, wobei die Parameter gemäß Abschnitt 4.2.3 angepasst, also nur h_0 , θ_s und K_s geändert werden.

Über die Parameter der oberen Schicht können nur grobe Annahmen gemacht werden. Diese werden so gewählt, dass an der Schichtgrenze die Permittivität im Gegensatz zur darunterliegenden Schicht abnimmt, was mit einem niedrigeren θ_r und einem höheren θ_s bewerkstelligt wird, wenn die Formparameter vergleichbar mit der mittleren Sandschicht sind. Desweiteren soll kein großer Wasserfluss in die Schicht stattfinden um die in Abschnitt 4.2.3 vermutete Kapillarsperre zu repräsentieren. Dies wird durch ein kleines K_s erreicht.

4.4.3 Ergebnisse

Als die Parameter, die die Radargramme nach eigenem Ermessen am besten qualitativ beschreiben, wurden die in Tabelle 4.1 aufgelisteten für die Simulation gewählt.

Für den Pumpfluss wurde ein im Gegensatz zum mittleren Fluss um 20% erhöhter Fluss

Sand	θ_s	θ_r	h_0	λ	K_s
RS01	0.35	0.07	0.18 m	2.5	50 cm/h
RS01 (verdichtet)	0.33	0.07	0.25 m	2.5	10 cm/h
B1	0.38	0.04	0.2 m	4	0.1 cm/h

Tab. 4.1: In der Simulation der Radargramme verwendete hydraulische Parameter.

gewählt, der Boden im betrachteten Teil hat also eine deutlich höhere Leitfähigkeit als der in den übrigen Teilen der Sandbox. Dies entspricht in Muphi den Randbedingungen $j_1 = 8 \cdot 10^{-6}$ für 2 h, $j_2 = -10.56 \cdot 10^{-6}$ für 1 1/2 h und $j_3 = 0$ sonst.

Im Folgenden werden die simulierten Radargramme mit den gemessenen verglichen. Aufgrund des unterschiedlichen Zeitoffsets sind die simulierten Radargramme zu den gemessenen verschoben. Dies wurde bei den hier gezeigten Radargrammen mit der oberen Schichtreflexion als Referenz korrigiert. Um einen direkten Vergleich zu ermöglichen, sind auf den folgenden Seiten jeweils die simulierten Radargramme zusammen mit den korrespondierenden aufgenommenen Radargrammen gezeigt (Abbildungen 4.16 - 4.19).

Beim Vergleich sollte beachtet werden, dass das Ausgangswavelet der im Experiment verwendeten Antenne kein Rickerwavelet ist. Dies ist besonders gut an der starken oberen Reflexion zu sehen, bei der noch ein viertes, schwächeres Maximum vorhanden ist. Desweiteren ist der hintere Teil des Rickerwavelets in einer 2D Simulation schwächer (Abbildung 2.12). Beim Vergleich der Amplituden sollte sich ebenfalls nur auf die relativen Änderungen in der jeweiligen Reflexion beschränkt werden, da kein Modell für die elektrische Leitfähigkeit des Bodens implementiert ist und deshalb die daraus resultierende Dämpfung wegfällt.

Betrachtet man das Hereinpumpen (Abbildungen 4.16 und 4.17), so sind fast alle in Abschnitt 4.3.2 genannten charakteristischen Punkte vorhanden, das simulierte Radargramm reproduziert die beobachteten Laufzeiten der Reflexionen gut, auch die Amplitudenverhältnisse folgen qualitativ dem erwarteten Verhalten. Einzig die Verstärkung der

Kapillarsaumreflexion bei Annäherung an die obere Schichtgrenze (C2) ist nicht zu sehen. Durch diese Verstärkung wird ebenfalls das erwähnte kleinere Maximum, welches Teil des experimentellen Ausgangswavelets ist, sehr deutlich sichtbar. Da dieses bei einem Ricker-wavelet nicht existiert, ist hier ein großer Unterschied zu sehen.

Auch beim Abpumpvorgang (Abbildungen 4.16 und 4.17) ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit den Messdaten unter Berücksichtigung der genannten Einschränkungen. Im Gegensatz zur realen Messung taucht im simulierten Radargramm gegen Ende des Experiments außerdem noch eine Reflexion unter der Reflexion an der Verdichtungsschicht auf. Diese ist auf die Kapillarsaumreflexion des verdichteten Sandes zurückzuführen, welche in den Messdaten nicht zu sehen ist. Grund dafür könnte ein aufgrund von Dämpfungseffekten zu schwaches Signal oder ein falsches Parametrisierungsmodell sein, da der verdichtete Sand aufgrund seiner veränderten Porenraumstruktur möglicherweise besser durch einen weichereren Lufteintrittsbereich charakterisiert wird. Dies kann jedoch anhand der Daten nicht entschieden werden.

Obwohl wie schon erwähnt eine Diskussion der Amplituden nur sehr eingeschränkt möglich ist, sollte dennoch erwähnt werden, dass die Kapillarsaumreflexion in den Simulationen deutlich stärker ist als im Experiment. Da ein zu klein gewählter Übergangsbereich aufgrund der gezeigten Interpretation ausgeschlossen werden kann, ist dies ein Hinweis darauf, dass der Lufteintrittspunkt etwas aufgeweicht ist, da dies wie in Abschnitt 4.3.5 gezeigt die charakteristische Form der Reflexion zwar erhält, auf die Amplitude jedoch einen signifikanten Einfluss hat. Ein Benutzen der allgemeinen van Genuchten Parametrisierung mit hohem n könnte also in diesem Fall zu einer Verbesserung des Ergebnisses führen, wenn das Interesse auf quantitativen Amplitudeninformationen liegt.

Auch wenn keine Aussagen über die Eindeutigkeit der Parameter gemacht werden können, zeigen die Ergebnisse die Möglichkeiten von numerischen Simulationen und rechtfertigen die Annahme, dass mit Hilfe einer Inversion der Radargramme während eines Pumpvorgangs Parameterschätzungen möglich sein könnten.

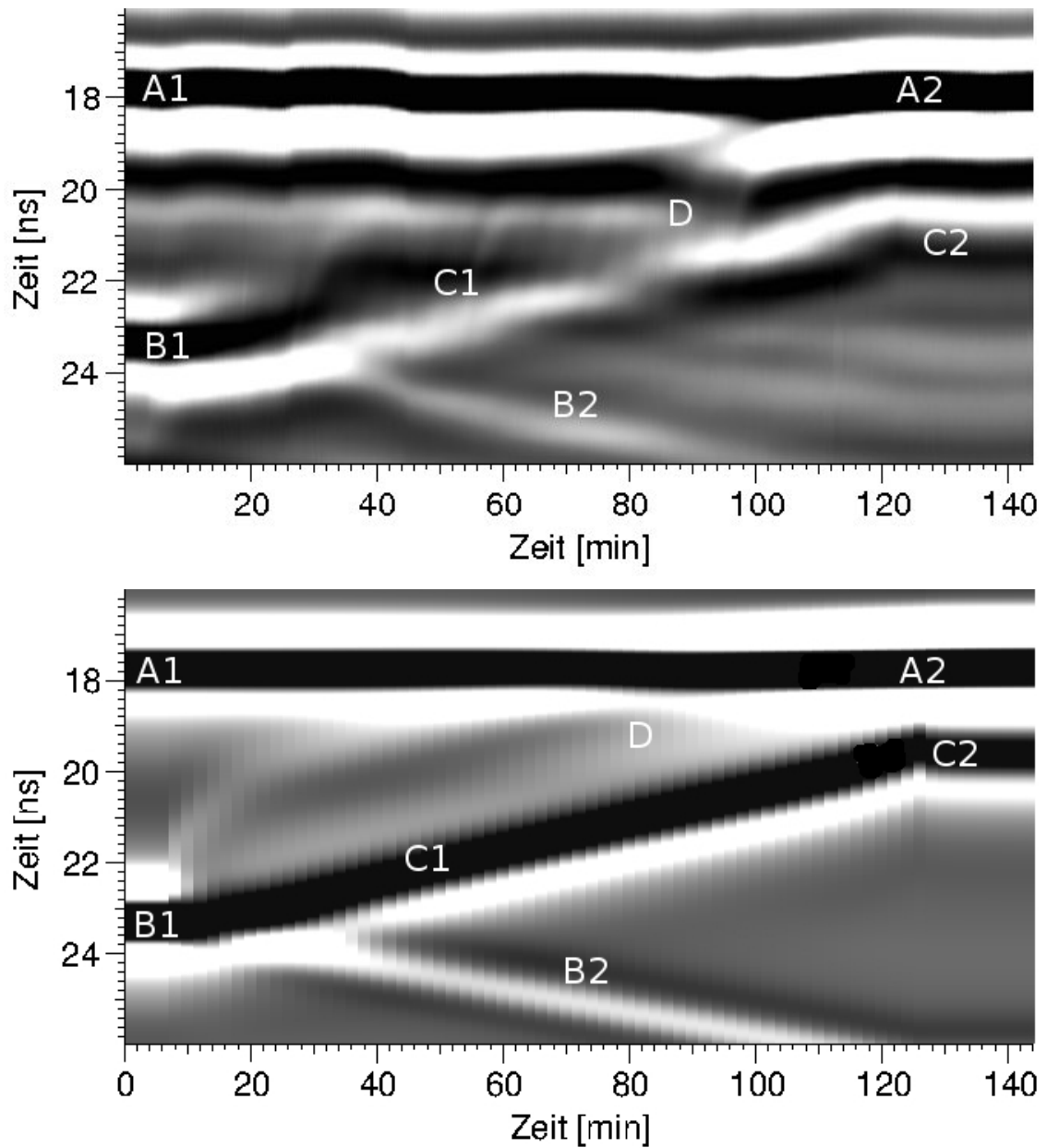


Abb. 4.16: Vergleich von simuliertem und gemessenem Radargramm beim Her-einpumpen in PiG-Darstellung, charakteristische Punkte markiert.

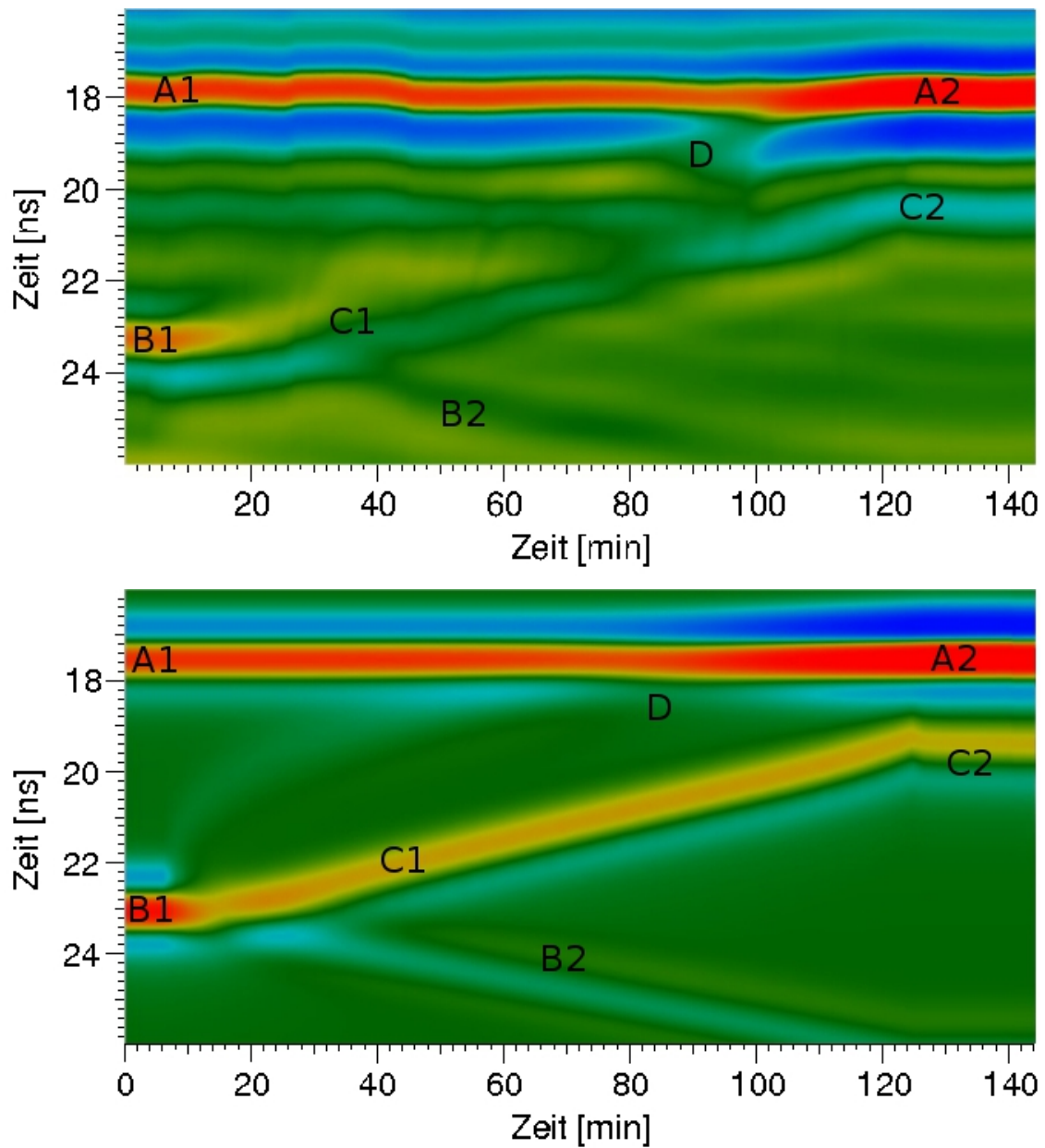


Abb. 4.17: Vergleich von simuliertem und gemessenem Radargramm beim Her-einpumpen in PickniG-Darstellung, charakteristische Punkte markiert.

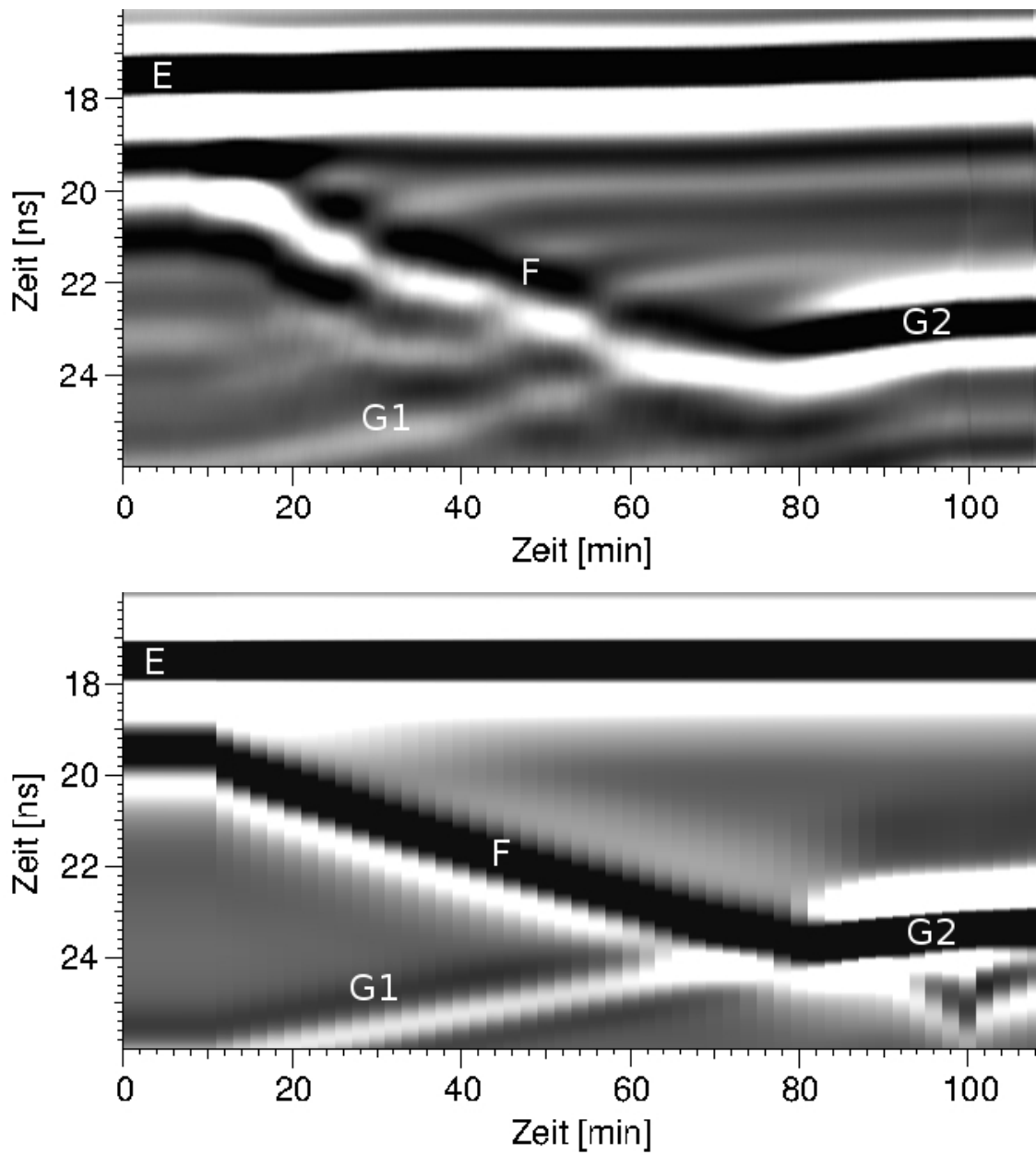


Abb. 4.18: Vergleich von simuliertem und gemessenem Radargramm beim Abpumpen in PiG-Darstellung, charakteristische Punkte markiert.

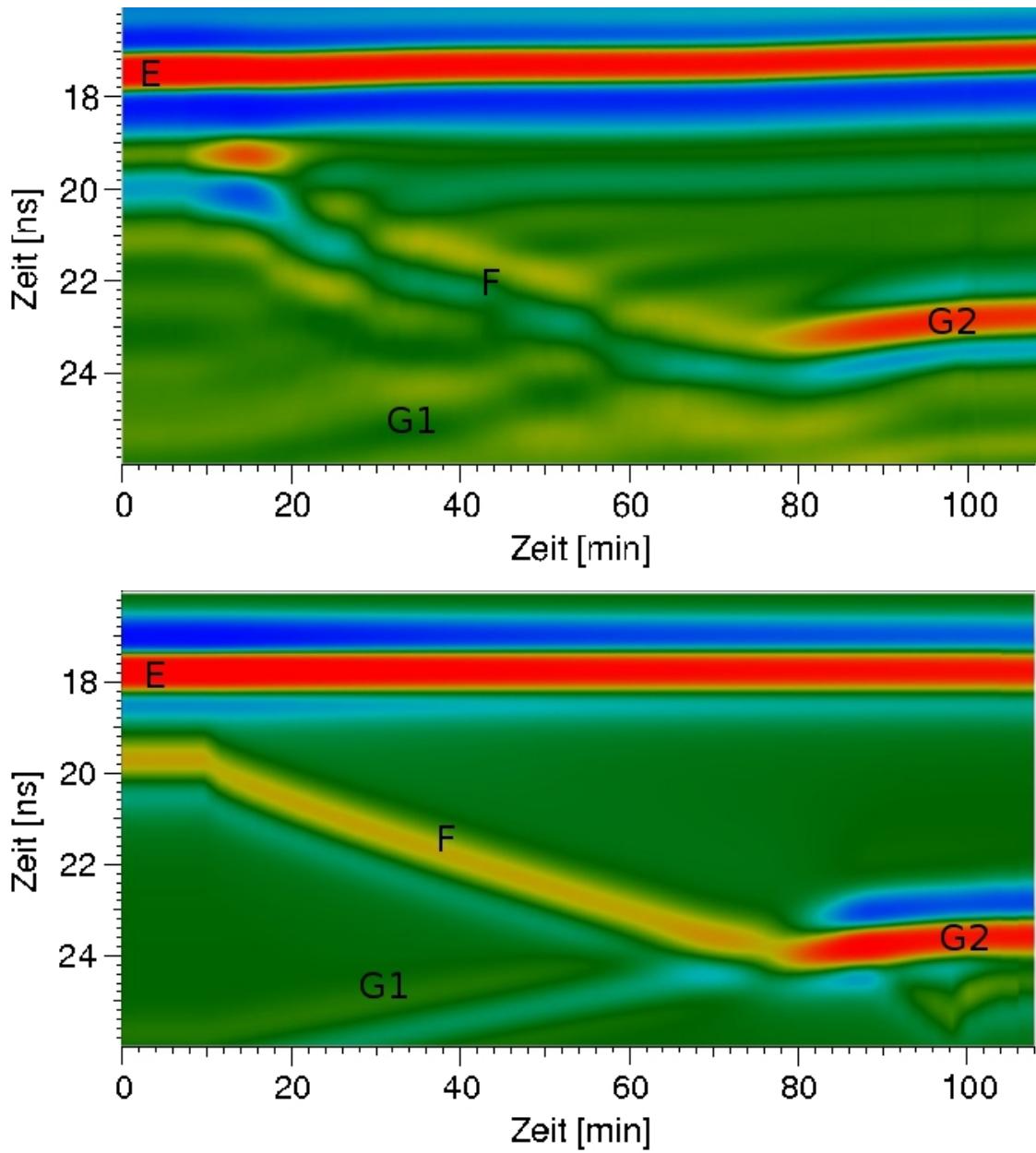


Abb. 4.19: Vergleich von simuliertem und gemessenem Radargramm beim Abpumpen in PickniG-Darstellung, charakteristische Punkte markiert.

4.5 Zusammenfassung

Die in diesem Kapitel präsentierten Ergebnisse zeigen die Möglichkeiten der Bestimmung hydraulischer Eigenschaften eines Bodens durch die zeitabhängige Messung einer stationär platzierten GPR-Antenne auf. Es wurde gezeigt, dass mit Hilfe von Wissen, dass durch numerische Simulationen erworben wurde, die Dynamik der Wasserverteilung im Boden erklärt werden kann. Die klare Identifikation des Kapillarsaums erlaubt dabei noch genauere Aussagen über die Hydraulik. Aufgrund des Vergleichs dessen charakteristischer Reflexion mit den Reflexionen an durch verschiedene Modelle parametrisierten Sanden mittels numerischen Simulationen kann eine passende Parametrisierung festgelegt werden. Bei der Betrachtung der Kapillarsaumreflexion wird deutlich, dass eine Detektion und Charakterisierung nur in einem dynamischen Vorgang wie dem vorgestellten Pumpvorgang realistisch erscheint. Die Reflexion ist relativ schwach und wird deshalb signifikant von Interferenzen mit kleineren Heterogenitäten verzerrt, was den Kapillarsaum von diesen nur schwer unterscheidbar macht. Die Bewegung des Kapillarsaums allerdings macht ihn durch die Kontinuität des Reflexionssignals unterscheidbar von denen der Heterogenitäten und erlaubt so eine Charakterisierung.

Um die Brücke zu einer möglichen Inversion zu schlagen, wurde in einem nächsten Schritt ebenfalls eine Parameterschätzung, gestützt auf den zur Verfügung stehenden Informationen unternommen. Ziel dabei war die semi-quantitative Reproduktion der Messdaten, die im gewünschten Rahmen erreicht werden konnte. Während die Laufzeitdaten schon quantitativer Natur sind, können die Amplituden nur qualitativ betrachtet werden. Die Möglichkeit der Reproduktion der Messdaten durch eine Simulation wiederum stellt eine Parameterschätzung durch eine potentielle Inversion in Aussicht. Die Voraussetzungen dazu sind ein verbessertes Modell und die Auswahl der zur Inversion geeigneten Informationen. Ideen zur Umsetzung dieser Voraussetzungen werden im nächsten Kapitel diskutiert.

5 Ausblick

In Kapitel 3 dieser Diplomarbeit wurde durch numerische Simulationen die Charakteristik der Kapillarsaumreflexion und deren Veränderung während eines Pumpvorgangs untersucht und so ein fundamentales Verständnis für diese entwickelt. Gestützt auf diesen Erkenntnissen wurde daraufhin in Kapitel 4 demonstriert, wie aus dem Vergleich mit semi-quantitativen Simulationen des GPR-Signals wertvolle Aussagen über die hydraulischen Eigenschaften des Systems getroffen werden können. Dieses Kapitel soll nun an Abschnitt 4.4 anknüpfen, in dem eine semi-quantitative Reproduktion der im Experiment beobachteten Radargramme gemacht wurde. Diese Methode verdeutlicht die potentiellen Möglichkeiten von numerischen Simulationen zur Schätzung der Parameter, zeigt jedoch auch die Grenzen des momentanen Modells auf. Im Folgenden wird ein Ausblick gegeben, wie die nächsten Schritte nach Meinung des Authors aussehen könnten, welche Verbesserungen der Methode nötig sind und welche Herausforderungen angegangen werden müssen. Da zum Testen der Methoden die ASSESS-GPR Sandbox zur Verfügung steht, wird diese im weiteren ebenfalls thematisiert.

5.1 Verbesserung des Simulationsmodells

Das in dieser Arbeit benutzte Modell zur Simulation von GPR-Daten eröffnet nur einen semi-quantitativen Vergleich mit den Messdaten. Während die gewonnene Zeitinformation quantitativ ist, können beim Vergleich der Simulation mit den Messdaten nur qualitative Aussagen zur Signalamplitude getroffen werden. Um auch quantitative Aussagen über die Amplituden der beobachteten und simulierten Reflexionen treffen zu können, muss das Modell die Dämpfung des Signals im Boden näherungsweise berücksichtigen. Zum einen ist deshalb die Berücksichtigung der elektrischen Leitfähigkeit erforderlich. Sie ist im in diesem Fall interessanten Frequenzbereich zwar näherungsweise frequenzunabhängig, besitzt jedoch eine Wassergehaltsabhängigkeit. Das Modell muss also zusätzlich zu einer Materialfunktion $\epsilon(\theta)$ um eine Materialfunktion $\sigma(\theta)$ als Input für Meep erweitert werden, um die Dämpfung aufgrund der elektrischen Leitfähigkeit korrekt zu berücksichtigen. Etablierte Modelle zur Beschreibung werden z.B. von [Mualem and Friedman \(1991\)](#) oder [Rhoades et al. \(1976\)](#) bereitgestellt. Im Falle der Sandbox kann ein solches Modell überprüft werden, indem mit den Messungen der TDR-Sonden bei verschiedenen Wassergehalten verglichen wird. Um auch die geometrischen Verluste ausreichend zu berücksichtigen, muss die Simulation außerdem immer im 3D-Modus betrieben werden. Dies stellt theoretisch kein Problem dar, weil ein 3D-Modus in Meep implementiert ist und auch schon im Laufe dieser Diplomarbeit benutzt wurde. In der Praxis ist aber ebenfalls die Rechenzeit miteinzubeziehen, die sich besonders kritisch bei einer möglichen Inversion auswirkt. Diese liegt bei den in dieser Arbeit simulierten Problemen pro Trace mit einer guten Auflösung, trotz Benutzung einer parallelen Rechnung mit 64 Kernen bei

einigen Stunden. Ziel muss hier also eine Optimierung des Modells hin zu akzeptablen Rechenzeiten sein.

5.2 Inversion

Genügt das Modell den Ansprüchen, so sollte der nächste Schritt die Inversion von Messdaten zur Parameterbestimmung sein. Im Folgenden wird eine Idee für eine mögliche Inversion der Reflexionssignale präsentiert. Während in Abschnitt 4.4 nur Information aus dem Zeitbereich benutzt wurde, soll im Vorfeld jedoch noch die Inversion des Energiespektrums der Kapillarsaumreflexion während eines Abpumpvorgangs mit Hilfe von synthetischen Daten vorgestellt werden.

5.2.1 Inversion des Energiespektrums der Kapillarsaumreflexion

Im folgenden Abschnitt wird ausschließlich die Information des Energiespektrums der Kapillarsaumreflexion während eines Abpumpvorganges benutzt, um durch Inversion dieser synthetisch generierten Daten die Parameter des Sandes zu bestimmen. Dies soll zusätzlich zu den in Abschnitt 3.2 gewonnenen Erkenntnissen die Benutzung von Spektrumsdaten zur Inversion rechtfertigen.

Daher werden nach einer Beschreibung des verwendeten Setups die Parameterbereiche für die Generierung der synthetischen Daten begründet. Die für die Inversion zugelassenen Parameterbereiche müssen in einzelnen Fällen ebenfalls begrenzt werden, damit alle Parametersätze konvergieren. Diese Einschränkungen und die Korrelation der Parameter werden ebenfalls diskutiert.

Setup

Für die Hydrauliksimulation durch Muphi wird eine 3.2 m hohe homogene Sandsäule, beschrieben durch die vereinfachte van Genuchten Parametrisierung, in einem Zeitfenster von 10 h betrachtet. Während $\theta_r = 0.02$ gesetzt wird, sind die restlichen Parameter in den im nächsten Abschnitt diskutierten Parameterbereichen frei zu wählen. Die Startbedingung ist ein Profil im stationären Gleichgewicht mit einem Wasserspiegel bei 95 cm. Als untere Randbedingung wird nach 30 min für 3 h ein Pumpfluss von $j = -5 \text{ cm/h} \cdot \theta_s$ angelegt, um einen Fluss im Medium von ca. 5 cm/h zu simulieren. Für die restliche Zeit wird wieder $j = 0$ gesetzt, um den Equilibrierungsvorgang zu simulieren. Alle 15 min wird der Wassergehalt $\theta(z, t_i)$ ausgegeben und daraus die Permittivitätsverteilung $\epsilon(z, t_i)$ errechnet, welche als Ausgangspunkt für die Simulation von Meep dient.

Um angesichts der großen Anzahl zu simulierender Traces eine kurze Rechenzeit zu garantieren, wird Meep im 1D-Modus betrieben. Die 3.9 m lange Domain inklusive einer 0.5 m PML an jedem Ende wird für $z \in [0; 3.2]$ durch $\epsilon(z, t_i)$ und für $z > 3.2$ durch $\epsilon = 1$ beschrieben. Der Sender als Punktquelle eines Rickerwavelets mit $f = 800 \text{ MHz}$ und der Empfänger als Auslesepunkt des Feldes sind beide in P(3.2) lokalisiert. Die örtliche Auflösung liegt bei 0.0025 m, in einer Zeit von 50 ns wird $N=4096$ mal das Feld ausgegeben. Diese Trace wird danach durch Auffüllen mit Nullen auf $N=16384$ erweitert, was eine Auflösung im Frequenzspektrum von 5 MHz ergibt. Zur Generierung der Messdaten wird

das Energiespektrum der Kapillarsaumreflexion bestimmt, wobei vorher durch Anwenden einer Mutingfunktion die Bodenwelle aus der Trace entfernt wird. Dieses Spektrum wird bis zu einer Frequenz von 1195 MHz (240 Punkte) als Messdaten verwendet.

Generierung der synthetischen Daten

Die verwendeten synthetischen Daten wurden mit dem oben erklärten Setup generiert, wobei auf jede Trace vor der Berechnung des Spektrums noch weißes Rauschen gegeben wird. Die Standardabweichung des Rauschen wurde auf 5% der maximalen Amplitude der Kapillarsaumreflexion der ersten Trace gesetzt. Der Parameterbereich der Sande wurde wie in Tabelle 5.1 festgelegt.

Die Parameter sollen dabei ein möglichst breites Spektrum an Sanden abdecken. Die unteren Grenzen von α und n sind dabei so gewählt, dass der Wassergehalt bis zum oberen Rand genügend stark abfällt, um das komplette Reflexionssignal zu erhalten. Da ein solch breiter Kapillarsaum in der Praxis aufgrund des schwachen Signals nicht zu detektieren ist, können diese Grenzen ohne Bedenken gesetzt werden. Die obere Grenze von n muss aus technischen Gründen gewählt werden, da Muphi bei höheren Werten von n in einigen Fällen die Lösung der gegebenen Problemstellung nicht durchführen kann. Auch die untere Grenze für K_s folgt aus der Problemstellung. Für kleinere gesättigte Leitfähigkeiten und diverse Parameterkombinationen bewegt sich nur der gesättigte bzw. nahezu gesättigte Bereich. Da dafür das Potential am unteren Rand beliebig hochgefahren werden muss, um den Pumpfluss aufrechtzuerhalten, liegt hier kein hydraulisch realistischer Prozess mehr vor.

Parameter	Bereich
θ_s	0.25 – 0.45
α	1.5 m^{-1} – 10 m^{-1}
n	3 – 8
K_s	5 cm/h – 100 cm/h

Tab. 5.1: Parameterbereiche zur Generierung der synthetischen Daten.

Ergebnis

Die Inversion wurde mit Hilfe des in Muphi integrierten Levenberg-Marquardt Algorithmus Fitphi auf Basis des oben erläuterten Vorwärtsmodells und den durch das synthetische Datenset gegebenen Randbedingungen durchgeführt. In Tabelle 5.2 sind die für die zu bestimmenden Parameter vorgegebenen Startwerte, die zugelassenen Parameterbereiche und die zur Bewertung einer erfolgreichen Inversion zugelassenen Fehler aufgelistet.

Als Ergebnis kann festgehalten werden, dass beim Durchführen von 1000 Inversionen mit synthetischen Daten alle Datensets in den geforderten Fehlergrenzen konvergiert sind. Die Startparameter wurden willkürlich gewählt, hier gibt es keine Anzeichen dafür, dass diese sich durch eine besondere Stabilität auszeichnen. Die zugelassenen Parameterbereiche sind bis auf zwei Ausnahmen unproblematisch, d.h. der Algorithmus stößt nie an die Grenzen dieser Bereiche. Einzig bei der oberen Grenze von n und der unteren Grenze

Parameter	Startwert	zugelassener Parameterbereich	zugelassener Fehler
θ_s	0.35	0.20 – 1.0	0.003
α	3 m^{-1}	$1.0 \text{ m}^{-1} - 12 \text{ m}^{-1}$	0.2 m^{-1}
n	4	2 – 8	0.2
K_s	25 cm/h	$5 \text{ cm/h} - 1000 \text{ cm/h}$	5%

Tab. 5.2: Für die Inversion benutzte Parameterinformationen

von K_s ist dies der Fall. Die Einschränkung des Parameterbereichs ist allerdings in diesem Bereich nötig. Werden diese Grenzen nicht gesetzt und der Algorithmus bewegt sich während der Inversion in diesen Bereich so kann es passieren, dass das Problem abbricht bzw. nicht konvergiert. Für n liegt dies an dem schon oben angesprochenen Problem, dass Muphi unter Umständen in diesem Parameterbereich nicht konvergiert. Bewegt sich der Algorithmus in den Bereich $K_s < 5 \text{ cm/h}$, so bleibt er dort „hängen“, dieser Parameter ändert sich also nicht mehr durch die Inversion. Dies kann anschaulich erklärt werden unter Berücksichtigung der Ergebnisse von Abschnitt 3.3. Bei einer sehr kleinen Leitfähigkeit wird das Profil weit auseinandergezogen, die Teilreflexion vom unteren Rand wird stark gedämpft und ist deshalb gegenüber der des oberen Randes zu vernachlässigen. Dessen Form bleibt jedoch aufgrund der geringen Leitfähigkeit nahezu konstant, eine Änderung im Parameter K_s wirkt sich nicht aus. Dies verhindert, dass die richtige Lösung für die Parameter gefunden werden kann.

Fitphi gibt als Ausgabe zusätzlich zu den Parametern die Korrelationen derer untereinander. Hier kann die Vermutung zur Korrelation von α und n aus Abschnitt 3.2 bestätigt werden. Während alle anderen Korrelationskoeffizienten schwanken und immer unter ± 0.7 liegen, liegt die von α und n grundsätzlich über 0.995, es liegt also eine hohe Korrelation vor. Dies legt nahe, dass die Inversion sehr instabil ist, vor allem wenn statt synthetischen Daten, die bis auf das manuell eingefügte Rauschen das exakt gleiche Modell besitzen, reale Daten geschätzt werden sollen, bei denen das Modell eine Näherung ist.

Zusammenfassung

Es wurde gezeigt, dass die Benutzung von Spektumsdaten, wie in Kapitel 3 begründet, tatsächlich eine Schätzung der Parameter im Fall von synthetischen Daten erlaubt. Dabei muss allerdings mit einer potentiell hohen Instabilität gerechnet werden, wie aus der hohen Korrelation zwischen α und n folgt. Dies unterstreicht ein weiteres mal, dass sowohl Information aus dem Zeitbereich als auch aus dem Frequenzbereich benutzt werden sollte. Dies wird im Vorschlag für eine stabile Inversion, der im nächsten Abschnitt diskutiert wird, berücksichtigt.

Die nötige Einschränkung auf gesättigte Leitfähigkeiten $K_s > 5 \text{ cm/h}$ zeigt, was intuitiv schon klar ist. Die Parameter können im Allgemeinen nur gut bestimmt werden, wenn das durchgeführte Experiment auf der Zeitskala passiert, in der zumindest ein großer Teil des Systems auf Veränderungen reagiert.

5.2.2 Vorschlag einer stabilen Inversion

Im folgenden Abschnitt wird basierend auf den in dieser Diplomarbeit gesammelten Erkenntnissen vorgeschlagen, wie die aus den Radargrammen verfügbaren Ergebnisse in einer Inversion verwendet werden können, um eine möglichst stabile Methode zur Parameterschätzung zu erhalten. Dabei wird auf die methodischen Herausforderungen eingegangen, die paraktischen Herausforderungen werden in Abschnitt 5.3 diskutiert.

Die Information aus dem Frequenzbereich ergibt sich aus dem Energiespektrum der Kapillarsaumreflexion. Das Problem hier besteht darin, dass die exakte Form des Ausgangswavelets nicht bekannt ist. Um eine Schätzung des Anregungsstroms des Punktdipols zur exakten Simulation des Wavelets (Full-Waveform-Inversion) zu umgehen, wird die Idee des in dieser Arbeit oft betrachteten relativen Spektrums benutzt. Anstatt also das totale Spektrum zu verwenden, wird $R(f)$ nach 3.1 betrachtet. Aufgrund der Linearität der Maxwellgleichungen ist dieses Verhältnis von der Wahl des Ausgangswavelets unabhängig. Um dies zu zeigen, sind in Abbildung 5.1 totales und relatives Spektrum einer Kapillarsaumreflexion von einem Profil (Setup wie in Abschnitt 3.2.1) mit den Parametern $\theta_s = 0.35$, $\theta_r = 0.05$, $h_0 = 0.2 \text{ m}$ und $\lambda = 3$ gezeigt, einmal mit einem Rickerwavelet mit $f = 400 \text{ MHz}$ als Ausgangssignal, einmal eines mit $f = 800 \text{ MHz}$. Als Referenzsignal wird jeweils die Reflexion an einem scharfen Übergang auf Höhe des Lufttrittswerts benutzt. Während das totale Energiespektrum nicht vergleichbar ist, sind die relativen Spektren bis auf Abweichungen bei kleinen Frequenzen, deren Ungenauigkeit schon erläutert wurde, gleich. Die Herausforderung besteht also nur noch in der Wahl des Referenzsignals. Im Idealfall ist dies eine klar zu identifizierende Schichtreflexion, wie es z.B. im Setup in Kapitel 4 der Fall ist. Hier kann die obere Schichtreflexion zu einem beliebigen Zeitpunkt als Referenzsignal verwendet werden. Ist keine Schichtreflexion vorhanden muss auf ein Referenzsignal aus einer Messung zurückgegriffen werden, in der die Permittivitätsverteilung gut bekannt ist und die Annahme erfüllt ist, dass die Signalcharakteristik und Signalamplitude der GPR-Antenne in verschiedenen Experimenten näherungsweise gleich bleibt. Die Entscheidung, in welchem Bereich das relative Frequenzspektrum als vertrauenswürdig betrachtet werden kann, hängt von der Möglichkeit ab, wie gut die komplette Kapillarsaumreflexion detektiert und von anderen Frequenzen getrennt werden kann. Hier muss noch eine stabile Methode entwickelt werden. Einen mindestens genauso großen Einfluss auf die Einschränkung des vertrauenswürdigen Frequenzbereichs hat das Messinstrument selbst, was noch einmal in Abschnitt 5.3 aufgegriffen wird.

Im Zeitbereich sind Laufzeitinformation und Amplitudeninformationen von Interesse. Eine Methode zu einer stabilen Detektion dieser, durch Betrachtung der Einhüllenden einer Reflexion, wird von Buchner *et al.* (In Revisions February 2012) bereitgestellt. Die Anwendung liegt bisher bei der klassischen Bestimmung von Schichtgeometrie und mittlerem Wassergehalt in jeder Schicht, sollte aber auch für diese Art von Inversion von großem Wert sein. Hier werden dann zusätzlich zum Kapillarsaum alle Schichtreflexionen mit einbezogen, wobei die Amplitude naheliegenderweise ebenfalls relativ zum Referenzsignal bestimmt wird.

Eine Umsetzung dieser Inversionsidee auf Basis eines verbesserten Modells zur Simulation des Radarsignals eröffnet vielversprechende Möglichkeiten bei der Parameterschätzung.

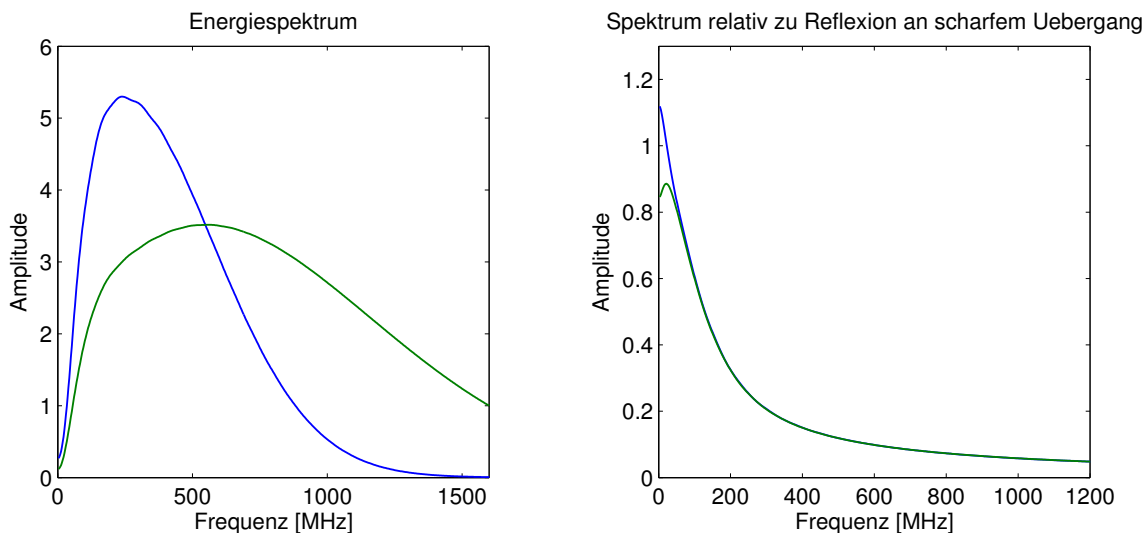


Abb. 5.1: Absolutes und relatives Spektrum einer Reflexion von einem Brooks-Corey Profil mit einem Rickerwavelet mit verschiedenen Hauptfrequenzen.

5.3 Praktische Herausforderungen

Während im vorigen Abschnitt auf die theoretischen, mit der Numerik verbundenen Herausforderungen eingegangen wurde, soll im Folgenden noch kurz auf die direkt mit der Methode assoziierten, praktischen Herausforderungen eingegangen werden. Diese betreffen zum einen allgemein die Messmethode und zum anderen die Sandbox, auf der in der Zukunft zahlreiche Experimente durchgeführt werden sollen.

Wie schon in Abschnitt 5.2.2 besprochen kommt dem Herausschneiden der Kapillarsaumreflexion bei einer Verwendung der Spektrumsinformation große Bedeutung zu. Wie jedoch z.B. in Abbildung 4.9 zu sehen ist, sind in Radargrammen im Allgemeinen viele schwache Reflexionen zu sehen, die von kleinen Heterogenitäten im Boden herrühren. Diese können die Kapillarsaumreflexion signifikant stören, was eine Auswahl des Signals deutlich erschwert. Hier muss eine Methode entwickelt werden, die die Kapillarsaumreflexion durch Benutzen der zeitlichen Variabilität des Radargramms von diesen Interferenzen trennt.

Ebenfalls in Abschnitt 5.2.2 wurde die Frage nach dem zu verwendenden Frequenzbereich aufgeworfen. Diese Auswahl ist zusätzlich zu den schon genannten Kriterien noch von der Sensitivität der Messapparatur abhängig. Aufgrund der Auslegung der GPR-Antenne auf eine spezifizierte Hauptfrequenz ist nicht klar, wie gut die Sensitivität für kleineren Frequenzen ist, die für die Klassifizierung des Übergangsbereichs von entscheidender Bedeutung sind. Um eine Aussage über den vertrauenswürdigen Frequenzbereich zu erhalten, müssen dazu detaillierte Messungen gemacht werden oder entsprechende Informationen, falls vorhanden, vom Hersteller eingeholt werden.

Bezüglich der Sandbox liegt das größte Problem in der Angabe der Randbedingungen. Wie in Abschnitt 4.4 diskutiert, ist der lokale Fluss nicht bekannt, sondern nur der über die gesamte Sandbox angelegte. Dies macht den Fluss zu einem weiteren Fitparameter, was nicht wünschenswert ist. Eine weitere Möglichkeit ist hier die Benutzung des Potentials als Randbedingung, welches durch das Pumprohr relativ exakt bestimmt werden kann. Dies macht allerdings eine deutlich genauere Repräsentation der verdichteten Sandschicht nötig, da der Verdichtungseffekt am Ursprung der Verdichtung höchstwahrscheinlich deutlich stärker ist als weiter unterhalb. Dies hat erwartungsgemäß großen Einfluss auf den Parameter K_s und somit auf den Fluss im meist gesättigten verdichteten Sand.

6 Schlussfolgerungen

Ziel der Arbeit war die Antwort auf die Frage, welche Art von Information über die hydraulischen Eigenschaften des Bodens durch die Verwendung einer on-ground GPR-Antenne gewonnen werden kann und ob diese für eine Schätzung der hydraulischen Parameter potentiell ausreichen könnte. Dabei stand insbesondere die Untersuchung der Reflexion vom Kapillarsaum im Mittelpunkt, da dessen Form durch die hydraulischen Parameter bestimmt wird.

Im ersten Teil der Arbeit wurde durch numerische Simulationen die Reflexion vom Kapillarsaum im stationären Fall und im transienten Fall eines Pumpvorgangs untersucht. Dadurch konnte ein fundamentales Verständnis für die Abhängigkeit der Reflexion von den hydraulischen Parametern und der Parametrisierung entwickelt werden. Es wurde gezeigt, dass das Reflexionssignal sowohl im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich in Form des Energiespektrums signifikant von den hydraulischen Parametern beeinflusst wird und bei Benutzung beider Informationen ebenfalls der Einfluss der einzelnen Parameter unterscheidbar ist. Zusätzlich konnte gezeigt werden, dass das Reflexionssignal signifikant von der Wahl des Parametrisierungsmodells abhängt, wobei die im Allgemeinen benutzten Parametrisierungen von Brooks-Corey, van Genuchten und deren vereinfachte Version mit $m = 1 - 1/n$ betrachtet wurden.

Um zu untersuchen, welche Aussagen der Vergleich von realen Daten mit numerischen Simulationen ermöglicht, wurden zwei am ASSESS-GPR Testfeld durchgeführte Pumpexperimente diskutiert. Das erste Experiment rechtfertigt die Einführung einer durch Verdichtung des Sandes entstandenen Schicht in der bekannten Geometrie der Sandbox. Zusammen mit der Diskussion der daraus resultierenden Änderung der Parameter im Vergleich zum nicht verdichteten Sand diente dies als Input für Setup und Interpretation des folgenden Experiments. Die Messungen im zweiten Experiment erlauben eine Identifikation des Kapillarsaums und seiner Bewegung durch den Boden. Desweiteren kann die erwartete Dynamik in der Wassergehaltsverteilung durch die Radargramme nachvollzogen werden. Durch den Vergleich der Kapillarsaumreflexion mit numerischen Simulationen der Reflexion von Profilen, die aus den oben genannten Parametrisierungen folgen, ist die Wahl eines passenden Parametrisierungsmodells möglich. Insbesondere konnte gezeigt werden, dass die am häufigsten genutzte vereinfachte van Genuchten Parametrisierung zur Beschreibung des Sandes ungeeignet ist. Dieses Ergebnis zeigt, dass der Wahl des Parametrisierungsmodells eine große Bedeutung zukommt, die bei bekannten Studien, die die Inversion von GPR-Daten untersuchen, nicht berücksichtigt wird. Die Wahl des falschen Parametrisierungsmodells führt bei einer Inversion der GPR-Daten höchstwahrscheinlich zu einem falschen Ergebnis.

Mit Hilfe der aus den Radargrammen gewonnenen Informationen zur Hydraulik konnte im Anschluss durch manuelles Auswählen der Parameter die prinzipielle Reproduzierbarkeit des Radargramms in einer semi-quantitativen Art gezeigt werden. Zusammen mit

den Erkenntnissen aus dem ersten Teil kann daraus abgeleitet werden, dass eine Schätzung der Parameter durch Inversion von GPR-Daten in der Zukunft möglich sein sollte. Zum Abschluss der Arbeit wurde daher ein Vorschlag für eine mögliche Inversion des Reflexionssignals gegeben, wobei ebenfalls auf die nötigen Verbesserungen und Herausforderungen eingegangen wurde, die in diesem Zusammenhang noch anzugehen sind.

Literaturverzeichnis

- Antz, B. 2010. *Entwicklung und Modellierung der Hydraulik eines Testfeldes fuer geophysikalische Messungen*, Diplomarbeit, Heidelberg University.
- Brooks, R. 1966. Properties of porous media affecting fluid flow, *Journal of the Irrigation and Drainage Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 92, S. 61–88.
- Buchner, J. S., Wollschlaeger, U. and Roth, K., In Revisions February 2012. Inverting surface GPR data using FDTD simulation and automatic detection of reflections to estimate subsurface water content and geometry, *Geophysics*.
- Drude, P. 1900. Zur Elektronentheorie der Metalle, *Annalen der Physik* **306**:566–613.
- Gerhards, H. 2008. *Ground Penetrating Radar as a quantitative tool with applications in soil hydrology*, PhD thesis, Heidelberg University.
- Ippisch, O., Vogel, H. and Bastian, P., 2006. Validity limits for the van genuchten-mualem model and implications for parameter estimation and numerical simulation, *Advances in Water Resources* **29**:1780–1789.
- Kristensson, G. and Krueger, R., 1986. Direct and inverse scattering in the time domain for a dissipative wave equation. i. scattering operators, *Journal of Mathematical Physics* **27**:1667.
- Lambot, S., Slob, E., Rhebergen, J., Lopera, O., Jadoon, K. and Vereecken, H., 2009. Remote estimation of the hydraulic properties of a sand using full-waveform integrated hydrogeophysical inversion of time-lapse, off-ground GPR data, *Vadose Zone Journal* **8**:743.
- Mualem, Y. 1976. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research* **12**:513–522.
- Mualem, Y. and Friedman, S., 1991. Theoretical prediction of electrical conductivity in saturated and unsaturated soil, *Water Resources Research* **27**:2771–2777.
- Oskooi, A. F., Roundy, D., Ibanescu, M., Bermel, P., Joannopoulos, J. and Johnson, S. G., 2010. Meep: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method, *Computer Physics Communications* **181**:687 – 702.
- Press, W., Flannery, B., Teukolsky, S., Vetterling, W. *et al.* 1986. *Numerical Recipes*, Vol. 547, Cambridge University Press.

- Rhoades, J., Raats, P. and Prather, R., 1976. Effects of liquid-phase electrical conductivity, water content, and surface conductivity on bulk soil electrical conductivity, *Soil Science Society of America* **40**:651–655.
- Roth, K. 2011. *Soil Physics Lecture Notes, V2.0*, Institute of Environmental Physics, Heidelberg University, D-69120 Heidelberg, Germany.
- Roth, K., Schulin, R., Flühler, H. and Attinger, W., 1990. Calibration of time domain reflectometry for water content measurement using a composite dielectric approach, *Water Resources Research* **26**:2267–2273.
- van Genuchten, M. 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Science Society of America* **44**:892–898.

Danksagung

Ich möchte an dieser Stelle noch einigen Menschen danken:

Valentina, dass sie in meinem Leben ist und es so viel schöner macht. Und wenn es mal nicht so lief und alles etwas dunkler wurde, dann war sie das Licht, das mich wieder ermutigt hat.

Meinen Eltern, weil sie mich mein ganzes Leben lang unterstützt haben wo sie nur konnten, ich nie das Gefühl hatte, dass mir eine Tür verschlossen bleibt und weil sie mir auch einfach mal die Meinung gesagt haben, wenn ich dummes Zeug gemacht habe.

Jens für die wirklich einmalige Betreuung, ich hätte es nicht besser treffen können.

Kurt Roth für die „übergeordnete“ Betreuung, dass er sich für jeden Einzelnen aus der Gruppe so viel Zeit nimmt, was in meinen Augen keine Selbstverständlichkeit ist.

Der ganzen Arbeitsgruppe der Bodenphysik, für die schöne und lustige Zeit und für die Hilfsbereitschaft.

Eva, Holger und Jörg für die angenehme Atmosphäre im Büro.

Markus, der meiner Arbeit durch seine Korrekturarbeit sprachlich den letzten Schliff gegeben hat. Aber vor allem, weil er so ein guter Freund ist.

Max, Adrian und Waldemar, mit denen ich mein ganzes Physikstudium bestritt und meine Übungsblätter gelöst habe, aber vor allem außerhalb der Uni eine Menge Spaß hatte.

Tabea, weil sie bei Problemen immer ein offenes Ohr für mich hat.

Allen meinen Freunden und Verwandten, weil sie mein Leben begleiten und es lebenswert machen.

Allen Menschen, die versuchen die Welt auf friedliche Art besser zu machen.

Erklärung:

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den

.....

Unterschrift