

INAUGURAL - DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich - Mathematischen
Gesamtfakultät
der Ruprecht - Karls - Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Dipl.-Phys. Florian Kaether
aus Heidelberg

Tag der mündl. Prüfung: 25. Juli 2007

Datenanalyse
des Sonnenneutrinoexperiments
GALLEX

Gutachter: Prof. Dr. Wolfgang Hampel
Prof. Dr. Wolfgang Krätschmer

Datenanalyse des Sonnenneutrinoexperiments GALLEX

Das GALLEX Experiment hat zwischen 1991 und 1997 den Fluss solarer Neutrinos oberhalb einer Energie von 233 keV gemessen. Gegen Ende von GALLEX und während des Nachfolgeexperiments GNO wurden einige der verwendeten Zählrohre neu und mit höherer Genauigkeit geeicht. In den veröffentlichten Ergebnissen wurden diese Werte jedoch noch nicht berücksichtigt. Ferner beruht die bisherige Datenanalyse auf einer relativ einfachen Methode der Ereignisauswahl, die nur einen geringen Teil der in den aufgezeichneten Signalen enthaltenen Informationen verwendet. Ziel dieser Arbeit ist es, durch eine neue Pulsformanalyse den vollständigen Informationsgehalt zu nutzen, um damit eine bestmögliche Auswertung von GALLEX und der dazu gehörenden Quellexperimente unter Berücksichtigung der aktuellen Eichergebnisse durchzuführen.

Die existierenden Programme zur GALLEX-Datenanalyse basieren auf einem veralteten Betriebssystem und konnten nicht auf moderne Betriebssysteme übertragen werden. Deshalb wurden alle benötigten Routinen zum Einlesen der Rohdaten, Analysieren der Ereignisse und Auswertung mit der Maximum-Likelihood-Methode neu programmiert.

Die Entwicklung einer Pulsformanalyse wird durch die Überlagerung der Daten durch Störungen erheblich erschwert. Die in dieser Arbeit vorgestellte Methode beruht auf einer Entfaltung der Pulse durch ein theoretisches Mustersignal, wodurch man Informationen über die im Zählrohr vorhandene Ladungsverteilung erhält. Diese Methode erweist sich als ausreichend robust gegenüber Störeinflüssen und ermöglicht eine verbesserte Untergrunddiskriminierung. Die auf der Pulsformanalyse basierende Auswertung von GALLEX ergibt $(73.1_{-6.0}^{+6.1}(\text{stat.})_{-4.1}^{+3.7}(\text{syst.}))$ SNU, wodurch der Fehler im Vergleich zu dem bisher veröffentlichten Ergebnis leicht reduziert werden konnte.

Ein weiterer Teil der vorliegenden Arbeit ergibt sich aus der Mitarbeit am BNO-LNGS-Experiment im Gran Sasso Labor.

Data analysis of the solar neutrino experiment GALLEX

From 1991 to 1997, the GALLEX experiment measured the solar neutrino flux above an energy threshold of 233 keV. Towards the end of GALLEX and during the follow-up experiment GNO some of the proportional counters were calibrated in a more precise way, but these new values were not considered yet in the published results. Furthermore, the former event selection is based on a relatively simple method and uses only a small part of the given information. The aim of this work is to use all available informations with a new pulse shape analysis and to analyse GALLEX and the included source experiments in the best possible way taking into account the new calibration results.

The existing programs of the GALLEX-analysis are based on an antiquated operating system, so it was not possible to install them on a modern operating system. For this reason all the necessary routines for reading and analysing data and for the maximum-likelihood-analysis were newly written.

The development of a pulse shape analysis is complicated by a noise overlap on the data. This work presents a method based on a deconvolution of the pulses by a theoretical standard pulse, giving information on the charge distribution inside the counter. This method shows an adequate robustness concerning the noise and provides an improved background discrimination. The data analysis based on the pulse shape analysis leads to a GALLEX result of $(73.1_{-6.0}^{+6.1}(\text{stat.})_{-4.1}^{+3.7}(\text{syst.}))$ SNU and has a slightly smaller error compared to the published result.

A further part of this work stems from the collaboration with the BNO-LNGS-experiment.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	9
1.1	Die Sonne und ihre Neutrinos	9
1.2	Experimente zum Nachweis solarer Neutrinos	12
1.2.1	Das Homestake Chlorexperiment	12
1.2.2	Die Gallium-Experimente	13
1.2.3	Kamiokande und SuperKamiokande	15
1.2.4	SNO	16
1.3	Neutrinooszillationen	18
1.3.1	Vakuumsoszillationen	18
1.3.2	Neutrinooszillationen in Materie	18
1.3.3	Oszillationsparameter	19
1.4	Über diese Arbeit	20
2	Grundlagen	22
2.1	Überblick über GALLEX	22
2.1.1	Das Arsen-Experiment	23
2.1.2	Zählrohrlabor und Elektronik	24
2.2	Proportionalzählrohre	25
2.2.1	Entstehung der Signalform	26
2.2.2	Zerfall und Nachweis von $^{71}\text{Germanium}$	29
2.2.3	Bestimmung der absoluten Nachweiswahrscheinlichkeiten	30
2.2.4	Energieeichung	31
2.2.5	Signalveränderung durch die Elektronik	32
2.3	Störsignale	33
2.3.1	Rauschen	33
2.3.2	Null-Linie	34
2.3.3	Rauschunterdrückung und Signalglättung	35
2.4	Die Maximum-Likelihood-Methode	38
2.4.1	Fehler des Schätzwertes aus der Maximum-Likelihood-Methode	38
2.4.2	Die Likelihood-Funktion für GALLEX	39
2.4.3	Messintervalle	41
2.4.4	Nachweiswahrscheinlichkeiten und Energiefenster	41
2.4.5	Gemeinsame Auswertung mehrerer Runs	41
2.5	Zeitlich nicht konstante Untergrundkomponenten	42
2.5.1	Radon	42
2.5.2	Germanium ^{68}Ge	43
2.5.3	Nebenreaktionen	45

2.5.4	Noise-Cut	46
2.6	Untergrundreduzierung anhand der Signalform	47
2.6.1	Anstiegszeitanalyse	48
2.6.2	Pulsformanalyse	50
2.6.3	Vergleich der beiden Methoden	57
2.7	Systematische Fehler	61
3	GALLEX-Datenauswertung	62
3.1	Anstiegszeitanalyse	62
3.1.1	Ereignisauswahl	62
3.1.2	Maximum-Likelihood-Analyse	63
3.1.3	Lebensdauer	64
3.1.4	Ergebnisse der einzelnen Runs	65
3.1.5	Unabhängigkeit der Untergrundraten	68
3.1.6	Die GALLEX-Phasen I-IV	71
3.2	Auswertung mit der Pulsformanalyse	71
3.2.1	Gesamtanalyse	72
3.2.2	Einzelrunauswertung und GALLEX I-IV	73
3.2.3	Triggerproblem	75
3.2.4	Getrennte Analysen von L- und K-Ereignissen	77
3.3	Vergleich mit GNO	80
4	Quellexperimente	82
4.1	Beschreibung der GALLEX-Chromexperimente	82
4.2	Ergebnisse der Quellruns	83
4.2.1	Diskussion der Ergebnisse der Quellexperimente	86
5	BNO - LNGS	88
5.1	Einleitung	88
5.2	Beitrag der Neutrino-Quelle zu den solaren Runs	90
5.2.1	Reaktionsraten der Quell-Neutrinos im Gallium	90
5.2.2	Integralberechnung	92
5.2.3	Ergebnis des Quellenbeitrags	93
5.3	Ergebnisse der solaren Runs	93
	Anhang	96
A.1	Approximation durch Polynome	96
A.1.1	Allgemeines zu Approximationen	96
A.1.2	Der stückweise Polynomfit	96
A.2	Diskrete Fourierentwicklung	97
A.3	Ergebnisse der einzelnen solaren Runs	99
	Literaturverzeichnis	101

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Die Sonne und ihre Neutrinos

Die Sonne besitzt zum gegenwärtigen Zeitpunkt eine Leuchtkraft von $L = 3.86 \times 10^{26}$ W. Gewönne die Sonne ihre Energie aus chemischen Prozessen wie zum Beispiel der Verbrennung von Kohle, so wäre ihre gesamte Masse von 2×10^{30} kg nach einigen tausend Jahren aufgebraucht. Im 19. Jahrhundert schlugen Helmholtz und Kelvin eine Alternative vor, in der durch stetige Kontraktion der Sonne Gravitationsenergie freigesetzt wird. Mit diesem Prozess wäre die Energieversorgung der Sonne zumindest für einige zehn Millionen Jahre gesichert. Aus verschiedenen Bereichen, wie zum Beispiel der Geologie oder der Meteoritenforschung, ist jedoch bekannt, dass das Alter der Erde und des Sonnensystems rund 4.5 Milliarden Jahre beträgt. Erst durch die Entdeckung der Radioaktivität und der enormen Energien, die bei Kernumwandlungsprozessen freigesetzt werden, konnten im Verlauf des 20. Jahrhunderts diejenigen Mechanismen gefunden werden, die es der Sonne ermöglichen ihre enorme Leuchtkraft über so lange Zeiträume aufrecht zu erhalten. So wurden von H. A. Bethe und C. F. von Weizsäcker zwei Reaktionsketten vorgeschlagen [Bet 39], die als pp- und CNO-Zyklus bezeichnet werden und in Abb. 1.1 dargestellt sind. Beide Reaktionszyklen lassen sich auf die folgende Nettoreaktionsgleichung reduzieren



wobei eine Energie von $E = 26.73$ MeV freigesetzt wird, die sich aus der Massenbilanz von Glg (1.1) gemäß $E = mc^2$ ergibt. Diese sogenannte Wasserstofffusion ermöglicht der Sonne eine Lebensdauer von rund 10 Milliarden Jahren.

Die Sonne ist ein Hauptreihenstern mit einem Radius von $R = 6.96 \times 10^8$ m und einer Oberflächentemperatur von rund 5800 K. Zur Entwicklung eines Modells über den Aufbau der Sonne nimmt man in der Regel ein zunächst stationäres System an. Um mit einer Massenverteilung

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)$$

einen stabilen Zustand über einen längeren Zeitraum aufrecht zu erhalten, muss ein hydrostatisches Gleichgewicht vorliegen

$$\frac{dP}{dr} = \frac{GM(r)\rho(r)}{r^2},$$

d.h. die Gravitationskräfte müssen durch den Druck ausgeglichen werden. Die Gleichung

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4} \frac{\kappa}{ac} \frac{\rho}{T(r)^3} \frac{L(r)}{4\pi r^2}$$

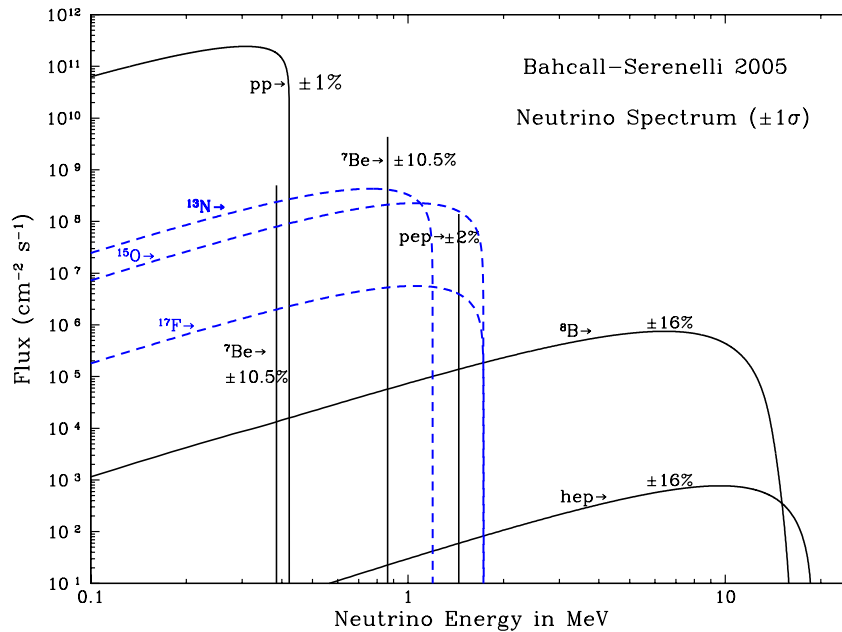


Abbildung 1.2: Der nach dem Standardsonnenmodell erwartete Neutrinofluss $\phi(E)$ auf der Erde (aus [Bah 05]).

verändert sich dieses Verhältnis mit der Zeit durch die Fusionsprozesse, weshalb ein statisches Modell nur für einen begrenzten Zeitraum gültig sein kann.

In den letzten Jahrzehnten konnten durch viele Erkenntnisse, zum Beispiel aus der Helioseismologie, die Theorien stetig verfeinert werden, so dass die heutigen Sonnenmodelle eine sehr gute Beschreibung der Sonne liefern. Um diese Modelle zu testen und zu verbessern spielt der experimentelle Nachweis von Sonnenneutrinos eine wichtige Rolle. Aus Abb. 1.1 beziehungsweise Glg (1.1) ist ersichtlich, dass bei jedem vollständigen Durchlauf eines Fusionszyklus zwei Neutrinos entstehen. Diese nehmen ausschließlich an der schwachen Wechselwirkung teil, weshalb ihr Wirkungsquerschnitt für Reaktionen mit Materie sehr klein ist ($\sigma \approx 10^{-45} \text{ cm}^{-2}$). Aus diesem Grund verlassen die Neutrinos die Sonne nahezu ohne Wechselwirkung weshalb man durch ihren Nachweis direkte Informationen über die im Sonneninneren ablaufenden Prozesse erhalten kann. Ihre nach dem Standardsonnenmodell erwartete Energieverteilung ist in Abb. 1.2 abgebildet, wobei sich die Erzeugung der Neutrinos in verschiedenen Zweigen der Fusionszyklen in den verschiedenen Komponenten des Spektrums wiederfinden.

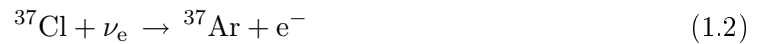
Die experimentelle Messung von Sonnenneutrinos ist aber nicht nur im Hinblick auf die Sonne interessant. Durch die überraschenden Ergebnisse der ersten Experimente schlug die Neutrinophysik einen unerwarteten Weg ein, an dessen Ende die Entdeckung der Neutrinomasse stehen sollte.

	Φ [cm^{-2}] s^{-1}	$\Delta\Phi$ (1σ)	Ga [SNU]	
<i>pp</i>	5.95×10^{10}	$\pm 1.0\%$	69.7	Tabelle 1.1: Vorhersage der solaren Neutrinoflüsse aus verschiedenen Reaktionszweigen der Kernfusion nach [Bah 01]. Die rechte Spalte gibt das erwartete Signal in einem Galliumdetektor an.
${}^7\text{Be}$	7.77×10^9	$\pm 10\%$	34.2	
<i>pep</i>	1.40×10^8	$\pm 1.5\%$	2.8	
${}^8\text{B}$	5.05×10^6	$+20\%$ -16%	12.1	
<i>hep</i>	9.30×10^3		0.1	
CNO	1.03×10^9	$\pm 20\%$	9.0	
Summe			127.9	

1.2 Experimente zum Nachweis solarer Neutrinos

1.2.1 Das Homestake Chlorexperiment

Der erste Nachweis von Sonnenneutrinos gelang der Gruppe um Ray Davis Ende der 60er Jahre des vergangenen Jahrhunderts [Cle 98]. Abgeschirmt von der kosmischen Strahlung in der Homestake-Goldmine in etwa 1500 m Tiefe (4200 m Wasseräquivalent (WE)) dienten als Targetmaterial 615 t Tetrachlorethen C_2Cl_4 (ein Reinigungsmittel, das in industriellen Mengen hergestellt wird und die kostengünstigste Variante beim Erwerb von großen Mengen Chlor darstellte). Die dem Experiment zugrunde liegende Neutrinoeinfangreaktion



hat eine Energieschwelle von 814 keV, wodurch der obere Teil des Neutrinospektrums inklusive der monoenergetischen ${}^7\text{Be}$ -Linie (siehe Abb. 1.2) nachgewiesen werden kann. Der Hauptanteil des Signals stammt von Neutrinos aus dem ${}^8\text{B}$ -Zweig. Nach dem Standardsonnenmodell wird eine ${}^{37}\text{Ar}$ -Produktionsrate von 1.58 Atomen pro Tag erwartet, das bedeutet, dass sich nach Expositionsdauern von typischerweise 2 bis 3 Monaten rund 40 ${}^{37}\text{Ar}$ -Atome im Tank befinden. Als Edelgas lässt sich Argon durch Durchspülen mit Helium extrahieren, und in Proportionalzählrohren gelingt der Nachweis des Zerfalls der ${}^{37}\text{Ar}$ -Atome. Letzterer geschieht durch Elektroneneinfang mit einer Halbwertszeit von 35 d und wird durch die inverse Reaktion von Glg (1.2) beschrieben. Ein solches experimentelles Vorgehen wird auch als radiochemische Methode bezeichnet.

Abgesehen von einer kurzen Unterbrechung hat das Experiment kontinuierlich bis 1994 den solaren Neutrinofluss gemessen. Die Resultate sind in Abb. 1.3 abgebildet. Als Gesamtergebnis erhält man nach [Cle 98] eine durchschnittliche ${}^{37}\text{Ar}$ -Produktionsrate von

$$P = [0.478 \pm 0.030 \text{ (stat.)} \pm 0.029 \text{ (syst.)}] \text{ d}^{-1}.$$

oder geschrieben in der bei radiochemischen Experimenten üblichen Einheit¹

$$P = [2.56 \pm 0.16 \text{ (stat.)} \pm 0.16 \text{ (syst.)}] \text{ SNU}.$$

Dieses Ergebnis beträgt nur etwa ein Drittel der nach dem Standardsonnenmodell erwarteten Produktionsrate. Diese Diskrepanz, die sich bereits nach wenigen Runs abzeichnete, sollte als das sogenannte „Sonnenneutrino problem“ über zwei Jahrzehnte lang ungeklärt bleiben. Erst durch nachfolgende Sonnenneutrinoexperimente konnte gezeigt werden, dass die Ursache für

¹SNU (Solar Neutrino Unit) = 1 Neutrinoeinfang pro Sekunde in 10^{36} Targetatomen.

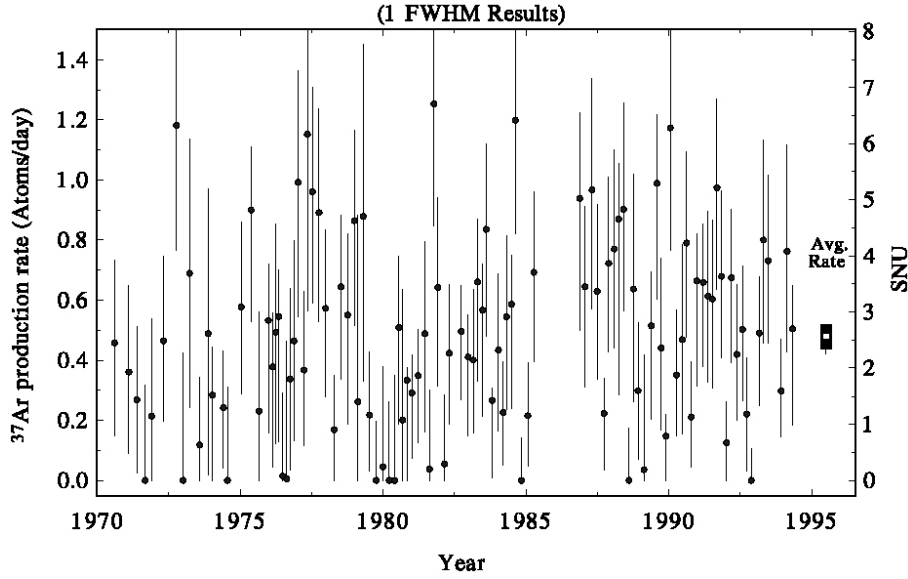


Abbildung 1.3: Die Ergebnisse der einzelnen Runs des Homestake Chlorexperiments und das Gesamtresultat (ganz rechts im Bild) [Cle 98].

das Neutrino Defizit nicht in systematischen Fehlern im Chlorexperiment oder im Sonnenmodell zu suchen sind, sondern dass Neutrinooszillationen für die beobachteten Effekte verantwortlich sind. Dabei handelt es sich um Flavourübergänge, durch diese ein als ν_e in der Sonne erzeugtes Neutrino in einiger Entfernung mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit als ν_μ oder ν_τ reagiert und deshalb einem reinen ν_e -Detektor entgeht. Näheres zum Phänomen der Oszillationen siehe in Abschnitt 1.3.1.

1.2.2 Die Gallium-Experimente

Anfang der 1990er Jahre starteten fast gleichzeitig zwei Sonnenneutrinoexperimente mit Gallium als Detektormaterial: das russisch-amerikanische Galliumexperiment SAGE im Baksan-Untergundlabor im Kaukasusgebirge und das Gallium-Experiment GALLEX im Gran Sasso-Untergundlabor in den italienischen Abruzzen, das ab 1998 unter dem Namen Gallium Neutrino Observatory (GNO) fortgesetzt wurde. Wie das Chlorexperiment gehören sie zu den radiochemischen Experimenten. Im Gegensatz zu Chlor hat Gallium aber den Vorteil, dass die Neutrinoeinfangreaktion



eine deutlich niedrigere Energieschwelle besitzt ($E = 233$ keV) und somit auch für den niederenergetischen Teil des Sonnenneutrinospektrums sensitiv ist. Die erwartete Rate, mit der solare Neutrinos im Tank ${}^{71}\text{Ge}$ -Atome produzieren lässt sich durch

$$P = N_T \int \sigma(E) \Phi(E) dE \quad (1.4)$$

berechnen, wobei N_T die Anzahl der Targetatome, $\Phi(E)$ den solaren Neutrinofluss (siehe Abb. 1.2) und $\sigma(E)$ den Wirkungsquerschnitt (siehe Abb. 1.4) beschreibt. Nach dem Standardsonnenmodell ergibt sich daraus eine Produktionsrate von $P = 128_{-7}^{+9}$ SNU [Bah 01], wobei die einzelnen Anteile aus den verschiedenen Reaktionszweigen in Tab. 1.1 aufgeführt sind.

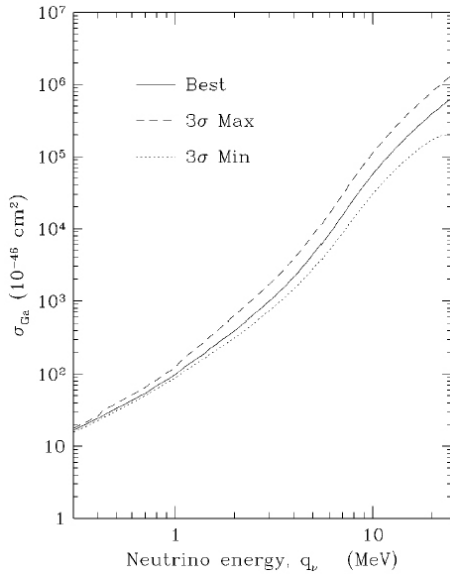
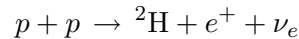
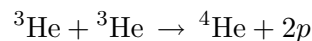


Abbildung 1.4:
Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts für Neutrinoreaktionen mit Gallium [Bah 05].

Die niedrige Energieschwelle ist insbesondere im Hinblick auf den Nachweis von Neutrinos aus der pp-Reaktion interessant



welche zu 99.75% den Startprozess des pp-Zyklus darstellt (siehe Abb. 1.1). Die pp-Neutrinos stellen nicht nur den mit Abstand größten Anteil des solaren Neutrinoflusses, auch ist die Vorhersage ihres Flusses weniger stark von den Unsicherheiten in den Sonnenmodellen abhängig als dies z.B. beim ${}^8\text{B}$ -Fluss der Fall ist. Geht man davon aus, dass der Anteil des CNO-Zyklus an der Energieerzeugung der Sonne nur rund 1.5% beträgt [Bah 01] und vernachlässigt den seltenen *hep*-Zweig, dann ist der pp-Fluss nur vom Verzweungsverhältnis der beiden nach der ${}^3\text{He}$ -Erzeugung stehenden Reaktionen abhängig und kann aus der sehr gut bekannten Leuchtkraft der Sonne abgeleitet werden. Endet der Zyklus durch die Reaktion



entstehen insgesamt zwei pp-Neutrinos, da für die letzte Reaktion zwei ${}^3\text{He}$ benötigt werden und deshalb die Startreaktion zweimal durchlaufen werden muss. Verläuft die Kette weiter über die Bildung von ${}^7\text{Be}$ entsteht nur ein pp-Neutrino und eines aus den nun folgenden Reaktionen. Die theoretische Vorhersage aus dem Standardsonnenmodell für den auf der Erde herrschenden pp-Fluss ist mit einer Unsicherheit von nur 1% behaftet (siehe die Fehlerangaben in Abb. 1.2 bzw. Tab. 1.1).

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden noch viele Details der Galliumexperimente erläutert werden, weshalb ich mich im Rahmen dieser Einleitung auf die bisher veröffentlichten Ergebnisse beschränken möchte.

GALLEX/GNO [GNO 05] : $P = [69.3 \pm 5.5 \text{ (incl. stat. und syst.)}] \text{ SNU}$

SAGE [SAG 02] : $P = [70.8_{-5.2}^{+5.3} \text{ (stat.)} \pm_{-3.2}^{+3.7} \text{ (syst.)}] \text{ SNU}$

Die beiden Resultate stimmen sehr gut miteinander überein, ergeben jedoch nur etwa 55% des erwarteten Werts von 128 SNU. Tatsächlich hat der beobachtete Gesamtfluss an Sonnenneutrinos ungefähr den Wert wie er alleine für den pp-Anteil erwartet wurde. Damit wird das Sonnenneutrino-Problem durch die Galliumexperimente bestätigt. Dennoch ist das beobachtete

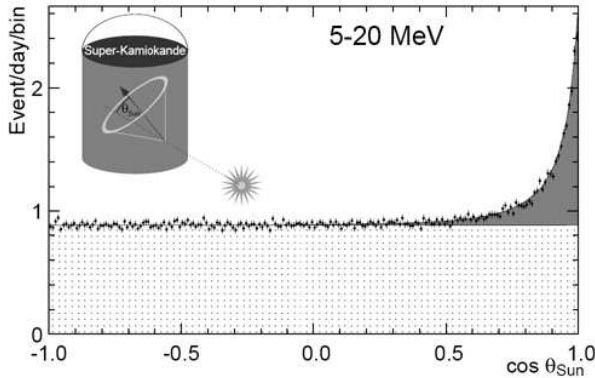


Abbildung 1.5:

Nachweis der solaren Herkunft der Neutrinos mit Super-Kamiokande. Abgebildet ist der Winkel zwischen gestreutem Elektron und der Richtung Erde-Sonne [SuK 06].

Signal (unabhängig vom Neutrinodefizit) der erste direkte Beweis, dass die Sonne tatsächlich mit Hilfe des pp-Zyklus Energie produziert. Die Galliumexperimente sind nach wie vor die einzigen Experimente, die pp-Neutrinos nachweisen konnten.

1.2.3 Kamiokande und SuperKamiokande

Kamiokande war ein ursprünglich für den Nachweis des Protonzerfalls gebauter Wasser-Cerenkov-Detektor. Er befand sich in der japanischen Kamioka-Mine in einer Tiefe von 1000 m (2700 m WE) und bestand aus 3000 t Wasser, von denen effektiv 610 t zum Neutrinonachweis genutzt wurden. Der Nachweis beruhte auf Neutrino-Elektron-Streuung, wobei das Elektron nach der Reaktion eine höhere Geschwindigkeit als die Lichtgeschwindigkeit in Wasser besitzt und deshalb Cerenkov-Licht aussendet, welches von rund 1000 Photomultipliern aufgezeichnet wird. Diese Methode des Nachweises bietet gegenüber der radiochemischen Methode einige Vorteile. Zum Einen erhält man den Zeitpunkt eines jeden Ereignisses (und nicht nur eine mittlere Ereignisrate über einen bestimmten Zeitraum), zum Anderen kann man anhand des Cerenkov-Lichtkegels auf die Richtung und Energie des reagierenden Neutrinos schließen. Auf diese Weise konnte zum ersten Mal der direkte Beweis erbracht werden, dass die nachgewiesenen Neutrinos tatsächlich von der Sonne kommen (siehe Abb. 1.5). Die Energieschwelle für den Neutrinonachweis war durch den Untergrund dominiert, sie lag zunächst bei 9 MeV, konnte aber später durch eine verbesserte Untergrundreduzierung bis auf 7.5 MeV gesenkt werden. Damit war Kamiokande nur für den hochenergetischen Bereich des ^8B -Flusses sensitiv. Das zwischen 1987 und 1995 gemessene Neutrino-Energiespektrum stimmt in seiner Form mit der Erwartung aus dem Standardsonnenmodell überein, der auf das gesamte ^8B -Spektrum korrigierte Fluss ergibt mit

$$\Phi(^8\text{B}) = [2.80 \pm 0.19 (\text{stat}) \pm 0.33 (\text{syst})] \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

nur rund die Hälfte des erwarteten Werts und damit eine Bestätigung des solaren Neutrinodefizits.

1996 wurde das Experiment zu SuperKamiokande erweitert. Mit 50 000 t Wasser (effektive Nutzung 22 500 t) umgeben von rund 11 000 Photomultipliern und einer Senkung der Nachweisgrenze auf 5 MeV konnte eine Neutrinoreaktionsrate von 32 Ereignissen pro Tag erzielt werden. Dadurch konnten die Unsicherheiten in der Bestimmung des ^8B -Flusses im Vergleich zum Kamiokande-Ergebnis deutlich verringert werden [SuK 06]

$$\Phi(^8\text{B}) = [2.35 \pm 0.02 (\text{stat}) \pm 0.08 (\text{syst})] \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} .$$

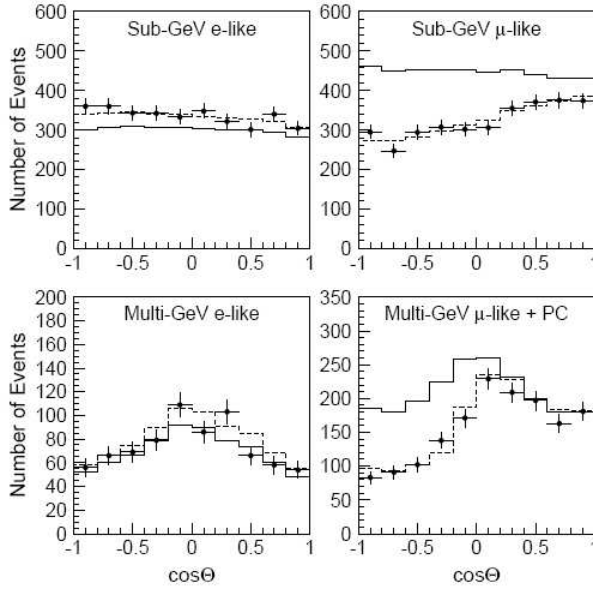


Abbildung 1.6: Die Anzahl von ν_e - und ν_μ -Ereignissen bei Super-Kamiokande in Abhängigkeit des Einfallwinkels θ für verschiedene Energiebereiche. Eingezeichnet ist der theoretisch erwartete Wert (durchgezogene Linie), die Datenpunkte mit Fehlern und der beste Fit an die Daten (gestrichelt) [SuK 05].

Neben der Messung solarer Neutrinos konnte der SuperKamiokande-Detektor auch Neutrinos aus der Erdatmosphäre nachweisen. Die durch die kosmische Strahlung erzeugten Pionen und Kaonen zerfallen in Myonen und diese weiter zu Elektronen, wobei jeweils auch Neutrinos erzeugt werden:

$$\begin{aligned} \pi^-, K^- &\rightarrow \mu^- + \nu_\mu & \text{bzw.} & \quad \pi^+, K^+ \rightarrow \mu^+ + \bar{\nu}_\mu \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu & \text{bzw.} & \quad \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \end{aligned}$$

Nach diesen Reaktionsgleichungen erwartet man ein Verhältnis der Flüsse von Myon- zu Elektronenneutrinos von

$$\frac{\Phi(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)}{\Phi(\nu_e + \bar{\nu}_e)} \approx 2.$$

Dank der Richtungsinformation kann SuperKamiokande zwischen Neutrinos unterscheiden, die in der Atmosphäre oberhalb der Kamioka-Mine entstehen, und solchen die auf der gegenüberliegenden Seite der Erde erzeugt werden und den Detektor von unten erreichen. In Abb. 1.6 ist die Winkelabhängigkeit des atmosphärischen Neutrinoflusses gezeigt. Das erwartete Verhältnis von 2 kann bei den von oben einfallenden Neutrinos bestätigt werden, für die von unten einfallenden Neutrinos tritt jedoch ein deutliches Defizit an Myon-Neutrinos auf.

Dies ist im Hinblick auf das Sonnenneutrino problem ein bedeutendes Ergebnis. Die Tatsache, dass die Abweichungen der Ergebnisse der Experimente von den theoretischen Erwartungen nicht nur bei solaren, sondern auch bei atmosphärischen Neutrinos auftreten, gibt starke Hinweise darauf, dass die Ursache des Sonnenneutrino problems weder im Sonnenmodell noch in den Experimenten liegt. Als eine gemeinsame Erklärung bietet sich vielmehr das Phänomen der Neutrinooszillationen an.

1.2.4 SNO

Das Sudbury Neutrino Observatory (SNO) ist ein weiterer Wasser-Cerenkov-Detektor und befindet sich in 2000 m Tiefe (6100 m WE) in einer Nickelmine in Kanada nahe Sudbury. Als Target dienen 1000 t schweres Wasser D_2O umgeben von rund 9600 Photomultipliern. Die

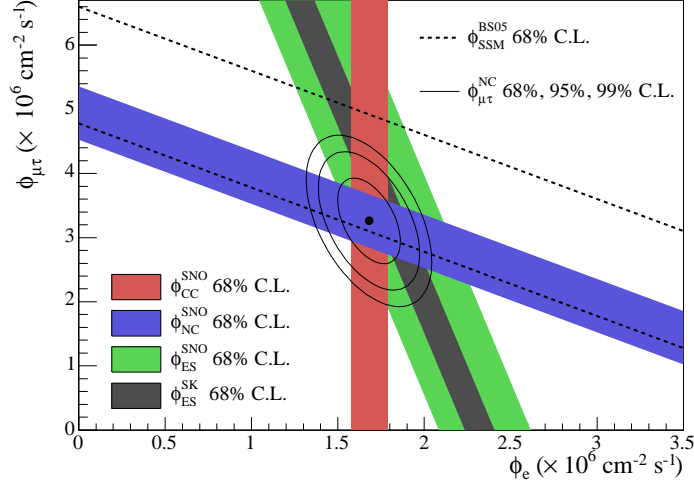
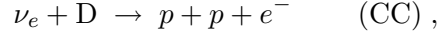
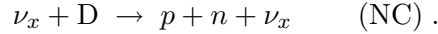


Abbildung 1.7: Die Ergebnisse des SNO-Experiments. Aufgetragen ist $\Phi(\nu_e)$ gegen $\Phi(\nu_{\mu,\tau})$ aus den verschiedenen Nachweisreaktionen von SNO und SuperKamiokande. Der flavourunabhängige Gesamtfluss ist durch das blaue Band dargestellt, zum Vergleich der Erwartungsbereich des SSM (gestrichelt). [SNO 05].

Anwesenheit von Deuterium hat den Vorteil, dass sich im Gegensatz zu den Leichtwassertektoren zwei weitere mögliche Neutrinoereaktionen ergeben. Zum Einen ist das die ausschließlich für ν_e mögliche Reaktion durch Austausch eines W^- -Bosons (geladener schwacher Strom oder „charged current“)



zum Anderen mittels Z -Boson („neutral current“)



Die letzte Reaktion ist für Neutrinos aller Flavours gleichermaßen sensitiv (x steht für e, μ, τ), womit eine direkte experimentelle Überprüfung der Oszillationshypothese möglich wird. Die dritte mögliche Reaktion ist die Elektronstreuung (ES), wie sie auch Experimenten wie SuperKamiokande zugrunde liegt



Auch diese Reaktion ist für $\nu_{\mu,\tau}$ möglich, die Reaktionsrate wird aber von ν_e mit einem Faktor 6 dominiert, weshalb die Elektronenstreuung alleine keine Bestimmung des flavourunabhängigen Gesamtflusses zuläßt. Diesen ermittelt SNO für Energien oberhalb von 5 MeV zu [SNO 05]

$$\Phi_{tot}(E_\nu > 5 \text{ MeV}) = [4.94 \pm 0.21 (\text{stat})_{-0.34}^{+0.38} (\text{syst})] \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

welcher mit der Erwartung des Standardsonnenmodells von $5.05_{-0.81}^{+1.01} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ (siehe Tab. 1.1) übereinstimmt. Der aus der CC-Reaktion bestimmte reine ν_e -Fluß beträgt

$$\Phi_{\nu_e}(E_\nu > 5 \text{ MeV}) = [2.35 \pm 0.22 (\text{stat}) \pm 0.15 (\text{syst})] \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} .$$

Die signifikante Differenz zwischen Φ_{tot} und Φ_{ν_e} ist ein Beweis für ν_μ - und ν_τ -Reaktionen und damit auch für die Existenz von Neutrinooszillationen.

1.3 Neutrinooszillationen

1.3.1 Vakuumoszillationen

Falls Neutrinos eine Masse besitzen, so sind die Masseneigenzustände ν_i unter Umständen nicht identisch mit den Eigenzuständen bzgl. der schwachen Wechselwirkung. Im vereinfachten Fall von zwei Neutrino Flavours beschreibt man diesen Sachverhalt unter Verwendung des Mischungswinkels θ durch

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Die zeitliche Entwicklung eines als ν_e erzeugten Neutrinos ist dann durch

$$|\nu(t)\rangle = \cos \theta e^{-iE_1 t} |\nu_1\rangle + \sin \theta e^{-iE_2 t} |\nu_2\rangle$$

gegeben. Mit der Annahme $p \gg m_i$ gilt

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2p} \approx E + \frac{m_i^2}{2E}.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass das Neutrino nach einer zurückgelegten Strecke $L = ct$ als ν_e reagiert berechnet sich durch

$$|\langle \nu(t) | \nu_e(0) \rangle|^2 = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2 \frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E} \quad (1.6)$$

mit der Differenz der Massenquadrate $\Delta m_{12}^2 = m_2^2 - m_1^2$. Der letzte Teil von Glg (1.6) beschreibt die Wahrscheinlichkeit einer Umwandlung des Flavourtyps und wird als Neutrinooszillation bezeichnet. Nach Glg (1.6) sind diese nur möglich wenn $\Delta m_{12}^2 \neq 0$ gilt, was eine von Null verschiedene Masse von zumindest einem Masseneigenzustand voraussetzt. Die in den vorangegangenen Abschnitten besprochene experimentelle Beobachtung von Neutrinooszillationen ist somit ein Beweis für die Existenz der Neutrinomasse.

1.3.2 Neutrinooszillationen in Materie

Bewegt sich das Neutrino in Materie kommt es durch kohärente elastische Vorwärtstreuung an den in Materie vorhandenen Elektronen zum sogenannten MSW-Effekt [Wol 78], [Mik 86]. Während ν_μ, ν_τ mit Elektronen nur über den neutralen Strom wechselwirken, ergibt sich für ν_e zusätzlich die Möglichkeit einer Wechselwirkung mittels des geladenen Stroms. Dadurch kommt es zu einer Asymmetrie zwischen den unterschiedlichen Flavours. Zur Beschreibung der Übergangswahrscheinlichkeiten muss in Glg (1.6) der Vakuummischungswinkel θ durch den Mischungswinkel in Materie θ_m ersetzt werden. θ_m ist gegeben durch

$$\tan(\theta_m) = \frac{\Delta m^2 \sin(2\theta)}{\Delta m^2 \sin(2\theta) - 2\sqrt{2}G_F E N_e} \quad (1.7)$$

und hängt somit von der Neutrinoenergie E und der Elektronendichte N_e ab. Stehen diese in einer bestimmten Relation zueinander

$$E = \frac{\Delta m^2 \sin(2\theta)}{2\sqrt{2}G_F E N_e} \quad (1.8)$$

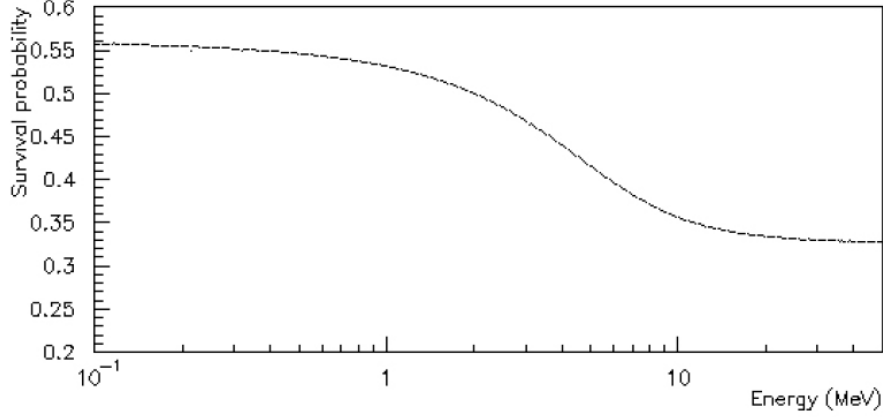


Abbildung 1.8: Die energieabhängige Wahrscheinlichkeit ein im Sonnenkern erzeugtes ν_e auf der Erde als ν_e nachzuweisen. Berücksichtigt werden Vakuumoszillationen und MSW-Effekt unter Annahme der Parameter $\Delta m_{12}^2 = 0.8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ und $\tan^2 \theta = 0.40$ (aus [Pan 04]).

wird nach Glg (1.7) der Materiemischungswinkel zu $\theta_m = \pi/4$ und damit die Oszillationsamplitude $\sin(2\theta_m)$ in Glg (1.6) maximal. Im Kern der Sonne herrscht eine Elektronendichte von etwa $6 \times 10^{25} \text{ cm}^{-3}$. Ein dort erzeugtes Neutrino mit ausreichend hoher Energie durchläuft auf seinem Weg zur Sonnenoberfläche eine stetig abnehmende Elektronendichte und somit auch einen Bereich, in dem die Bedingung in Glg (1.8) erfüllt ist. Für hochenergetische Sonnenneutrinos spielt deshalb der MSW-Effekt eine wichtige Rolle, während für die niederenergetischen vor allem Vakuumoszillationen von Bedeutung sind (siehe auch Abb. 1.8).

1.3.3 Oszillationsparameter

Um die vereinfachte Glg (1.5) auf den allgemeinen Fall von drei Flavour- und Masseneigenzuständen zu erweitern, wird eine 3×3 -Matrix U benötigt, die zur besseren Übersicht häufig in der folgenden Weise parametrisiert wird

$$U = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix}.$$

Hierbei wurden die Abkürzungen $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ und $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ verwendet. δ ist eine CP-verletzende Phase, die mögliche Unterschiede zwischen Neutrino und Antineutrino berücksichtigt.

Der erste Teil der Matrix beschreibt wie Glg (1.6) die Flavourübergänge $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$, wie er bei den Sonnenneutrinoexperimenten und dem japanischen Reaktorexperiment KamLAND beobachtet wurde. Der beste Fit an die vorliegenden Daten ergibt (siehe auch Abb. 1.9)

$$\Delta m_{12}^2 = 7.9_{-0.5}^{+0.6} \times 10^{-5} \text{ eV}^2 \quad \tan^2 \theta_{12} = 0.40_{-0.07}^{+0.10}.$$

Der zweite Teil der Matrix berücksichtigt $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ - Übergänge, die bei atmosphärischen Neutrinos eine wichtige Rolle spielen. In [SuK 05] werden folgende Bereiche angegeben:

$$1.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2 < \Delta m_{23}^2 < 3.4 \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \quad \sin^2(2\theta_{23}) > 0.92.$$

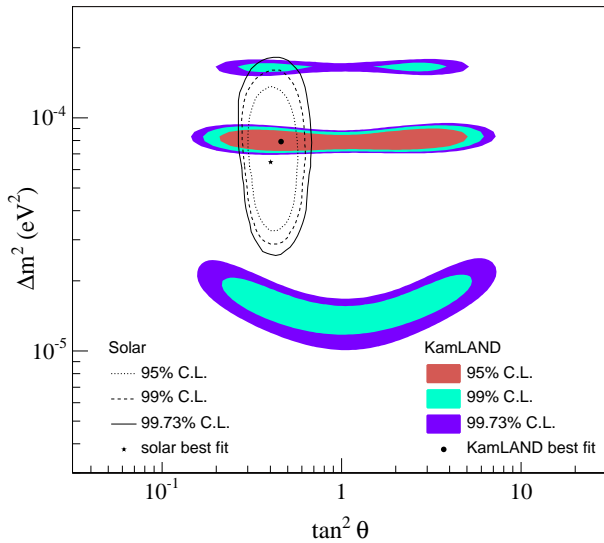


Abbildung 1.9:

Bestimmung der Parameter Δm^2_{12} und θ_{12} aus den solaren Neutrinoexperimenten und dem Reaktor-neutrinoexperiment KamLAND [Kam 07].

Für den Mischungswinkel θ_{13} kann aus dem Reaktorexperiment CHOOZ eine Obergrenze mit $\sin^2(2\theta_{13}) < 0.2$ angegeben werden [Cho 03].

Aus den Oszillationsexperimenten ergeben sich zwar Informationen über die Differenzen der Massenquadrate Δm^2_{12} und Δm^2_{23} , eine absolute Bestimmung der Neutrinomasse steht jedoch noch aus. Die bislang beste Obergrenze stammt aus dem Mainzer Neutrino Experiment durch die Bestimmung des Endpunktes des Energiespektrums beim β -Zerfall $m(\nu_e) < 2.2 \text{ eV}$ [Mai 99].

1.4 Über diese Arbeit

Während meiner Doktorarbeit in der Neutrino-Gruppe des Max-Planck-Instituts für Kernphysik in Heidelberg hatte meine Tätigkeit die folgenden Schwerpunkte:

1. Entwicklung von Programmen zur Verarbeitung und Analyse des GALLEX-Datensatzes.
2. Update der bisherigen GALLEX-Datenauswertung unter Berücksichtigung neuer Erkenntnisse aus dem GNO-Experiment.
3. Entwicklung einer neuen, alternativen Pulsformanalyse für das GALLEX-Experiment und Untersuchung ihrer Auswirkungen auf die Ergebnisse der Datenanalyse.
4. Mitarbeit am BNO-LNGS-Experiment
5. Bestimmung des Beitrags der Quellneutrinos zu den solaren Runs des BNO-LNGS-Projekts.

Punkt [1.] war notwendig, da die bislang existierenden Programme und Tools zur GALLEX-Datenauswertung auf einem nicht mehr zeitgemäßen und deshalb am MPI Heidelberg nur noch rudimentär vorhandenen VMS-System basierten. Der Versuch, die Software auf moderne Betriebssysteme zu übertragen stieß auf einige Schwierigkeiten, deren Lösung eine genaue Kenntnis des Formats und der Datenstruktur der GALLEX-Rohdaten erforderte. Während

der Arbeit an diesen Problemen entwickelte ich schließlich von den ursprünglichen Programmen weitgehend unabhängige Routinen zum Auslesen und Analysieren der Daten. Sie sind in den Programmiersprachen C und FORTRAN geschrieben und in der vorliegenden Form auf UNIX/LINUX-Systemen implementierbar. Hinsichtlich dieser Entwicklung werde ich im Rahmen der vorliegenden Arbeit jedoch nur auf Details eingehen, wenn diese von physikalischem Interesse sind, das heißt direkte Auswirkungen auf die Datenanalyse haben.

Die Punkte [2.] und [3.] bilden den Kern der vorliegenden Arbeit. In Kapitel 2 werden zunächst alle für die GALLEX-Datenanalyse relevanten Aspekte beleuchtet, bevor mit der Entwicklung einer Pulsformanalyse eine Alternative zur bisherigen Vorgehensweise bei der Ereignisauswahl vorgestellt wird.

Hinsichtlich der Pulsformanalyse wurden mehrere Ansätze getestet. Einer dieser Ansätze war an die Vorgehensweise bei GNO angelehnt [Pan 04], bei dem eine theoretische Pulsform an die Daten gefittet wird. In [Alt 96a] wird eine derartige Methode auch auf die GALLEX-Daten angewendet. Die Ereignisauswahl wird anhand der sich ergebenden Fitparameter und der Abweichung des Fits (χ^2) durchgeführt (bei GNO übernimmt diese Aufgabe ein Neurales Netzwerk). Aufgrund der unregelmäßigen Störungen, die den GALLEX-Daten überlagert sind, ergeben sich jedoch unkontrollierbare Schwankungen in den auftretenden Werten von χ^2 . Diese führen bei der Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeiten zu großen systematischen Unsicherheiten, weshalb dieser Ansatz verworfen wurde. Die selben Probleme ergaben sich bei dem Versuch, die Signale mit einem gemittelten „Durchschnittspuls“ (siehe Abb. 2.10 und die dortige Erläuterung) zu vergleichen. In Abs. 2.3.3 werden verschiedene Algorithmen zur Signalglättung diskutiert, die im weiteren Verlauf angewendet werden. Die Störeinflüsse sind jedoch zu stark, um sie in zufriedenstellender Weise vollständig eliminieren zu können. Die letztendlich verwendete und in Abs. 2.6.2 beschriebene Pulsformanalyse beruht auf einer Entfaltung der Signale durch eine theoretische Pulsform, bei der sich die zur Ereignisauswahl herangezogenen Parameter als recht stabil gegenüber Störeinflüssen erweisen.

In Kapitel 3 und 4 wird basierend auf den zuvor erarbeiteten Grundlagen eine vollständige Auswertung des GALLEX-Experiments und der beiden Quellexperimente durchgeführt und die Ergebnisse in einer anschließenden Diskussion ausführlich erörtert.

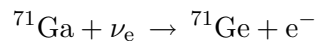
Die Punkte [4.] und [5.] betreffen das gemeinsame Experiment zwischen Teilen der GNO- und SAGE-Kollaborationen, bei dem im russischen Baksan extrahierte ^{71}Ge -Proben mit dem GNO-System in Italien gemessen wurden. Neben meinen Aufgaben im operativen Bereich am Gran Sasso (u.a. Probentransport, Einbau und Anschluss von Zählrohren an die Messelektronik und Steuerung des Datenaufnahmesystems) bestand mein Beitrag zur Datenanalyse vor allem in der Berechnung des Einflusses der in Baksan vorhandenen Neutrinoquelle auf die zeitgleiche Messung von Sonnenneutrinos. Diese Themen werden in Kapitel 5 behandelt.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Überblick über GALLEX

Das Experiment GALLEX befand sich im Laboratori Nazionale del Gran Sasso (LNGS), einem Untergrundlabor in der Nähe von l'Aquila rund 150 km östlich von Rom. Eine 1000 m dicke Gesteinsschicht (3400 m WE) des Gran Sasso-Massivs schirmen die kosmische Strahlung ab und reduzieren den Myonenfluss auf rund $\Phi_\mu \approx 1 \text{ m}^{-2} \text{ h}^{-1}$. Die Grundlage der solaren Neutrिनodetektion mit Gallium ist die Reaktion



wobei das entstehende Germaniumatom durch seinen Zerfall nachgewiesen werden kann (genauer zum Germaniumzerfall siehe Abschnitt 2.2.2). Als Targetmaterial dienten 100 t Galliumchlorid GaCl_3 in salzsaurer Lösung. Diese enthielt 30.3 t Gallium mit einer natürlichen Isotopenverteilung (39.9% ${}^{71}\text{Ga}$ und 60.1% ${}^{69}\text{Ga}$). Wie bereits in Tab. 1.1 aufgeführt, erwartet man für Gallium eine Reaktionsrate von 128_{-7}^{+9} SNU, was für GALLEX eine ${}^{71}\text{Ge}$ -Produktionsrate von 1.2 Atomen/Tag bedeutet. Daraus ergeben sich bei einer Expositionsdauer von typischerweise 4 Wochen rund 15 Germaniumatome im Tank (tatsächlich waren es aufgrund der Neutrinooszillationen nur etwa 9 Atome).

Die Extraktion des Germaniums und die anschließende chemische Prozedur sind prinzipiell auch mit geringen Mengen Germanium möglich; um jedoch quantitative Aussagen über die chemische Ausbeute machen zu können, wird eine größere Menge Germanium benötigt. Aus diesem Grund wurde vor jedem Run 1 mg eines stabilen Germaniumisotops zugegeben (der sogenannte Ge-Träger), wobei man von Run zu Run zwischen den Isotopen ${}^{70}\text{Ge}$, ${}^{72}\text{Ge}$, ${}^{74}\text{Ge}$ und ${}^{76}\text{Ge}$ abwechselte. Auf diese Weise konnte durch massenspektrometrische Analyse die Extraktionseffizienz für alle Runs unabhängig voneinander bestimmt werden und gleichzeitig festgestellt werden, ob von einem vorangegangenen Run noch Reste verblieben sind.

Das Germanium lag im Tank in Form von GeCl_4 vor. Germaniumchlorid ist in salzsaurer Lösung flüchtig wodurch es durch einen Gasfluss ausgetrieben (desorbiert) werden kann. Dazu wurde der Tank 12 Stunden lang mit Stickstoff durchspült, welcher anschließend durch eine Wassersäule geleitet wurde, die das GeCl_4 absorbierte. Durch erneutes Ansäuern der wässrigen Lösung konnte diese aufkonzentriert und das GeCl_4 in 50 ml tritiumfreies Wasser überführt werden, bevor es durch Zugabe von NaBH_4 in German GeH_4 transferiert wurde. Das German wurde nun zusammen mit Xenon in einem Verhältnis 30/70 als Zählgas in ein Proportionalzählrohr gefüllt, in dem schließlich der Nachweis des Zerfalls der Germaniumatome erfolgte. Eine ausführliche Beschreibung der Chemie von GALLEX findet sich in [Hen 92].

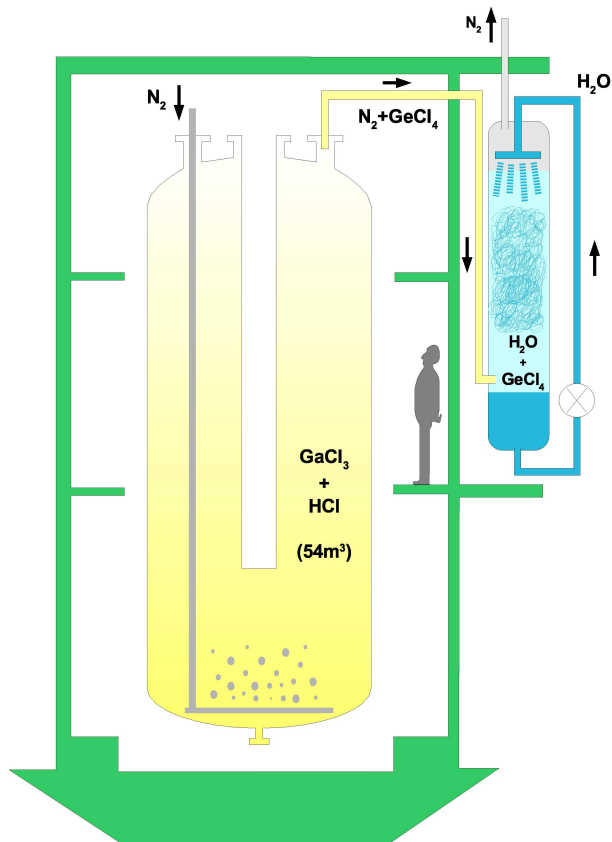


Abbildung 2.1:
Schematischer Aufbau des GALLEX-
Experiments.

2.1.1 Das Arsen-Experiment

Die Bestimmung der chemischen Ausbeute anhand der massenspektrometrischen Analyse der Trägerisotope setzt voraus, dass sich das zugegebene Germanium chemisch in der gleichen Weise verhält wie das von Neutrinoereaktionen produzierte. Um diese Annahme zu testen wurden am Ende des GALLEX-Experiments die Arsentests durchgeführt [GXA 98]. Dazu wurde dem Tank eine bekannte Menge des Isotops ^{71}As zugeführt. Dieses zerfällt mit einer Halbwertszeit von 2.72 d durch Elektroneneinfang und β^+ -Zerfall zu ^{71}Ge , wobei die bei diesen Zerfallsmoden auf den Kern wirkenden Rückstoßenergien die Vorgänge bei der durch Neutrinos verursachten ^{71}Ge -Produktion gut simuliert. Anschließend wurde die vollständige Prozedur eines typischen GALLEX-Runs durchgeführt inklusive der Bestimmung der Anzahl der Germaniumzerfälle im Zählrohr, welche mit der Menge des ursprünglich zugegebenen ^{71}As verglichen werden kann. Dieses Verfahren wurde mehrmals unter verschiedenen Bedingungen wiederholt um zu überprüfen ob bei der Extraktion eventuell bisher nicht erkannte Rückhalteeffekte auftreten. Beispielsweise wurde bei einem Test das Arsen gleichmäßig im Tank verteilt, bei einem anderen wurde auf eine Durchmischung verzichtet. Bei weiteren Tests wurde kein Träger hinzugegeben oder mit der Extraktion einige Zeit gewartet um zu überprüfen, ob eine lange Aufenthaltsdauer der ^{71}Ge -Atome in der GaCl₃-Lösung zu Verbindungen mit möglicherweise vorhandenen Verunreinigungen führt, die eine erfolgreiche Desorption verhindern könnten.

Bewertet man alle Tests zusammen, ergab das Arsenexperiment eine Germaniumausbeute von 100% mit einem Fehler von lediglich 1%. Dies stellt eine hervorragende Bestätigung der Funktionsweise des Experiments dar, insbesondere hinsichtlich der Diskussionen über das Sonnenneutrino-Problem oder der noch zu besprechenden Resultate der Quellexperimente (siehe

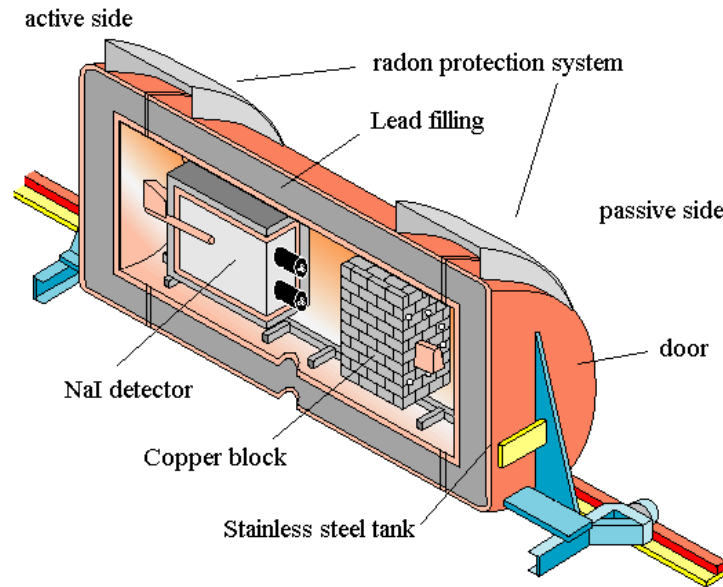


Abbildung 2.2: Der Abschirmtank für die Messung der Proportionalzählrohre.

Abschnitt 4).

Im Hinblick auf die vorliegende Arbeit ist das Arsenexperiment ebenfalls von Bedeutung, wenn auch in einem ganz anderen Zusammenhang. Aus Gründen der Kontaminationsgefahr verbot sich der Umgang mit ^{71}Ge -Proben in unmittelbarer Umgebung des GALLEX-Systems, eine Vorsichtsmaßnahme, die erst für die Arsentests am Ende von GALLEX fallengelassen wurde. Mit ihnen wurde zum einzigen Mal eine große Anzahl von ^{71}Ge -Zerfällen mit dem originalen GALLEX-Messsystem gemessen. Bei der Entwicklung der Pulsformanalyse in Abs. 2.6.2 werde ich diese Daten als Referenzereignisse verwenden, um mit ihrer Hilfe Parameter zur Identifizierung von ^{71}Ge -Zerfällen festzulegen. Die bisherigen Datenanalysen basierten auf Referenzmessungen mit einem ähnlichen System am MPI Heidelberg. Im Hinblick auf eventuelle Besonderheiten wie beispielsweise den noch zu besprechenden Störeinflüssen der Elektronik liegt der Vorteil einer Verwendung von „echten“ Referenzereignissen auf der Hand.

2.1.2 Zählrohlabor und Elektronik

Nach dem Füllen der Proportionalrohre mit der German/Xenon Mischung wurden sie zum Messbetrieb in eine angepasste Bleiform mit umgebenden Kupferzylinder eingebaut. In diesen sogenannten Boxen sind Anschlüsse für die Hochspannungsversorgung, sowie die Vorverstärker enthalten (je kürzer der unverstärkte Signalweg, desto geringere Störeinflüsse). In einem aus Stahl und Blei bestehenden luftdichten Abschirmtank (siehe Abb. 2.2) mit Stickstoffatmosphäre zur Radonunterdrückung gab es für die Zählrohre zwei verschiedene Arten von Messplätzen. Die 8 Plätze auf der sogenannten „aktiven“ Seite waren von einem NaI-Kristall zur Detektion von γ -Strahlung umgeben, wodurch (Anti-)Koinzidenzmessungen ermöglicht wurden. Auf der „passiven“ Seite standen dem Zylinder der Zählrohr-Boxen angepasste Bohrungen in einem Kupferblock zur Verfügung, in die die Zählrohre eingeführt wurden. Es stellte sich heraus, dass durch den Kupferblock die Untergrundsituation auf der passiven Seite sogar etwas besser war als auf der aktiven, weshalb für die späten Runs meistens Messplätze auf dieser Sei-

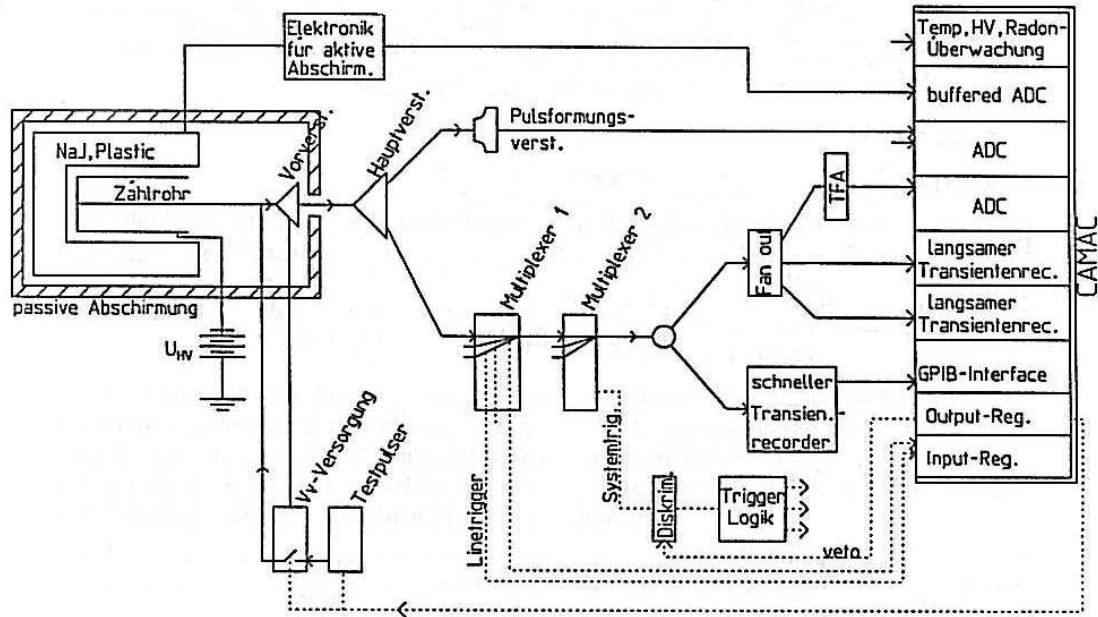


Abbildung 2.3: Aufbau der GALLEX- Messelektronik (aus [Sch 93]).

te gewählt wurden. Für die Lösung des ^{68}Ge -Problems in den ersten Runs (siehe Abschnitt 2.5.2) war die aktive Seite jedoch von entscheidender Bedeutung. Das gesamte Datenaufnahmesystem war zur Abschirmung gegen elektromagnetische Störungen von einem Faradaykäfig umgeben. Lediglich der Steuercomputer befand sich außerhalb, so dass bei laufender Messung der Faradaykäfig nicht betreten werden musste.

Die vorverstärkten Zählrohrsignale gelangten außerhalb des Abschirmtanks in die Hauptverstärker und wurden danach geteilt. In einem Zweig wurde mittels eines Analog Digital Converters (ADC) die Signalamplitude ermittelt, die zur Energiebestimmung des Zählrohreignisses verwendet wird. Über den anderen Zweig wurde der zeitliche Signalverlauf aufgezeichnet. Aus physikalischer Sicht von besonderem Interesse ist der Beginn des Signals, weshalb mit einem schnellen Transientenrekorder die ersten 200 ns nach dem Triggerzeitpunkt in Schritten von 0.4 ns aufgezeichnet wurden (siehe beispielsweise Abb. 2.5 (links)). Den vollständigen Signalverlauf registrierten zwei weitere, langsamere Transientenrekorder, die über größere Zeitintervalle aufzeichneten (bis zu 1 ms, siehe Abb. 2.12). Zur Überwachung der Stabilität der Elektronik wurden in regelmäßigen Zeitabständen Testpulse in die Vorverstärker aller angeschlossenen Zählrohre eingespeist und ebenfalls mit dem kompletten System aufgezeichnet. Einen schematischen Überblick über das Datenaufnahmesystem gibt Abb. 2.3.

2.2 Proportionalzählrohre

Die bei GALLEX zum Einsatz kommenden Proportionalzählrohre bestehen aus einer zylinderförmigen Silizium- oder Eisen-Kathode und einem in der Symmetrieachse verlaufenden dünnen Anodendraht aus Wolfram. Das elektrische Feld im Inneren eines solchen Zylinderkondensators beträgt

$$E(r) = \frac{1}{r} \frac{U_0}{\ln(r_K/r_A)} =: \frac{U_{\text{Eff}}}{r} \quad (2.1)$$

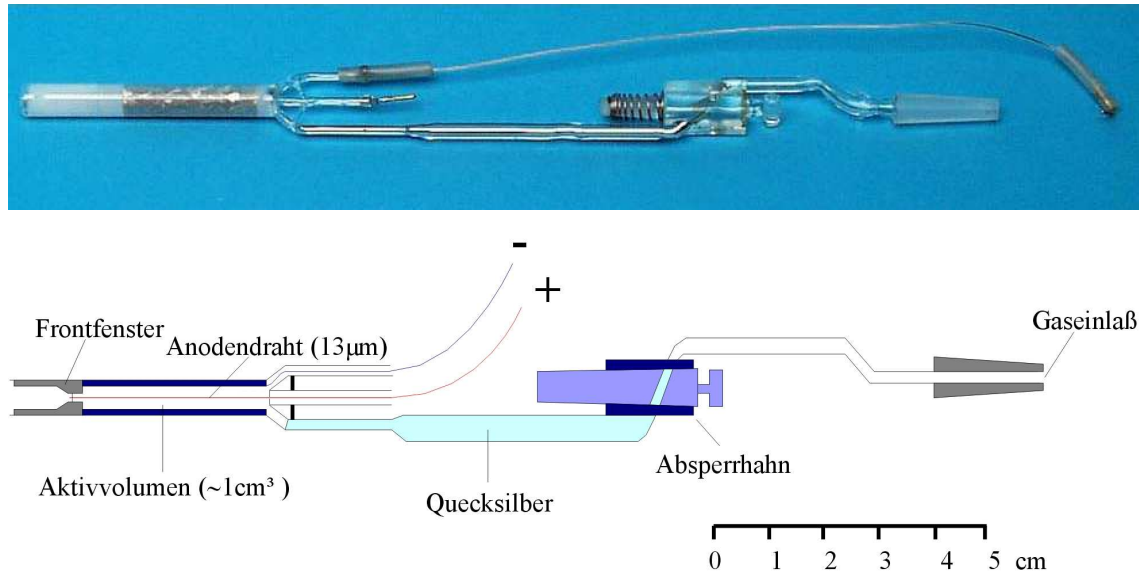


Abbildung 2.4: Die bei GALLEX verwendeten Proportionalzählrohre.

wobei $r_K \approx 3 \text{ mm}$ und $r_A \approx 6.5 \mu\text{m}$ die Radien der Kathode bzw. des Anodendrahtes angeben und U_0 die an der Kathode angelegte Hochspannung mit $U_0 \approx -1.5 \text{ kV}$ ist. Als Hülle dient ein Quarzzylinder, der mittels einer Kapillare mit dem Zählgas befüllt werden kann, welches bei GALLEX aus einer Xenon/German-Mischung im Verhältnis 70/30 besteht. Die Zählrohre sind speziell für GALLEX entworfen und angefertigt, wobei unter Anderem sorgfältig auf das Verhindern von radioaktiven Verunreinigungen der verwendeten Materialien geachtet wurde. Für eine ausführliche Beschreibung der Proportionalzählrohre siehe zum Beispiel [Win 93].

2.2.1 Entstehung der Signalform

Durch radioaktiven Zerfall eines Atoms oder durch einfallende Strahlung werden im Zählrohr mehrere Gasatome ionisiert. Die Anzahl der dabei entstehenden primären Ladungsträger (Elektronen und Ionen) ist proportional zur Energie des ionisierenden Prozesses. Aufgrund des elektrischen Feldes driften die Elektronen zur Anode hin. In der Nähe des Drahtes ist das elektrische Feld sehr stark, wodurch die driftenden Elektronen soviel Energie aufnehmen, dass weitere Ionisationsprozesse ausgelöst werden (sekundäre Ladungsträger). Die positiv geladenen Ionen bewegen sich im Zählrohr nach außen Richtung Kathode, allerdings viel langsamer als die Elektronen da die Beweglichkeit der Ionen sehr viel kleiner ist.

Die Energie eines Kondensators ist durch $W = \frac{1}{2}CU_0^2$ gegeben. Um eine Ladung q im elektrischen Feld von r_1 nach r_2 zu bewegen ist eine Energie W von

$$W = \int_{r_1}^{r_2} qE(r) dr$$

nötig. Bewegt sich also im Zählrohr ein Elektron bzw. Ion verändert sich die Energiebilanz des Systems

$$\frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2}CU^2 + \int_{r_1}^{r_2} qE(r) dr,$$

wodurch eine Spannungsdifferenz $\Delta U = U_0 - U$ entsteht. Formt man obige Gleichung um,

erhält man

$$\frac{1}{2}C(U_0^2 - U^2) = \int_{r_1}^{r_2} qE(r)dr.$$

Mit der Näherung $\Delta U \ll U_0$ gilt $U_0^2 - U^2 = (U_0 - U)(U_0 + U) \approx \Delta U \cdot 2U_0$ und es folgt

$$\Delta U = \frac{1}{U_0 C} \int_{r_1}^{r_2} qE(r) dr. \quad (2.2)$$

Mit der in Glg. (2.1) gegebenen Feldstärke wird daraus

$$\Delta U = \frac{1}{U_0 C} \int_{r_1}^{r_2} \frac{qU_0}{\ln(r_K/r_A)} \frac{1}{r} dr = \frac{q}{C \ln(r_K/r_A)} (\ln r_2 - \ln r_1).$$

Eine durch Ionisation erzeugte Primärladung erzeugt nur eine sehr kleine Spannungsdifferenz die im Rauschen untergeht. Erst durch den Prozess der Gasverstärkung werden ausreichend viele Ladungsträger erzeugt. Um über alle sekundären Elektronen und Ionen zu mitteln, betrachten wir mit r_0 den Schwerpunkt der Orte an denen die Ionisationen stattfinden. Dann erhält man aus den Bewegungen der positiven und der negativen Ladungen die Spannungsänderungen

$$\begin{aligned} \Delta U_- &= \frac{q}{C \ln(r_K/r_A)} (\ln r_0 - \ln r_A), \\ \Delta U_+ &= \frac{q}{C \ln(r_K/r_A)} (\ln r_K - \ln r_0). \end{aligned}$$

Die Bildung der sekundären Ladungsträger liegt nahe des Anodendrahtes, da erst hier die Feldstärke hoch genug ist um einen deutlichen Verstärkungseffekt hervorzurufen. Der Abstand $r_0 - r_A$ ist nur wenige freie Elektronweglängen groß, weshalb das Verhältnis $\Delta U_-/\Delta U_+$ recht klein ist. Der Beitrag der negativen Ladungsträger zum Gesamtsignal beträgt nur einige Prozent. Aufgrund der Nähe zur Anode und der hohen Beweglichkeit erreichen die Elektronen die Anode innerhalb weniger Nanosekunden. Das entstehende Signal besteht also aus einem extrem kurzen Anstieg auf wenige Prozent der Gesamtamplitude und folgt dann dem viel langsameren und stärkeren Ionenanteil [Neu 66]. Um den zeitlichen Verlauf dieses Anteils

$$\Delta U(t) = \frac{q}{C \ln(r_K/r_A)} \ln(r(t)/r_0) \quad (2.3)$$

zu bestimmen benötigt man die Driftgeschwindigkeit v der Ionen. Sie ist proportional zu Feldstärke E und der Ionenbeweglichkeit β , wobei man nach [Urb 89] näherungsweise annehmen kann, dass β unabhängig von E ist.

$$v = \beta E(r) \quad \rightarrow \quad \frac{dr}{dt} = \frac{\beta U_{\text{Eff}}}{r}$$

Die Differentialgleichung lässt sich durch Separation der Variablen leicht lösen und man erhält unter der Randbedingung $r(0) = r_0$ und der Definition $t_0 := r_0^2/(2\beta U_{\text{Eff}})$ (siehe auch [Sch 93])

$$r(t) = \sqrt{2\beta U_{\text{Eff}}(t + t_0)}.$$

Durch Einsetzen von $r(t)$ in Glg. (2.3) ergibt sich nach ein wenig Umformen

$$\Delta U(t) = \frac{q}{2C \ln(r_K/r_A)} \ln \left(1 + \frac{t}{t_0} \right) \Theta(t) =: \frac{q}{C} P_\delta(t), \quad (2.4)$$

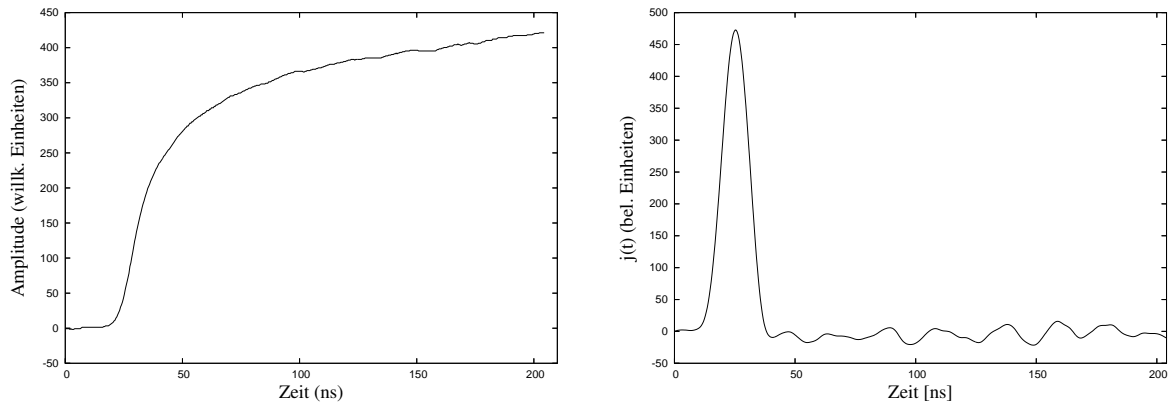


Abbildung 2.5: Typische Signalform eines Proportionalzählrohres (links) und der zugrunde liegende primäre Ladungsfluss $j(t)$ (rechts).

wobei die Θ -Funktion hinzugefügt wurde um den Gültigkeitsbereich auf $t \geq 0$ festzulegen. Diese Gleichung beschreibt die Pulsform $P_\delta(t)$ für ein einzelnes primäres Elektron bzw. eine δ -förmige Elektronenwolke der Ladung q . Liegen mehrere Primärelektronen oder -wolken vor, die zu unterschiedlichen Zeiten t_i in der Gasverstärkungszone ankommen, erhält man die resultierende Spannungsänderung aus einfacher Superposition

$$\Delta U(t) = \frac{1}{C} \sum_i q_i P_\delta(t - t_i)$$

oder im Falle eines kontinuierlichen Stromes $j(t)$ aus Primärladungen

$$\Delta U(t) = \frac{1}{C} \int \frac{d}{dt} q(t') P_\delta(t - t') dt' = \frac{1}{C} \int j(t') P_\delta(t - t') dt' = \frac{1}{C} j(t) \otimes P_\delta(t).$$

Das letzte Integral entspricht der mathematischen Definition einer Faltung.

Tatsächlich wird die am Zählrohr anliegende Hochspannung durch die angeschlossene Hochspannungsversorgung konstant gehalten. Tritt eine Spannungsdifferenz $\Delta U(t)$ auf, wird diese sofort durch eine Ladungsänderung des Kondensators kompensiert, d.h es wird ein Strom $I(t)$ hervorgerufen. Dieser Strom bzw. die durch ihn verursachte Ladungsverschiebung liefert das eigentliche Signal $P(t)$ für den ladungssensitiven Vorverstärker, welches gemäß $Q = CU$ proportional zu der in Glg. (2.5) angegebenen Signalform ist

$$P(t) = j(t) \otimes P_\delta(t). \quad (2.5)$$

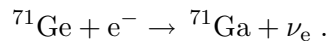
Nach dieser Gleichung lässt sich also der Primärstrom $j(t)$ durch numerisches Entfalten aus den aufgezeichneten Pulsen $P(t)$ errechnen. In Abb. 2.5 wird dies anhand eines typischen Beispiels illustriert; dort ist neben dem aufgezeichneten Signal $P(t)$ auch der daraus errechnet Primärstrom $j(t)$ abgebildet. Im Zusammenhang mit der in Abschnitt 2.6.2 beschriebenen Pulsformanalyse wird dieses Verfahren ausführlicher beschrieben, da dort anstelle der aufgezeichneten Pulsform $P(t)$ der Primärstrom $j(t)$ als die für die Datenanalyse relevante Messgröße betrachtet wird.

Prozess	Häufigkeit [%]	Energie [keV]		Peak
		Auger-Elektron	Röntgenquant	
K-Einfang	41.4	10.37	-	K
K-Einfang	41.1	1.12	9.25 ($^{71}\text{Ga-K}_{\alpha_1}$)	K
		1.15	9.22 ($^{71}\text{Ga-K}_{\alpha_2}$)	K
		1.12/1.15	X entweicht	L
K-Einfang	5.2	0.11	10.26 ($^{71}\text{Ga-K}_{\beta}$)	K
			X entweicht	M
L-Einfang	10.3	1.3	-	L
M-Einfang	2.0	0.16	-	M

Tabelle 2.1: Häufigkeiten der möglichen Energiedepositionen im Proportionalzählrohr beim ^{71}Ge -Zerfall [Ham 87].

2.2.2 Zerfall und Nachweis von $^{71}\text{Germanium}$

Das Germaniumisotop ^{71}Ge zerfällt mit einer Halbwertszeit von 11.43 d [Ham 85] durch Elektroneinfang aus der K, L oder M-Schale gemäß



Die bei diesem Zerfall freiwerdende Energie ist mit $Q = 233.2 \text{ keV}$ zu klein um ein Elektron-Positron-Paar zu erzeugen, weshalb ein β^+ -Zerfall nicht möglich ist und der Elektroneinfang den einzig möglichen Zerfallskanal darstellt. Die nun angeregte Elektronenhülle des entstandenen ^{71}Ga -Atoms regt sich durch Übergänge aus höheren Schalen ab. Die dabei freiwerdende Energie wird durch Auger-Elektronen oder im Falle einiger K-Ereignisse auch durch eine Kombination aus Auger-Elektronen und Röntgenstrahlung emittiert und kann in Proportionalzählrohren nachgewiesen werden. In Tab. 2.1 sind die möglichen Energiedepositionen aufgelistet.

Die Reichweite der Auger-Elektronen im Zählgas ist sehr kurz ($< 1 \text{ mm}$ [Sch 93]), wodurch die Energiedeposition in unmittelbarer Nähe zum Ort des Zerfalls stattfindet und sich die entstehende Primärladungswolke über ein nur sehr kleines Volumen erstreckt. Im Unterschied dazu liegt die mittlere freie Weglänge eines Röntgenquants im Bereich der Zählrohrdimensionen; ein 10 keV-Photon hat beispielsweise eine freie Weglänge von $\approx 1 \text{ cm}$ [Pan 04]. Aus diesem Grund kann es bei K-Zerfällen, bei denen neben dem Auger-Elektron noch ein Röntgenquant emittiert wird, zu zwei räumlich getrennten Ionisationswolken im Zählrohr kommen. Ebenso ist es möglich, dass ein Röntgenquant das aktive Zählrohrvolumen verlässt, ohne eine weitere Ionisation auszulösen. In solchen Fällen wird im Zählrohr nur die Energie des beteiligten Auger-Elektrons registriert, weshalb einige K-Ereignisse im L- oder M-Energiebereich registriert werden.

Zu einem Energieverlust kann es auch dann kommen, wenn sich der registrierte Zerfall an

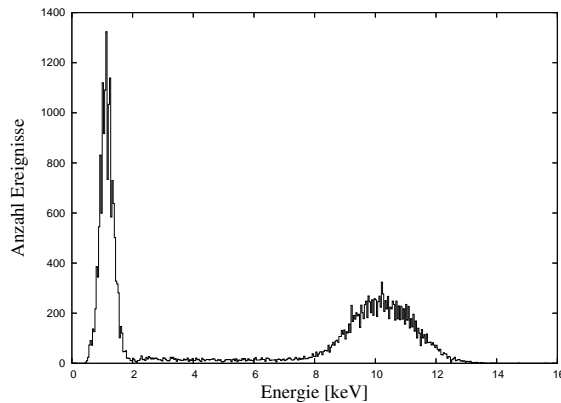


Abbildung 2.6:
 ^{71}Ge -Energiespektrum, gemessen mit dem
 Proportionalzählrohr SC130.

den Enden des Kathodenzyllinders des aktiven Zählrohrvolumens ereignet. In dieser Region ist das elektrische Feld schwächer als im Inneren der zylindrischen Kathode, weshalb die Gasverstärkung kleiner ist. Die Ereignisse erscheinen dann zu kleineren Energien hin verschoben, weshalb zum Beispiel im Spektrum auch Ereignisse zwischen den L- und K-Energiebereichen auftreten.

In Abb. 2.6 ist ein Energiespektrum von ^{71}Ge gezeigt, wie es mit einem typischen GALLEX-Zählrohr gemessen wird. Die untere Nachweisgrenze der Zählrohre liegt für GALLEX bei $E \approx 0.5 \text{ keV}$, Ereignisse mit niedrigeren Energien gehen in elektronischen Störungen unter. Insbesondere ist dadurch der Nachweis von M-Ereignissen nicht möglich, der L-Peak liegt aber mit seiner gesamten Breite oberhalb der Nachweisgrenze.

Von den Ereignissen mit $E \geq 0.5 \text{ keV}$ fallen ungefähr 41% auf den L-Peak, dessen Maximum bei 1.17 keV liegt. Auf den K-Peak mit seinem Maximum bei 10.37 keV fallen circa 47% , wobei es sich hierbei um typische Werte handelt, die je nach Zählrohr etwas variieren können. Die Energieauflösung $\Delta E/E$ beträgt für den L-Peak ca. 44% und für den K-Peak 24%, wobei für ΔE die volle Halbwertsbreite verwendet wurde.

2.2.3 Bestimmung der absoluten Nachweiswahrscheinlichkeiten

Zwischen der Kathode eines Zählrohrs und der umschließenden Quarzhülle gibt es Bereiche, in denen kein oder nur ein schwaches elektrisches Feld herrscht. Findet ein Zerfall in diesem Bereich statt wird er nicht detektiert oder die registrierte Energie ist so klein, dass sie unter die Nachweisgrenze fällt. Zu diesem sogenannten Totvolumen gehören die Bereiche an den Enden der Kathode, die Kapillaröffnung zum Gaseinlass und der schmale Bereich zwischen Kathodenwand und Quarzzyylinder. Da die Zählrohre durch Handarbeit in der institutseigenen Glasbläserei hergestellt werden, sind sie nicht völlig baugleich weshalb sich Unterschiede in den Totvolumina und somit auch in den absoluten Nachweiswahrscheinlichkeiten ergeben.

Mit einer ^{71}Ge -Probe, deren Aktivität mittels eines Ballentine-Zählrohres bestimmt wurde, konnten die Nachweiswahrscheinlichkeiten einiger Zählrohre mit einer Genauigkeit von 1.5% bestimmt werden. Um diese Erkenntnisse auf die bei GALLEX zum Einsatz kommenden Zählrohre zu übertragen, wurde ein Quervergleich zwischen den Zählrohren durchgeführt, der auf dem Verhältnis von aktivem Volumen zum Gesamtvolumen basiert. Das aktive Volumen ist der Bereich innerhalb der Kathode und kann geometrisch sehr genau ermittelt werden. Die Bestimmung des Gesamtvolumens ist jedoch schwieriger. Die Zählrohre wurden mit einer bestimmten Gasmenge gefüllt, und durch eine Messung des Drucks kann das Volumen ermittelt werden. Die Unsicherheit dieses Verfahrens liegt bei etwa 2%. Ferner spielt bei einem solchen Quervergleich der Verlauf der Gasverstärkung vor allem an den Kathodenenden eine Rolle, wo-

Zählrohr	Nachweiswsk. ($E > 0.5 \text{ keV}$)	sol. Runs	Q1 Runs	Q2 Runs
Fe 39	74.8 ± 0.9	6	1	1
Fc 93	79.9 ± 0.7	1		1
Fc 102	78.9 ± 0.9	4		
Si 106	74.8 ± 1.1	2	1	1
Si 108	75.3 ± 0.7	5	1	
Sc 136	80.9 ± 0.8	2		
Sc 138	80.2 ± 1.2	2		
Sc 139	80.3 ± 1.0	2		

Tabelle 2.2:

Eichung der abs. Nachweiswahrscheinlichkeiten von GALLEX-Zählrohren im Rahmen von GNO. Ferner ist angegeben, bei wievielen Runs das jeweilige Zählrohr zum Einsatz kam (solare Runs und Quellexperimente).

durch weitere Unsicherheiten entstehen. Zusammengenommen ergibt sich dadurch ein Fehler der absoluten Nachweiswahrscheinlichkeit von 3.5%, der den größten Anteil am systematischen Fehler des GALLEX-Ergebnisses verursacht.

Gegen Ende von GALLEX wurde eine exaktere Möglichkeit zur Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeiten entwickelt [Rön 96]. Sie beruht auf dem Zerfall des Germaniumisotops ^{69}Ge durch Elektroneinfang, bei dem gleichzeitig Kernübergänge unter γ -Emission stattfinden können wodurch eine Koinzidenzmessung ermöglicht wird. Im Rahmen des GALLEX nachfolgenden GNO-Experiments konnten mit dieser Methode alle GNO-Zählrohre mit einer Genauigkeit von im Mittel 1.2% geeicht werden [Ham 02], [Kae 03]. Einige dieser Zählrohre kamen bereits bei GALLEX zum Einsatz, die verbesserten Werte der Nachweiswahrscheinlichkeiten waren aber zum Zeitpunkt der früheren GALLEX-Auswertungen noch nicht bekannt. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Datenanalyse berücksichtigt die neuen Werte (siehe Tab. 2.2), wobei 24 (von insgesamt 65) solare Runs betroffen sind. Dasselbe gilt für 6 der insgesamt 18 Runs der Quellexperimente (siehe Kapitel 4).

2.2.4 Energieeichung

Durch Bestrahlung mit Cer-Röntgenstrahlung ergibt sich die Möglichkeit die Energieskala der Zählrohre zu eichen [Urb 89]. Mit Hilfe einer beweglichen Röntgenquelle wird jedes Zählrohr vor dem Start der Datenaufnahme durch das Frontfenster (siehe Abb. 2.4) parallel zur Symmetrieachse bestrahlt, wodurch die Energieskala und -auflösung geeicht werden kann. Diese Prozedur wird während gelegentlicher Unterbrechungen der Messzeit wiederholt, um die Stabilität der Energieskala zu überprüfen.

Die Gasfüllung der Zählrohre besteht zu ungefähr 70% aus Xenon. Die Hauptlinie $K_{\alpha 1}$ von Cer liegt mit ca. 35 keV knapp über der Bindungsenergie der K-Schale von Xenon, weshalb die Absorptionswahrscheinlichkeit eines Röntgenquants unter Emission eines K-Photoelektrons recht hoch ist. In der angeregten Elektronenhülle des Xenons können nun eine ganze Reihe von Übergängen stattfinden, die eine Vielzahl von unterschiedlichen Energiedepositionen im Zählrohr zur Folge haben. Das auf diese Weise entstehende Cer-Xenon-Konversionsspektrum lässt sich vereinfachend in vier Liniengruppen zusammenfassen, deren Maxima bei 1.1, 5.1, 9.8 und 35 keV liegen. Ein derartiges Cer-Spektrum ist in Abb. 2.7 gezeigt, wobei der 35 keV - Peak außerhalb der hier abgebildeten Energieskala liegt. Da die Peaks des ^{71}Ge -Spektrums bei 1.2 keV bzw. 10.4 keV liegen, decken die drei niedrigen Cer-Peaks genau den interessierenden Energiebereich ab und eignen sich hervorragend zur Eichung.

Die Zählrohre werden mit einer Hochspannung betrieben, die ein wenig über dem Propor-

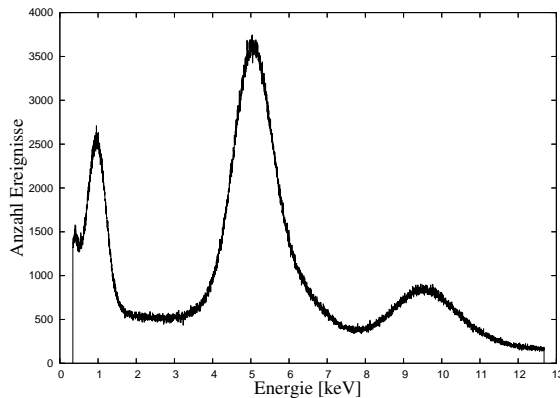


Abbildung 2.7:
Cer-Xenon-Konversionsspektrum, mit dessen Hilfe die Energieskala der Proportionalzählrohre geeicht wird.

tionalbereich liegt, um vor allem bei kleinen Energien ein möglichst gutes Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu erhalten. Dadurch entsteht bei höheren Energien eine leicht unlineare Gasverstärkung, weshalb auch die Energieskala etwas von der Linearität abweicht. Für die Energie-Kanal-Funktion wird deshalb ein Polynom zweiten Grades angesetzt, dessen Koeffizienten aus der Lage der drei niederenergetischen Cer-Peaks bestimmt werden:

$$f(E) = a_0 + a_1 E + a_2 E^2 .$$

Als Maß für die Abweichung der Skala von der Linearität kann man das Verhältnis von a_2 zu a_1 ansehen. In der Regel gilt $a_2/a_1 \approx -0.01$. Die Nichtlinearität ist also nicht sehr ausgeprägt, weshalb durch die quadratische Näherung eine völlig ausreichende Genauigkeit erzielt wird. Das energetische Auflösungsvermögen der Proportionalzählrohre wird mit Hilfe des 5 keV - Peaks des Cer-Spektrums bestimmt, da dieser die meisten Ereignisse beinhaltet und somit die beste Statistik aufweist. Aus seiner Breite werden die zu erwartenden Breiten des L- und K-Peaks des ^{71}Ge -Spektrums berechnet und daraus die Energie-Akzeptanzbereiche festgelegt [Ham 93]. Letztere liegen für L-Ereignisse ungefähr zwischen 0.6 - 1.7 keV, für das K-Fenster ergibt sich ein typischer Bereich von etwa 7.5 - 13.0 keV. Aus der statistischen Unsicherheit bei der Bestimmung dieser Bereiche ergibt sich ein Fehler für die Nachweiswahrscheinlichkeiten in den Energiefenstern ε_L und ε_K von 2%.

2.2.5 Signalveränderung durch die Elektronik

Bei der in Glg. (2.4) angegebenen Form für $P_\delta(t)$ wird davon ausgegangen, dass die verwendete Elektronik die Signale unverändert überträgt. Dieses Ideal ist in der Realität natürlich nicht gegeben, denn die Reaktionszeit der verwendeten Elektronik, insbesondere von Vor- und Hauptverstärker, ist immer endlich und verändert deshalb die Signalform.

In [Alt 96a] wird der Einfluss der bei GALLEX verwendeten Elektronik auf die Signalform untersucht, in dem ein näherungsweise δ -förmiger Stromimpuls auf den Vorverstärker gegeben wurde und danach die gesamte GALLEX-Elektronik durchlief. Das schließlich im Transientenrekorder aufgezeichnete Signal lässt sich gut durch die Funktion

$$H_\delta(t) \sim e^{-\frac{t}{\tau_f}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_r}} \right) \quad (2.6)$$

beschreiben, wobei die Konstanten $\tau_f \approx 2 \mu\text{s}$ und $\tau_r \approx 2 \text{ns}$ als Maß für die Reaktionszeiten des Vor- und Hauptverstärkers angesehen werden können. In Abb. (2.8, links) ist die Funktion $H_\delta(t)$ abgebildet, für eine ideale Elektronik würde man eine Stufenfunktion $\Theta(t)$ erwarten.

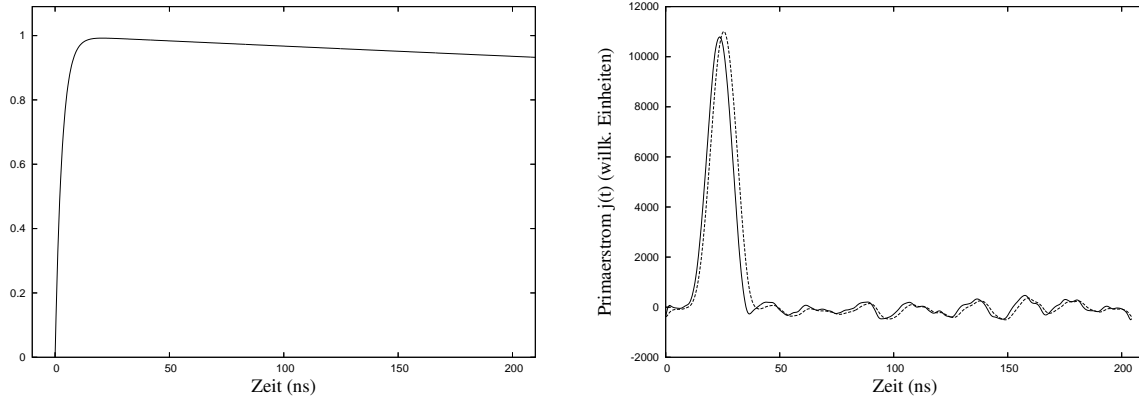


Abbildung 2.8: Links: Ausgangssignal $H_\delta^{\text{ele}}(t)$ bei einem δ -förmigen Eingangssignal. Die Abweichung von der Stufenfunktion $\Theta(t)$ spiegelt den Einfluss der Elektronik auf die Pulsform aller Signale wieder. Rechts: Primärstrom $j(t)$ des Ereignisses aus Abb. (2.5), berechnet mit und ohne Berücksichtigung des Einflusses der Elektronik.

Um diese Veränderung des Signals zu berücksichtigen muss in Glg. 2.5 die Funktion $P_\delta(t)$ durch

$$P_\delta^{\text{ele}}(t) = \int \frac{\partial}{\partial t} P_\delta(t') H_\delta(t - t') dt' = \frac{\partial}{\partial t} P_\delta(t) \otimes H_\delta(t) \quad (2.7)$$

ersetzt werden. Entfaltet man nun den in Abb. (2.5, links) gezeigten Puls mit $P_\delta^{\text{ele}}(t)$ anstelle von $P_\delta(t)$ erhält man für $j(t)$ einen leicht anderen Verlauf. Beide Fälle sind in Abb. (2.8, rechts) eingezeichnet. Unter Berücksichtigung des Elektronikeinflusses erreicht $j(t)$ sein Maximum etwas früher und die Ausdehnung der Ladungswolke erscheint etwas schmaler. Die Unterschiede sind allerdings so gering, dass sie auf die im weiteren Verlauf dieser Arbeit durchgeführten Pulsformanalysen keinen Einfluss haben. Ferner werden sämtliche Akzeptanzkriterien zur Ereignisauswahl (siehe Abschnitt 2.6.2) aus Vergleichsmessungen mit echten Ereignissen bestimmt (Cer-Eichungen, Arsenexperiment) und nicht aus theoretischen Überlegungen abgeleitet. Aus diesen Gründen kann man auf eine Korrektur verzichten und die elektronische Signalveränderung einfach als Eigenschaft der Messergebnisse betrachten.

2.3 Störsignale

Die Pulsformen von Ereignissen mit hoher Energien stimmen mit der aus theoretischen Überlegungen abgeleiteten Pulsform in Glg. (2.4) bzw. Glg. (2.5) sehr gut überein. Bei Pulsen mit kleiner Amplitude machen sich jedoch Störungen sehr viel deutlicher bemerkbar, und unter Umständen müssen sie bei der Datenanalyse berücksichtigt werden. In Abb. 2.9 ist die Pulsform eines typischen Ereignisses mit einer Energie von ca. 1 keV gezeigt. Der theoretisch erwartete Pulsverlauf ist ebenfalls eingezeichnet, und der Einfluss verschiedener Störsignale ist klar zu erkennen. In diesem Abschnitt werden die vorhandenen Störungen untersucht und nach Möglichkeiten ihrer Unterdrückung gesucht.

2.3.1 Rauschen

Kleine Fluktuationen auf kurzen Zeitskalen werden durch das unvermeidliche elektronische Grundrauschen verursacht sowie der begrenzten Auflösung des Transientenrekorders (Bitrauschen). In Abb. 2.9 erkennt man aber auch deutlich größere Strukturen, die sich über viele

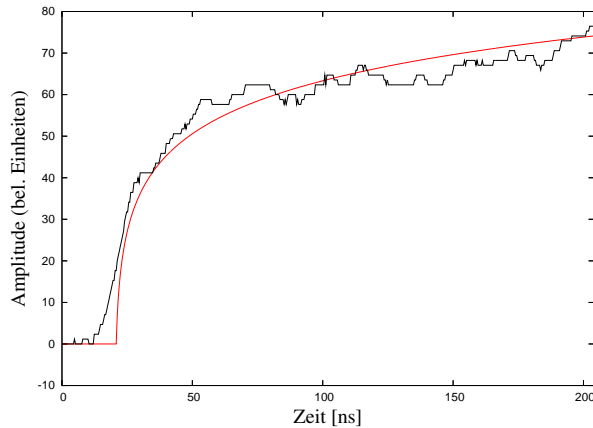


Abbildung 2.9: Typische Signalform eines Ereignisses mit einer Energie von ca. 1 keV. Die nach Glg. (2.4) theoretisch erwartete Pulsform ist rot eingezeichnet.

Nanosekunden erstrecken und deren Amplitude bereits an die Größenordnung des eigentlichen Signals heranreicht. Diese Störungen entstehen vermutlich durch Interaktion des digitalen CAMAC-Systems mit der analogen Elektronik. Um zu unterscheiden, ob diese Einflüsse zufällig auftreten oder einem bestimmten Muster folgen, habe ich versucht ein „Standardereignis“ zu erzeugen, indem über mehrere Ereignisse gemittelt wird. Hierzu wurden aus dem Arsen-Run a174 die ersten 20 Ereignisse ausgewählt, die eine Amplitude aufweisen, die ungefähr 1 keV entspricht (eines dieser Ereignisse ist in Abb. 2.9 dargestellt). Da die verschiedenen Pulse leicht unterschiedliche Triggerzeitpunkte besitzen können, wurden die Zeitachsen jeweils so verschoben, dass die steilen Anstiege der Pulse übereinanderliegen. Anschließend wurde aus den 20 Signalen der Mittelwert gebildet. Der daraus entstandene gemittelte Pulsverlauf ist in Abb. 2.10, links gezeigt. Wie erwartet ist das Grundrauschen völlig verschwunden. Auch die sich über einige Nanosekunden erstreckenden Störungen sind geglättet worden, lediglich im Bereich um 170 ns ist eine kleine Störung übriggeblieben. Zieht man aber spätere Ereignisse des gleichen Runs hinzu (die ausgewählten Signale ereigneten sich allesamt innerhalb von rund einer halben Stunde) verschwindet letztlich auch diese Signatur, ferner kann sie bei gemittelten Signalen anderer Arsen-Runs nicht beobachtet werden. Offenbar ist das Auftreten der Störsignale wirklich zufällig, auch wenn manche Strukturen zumindest über einen gewissen Zeitraum wiederkehren.

2.3.2 Null-Linie

Vergleicht man die vom Rauschen befreite, gemittelte Pulsform mit der theoretischen Pulsform über den gesamten aufgezeichneten Bereich (Abb. 2.10, links), so fällt eine deutliche Diskrepanz auf, die nicht durch kurzzeitige Störungen erklärt werden kann. Das gemittelte Signal steigt zunächst schneller an als erwartet, wird dann flacher und steigt gegen Ende hin wieder an. Dieses Verhalten tritt nicht nur bei den zufällig ausgewählten 20 Ereignissen auf, es ist vielmehr typisch für alle in GALLEX registrierten Ereignisse, unabhängig davon aus welchem Run sie stammen oder mit welchem Zählrohr sie registriert wurden. Hier liegt offenbar eine immer gleiche systematische Veränderung des Signals vor. Bildet man die Differenz aus gemitteltem Puls und theoretischem Signal, ergibt sich eindeutig eine Sinuskurve

$$\text{Differenz} \approx 2.5 \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right)$$

wobei die Periode $T = 200$ ns exakt mit der Zeitspanne des aufgezeichneten Signals übereinstimmt und auch niemals eine Phasenverschiebung beobachtet werden konnte. Dieses Ver-

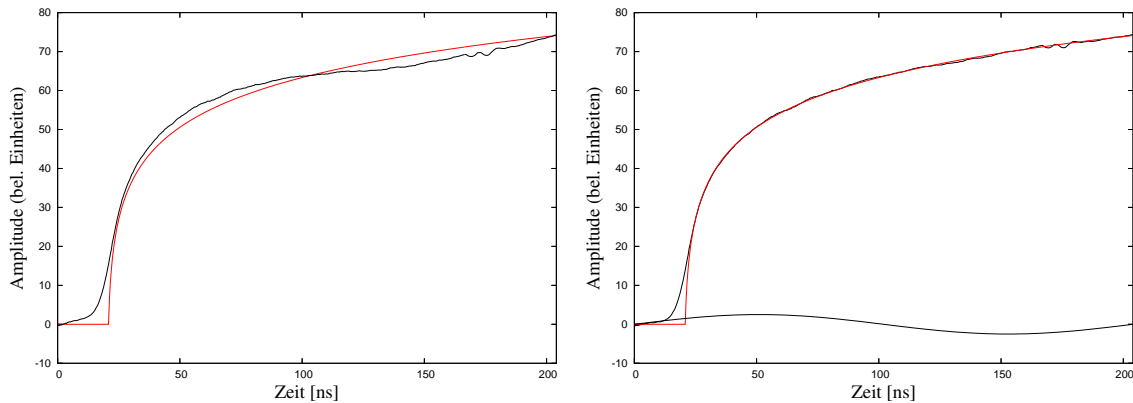


Abbildung 2.10: In beiden Bildern ist in rot die theoretisch erwartete Pulsform dargestellt. Links: Aus 20 typischen Pulsen gemittelter Pulsverlauf (schwarz). Rechts: die sinusförmige Störung der Null-Linie und die gemittelte Pulsform nach Abzug der Sinusfunktion.

halten wird durch eine nicht konstante Null-Linie des Transientenrekorders verursacht, der ab dem Triggerzeitpunkt dem Signal eine solche Sinusfunktion überlagert. Subtrahiert man die Sinusfunktion von dem gemittelten Puls erhält man den in Abb. (2.10, rechts) gezeigten Verlauf, der nun ausgezeichnet mit dem erwarteten Verlauf übereinstimmt.

Es wäre nun kein Problem, alle aufgezeichneten GALLEX-Ereignisse einer Null-Linien-Korrektur zu unterziehen, in dem man die oben genannte Sinusfunktion subtrahiert. Bei der Durchführung der Datenanalyse habe ich aber festgestellt, dass eine solche Korrektur keine erkennbaren Unterschiede in den Ergebnissen zur Folge hat. Zur Vermeidung unnötiger Datenmanipulationen, die ja immer auch die Gefahr einer Verfälschung beinhalten, wird im Folgenden auf eine Null-Linien-Korrektur verzichtet.

2.3.3 Rauschunterdrückung und Signalglättung

Eine direkte Signalkorrektur, wie bei der Null-Linien-Korrektur im letzten Abschnitt, ist bei zufälligen Signalstörungen leider nicht möglich. Für die im weiteren Verlauf dieser Arbeit durchgeführten Pulsformanalysen erweist es sich aber als unvermeidlich, die Pulse einer gewissen Glättung zu unterziehen. Dabei ergibt sich immer das Problem, dass man neben der beabsichtigten Unterdrückung von Störungen auch das eigentliche Signal manipuliert und dabei vielleicht wichtige Informationen verliert. Die Verwendung eines geeigneten Algorithmus ist dabei ebenso wichtig wie die richtige Balance zwischen Glättung und Signalerhaltung.

In früheren Arbeiten zur GALLEX-Datenanalyse ([Urb 89], [Sch 93], [Alt 96a]) wurde eine Glättung mit Gausskern durchgeführt. Das Verfahren wird weiter unten kurz erläutert und seine Vor- und Nachteile diskutiert. Anschließend wird ein Glättungsverfahren beschrieben, das auf stückweisen Approximationen von Polynomen beruht und sich für die GALLEX-Daten sehr gut eignet.

Gleitender Mittelwert und Glättungskern

Eine einfache Methode zur Glättung von verrauschten Signalen ist der gleitende Mittelwert. Für jeden der n Datenpunkte (t_i, y_i) wird y_i durch den Mittelwert \bar{y}_i aus benachbarten Werten ersetzt, wobei neben dem tatsächlichen Wert noch k vorangehende und k folgende Datenpunkte

berücksichtigt werden

$$\bar{y}_i = \frac{1}{2k+1} \sum_{j=-k}^k y_{i+j}. \quad (2.8)$$

Eine etwas verfeinerte Variante dieser Methode ist die Glättung mit einem Glättungskern. Hierbei werden die Datenpunkte unterschiedlich gewichtet, so dass weiter entfernte Datenpunkte weniger zur Mittelwertbildung beitragen als unmittelbar benachbarte:

$$\bar{y}_i = \sum_{j=-k}^k w(j) y_{i+j} \quad (2.9)$$

wobei $w(j)$ eine beliebige normierte Wichtungsfunktion (der „Glättungskern“) ist, wie zum Beispiel eine Gaußfunktion. Wählt man für $w(j)$ eine Rechteckfunktion, erhält man Glg (2.8) als Spezialfall.

Aus mathematischer Sicht ist Glg (2.9) eine Faltung des Datensatzes mit der Wichtungsfunktion $y(t) \otimes w(t)$. Eine solche Faltung lässt sich im Frequenzraum als Produkt schreiben: bezeichnet man mit $\tilde{f}(\omega)$ die Fouriertransformierte von $f(t)$, dann gilt

$$F(t) = y(t) \otimes w(t) \quad \Leftrightarrow \quad \tilde{F}(\omega) = \tilde{y}(\omega) \cdot \tilde{w}(\omega).$$

Die Gaußfunktion ist eine Eigenfunktion der Fouriertransformation mit $\omega_0 = 1/\sigma$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-t^2/2\sigma^2) \quad \Leftrightarrow \quad \tilde{f}(\omega) = \exp(-\omega^2/2\omega_0^2).$$

Verwendet man diese als Wichtungsfunktion $\tilde{w}(\omega)$, ist die Glättung im Frequenzraum durch eine Wichtung der Frequenzen gegeben, wobei Frequenzen umso stärker unterdrückt werden je höher sie sind. Einem solchen sogenannten Tiefpass-Filter liegt die Erfahrung zu Grunde, dass die wesentlichen Informationen eines Signals in den niedrigen Frequenzen des Fourierspektrums enthalten sind, während sich das Rauschen auf alle Frequenzen gleichermaßen verteilt, was dann vor allem in den hohen Frequenzen zu einem sehr schlechten Signal-zu-Rausch-Verhältnis führt. Bei manchen Operationen, wie Entfaltungen im Frequenzraum, tritt dabei das zusätzliche Problem auf, dass bei ihrer Durchführung die vom Rauschen dominierten Frequenzen sogar noch verstärkt werden. Durch die Unterdrückung von hohen Frequenzen können solche Probleme umgangen werden.

Allerdings führt die Rauschbekämpfung mittels Gaußkern nur zu annehmbaren Ergebnissen, wenn man über kurze Zeitintervalle glättet und den Gaußkern entsprechend schmal wählt. Je breiter der Gaußkern ist, desto stärker werden auch Strukturen des eigentlichen Signals verändert, insbesondere sind Stellen mit einer hohen Krümmung, wie beispielsweise Extremstellen, stark betroffen. Durch die Mittelung über mehrere benachbarte Datenpunkte (gleichgültig ob gewichtet oder nicht) wird die Krümmung verschmiert. Bei den GALLEX-Signalen ist vor allem die Stelle des Pulsansatzes von Interesse, an dem eine große Krümmung vorliegt. Um gerade dort möglichst alle Informationen zu erhalten empfiehlt sich eine andere Methode zur Signalglättung die im Folgenden beschrieben werden soll.

Stückweise Approximation von Polynomen

Die in diesem Abschnitt beschriebene Methode beruht im Wesentlichen auf Ansätzen aus [Blo 98]. Es handelt sich um eine Glättung des Datensatzes durch einen stückweisen Polynomfit. Der Datensatz wird geglättet, in dem die Umgebung eines Datenpunktes durch ein

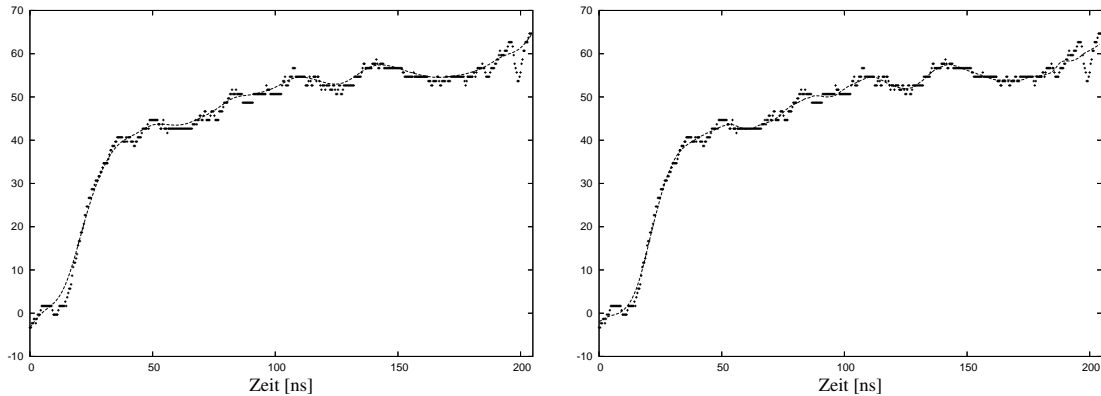


Abbildung 2.11: Glättung des Datensatzes mit einem gaußförmigen Glättungskern (links) und mit stückweisen Polynomfits (rechts). Beide Verfahren erzeugen eine zufriedenstellende Rauschunterdrückung. Allerdings wird das Signal in der Nähe des Pulsansatzes im rechten Bild besser erhalten.

Polynom $p(t)$ beliebigen Grades approximiert wird. Der Datenpunkt (t_i, y_i) wird dann durch $(t_i, p(t_i))$ ersetzt. Dieses Verfahren wird für jeden einzelnen Datenpunkt durchgeführt. Da sich ein Polynom den vorliegenden Krümmungen anpassen kann, werden auf diese Art großräumige Strukturen besser vor der Glättung geschützt, als dies bei einer Mittelwertbildung der Fall ist. In unserem Fall genügt es, sich auf ein Polynom zweiten Grades zu beschränken. Ich habe die Prozedur testweise mit Polynomen höheren Grades durchgeführt und keine erkennbaren Veränderungen feststellen können. Eine Beschreibung des stückweisen Polynomfits mit Hilfe eines Satzes orthonormaler Polynome sowie die Berechnung des geglätteten Signal findet sich in Anhang A.1.

In Abb. 2.11 wurde ein Signal mit einem Gaußkern (links) und durch die polynomiale Methode (rechts) geglättet. Die Rauschunterdrückung funktioniert mit beiden Methoden zufriedenstellend, jedoch werden Signalstrukturen, wie der scharfe Knick am Pulsansatz, von den Polynomfits viel besser erhalten.

Ein weiterer Vorteil der Polynom-Methode entsteht aus der Differenzierbarkeit von Polynomen. Ein diskreter Datensatz ist nicht differenzierbar. Man kann zwar eine Ableitung des Signals durch den Abstand benachbarter Datenpunkte nähern, allerdings ist eine solche Vorgehensweise extrem rauschanfällig. Durch den Polynomfit hat man nun die Möglichkeit mit

$$\frac{\partial}{\partial t} y_i := \frac{\partial}{\partial t} p(t_i)$$

die zeitliche Ableitung des Signals zu definieren.

Bei der in Abschnitt 2.6.2 beschriebenen Pulsformanalyse werde ich von beiden der eben beschriebenen Glättungsmethoden Gebrauch machen. Das Signal wird mit stückweisen Polynomfits geglättet, in dem ein Polynom 2. Grades an die Umgebung jedes Datenpunkts approximiert wird. Die Stärke der Glättung ist durch die Breite der Umgebung festgelegt, die ich nach einigen Tests auf ± 8 ns festgelegt habe (das entspricht 20 Datenpunkten auf jeder Seite). Diese Werte wurden auch bei der Erzeugung der Abb. (2.11, rechts) verwendet. Um bei der noch zu besprechenden Entfaltungsoperation bei der Pulsformanalyse die oben kurz angesprochenen Probleme bei hohen Frequenzen im Fourierspektrum zu umgehen, wird zusätzlich ein schwacher Tiefpassfilter eingesetzt, wobei die verwendete Grenzfrequenz $w_0 = 2\pi \cdot 150$ Mhz einer Breite des Gausskerns von 1.1 ns entspricht. Es sei allerdings angemerkt, dass Letzteres

nur eine sehr kleine Auswirkung auf das Signal hat. Der Haupteffekt wird mit den Polynomfits erzielt.

2.4 Die Maximum-Likelihood-Methode

Die klassische Wahrscheinlichkeitsrechnung bietet Verfahren an, mit denen man für ein gegebenes Zufallsexperiment mit bekannten Parametern berechnen kann, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein bestimmtes Ergebnis zu erwarten ist. In der Physik ist die Fragestellung meist umgekehrt: man hat durch Messungen bestimmte Ergebnisse vorliegen und möchte daraus einen oder mehrere unbekannte Parameter schätzen. Ein mögliches Schätzverfahren bietet die Maximum-Likelihood-Methode. Hierzu berechnet man die Wahrscheinlichkeit (in Abhängigkeit des gesuchten Parameters a) mit der das vorliegende Ergebnis bei dem Zufallsexperiment auftreten würde. Ist eine Wahrscheinlichkeitsdichte $\varrho_a(x)$ gegeben so berechnet sich die Wahrscheinlichkeit des Ergebnisses x_1 durch $p_a = \varrho_a(x_1) dx$. Die Wahrscheinlichkeit, aus n unabhängigen Messungen x_i eine bestimmte Kombination zu erhalten, ergibt sich aus den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung durch das Produkt

$$p_a = \varrho_a(x_1) dx \cdot \varrho_a(x_2) dx \cdot \dots \cdot \varrho_a(x_n) dx = \prod_{i=1}^n \varrho_a(x_i) dx .$$

Man definiert nun die Likelihoodfunktion \mathcal{L} durch

$$\mathcal{L}(a) = \prod_{i=1}^n \varrho_a(x_i) .$$

Man beachte, dass $\mathcal{L}(a)$ keine Wahrscheinlichkeitsverteilung angibt, denn der Parameter a ist zwar unbekannt, aber dennoch fest vorgegeben und somit keine Zufallsgröße.

Als Schätzwert \hat{a} verwendet man nun den Wert, an dem die Funktion $\mathcal{L}(a)$ maximal wird. Aufgrund der strengen Monotonie der Logarithmusfunktion ist dann auch $\ln \mathcal{L}(\hat{a})$ maximal, wodurch die zu maximierende Funktion oft vereinfacht werden kann. Eine analytische Bestimmung des Maximums ist im Falle des GALLEX-Datensatzes nicht möglich, weshalb ein numerisches Verfahren angewandt werden muss. Dies geschieht mit Hilfe des vom CERN zur Verfügung gestellten Programms MINUIT, mit dem die Funktion

$$-\ln \mathcal{L}(a) = -\sum_{i=1}^n \varrho_a(x_i)$$

minimiert wird.

2.4.1 Fehler des Schätzwertes aus der Maximum-Likelihood-Methode

Im Allgemeinen ist die Likelihoodfunktion $\mathcal{L}(a)$ um ihr Maximum \hat{a} nicht symmetrisch. Man kann jedoch zeigen, dass \mathcal{L} im Grenzfall vieler Messwerte ($n \rightarrow \infty$) gegen eine Gaussfunktion konvergiert (siehe z.B. [Blo 98]). Nehmen wir also an, dass \mathcal{L} in der Umgebung ihres Maximums \hat{a} näherungsweise gaussförmig ist

$$\mathcal{L}(a) \approx \mathcal{L}(\hat{a}) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(a - \hat{a})^2\right) .$$

Dann hat der Logarithmus der Likelihoodfunktion die Form einer nach unten geöffneten Parabel 2. Ordnung mit dem Scheitelpunkt bei \hat{a}

$$\ln \mathcal{L}(a) \approx \ln \mathcal{L}(\hat{a}) - \frac{1}{2\sigma^2}(a - \hat{a})^2$$

und insbesondere gilt

$$\ln \mathcal{L}(\hat{a} \pm k\sigma) \approx \ln \mathcal{L}(\hat{a}) - \frac{1}{2}k^2.$$

Man kann also den Fehler σ des Schätzwertes bestimmen, in dem man den Wert a derart variiert, dass sich der Logarithmus der Likelihoodfunktion um den Wert $\frac{1}{2}$ verkleinert. Bei mehreren freien Parametern muss $\ln \mathcal{L}(\hat{a} \pm \sigma_a, b, c)$ nach den übrigen Parametern b, c minimiert werden, wobei σ_a solange variiert wird bis die Differenz $\frac{1}{2}$ erreicht ist:

$$\ln \mathcal{L}(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}) - \ln \mathcal{L}(\hat{a} \pm \sigma_a, b, c) = \frac{1}{2}.$$

Im Falle einer asymmetrischen Likelihoodfunktion kann man diese Prozedur auf beiden Seiten von \hat{a} durchführen und erhält dadurch asymmetrische Fehler. Das Minimierungsprogramm MINUIT stellt diese asymmetrische Fehlerbestimmung mit dem Unterprogramm MINOS zur Verfügung.

2.4.2 Die Likelihood-Funktion für GALLEX

Das Messergebnis eines GALLEX-Runs besteht aus nur wenigen Zählereignissen, die sich aus zwei Anteilen zusammensetzen: den erwarteten ^{71}Ge -Zerfällen, deren Häufigkeit mit einer mittleren Lebensdauer von $\tau = 16.49$ d abnimmt, und aus Untergründereignissen, deren Verteilung als zeitlich konstant angenommen wird. Unter diesen Voraussetzungen kann man aus der zeitlichen Verteilung der gemessenen Ereignisse die Größe der Untergrundrate und die Anzahl der ^{71}Ge -Zerfälle abschätzen. Mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode ist eine solche Schätzung auch dann möglich, wenn wie in dem hier vorliegenden Fall nur wenige Ereignisse vorliegen [Cle 83]. Im Folgenden soll die für eine Auswertung des GALLEX-Datensatzes benötigte Likelihood-Funktion abgeleitet werden.

Die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Zerfall eines ^{71}Ge -Atoms ist durch $\varrho_{71}(t)$ gegeben, wobei $\tau = 16.49$ d die Lebensdauer ist. Die als konstant angenommene Backgroundrate wird durch die Dichte $\varrho_b(t)$ beschrieben:

$$\varrho_{71}(t) = \frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}, \quad \varrho_b(t) = \frac{1}{T}\Theta(t - T),$$

wobei T die Dauer der Messung beschreibt. Durch die Θ -Funktion bleibt die Dichte endlich und normiert.

$$\int_0^\infty \varrho_{71}(t) dt = \int_0^\infty \frac{1}{\tau}e^{-t/\tau} dt = 1$$

$$\int_0^\infty \varrho_b(t) dt = \int_0^\infty \frac{1}{T}\Theta(t - T) dt = \int_0^T \frac{1}{T} dt = 1$$

In beiden Fällen ist die Wahrscheinlichkeit eines Zerfalls in einem bestimmten Zeitintervall $[t_1, t_2]$ durch das Integral $\int_{t_1}^{t_2} \varrho(t) dt$ gegeben. Liegen N ^{71}Ge -Atome vor, ist der Erwartungswert μ_{71} der Anzahl der Zerfälle in dem Zeitintervall

$$\mu_{71}(t_1, t_2) = N \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{\tau}e^{-t/\tau} dt.$$

Für den Erwartungswert von Untergründereignissen während des Zeitintervalls gilt

$$\mu_B(t_1, t_2) = B \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{T} \Theta(t - T) dt ,$$

wenn während der gesamten Messdauer T die Anzahl der Untergründereignisse B beträgt. Für die letzte Gleichung kann man die Backgroundrate $b = B/T$ einführen und vereinfachend die Θ -Funktion weglassen (man sollte sie aber aus Normierungsgründen im Hinterkopf behalten). Der gesamte Erwartungswert μ ergibt sich aus der Summe

$$\mu = \mu_{\tau 1} + \mu_B = \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{N}{\tau} e^{-t/\tau} + b \right) dt .$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Anzahl radioaktiver Zerfälle in einem Zeitintervall ist durch eine Binomialverteilung gegeben, die sich jedoch in Fällen wie dem vorliegenden sehr gut durch eine Poissonverteilung approximieren lässt. Die Wahrscheinlichkeit für k Ereignisse im Zeitintervall $[t_1, t_2]$ erhält man mit

$$p(k, t_1, t_2) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} .$$

Daraus ergibt sich die Wahrscheinlichkeit im Zeitintervall KEIN Ereignis zu erhalten durch

$$p(0, t_1, t_2) = e^{-\mu} = \exp \left(- \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{N}{\tau} e^{-t/\tau} + b \right) dt \right)$$

und die Wahrscheinlichkeit EINES Ereignisses im Zeitabschnitt $[t_i, t_i + dt]$ zu

$$p(1, t_i, t_i + dt) = \left(\frac{N}{\tau} e^{-t_i/\tau} + b dt \right) \cdot \exp \left(- \left(\frac{N}{\tau} e^{-t_i/\tau} + b \right) dt \right) .$$

Das Messergebnis eines GALLEX-Runs besteht aus den Zeitpunkten der n registrierten Ereignissen t_1, t_2, \dots, t_n . Die Wahrscheinlichkeit bei gegebenen Parametern N und b genau dieses Ergebnis zu erhalten setzt sich zusammen aus dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse t_i multipliziert mit den Wahrscheinlichkeiten, dass zwischen den Ereignissen keine Weiteren auftreten:

$$p_{N,b} = \prod_{i=1}^n p(1, t_i, t_i + dt) \cdot \prod_{i=0}^n p(0, t_i, t_{i+1})$$

Die auftretenden Exponentialfunktionen mit ihren Integralen lassen sich zusammenfassen

$$p_{N,b} = \exp \left(- \int_{t_0}^T \frac{N}{\tau} e^{-t/\tau} + b dt \right) \prod_{i=1}^n \left(\frac{N}{\tau} e^{-t_i/\tau} + b \right) dt$$

und die Likelihoodfunktion lautet demnach

$$\mathcal{L}(N, b) = \exp \left(- \int_{t_0}^T \left(\frac{N}{\tau} e^{-t/\tau} + b \right) dt \right) \prod_{i=1}^n \left(\frac{N}{\tau} e^{-t_i/\tau} + b \right) .$$

Wie oben beschrieben betrachten wir im Folgenden den negativen Logarithmus

$$- \ln \mathcal{L}(N, b) = \int_{t_0}^T \left(\frac{N}{\tau} e^{-t/\tau} + b \right) dt - \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{N}{\tau} e^{-t_i/\tau} + b \right) . \quad (2.10)$$

2.4.3 Messintervalle

Die Datenaufnahme muss aus praktischen Gründen gelegentlich unterbrochen werden; weiterhin werden, beim später noch zu besprechenden Radon-Cut, künstliche Totzeiten hinzugefügt. Die gesamte Messzeit besteht daher aus k Intervallen $[t_{a_k}, t_{e_k}]$. Die Likelihoodfunktion muss deshalb wie folgt modifiziert werden:

$$-\ln \mathcal{L}(N, b) = \sum_k \int_{t_{a_k}}^{t_{e_k}} \left(\frac{N}{\tau} e^{-t/\tau} + b \right) dt - \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{N}{\tau} e^{-t_i/\tau} + b \right).$$

Zur Vereinfachung werden folgende Abkürzungen definiert

$$T = \sum_k t_{e_k} - t_{a_k}, \quad \Delta = \sum_k \exp(-t_{a_k}/\tau) - \exp(-t_{e_k}/\tau)$$

und damit die Likelihoodfunktion umgeformt zu

$$-\ln \mathcal{L}(N, b) = N\Delta + bT - \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{N}{\tau} e^{-t_i/\tau} + b \right). \quad (2.11)$$

2.4.4 Nachweiswahrscheinlichkeiten und Energiefenster

Von N Ereignissen werden im Zählrohr nur εN nachgewiesen. Berücksichtigt man diese Nachweiswahrscheinlichkeit ε in der Likelihoodfunktion erhält man

$$-\ln \mathcal{L}(N, b) = \varepsilon N\Delta + bT - \sum_{i=1}^n \ln \left(\varepsilon \frac{N}{\tau} e^{-t_i/\tau} + b \right). \quad (2.12)$$

Ferner sind die Nachweiswahrscheinlichkeiten ε_L und ε_K für L- und K-Ereignisse unterschiedlich, und auch die Backgroundraten b_L und b_K sind in den beiden Energiefenstern verschieden. Aus diesem Grund gilt Glg.(2.12) nur für jeweils einen dieser beiden Energiebereiche. Die Zusammenführung geschieht durch Addition

$$-\ln \mathcal{L}(N, b_L, b_K) = (\varepsilon_L + \varepsilon_K)N\Delta + (b_L + b_K)T - \sum_{\substack{i=1 \\ j=K,L}}^n \ln \left(\varepsilon_j \frac{N}{\tau} e^{-t_i/\tau} + b_j \right). \quad (2.13)$$

2.4.5 Gemeinsame Auswertung mehrerer Runs

Um die Ereignisse mehrerer Runs zusammen auszuwerten ist N kein geeigneter gemeinsamer Parameter, denn verschiedene Runs haben unterschiedliche Eigenschaften weshalb der Erwartungswert von N variiert. Die gemeinsame Größe ist vielmehr die solare Produktionsrate P von ^{71}Ge -Atomen in Gallium:

$$P = N_T \int \sigma(E) \Phi(E) dE.$$

Hierbei ist N_T die Anzahl der Targetatome, Φ der solare Neutrinofluss und σ der Wirkungsquerschnitt. Für Gallium als Detektormaterial ergibt das Integral nach den derzeitigen theoretischen Modellen $128 \times 10^{-36} \frac{1}{\text{s}}$, man sagt auch 128 SNU.

Produktion und Zerfall der im Target befindlichen Atome können durch die Differentialgleichung

$$\frac{d}{dt}N(t) = -\frac{N(t)}{\tau} + P \quad (2.14)$$

beschrieben werden, die gelöst wird durch

$$N(t) = P\tau(1 - e^{-t/\tau}) + N_0e^{-t/\tau} \quad (2.15)$$

Hierbei gilt in der Regel $N_0 = 0$, da vor jedem Run extrahiert wurde. Die für den jeweiligen Run geltenden Größen kann man zur Abkürzung im Faktor S_r zusammenfassen, der definiert ist als

$$S_r = (1 - e^{-t_r/\tau})\varepsilon_{\text{tot}} e^{-t_{\text{ext}}/\tau}.$$

Hierbei werden die Exponierungsdauer t_r , die Extraktionseffizienz ε_{tot} und die Zeitspanne t_{ext} , die zwischen dem Ende der Extraktion und dem Beginn der Datenaufnahme verstreicht, berücksichtigt. Damit erhält man zwischen N und P den einfachen Zusammenhang

$$N_r = PS_r\tau. \quad (2.16)$$

Also wird in der Likelihoodfunktion N durch $PS\tau$ ersetzt und über alle Runs r summiert:

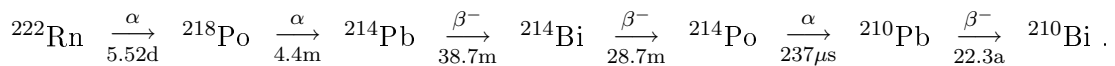
$$-\ln \mathcal{L}(P, b_{rL}, b_{rK}) = \sum_r \left[(\varepsilon_{rL} + \varepsilon_{rK})\Delta_r PS_r\tau + (b_{rL} + b_{rK})T_r + \sum_{\substack{i=1 \\ j=K,L}}^n \ln \left(b_{rj} + \varepsilon_{rj} PS_r e^{-t_i/\tau} \right) \right] \quad (2.17)$$

2.5 Zeitlich nicht konstante Untergrundkomponenten

Damit die Analyse der GALLEX-Ereignisse mit der Maximum-Likelihood-Methode korrekte Resultate liefert, muss die in Abschnitt 2.4 geforderte Bedingung eines zeitlich konstanten Untergrunds unbedingt erfüllt sein. Das Vorhandensein von Untergrundereignissen kurzer Lebensdauer (im Vergleich zur typischen Messdauer eines GALLEX-Runs von rund einem halben Jahr) würde das Ergebnis systematisch verfälschen, weshalb eine effiziente Diskriminierung solcher Ereignisse notwendig ist. In diesem Abschnitt wird beschrieben, wie in dieser Hinsicht problematische Untergrundkomponenten zufriedenstellend behandelt werden können.

2.5.1 Radon

Radon ist in der Atmosphäre allgegenwärtig weshalb nicht auszuschließen ist, dass beim Füllen der Zählrohre einige Atome mit in die Probe gelangen. Das Isotop ^{222}Rn hat eine mittlere Lebensdauer von $\tau = 5.52$ d, sein Zerfall und die dabei entstehenden ebenfalls kurzlebigen Zerfallsprodukte verursachen Untergrundereignisse, die vor allem zu Beginn eines Runs auftreten. Die vollständige Zerfallskette von ^{222}Rn mit den mittleren Lebensdauern der auftretenden Isotope lautet wie folgt [KNu 06]:



Die in dieser Zerfallsreihe auftretenden α -Zerfälle sind Ereignisse hoher Energie und erscheinen deshalb im Zählrohr als Overflow-Ereignis. Sie werden als Signatur für das Auftreten

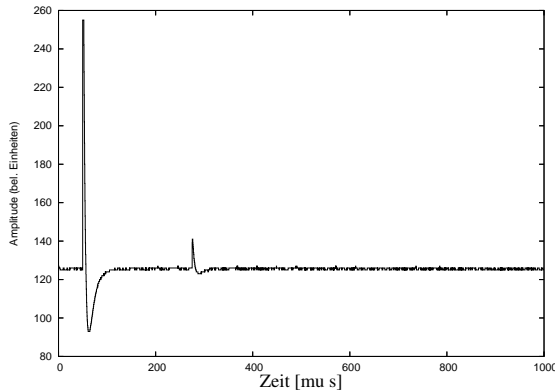


Abbildung 2.12: Ein typisches BiPo-Doppelereignis im zeitlichen Abstand von rund $220 \mu\text{s}$, aufgezeichnet mit dem langsamen Transientenrekorder.

einer Radonkette verwendet. Um die nun möglicherweise folgenden Ereignisse zu diskriminieren werden alle Ereignisse verworfen die in dem Zeitraum von 15 Minuten vor bis 3 Stunden nach dem Overflow-Ereignis registriert werden (künstliche Totzeit). Die Länge dieses Zeitintervalls beträgt ungefähr die zweifache mittlere Lebensdauer, womit die Zerfallskette mit hoher Wahrscheinlichkeit durchlaufen und das langlebige Isotop ^{210}Pb erreicht ist.

Der schnell aufeinander folgende Doppelzerfall am Ende der Kette (Bismut→Polonium→Blei) mit nur $237 \mu\text{s}$ Lebensdauer kann im langsamen Transientenrekorder nachgewiesen werden. Tritt ein solches, sogenanntes BiPo-Ereignis auf, werden die vorangegangenen 3 h als Totzeit gewertet und alle Ereignisse in diesem Zeitraum verworfen.

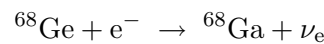
Das eben beschriebene Vorgehen mit dem Hinzufügen von künstlicher Totzeit wird als Radon-Cut bezeichnet. Ausführliche Untersuchungen zum Radon-Cut werden in [Lal 97] beschrieben. Unter anderem ergibt sich danach die Effizienz des Cuts zu $(91 \pm 5)\%$; dieser Wert wurde den bisher veröffentlichten GALLEX- Auswertungen zugrunde gelegt. Die Effizienz wird in der Datenauswertung berücksichtigt, in dem der Einfluss des Radon-Cuts auf das Endergebnis berechnet wird und anschließend um den entsprechenden Faktor korrigiert wird. Im Rahmen des GNO-Experiments wurden ebenfalls ausführliche Untersuchungen der Radon-Cut-Effizienz durchgeführt [GNO 05], in denen die Effizienz ein mit 100% verträgliches Ergebnis ergibt. Für die Ineffizienz des Radon-Cuts wird eine Obergrenze von 7.4% (2σ) angegeben. Dieses Ergebnis ist genauer als das bei GALLEX verwendete Ergebnis, gleichwohl sind beide Ergebnisse im Rahmen ihrer Unsicherheiten miteinander verträglich. Da sich die GNO-Effizienz nicht ohne weiteres auf GALLEX übertragen lässt (Veränderungen in der Elektronik und der Datenanalyse) wird in dieser Arbeit weiterhin die ältere Methode verwendet, auch um einen Vergleich mit früheren Auswertungen zu erleichtern.

2.5.2 Germanium ^{68}Ge

Bevor die GaCl_3 -Lösung in den GALLEX-Tank im Gran Sasso-Untergrundlabor gefüllt wurde, war sie während des Transports an der Erdoberfläche und der Lagerung vor dem Tunnel in einer Höhe von etwa 1000 m über dem Meer der Höhenstrahlung ausgesetzt. Durch die hadronische Komponente der kosmischen Strahlung werden in der Atmosphäre Protonen erzeugt, die durch Kernreaktionen mit den Galliumatomen die Germaniumisotope $^{68,69,71}\text{Ge}$ bilden können.

Isotop	Reaktion	Halbwertszeit
^{71}Ge	$^{71}\text{Ga}(p, n)^{71}\text{Ge}$	11.43 d
^{69}Ge	$^{69}\text{Ga}(p, n)^{69}\text{Ge}$	69.0 h
	$^{71}\text{Ga}(p, 3n)^{69}\text{Ge}$	
^{68}Ge	$^{69}\text{Ga}(p, 2n)^{68}\text{Ge}$	270.8 d

Die rund 1000 m dicke Felsschicht über dem Untergrundlabor schirmt die kosmische Strahlung fast vollständig ab, lediglich die μ -Komponente spielt noch eine kleine Rolle (siehe hierzu auch Abs. 2.4). Die oben genannten Reaktionen finden also nicht mehr statt, sobald das Gallium im Tunnel gelagert wird, aber es liegt zu Anfang eine entsprechende Kontamination mit den aufgelisteten Isotopen vor. Die kurzlebigen Isotope ^{69}Ge und ^{71}Ge stellen kein Problem dar, denn zwischen der Ankunft des Galliums im Tunnel und dem Start des Experiments verging einige Zeit, so dass die Isotope vollständig zerfallen konnten. Das gilt jedoch nicht für das ^{68}Ge -Isotop, das mit 270.8 d eine deutliche längere Halbwertszeit besitzt. Leider konnte durch eine einfache Extraktion das vorhandene ^{68}Ge nicht komplett aus dem Tank entfernt werden, denn ein Teil des ^{68}Ge war chemisch gebunden und wurde nur nach und nach freigesetzt, so dass auch nach mehrmaligem Extrahieren stets neues, freies ^{68}Ge gebildet wurde. Durch Erhitzen der GaCl_3 -Lösung auf 42°C gelang es, die Freisetzungsrates des gebundenen ^{68}Ge deutlich zu erhöhen, wodurch bis zum Start des ersten solaren Runs die Freisetzungsrates von ^{68}Ge in der mittlerweile wieder abgekühlten Lösung auf rund 4 Atome pro Tag reduziert werden konnte. ^{68}Ge zerfällt ausschließlich durch Elektroneinfang



und ist somit vom Zerfall des ^{71}Ge nicht zu unterscheiden. Der weitere Zerfall des entstandenen ^{68}Ga geschieht in 90% der Fälle durch einen β^+ -Zerfall und in den übrigen 10% durch Elektroneinfang



Um die bei der Positron-Annihilation entstehenden γ -Strahlung von 511 keV nachweisen zu können, wurden die Zählrohre der ersten Runs auf der aktiven Seite der Abschirmung innerhalb des NaI-Detektors platziert. Auf diese Weise konnten für diese Runs die ^{68}Ga -Aktivität bestimmt und daraus die Freisetzungsrates von ^{68}Ge errechnet werden. Zusammengenommen ergibt sich aus dieser Analyse eine Freisetzungsrates von 3.6 ± 1.2 Atomen/Tag für den ersten solaren Run b29. Daraus werden die Freisetzungsrates für die weiteren Runs berechnet (siehe Tab. 2.3). Ab Run a59 hat der Anteil von ^{68}Ge dann soweit abgenommen, dass er keine Rolle mehr spielt.

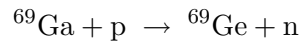
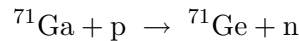
Die Halbwertszeit von ^{68}Ge ist kurz genug, um während der Messdauer eines Runs eine deutliche Aktivitätsabnahme zu zeigen. Zerfallende ^{68}Ge -Atome können dadurch nicht dem kontinuierlichen Untergrund zugeschlagen werden. Um eine Verfälschung des Ergebnisses der ^{71}Ge -Produktionsrate zu verhindern, wird in die Likelihoodfunktion ein zusätzlicher Term eingefügt, der den Anteil von ^{68}Ge -Zerfällen mit den in Tab. 2.3 gegebenen Freisetzungsrates berücksichtigt.

Run	b29	b31	b32	b33	b34	b35	b37	b38
^{68}Ge	3.60	3.40	3.22	3.06	2.90	2.74	2.59	2.46
Run	b39	b41	b42	b45	b47	b49	b50	
^{68}Ge	2.34	2.21	2.06	1.85	1.75	1.67	1.55	

Tabelle 2.3: Freisetzungsrates von ^{68}Ge [Atome/Tag] während der Runs von GALLEX I.

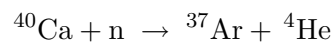
2.5.3 Nebenreaktionen

Neben der durch Sonnenneutrinos verursachten Germaniumproduktion in der GALLEX-Targetlösung wird eine kleine aber nicht zu vernachlässigende Zahl von ^{71}Ge -Atomen durch andere Reaktionen produziert. Dabei handelt es sich hauptsächlich um Reaktionen von Protonen mit den beiden im Targetmaterial vorhandenen Galliumisotopen



wobei die Protonen aus Reaktionen von Myonen der kosmischen Strahlung oder schnellen Neutronen in der GaCl_3 -Lösung stammen. In [Cri 97] wird beschrieben, wie mittels Bestrahlung von GaCl_3 mit einem Myonenstrahl am CERN der Wirkungsquerschnitt für die myoneninduzierte Produktion von ^{71}Ge bestimmt wird. Aus dem Myonenfluss der kosmischen Strahlung im Gran Sasso - Untergrundlabor $\Phi_\mu = 1.16 \pm 0.09/\text{m}^2/\text{h}$ kann dann die Produktionsrate für das GALLEX-Experiment berechnet werden. Sie beträgt mit 2.8 ± 0.6 SNU fast 4% der solaren Produktionsrate und stellt den größten Anteil der Nebenreaktionen dar.

Der durch schnelle Neutronen verursachte Untergrund wird in [Cri 95] untersucht. Basierend auf der Reaktion



wurde der in der Umgebung des GALLEX-Experiments vorliegende Neutronenfluss direkt gemessen und mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen die daraus resultierende ^{71}Ge -Produktionsrate im Galliumtank ermittelt, die ebenfalls in Tab. 2.4 zu finden ist.

Die Behandlung von Radonkontaminationen des Zählgases wurde bereits beschrieben, an dieser Stelle soll kurz auf den Einfluss von Radon außerhalb des Zählrohres eingegangen werden. Der durchschnittliche Radongehalt der Luft im Abschirmtank beträgt etwa $0.5 \text{ Bq}/\text{m}^3$, wodurch nur ein kleiner Untergrund erzeugt wird der vernachlässigbar ist. Allerdings können temporäre Schwankungen des Radongehalts von einigen Bq/m^3 auftreten, und es wurde bereits erwähnt, dass zeitlich nicht konstante Untergrundkomponenten systematischen Einfluss auf die Ergebnisse der Maximum-Likelihood-Methode nehmen. Mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen wurde der Beitrag aus Schwankungen des Radongehalts zu 0.3 ± 0.3 SNU abgeschätzt [Gx2 93].

Zusammengefasst verursachen die hier aufgeführten Nebenreaktionen eine ^{71}Ge -Produktionsrate von 4.3 ± 1.2 SNU, die nicht durch die Reaktion von Sonnenneutrinos verursacht wird und daher vom Endergebnis abgezogen werden muss.

Myonen	2.8 ± 0.6
Neutronen	0.15 ± 0.1
^{69}Ge	1.0 ± 1.0
Rn	0.3 ± 0.3
Gesamt	4.3 ± 1.2

Tabelle 2.4: Produktionsraten von ^{71}Ge durch Nebenreaktionen (SNU).

2.5.4 Noise-Cut

In einigen GALLEX-Runs treten Ereignisse auf, die eine Pulsform aufweisen wie sie in Abb. 2.13 (links) gezeigt ist. Ein charakteristisches Merkmal dieser Pulse ist der flache oder sogar leicht abfallende Verlauf der einem schnellen Anstieg folgt. Ein Ionisationsereignis im Zählrohr erzeugt jedoch eine Pulsform die im hinteren Bereich langsam aber deutlich ansteigt. Dadurch kann man mit Sicherheit ausschließen, dass es sich bei den registrierten flachen Ereignissen um ^{71}Ge -Zerfälle handelt. Vermutlich entstehen diese Signale durch Hochspannungsüberschläge im Zählrohr.

Im vorderen Bereich des schnellen Anstiegs sind diese Pulse den durch ^{71}Ge -Zerfällen verursachten Pulsen sehr ähnlich. Da sich die Anstiegszeit- und andere Pulsformanalysen vor allem auf den schnellen Anstieg konzentrieren, erfüllen manche dieser sogenannten Noise-Pulse die geforderten Kriterien und würden als akzeptierte Ereignisse in die Datenanalyse eingehen, sofern sie nicht durch ein weiteres Kriterium aussortiert werden können. Letzteres ist allerdings unbedingt erforderlich, denn die zeitliche Verteilung dieser Ereignisse ist sehr unregelmäßig. Neben vereinzeltm Auftreten konzentriert sich in einigen Fällen eine große Anzahl solcher Noise-Ereignisse in vergleichsweise kurzen Zeitintervallen (siehe Abb. 2.13 rechts).

Anselmann und Wink haben ein Kriterium entwickelt mit dem man die Noise-Pulse identifizieren und aussortieren kann [Vig 95]. Es beruht auf dem Verhältnis η von Pulshöhe und ADC-Wert (welcher zur Energiebestimmung verwendet wird und unabhängig von der Pulsaufzeichnung gemessen wird).

$$\eta := 100 \cdot \frac{\text{Amplitude des Pulses}}{\text{ADC - Wert}} \quad (2.18)$$

Bei den Noise-Ereignissen nimmt η einen signifikant höheren Wert an als bei Ionisationsereignissen. In Abb. 2.14 (links) ist für alle Ereignisse aus Run a85 das Verhältnis η über die Energie aufgetragen. Man erkennt sofort die beiden unterschiedlichen Populationen. Die Ereignisse des oberen Zweigs gehören allesamt in die Noise-Kategorie während sich auf dem unteren Zweig keine Noise-Ereignisse befinden. Die Unterschiede in den η -Werten sind groß genug um mit einem geeignet gewählten Grenzwert eindeutig zwischen den beiden Pulsarten zu unterscheiden.

Die von Anselmann und Wink angegebenen Grenzwerte sind darauf zugeschnitten, keine Noise-Ereignisse in den Anstiegszeitfenstern zu akzeptieren. Da die untere Anstiegszeitgrenze bereits selbst einen großen Teil der sehr schnellen Noise-Pulse eliminiert, mussten die Grenzwerte für η nicht sehr scharf gewählt werden um die noch verbleibenden Kandidaten auszuschließen. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit sollen jedoch Akzeptanzkriterien verwendet werden, die nicht auf der Anstiegszeit beruhen, weshalb es notwendig ist die Grenzwerte für η zu modifizieren um eine vollständige Unterdrückung aller Noise-Ereignisse sicher zu stellen.

Mit Hilfe von Ereignissen die aus der Cer-Eichung gewonnen wurden (Abb. 2.14 rechts) lassen sich für den L- und K-Energiebereich Grenzwerte für η festlegen. Diese Akzeptanzfenster sind

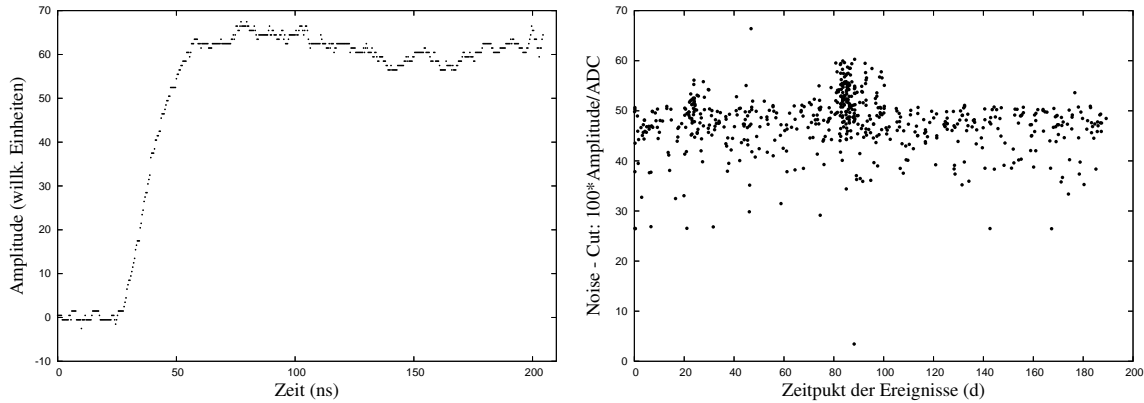


Abbildung 2.13: Links: Typisches Noise-Ereignis. Rechts: Zeitpunkt und η aller Ereignisse aus Run b29. Man erkennt das unregelmässige Auftreten von Ereignissen mit großem η .

ebenfalls in Abb. 2.14 (rechts) eingezeichnet. Auf diese Weise habe ich aus den zur Verfügung stehenden Cer-Eichungen für alle solaren Runs individuelle Grenzwerte für η ermittelt. Da über die gesamte Dauer eines jeden Runs mehrere Cer-Eichungen durchgeführt wurden, können auch eventuelle Veränderungen von η während eines einzelnen Runs berücksichtigt werden. Eine solche Veränderung kann zum Beispiel durch einen Wechsel des Transientenrekorders oder einer unterschiedlichen Einstellung des Verstärkungsfaktors entstehen und wurde bei den von Anselmann und Wink vorgeschlagenen Grenzwerten nicht berücksichtigt.

Nach der Festlegung der Grenzwerte für η habe ich verschiedene Tests durchgeführt, mit denen zum Einen die erfolgreiche Unterdrückung aller Noise-Ereignisse bestätigt wurden. Zum Anderen ist in Kombination mit dem Anstiegszeitkriterium die Ereignisauswahl identisch mit der früheren, mit lediglich einer Ausnahme: in Run a85 ist ein einzelnes Ereignis (Nr. 3786) nicht vom früheren Noise-Cut erfasst worden und wurde als schnelles L-Ereignis akzeptiert. In Abb. 2.14 (links) liegt dieses Ereignis in der linken oberen Ecke des alten Akzeptanzfensters. Der neue Grenzwert für η sortiert dieses Ereignis aus und verändert damit das Ergebnis von Run a85 von 67 ± 41 auf 71 ± 41 SNU. Das Ergebnis der Gesamtanalyse von GALLEX ändert sich lediglich um 0.1 SNU.

Ferner muss überprüft werden, ob der Noise-Cut auch mögliche ^{71}Ge -Ereignisse eliminiert und dadurch die Nachweiswahrscheinlichkeiten beeinflusst. Da die verschiedenen Cuts nicht unabhängig voneinander sind, hängt die Beantwortung dieser Frage davon ab, welche Auswahlkriterien miteinander kombiniert werden. Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Anstiegszeitkriterium und der noch zu besprechenden alternativen Pulsformanalyse treten keine Kandidaten auf, die vom Noise-Cut betroffen sind. Dies wurde anhand der Cer-Eichungen und Arsen-Runs getestet.

2.6 Untergrundreduzierung anhand der Signalform

Wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben löst der Zerfall eines ^{71}Ge -Atoms in den meisten Fällen im Zählrohr Ionisationen aus, bei denen die räumliche Ausdehnung der entstehenden Ladungswolken sehr klein ist. Diese Klasse von Ereignissen wird im Folgenden abkürzend „Einfachionisation“ genannt, obwohl dieser Begriff streng genommen nicht korrekt ist. Rund 20% der im K-Peak registrierten Ereignisse verursachen Doppelsonisationen, bei denen das entweichende

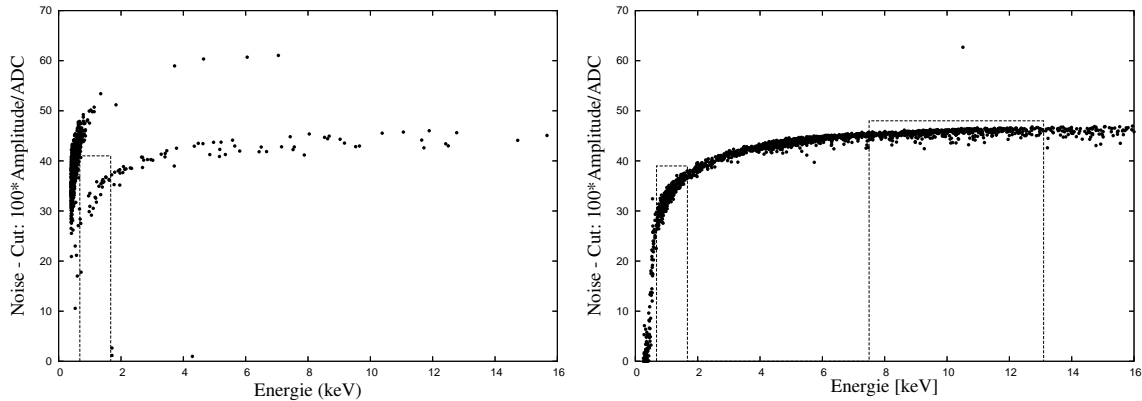


Abbildung 2.14: Alle Ereignisse des solaren Runs a85 (links) und der Cer-Eichung cali85-6 (rechts). Aufgetragen ist das Verhältnis η über die Energie. Mit Hilfe der eingezeichneten Akzeptanzfenster lassen sich die sogenannten Noise-Ereignisse eliminieren (im linken Bild ist der alte Cut eingezeichnet, im rechten Bild der neue.)

Röntgenquant an einer vom Zerfallsort entfernten Stelle im Zählrohr eine zweite Ionisationswolke bildet. Im Gegensatz dazu deponieren hochenergetische Elektronen aus β -Zerfällen, Compton-Elektronen oder kosmische Myonen ihre Energie in der Regel nicht an einem eng lokalisierten Ort, sondern lösen auf ihrer ausgedehnten Spur durch das Zählgas eine ganze Reihe von Ionisationen aus.

Das Ziel ist es nun, durch die Analyse der aufgezeichneten Pulsformen derartige Mehrfachionisationen zu identifizieren um dadurch einen möglichst hohen Anteil an Untergrundereignissen eliminieren zu können. Gleichzeitig muss sichergestellt werden, dass ^{71}Ge -Ereignisse durch das verwendete Auswahlverfahren nicht oder zumindest nur zu einem geringen Teil verworfen werden. Um ein gutes Signal-zu-Untergrundverhältnis zu erzielen ist es unter Umständen sinnvoll, den Verlust einiger ^{71}Ge -Ereignisse in Kauf zu nehmen um im Gegenzug eine deutliche Verminderung der Untergrundrate zu erhalten. Da aber die Anzahl der erwarteten Ereignisse bei GALLEX ohnehin sehr gering ist, bleibt in dieser Hinsicht nur wenig Spielraum. Bei einer zu kleinen Nachweiswahrscheinlichkeit für ^{71}Ge -Ereignisse würde eine evtl. verbesserte Untergrundsituation durch einen Anstieg des statistischen Fehlers zunichte gemacht.

Diesen Überlegungen folgend werden nun zwei unterschiedliche Auswahlverfahren beschrieben, die im weiteren Verlauf dieser Arbeit angewendet werden. Um die Auswirkungen dieser Cuts in der Datenanalyse auch quantitativ korrekt berücksichtigen zu können, ist eine genaue Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeiten notwendig, welche ebenfalls in den folgenden Abschnitten beschrieben wird.

2.6.1 Anstiegszeitanalyse

Diese Methode zur Untergrunddiskriminierung kam bei den bisherigen Auswertungen der GALLEX-Daten zur Anwendung und liegt den veröffentlichten Ergebnissen [GX1-4] zu Grunde. Gemäß der in Glg (2.4) beschriebenen Pulsform steigt bei durch Einfachionisationen hervorgerufenen Ereignissen das Signal zu Beginn steil an, wodurch schnell ein hoher Anteil der Gesamtamplitude erreicht wird. Bei einem aus mehreren Ionisationen zusammengesetzten Ereignis erwartet man hingegen einen deutlich langsameren Anstieg. Um dieses Verhalten quantitativ zu beschreiben, bestimmt man die beiden Zeitpunkte, an denen das Signal 10% bzw. 70% der Gesamtamplitude erreicht. Die Anstiegszeit RT („rise time“) wird nun definiert als

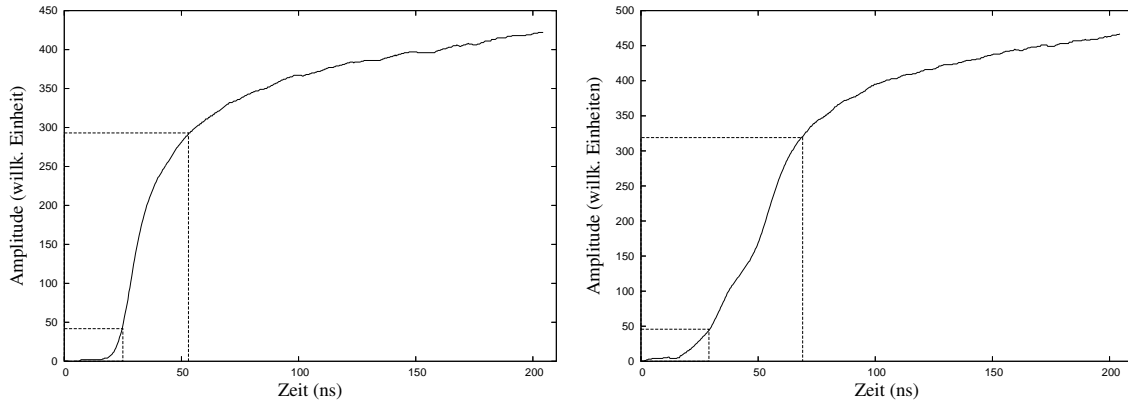


Abbildung 2.15: Die Bestimmung der Anstiegszeit in zwei typischen Fällen. Eingezeichnet sind die Stellen, an denen das Signal 10% bzw. 70% der Gesamtamplitude erreicht. Die Zeitspanne zwischen diesen Punkten ist bei einer Einfachionisation (links) deutlich kürzer als bei einer Mehrfachionisation (rechts).

die Zeitspanne zwischen diesen beiden Zeitpunkten

$$RT = t(70\%) - t(10\%).$$

Die Bedeutung der Anstiegszeit wird in Abb. 2.15 illustriert, in der zwei typische Ereignisse gezeigt sind. Die Wahl der Schwellenwerte von 10% und 70% ist weitgehend willkürlich, man könnte auch andere Werte verwenden. Um den Startpunkt des Ereignisses problemlos ermitteln zu können, sollte die untere Schwelle deutlich über dem Rauschen der Null-Linie liegen (insbesondere bei Ereignissen kleiner Energien). Die Bestimmung des Zeitpunktes des Erreichens der oberen Schwelle wird ungenau, wenn sie in dem bereits abflachenden Teil des Signals liegt, weshalb sie am Besten in einer Region angesiedelt wird in der das Signal noch deutlich ansteigt. Diese Voraussetzungen werden durch die Schwellenwerte bei 10% und 70% gut erfüllt, und so wurden innerhalb der GALLEX-Kollaboration diese Werte einheitlich festgelegt.

Bei der Bestimmung der Gesamtamplitude wird zur Unterdrückung von Rauscheinflüssen über eine gewisse Anzahl an Datenpunkten gemittelt. Die Null-Linie wird aus dem Mittelwert der ersten 30 Datenpunkte des Signals berechnet, das Maximum aus dem Mittel der letzten 50.

Um zu entscheiden, ob ein Ereignis „schnell“ ist oder nicht, muss eine zulässige Obergrenze \widehat{RT} für die Anstiegszeit ermittelt werden. Anhand von ^{71}Ge -Proben wurde die Verteilung der Anstiegszeiten gemessen [Ans 93]. Um der Gefahr einer Kontamination des GALLEX-Labors im Gran Sasso mit einer großen Zahl von ^{71}Ge -Atomen zu entgehen, wurden die Messungen im Heidelberger Low-Level-Labor mit Hilfe eines dem GALLEX-Messsystems ähnlichen Systems durchgeführt. Damit die hierbei gewonnenen Erkenntnisse auf das System am Gran Sasso übertragen werden können, wurden auch in Heidelberg Cer-Eichungen durchgeführt, durch die eine direkte Beziehung zwischen den Verteilungen der Anstiegszeiten von Cer- und ^{71}Ge -Ereignissen ermittelt werden konnte. Es ergaben sich die folgenden Zusammenhänge [Ans 93a]:

- L-Ereignisse: Wenn die Anstiegszeiten von 95% der Cer-Ereignisse unter \widehat{RT}_L liegen, gilt dies ebenso für 97.7% der ^{71}Ge -Ereignisse.
- K-Ereignisse: Wenn die Anstiegszeiten von 83% der Cer-Ereignisse unter \widehat{RT}_K liegen, gilt dies ebenso für 95% der ^{71}Ge -Ereignisse.

run	ε_L	ε_K
a169	0.981	0.948
a171	0.971	0.955
a174	0.959	0.957

Tabelle 2.5: Nachweiswahrscheinlichkeit der Anstiegszeitmethode, ermittelt aus den drei Arsen-Runs.

Mit Hilfe dieser Beziehungen ist es möglich, mit Hilfe der Cer-Eichungen für jeden GALLEX-Run eine individuelle Anstiegszeitgrenze mit bekannter Nachweiswahrscheinlichkeit festzulegen. Aufgrund der begrenzten Anzahl von Cer-Ereignissen bei jeder Eichung ergibt sich bei der Bestimmung von \widehat{RT} eine statistische Unsicherheit. Der daraus resultierende Fehler der Nachweiswahrscheinlichkeiten beträgt 2%.

Mit der Durchführung des Arsen-Experiments am Ende von GALLEX wurde erstmalig eine große Menge von ^{71}Ge -Ereignissen direkt mit dem GALLEX-System gemessen. Mit Ihnen soll nun das eben beschriebene Verfahren getestet werden, in dem die Nachweiswahrscheinlichkeiten der Anstiegszeitmethode in den beiden Energiefenstern direkt bestimmt werden. Man erhält die in Tab. 2.5 aufgeführten Resultate, die eine gute Übereinstimmung mit der Erwartung zeigt.

2.6.2 Pulsformanalyse

In Abschnitt 2.2.1 wurde gezeigt, dass sich die vom Transientenrekorder aufgezeichnete Pulsform $P(t)$ darstellen lässt durch die Faltung

$$P(t) = j(t) \otimes P_\delta(t) \quad (2.19)$$

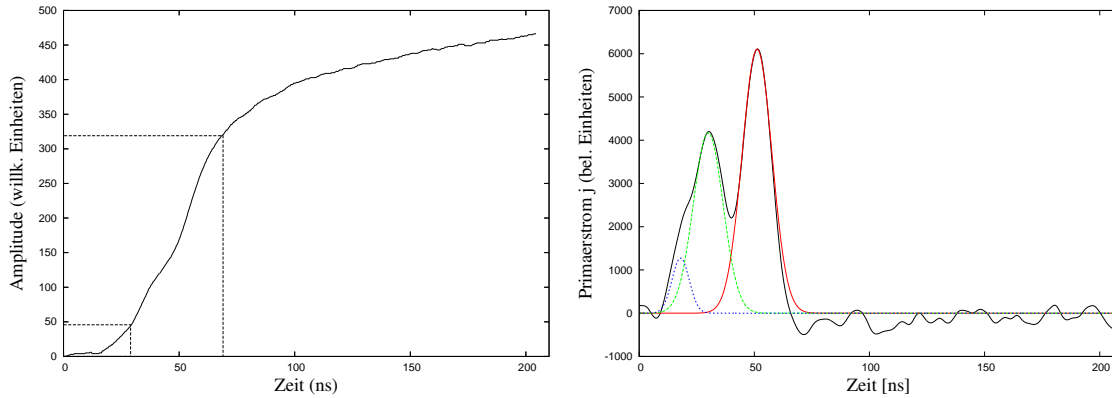
wobei $j(t)$ den Strom von in der Gasverstärkungszone ankommenden Primärladungen beschreibt und somit direkte Informationen über die Verteilung und Ausdehnung der Ladungswolken im Zählrohr enthält. Um $j(t)$ mittels Entfaltung aus der Pulsform $P(t)$ zu gewinnen, wechselt man am besten durch Fouriertransformation in den Frequenzraum, da dann die Entfaltung zu einer einfachen Division wird. Allerdings ergibt sich dabei eine Schwierigkeit. Da das Signal nur über ein endliches Zeitintervall der Länge 200 ns aufgezeichnet wird, muss es für eine Fouriertransformation periodisch fortgesetzt werden. Dadurch entstehen aber Unstetigkeiten an den Intervallgrenzen, die beim Entfalten das Ergebnis stark verzerren. Um diesem Problem zu umgehen differenzieren wir Glg (2.19) nach der Zeit

$$\frac{\partial}{\partial t} P(t) = \frac{\partial}{\partial t} (j(t) \otimes P_\delta(t)) = j(t) \otimes \frac{\partial}{\partial t} P_\delta(t).$$

Das hat den Vorteil, dass man anstelle der Pulsform $P(t)$ deren zeitliche Ableitung $\partial_t P(t)$ betrachten kann. Die Steigung der Pulse ist zu Beginn der Aufzeichnung Null und wird auch zum Ende hin so klein, dass die Stetigkeitsbedingung an den Intervallgrenzen mit ausreichender Näherung erfüllt ist.

Das in Abschnitt 2.3.3 beschriebene Glättungsverfahren der stückweisen polynomialen Approximation liefert neben der erwünschten Rauschunterdrückung auch die zeitliche Ableitung des geglätteten Signals, die an dieser Stelle verwendet wird. Nach Fouriertransformation der beteiligten Funktionen ergibt sich

$$\tilde{j}(\omega) = \frac{\partial_t \tilde{P}(\omega)}{\partial_t \tilde{P}_\delta(\omega)}$$

Abbildung 2.16: $j(t)$ und die drei größten Ladungswolken.

woraus man nach Rücktransformation den Primärstrom $j(t)$ erhält. In Abb. 2.16 wird für ein Ereignis neben der Pulsform (links) der jeweils dazugehörige Primärstrom $j(t)$ (rechts) gezeigt. Er stellt ein direktes Abbild der im Zählrohr vorhandenen radialen Ladungsverteilung dar, wobei jeder Peak für eine einzelne, räumlich konzentrierte Ladungswolke steht. Im Hinblick auf die angestrebte Unterscheidung zwischen Einfach- und Mehrfachionisationen werden nun aus $j(t)$ die drei größten Ladungswolken ermittelt. Dabei wird wie folgt vorgegangen:

- Bestimmung der Lage des Maximums t_{max} .
- Bestimmung der Halbwertsbreite („Full width half maximum“ = FWHM) des Peaks. Da der Peak asymmetrisch sein kann, wird jeweils auf beiden Seiten des Peaks die halbe Breite bestimmt und dann der kleinere Wert von beiden ausgewählt.
- Aus Maximum und Breite wird ein gaußförmiger Peak berechnet ($FWHM = 2.35\sigma$).
- Der gefundene Peak wird von $j(t)$ subtrahiert und daraufhin die gesamte Prozedur wiederholt.

Das Ergebnis dieser Peaksuche ist anhand des Beispiels in Abb. 2.16 dargestellt. Dabei stellt sich die Frage, inwieweit dicht benachbarte Peaks noch als zwei getrennte Ladungswolken aufgelöst werden können und ab wann sie nicht mehr zu trennen sind. Als Auflösungskriterium wird überprüft, ob der Abstand der Maxima größer oder kleiner als der Mittelwert der Halbwertsbreiten ist. Der Abstand der beiden kleineren Peaks (grün und blau) in Abb. 2.16 liegt gerade noch über dieser Grenze, hier haben wir also ein Beispiel für den nach der Definition kleinsten noch auflösbaren Abstand. Ist der Abstand geringer, werden die beiden Peaks zu einem zusammengefasst.

Die Energie des ionisierenden Prozesses ist proportional zur Ladung $Q = \int j(t) dt$ und das Gesamtintegral über $j(t)$ ist proportional zur Amplitude von $P(t)$. Um den Anteil zu bestimmen, die der größte Peak zum Gesamtsignal beiträgt, wird das Integral unter dem Peak berechnet und zu Normierungszwecken durch das Gesamtintegral dividiert

$$P_1 = \frac{\int_{\text{Peak1}} j(t) dt}{\int_{\text{Gesamt}} j(t) dt}$$

wobei der Peak-Integrationsbereich zu $t_{max} \pm 2\sigma$ gewählt wird. In gleicher Weise definiert man mit P_2 und P_3 die Anteile am Gesamtsignal der zweit- und drittgrößten Ladungswolke. Mit

Hilfe dieser Parameter sollen im Folgenden Auswahlkriterien zur Untergrunddiskriminierung definiert werden.

Einfachionisationen zeichnen sich dadurch aus, dass sich die gesamte Energie des Ereignisses in einem Peak konzentriert. Man erwartet demnach einen großen Wert $P_1 \approx 1$, während gleichzeitig die Werte P_2 und P_3 nur durch das Rauschen verursacht werden und deshalb klein sind. Tatsächlich gilt häufig sogar $P_1 > 1$, da $j(t)$ wegen der Störungen auch negative Werte annimmt, die zwar den Wert des Gesamtintegrals verkleinern, P_1 aber nicht.

Im Gegensatz hierzu erwartet man bei **Mehrfachionisationen** einen deutlich kleineren Wert für P_1 bei gleichzeitiger Zunahme der Werte P_2 und P_3 .

Im Falle der K-Doppelionisationen, die ja durch zwei Ereignisse mit den Energien von 9.2 keV und 1.2 keV verursacht werden, sollte sich das Energieverhältnis der Ereignisse in den stärksten beiden Peaks wiederfinden, so dass $P_1/P_2 \approx 8$ zu erwarten ist.

Mit diesen Überlegungen werden nun verschiedene Auswahlkriterien definiert. Um zu entscheiden, ob sich ein bestimmter Parameter zur Unterscheidung von ^{71}Ge - und Untergrundereignissen eignet, benötigt man Referenzereignisse von beiden Ereignisarten. Hierzu werden die in großer Anzahl vorliegenden ^{71}Ge -Zerfälle aus den Arsen-Runs herangezogen, mit deren Hilfe auch die Bestimmung der Cut-Effizienz durchgeführt wird. Durch Vergleich mit den auch bei den Arsen-Runs durchgeführten Cer-Eichungen werden Verfahren entwickelt, mit denen sich die Auswahlkriterien mit reproduzierbarer Nachweiswahrscheinlichkeit auf die solaren Runs übertragen lassen. Um die typische Verteilung der Parameter von Untergrundereignissen zu erhalten werden die „späten“ Ereignisse der GALLEX-Runs verwendet, das heißt Ereignisse, die erst 50 Tage oder später nach dem Start der Datenaufnahme auftreten. Wegen der mittleren Lebensdauer von ^{71}Ge von $\tau = 16.49\text{ d}$ sind nach 49.5 Tagen ($= 3\tau$) rund 95% der ^{71}Ge -Atome zerfallen, weshalb die späteren Ereignisse fast ausschließlich zum Untergrund zu zählen sind. Wenn im Folgenden von Untergrundereignissen die Rede ist, ist damit immer diese Klasse von Ereignissen gemeint. Dabei sind Ereignisse, die von den im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Radon- und Noise-Cut sowie dem NaI-Veto betroffen sind, bereits aussortiert.

L-Ereignisse

Um für die ausschließlich aus Einfachionisationen bestehenden L-Ereignisse Auswahlkriterien festzulegen bietet sich der Parameter P_1 an. Desweiteren wäre es denkbar zum Ausschluss von Doppel- und Mehrfachionisationen eine Obergrenze für P_2 zu fordern. Aufgrund der ausgeprägten Störeinflüsse bei L-Ereignissen nimmt P_2 allerdings auch bei Einfachionisationen zum Teil recht hohe Werte an, weshalb die Festlegung einer geeigneten Obergrenze schwierig ist und in jedem Fall von der Stärke der vorliegenden Störungen abhängen sollte. Störungen verursachen im Verlauf von $j(t)$ Fluktuationen um die Null-Linie herum, wobei gleichermaßen positive wie negative Abweichungen auftreten. Ein Maß für die Stärke der Störung kann man somit durch den maximalen negativen Peak P_- erhalten, denn wenn $j(t)$ negative Werte annimmt wird dies ausschließlich durch Störungen verursacht, da das „echte“ Signal per Definition positiv ist. Aus diesem Grund habe ich im Rahmen meiner Analysen die Auswirkungen von Forderungen wie $P_2 < |P_-|$ untersucht. Alles in allem stellte sich jedoch heraus, dass man durch derartige Kriterien keine nennenswerten Verbesserungen hinsichtlich Untergrunddiskriminierung und Nachweiswahrscheinlichkeit erhält. Aus diesem Grund wird für L-Ereignisse nur der Parameter P_1 berücksichtigt.

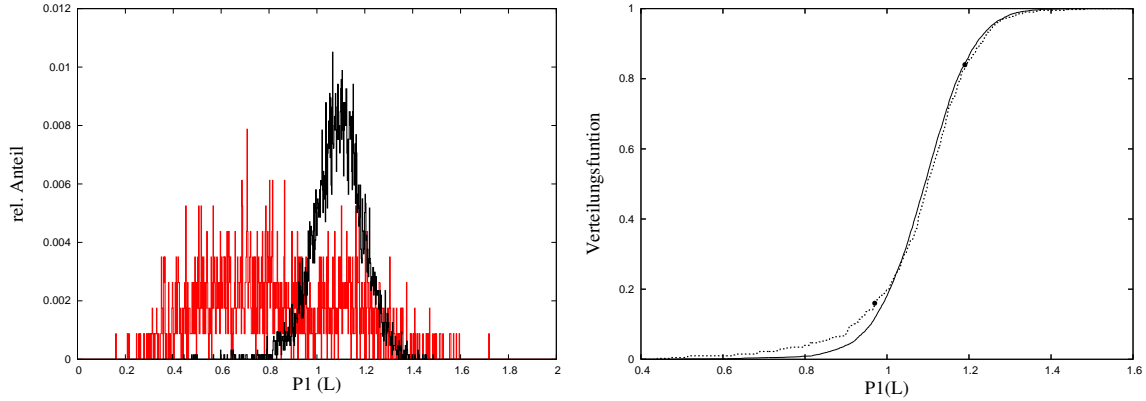


Abbildung 2.17: Links: Verteilung des Parameters P_1 bei L-Ereignissen des As-Runs a169 (schwarz) und Untergründereignissen (rot). Rechts: Integrierte Verteilungsfunktionen (P_1) von a169 (durchgezogen) und einer dazugehörigen Cer-Eichung (gestrichelt).

Mit Hilfe der Arsen-Runs erhält man die Verteilung von P_1 für ^{71}Ge -L-Ereignisse, sie ist in Abb. 2.17 (links) als schwarzes Histogramm von a169 gezeigt. Es handelt sich um eine der Normalverteilung ähnlichen Verteilung. Als rotes Histogramm ist die P_1 -Verteilung von Untergründereignissen eingezeichnet. Ein Vergleich der beiden Verteilungen zeigt unmittelbar, dass mittels P_1 für einen beträchtlichen Anteil der Untergründereignisse ein ^{71}Ge -Zerfall als Ursache ausgeschlossen werden kann.

Ereignisse aus demselben Energiebereich, die aus den Cer-Eichungen des gleichen Runs gewonnen wurden, zeigen eine sehr ähnliche P_1 -Verteilung wie ^{71}Ge -Zerfälle. In Abb. 2.17 (rechts) sind die integrierten Verteilungsfunktionen des Arsen-Runs φ_{a169} und einer der dazugehörigen Cer-Eichungen φ_{Cer} im direkten Vergleich gegenübergestellt. Aufgrund der Ähnlichkeit ist es möglich, die Lage und Breite der P_1 -Verteilung für ^{71}Ge -Ereignisse aus den Cer-Eichungen zu bestimmen und daraus für die solaren Runs einen Gültigkeitsbereich für P_1 festzulegen. Aus der integrierten Cer-Verteilung werden die Werte

$$\varphi_{\text{Cer}}(P_1 = \mu + b) = 0.1587$$

$$\varphi_{\text{Cer}}(P_1 = \mu - b) = 0.8413$$

bestimmt, die in Abb. 2.17 durch schwarze Punkte angedeutet sind. Die Zahlenwerte wurden gewählt, da sie den Funktionswerten einer integrierten Normalverteilung an den Stellen $\mu \pm \sigma$ entsprechen. Es sei allerdings angemerkt, dass die Ähnlichkeit zu einer Normalverteilung keine zwingende Voraussetzung für das hier beschriebene Verfahren darstellt sondern lediglich die (weitgehend freie und willkürliche) Wahl der Grenzwerte motiviert hat. Die beiden zu bestimmenden Stellen sind in Abb. 2.17 als schwarze Punkte eingezeichnet. Sie liegen in einem steilen Bereich der integrierten Verteilungsfunktion, wodurch bei ihrer Bestimmung weniger Ungenauigkeiten auftreten als wenn man Werte weiter außen (in flacheren Abschnitten) verwenden würde. Aus μ und b werden nun die Akzeptanzgrenzen für ^{71}Ge -L-Ereignisse durch

$$\mu - 2b \leq P_1 \leq \mu + 2b \quad (2.20)$$

definiert. Die Obergrenze wird eingeführt, da gelegentlich Untergründereignisse mit unnatürlich großen P_1 -Werten beobachtet werden. Hierbei handelt es sich um „versteckte“ Doppelereignisse, bei denen zwei Peaks sehr dicht beieinander liegen und aufgrund der begrenzten

Run	Eichung	L-Effizienz	K-Effizienz
a169	Cer 1	0.959	0.886
	Cer 2	0.962	0.863
a171	Cer 1	0.960	0.859
	Cer 2	0.964	0.869
a174	Cer 1	0.966	0.861
	Cer 2	0.950	0.830
Mittelwert		0.960 ± 0.006	0.861 ± 0.018

Tabelle 2.6: Aus den Arsen-Runs ermittelte Nachweiswahrscheinlichkeiten der Pulsformanalyse.

Auflösung nicht getrennt werden können. Es entsteht dann ein in der Regel sehr breiter Peak, der sich durch einen großen Flächeninhalt bemerkbar macht.

Um die für die Auswertung benötigte Nachweiswahrscheinlichkeit zu bestimmen, wenden wir das oben definierte Auswahlkriterium auf die Arsen-Runs an. Zu jedem Run liegen zwei Cer-Eichungen vor, die unmittelbar vor bzw. nach dem jeweiligen Run durchgeführt wurden. Mit ihnen wird jeweils das Auswahlkriterium nach Glg (2.20) bestimmt. Die Rate an ^{71}Ge -Zerfällen beträgt bei den Arsen-Runs einige Tausend Ereignisse pro Tag und ist damit so hoch, dass Untergrundereignisse keine Rolle spielen. Die Nachweiswahrscheinlichkeit des Auswahlkriteriums ist dann gegeben durch das Verhältnis der Anzahl von akzeptierten Ereignissen zu der Gesamtzahl aller Ereignisse. Die Ergebnisse werden in Tab. 2.6 angegeben. Anhand dieser Tabelle erkennt man, dass die Bestimmung der Akzeptanzkriterien mit Hilfe der Cer-Eichungen verlässliche Nachweiswahrscheinlichkeiten liefert, und zwar sowohl im Hinblick auf verschiedene Eichungen innerhalb der einzelnen Runs, als auch im Vergleich der verschiedenen Runs untereinander. Für den in Tab. 2.6 angegebenen Fehler wurde die Standardabweichung der vorliegenden Ergebnisse verwendet. Er wird durch die statistischen Unsicherheiten dominiert, die bei der Bestimmung der Parametergrenzen mittels der Cer-Eichungen auftreten.

K-Ereignisse

Auch im K-Energiebereich werden Einfachionisationen durch P_1 gut charakterisiert. In Abb. 2.18 (links) ist in schwarz die Verteilung von P_1 aller K-Ereignisse des Runs a169 dargestellt. Der prominente Peak um $P_1 = 1.2$ wird durch Einfachionisationen verursacht. Die Ereignisse unterhalb des Peaks ($P_1 < 1.1$) werden durch Doppel- und Mehrfachereignisse erzeugt. Die Verteilung von Untergrundereignissen ist in rot eingezeichnet, und auch hier ist erkennbar, dass ein geeignetes Auswahlkriterium ein hohes Diskriminierungspotential für Untergrundereignisse besitzt.

In der rechten Abbildung werden wiederum die integrierten Verteilungsfunktionen des Arsen-Runs mit einer dazugehörigen Cer-Eichung verglichen. Es wird deutlich, dass die Übereinstimmung der beiden Verteilungen längst nicht so gut wie bei L-Ereignissen ist. Insbesondere der Anteil von Mehrfachionisationen ist unter den Cer-Ereignissen sehr viel größer als unter ^{71}Ge -Ereignissen. Für den Bereich der Einzelionisationen oberhalb von $P_1 \approx 1.1$ stimmen die Verteilungen aber sehr gut überein und können zur Eichung verwendet werden. Man bestimmt

$$\varphi_{\text{Cer}}(P_1 = \mu) = 0.5$$

$$\varphi_{\text{Cer}}(P_1 = \mu + b) = 0.8413$$

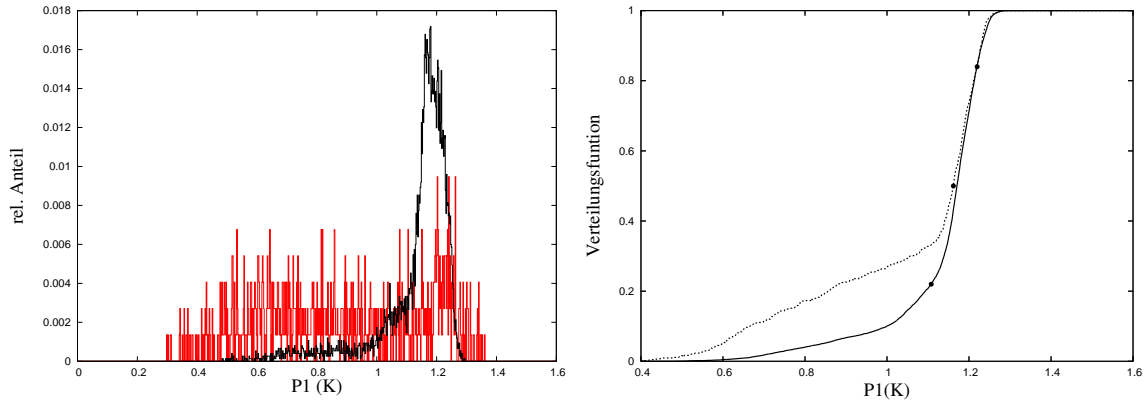


Abbildung 2.18: Links: Verteilung des Parameters P_1 bei K-Ereignissen des As-Runs a169 (schwarz) und Untergrundeignissen (rot). Rechts: Integrierte Verteilungsfunktionen (P_1) von a169 (durchgezogen) und einer dazugehörigen Cer-Eichung (gestrichelt).

(in Abb. 2.18 (rechts) dargestellt durch die beiden oberen schwarzen Punkten) und erhält aus μ und b Informationen über Lage und Breite des Hauptpeaks. Als Auswahlkriterium für K-Einfachionisationen wird nun

$$P_1 \geq \hat{P}_1 \quad \text{mit} \quad \hat{P}_1 := \mu - 1.1b$$

definiert. \hat{P} ist in der Abbildung durch den niedrigsten der drei schwarzen Punkte angedeutet. Seine Lage trennt die Bereiche von Einfach- und Doppelionisationen. Die integrierte Verteilungsfunktion hat dort einen Wert von ungefähr 0.2, das bedeutet, dass rund 80% aller K-Ereignisse durch das Auswahlkriterium akzeptiert werden. In Anbetracht der Tatsache, dass durch eine Anwendung dieses Cuts fast ausschließlich Einfachionisationen akzeptiert werden, ist das ein zufriedenstellendes Resultat. Dennoch ist insgesamt eine höhere Ausbeute wünschenswert, weshalb es notwendig ist, zusätzlich eine Akzeptanz von Doppelionisationen zu erzielen.

Die Grundlage der Identifizierung von K-Doppelereignissen ist das Energieverhältnis der beiden Ionisationen von 9.2 keV und 1.1 keV, wodurch ein Verhältnis $P_1/P_2 \approx 8$ erzeugt wird. Allerdings ist dieses Verhältnis durch die begrenzte Energieauflösung des Zählrohrs nicht sehr scharf. Mit den in Abs. 2.2.4 angegebenen typischen Energieauflösungsvermögen der Zählrohre erwartet man für das Verhältnis P_1/P_2 eine leicht asymmetrische Verteilung¹ um den Mittelwert 8.1 mit einer Streuung $\sigma = {}^{+1.9}_{-1.6}$. Diese Erwartung wird durch Abb. 2.19 bestätigt. Gezeigt ist ein Histogramm der Ereignisraten des Verhältnisses P_1/P_2 für alle K-Ereignisse des Runs a169 (schwarz). Man erkennt deutlich die Häufung um den Wert 8 mit der erwarteten Breite. Die Vielzahl von Ereignissen im Bereich $P_1/P_2 > 30$ stellen die Einfachionisationen dar. Bei ihnen ist P_2 klein, unterliegt aber durch Rauschen und Störungen erheblichen Fluktuationen, weshalb die Verteilung des Verhältnisses P_1/P_2 stark verbreitert vorliegt.

Um möglichst viele der Doppelereignisse zu akzeptieren, muss das Akzeptanzintervall entsprechend breit gewählt werden. Für die Datenauswertung in dieser Arbeit wurde ein festes Intervall von

$$5 \leq P_1/P_2 \leq 12$$

¹Die Verteilung wurde mit Hilfe einer Simulation ermittelt. Erzeugt wurden zwei normalverteilte Zufallszahlen aus den Energiebereichen 9.2 keV und 1.1 keV mit den entsprechenden Energieauflösungen. Der Quotient der beiden Zahlen besitzt die im Text beschriebene Verteilung.

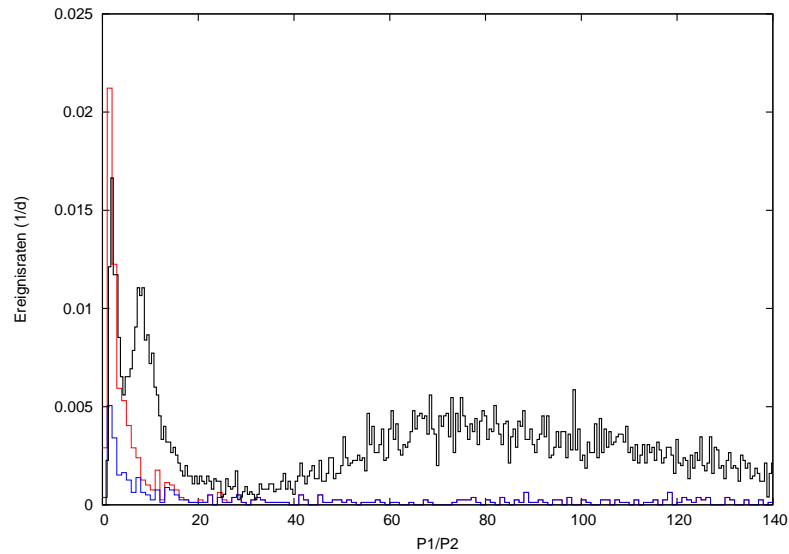


Abbildung 2.19: Das Verhältnis P_1/P_2 aller K-Ereignisse des Arsen-Runs a169 (schwarz) und Untergründereignisse (rot). Der mittels einer Obergrenze für P_3 reduzierte Untergrund ist blau dargestellt.

gewählt. Leider ist ein so breites Akzeptanzfenster mit einer erhöhten Akzeptanz von Untergründereignissen verbunden, denn vor allem bei kleineren Werten von P_1/P_2 steigt der Untergrund stark an (in Abb. 2.19 rot dargestellt). Es ist jedoch möglich, durch eine weitere Bedingung einen Teil dieser Untergründereignisse zu diskriminieren. Durch eine Obergrenze \hat{P}_3 werden Drei- und Mehrfachionisationen aussortiert, wogegen die uns interessierenden Doppelereignisse weitgehend erhalten bleiben. Der auf diese Weise reduzierte Untergrund ist in Abb. 2.19 blau eingezeichnet.

Die zulässige Obergrenze \hat{P}_3 wird wiederum aus den Cer-Eichungen bestimmt. In Abb. 2.20 (links) ist die P_3 -Verteilung für alle K-Ereignisse des Arsen-Runs a169 abgebildet (schwarz), die rechte Abbildung zeigt die integrierten Verteilungsfunktionen von a169 und einer dazugehörigen Cer-Eichung. \hat{P}_3 wird so bestimmt, dass 85% aller Cer-Ereignisse einen kleineren Wert aufweisen (schwarzer Punkt in Abb. 2.20 (rechts)). In diesem Fall gilt für rund 97% aller K-Ereignisse $P_3 < \hat{P}_3$. Dieser Cut wurde bewusst nicht sehr scharf gewählt, denn aus Abb. 2.20 ist ersichtlich, dass mittels des Parameters P_3 alleine keine effektive Trennung von Untergründereignissen und Germaniumzerfällen möglich ist. Hinsichtlich der Erkennung von Doppelereignissen wird aber in der Kombination mit dem Verhältnis P_1/P_2 durchaus ein Erfolg erzielt, denn der Vergleich der roten und der blauen Verteilung in Abb. 2.19 ergibt eine Reduktion des Untergrunds um ungefähr die Hälfte.

Ein Ereignis aus dem K-Energiefenster wird also als mögliches ^{71}Ge -Ereignis akzeptiert, wenn einer der beiden folgenden Punkte erfüllt ist:

- $P_1 \geq \hat{P}_1$
- $5 \leq P_1/P_2 \leq 12$ und $P_3 < \hat{P}_3$

Zur Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit werden diese Auswahlkriterien auf die Arsen-Runs angewandt. Man erhält die in Tab. 2.6 aufgelisteten Nachweiswahrscheinlichkeiten. Auch hier zeigt ein Vergleich der Ergebnisse eine zufriedenstellende Stabilität des Verfahrens, auch

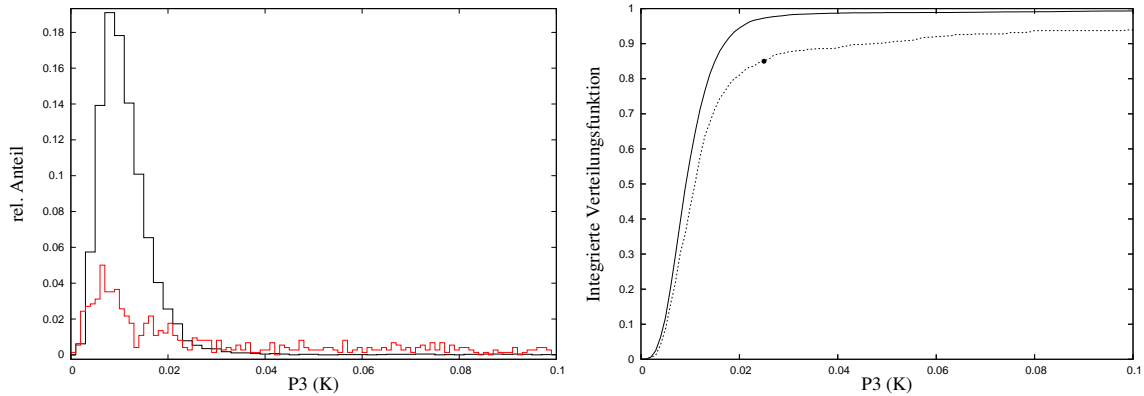


Abbildung 2.20: Links: Verteilung des Parameters P_3 bei K-Ereignissen des As-Runs a169 (schwarz) und Untergrundeignissen (rot). Rechts: Integrierte Verteilungsfunktionen (P_3) von a169 (durchgezogen) und einer dazugehörigen Cer-Eichung (gestrichelt).

wenn die Streuung der Resultate etwas größer als bei den L-Ereignissen ausfällt. Allerdings sind kleinere Unterschiede bei verschiedenen Runs durchaus zu erwarten, denn der Anteil der K-Doppelereignisse ist nicht bei jedem Run identisch. Veränderte Bedingungen der Zählrohrfüllung, insbesondere Druck und die damit verbundene Gasdichte, haben Einfluss auf die Absorptionswahrscheinlichkeit der Röntgenquanten im Zählrohr und damit auch auf die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Doppelereignissen. Da die Nachweiswahrscheinlichkeit von Doppelionisationen kleiner ist als die von Einfachionisationen, bewirkt eine Veränderung der Zusammensetzung auch eine Veränderung der gesamten Nachweiswahrscheinlichkeit von K-Ereignissen. Es sei allerdings angemerkt, dass es sich hierbei um einen Effekt 2. Ordnung handelt und die daraus resultierenden Unterschiede in den Nachweiswahrscheinlichkeiten keinesfalls größer sind als die Streuung der in Tab. 2.6 angegebenen Resultate. Der größte Teil des Fehlers entsteht auch hier durch die statistische Unsicherheit bei der Bestimmung der Parametergrenzen mit Hilfe der nur in begrenzter Anzahl vorliegenden Cer-Ereignissen.

2.6.3 Vergleich der beiden Methoden

Die beiden in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Methoden zur Untergrunddiskriminierung basieren auf demselben Prinzip: Identifizierung von Mehrfachionisationen. Insofern kann man erwarten, dass der überwiegende Teil der Ereignisse von beiden Methoden in derselben Weise bewertet wird. Ein Blick auf die Ereignisse aus den Arsen-Runs bestätigt diese Erwartung. Von den durch die Pulsformanalyse ausgewählten Ereignissen sind rund 97% gleichzeitig „schnell“ im Sinne des Anstiegszeitkriteriums. Die Mengendiagramme in Abb. 2.21 veranschaulichen diese Angaben. Hier wird jedoch auch deutlich, dass insbesondere in Bezug auf K-Ereignisse die Pulsformanalyse eine deutlich geringere Ausbeute aufweist.

Um die Auswirkungen der Auswahlverfahren auf Untergrundeignisse zu beobachten, werden wieder die späten Ereignisse der solaren GALLEX-Runs herangezogen. In Abb. 2.22 zeigt das Energiespektrum diejenigen Untergrundeignisse, die durch die Anstiegszeitmethode (rot) und die Pulsformanalyse (blau) akzeptiert werden. Zu beachten sind vor allem die Bereiche der beiden relevanten Energiefenster bei 0.6 - 1.7 keV (L) und 7.5 - 13 keV (K), die in Abb. 2.22 angedeutet sind. Es sollte hier angemerkt werden, dass bei beiden Methoden die Auswahlkriterien für diese Energiebereiche optimiert wurden. Eine Extrapolation der Parametergrenzen in andere Energiebereiche führt deshalb eventuell nicht zu derselben optimalen Ereignisauswahl,

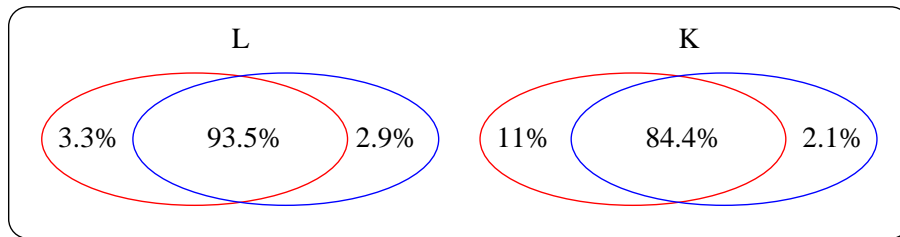


Abbildung 2.21: Akzeptanz der ^{71}Ge -Ereignisse aus den As-Runs nach der Anstiegszeitmethode (rot) und der Pulsformanalyse (blau).

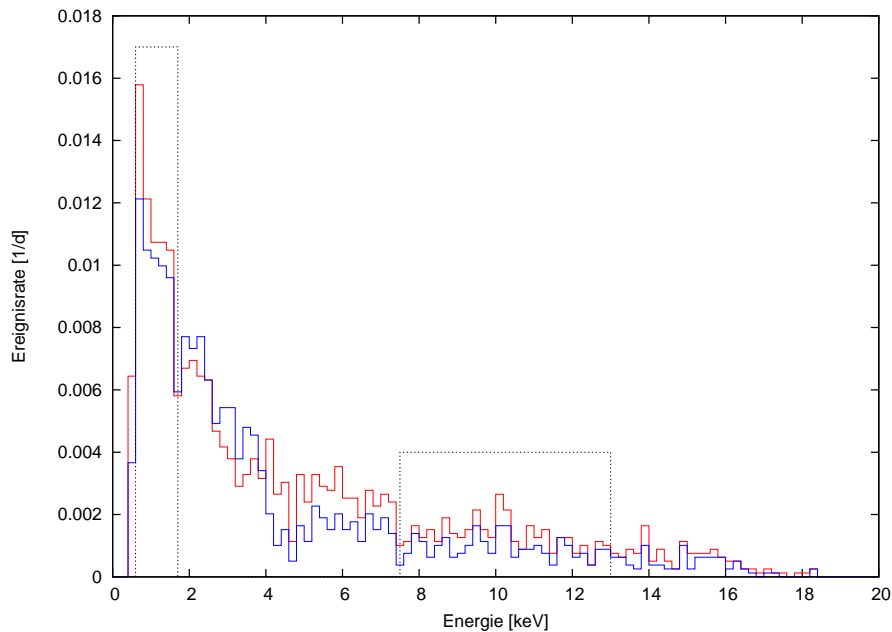


Abbildung 2.22: Untergrundspektrum der beiden Auswahlverfahren: Anstiegszeitmethode (rot) und Pulsformanalyse (blau). Ferner ist die Lage der L- und K-Energiefenster angedeutet.

weshalb die Beurteilung der Untergrundraten in den Energiebereichen außerhalb der relevanten Fenster nur eine begrenzte Aussagekraft hat. Da aber bei der Datenauswertung ohnehin ausschließlich Ereignisse aus den L- und K- Energiefenstern berücksichtigt werden, sind die anderen Energiebereiche ohne größere Bedeutung und wurden hier nur der Vollständigkeit wegen mit abgebildet.

In Abb. 2.22 erkennt man, dass sich die Untergrundsituation verbessert, wenn man die Pulsformanalyse anstelle der Anstiegszeitmethode verwendet. Die Anzahl an Ereignissen im L-Energiefenster ist um etwa 10% kleiner und im K-Bereich reduziert sich der Untergrund um rund ein Drittel. Anhand einiger exemplarischer Ereignisse aus den Arsen-Runs soll versucht werden eine Erklärung für dieses Verhalten zu finden.

Im Bereich niedriger Energien ist die Bestimmung der Anstiegszeit anfällig für Signalstörungen. In Abb. 2.23 ist oben links ein Beispiel hierfür gegeben. Die Störung tritt genau um die 70%-Marke auf und verlängert die Anstiegszeit, so dass das Ereignis nicht mehr als „schnell“ gewertet wird. Auch durch eine Glättung des Pulses (in der gleichen Abbildung eingezeichnet als rote Linie) lässt sich dieses Problem nicht beheben, denn Strukturen von der Größe der

hier vorliegenden Störung können nicht geglättet werden ohne einen Teil des Signals zu zerstören (siehe hierzu auch Abschnitt 2.3.3). Das mit den dort beschriebenen Methoden geglättete Signal ist ebenfalls in der Abbildung eingezeichnet, hat aber in Bezug auf die Bestimmung der Anstiegszeit keinen nennenswerten Einfluss.

Die mittels der Cer-Eichungen durchgeführte Bestimmung der oberen Anstiegszeitgrenze \widehat{RT} reagiert natürlich auf die Anwesenheit derartiger Störeinflüsse, in dem bei Runs mit hohem Störanteil \widehat{RT} entsprechend hoch gewählt wird. Dadurch verändert sich zwar nicht die erwartete Nachweiswahrscheinlichkeit für ^{71}Ge -Ereignisse, aber das Anstiegszeit-Fenster öffnet sich für mehr Untergrundeignisse.

Die Pulsformanalyse zeigt sich gegenüber Störungen robuster. Der Primärladungsstrom $j(t)$ des gleichen Ereignisses ist in Abb. 2.23 (oben, rechts) gezeigt. Es zeigt sich, dass das Signal an der relevanten Stelle keine außergewöhnliche Struktur, sondern lediglich eine durchschnittliche Störung aufweist. Die Methode der Pulsformanalyse akzeptiert das Signal als ^{71}Ge -Ereignis ohne eine Aufweitung des Akzeptanzfensters.

Bei den höherenergetischen K-Ereignissen spielen Signalstörungen keine nennenswerte Rolle, insofern sind für K-Einfachionisationen bei keiner der beiden Analysemethoden Probleme zu erwarten. Große Unterschiede ergeben sich jedoch bei der Bewertung von Doppelereignissen.

Damit mit dem Anstiegszeitkriterium überhaupt Doppelereignisse zugelassen werden, muss die zulässige obere Anstiegszeitgrenze \widehat{RT} entsprechend hoch gesetzt werden (zweites Beispiel in Abb. 2.23). Damit ist jedoch gleichzeitig eine erhöhte Untergrundrate verbunden. Der letztendlich gewählte Kompromiss in der Wahl von \widehat{RT} erfasst nur einen Teil der Doppelereignisse. Die K-Doppelionisationen bestehen aus einem 1.2 keV- und einem 9.2 keV-Ereignis, deren zeitliche Reihenfolge beliebig ist, je nachdem ob die Ionisation des Röntgenquants oder die des Auger-Elektrons näher am Zählrohr stattfindet (das dritte und vierte Ereignis sind in Abb. 2.23 als Beispiele hierfür gegeben). In den Fällen mit frühem 1.2 keV-Ereignis kommt es häufig vor, dass der erste Signalanstieg noch unter der 10% - Schwelle liegt. In diesem Fall ist die Anstiegszeit kurz genug um das Ereignis als ^{71}Ge -Kandidat zu akzeptieren. In den Fällen in denen das 1.2 keV- später als das 9.2 keV-Ereignis auftritt ist die Anstiegszeit jedoch in der Regel größer als \widehat{RT} , so dass die Ereignisse verworfen werden.

In der Pulsformanalyse werden die Doppelereignisse sehr viel gezielter ausgewählt. Für die beiden genannten Beispiele ist in Abb. 2.15 (rechts) jeweils der Primärladungsstrom abgebildet. Das Verhältnis der beiden ausgeprägtesten Peaks beträgt in beiden Fällen $P_1/P_2 \approx 8$, so dass beide Ereignisse als Germaniumkandidaten ausgewählt werden.

Zusammenfassend kann man feststellen, dass die Pulsformanalyse im Vergleich zur Anstiegszeitanalyse eine strengere Ereignis Selektion darstellt. Diese bewirkt zum Einen eine bessere Untergrundunterdrückung, ist jedoch zum Anderen mit einer geringeren Nachweiswahrscheinlichkeit insbesondere für K-Ereignisse verbunden. Aus diesen Gründen ist nicht ohne weiteres klar, welche der beiden Methoden sich besser für das GALLEX-Experiment eignet. Erst das Ergebnis einer vollständigen Datenanalyse kann zeigen, ob sich mit einer der beiden Methoden Vorteile im Hinblick auf die statistischen Unsicherheiten des Ergebnisses ergeben. Die Datenanalyse wird im nächsten Kapitel durchgeführt, an dessen Ende auch der Vergleich der Methoden wieder aufgegriffen wird.

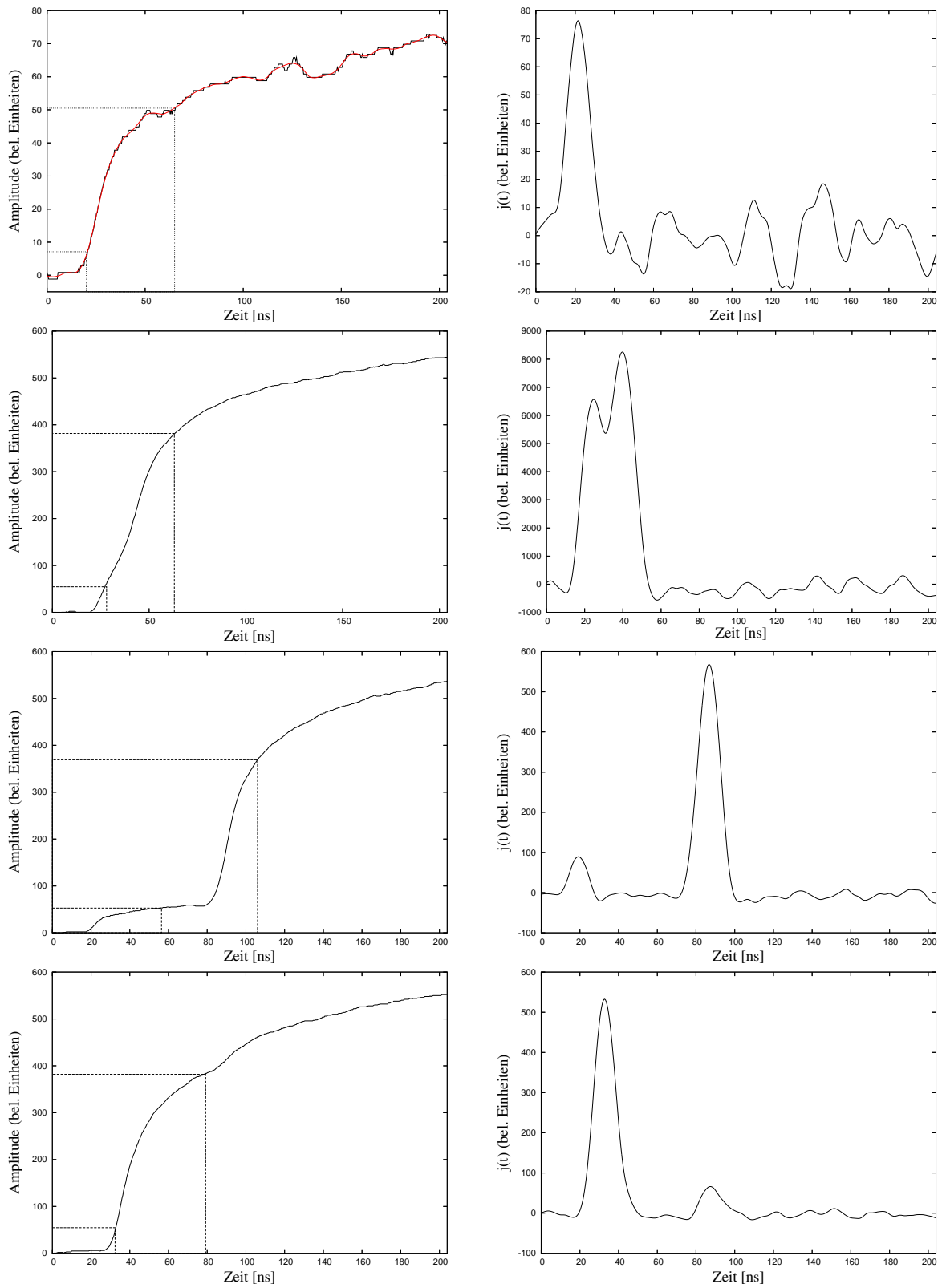


Abbildung 2.23: Vier typische ^{71}Ge -Ereignisse aus den Arsen-Runs. Abgebildet ist jeweils das vom Transientenrekorder aufgezeichnete Zählrohrsignal (links) und der durch Entfaltung berechnete Primärstrom $j(t)$. Nähere Erläuterungen finden sich im Text.

2.7 Systematische Fehler

Die meisten Beiträge zum systematischen Fehler des GALLEX-Experiments sind im Laufe der vorangegangenen Kapitel bereits erwähnt worden, bei den genannten Ergebnissen der Datenanalyse habe ich mich jedoch bisher auf die Angabe der statistischen Fehler beschränkt. Zur besseren Übersicht sind die zu berücksichtigenden systematischen Einflüsse in Tab. 2.7 noch einmal zusammengefasst. Die Unsicherheiten in der chemischen Ausbeute und der Targetmasse sind aus [Gx4 99] entnommen. Ein wichtiger Unterschied gegenüber den in [Gx4 99] angegebenen systematischen Einflüssen ergibt sich im Fehler der absoluten Nachweiswahrscheinlichkeiten ε . Durch die verbesserte Eichung von 8 GALLEX-Zählrohren im Rahmen des GNO-Experiments (siehe Abschnitt 2.2.3) verringert sich die Unsicherheit in ε bei 24 solaren Runs von 3.5% auf 1.2%. Um diese verbesserte Genauigkeit im gesamten systematischen Fehler zu berücksichtigen, wurde ein durchschnittlicher Wert von 2.6% ermittelt.

Die Unsicherheit in der Cut-Effizienz bei der Pulsformanalyse wurde aus der Streuung der mit den Arsenruns erhaltenen Nachweiswahrscheinlichkeiten abgeschätzt (siehe Tab. 2.6). Diese Streuung beträgt für K-Ereignisse 2.1% und für L-Ereignisse weniger als 1%, wobei anzumerken ist, dass die Anzahl der zur Verfügung stehenden Vergleichswerte recht gering ist. Aus diesem Grund habe ich einen eher konservativen Fehler von 2% angenommen.

Um die verschiedenen Beiträge in Tab. 2.7 zusammenzufassen, wurde eine quadratische Addition gewählt. Der vollständige systematische Fehler des GALLEX-Experiments ergibt sich daraus zu $^{+5.0}_{-5.6}\%$.

Absolute Nachweiswsk.	$\pm 2.6\%$
Energie-Cut	$\pm 2.0\%$
Anstiegszeit/Pulsform	$\pm 2.0\%$
Chemische Ausbeute	$\pm 2.1\%$
Targetmasse	$\pm 0.8\%$
^{68}Ge -Korrektur	$^{+0.9}_{-2.6}\%$
Nebenreaktionen	$\pm 1.5\%$
Rn-Cut	$\pm 1.5\%$
Summe	$^{+5.0}_{-5.6}\%$

Tabelle 2.7:
Überblick über die systematischen Fehler des GALLEX-Experiments. Die Summe ergibt sich aus quadratischer Addition.

Kapitel 3

GALLEX-Datenauswertung

Mit den im vorangegangenen Kapitel beschriebenen Grundlagen zur Datenauswertung soll nun der gesamte GALLEX-Datensatz analysiert werden. Dabei wird zur Ereignisauswahl zunächst die Anstiegszeitmethode verwendet, wie sie auch früheren Datenanalysen zugrunde liegt, welche in [Gx1-4] veröffentlicht vorliegen. Im Vergleich zu diesen wurden lediglich die Werte der absoluten Nachweiswahrscheinlichkeiten korrigiert, die im Verlauf des späteren GNO-Experiments neu und mit größerer Genauigkeit bestimmt werden konnten (siehe Abschnitt 2.2.3). Dies stellt sozusagen ein „Update“ der bisherigen Analysen dar, in dessen Anschluss mit einigen Tests die Konsistenz des Datensatzes überprüft wird.

Im zweiten Abschnitt wird zur Ereignisauswahl anstelle der Anstiegszeitmethode die in Abs. 2.6.2 neu entwickelte Pulsformanalyse verwendet und anschließend die Unterschiede der beiden Methoden diskutiert.

3.1 Anstiegszeitanalyse

3.1.1 Ereignisauswahl

Die Ereignisse der insgesamt 65 solaren GALLEX-Runs werden zur Untergrunddiskriminierung den im vorangegangenen Kapitel beschriebenen Auswahlverfahren unterzogen:

- Noise-Cut
- NaI-Veto
- Radon- und BiPo-Cut
- Anstiegszeitanalyse
- Energieauswahl in L- und K-Ereignisse

Eine Ausnahme bilden hierbei die beiden Runs b41 und b42. Durch einen Fehler in der Elektronik kam es zeitweise zu Problemen bei der Pulsformaufzeichnung, weshalb diese Informationen nicht genutzt werden können. Bei den beiden Runs wird deshalb das Anstiegszeitkriterium nicht angewendet und nur die Energieinformationen des ADC zur Einteilung der Ereignisse in die Energiefenster verwendet.

Es erfüllen 2747 Ereignisse mit einer Energie $E \geq 0.5$ keV die geforderten Bedingungen. In Abb. 3.1 (links) ist das Energiespektrum dieser Ereignisse aufgetragen. Dabei wird zwischen Ereignissen unterschieden, die innerhalb der ersten 49.5 Tage eines jeweiligen Runs stattgefunden haben und Ereignissen, die erst zu einem späteren Zeitpunkt aufgetreten sind. Wie

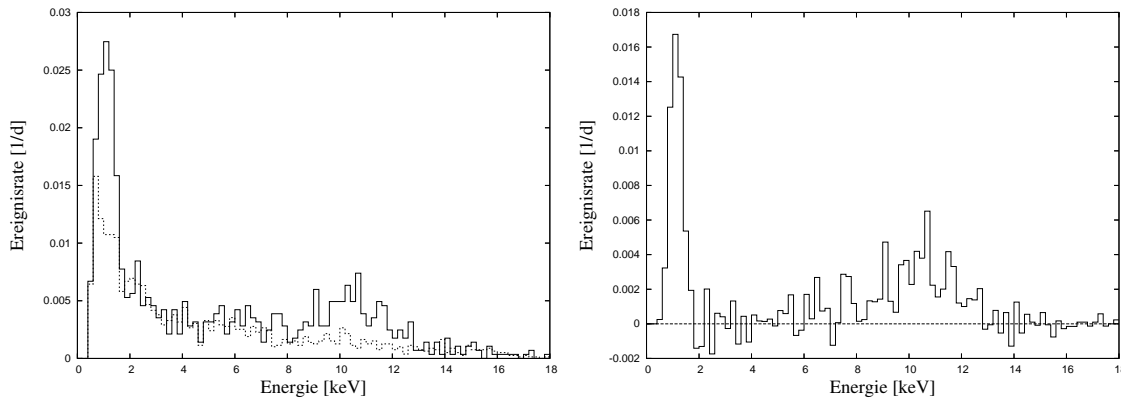


Abbildung 3.1: Energieverteilung aller schnellen GALLEX-Ereignisse mit $E > 0.5$ keV (nach Untergrund-Cuts). Im linken Bild sind die frühen Ereignisse im Zeitraum $0 < t < 3\tau$ als Histogramm mit durchgezogener Linie gezeigt, die späten Ereignisse mit $t > 3\tau$ sind gestrichelt dargestellt. Das Bild rechts stellt die Differenz der beiden Spektren dar.

bereits erwähnt, zerfallen wegen der mittleren Lebensdauer von $\tau = 16.49$ d ungefähr 95% der ^{71}Ge -Atome innerhalb der ersten 49.5 Tage ($= 3\tau$). Die Klasse der „späten“ Ereignisse besteht somit fast ausschließlich aus Untergrundeignissen, welche im Energiespektrum durch das gestrichelte Histogramm dargestellt sind. Die frühen Ereignisse, bestehend aus der Summe von Signal und Untergrund, sind im durchgezogenen Histogramm zusammengefasst. Die Anzahl der Ereignisse in den jeweiligen Kanälen wurde mit der Messzeit normiert, so dass in der Abbildung Ereignisraten gezeigt sind, die direkt miteinander vergleichbar sind. Man kann demnach die als Untergrund betrachteten Raten der späten Ereignisse von dem Spektrum der frühen Ereignisse abziehen und erhält dann näherungsweise das Nettosignal des GALLEX-Experiments (Abb. 3.1 (rechts)). Die typische Form eines ^{71}Ge -Spektrums ist klar erkennbar (vergleiche hierzu Abb. 2.6). Die Lage der Peaks bei rund 1 keV beziehungsweise 10 keV entspricht exakt den Erwartungen. Auch die Intensitäten von ungefähr 44% der Ereignisse im L-Peak und rund 46% im K-Peak werden durch Vergleichsmessungen mit ^{71}Ge -Proben bestätigt (siehe Abschnitt 2.2.2). Dies sind klare Belege dafür, dass GALLEX tatsächlich den Zerfall von ^{71}Ge -Atomen nachweist (was bei einer Extraktion von durchschnittlich 9 Atomen pro Run aus einem 100 t Target nicht selbstverständlich ist).

3.1.2 Maximum-Likelihood-Analyse

Die im vorangegangenen Abschnitt durchgeführte Aufteilung in frühe und späte Ereignisse ist natürlich nur eine sehr grobe Methode und diente im Wesentlichen einer übersichtlichen Darstellung des vorhandenen Datenmaterials. Den dahinter stehenden Grundgedanken werden wir jedoch im Folgenden beibehalten und mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode verfeinern. Hierzu werden für jedes Ereignis anhand des Zeitpunkts seines Auftretens Wahrscheinlichkeiten berechnet, mit denen das Ereignis dem Untergrund oder dem Signal zugeordnet wird. Dabei ist die Zugehörigkeit des Ereignisses zum ^{71}Ge -Signal umso wahrscheinlicher je früher das Ereignis stattfindet. Im Gegensatz dazu wird die Untergrundrate als zeitlich konstant angenommen, weshalb die Wahrscheinlichkeit für Untergrundeignisse nicht vom Zeitpunkt der Ereignisse abhängt. In Abschnitt 2.4 wird ausführlich beschrieben, wie man aus diesen Überlegungen heraus die Likelihoodfunktion bestimmt und schließlich Schätzwerte für die Untergrundrate b und die ^{71}Ge -Zerfallsrate beziehungsweise die mit ihr verknüpften solaren

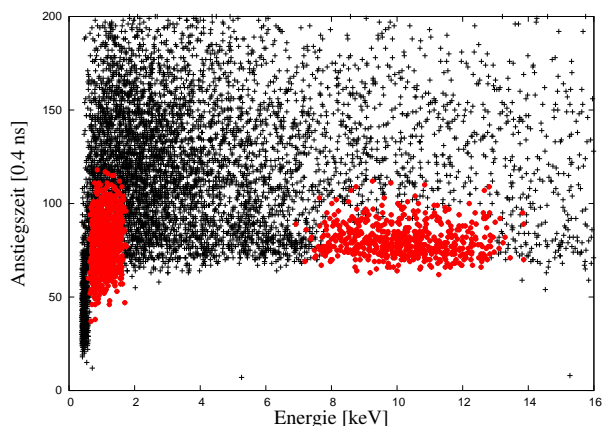


Abbildung 3.2: Energie-Anstiegszeit-Diagramm. Die in der Datenauswertung berücksichtigten Ereignisse sind rot gefärbt.

Produktionsrate P von Germaniumatomen im Galliumtank erhält.

Für die Analyse der Daten werden nur die Ereignisse in den beiden Hauptpeaks verwendet, da in den anderen Energiebereichen das Signal-zu-Untergrundverhältnis zu schlecht ist. Im L-Energiebereich verbleiben nach Anwendung des Anstiegszeitkriteriums insgesamt 748 Ereignisse, im K-Energiebereich werden 566 registriert. Da die Untergrundraten in den beiden Energiefenstern unterschiedlich sind, werden in der Maximum-Likelihood-Analyse b_L und b_K als zwei voneinander unabhängige Parameter behandelt. Bei der gemeinsamen Analyse aller 65 Runs werden daraus 130 freie Parameter. Die solare Produktionsrate P von ^{71}Ge -Atomen im Gallium gilt für alle Runs gleichermaßen, so dass P als ein weiterer freier Parameter hinzukommt. Insgesamt wird die Likelihood-Funktion also nach 131 freien Parametern maximiert. Das Ergebnis für P lautet

$$P = [77.6_{-6.2}^{+6.4} (\text{stat.})_{-4.3}^{+3.9} (\text{syst.})] \text{ SNU} \quad (3.1)$$

Die Ermittlung des statistischen Fehlers wird in Abschnitt 2.4.1 beschrieben, der systematische ergibt sich aus Abschnitt 2.7. Angegeben ist jeweils 1σ . Das Ergebnis ist nahezu identisch mit dem in [GX4 99] angegebenen Resultat von

$$P = [77.5 \pm 6.2 (\text{stat.})_{-4.7}^{+4.3} (\text{syst.})] \text{ SNU} .$$

Die Unterschiede in den neu bestimmten Nachweiswahrscheinlichkeiten heben sich offensichtlich gegenseitig auf, allerdings reduziert sich der systematische Fehler um etwa 0.5%.

3.1.3 Lebensdauer

In der Gesamtanalyse aller GALLEX-Runs gibt man die mittlere Lebensdauer von ^{71}Ge mit $\tau_{71} = 16.49 \text{ d}$ als feste und bekannte Größe vor. Zur Überprüfung der Konsistenz des Datensatzes kann man die Lebensdauer τ in der Maximum-Likelihood-Analyse aber auch als zusätzlichen freien Parameter behandeln. Für ihn erhält man dann das Ergebnis

$$\tau = 15.2 \pm 1.4 \text{ d}$$

was im Rahmen des statistischen Fehlers eine gute Übereinstimmung mit der Erwartung ergibt. Tatsächlich ist in diesem Fall sogar eine schwache Tendenz zu einer kürzeren Lebensdauer zu erwarten, denn da die Radon-Cut-Effizienz nicht 100% beträgt, befinden sich in den Ereignislisten einige wenige kurzlebige Radon-Zerfälle die den Wert der mittleren Lebensdauer

senken. Das Ergebnis der Produktionsrate P wird hinsichtlich der Ineffizienz des Radon-Cuts korrigiert (wie in Abschnitt 2.5.1 beschrieben), doch auf die mittlere Lebensdauer als freien Parameter hat diese Korrektur keinen Einfluss. Das Ergebnis der Produktionsrate erhöht sich durch die Verringerung der Lebensdauer ein wenig, steht aber mit $P_\tau = 79.9_{-6.5}^{+6.7}$ (stat.) SNU noch in guter Übereinstimmung mit dem Ergebnis in Glg (3.1) bei fest vorgegebenen τ . Die gute Übereinstimmung der Lebensdauer ist neben den bereits erwähnten erwartungsgemäßen Energiespektren in Abb. 3.1 ein weiterer wichtiger Hinweis auf die Konsistenz des GALLEX-Datensatzes.

3.1.4 Ergebnisse der einzelnen Runs

In einem einzelnen Run werden die Zerfälle von nur einigen wenigen ^{71}Ge -Atomen nachgewiesen. Die daraus resultierende statistische Unsicherheit ist sehr groß, weshalb die Aussagekraft des Ergebnisses eines einzelnen Runs sehr beschränkt ist. Erst durch die gemeinsame Analyse mehrerer Runs, wie sie in den vorangegangenen Abschnitten durchgeführt wurde, erhält man eine ausreichende Anzahl von Ereignissen, um den statistischen Fehler auf ein erträgliches Maß zu senken. Dennoch lohnt sich ein Blick auf die Ergebnisse der Einzel-Runs. Beispielsweise lässt sich überprüfen, ob die Verteilung der Ergebnisse der Erwartung entspricht.

Jeder Run wird für sich mit der Maximum-Likelihood-Analyse ausgewertet. Dabei werden mit den Untergrundraten b_L und b_K sowie der solaren Produktionsrate P drei voneinander unabhängige, freie Parameter angesetzt. Wegen der niedrigen Anzahl der Ereignisse neigt die Likelihood-Funktion in einigen Fällen zur Divergenz. Das Ergebnis ist dann eine extrem hohe Produktionsrate P , die durch stark negative Untergrundraten ausgeglichen wird. Derartige Ergebnisse ergeben physikalisch keinen Sinn, und um sie zu vermeiden, werden für die Untergrundraten nur positive Werte zugelassen. Der Produktionsrate P wird jedoch keine derartige Beschränkung auferlegt, und bei einigen Runs ergibt sich tatsächlich ein negativer Wert für P . Diese Fälle sind jedoch im Einklang mit statistischen Überlegungen, denn da die Unsicherheit der Einzelmessungen von derselben Größenordnung ist wie der Messwert, ist eine gewisse Anzahl von negativen Ergebnissen durchaus zu erwarten.

In Abb. 3.3 sind die Ergebnisse von P aller 65 Runs aufgetragen. Eine Auflistung dieser Ergebnisse ist in tabellarischer Form im Anhang A.3 gegeben. Obwohl die statistischen Fehler der Einzelmessungen asymmetrisch sind erwartet man, dass die Ergebnisse einer Normalverteilung gehorchen wie mit Hilfe von Monte Carlo Simulationen gezeigt wurde [GX4 99]. Das Histogramm in Abb. 3.4 wurde erzeugt, in dem die einzelnen Ergebnisse in Kanäle von jeweils 10 SNU Breite zusammengefasst wurden. Es soll nun überprüft werden, ob die vorliegende Verteilung mit der Annahme einer Normalverteilung verträglich ist.

Kolmogorov-Smirnov-Test auf Normalverteilung

Um einen χ^2 -Test durchzuführen liegen zu wenig Daten vor, denn ein solcher Test setzt gauß'sche Fehler für jeden einzelnen Messpunkt voraus. Da insgesamt nur 65 Ergebnisse vorliegen ist die Anzahl der Ereignisse in den einzelnen Kanälen des Histogramms so gering, dass man die zugrunde liegende Poissonverteilung nicht durch eine Gaußverteilung nähern kann. In einem solchen Fall bietet sich der Kolmogorov-Smirnov-Test [Blo 98] an, hierbei werden die beiden integrierten Verteilungsfunktionen miteinander verglichen. Man ordnet die n Messwerte x_i nach ihrer Größe und bestimmt die integrierte Verteilungsfunktion der Ergebnisse durch

$$F_{\text{Erg}}(x) = \frac{\text{Anzahl der Messwerte } x_i < x}{n}.$$

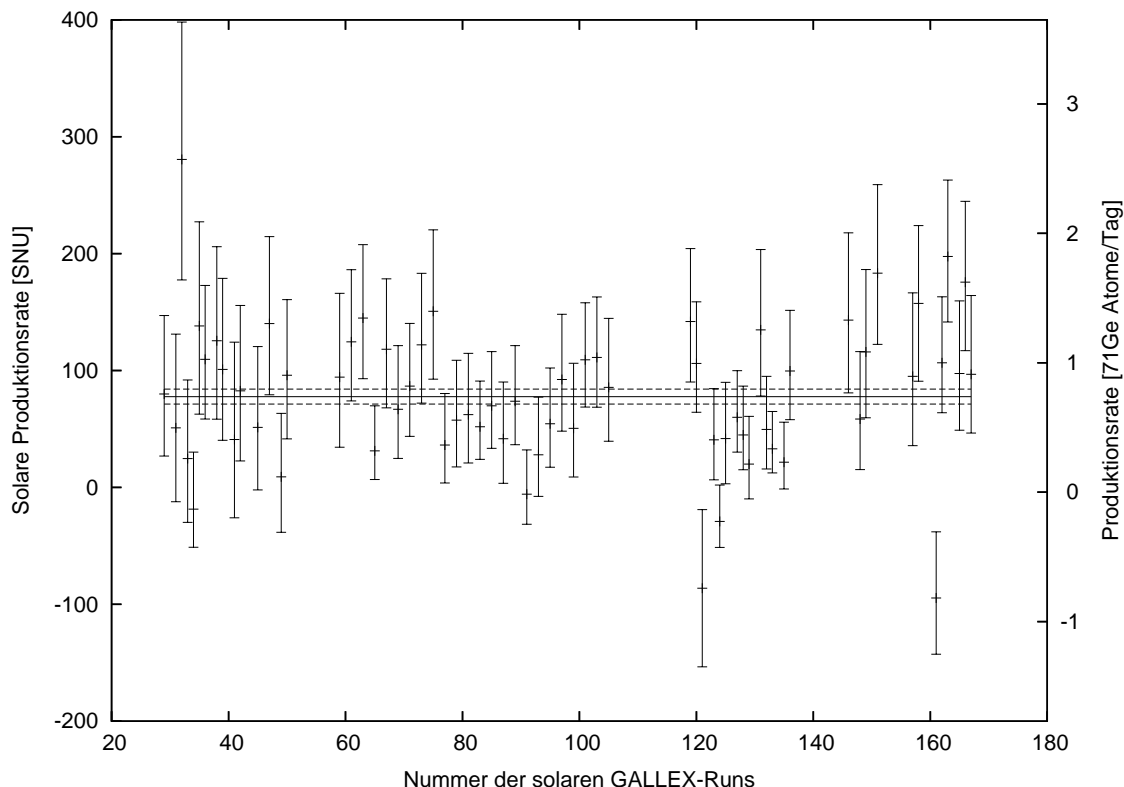


Abbildung 3.3: Ergebnisse der einzelnen GALLEX-Runs. Auf der rechten y-Achse ist die Produktionsrate in Atomen pro Tag angegeben, auf der linken das Äquivalent in SNU nach Abzug von Nebenreaktionen. Die durchgezogene Linie ist das Gesamtergebnis (siehe auch Glg 3.1) mit 1σ -Fehlerbereich (gestrichelt) von $77.6^{+6.5}_{-6.3}$ SNU.

Die theoretische integrierte Verteilungsfunktion ist durch

$$F_{\text{Theo}}(x) = \int_{-\infty}^x \phi(x') dx'$$

gegeben, wobei $\phi(x)$ die zu erwartende Verteilung ist; in unserem Fall also die Normalverteilung mit $\mu = 79.7$ und $\sigma = 62.2$, wobei die letzten beiden Werte der Mittelwert und die Standardabweichung des Datensatzes sind. F_{Erg} und F_{Theo} sind in Abb. 3.4 (rechts) abgebildet.

Die Testgröße D wird aus dem maximalen Abstand zwischen den beiden Verteilungen ermittelt

$$D = \sqrt{n} \cdot \max \{ |F_{\text{Exp}}(x) - F_{\text{Theo}}(x)|, |F_{\text{Exp}}(x-1) - F_{\text{Theo}}(x)| \} \quad (3.2)$$

Da $F_{\text{Exp}}(x)$ eine Stufenfunktion ist, die mit einer stetigen Funktion verglichen wird, muss man jeweils auch die benachbarten Werte $F_{\text{Exp}}(x-1)$ betrachten. Die Stelle der maximalen Abweichung ist ebenfalls in der Abbildung eingezeichnet, man erhält $D = 0.076 \cdot \sqrt{65} = 0.612$.

Die Verteilung der Testgröße D des Kolmogorov-Smirnov-Tests liegt zusammen mit Grenzwerten zu verschiedenen Signifikanzniveaus in der Literatur vor. Allerdings gehen die Literaturwerte davon aus, dass die Parameter der zugrunde liegenden theoretischen Verteilung bekannt sind. Diese Voraussetzung ist hier nicht gegeben, denn der Mittelwert und die Standardabweichung der vermuteten Normalverteilung müssen aus dem Datensatz geschätzt werden. Bei

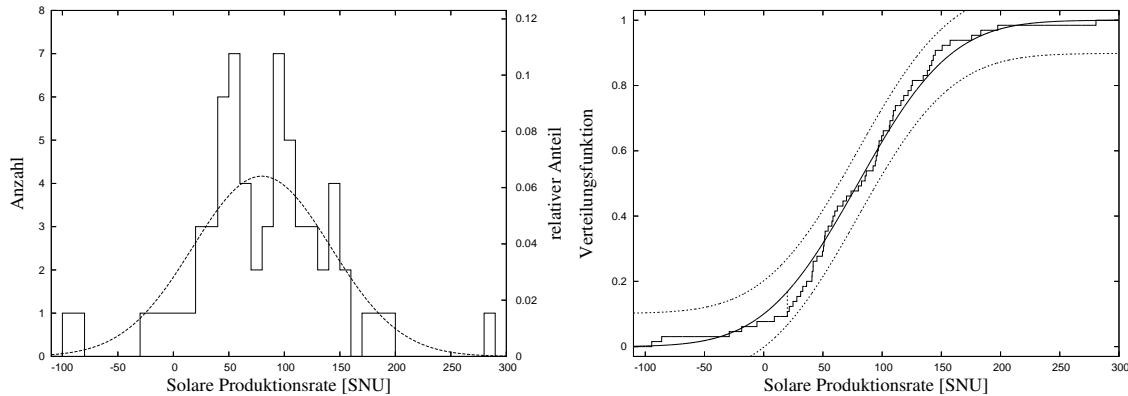


Abbildung 3.4: Links: Die Resultate der einzelnen GALLEX-Runs zusammengefasst in Kanälen mit jeweils 10 SNU Breite. Die gestrichelte Linie stellt die Normalverteilung dar, wie sich sich aus dem Mittelwert und der Standardabweichung des Datensatzes ergibt ($\mu = 79.7$, $\sigma = 62.2$). Rechts: Kolmogorov-Smirnov-Test auf Normalverteilung (rechts) mit 90%-Signifikanzgrenzen.

einem χ^2 -Test würde man in einem solchen Fall die Anzahl der Freiheitsgrade um die Anzahl der zu schätzenden Parameter verringern. Leider ist der Kolmogorov-Smirnov-Test in dieser Hinsicht nicht so flexibel, und aus diesem Grund kann man im vorliegenden Fall die Literaturwerte nicht verwenden. Die Verteilung der Testgröße muss stattdessen durch eine Monte-Carlo-Simulation ermittelt werden. Zu diesem Zweck habe ich in 10 000 Simulationen jeweils 65 Zufallszahlen aus einer Normalverteilung erzeugt¹ und aus ihnen gemäß Glg (3.2) die Größe D bestimmt. Die Verteilung der Werte von D ist in Abb. (3.5, links) gezeigt, zusammen mit dem 90%-Konfidenzlevel, der sich zu $D_{90} = 0.81$ ergibt (in 90% der Simulationen ergeben sich Werte $D < D_{90}$). Der aus dem GALLEX-Datensatz erhaltene Wert $D = 0.612$ liegt deutlich unter diesem Grenzwert, tatsächlich weisen 54% der simulierten Datensätze eine höhere Abweichung als D auf.

Anstatt nur den maximalen Abstand als Testgröße zu verwenden, kann man auch die gesamte Differenz der beiden Verteilungen betrachten, also das Integral

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} |F_{\text{Exp}}(x) - F_{\text{Theo}}(x)| dx.$$

Die Verteilungsfunktion für I wurde ebenfalls aus Simulationen erstellt und ist in Abb. 3.5 (rechts), wiederum mit 90%-Konfidenzlevel $I_{90} = 8.3$ abgebildet. Für die GALLEX-Ergebnisse erhält man $I = 7.5$, was ebenfalls deutlich unter dem Grenzwert liegt (in 19% der Simulationen ergibt sich einen größerer Wert I).

Nach den Ergebnissen der soeben durchgeführten Tests gibt es keinen Grund an einer Normalverteilung der Ergebnisse zu zweifeln.

¹Mit der in der C-Standardbibliothek implementierten Funktion `rand()` wurden auf dem Intervall $[0;1]$ gleichverteilte Zufallszahlen erzeugt und mit der Box-Muller-Methode [Box 58] in eine Normalverteilung transformiert.

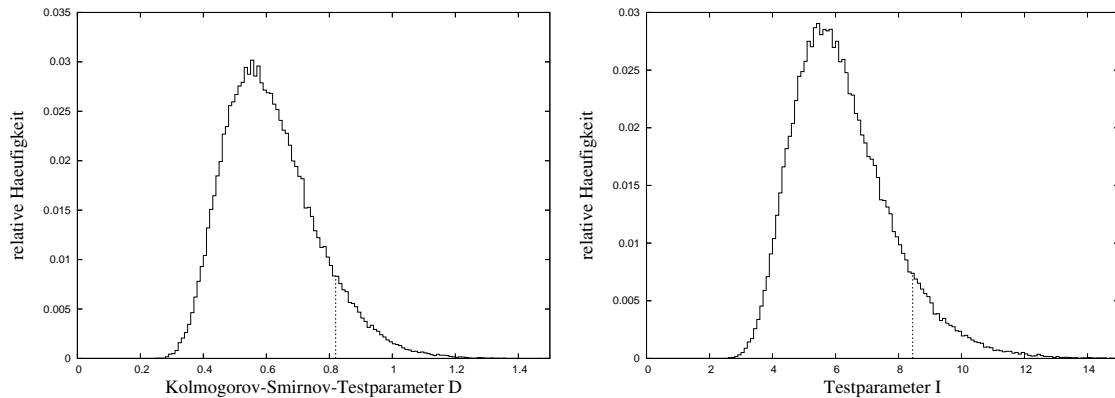


Abbildung 3.5: Verteilung der Testparameter D (links) und I (rechts) ermittelt aus 10 000 Simulationen. Eingezeichnet ist jeweils der 90%-Konfidenzlevel. Für die GALLEX-Ergebnisse ergeben sich mit $D = 0.612$ und $I = 7.5$ Werte, die deutlich unterhalb des jeweiligen Konfidenzlevels liegen.

3.1.5 Unabhängigkeit der Untergrundraten

Bei der Datenauswertung in den vorangegangenen Abschnitten wurden die Untergrundraten als voneinander unabhängige Parameter angenommen. Diese Annahme ist insofern berechtigt, da es viele unterschiedlichen Quellen für die Untergründereignisse gibt und die Zusammensetzung der einzelnen Komponenten von Run zu Run variiert. Es ist unmöglich für jeden Run die exakt gleichen Voraussetzungen zu schaffen. Als Untergrundquellen kommen u.a. die folgenden Möglichkeiten in Frage:

- Verunreinigungen des Zählrohrs (Quarz, Kathode, Klebstoff, Kontakte)
- Verunreinigungen der Zählrohrfüllung
- Einstrahlung von außen (Laborluft, γ -Strahlung aus der Abschirmung, Myonen, Neutronen)

Auf der anderen Seite sind gewisse Korrelationen zwischen den Untergrundraten nicht prinzipiell auszuschließen. In den folgenden beiden Unterabschnitten wird untersucht, ob es in den GALLEX-Daten Hinweise auf derartige Korrelationen gibt.

Das Verhältnis der Untergrundraten in den Energiefenstern

Bei einem Run mit einer hohen Gesamtuntergrundrate erhält man in der Regel sowohl für b_L als auch für b_K hohe Werte, umgekehrt erwartet man bei untergrundarmen Runs ebenfalls in beiden Energiefenstern niedrige Raten. Wenn diese Überlegungen für alle Runs zutreffen, wären b_L und b_K nicht vollständig voneinander unabhängig. Es gibt Runs, die in dieser Hinsicht eine Ausnahme bilden, allerdings sind die statistischen Fehler so groß, dass es sich auch um zufällige Abweichungen handeln könnte.

Um die Möglichkeit einer solchen Korrelation zu prüfen soll nun ein proportionaler Zusammenhang $b_K = f \cdot b_L$ angenommen werden und der Einfluss dieser wohlbemerkt sehr scharfen Bedingung auf das GALLEX-Ergebnis beobachtet werden. f sei ein für alle Runs gemeinsam geltender Faktor, der als ein freier Parameter in die Likelihoodanalyse eingeht. Zusammen mit den Backgroundraten b_L für jeden Run und der solaren Produktionsrate P ergeben sich

	Zählrohr		verwendet bei Solar Run								Nachweiswsk.	
			I		II		III	IV		ε_L	ε_K	
1	Fe	39	b35	b49	a67	a95	a127		a162	0.291	0.352	
2	Fe	43	b34	b47	a65	a93				0.298	0.363	
3	Fe	47	b31							0.290	0.356	
4	Fe	93							a163	0.324	0.382	
5	Fe	99	b41							0.277	0.337	
6	Si	102	b33	b45	a63	a91				0.305	0.346	
7	Fe	103			a73		a133		a151	0.291	0.357	
8	Si	106			a79		a125			0.314	0.358	
9	Fe	107	b29	b42	a75					0.277	0.338	
10	Si	108	b38		a71	a99	a132		a167	0.317	0.362	
11	Fe	112			a69	a97	a131		a148 a165	0.279	0.334	
12	Si	113	b32		a83		a129		a161	0.318	0.363	
13	Si	114	b39		a59		a128		a149 a166	0.310	0.346	
14	Fe	115	b36		a61	a85				0.294	0.357	
15	Fe	118	b50		a81				a146	0.286	0.351	
16	Si	119			a77	a105	a123		a158	0.317	0.368	
17	Sc	130					a121		a157	0.346	0.409	
18	Sc	136			a103		a136			0.345	0.407	
19	Sc	137			a89		a124			0.337	0.398	
20	Sc	138					a120	a135		0.340	0.396	
21	Sc	139			a101		a119			0.340	0.402	
22	Sc	140			a87					0.346	0.418	

Tabelle 3.1: Die verwendeten Zählrohre und die solaren Runs bei denen sie eingesetzt wurden.

insgesamt 67 freie Parameter. Aus der gemeinsamen Analyse aller 65 Runs erhält man das Ergebnis

$$P = 76.8_{-6.3}^{+6.4} \text{ (stat.) SNU}, \quad f = 0.582 \pm 0.045$$

welches um nur 0.8 SNU kleiner ist als das Resultat mit voneinander unabhängigen Untergrundraten. Da auch der statistische Fehler praktisch unverändert bleibt, gibt es keinen Hinweis darauf, dass mögliche Korrelationen der Untergrundraten in den Energiefenstern einen nennenswerten Einfluss haben und deshalb eine Berücksichtigung derselben notwendig wäre.

Der Untergrund der einzelnen Zählrohre

Für viele Runs wurde ein Zählrohr verwendet, das auch bei anderen Runs zum Einsatz kam. Geht man von einer gewissen Langzeitstabilität der Zählrohre aus und nimmt man an, dass die Zählrohre in der Zwischenzeit nicht kontaminiert wurden, dann sollte sich das Untergrundverhalten eines Zählrohres auch über einen längeren Zeitraum nicht wesentlich verändern. Falls diese Überlegungen zutreffen sind die Untergrundraten von Runs, die mit dem selben Zählrohr gemessen wurden, nicht voneinander unabhängig. Es soll nun die Annahme gemacht werden, dass die Untergrundraten dieser Runs gleich sind. Es sei angemerkt, dass diese Annahme die Tatsache vernachlässigt, dass diejenigen Untergrundkomponenten, deren Quelle nicht das Zählrohr ist, sich durchaus von Run zu Run ändern können. Das Ziel ist es jedoch, Hinweise auf mögliche Korrelationen zu finden, weshalb die Hypothese an dieser Stelle aufrecht erhalten werden soll.

Tab. 3.1 enthält eine Liste aller bei GALLEX verwendeten Zählrohre und die Runs bei denen sie jeweils eingesetzt wurden. Beispielsweise wurden mit Zählrohr Fe39 insgesamt sechs solare Runs gemessen, mit Zählrohr Si114 waren es fünf. In Abb. 3.6 sind die Untergrundraten

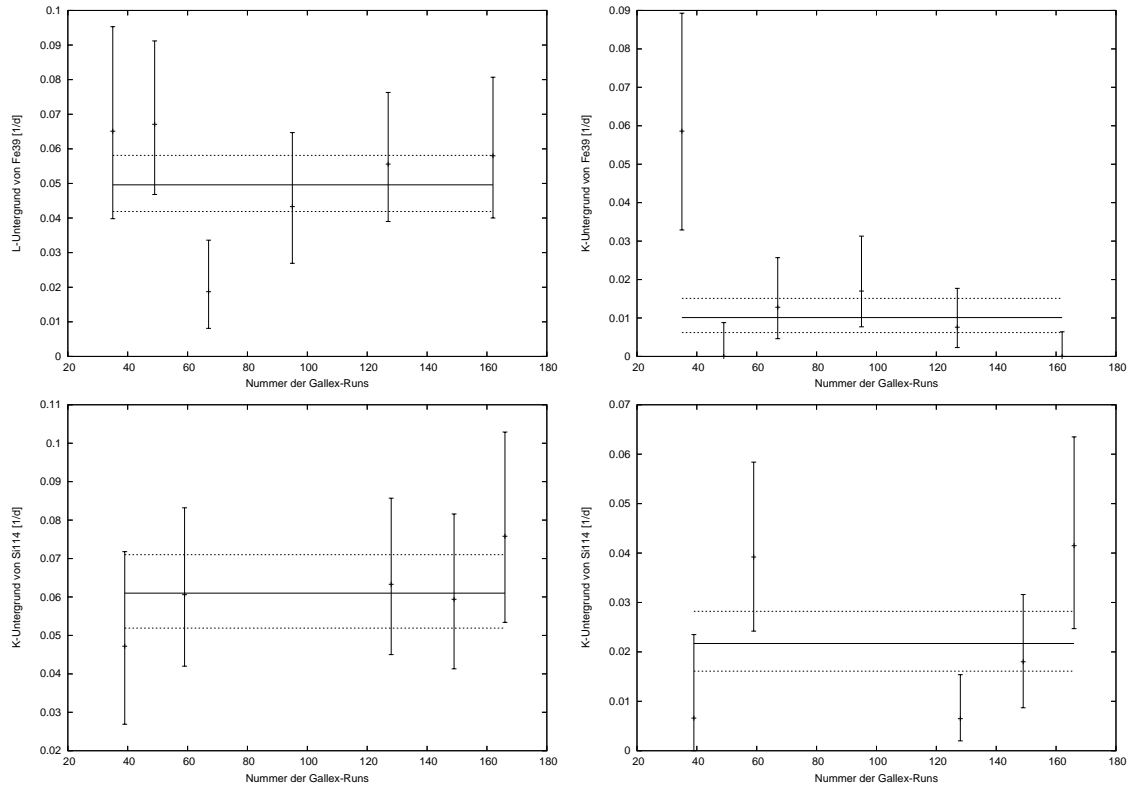


Abbildung 3.6: Untergrundraten b_L (links) und b_K (rechts) der Runs, in denen die Zählrohre Fe39 (oben) und Si114 (unten) verwendet wurden.

dieser beiden Zählrohre gezeigt, wie sie bei der Gesamtanalyse für die jeweiligen Runs ermittelt werden. Für beide Zählrohre soll nun die Hypothese eines gleichbleibenden Untergrundes überprüft werden. Dazu bietet sich ein χ^2 -Test an, dessen Resultate in Tab. 3.2 aufgelistet sind.

Die Unsicherheit in der Bestimmung der Untergrundrate eines einzelnen Runs ist natürlich sehr groß, weshalb keine klare Entscheidung gegen oder zugunsten der Hypothese zu erwarten ist. Der χ^2 zeigt jedoch, dass die Gültigkeit der Hypothese zumindest nicht völlig ausgeschlossen ist.

Für eine Gesamtauswertung der GALLEX-Daten werden nun also die Untergrundraten von Runs mit dem gleichen Zählrohr gleichgesetzt, es gilt damit $b_L(i) = b_L(j)$ und $b_K(i) = b_K(j)$, was bei 23 Zählrohren 46 freie Parameter für den Background ergibt. Für die solare Produktionsrate erhält man mit

$$P = 77.8^{+6.5}_{-6.3} \text{ (stat.) SNU}$$

ein im Vergleich zu Glg (3.1) wiederum nahezu unverändertes Ergebnis. Wir erhalten somit auch hier keinerlei Hinweise auf zu berücksichtigende Korrelationen.

Die Tatsache, dass die in diesem Abschnitt gestellten sehr strikten Forderungen an die freien Parameter so wenig Einfluss auf das Resultat für die solare Produktionsrate haben, ist ein gutes Zeichen für die Robustheit des GALLEX-Datensatzes.

	F	b_L		b_K	
		χ^2	p	χ^2	p
Fe39	5	6.9	22%	5.6	25%
Si114	4	0.7	95%	6.1	28 %

Tabelle 3.2: χ^2 -Test der Hypothese des gleich bleibenden Untergrunds der Zählrohre Fe39 und Si114. Angegeben sind der Freiheitsgrad F , der χ^2 -Wert und die dazu korrespondierende Wahrscheinlichkeit p einen höheren χ^2 -Wert zu erhalten.

3.1.6 Die GALLEX-Phasen I-IV

Aus historischen Gründen werden die 65 GALLEX-Runs oft in vier Gruppen eingeteilt, die üblicherweise mit GALLEX I - IV bezeichnet werden. Diese Unterteilung hat ihren Ursprung in verschiedenen zeitlichen Phasen des Experiments, zwischen denen die regelmäßige Durchführung von solaren Runs für einige Zeit ausgesetzt wurde, beispielsweise um das Gallium in einen anderen Tank umzufüllen oder um Quellexperimente durchzuführen.

Die Resultate, wie sie sich für diese vier GALLEX-Phasen aus der Maximum-Likelihood-Analyse ergeben, sind in Abb. 3.7 dargestellt. Die Fehlerbalken entsprechen dem statistischen Fehler (1σ). Es fällt auf, dass das Ergebnis von GALLEX III um etwa 2.2σ unter dem Gesamtergebnis liegt und das GALLEX IV Resultat sogar um 2.7σ nach oben abweicht. Überprüft man die Kompatibilität der vier Ergebnisse mit einem χ^2 -Test erhält man $\chi^2 = 12.6$, was bei 3 Freiheitsgraden eine Wahrscheinlichkeit von nur ungefähr 1% für ein zufälliges Auftreten der vorliegenden Verteilung ergibt. Es sei angemerkt, dass für den χ^2 -Test die leichten Asymmetrien der Fehler vernachlässigt wurden und für jeden Datenpunkt ein mittlerer symmetrischer Fehler angenommen wurde, den man erhält wenn man den Logarithmus der Likelihoodfunktion durch eine Parabel 2. Ordnung nähert (siehe hierzu auch Abschnitt 2.4.1).

Abgesehen vom historischen Hintergrund ist die Einteilung der Runs in gerade diese 4 Gruppen völlig willkürlich. So unterscheiden sich etwa für jede Phase die Anzahl der beinhalteten Runs, so dass beispielsweise der GALLEX II-Phase mit den meisten Runs ein höheres statistisches Gewicht zukommt. Eine beliebige andere Zusammenstellung der einzelnen Runs sollte innerhalb des Rahmens statistischer Fluktuationen keine signifikante Veränderung der Ergebnisverteilung ergeben, was in [GX4 99] untersucht und beschrieben wird. Tatsächlich beobachtet man jedoch bei anderen Einteilungen der Runs in 4 Gruppen deutlich kleinere Abweichungen und ermittelt mit χ^2 -Tests Wahrscheinlichkeitswerte von 10% und mehr. Die großen Abweichungen der Ergebnisse von GALLEX III und IV sind demnach eine Eigenschaft der speziellen Zusammenstellung der Runs, was darauf hindeutet, dass wirklich ein systematischer Einfluss vorliegt. Ich werde deshalb im nächsten Abschnitt auf diesen Punkt noch einmal zurückkommen.

3.2 Auswertung mit der Pulsformanalyse

Die im vorangegangenen Abschnitt durchgeführte Datenanalyse des GALLEX-Experiments soll nun wiederholt werden, allerdings wird zur Ereignisauswahl anstelle des Anstiegszeitkriteriums die in Abs. 2.6.2 beschriebene Pulsformanalyse verwendet. Die übrigen Cuts (Radon, Noise, Energie, NaI-Veto) sowie die Behandlung der ^{68}Ge -Ereignisse werden unverändert beibehalten. Für die Runs b41 und b42 können wie im vorangegangenen Abschnitt die Pulsforminformationen nicht verwendet werden, weshalb eine Ereignisselektion nur nach den Energieinformationen vorgenommen wird.

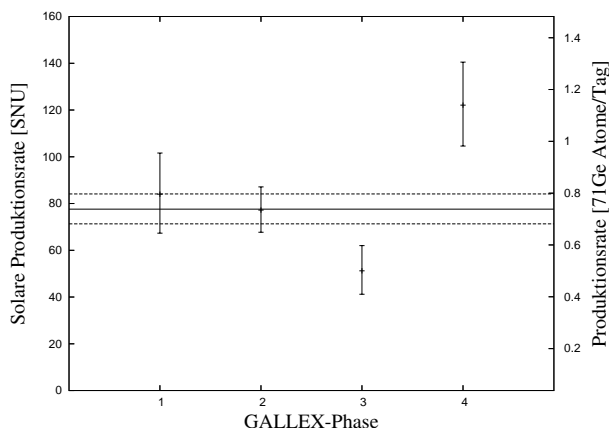


Abbildung 3.7: Die Ergebnisse der vier GALLEX-Phasen. Die Fehlerbalken entsprechen dem 1σ des statistischen Fehlers. Als durchgezogene Linie ist das Gesamtergebnis mit eingezeichnet, die gestrichelten Linien entsprechen wiederum eine Abweichung von 1σ (statistisch).

3.2.1 Gesamtanalyse

Aus den 65 solaren Runs verbleiben durch das Auswahlverfahren 726 L-Ereignisse und 452 K-Ereignisse als ^{71}Ge -Kandidaten. Das sind rund 10% weniger als bei Verwendung des Anstiegszeitkriteriums, was nicht nur wegen der niedrigeren Nachweiswahrscheinlichkeiten bei der Pulsformanalyse insbesondere für K-Ereignisse zu erwarten ist, sondern auch durch eine schärfere Untergrunddiskriminierung hervorgerufen wird. Das Mengendiagramm in Abb. 3.8 zeigt, wieviele Ereignisse von den beiden verwendeten Auswahlverfahren unterschiedlich bewertet werden. Dabei steht die rote Farbe für die Anstiegszeitmethode und die blaue für die Pulsformanalyse (diese Farbwahl soll auch im Folgenden beibehalten werden). Im unteren Teil der Abbildung sind die akzeptierten Ereignisse im Energie-Anstiegszeit-Diagramm gezeigt (vergleiche hierzu auch Abb. 3.2). Man erkennt, dass bei kurzen Anstiegszeiten kaum Unterschiede in der Ereignisauswahl vorliegen, es bei längeren Anstiegszeiten aber zu deutlichen Diskrepanzen kommt. Die nach der Pulsformanalyse akzeptierten Ereignisse aller 65 solaren Run werden zur Maximum-Likelihood-Analyse herangezogen, wobei wie in 3.1.2 die Untergrundrate in den Energiefenstern b_L und b_K als voneinander unabhängige Parameter angenommen werden und man somit zusammen mit der allen Runs gemeinsamen solaren Produktionsrate P die Likelihoodfunktion nach 131 freien Parametern maximiert. Man erhält

$$P = \left[73.1_{-6.0}^{+6.1} (\text{stat.})_{-4.1}^{+3.7} (\text{syst.}) \right] \text{ SNU} . \quad (3.3)$$

Angegeben ist wiederum 1σ des statistischen Fehlers (siehe 2.4.1) und des systematischen Fehlers (siehe 2.7). Dieser statistische Fehler ist etwas kleiner als beim Gesamtergebnis der Anstiegszeitanalyse in Glg (3.1), die relativen statistischen Fehler betragen jedoch bei beiden Methoden ungefähr 8.3% und sind damit einander sehr ähnlich. Das Ergebnis ist um 4.5 SNU kleiner als das Resultat der Anstiegszeitmethode womit die beiden Ergebnisse weniger als 1σ (stat.) voneinander entfernt liegen. Bei einem derartigen Vergleich ist allerdings der statistische Fehler nicht geeignet um die Übereinstimmung oder Abweichung zweier Resultate zu beurteilen, denn in diesem Fall liegen ja beiden Analyseverfahren derselbe Datensatz zugrunde, weshalb man nicht zwei unabhängige Resultate vergleicht. Auch die Ähnlichkeit des der Ereignis Selektion zugrunde liegenden Prinzips lässt eine starke Korrelation vermuten. Aus diesem Grund ist die Abweichung von 4.5 SNU durchaus bemerkenswert und soll im Folgenden genauer durchleuchtet werden.

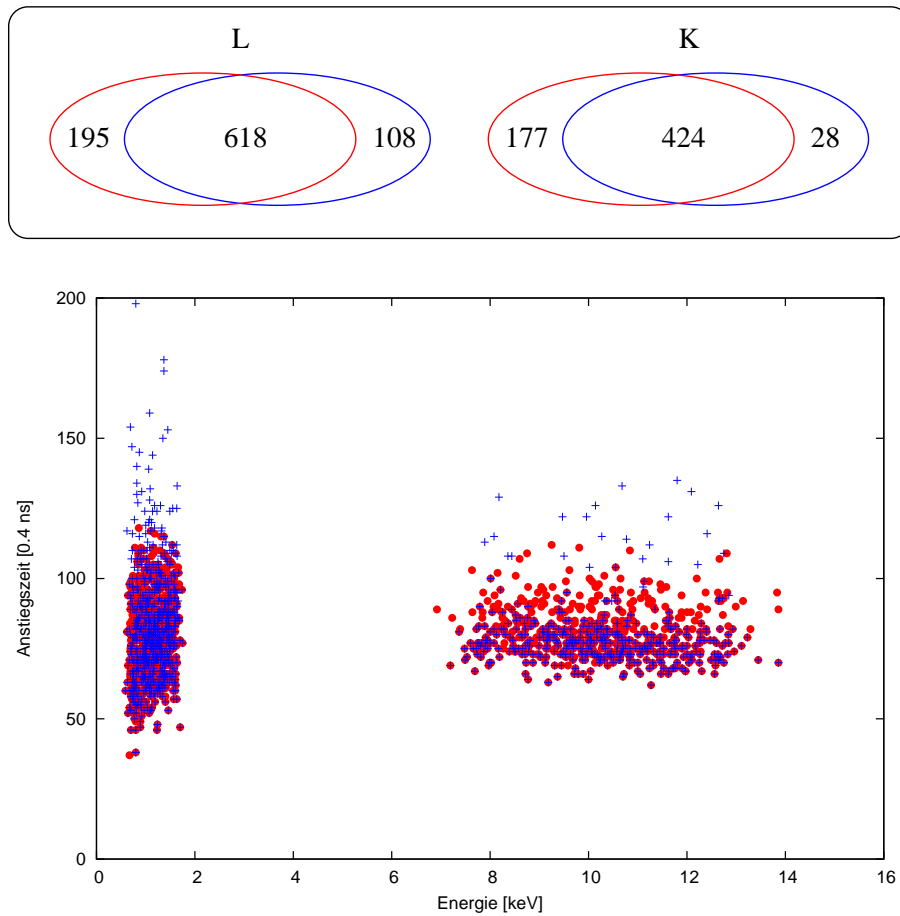


Abbildung 3.8: Unterschiedliche Ereignisauswahl mit der Anstiegszeitmethode (rot) und der Pulsformanalyse (blau).

3.2.2 Einzelrunauswertung und GALLEX I-IV

Die 65 solaren Runs werden einzeln mit der Pulsformanalyse ausgewertet. Die Ergebnisse sind in Abb. 3.9 aufgetragen (blau) und in den Tabellen in Anhang A.3 aufgelistet. Mit dem in Abschnitt 3.1.4 beschriebenen Kolmogorov-Smirnov-Test wird auch hier geprüft, ob die Ergebnisse normalverteilt vorliegen. Die Testgrößen ergeben sich zu $D = 0.54$ und $I = 6.2$ wodurch die Erwartung bestätigt wird.

Zum Vergleich sind die mit der Anstiegszeitmethode ermittelten Resultate ebenfalls in der Abbildung eingezeichnet (rot). Angesichts der großen statistischen Unsicherheiten der Ergebnisse der einzelnen Runs ist es nicht weiter verwunderlich, dass es in einigen Fällen zu recht großen Unterschieden kommt. Man muss sich vergegenwärtigen, dass bereits die Akzeptanz bzw. das Verwerfen eines einzigen Ereignisses je nach dem Zeitpunkt seines Auftretens einen Unterschied von über 10 SNU verursachen kann. Um die auftretenden Unterschiede besser beurteilen zu können, wurden in Abb. 3.10 die Ergebnisse der beiden unterschiedlichen Methoden gegeneinander aufgetragen. Man erhält wie erwartet eine Streuung um die Winkelhalbierende mit einer klar erkennbaren Korrelation, wobei auffällt, dass die Ergebnisse der Runs von GALLEX IV (dargestellt durch rote Punkte) eine klare Tendenz zu größeren Resultaten mit der Anstiegszeitanalyse aufweisen.

Um diese Beobachtung zu verifizieren werden die GALLEX - Phasen I-IV mittels der Pulsform-

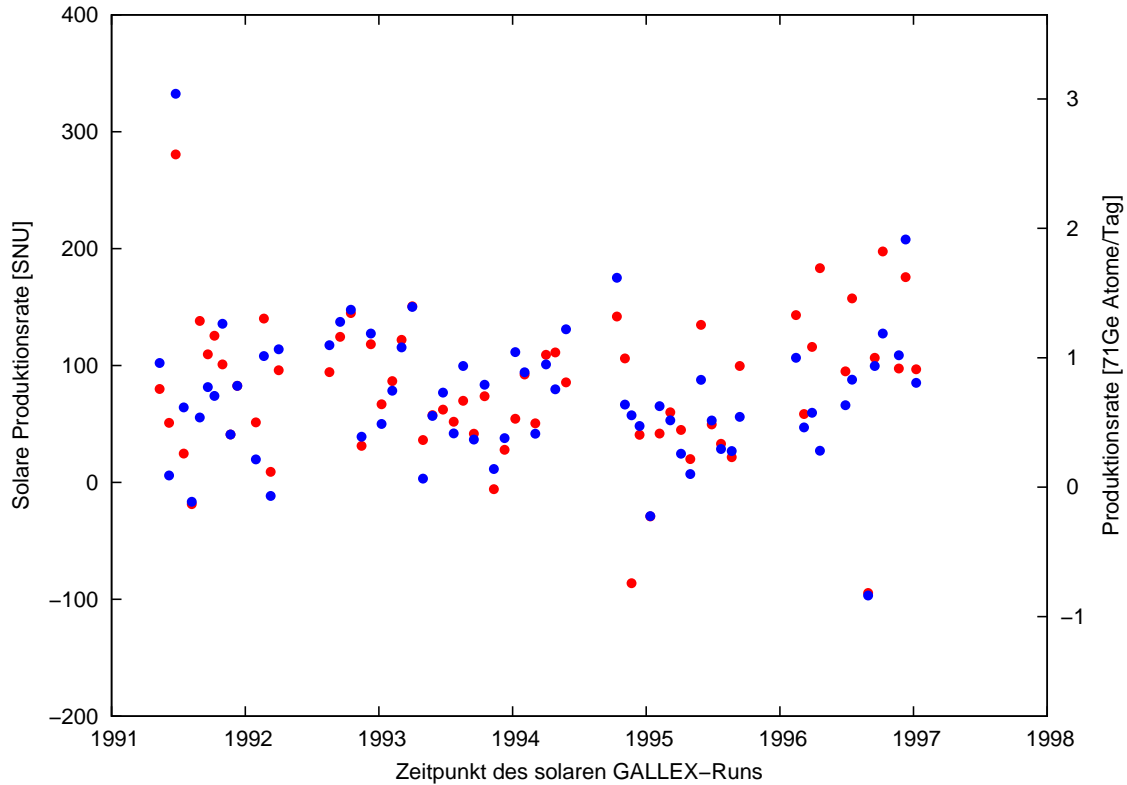


Abbildung 3.9: Die Ergebnisse der einzelnen Runs, ausgewertet mit Anstiegszeit (rot) und Pulsformanalyse (blau). Der besseren Übersicht wegen wurden die Fehlerbalken weggelassen, sie betragen rund ± 50 SNU (siehe auch Abb. 3.3 und die Tabellen in A.3).

analyse ausgewertet, in dem die einzelnen Runs wie in Abschnitt 3.1.6 beschrieben in Gruppen zusammengefasst werden. Die Ergebnisse dieser Analyse werden in Abb. 3.11 gezeigt (blau). Zum Vergleich sind die mit der Anstiegszeitmethode gewonnenen Ergebnisse ebenfalls eingezeichnet (rot). Die Unterschiede in den Resultaten der Phasen I, II, und III sind gering und bestätigen die Erwartung, dass die beiden unterschiedlichen Analysemethoden einander ähnliche Ergebnisse hervorbringen. Im Gegensatz dazu ist die große Abweichung des GALLEX IV - Ergebnisses extrem auffällig. Die statistischen 1σ -Fehlerbalken überlappen zwar gerade noch, doch leider kann auch in diesem Fall der statistische Fehler nicht zu Beurteilung der Abweichung herangezogen werden da es sich nicht um unabhängige Resultate handelt. Die Korrelation und ihr Einfluss ist quantitativ nur schwer zu erfassen, aber um zumindest eine Abschätzung ihrer Größe zu erhalten vergleichen wir noch einmal die verschiedenen Ergebnisse der einzelnen Runs aus den GALLEX-Phasen I, II und III (siehe Abb. 3.10). Der lineare Korrelationskoeffizient r_{xy} ist definiert durch

$$r_{x,y} = \frac{\text{cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} \quad \text{mit} \quad \text{cov}(x,y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

und ergibt in unserem Fall $r_{xy} = 0.826$ (bei maximaler Korrelation ergäbe sich der Wert $r_{xy} = 1$). Das Bestimmtheitsmaß r_{xy}^2 gibt an, welcher Anteil der Varianz (σ^2) von y auf die Varianz von x zurückzuführen ist (oder umgekehrt). Wir erhalten $r_{xy}^2 = 0.682$, das heißt nur knapp ein Drittel der Varianz ist auf statistische Streuung zurückzuführen. Wenn man

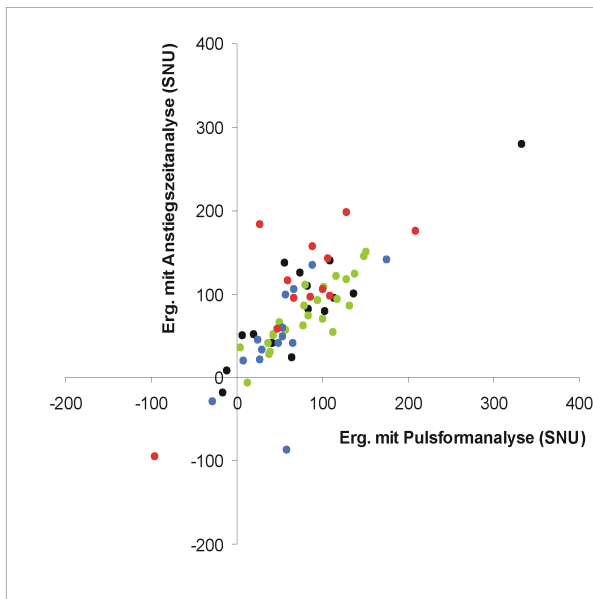


Abbildung 3.10:

Die Ergebnisse der einzelnen Runs mit der Anstiegszeitanalyse und der Pulsformanalyse im Vergleich. Die Farben stehen für die jeweilige GALLEX-Phase: I schwarz, II grün, III blau, IV rot.

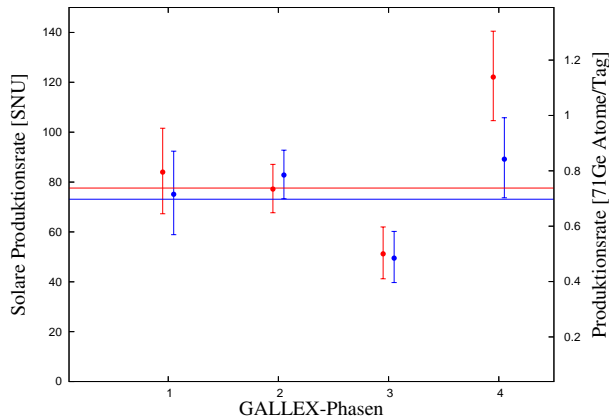
dieses Maß an Korrelation aus den ersten drei GALLEX-Phasen auch für GALLEX IV erwartet, erscheint es recht unwahrscheinlich, dass die Differenz der beiden GALLEX IV - Ergebnisse von 33 SNU die Folge von zufälligen Fluktuationen ist.

Betrachten wir die Kompatibilität der Ergebnisse der vier GALLEX-Phasen untereinander, so hatten wir in Abschnitt 3.1.6 gesehen, dass die mit der Anstiegszeitanalyse gewonnene Ergebnisverteilung nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% durch zufällige Fluktuationen zustande kommt. Mit der Pulsformanalyse erhält man durch den kleineren GALLEX IV - Wert eine deutlich bessere Übereinstimmung von rund 7% ($\chi^2 = 7.2$ bei 3 Freiheitsgraden unter der Annahme von symmetrischen Fehlern).

Falls der Unterschied in den GALLEX IV - Resultaten nicht zufällig zustande kommt, stellt sich natürlich die Frage nach möglichen Gründen. Da für die Phasen I, II, und III die Ergebnisse der beiden verschiedenen Methoden sehr ähnliche Ergebnisse liefern, scheinen beide Analyseverfahren prinzipiell zu funktionieren. Demnach kann man grundlegende systematische Fehler (beispielsweise bei der Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeiten) weitgehend ausschließen. Die Ursache muss vielmehr in den GALLEX IV - Runs selbst liegen. Aus Sicht der experimentellen Prozedur wurde bei den Runs von GALLEX IV in exakt der gleichen Weise vorgegangen wie bei allen anderen Runs auch. Es gibt auch keine Anzeichen für eine ungewöhnliche Untergrundsituation, wie zum Beispiel eine extrem hohe Radon-Verunreinigung oder eine neue, bei den früheren Runs nicht vorhandene Untergrundkomponente. In einem Punkt gibt es aber bei GALLEX IV tatsächlich einen Unterschied, und es soll im Folgenden untersucht werden, ob er eine mögliche Ursache für die beobachteten Diskrepanzen ist.

3.2.3 Triggerproblem

Es gibt unter den zwölf GALLEX IV - Runs acht Runs (a148, a150, a151, a158, a160, a161, a165, a168), in denen ein Problem bei der Triggereinstellung vorlag. Aufgrund von elektronischen Störungen musste die Triggerschwelle etwas höher als üblich eingestellt werden, weshalb bei Ereignissen mit sehr kleiner Energie die Pulsaufzeichnung mit dem Transientenrekorder zu spät ausgelöst wurde. In diesen Fällen fehlt in der Aufzeichnung der Anfang der Pulsform



	Anstiegszeit- analyse [SNU]	Pulsform- analyse [SNU]
I	$84.0^{+17.6}_{-16.7}$	$75.1^{+17.3}_{-16.2}$
II	$77.2^{+9.9}_{-9.5}$	$82.8^{+10.0}_{-9.5}$
III	$51.2^{+10.8}_{-10.0}$	$49.5^{+10.7}_{-9.8}$
IV	$122.1^{+18.4}_{-17.5}$	$89.2^{+16.6}_{-15.5}$

Abbildung 3.11: Vergleich der Ergebnisse der GALLEX-Phasen I - IV aus der Anstiegszeitanalyse (rot) und der Pulsformanalyse (blau). Für die Fehlerbalken wurden die in der Tabelle angegebenen statistischen Fehler (1σ) verwendet.

sowie der flache Vorlauf (Grundlinie).

Für die Datenanalyse wird das Problem gelöst (siehe z.B. [Gx4 99]), in dem durch Vergleich der Pulsamplitude mit dem aufgezeichneten ADC-Wert die Lage der Grundlinie geschätzt wird. Dadurch ist es möglich festzustellen, ab welcher Energie die Ereignisse vollständig aufgezeichnet wurden und lediglich der Vorlauf fehlt. Dieser Energiewert wird nun als neue untere Akzeptanzgrenze für L-Ereignisse definiert. Die Nachweiswahrscheinlichkeit für L-Ereignisse wird dadurch um einige wenige Prozent reduziert.

Wegen des Fehlens der Grundlinie müssen die Vorgehensweisen bei der Ereignisauswahl leicht modifiziert werden. Bei der Anstiegszeitmethode wird die Grundlinie benötigt um die Amplitude des Pulses und daraus die 10%- und 70%-Marken zu ermitteln. Um Störeinflüsse zu vermeiden wird dabei normalerweise das Signal über die ersten 12 ns gemittelt, was bei fehlender Grundlinie natürlich nicht möglich ist. Dadurch ist die Ermittlung der Null-Linie einem erhöhten Einfluss von Rausch- und Störsignalen ausgesetzt.

Auch bei der Pulsformanalyse wird der Vorlauf benötigt, und zwar um die Stetigkeitsbedingung der zeitlichen Ableitung des Signals an den Intervallgrenzen zu erfüllen (siehe auch Abschnitt 2.6.2). Falls das Signal bereits zu Beginn der Aufzeichnung ansteigt ist die Stetigkeitsbedingung verletzt und es ergeben sich Probleme bei der Fouriertransformation und der Entfaltungsoperation. Um diese zu umgehen, wird ein künstlicher Vorlauf erzeugt, in dem 50 zusätzliche Datenpunkte mit dem ersten Signalwert dem Puls vorausgeschickt werden. Diese Operation ist aber unbedenklich, denn die Parameter der Pulsformanalyse werden von der genauen Lage der Null-Linie nicht oder zumindest kaum beeinflusst.

Da bei Cer-Ereignissen, die zur Bestimmung der Anstiegszeitfenster bzw. der Pulsform-Parameter Grenzen herangezogen werden, dieselben Effekte auftreten, ist trotz der Modifikationen eine korrekte Eichung zu erwarten. Unter Umständen erhält man eine etwas schlechtere Untergrundunterdrückung, aber Gründe für eine systematische Verfälschung des Ergebnisses sind keine zu erkennen. Um diese Vermutung auch mit einem Test zu überprüfen, werden im nächsten Abschnitt die Ereignisse aus L- und K-Energiefenster getrennt und zwei unabhängige Datenanalysen durchgeführt. Da das Triggerproblem nur für L-Ereignisse eine Rolle spielt, sollten sich damit zusammenhängende mögliche Effekte nur im L-Ergebnis wiederfinden, wäh-

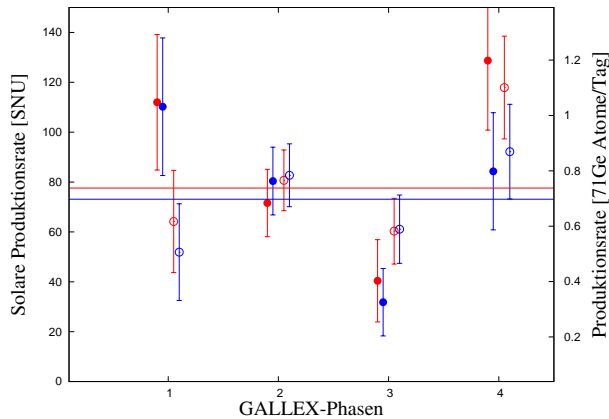


Abbildung 3.12: Die Ergebnisse der GALLEX-Phasen I-IV mit getrennter Analyse für L- und K-Ereignisse. Offene Kreise stehen für K-Ereignisse, die ausgefüllten Punkte für L-Ereignisse.

rend das K-Resultat unbeeinflusst bleibt.

3.2.4 Getrennte Analysen von L- und K-Ereignissen

Eine solche getrennte Analyse ist nicht nur aus den eben genannten Gründen interessant, sondern auch im Hinblick auf die Konsistenz der Datenanalyse von Bedeutung. Die Ereignisse in den beiden Energiefenstern L und K haben, wie wir bereits gesehen haben, unterschiedliche Eigenschaften, die bei den Methoden zur Ereignisauswahl berücksichtigt werden. Zu nennen sind hier vor allem die Störungseinflüsse bei den niederenergetischen L-Ereignissen und das Auftreten von Doppelionisationen unter den K-Ereignissen. Es soll nun überprüft werden, ob durch die unterschiedliche Behandlung der beiden Ereignisarten signifikante Unterschiede im Ergebnis auftreten, denn Letzteres würde auf einen systematischen Fehler bei der Bewertung der Ereignisse des einen oder des anderen Energiefensters hindeuten.

Die GALLEX-Phasen I-IV werden mit beiden Analysemethoden ausgewertet, wobei entweder ausschließlich L- oder K-Ereignisse berücksichtigt werden. Die Ergebnisse sind in Abb. 3.12 gezeigt. Betrachten wir zunächst die Ergebnisse der Phasen I, II, und III. Hier treten beim Vergleich von L- und K-Ergebnissen zwar gewisse Unterschiede auf, im Hinblick auf die statistischen Unsicherheiten sind die Differenzen jedoch nicht außergewöhnlich. Auch beim Vergleich der unterschiedlichen Analysemethoden gibt es keine Auffälligkeiten.

Bei GALLEX IV fällt natürlich wieder der Unterschied zwischen Anstiegszeit- und Pulsformanalyse auf, und zwar sowohl bei L- als auch bei K-Ereignissen. Die Differenzen der beiden K-Analysen sind zwar kleiner als die der L-Analysen, aber dennoch vorhanden. Das deutet darauf hin, dass das im vorangegangenen Abschnitt besprochene Triggerproblem zumindest nicht die alleinige Ursache für die GALLEX IV - Differenzen ist.

Führt man eine Gesamtanalyse aller Runs für ausschließlich L- bzw. K-Ereignisse durch, so lauten die die Ergebnisse bei Anwendung der Anstiegszeitmethode

$$L : 77.2^{+10.3}_{-9.9} \text{ SNU} \quad K : 77.9^{+8.9}_{-8.4} \text{ SNU}$$

und mit der Pulsformanalyse

$$L : 71.8^{+9.7}_{-9.3} \text{ SNU} \quad K : 74.9^{+8.3}_{-7.9} \text{ SNU} .$$

Die Übereinstimmung zwischen L- und K-Ergebnissen ist in beiden Fällen recht gut.

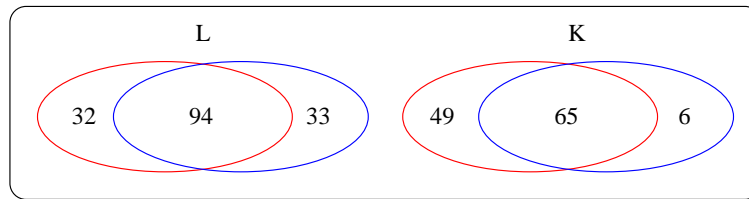


Abbildung 3.13: Unterschiedliche Ereignisauswahl bei GALLEX IV durch die Anstiegszeitmethode (rot) und die Pulsformanalyse (blau).

An dieser Stelle sollen noch einmal die Unterschiede in der Ereignisauswahl vor allem im Hinblick auf L-Ereignisse untersucht werden. Abb. 3.13 zeigt das Mengendiagramm für alle Ereignisse aus GALLEX IV. Dabei fällt auf, dass die verschiedenen Auswahlmethoden die praktisch gleiche Gesamtzahl an L-Ereignissen akzeptieren. Die Unterschiede in den Resultaten werden also nicht dadurch verursacht, dass die eine oder andere Methode mehr oder weniger Ereignisse auswählt. Es sind vielmehr die Zeitpunkte der Ereignisse, die bei der Maximum-Likelihood-Analyse zu unterschiedlichen Resultaten führen. Dabei akzeptiert die Pulsformanalyse eher spätere Ereignisse, was zu einer höheren Untergrundrate und gleichzeitig kleineren Produktionsrate führt. Das ist bemerkenswert, denn in den Phasen I, II, III ist die Untergrundrate bei der Pulsformanalyse tendenziell eher kleiner als mit der Anstiegszeitmethode (siehe Abb. 3.14).

In Abb. 3.15 sind einige Ereignisse aus GALLEX IV abgebildet. Die beiden oberen Beispiele werden von der Pulsformanalyse akzeptiert, aber nicht von der Anstiegszeitanalyse. Bei den beiden unteren Beispielen ist es umgekehrt. Es sind jedoch keine auffälligen Verhaltensmuster zu erkennen, die eine Erklärung für die beobachteten Differenzen liefern könnten. Auch die Durchsicht aller anderen Ereignisse mit unterschiedlicher Bewertung führte zu keinen neuen Erkenntnissen.

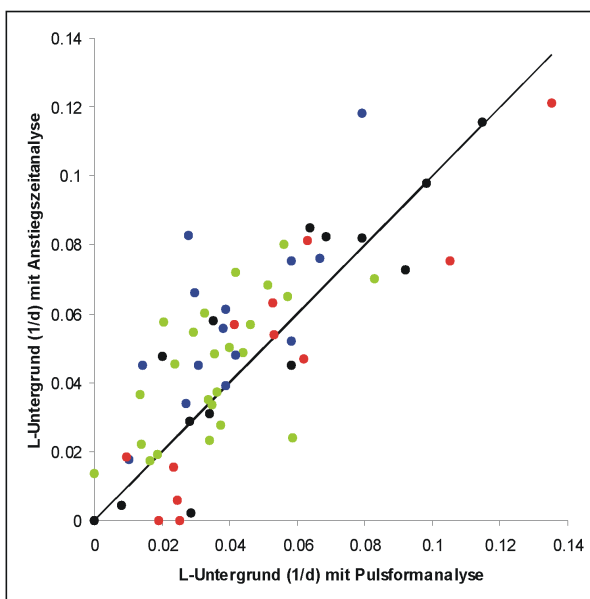


Abbildung 3.14:

Der L-Untergrund der einzelnen Runs mit der Anstiegszeitanalyse und der Pulsformanalyse im Vergleich. Die Farben stehen für die jeweilige GALLEX-Phase: I schwarz, II grün, III blau, IV rot.

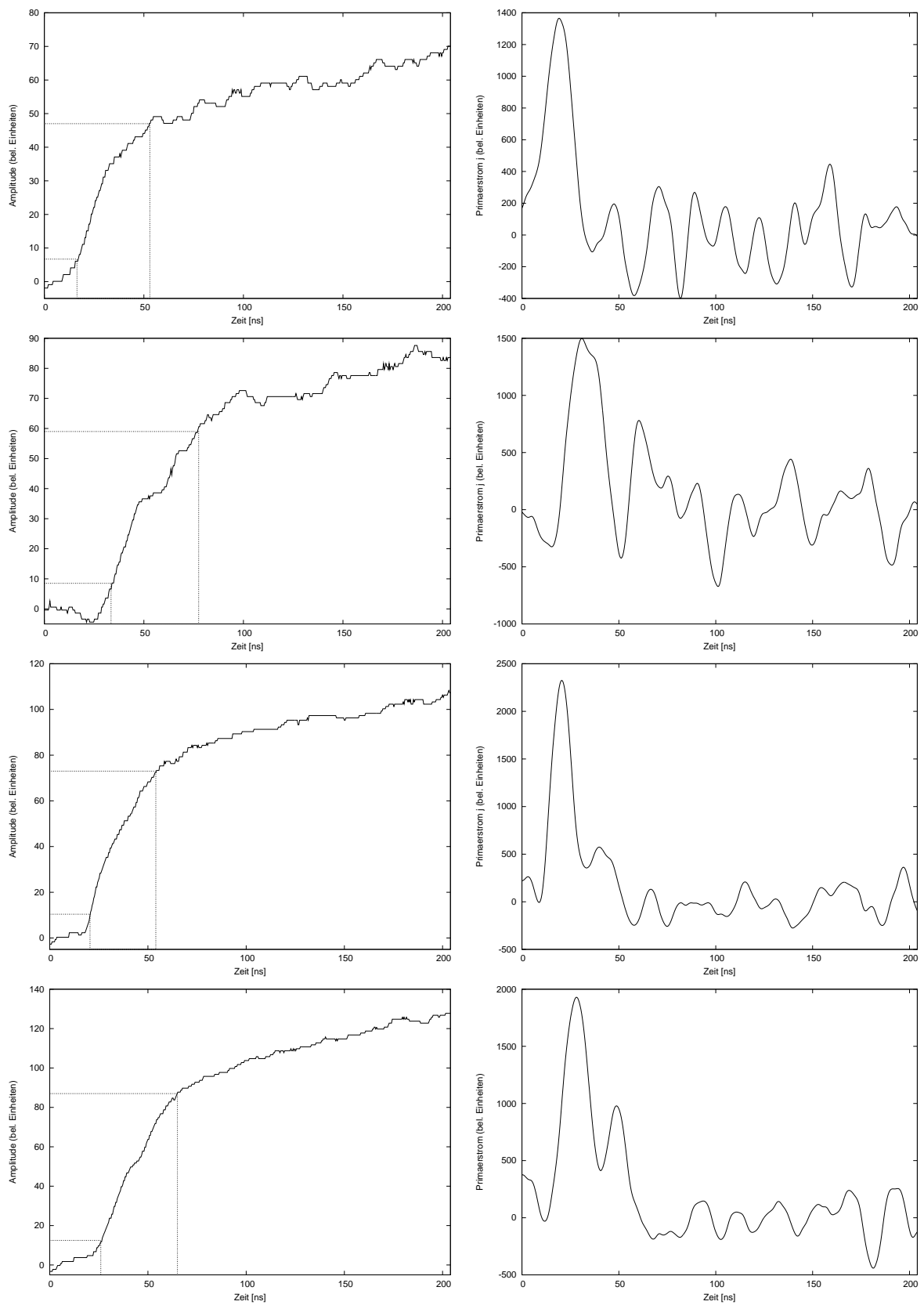


Abbildung 3.15: Beispiele für unterschiedliche Ereignisauswahl.

3.3 Vergleich mit GNO

Das GALLEX-Experiment wurde von 1998 bis 2003 durch das GNO-Experiment fortgesetzt. Durch den Einsatz einer verbesserten Elektronik war eine deutlich störungsfreiere Signalaufzeichnung möglich. Abb. 3.16 zeigt einen typischen L-Puls, der mit dem GNO-Messsystem aufgezeichnet wurde. Außer einem unproblematischen hochfrequenten Grundrauschen sind keinerlei Störeinflüsse zu erkennen. Die Ereignisauswahl basiert auf einer Pulsformanalyse, bei der eine Musterpulsform an die Daten gefittet wird. Wie in Kapitel 2 dieser Arbeit beschrieben, setzt sich das theoretisch erwartete Signal zusammen aus einer Faltung der idealen Pulsform $P_\delta(t)$ und einem als gaußförmig angenommen Primärstrom $j(t)$

$$P(t) = P_0 \ln \left(1 + \frac{t}{\tau} \right) , \quad j(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left(-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma^2} \right)$$

sowie der Antwortfunktion der Elektronik $H_\delta(t)$. Der Fit wird durch Minimierung von χ^2 mit den freien Parametern P_0 , τ , t_0 und σ durchgeführt. Die Ereignisselektion erfolgt anhand der Fitparameter durch ein neuronales Netzwerk, dass zuvor mit einer großen Zahl von Referenzereignissen trainiert wurde [Pan 04].

GNO hat in drei Phasen (I, II, III) insgesamt 58 solare Runs durchgeführt. Das Gesamtergebnis von GNO für die solare Produktionsrate lautet [GNO 05]

$$P = [62.9_{-5.3}^{+5.5}(\text{stat.}) \pm 2.5(\text{syst.})] \text{ SNU} .$$

Kombiniert man dieses Ergebnis mit dem GALLEX-Resultat aus der Pulsformanalyse

$$P = [73.1_{-6.0}^{+6.1}(\text{stat.})_{-4.1}^{+3.7}(\text{syst.})] \text{ SNU}$$

so erhält man

$$P = [67.5 \pm 4.0(\text{stat.}) \pm 3.2(\text{syst.})] \text{ SNU} . \quad (3.4)$$

Hier wurde eine gewichtete Mittelung nach den näherungsweise symmetrischen statistischen Fehlern durchgeführt. Der angegebene systematische Fehler wurde als einfacher Mittelwert der einzelnen systematischen Fehler berechnet.

In Abb. 3.17 sind die Ergebnisse der drei Phasen GNO I, II, III zusammen mit den Ergebnissen der vier GALLEX-Phasen aufgetragen. Die GNO-Ergebnisse liegen tendenziell etwas niedriger

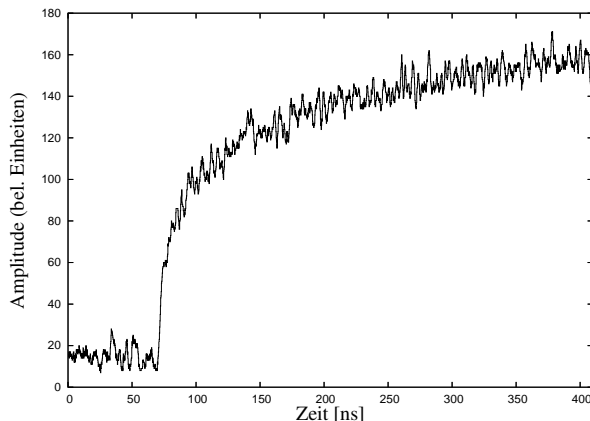


Abbildung 3.16:
Mit der GNO-Elektronik aufgezeich-
neter typischer L-Puls.

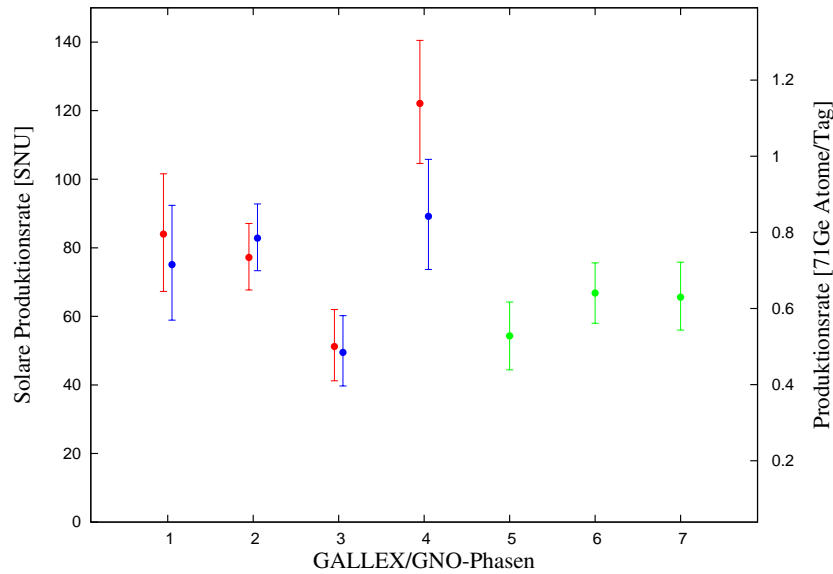


Abbildung 3.17: Die Ergebnisse der vier GALLEX-Phasen, die sich aus der Anstiegszeitmethode (rot) und der Pulsformanalyse (blau) ergeben, im Vergleich zu den Resultaten der drei GNO-Phasen (grün). Die Fehlerbalken entsprechen 1σ der statistischen Fehler.

als die GALLEX-Werte, doch im Rahmen der Unsicherheiten stimmen sie mit den aus der Pulsformanalyse gewonnenen GALLEX-Ergebnissen überein. Betrachtet man nur die in der Abbildung eingezeichneten statistischen Fehler und führt einen χ^2 -Test mit den 7 Ergebnissen durch, erhält man $\chi^2 = 9.5$. Dies ergibt bei 6 Freiheitsgraden eine Wahrscheinlichkeit von 10.5%. Dies ist ein gutes Resultat, denn man sollte darüber hinaus bedenken, dass GNO und GALLEX durchaus unterschiedlichen systematischen Einflüssen unterliegen können, die beim χ^2 -Test nicht berücksichtigt werden.

Betrachtet man hingegen die mit der Anstiegszeitmethode ermittelten GALLEX-Resultate im Zusammenhang mit den GNO-Phasen, so fällt das hohe GALLEX IV - Ergebnis noch deutlicher als bisher auf. Die Differenz zum gemeinsamen GALLEX+GNO-Ergebnis in Glg (3.4) beträgt über 3σ . Ein χ^2 -Test der 7 Ergebnisse ergibt $\chi^2 = 15.8$, was bei 6 Freiheitsgraden einer verschwindenden Wahrscheinlichkeit gleichkommt. Eine Erklärung ohne die Annahme von zusätzlichen systematischen Einflüssen ist nahezu unmöglich.

Auch wenn die Unterschiede in den Ergebnissen der GALLEX IV - Phase zwischen Pulsform- und Anstiegszeitanalyse im Rahmen dieser Arbeit nicht restlos geklärt werden konnten, so sprechen die Argumente doch recht eindeutig für die Ergebnisse der Pulsformanalyse. Diese zeichnet sich durch eine höhere Stabilität gegenüber Störeinflüssen aus, ergibt niedrigere Untergrundraten, wird durch das Triggerproblem nicht beeinflusst und weist eine deutlich bessere Kompatibilität mit den übrigen Ergebnissen auf.

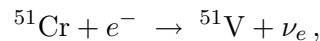
Kapitel 4

Quellexperimente

Um die einwandfreie Funktionsweise und insbesondere die Nachweiswahrscheinlichkeiten eines Neutrinoexperimentes zu überprüfen, ist es am Besten, den Detektor mit Hilfe einer künstlichen Neutrinoquelle einem hohen und exakt bekannten Neutrinofluss auszusetzen. Die GALLEX-Kollaboration hat mit Hilfe einer ^{51}Cr -Quelle zwei derartige Quellexperimente durchgeführt [GXS 98]. Sie fanden von Juni bis Oktober 1994 bzw. von Oktober 1995 bis Februar 1996 statt, also zwischen den GALLEX-Phasen II und III bzw. III und IV. Die Messung des solaren Neutrinoflusses musste während dieser Zeiträume unterbrochen werden.

4.1 Beschreibung der GALLEX-Chromexperimente

Das Chromisotop ^{51}Cr zerfällt mit einer Lebensdauer von $\tau_{51} = 39.97 \text{ d}$ durch Elektroneneinfang



wobei bei 90% der Zerfälle die Energie des Neutrinos rund 750 keV beträgt. Lediglich zu 10% entsteht ein angeregter Zustand, bei dessen Übergang in den Grundzustand ein Photon mit $E_\gamma = 320 \text{ keV}$ emittiert wird (siehe hierzu auch das Zerfalls-Schema in Abb. 4.1). In diesen Fällen entfallen auf das Neutrino $E_\nu = 430 \text{ keV}$. Der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion derartiger Neutrinos mit ^{71}Ga beträgt $\sigma = 58.1_{-1.6}^{+2.1} \times 10^{-46} \text{ cm}^2$ [Bah 97].

Die Neutrinoquellen wurde durch Bestrahlung mit Neutronen am Siloe-Reaktor in Grenoble hergestellt. Als Ausgangsmaterial wurden 36 kg Chrom verwendet, in dem das Isotop ^{50}Cr zu 38.6% angereichert vorlag. Durch Neutroneneinfang entsteht das Isotop ^{51}Cr . Mit

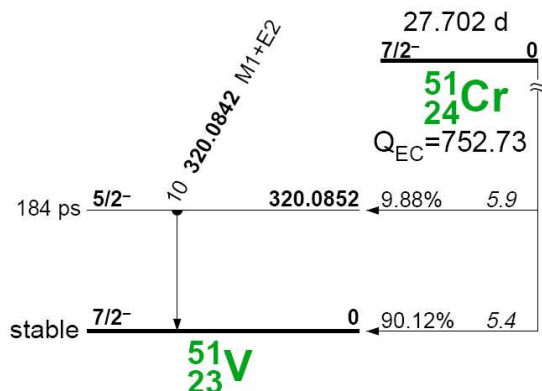


Abbildung 4.1:
Schema des ^{51}Cr -Zerfalls [Toi 96].

Absolute Nachweiswsk.	$\pm 2.9\%$
Energie-Cut	$\pm 2.0\%$
Anstiegszeit/Pulsform	$\pm 2.0\%$
Chemische Ausbeute	$\pm 2.1\%$
Targetmasse	$\pm 0.8\%$
Sonne+Nebenreaktionen	$\pm 0.8\%$
Summe	$\pm 4.7\%$

Tabelle 4.1:
Beiträge zum systematischen Fehler
der GALLEX-Quellexperimente.

Bestrahlungsdauern von rund einem Monat erhielt man auf diese Weise Neutrinoquellen mit Aktivitäten von jeweils etwa 60 PBq. Um eine möglichst präzise Bestimmung der Aktivitäten zu erhalten, wurden die Quellen mit verschiedenen, voneinander unabhängigen Methoden untersucht, die an dieser Stelle nur kurz aufgezählt werden sollen:

- Messung der γ -Aktivität bei 320 keV
- Messung der thermischen Energie mittels eines Kalorimeters.
- Chemische Bestimmung des Anteils des Tochteratoms Vanadium, der durch den Chromzerfall während der Bestrahlung entstanden ist.
- Messung des Neutronenflusses während der Bestrahlung.

Kombiniert man die aus diesen Untersuchungen erhaltenen Ergebnisse, so erhält man für die beiden Quellen die Aktivitäten

$$A_1 = 63.4_{-1.6}^{+1.1} \text{ PBq} \quad \text{und} \quad A_2 = 69.1_{-2.1}^{+3.3} \text{ PBq} . \quad (4.1)$$

Zur Durchführung des Chromexperiments wurden die Neutrinoquellen in einer dafür vorgesehenen Röhre im Inneren des Galliumtanks platziert. Anschließend wurde die exakt gleiche Prozedur angewendet wie sie auch bei den solaren GALLEX-Runs durchgeführt wurde. Nach einer gewissen Exponierungsdauer wurde, wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, das im Tank vorhandene ^{71}Ge extrahiert, chemisch aufbereitet und in ein Proportionalzählrohr gefüllt. Aus der gemessenen zeitlichen Verteilung der ^{71}Ge -Zerfälle kann mittels der Maximum-Likelihood-Methode die Produktionsrate von ^{71}Ge berechnet und daraus die Stärke der Neutrinoquelle bestimmt werden. Das Ergebnis des Quellperiments besteht nun aus einem Vergleich dieses Ergebnisses mit den in Glg (4.1) angegebenen Werten.

4.2 Ergebnisse der Quellruns

Die Ergebnisse der beiden GALLEX-Quellexperimente wurden in [GXS 98] veröffentlicht. Die dort aufgeführten Ergebnisse müssen jedoch in zweierlei Hinsicht korrigiert werden:

- Durch das verbesserte Eichverfahren der absoluten Nachweiswahrscheinlichkeiten der Proportionalzählrohre während des GNO-Experiments liegen auch für die Quellexperimente zum Teil neue und genauere Werte vor.

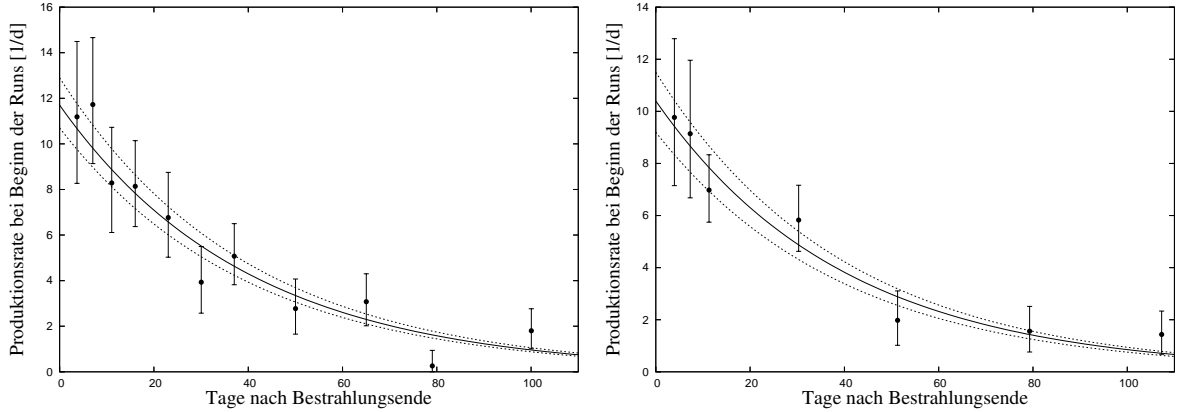


Abbildung 4.2: Die Ergebnisse der einzelnen Runs der beiden Quellexperimente und der beste Fit mit jeweils 1σ -Fehler.

- Die solare Produktion von ^{71}Ge -Atomen erzeugt bei den Quellexperimenten einen Untergrund, der zusammen mit den Nebenreaktionen (siehe Abschnitt 2.5.3) berücksichtigt werden muss. Für die Auswertung in [GXS 98] wurde das GALLEX-Endergebnis von (77.5 ± 7.7) SNU verwendet. Zusätzlich soll aber auch das Ergebnis des in der Zwischenzeit durchgeführten GNO-Experiments berücksichtigt werden, weshalb hier das kombinierte Ergebnis aus Glg (3.4) von (67.5 ± 5.2) SNU verwendet wird.

Um die veränderte Datenlage zu berücksichtigen sollen an dieser Stelle die Quellexperimente noch einmal ausgewertet werden. Dabei ist die Vorgehensweise bei der Datenanalyse identisch zu der Prozedur bei der Auswertung solarer Runs. Der einzige Unterschied besteht in einer Modifikation der Likelihoodfunktion da im Unterschied zur zeitlich konstanten solaren Germaniumproduktion P die Produktion durch Quellneutrinos $R(t)$ im Laufe der Zeit abnimmt

$$R(t) = R(0) e^{-t/\tau_{51}} .$$

Die Anzahl der im Tank vorhandenen, durch die Quelle erzeugten ^{71}Ge -Atome wird in diesem Falle anstelle von Glg (2.14) durch die Differentialgleichung

$$\frac{d}{dt} N_{71}(t) = -\frac{N_{71}(t)}{\tau_{71}} + R(t) \quad (4.2)$$

beschrieben deren Lösung von den Zerfallsreihen bekannt ist ($\tau = 1/\lambda$)

$$N_{71}(t) = R(0) \frac{e^{-\lambda_{51}t} - e^{-\lambda_{71}t}}{\lambda_{71} - \lambda_{51}} := R(0) S_Q . \quad (4.3)$$

Durch die Kombination der Produktionsraten von Sonnen- und Quellneutrinos tritt dann anstelle von Glg (2.16) der Ausdruck

$$N_{71}(t) = R(0) S_Q + P S_r \tau_{71}$$

Mit der in dieser Weise veränderten Likelihoodfunktion werden die Runs des Quellperiments sowohl mit der Anstiegszeit- als auch mit der Pulsformanalyse ausgewertet. Als Ergebnis für die einzelnen Runs wird mit $R(0)$ die Produktionsrate zu Beginn eines jeden Runs angegeben, diese Werte sind in Tab. 4.4 zusammengefasst und in Abbildungen 4.2 graphisch dargestellt.

	R_1 [1/d]	R_2 [1/d]
Anstiegszeitanalyse	$11.7 \pm 1.1(\text{stat.}) \pm 0.6(\text{syst.})$	$10.4^{+1.2}_{-1.1}(\text{stat.}) \pm 0.5(\text{syst.})$
Pulsformanalyse	$11.2 \pm 1.1(\text{stat.}) \pm 0.5(\text{syst.})$	$10.5 \pm 1.2(\text{stat.}) \pm 0.5(\text{syst.})$

Tabelle 4.2: Gesamtergebnisse der beiden Quellexperimente. Die Produktionsraten sind normiert auf die Zeitpunkte des jeweiligen Endes der Bestrahlung bei der Quellenherstellung.

Um die verschiedenen Runs eines Quellexperimentes zusammen auswerten zu können, müssen die Produktionsraten auf einen gemeinsamen zeitlichen Bezugspunkt normiert werden, zu dem das Ende der Bestrahlungszeit bei der Quellenproduktion gewählt wird. Dieser Zeitpunkt diene auch als Nullpunkt der Abb. 4.2, wodurch die Gesamtergebnisse als Schnittpunkte der dargestellten Kurven mit der y-Achse zu erkennen sind. Ermittelt wurden sie aus einer gemeinsamen Maximum-Likelihoodanalyse, bei der wie bei den solaren Runs die Untergrundraten der einzelnen Runs b_L und b_K als jeweils zwei unabhängige, freie Parameter in die Analyse eingehen. Hinzu kommt die normierte Produktionsrate R als für alle Runs geltender gemeinsamer freier Parameter. Die Ergebnisse werden in Tab. 4.2 angegeben. Der dabei berücksichtigte systematische Fehler geht aus Tab. 4.1 hervor, die im Wesentlichen dieselben Beiträge wie Tab. 2.7 für die Messung solarer Neutrinos enthält. Hinzu kommt lediglich die Unsicherheit in der solaren Produktionsrate, die in diesem Fall zu den Nebenreaktionen gezählt werden muss.

Aus den Produktionsraten sollen nun die Aktivitäten der Quellen bestimmt werden, um sie mit den in Glg (4.1) genannten Werten aus den direkten Aktivitätsbestimmungen zu vergleichen. Die Produktionsrate ist gegeben durch

$$R(t) = \sigma \int n_T \Phi(t, \vec{r}) dV .$$

Dabei ist σ der Wirkungsquerschnitt, n_T die Teilchenzahldichte an Targetatomen und $\Phi(t, \vec{r})$ der orts- und zeitabhängige Neutrinofluss. Unter Berücksichtigung der Geometrie des Galliumtanks und den jeweiligen Positionen der Quellen erhält man daraus zusammen mit den Quellaktivitäten $A(t)$ die Beziehungen für Quelle 1 bzw. Quelle 2 [GxS 98]

$$R_1(t) = 0.1856 \cdot A_1(t) \quad R_2(t) = 0.1866 \cdot A_2(t) ,$$

wobei die Raten R in der Einheit 1/d und die Aktivitäten in PBq einzusetzen sind. Die auf diese Art bestimmten Aktivitäten A_ν werden in Tab. 4.3 angegeben und mit den Aktivitätswerten aus Glg (4.1) ins Verhältnis $r = A_\nu/A$ gesetzt. Die offensichtliche Abweichung vom Erwartungswert $r = 1$ wird im nächsten Abschnitt diskutiert.

Kombiniert man die Ergebnisse der beiden Quellexperimente, erhält man aus der Anstiegszeitanalyse (Aza) bzw. der Pulsformanalyse (Pfa) die recht gut übereinstimmenden Resultate

$$r = 0.902 \pm 0.078 \text{ (Aza)} \quad \text{bzw.} \quad r = 0.882 \pm 0.078 \text{ (Pfa)} . \quad (4.4)$$

Zum Vergleich sind in Tab. 4.3 auch die Ergebnisse aus den früheren Analysen [GxS 98] angegeben. Die Unterschiede zu der neuen Auswertung ergeben sich vor allem durch die Berücksichtigung der neu bestimmten Nachweiswahrscheinlichkeiten und, in geringerem Maße, durch einen geringer angenommenen Beitrag solarer Neutrinos.

		A_ν [PBq]	A [PBq]	$r = A_\nu/A$	r [GxS 98]
Q1	Anstiegszeitanalyse	$63.2_{-6.5}^{+6.7}$	$63.4_{-1.6}^{+1.1}$	$0.997_{-0.11}^{+0.11}$	$1.01_{-0.11}^{+0.12}$
	Pulsformanalyse	$60.4_{-6.3}^{+6.6}$		$0.953_{-0.11}^{+0.11}$	
Q2	Anstiegszeitanalyse	$55.8_{-6.6}^{+6.8}$	$69.1_{-2.1}^{+3.3}$	$0.807_{-0.10}^{+0.11}$	$0.84_{-0.11}^{+0.12}$
	Pulsformanalyse	$56.1_{-6.7}^{+7.0}$		$0.812_{-0.11}^{+0.10}$	
Q1+Q2	Anstiegszeitanalyse			0.902 ± 0.078	0.93 ± 0.08
	Pulsformanalyse			0.882 ± 0.078	

Tabelle 4.3: Vergleich der Ergebnisse der Quellexperimente A_ν mit den erwarteten Aktivitäten A aus Glg (4.1). Angegeben ist die quadratische Addition von statistischem und systematischen Fehler. Die mit Q1+Q2 bezeichnete Zeile gibt das kombinierte Ergebnis beider Quellexperimente an. Zum Vergleich stehen in der rechten Spalte die Ergebnisse aus [GxS 98].

4.2.1 Diskussion der Ergebnisse der Quellexperimente

Das in Glg (4.4) angegebene kombinierte Ergebnis der beiden GALLEX-Quellexperimente ist mit rund $(90 \pm 8)\%$ kleiner als der Erwartungswert von 100%, und insbesondere das Ergebnis des zweiten Quellexperiments weist mit ungefähr $(81 \pm 10)\%$ eine Differenz von fast 2σ auf. Auch das russisch-amerikanische Gallium-Experiment SAGE hat zwei Quellexperimente durchgeführt. Im ersten der Beiden wurde ebenfalls eine ^{51}Cr -Quelle verwendet, im Zweiten eine ^{37}Ar -Quelle (von der auch im nächsten Kapitel die Rede sein wird). Die Ergebnisse dieser Experimente lauten:

$$\text{SAGE } ^{51}\text{Cr}: \quad (95 \pm 12)\% \quad [\text{SAG 99}]$$

$$\text{SAGE } ^{37}\text{Ar}: \quad (79_{-10}^{+9})\% \quad [\text{SAG 05}]$$

Betrachtet man die Ergebnisse aller vier auf Gallium basierenden Quellexperimente, so fällt eine klare Tendenz zu Werten kleiner als 100% auf. Von der experimentellen Seite betrachtet gibt es jedoch keine Hinweise auf ein systematisches Problem. Im Gegenteil, das GALLEX-Arsenexperiment (siehe Abschnitt 2.1.1) hat die korrekte Funktionsweise des Experiments eindrucksvoll bestätigt. Aus diesem Grund werden die niedrigen Ergebnisse der Quellexperimente im Allgemeinen als ein Zeichen für eine Überschätzung des Wirkungsquerschnitts σ für Reaktionen von Neutrinos mit Gallium gewertet. Die theoretische Berechnung von σ [Bah 01] basiert zu 95% auf Übergängen zwischen den Grundzuständen von ^{71}Ga zu ^{71}Ge , deren Wert mit etwa 1% Unsicherheit sehr genau bekannt ist. Die übrigen 5% ergeben sich aus einer Abschätzung der Übergänge in angeregte Zustände von ^{71}Ge , diese Abschätzung ist jedoch mit großen Unsicherheiten verbunden. Sie wird aus Untersuchungen von (p, n) -Reaktionen abgeleitet, die zum Einen sehr große experimentelle Fehler aufweisen, und zum Anderen nicht zwangsläufig Rückschlüsse auf Reaktionen der schwachen Wechselwirkung zulassen. Nimmt man nun an, dass der Beitrag der Übergänge in angeregte Zustände klein ist, so ist der Erwartungswert der Quellergebnisse nur 95% statt 100%, was sehr viel besser im Einklang mit den beobachteten Ergebnissen steht.

Falls diese Überlegungen zuträfen hätte ein kleinerer Wirkungsquerschnitt auch eine kleine Auswirkung auf die Vorhersage der Sonnenneutrino-Reaktionsraten in Gallium. Die Energie der Neutrinos aus dem pp-Zweig ist zu gering um angeregte Zustände von ^{71}Ge zu erzeugen,

doch die monoenergetische ${}^7\text{Be}$ -Linie bei 862 keV (siehe Abb. 1.2) liegt im Bereich der Energien der Quellneutrinos. Eine entsprechende Reduktion der Reaktionsrate von ${}^7\text{Be}$ -Neutrinos in Tab. 1.1 ergäbe eine Differenz von rund 2 SNU.

Run	Datum	Anstiegszeitanalyse			Pulsformanalyse			
		b_L	b_K	Prod.rate [1/d]	b_L	b_K	Prod.rate [1/d]	
1	s107	23-JUN-1994	0.055	0.035	$11.2^{+3.3}_{-2.9}$	0.034	0.010	$12.9^{+3.4}_{-3.0}$
2	s108	27-JUN-1994	0.025	0.018	$11.7^{+2.9}_{-2.6}$	0.025	0.017	$9.9^{+2.8}_{-2.4}$
3	s109	1-JUL-1994	0.065	0.020	$8.3^{+2.4}_{-2.2}$	0.033	0.021	$8.1^{+2.5}_{-2.2}$
4	s110	6-JUL-1994	0.032	0.009	$8.1^{+2.0}_{-1.8}$	0.022	0.000	$8.2^{+2.0}_{-1.8}$
5	s111	13-JUL-1994	0.041	0.035	$6.8^{+2.0}_{-1.7}$	0.023	0.008	$7.5^{+2.0}_{-1.8}$
6	s112	20-JUL-1994	0.056	0.043	$3.9^{+1.6}_{-1.4}$	0.042	0.021	$3.8^{+1.5}_{-1.3}$
7	s113	27-JUL-1994	0.006	0.030	$5.1^{+1.4}_{-1.3}$	0.000	0.015	$4.5^{+1.4}_{-1.2}$
8	s114	9-AUG-1994	0.091	0.070	$2.8^{+1.3}_{-1.1}$	0.062	0.044	$2.2^{+1.2}_{-1.0}$
9	s115	24-AUG-1994	0.025	0.009	$3.1^{+1.2}_{-1.1}$	0.033	0.010	$1.8^{+1.1}_{-0.9}$
10	s116	7-SEP-1994	0.037	0.014	$0.3^{+0.7}_{-0.5}$	0.028	0.008	$0.3^{+0.7}_{-0.5}$
11	s117	28-SEP-1994	0.034	0.007	$1.8^{+1.0}_{-0.8}$	0.040	0.007	$1.6^{+1.0}_{-0.8}$
1	s138	5-OCT-1995	0.112	0.025	$9.8^{+3.0}_{-2.6}$	0.079	0.020	$9.7^{+3.1}_{-2.6}$
2	s139	9-OCT-1995	0.058	0.064	$9.2^{+2.8}_{-2.5}$	0.054	0.055	$9.4^{+2.9}_{-2.6}$
3	s140	13-OCT-1995	0.033	0.023	$7.0^{+1.4}_{-1.2}$	0.044	0.012	$6.9^{+1.4}_{-1.3}$
4	s141	1-NOV-1995	0.046	0.004	$5.8^{+1.3}_{-1.2}$	0.029	0.006	$5.6^{+1.4}_{-1.2}$
5	s142	22-NOV-1995	0.047	0.064	$2.0^{+1.1}_{-1.0}$	0.025	0.045	$2.2^{+1.1}_{-0.9}$
6	s143	20-DEC-1995	0.020	0.011	$1.6^{+1.0}_{-0.8}$	0.000	0.012	$2.0^{+0.9}_{-0.8}$
7	s144	17-JAN-1996	0.043	0.025	$1.5^{+0.9}_{-0.8}$	0.041	0.014	$1.5^{+0.9}_{-0.8}$

Tabelle 4.4: Ergebnisse der einzelnen Runs der beiden GALLEX-Quellexperimente. Angegeben ist die Produktionsrate zu Beginn des jeweiligen Runs sowie der stat. Fehler (1σ).

Kapitel 5

BNO - LNGS

5.1 Einleitung

Das russisch-amerikanische Gallium-Experiment SAGE im kaukasischen Baksan ist wie GALLEX und GNO ein Sonnenneutrinoexperiment mit Gallium als Targetmaterial [SAG 99]. Im Jahr 2004 kam es zu einer Zusammenarbeit von Teilen der GNO- und SAGE-Kollaborationen, bei der im Baksan Neutrino Observatory (BNO) extrahierte Germaniumproben mit dem GNO-Zählrohrsystem im Laboratori Nazionali del Gran Sasso (LNGS) gemessen wurden.

Die SAGE-Kollaboration führte 2004 ein Quellexperiment durch [SAG 05]. Eine Neutrinoquelle bestehend aus ^{37}Ar wurde im Inneren eines mit Gallium gefüllten Behälters positioniert, um den Wirkungsquerschnitt von Gallium für Neutrinos dieser Energie ($E_\nu \approx 811 \text{ keV}$) zu bestimmen. Hierfür wurde etwa die Hälfte des vorhandenen Galliums verwendet (26 t), weshalb die verbleibenden 22t zur Messung von Sonnenneutrinos genutzt werden konnten. Die Kapazitäten des Baksan-Untergrundlabors reichten jedoch nicht aus, um alle aus den solaren und Quell-Runs extrahierten Proben gleichzeitig zu messen. Da das GNO-System über ausreichend Messplätze verfügt kam es zur genannten Zusammenarbeit, wodurch der solare Neutrinofluss auch während des Quellexperiments gemessen werden konnte.

Im Unterschied zur Galliumchloridlösung bei GALLEX/GNO liegt bei SAGE das Gallium in metallischer Form vor, weshalb bei den Extraktionen völlig unterschiedliche chemische Prozesse durchlaufen werden. Letztendlich wird jedoch auch bei SAGE das extrahierte Germanium zu German (GeH_4) synthetisiert und in ein Proportionalzählrohr gefüllt, womit sich eine direkte „Schnittstelle“ zu GNO ergibt. Die 100 ml-Extraktionslösungen wurden per Auto und Flugzeug von Baksan über Moskau und Rom in das Gran-Sasso-Labor gebracht, wo die Germansynthese durchgeführt und die Proportionalzählrohre gefüllt wurden. Auf diese Weise wurden insgesamt 6 solare Runs (s001 - s006) des SAGE-Experiments mit dem GNO-System gemessen.

Die ^{37}Ar -Neutrinoquelle befand sich in unmittelbarer Nähe des zur Messung solarer Neutrinos verwendeten Galliums. Dadurch wurde durch die Quelle ein Untergrund verursacht der bei der Auswertung berücksichtigt werden muss. Die Stärke dieses Untergrundsignals wird im folgenden Abschnitt berechnet. Anschließend werden mit Hilfe der Ereignislisten Maximum-Likelihood-Analysen der solaren Runs durchgeführt. Für einen Gesamtüberblick über die BNO-LNGS-Zusammenarbeit und der Ergebnisse siehe auch [BNO 06].

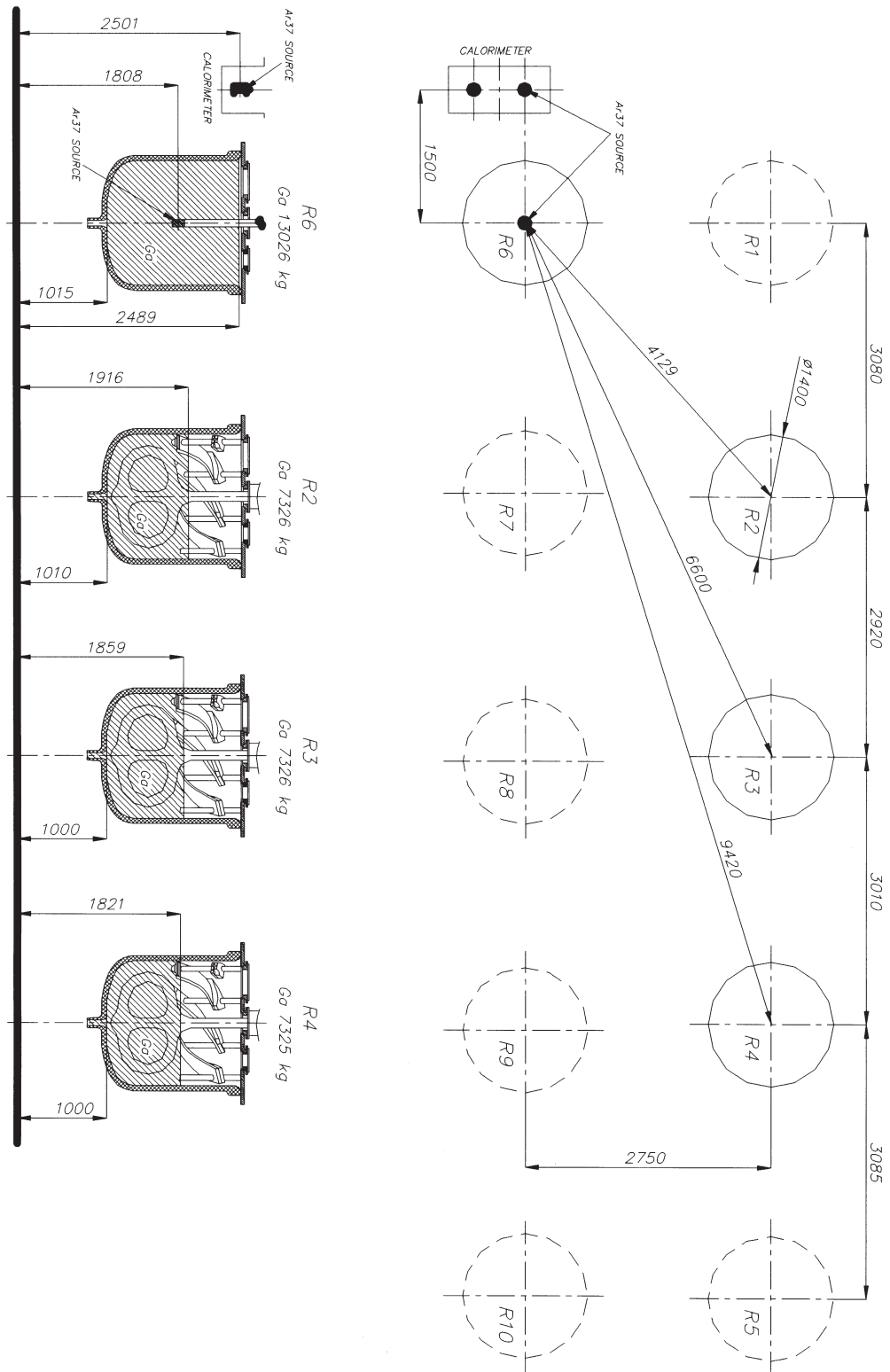


Abbildung 5.1: Die Lage der SAGE-Tanks und der Neutrinoquelle.

Tank	Füllhöhe	Abstände zu Q in R2 (cm)				Abstände zu Q in Calo. (cm)			
	h_f	d_x	d_b	d_z	d	d_x	d_b	d_z	d
R2	90.6	412.9	79.8	34.5	414.3	534.2	149.1	103.8	544.2
R3	85.9	660.0	80.8	37.85	661.1	798.8	150.1	107.2	806.0
R4	82.1	942.0	80.8	39.75	942.8	1086.4	150.1	109.1	1091.9
R7	80.0	308.0	79.8	50.0	312.0	458.0	149.1	119.3	473.3
R8	80.0	600.0	80.8	50.0	602.1	750.0	150.1	119.3	759.4
R9	80.0	901.0	80.8	50.0	902.4	1051.0	150.1	119.3	1057.7
R10	80.0	1209.5	80.8	50.0	1210.5	1359.5	150.1	119.3	1364.7

Tabelle 5.1: Die Lage des Galliums in Bezug auf die Quellen-Positionen in Tank R6 und im Calorimeter (s. auch Abb. 5.1). Angegeben ist die Füllhöhe des Galliums h_f in den Tanks, der horizontale Abstand der Quelle d_x zur Symmetrieachse der Tanks und die Höhe der Quelle über dem Tankboden d_b . Aus diesen Daten wurde die Lage des Massenzentrums des Galliums bestimmt und dessen vertikaler Abstand d_z und absoluter Abstand von der Quelle d berechnet.

5.2 Beitrag der Neutrino-Quelle zu den solaren Runs

Abb. (5.1) zeigt in einer Skizze des SAGE-Labors in Baksan die Positionen der Quelle und der mit Gallium gefüllten Behälter. Das zur Messung der Sonnenneutrinos verwendete Gallium befand sich in den Tanks R2, R3 und R4 und bei Run s006 zusätzlich auch in R7, R8, R9 und R10.

Die Neutrinoquelle kam am 30. April 2004 um 4:00 Uhr in Baksan an, also während des Runs s002. Sie befand sich bis auf vernachlässigbar kurze Zeiträume in Galliumbehälter R6, bis sie während des Runs s006 in den Calorimeter verlegt wurde und dort bis nach dem Ende von Run s006 blieb. Die Abstände der Quelle zu den verschiedenen Galliumbehältern finden sich in Tab. 5.1, sie wurden aus Abb. 5.1 extrahiert. Lediglich die Füllhöhen der Tanks R7-R10 gehen nicht aus der Abbildung hervor, sie wurden deshalb aus der Galliummasse geschätzt. Die in den einzelnen Tanks enthaltene Galliummasse ist in Tab. 5.2 aufgelistet.

5.2.1 Reaktionsraten der Quell-Neutrinos im Gallium

Die Neutrinoquelle kann als punktförmig angenommen werden. Mit einer Aktivität $A(t)$ erzeugt sie an einem Ort im Abstand r einen Neutrinofluss

$$\Phi(t, r) = \frac{A(t)}{4\pi r^2} \quad \text{mit} \quad A(t) = A \exp(-\lambda_{37}t)$$

wobei die Aktivität $A(t)$ mit einer Halbwertszeit von $T_{1/2}(^{37}\text{Ar}) = 35.0\text{d}$ abnimmt. Der Wirkungsquerschnitt σ für ^{37}Ar -Neutrinos und ^{71}Ga als Targetmaterial wurde zu $\sigma = 70_{-5}^{+5} \times 10^{-46} \text{cm}^2$ berechnet [Bah 97]. Die Anzahl N_T der Targetatome ist durch die in den Galliumbehältern enthaltene Masse m gegeben

$$N_T = \frac{mfN_A}{M_{\text{Mol}}} \quad (5.1)$$

Tank	Massen (t)					
	s001	s002	s003	s004	s005	s006
R2	7.4752	7.3428	7.3339	7.3178	7.3099	7.3020
R3	7.4093	7.3428	7.3337	7.3181	7.3101	7.3022
R4	7.4778	7.3423	7.3331	7.3171	7.3092	7.3013
R7	6.4711					6.4551
R8	6.4699					6.4615
R9	6.3172					6.4769
R10	6.6664					6.4781
Summe	48.287	22.028	22.001	21.953	21.929	42.420

Tabelle 5.2: Masse (t) des Galliums in den Tanks.

wobei die Avogadrozahl N_A , die Molmasse M_{Mol} und der Isotopenanteil f von ^{71}Ga in natürlichem Gallium verwendet wird. Mit der Teilchenzahldichte $n_T = N_T/V$ ist die Reaktionsrate gegeben durch

$$R(t) = \sigma n_T \int \Phi(t, r) dV = \sigma n_T A(t) \int \frac{1}{4\pi r^2} dV. \quad (5.2)$$

Wie man die Anzahl N_{71} der durch diese Reaktionsrate produzierten ^{71}Ge -Atome berechnet, wurde bereits in Glg (4.2) im vorangegangenen Kapitel beschrieben. Man erhält

$$N_{71}(t) = R(0) \frac{e^{-\lambda_{37}t} - e^{-\lambda_{71}t}}{\lambda_{71} - \lambda_{37}} + N_0 e^{-\lambda_{71}t}. \quad (5.3)$$

Dabei ist N_0 die Anzahl der Atome, die zum Zeitpunkt $t = 0$ bereits im Tank vorhanden sind. Normalerweise liegt der Zeitpunkt $t = 0$ direkt nach einer Extraktion und dann gilt $N_0 = 0$. Allerdings wurde die Neutrinoquelle während des Runs s006 von Tank R6 in den Calorimeter bewegt. Hierbei wird N_0 benötigt um dieser veränderten Situation Rechnung zu tragen.

Mit $R(0)$ aus Glg.(5.2) und unter Verwendung von Glg.(5.1) ergibt sich

$$N_{71}(t) = \underbrace{\frac{e^{-\lambda_{37}t} - e^{-\lambda_{71}t}}{\lambda_{71} - \lambda_{37}}}_{:=S_Q(t)} \underbrace{\frac{\sigma f N_A}{4\pi M_{\text{Mol}}}}_{:=c} \frac{A_0 m}{V} \int \frac{1}{r^2} dV + N_0 e^{-\lambda_{71}t}. \quad (5.4)$$

Zur Vereinfachung werden die folgenden Abkürzungen definiert:

$$S_Q(t) := \frac{e^{-\lambda_{37}t} - e^{-\lambda_{71}t}}{\lambda_{71} - \lambda_{37}}, \quad c := \frac{\sigma f N_A}{4\pi M_{\text{Mol}}} = 6.137 \frac{\text{cm}^2}{\text{t d kCi}}.$$

Die zur Berechnung von c benötigten Konstanten sind in Tab. (5.3) angegeben, wobei die Aktivität in kCi, die Masse in t und die Zeit in d gerechnet wird.

$\sigma = 70_{-2}^{+5} \times 10^{-46} \text{ cm}^2$	Wirkungsquerschnitt von ^{71}Ga für ^{37}Ar -Neutrinos
$M_{\text{Mol}} = 69.723 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$	relative Atommasse von Gallium
$\rho = 6.095 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	Dichte von flüssigem Gallium
$f = 0.399$	natürlicher Isotopenanteil von ^{71}Ga
$N_A = 6.022 \times 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$	Avogadrozahl
$n_T = \frac{N_T}{V} = \frac{m N_A f}{VM}$	Teilchenzahldichte
$A = 408.7 \pm 1.7 \text{ kCi}$	Aktivität der Quelle am 30.4.2004 um 4:00 Uhr
$1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}$	Umrechnungsfaktor Curie \rightarrow Bequerel
$T_{1/2}(^{71}\text{Ge}) = 11.43 \text{ d}$	Halbwertszeiten
$T_{1/2}(^{37}\text{Ar}) = 35.0 \text{ d}$	

Tabelle 5.3: Verwendete Konstanten.

5.2.2 Integralberechnung

Das Integral in Glg. (5.4) muss über das gesamte Galliumvolumen ausgeführt werden und ist aufgrund der nicht-trivialen Tankgeometrie nicht analytisch lösbar. Hinzu kommt noch das Vorhandensein einer Rührvorrichtung in den Tanks (zu erkennen auch in Abb. 5.1), wodurch eine exakte numerische Berechnung des Volumenintegrals erschwert wird. Wir werden aber gleich sehen, dass der Abstand des Galliums zur Neutrinoquelle, obwohl er nur einige Meter beträgt, bereits so groß ist, dass die räumliche Verteilung des Galliums nur einen sehr kleinen Einfluss auf das Ergebnis hat.

- **Punktförmige Näherung:** Um zunächst einmal eine grobe Abschätzung für Glg. 5.4 zu erhalten, vernachlässigen wir die räumliche Ausdehnung komplett und nehmen an, dass sich das Gallium eines Tanks in seinem Massenschwerpunkt befinde. Das Integral lässt sich dann durch

$$\frac{1}{V} \int \frac{1}{r^2} dV \rightarrow \frac{1}{d^2}$$

approximieren, wobei d den Abstand des Gallium-Massenzentrums zur Quelle angibt.

- **Zylinderförmige Näherung:** Um die räumliche Ausdehnung des Galliums zu berücksichtigen werden die Galliumtanks als zylinderförmig angenommen. Dabei wird lediglich die abgerundete Form des Tankbodens und die Rührvorrichtung vernachlässigt. Das Integral

$$I_{\text{Zyl}} = \frac{1}{V} \int_{\text{Zyl}} \frac{1}{r^2} dV$$

wird numerisch berechnet.

Für jeden Galliumtank wurde für die beiden unterschiedlichen Positionen der Quelle das Integral berechnet, und zwar sowohl mit der punktförmigen als auch mit der zylinderförmigen Näherung. Die Ergebnisse sind in Tab. 5.4 aufgeführt.

Tank	Quelle in R2		Quelle in Calo.	
	$I \rightarrow 1/d^2$	I_{Zyl}	$I \rightarrow 1/d^2$	I_{Zyl}
R2	5.826	5.885	3.377	3.396
R3	2.288	2.298	1.539	1.544
R4	1.125	1.127	0.839	0.840
R7	10.273	10.571	4.464	4.547
R8	2.758	2.780	1.734	1.746
R9	1.228	1.232	0.894	0.897
R10	0.682	0.684	0.537	0.538

Tabelle 5.4: Die Werte des Integrals aus Glg. (5.4), berechnet mit der punktförmigen und mit der zylinderförmigen Näherung.

Ein Vergleich der Werte aus den verschiedenen Näherungen zeigt, dass der Einfluss der räumlichen Verteilung nur sehr gering ist. Den größten Effekt beobachtet man bei Tank R2, da dieser der Quelle am nächsten liegt, doch selbst hier beträgt der Unterschied nur ungefähr 1%. Demnach ist eine Näherung der Tankform durch einen Zylinder völlig ausreichend, weitere Anpassungen würden das Ergebnis nur noch im Promille-Bereich verändern. In Anbetracht der Tatsache, dass alleine die Unsicherheit in der Berechnung des Wirkungsquerschnitts mit $+7\%$ -3% schon deutlich größer ist, würde selbst die Genauigkeit der punktförmigen Näherung bereits ausreichen.

5.2.3 Ergebnis des Quellenbeitrags

Mit der im vorigen Abschnitt durchgeführten Berechnung der Integrale I lässt sich nun für jeden Run aus Glg. (5.4) die Anzahl N_{71} der durch die Quelle produzierten ^{71}Ge -Atome berechnen. Sie ergibt sich aus der Summe über alle am Run beteiligten Galliumbehälter i

$$N_{71} = cA_0 \sum_i S_Q(t_i) m_i I_i \quad (5.5)$$

wobei A_0 die Aktivität zu Beginn des Runs ist und t_i die Dauer der Runs bezeichnet. Die zur Berechnung benötigten Zahlenwerte sowie die sich daraus ergebenden Resultate sind in Tab. 5.5 zusammengefasst.

5.3 Ergebnisse der solaren Runs

Die Datenauswertung der 6 solaren Runs, die in Baksan extrahiert wurden und deren Proben mit dem GNO-System im Gran Sasso gemessen wurden, wurde von L. Pandola und B. Cleveland durchgeführt. Dabei wurde der von mir berechnete Beitrag der Quelleneutrinos (siehe Tab. 5.5) berücksichtigt. Die Ergebnisse werden in [BNO 06] ausführlich diskutiert.

Run	Start	Ende	Dauer	A_0 (kCi)		N_{71}	SNU
s001	90.16	113.76	23.6				
s002	114.18	137.58	23.4	408.7		1.48	18.1
s003	137.89	176.39	38.5	293.6		1.12	11.4
s004	182.46	207.36	24.9	120.9		0.49	5.8
s005	207.53	236.83	29.3	74.1		0.30	3.3
s006	236.95	269.85	32.9	41.4	for R2 - R4	0.13	
	243.45	269.85	26.4	36.4	for R7 + R8	0.12	1.4
	255.85	269.85	14.0	28.5	for R9 + R10	0.01	

Tabelle 5.5: Runzeiten in Tagen des Jahres 2004, die Aktivität A_0 der Quelle zu Beginn eines jeden Runs, die Anzahl N_{71} der durch die Quelle produzierten Germaniumatome sowie das dazugehörige SNU-Äquivalent. Die Quelle ist ab dem Zeitpunkt 121.167 anwesend und wurde zum Zeitpunkt 255.709 von Tank R6 in den Kalorimeter verlegt.

Als Gegenprobe habe ich ebenfalls eine Auswertung der 6 solaren Runs durchgeführt, wobei angemerkt sei, dass es sich dabei nicht um eine vollständig unabhängige Analyse handelt. Da für das GNO-Experiment eine komplett neue Elektronik für die Datenaufnahme installiert wurde, sind die Rohdaten, insbesondere die Aufzeichnung der Pulsform durch die Transientenrekorder, nicht ohne weiteres mit den von mir entwickelten Programmen zur Pulsformanalyse bei GALLEX kompatibel. Die Unterschiede im Datenformat könnte man zwar relativ leicht beheben, für eine komplette Datenanalyse müssten jedoch auch sämtliche Eichungen hinsichtlich der Nachweiswahrscheinlichkeiten neu durchgeführt werden. Dieser Aufwand würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, ist aber auch gar nicht notwendig, da ja im Rahmen der GNO-Datenanalyse bereits eine umfangreiche Pulsformanalyse entwickelt wurde. Als Grundlage für meine Datenauswertung habe ich deshalb die Ereignislisten verwendet, die das GNO-Datenanalyseprogramm zur Verfügung stellt. Diese enthalten Zeitpunkte und Energieinformationen der Ereignisse sowie die Ergebnisse der Pulsformanalyse mit dem Neuralen Netzwerk [Pan 04].

Auf dieser Ereignisauswahl aufbauend habe ich den Radon-Cut und die Maximum-Likelihood-Analyse durchgeführt. Die Gegenprobe bezieht sich also nur auf diese beiden Aspekte der Datenanalyse. Die Ergebnisse sind in Tab. 5.6 aufgeführt. Sie sind nahezu identisch mit den in [BNO 06] genannten. Die Unterschiede beruhen (abgesehen von unvermeidlichen Rundungsfehlern) auf unterschiedlichen Randbedingungen bei der Maximierung der Likelihoodfunktion. In [BNO 06] werden negative Produktionsraten als „physikalisch nicht sinnvoll“ durch die Vorgabe $P > 0$ ausgeschlossen, während ich auf eine derartige Einschränkung verzichtet habe. Dieser kleine Unterschied betrifft aber ohnehin nur die Ergebnisse einzelner Runs (vor allem s006), bei einer gemeinsamen Analyse der 6 Runs erhält man in beiden Fällen das identische Gesamtergebnis von 64_{-21}^{+24} SNU. Damit ist das BNO-LNGS-Ergebnis in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen von GALLEX/GNO und SAGE.

Run	Zählrohr	Start der Datennahme (d)	Effizienzen			solare Produk- tionsrate (SNU)
			Extraktion	L	K	
s001	Sc136	2.95	0.63	0.329	0.381	67^{+48}_{-37}
s002	Si106	2.32	0.88	0.309	0.314	79^{+70}_{-52}
s003	Si108	2.27	0.89	0.290	0.316	99^{+84}_{-64}
s004	Fc93	2.36	0.96	0.294	0.341	43^{+75}_{-43}
s005	Fc174	2.71	0.91	0.297	0.330	139^{+78}_{-59}
s006	Fc126	2.85	0.75	0.303	0.321	-18^{+37}_{-28}
Gesamt						64^{+24}_{-21}

Tabelle 5.6: Ergebnisse der 6 solaren BNO-LNGS-Runs.

Anhang

A.1 Approximation durch Polynome

A.1.1 Allgemeines zu Approximationen

Gegeben sei ein Vektorraum V mit $v \in V$ und ein Unterraum $U \subset V$ der von der Basis u_1, \dots, u_m aufgespannt werde. Gesucht ist $u \in U$, so dass $\|u - v\|$ minimal wird. Das ist genau dann der Fall, wenn $v - u$ senkrecht zu u_1, \dots, u_m steht und deshalb das Skalarprodukt verschwindet:

$$\langle v - u, u_k \rangle = 0 \quad \forall k = 1 \dots m. \quad (\text{A.1})$$

Mit dem Ansatz $u = \alpha_1 u_1 + \dots + \alpha_m u_m = \sum_{j=1}^m \alpha_j u_j$ folgt aus Glg (A.1)

$$\langle v - u, u_k \rangle = 0 \quad \Rightarrow \quad \langle v, u_k \rangle - \langle u, u_k \rangle = 0$$

$$\langle v, u_k \rangle = \sum_j \alpha_j \langle u_j, u_k \rangle$$

In einem **Orthonormalsystem** mit $\langle u_j, u_k \rangle = \delta_{jk}$ vereinfacht sich die letzte Gleichung zu

$$\langle v, u_k \rangle = \alpha_k \quad (\text{A.2})$$

A.1.2 Der stückweise Polynomfit

Wir fitten an einen Datenpunkt (t_i, y_i) und seine Umgebung ein Polynom $p(t)$, dabei werden jeweils n benachbarte Punkte auf beiden Seiten berücksichtigt.

Für die Basis u_k wählen wir einen Satz orthonormaler Polynome $p_k(t)$. Der Ansatz für das Polynom $p(t)$ lautet nun

$$p(t) = \alpha_0 p_0(t) + \alpha_1 p_1(t) + \alpha_2 p_2(t) + \dots + \alpha_m p_m(t) = \sum_k \alpha_k p_k(t)$$

Der Datensatz (t_i, y_i) stellt den zu approximierenden Vektor v dar. Damit ergibt sich aus Glg. (A.2) die Beziehung

$$\alpha_k = \sum_{j=-n}^n y_{i+j} p_k(t_{i+j}). \quad (\text{A.3})$$

Bleibt noch die Bestimmung der orthonormalen Polynome $p_k(t)$

$$p_0(t) = b_{00}, \quad p_1(t) = b_{10} + b_{11}t, \quad p_2(t) = b_{20} + b_{21}t + b_{22}t^2 \quad \dots \quad p_k(t) = \sum_{l=0}^k b_{kl}t^l$$

Die Koeffizienten b_{kl} erhält man aus den Orthonormalitätsbedingungen

$$\langle p_k(t), p_l(t) \rangle = \sum_{j=-n}^n p_k(t_{i+j}) p_l(t_{i+j}) := \delta_{kl} \quad (\text{A.4})$$

wobei man die Umgebung des i . Datenpunkts betrachtet und über die n vorangehenden und n folgenden Datenpunkte summiert. Im Fall der GALLEX-Daten besteht der Datensatz aus äquidistanten Zeitschritten. Diese Symmetrie kann man ausnutzen wenn man die Zeitachse vorübergehend so transformiert, dass $t_i = 0$ gilt. Das Ausrechnen der Koeffizienten mit Glg (A.4) vereinfacht sich dadurch enorm. Mit der Abkürzung

$$\langle t^k \rangle = \frac{1}{2n+1} \sum_{j=-n}^n j^k$$

erhält man die Koeffizienten für die Polynome p_0, p_1, p_2

$$\begin{aligned} b_{00} &= \frac{1}{\sqrt{2n+1}}, & b_{10} &= 0, & b_{11} &= \frac{b_{00}}{\langle t^2 \rangle}, \\ b_{22} &= b_{00} \sqrt{\frac{1}{\langle t^4 \rangle - \langle t^2 \rangle^2}}, & b_{21} &= 0, & b_{20} &= -b_{22} \langle t^2 \rangle. \end{aligned}$$

Wir brechen nach dem quadratischen Term ab, da eine Berücksichtigung von Polynomen höheren Grades in unserem Fall keine Verbesserungen bewirkt. Das Polynom lautet nun

$$p(t) = \alpha_0 b_{00} + \alpha_1 (b_{10} + b_{11} t) + \alpha_2 (b_{20} + b_{21} t + b_{22} t^2)$$

Einige der Koeffizienten sind Null, und wegen der vorübergehenden Zeittransformation gilt $t_i = 0$, wodurch die Berechnung des Polynoms noch einmal wesentlich vereinfacht wird. Nach Rücktransformation erhält man für den stückweisen Polynomfit schließlich das Ergebnis

$$p(t_i) = \alpha_0 b_{00} + \alpha_2 b_{20}, \quad \frac{\partial}{\partial t} p(t_i) = \alpha_1 b_{11}.$$

A.2 Diskrete Fourierentwicklung

Die fouriertransformierte $\tilde{f}(\omega)$ einer Funktion $f(t)$ ist definiert durch

$$\tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t) dt.$$

Ist $f(t)$ nur auf einem begrenzten Zeitintervall $[0, T]$ definiert, muss $f(t)$ außerhalb des Intervalls periodisch fortgesetzt werden. Im Falle eines digitalen Signals liegt $f(t)$ nicht als kontinuierliche Funktion vor, vielmehr kennt man nur eine endliche Zahl von Messwerten zu diskreten Zeiten. Das Intervall $[0, T]$ ist in n Zeitpunkte $t_j = j\Delta T$ unterteilt, wobei $j = 0, \dots, n-1$ und $T = n\Delta T$ gilt. Aus dem obigen Integral wird in der diskreten Fourierentwicklung eine Summe und man erhält das sogenannte Fourierespektrum durch

$$\tilde{f}(\omega_k) = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} f(t_j) \exp(-i\omega_k j) \quad \text{mit } \omega_k = \frac{2\pi k}{n}.$$

Diese Gleichung ist formal mit Glg. (A.2) identisch, wobei $u_k = \exp(-i\omega_k t)$ mit $k = 0, \dots, n-1$ die orthonormale Basis darstellt. Ein symmetrischeres und dadurch übersichtlicheres Bild

des Fourierspektrums lässt sich erzeugen, in dem man die Periodizität der komplexen Exponentialfunktion ausnutzt, denn es gilt $\exp(-i\omega_k t) = \exp(-i\omega_{n-k} t)$. Der Index k nimmt dann die Werte $-n/2+1, \dots, n/2$ an, und auch die Summation läuft über den Bereich $[-T/2, T/2]$

$$\tilde{f}(\omega_k) = \frac{1}{n} \sum_{j=-n/2+1}^{n/2} f(t_j) \exp(-i\omega_k j).$$

Im Falle eines rein reellen Datensatzes $f(t_j)$ ist das Fourierspektrum paarweise komplex konjugiert $\tilde{f}(\omega_k) = \tilde{f}^*(\omega_{-k})$, wodurch man die Berechnung auf die Hälfte der Frequenzen beschränken kann. Ferner gilt $\tilde{f}(\omega_0) \in \mathbb{R}$ und $\tilde{f}(\omega_{n/2}) \in \mathbb{R}$.

Faltung Die Faltung zweier Funktionen ist definiert durch

$$f(t) \otimes g(t) = \int f(\xi) g(t - \xi) d\xi.$$

Das Integral wird über den gesamten Definitionsbereich der Funktionen ausgeführt. Liegt ein diskreter Datensatz mit n zeitlich äquidistanten Messpunkten $f(k), g(k)$ vor, wird das Faltungsintegral zur Summe

$$f(j) * g(j) = \sum_{k=0}^j f(k) \cdot g(j - k).$$

Im Frequenzraum ist die Faltung eine Multiplikation. Sind $\tilde{f}(\omega), \tilde{g}(\omega)$ und $\tilde{h}(\omega)$ die Fouriertransformierten von $f(t), g(t)$ und $h(t)$ dann gilt

$$h(t) = f(t) \otimes g(t) \quad \leftrightarrow \quad \tilde{h}(\omega) = \tilde{f}(\omega) \cdot \tilde{g}(\omega)$$

Entsprechend hierzu ist die Entfaltung durch eine Division gegeben.

Problem der Rauschverstärkung beim Entfalten Wir verwenden Glg (2.5), geben aber zusätzlich noch explizit einen Rauschanteil $n(t)$ mit an

$$P(t) = j(t) \otimes P_\delta(t) + n(t)$$

Nach Fouriertransformation und Entfaltung erhält man

$$\tilde{j}(\omega) = \frac{\tilde{P}(\omega)}{\tilde{P}_\delta(\omega)} - \frac{\tilde{n}(\omega)}{\tilde{P}_\delta(\omega)}$$

Für große Frequenzen ω nimmt $\tilde{P}_\delta(\omega)$ sehr kleine Werte an ($\rightarrow 0$), wodurch diese vom Rauschen dominierten Teile des Fourierspektrums verstärkt werden.

A.3 Ergebnisse der einzelnen solaren Runs

GALLEX I Runs	Dauer d. Expo. (d)	Verzög. d. Datenaufn.	Extrakt.- effizienz	Anstiegszeitanalyse			Pulsformanalyse			
				b_L	b_K	P (SNU)	b_L	b_K	P (SNU)	
1	b29	21.0	0.82	0.818	0.002	0.000	80^{+67}_{-53}	0.028	0.000	102^{+82}_{-66}
2	b31	20.8	0.68	0.827	0.048	0.039	51^{+80}_{-63}	0.020	0.034	6^{+65}_{-46}
3	b32	21.0	0.74	0.841	0.116	0.100	281^{+118}_{-103}	0.115	0.057	333^{+124}_{-109}
4	b33	21.0	0.66	0.854	0.082	0.031	25^{+67}_{-55}	0.079	0.000	64^{+65}_{-50}
5	b34	21.0	0.49	0.844	0.085	0.033	-19^{+49}_{-33}	0.064	0.043	-17^{+56}_{-39}
6	b35	22.3	0.67	0.905	0.058	0.049	138^{+89}_{-76}	0.035	0.024	56^{+73}_{-60}
7	b36	19.7	0.57	0.910	0.000	0.003	110^{+63}_{-51}	0.000	0.000	82^{+58}_{-45}
8	b38	19.9	0.63	0.876	0.082	0.055	125^{+81}_{-67}	0.068	0.059	74^{+77}_{-63}
9	b39	21.0	0.59	0.887	0.045	0.006	101^{+78}_{-61}	0.058	0.003	136^{+88}_{-70}
10	b41	19.9	1.35	0.895	0.218	0.114	41^{+83}_{-67}	0.218	0.114	41^{+83}_{-67}
11	b42	28.0	0.67	0.868	0.098	0.010	83^{+73}_{-60}	0.098	0.010	83^{+73}_{-60}
12	b45	21.0	0.65	0.896	0.031	0.031	51^{+69}_{-54}	0.034	0.032	20^{+60}_{-44}
13	b47	19.8	0.60	0.858	0.029	0.022	140^{+74}_{-61}	0.028	0.020	108^{+70}_{-56}
14	b49	18.8	0.54	0.911	0.073	0.000	9^{+54}_{-47}	0.092	0.000	-12^{+52}_{-32}
15	b50	29.0	0.51	0.882	0.004	0.047	96^{+65}_{-54}	0.008	0.018	114^{+65}_{-54}

GALLEX II Runs	Dauer d. Expo. (d)	Verzög. d. Datenaufn.	Extrakt.- effizienz	Anstiegszeitanalyse			Pulsformanalyse			
				b_L	b_K	P (SNU)	b_L	b_K	P (SNU)	
16	a59	28.0	0.55	0.932	0.057	0.036	94^{+72}_{-60}	0.046	0.018	117^{+67}_{-55}
17	a61	27.0	0.55	0.929	0.023	0.056	125^{+62}_{-51}	0.034	0.019	137^{+64}_{-53}
18	a63	27.0	0.59	0.925	0.024	0.020	145^{+63}_{-52}	0.059	0.016	148^{+66}_{-55}
19	a65	27.0	0.64	0.939	0.028	0.000	31^{+39}_{-25}	0.038	0.000	39^{+45}_{-30}
20	a67	27.0	0.52	0.960	0.014	0.010	118^{+60}_{-50}	0.000	0.000	127^{+55}_{-44}
21	a69	27.0	0.57	0.935	0.068	0.031	67^{+54}_{-42}	0.051	0.021	50^{+48}_{-36}
22	a71	27.0	0.49	0.962	0.070	0.033	87^{+54}_{-43}	0.083	0.037	78^{+53}_{-42}
23	a73	29.0	0.52	0.953	0.018	0.053	122^{+61}_{-50}	0.016	0.012	116^{+59}_{-46}
24	a75	25.0	0.49	0.971	0.034	0.033	151^{+70}_{-58}	0.035	0.024	150^{+70}_{-57}
25	a77	27.0	0.48	0.946	0.049	0.048	36^{+44}_{-32}	0.044	0.038	3^{+44}_{-29}
26	a79	27.0	0.47	0.937	0.048	0.034	58^{+51}_{-40}	0.036	0.026	57^{+53}_{-41}
27	a81	27.0	0.48	0.930	0.050	0.038	62^{+53}_{-41}	0.040	0.017	77^{+53}_{-41}
28	a83	27.0	0.50	0.931	0.065	0.000	52^{+39}_{-28}	0.057	0.006	42^{+42}_{-30}
29	a85	27.0	0.46	0.975	0.037	0.024	70^{+46}_{-36}	0.014	0.006	100^{+50}_{-39}
30	a87	27.0	0.67	0.924	0.055	0.047	42^{+48}_{-38}	0.029	0.042	37^{+43}_{-32}
31	a89	27.0	0.60	0.938	0.019	0.044	74^{+48}_{-37}	0.019	0.038	84^{+51}_{-40}
32	a91	27.0	0.54	0.968	0.072	0.044	-6^{+38}_{-26}	0.042	0.025	11^{+38}_{-25}
33	a93	27.0	0.61	0.818	0.022	0.021	28^{+49}_{-36}	0.014	0.021	38^{+52}_{-37}
34	a95	27.0	0.54	0.951	0.046	0.018	54^{+48}_{-37}	0.024	0.011	111^{+58}_{-47}
35	a97	27.0	0.54	0.981	0.060	0.032	92^{+56}_{-44}	0.032	0.018	94^{+56}_{-44}
36	a99	27.0	0.49	0.943	0.058	0.015	50^{+56}_{-42}	0.021	0.010	42^{+48}_{-34}
37	a101	27.0	0.44	0.948	0.035	0.012	109^{+49}_{-40}	0.034	0.014	101^{+50}_{-41}
38	a103	27.0	0.53	0.984	0.080	0.031	111^{+52}_{-43}	0.056	0.014	80^{+43}_{-34}
39	a105	27.0	3.38	0.883	0.037	0.025	86^{+59}_{-46}	0.036	0.020	131^{+68}_{-54}

GALLEX III Runs	Dauer d. Expo. (d)	Verzög. d. Datenaufn.	Extrakt.- effizienz	Anstiegszeitanalyse			Pulsformanalyse			
				b_L	b_K	P (SNU)	b_L	b_K	P (SNU)	
40	a119	21.0	0.60	0.970	0.075	0.033	142^{+62}_{-52}	0.058	0.011	175^{+67}_{-56}
41	a120	21.0	0.59	0.943	0.045	0.006	106^{+53}_{-42}	0.031	0.007	67^{+47}_{-35}
42	a121	21.0	0.54	0.977	0.083	0.036	-86_0^{+67}	0.028	0.010	57^{+43}_{-33}
43	a123	27.0	0.59	0.939	0.039	0.042	41^{+44}_{-34}	0.039	0.036	48^{+46}_{-36}
44	a124	28.0	0.56	0.951	0.118	0.055	-29^{+31}_{-22}	0.079	0.049	-29^{+30}_{-22}
45	a125	28.0	0.60	0.981	0.061	0.022	42^{+48}_{-39}	0.039	0.021	65^{+52}_{-42}
46	a127	29.0	0.49	0.947	0.056	0.008	60^{+40}_{-30}	0.038	0.000	53^{+37}_{-27}
47	a128	26.0	0.47	0.948	0.066	0.007	45^{+42}_{-30}	0.030	0.000	25^{+32}_{-19}
48	a129	28.0	0.51	0.980	0.076	0.054	20^{+41}_{-30}	0.067	0.036	7^{+41}_{-31}
49	a131	27.0	0.50	0.941	0.048	0.015	135^{+69}_{-57}	0.042	0.016	88^{+60}_{-47}
50	a132	28.0	0.64	0.950	0.052	0.017	50^{+45}_{-34}	0.058	0.017	53^{+49}_{-37}
51	a133	28.0	0.52	0.984	0.045	0.000	33^{+32}_{-21}	0.014	0.000	29^{+31}_{-20}
52	a135	20.0	0.50	0.951	0.018	0.019	22^{+34}_{-23}	0.010	0.020	27^{+35}_{-24}
53	a136	21.0	0.48	0.947	0.034	0.023	100^{+52}_{-42}	0.027	0.013	56^{+44}_{-33}

GALLEX IV Runs	Dauer d. Expo. (d)	Verzög. d. Datenaufn.	Extrakt.- effizienz	Anstiegszeitanalyse			Pulsformanalyse			
				b_L	b_K	P (SNU)	b_L	b_K	P (SNU)	
54	a146	21.0	0.53	0.974	0.121	0.044	143^{+75}_{-62}	0.135	0.015	107^{+63}_{-49}
55	a148	22.0	0.49	0.962	0.018	0.045	59^{+58}_{-43}	0.010	0.053	47^{+62}_{-48}
56	a149	19.0	0.49	0.946	0.054	0.016	116^{+71}_{-56}	0.053	0.012	60^{+55}_{-40}
57	a151	20.0	0.47	0.935	0.000	0.028	183^{+76}_{-61}	0.019	0.033	27^{+59}_{-40}
58	a157	20.0	0.57	0.953	0.081	0.078	95^{+71}_{-59}	0.063	0.020	66^{+63}_{-48}
59	a158	21.0	2.39	0.957	0.000	0.033	157^{+66}_{-67}	0.025	0.019	88^{+66}_{-51}
60	a161	20.0	0.46	0.946	0.075	0.098	-95^{+57}_{-48}	0.105	0.061	-97^{+51}_{-42}
61	a162	22.0	0.57	0.984	0.057	0.000	107^{+57}_{-43}	0.041	0.000	100^{+59}_{-43}
62	a163	41.0	0.62	0.931	0.047	0.022	198^{+65}_{-56}	0.062	0.012	127^{+60}_{-49}
63	a165	20.0	0.52	0.943	0.016	0.024	97^{+62}_{-49}	0.024	0.009	109^{+66}_{-53}
64	a166	29.0	0.54	0.967	0.063	0.032	176^{+69}_{-59}	0.053	0.000	208^{+71}_{-60}
65	a167	13.0	0.51	0.949	0.006	0.013	97^{+67}_{-50}	0.025	0.015	85^{+66}_{-49}

Literaturverzeichnis

- [Alt 96] M. Altmann, F. v. Feilitzsch, U. Schanda: A parameterized pulse shape analysis method for the GALLEX solar neutrino experiment.
Nuclear Instrument and Methods in Physics Research A 381 (1996) 398-412.
- [Alt 96a] M. Altmann: Datenanalyse beim Sonnenneutrinoexperiment GALLEX.
Dissertation, Technische Universität München, 1996.
- [Ans 93] P. Anselmann: Untersuchungen zum Szilard-Chalmers-Effekt bei der ^{71}Ge -Produktion in GaCl_3 -Lösung und Beiträge zur Anstiegszeit- und Datenanalyse im Sonnenneutrino-Experiment GALLEX.
Dissertation, Universität Heidelberg, 1993.
- [Ans 93a] P. Anselmann, R. Wink: Determination of risetime-windows for GALLEX I.
Internal note, GX 15 - 1993.
- [Bah 97] J. N. Bahcall: Gallium solar neutrino experiments: Absorption cross sections, neutrino spectra and predicted event rates.
Phys. Rev. C 56(1997)3391.
- [Bah 01] J. N. Bahcall, M. H. Pinsonneault, S. Basu: Solar Models: current epoch and time dependencies, neutrinos, and helioseismological properties.
Astrophysical Journal 555 (2001) 990-1012.
- [Bah 05] J. N. Bahcall, A. M. Serenelli, S. Basu: New Solar Opacities, Abundances, Helioseismology, and Neutrino Fluxes.
Astrophysical Journal 621 (2005) L85-L88.
- [Bet 39] H. A. Bethe: Energy production in stars.
Phys. Rev. 54 (1938) 862.
- [Blo 98] V. Blobel, E. Lohmann: Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse.
Teubner Studienbücher, 1998.
- [BNO 06] BNO-LNGS Collaboration, J.N. Abdurashitov et al.: The BNO-LNGS joint measurement of the solar neutrino capture rate in ^{71}Ge .
Astroparticle Physics 25 (2006) 349-354.
- [Box 58] G. Box, M. Muller: A note on the generation of random normal deviates.
Ann. Math. Stat. 29 (1958) 610-611.
- [Cho 03] CHOOZ Collaboration, M. Apollonio et al.: Search for neutrino oscillations on a long base-line at the Chooz nuclear power station.
Eur. Phys. J. C 27 (2003) 331-374.

- [Cle 83] B. T. Cleveland: The analysis of radioactive decay with a small number of counts by the method of maximum likelihood.
Nuclear Instruments and Methods 214 (1983) 451-458
- [Cle 98] B. T. Cleveland et. al: Measurement of the solar electron neutrino flux at the Homestake chlorine detector.
Astrophysical Journal 496 (1998) 505
- [Cri 95] M. Cribier et al.: The neutron induced background in GALLEX.
Astroparticle physics 4 (1995) 23-32.
- [Cri 97] M. Cribier et al.: The muon induced background in the GALLEX experiment.
Astroparticle physics 6 (1997) 129-141.
- [Dav 68] R. Davis jr. et al. : Search for neutrinos from the sun.
Phys. Rev. Lett. 20 (1968) 1205.
- [GNO 05] GNO Collaboration, M. Altmann et al.: Complete Results for five years of GNO solar neutrino observations.
Physics Letters B 616 (2005) 174-190.
- [GX1 92] GALLEX Collaboration, P. Anselmann et al.: Solar neutrinos observed by GALLEX at Gran Sasso.
Physics Letters B 285 (1992) 376-389.
- [GX2 93] GALLEX Collaboration, P. Anselmann et al.: GALLEX solar neutrino observations. The results from GALLEX I and early results from GALLEX II .
Physics Letters B 314 (1993) 445-458.
- [GX3 96] GALLEX Collaboration, W. Hampel et al.: GALLEX solar neutrino observations: Results for GALLEX III.
Physics Letters B 388 (1996) 384-396.
- [GX4 99] GALLEX Collaboration, W. Hampel et al.: GALLEX solar neutrino observations: results for GALLEX IV.
Physics Letters B 447 (1999) 127-133.
- [GXA 98] GALLEX Collaboration, W. Hampel et al.: Verification tests of the GALLEX solar neutrino detector, with ^{71}Ge produced in-situ from the beta-decay of ^{71}As .
Physics Letters B 436 (1998) 158-173.
- [GXS 98] GALLEX Collaboration, W. Hampel et al.: Final results of the ^{51}Cr neutrino source experiments in GALLEX.
Physics Letters B 420 (1998) 114-126.
- [Ham 85] W. Hampel, L. P. Remsberg: Half-life of ^{71}Ge .
Phys. Rev. C 31 (1985) 666.
- [Ham 87] W. Hampel: Zur Interpretation des mit einem Gallium-Detektor meßbaren Sonnenneutrino-Signals.
Habilitationsschrift, Universität Heidelberg, 1987.

- [Ham 93] W. Hampel: Determination of Energy Windows in GALLEX-Counting.
GALLEX publication GX-35, Oktober 1993.
- [Ham 02] W. Hampel: Results of the efficiency measurements for 5 GNO counters using the ^{69}Ge coincidence technique.
GNO internal note, Feb. 2002.
- [Hen 92] E. Henrich, K. Ebert: Die Chemie von GALLEX – Messung von Sonnenneutrinos mit einem radiochemischen Galliumdetektor.
Angew. Chem. 104 (1992) 1310-1324.
- [Kae 03] F. Kaether: Eichung der absoluten Nachweiswahrscheinlichkeiten von Zählrohren des Sonnenneutrinoexperiments GNO.
Diplomarbeit, Universität Heidelberg 2003.
- [KNu 06] Karlsruher Nuklidkarte, 7. Auflage 2006.
- [Kam 07] Official KamLAND Site: <http://kamland.lbl.gov/>.
- [Lal 97] H. Lalla: Zeitabhängiger Untergrund im GALLEX Sonnenneutrino Experiment.
Dissertation, Universität Heidelberg, 1997.
- [Mai 99] Ch. Weinheimer et al.: High precision measurement of the tritium β spectrum near its endpoint an upper limit on the neutrino mass.
Phys. Lett B 460 (1999) 219.
- [Mik 86] S. Mikheyev, A. Smirnow: Sov. J. Nucl. Phys. 42 (1986) 913.
- [Neu 66] Hugo Neuert: Kernphysikalische Meßverfahren zum Nachweis für Teilchen und Quanten.
Verlag G. Braun Karlsruhe, 1966.
- [Pan 04] L. Pandola: Measurement of the solar neutrino interaction rate on ^{71}Ge with the radiochemical experiment GNO at Laboratori Nazionali del Gran Sasso.
Dissertation, Università degli Studi dell'Aquila, 2004.
- [Rön 96] U. Rönn: Die absolute Nachweiswahrscheinlichkeit für die ^{71}Ge -Elektroneneinfangreaktion in Proportionalzählrohren des Sonnenneutrinoexperiments GALLEX.
Dissertation, Universität Heidelberg 1996.
- [SAG 99] SAGE-Collaboration, J. N. Abdurashitov et al.: Measurement of the solar neutrino capture rate with gallium metal.
Phys. Rev. C 60 (1999) 055801.
- [SAG 02] SAGE-Collaboration, J. N. Abdurashitov et al.: Measurement of the Solar Neutrino Capture Rate by the Russian-American Gallium Solar Neutrino Experiment During One Half of the 22-Year Cycle of Solar Activity.
arXiv:astro-ph/0204245v2 9 Jul 2002.
- [SAG 05] SAGE-Collaboration, J. N. Abdurashitov et al.: Measurement of the response of a Ga solar neutrino experiment to neutrinos from a ^{37}Ar source.
arXiv:nucl-ex/0512041v1 25 Dec 2005.

- [Sav 64] A. Savitzky, J. E. Golay: Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Square Procedures.
Anal. Chem. 1964, Vol. 36, No. 8, 1627.
- [Sch 93] U. Schanda: Besondere Aspekte des Sonnenneutrinoexperiments GALLEX.
Dissertation, Technische Universität München, 1993.
- [SNO 05] SNO-Collaboration, B. Aharmim et al.: Electron Energy Spectra, Fluxes, and Day-Night Asymmetries of ^8B Solar Neutrinos from the 391-Day Salt Phase SNO Data Set.
Phys. Rev. C 72 (2005) 055502.
- [SNO 07] The SNO homepage: <http://www.sno.phy.queensu.ca/>.
- [SuK 05] Super-Kamiokande Collaboration, Y. Ashie et al.: A Measurement of Atmospheric Neutrino Oscillation Parameters by Super-Kamiokande I.
Phys.Rev. D 71 (2005) 112005.
- [SuK 06] Super-Kamiokande Collaboration, J. Hosake et al.: Solar neutrino measurements in Super-Kamiokande I.
Phys.Rev. D 73 (2006) 112001.
- [SuK 07] Super-Kamiokande U.S. Collaboration homepage:
<http://neutrino.phys.washington.edu/~superk/>.
- [Toi 96] Table of Isotopes, CD-Rom Edition,
by R. Firestone, Wiley-Interscience, Vers. 1.0, 1996.
- [Urb 89] A. Urban: Analyse von Proportionalzählrohrimpulsen zum Nachweis von solaren Neutrinos.
Dissertation, Technische Universität München, 1989.
- [Vig 95] D. Vignaud, W. Hampel: Standard Analysis for GALLEX II.
Internal note.
- [Win 93] R. Wink et al.: The miniaturized proportional counter HD-2(Fe)/(Si) for the GALLEX solar neutrino experiment.
Nuclear instruments and Methods in Physics Research A329 (1993) 541-550.
- [Wol 78] L. Wolfenstein: Phys. Rev. D17 (1978) 2369.

Danksagung

Diese Arbeit wurde in der Neutrino-Astrophysik-Gruppe am Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg durchgeführt. An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die in irgendeiner Weise zum Gelingen beigetragen haben:

Der GALLEX-Kollaboration und insbesondere ihrem Sprecher Prof. T. Kirsten, die mir den kompletten Datensatz des Experiments zur Verfügung stellten, der die Grundlage dieser Arbeit darstellt.

Prof. W. Hampel für die Ermöglichung und gute Betreuung der Arbeit.

Der gesamten GNO-Kollaboration und vor allem deren Heidelberger Mitglieder E. Borger, E. Burkert, Prof. W. Hampel, Dr. F.X. Hartmann, Dr. G. Heusser, Dr. J. Kiko, Prof. T. Kirsten, P. Mögel, Dr. D. Motta, Dr. J. Oehm, H. Richter und Dr. S. Schönert.

Der gesamten BNO@LNGS-Kollaboration und speziell Dr. J. Abdurashitov, Dr. L. Pandola und H. Richter für die erfolgreiche und angenehme Zusammenarbeit im Gran-Sasso-Untergundlabor.

Dr. H. Simgen und Dr. C. Buck für viele fruchtbare Diskussionen, die Hilfe bei vielen Fragen und Problemen und zahlreichen netten Momenten in- und außerhalb des Instituts.

Allen lieben Kollegen der Neutrinogruppe für das immer hilfsbereite und freundliche Miteinander.

Und nicht zuletzt meiner Familie für ihre große Unterstützung.

Im Andenken an die viel zu früh verstorbenen Kollegen Dr. M. Altmann, Dr. N. Ferrari und Dr. B. Freudiger.