

**"Верность"**

*Галузь наук: Телекомунікаційні системи та мережі*

**МАЖОРИТАРНО-КОДОВЫЙ СПОСОБ  
ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ**

2011

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1 Состояние научной проблемы .....	5
2 Исходные данные к исследованию .....	7
3 Мажоритарный способ защиты на основе равновесных кодов .....	8
4 Мажоритарный способ защиты на основе кодов по четности .....	13
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	18
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	19

## ВВЕДЕНИЕ

Передача информации с использованием радиорелейных станций имеет высокую скорость передачи, но оборудование обеспечивающее данный вид связи требует квалифицированного обслуживания и применения дорогой и громоздкой техники, причём при её эксплуатации необходимо разрешение министерства по радиочастотам. Использование оптоволоконных линий для передачи сильно ограничивает число потребителей, имеет плохие разветвляющие способности и требует точной юстировочной аппаратуры, высококвалифицированный обслуживающий персонал и очень дорогой на сегодня оптоволоконный канал связи. Наиболее дешёвой и простой в обслуживании среди электрических, радиорелейных и оптоэлектронных систем передачи информации является электрическая связь.

Передача информации с использованием электросвязи, в частности выделенных, телефонных двухпроводных линий, обеспечивает широкий круг потребителей, поскольку имеет большие свойства разветвления, простоту эксплуатации и подключения, не требует высококвалифицированного обслуживания и не требует разрешения министерства по радиочастотам. Для передачи информации через выделенные либо коммутируемые телефонные линии разработано множество устройств и приборов для передачи информации, именуемых модемами, основными фирмами-изготовителями которых являются зарубежные фирмы. Но из-за плохого качества линий зарубежные устройства, имеющие большие пользовательские функции, не обеспечивают указанные фирмой-изготовителем параметры передачи, что сводит все их плюсы на нет.

Одним из решений данной проблемы является построение устройств передачи информации, которые производя оценку состояния канала связи, сами выбирают тип передачи, тип модуляции и др. (так называемые адаптивные системы передачи), а имея ручную либо автоматическую регулировку

амплитуды выходного сигнала позволяют работать в зашумленных каналах и линиях связи.

Целью данной научно-исследовательской работы является разработка адаптивного способа передачи данных, использующего комплексное решение для увеличения верности передаваемых сообщений – комбинирование помехоустойчивых кодов с мажоритарным принципом передачи.

# 1 СОСТОЯНИЕ НАУЧНОЙ ПРОБЛЕМЫ

При наличии симплексных каналов связи повышение верности передачи может быть достигнуто только за счет применения ошибкообнаруживающих и корректирующих кодов или путем многократного повторения данных, т.е. используя мажоритарный принцип передачи сообщений. Если ошибки в дискретном канале независимы или они группируются в пачки небольшой кратности, то необходимая помехоустойчивость сравнительно легко может быть получена за счет применения корректирующих кодов, например кодов Хэмминга или Файра. С увеличением длины пачки (пять и более ошибок) кодирующие и декодирующие устройства становятся очень громоздкими, а сами процедуры кодирования и декодирования могут занимать значительное время [1, 2]. В этом случае целесообразно использовать мажоритарный принцип передачи, причем длина повторяемого сообщения должна быть не менее длительности пачки ошибок.

Мажоритарный способ передачи является наиболее простым способом повышения верности, который состоит в том, что в канал посылается нечетное число раз одно и то же сообщение, а на приемной стороне происходит сравнение между собой одноименных кодовых комбинаций (или одноименных двоичных разрядов). Потребителю выдается то сообщение (или бит), которое было принято большее число раз. Недостатком такого способа передачи является то, что избыточность информации растет пропорционально количеству повторений одних и тех же сообщений, аналогично возрастают и затраты времени на передачу всего блока. Данный недостаток становится еще более заметным при пакетировании ошибок, когда приходится производить их декорреляцию, т.е. повторять не отдельные сообщения, а их группы или весь массив [2, 3]. Кроме того, присущее мажоритарному способу скачкообразное изменение избыточности в зависимости от числа повторов сообщений или числа сообщений, входящих в один повтор, представляет собой достаточно

неудобный механизм для адаптации к уровню помех в канале и достижения требуемой помехоустойчивости передачи.

С учетом вышеприведенных недостатков мажоритарного способа передачи представляется актуальным решение следующих задач:

1) уменьшение избыточности мажоритарного кодирования при требуемом уровне помехоустойчивости передачи данных;

2) разработка механизма плавного изменения помехоустойчивости мажоритарного способа при фиксированном критерии  $r/m$  обнаружения ошибки, где  $r$  – число совпадающих двоичных сообщений (или разрядов), а  $m$  – число повторов двоичных сообщений (или разрядов) (принимается далее  $m = 3$ ).

В работах [3, 4] был предложен подход к решению поставленных задач, заключающийся в комбинировании мажоритарного способа передачи и различных ошибкообнаруживающих и корректирующих кодов, а также рассмотрены обобщенные оценки помехоустойчивости мажоритарного способа передачи при посимвольном и пословном сравнении. При пословном и поразрядном сравнении оценка помехоустойчивости должна проводиться с учетом особенностей повторяемого ошибкообнаруживающего кода. С целью решения научно-исследовательских задач, сформулированных в данной выпускной работе магистра, необходимо проанализировать помехоустойчивость мажоритарного способа передачи

- при поразрядном сравнении как более эффективном с точки зрения обнаружения ошибок;
- с учетом свойств повторяемой ошибкообнаруживающей комбинации.

Анализ помехоустойчивости следует проводить на основе такого критерия как вероятность необнаруживаемой ошибки, обоснование применения которого приведено в [4].

## 2 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ИССЛЕДОВАНИЮ

В качестве модели канала передачи воспользуемся несимметричным каналом без памяти, в котором вероятности правильной передачи для двоичных нуля и единицы отличаются друг от друга:  $p_{11} \neq p_{00}$ . Такая модель канала представляет наибольший интерес, поскольку она наиболее часто используется для моделирования процессов в реальных каналах связи. В дальнейших расчетах принимаем изменение вероятности  $p_{11}$  в пределах:

$$0,75 \leq p_{11} \leq 1. \quad (1)$$

Исследуем мажоритарный способ передачи при поразрядном сравнении в сочетании с ошибкообнаруживающими равновесным кодом длины  $n=8$  и числом двоичных единиц  $1 \leq k \leq 7$  и кодом с битом паритета вида (2, 3). Критерием оценки правильности принятых двоичных бит является критерий 2/3, то есть передача данных осуществляется на основе трехкратного повторения помехоустойчивых кодовых комбинаций.

В соответствии с [2] вероятности правильного приема двоичных бит при мажоритарном поразрядном сравнении определяются как

$$p_{M11} = 3 \cdot p_{11}^2 - 2 \cdot p_{11}^3, \quad (2)$$

$$p_{M00} = 3 \cdot p_{00}^2 - 2 \cdot p_{00}^3. \quad (3)$$

### 3 МАЖОРИТАРНЫЙ СПОСОБ ЗАЩИТЫ НА ОСНОВЕ РАВНОВЕСНЫХ КОДОВ

Равновесные коды [5] относятся к классу неразделимых кодов и позволяют эффективно обнаруживать несимметричные ошибки, отличающиеся тем, что числа переходов  $1 \rightarrow 0$  и  $0 \rightarrow 1$  не равны друг другу. При комбинировании мажоритарного способа передачи с равновесным кодом можно производить проверку на наличие симметричных ошибок, которые не обнаруживаются обычным использованием равновесного кода, а также выявить ошибки, не нарушающие критерий  $2/3$  мажоритарного приема, но противоречащие свойствам повторяемого равновесного кода.

Из рисунка 1 видно, что исходное сообщение построено по мажоритарному принципу. Основу сообщений пакета составляют равновесные кодовые комбинации с  $n = 8$ ,  $k = 4$ . При декодировании по мажоритарному принципу ошибочность сообщения из-за ошибок в первом и третьем повторях не обнаруживается и, соответственно, получается два одинаковых неправильных сообщения в пакете, т.е. мажоритарный принцип выполняется  $r = 2 \geq \lceil 2/3 \rceil$ . При проверке полученных сообщений на принадлежность к классу равновесных кодовых комбинаций, ошибка обнаруживается, поскольку не выполняется условие  $k = 4$ .

Аналогично рассматривается рисунок 2. В принятом сообщении находятся равновесные кодовые комбинации, удовлетворяющие условию  $n = 8$  и  $k = 4$ , но все они являются ошибочными. Мажоритарный критерий безошибочности пакета сообщений в этом случае не выполняется:  $r = 0 < \lceil 2/3 \rceil$ . Следовательно, мажоритарный принцип приема позволяет обнаружить симметричные ошибки, необнаруживаемые равновесным кодом, и тем самым, выделить ошибочный пакет сообщений.



Исходное сообщение:

<i>1 повтор</i>								<i>2 повтор</i>								<i>3 повтор</i>							
1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1
$k = 4$								$k = 4$								$k = 4$							

Принятое сообщение:

<i>1 повтор</i>								<i>2 повтор</i>								<i>3 повтор</i>							
1	<b>0</b>	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	<b>0</b>	0	0	1	0	0	1
$k \neq 4$								$k = 4$								$k \neq 4$							

мажоритарный критерий выполняется:  $r = 2 \geq \lceil 2/3 \rceil$

Рисунок 1 – Обнаружение ошибок за счет равновесного кода при мажоритарном способе

Исходное сообщение:

<i>1 повтор</i>								<i>2 повтор</i>								<i>3 повтор</i>							
1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1
$k = 4$								$k = 4$								$k = 4$							

Принятое сообщение:

<i>1 повтор</i>								<i>2 повтор</i>								<i>3 повтор</i>							
1	1	<b>1</b>	0	<b>0</b>	0	0	1	1	<b>0</b>	0	<b>1</b>	1	0	0	1	1	1	0	0	1	<b>1</b>	0	<b>0</b>
$k = 4$								$k = 4$								$k = 4$							

мажоритарный критерий не выполняется:  $r = 0 < \lceil 2/3 \rceil$

Рисунок 2 – Обнаружение ошибок за счет мажоритарного принципа при трехкратном повторении равновесного кода

Очевидно, что комбинирование мажоритарного принципа и равновесного

кода для передачи данных приводит к расширению класса обнаруживаемых ошибок и достаточно существенному снижению вероятности  $V(p)$  необнаруживаемых ошибок.

Определение вероятности необнаруживаемой ошибки при традиционном использовании равновесного кода осуществляется по следующей формуле [6]:

$$V_k = \sum_{r=1}^k C_k^r \cdot C_{n-k}^r \cdot P_{01}^r \cdot P_{10}^r \cdot P_{00}^{n-k-r} \cdot P_{11}^{k-r}. \quad (4)$$

Вероятность необнаруживаемой ошибки при комбинировании мажоритарного принципа передачи и равновесного помехоустойчивого кодирования вычисляется в соответствии с выражением

$$V_{Mk} = \sum_{r=1}^k C_k^r \cdot C_{n-k}^r \cdot P_{M01}^r \cdot P_{M10}^r \cdot P_{M00}^{n-k-r} \cdot P_{M11}^{k-r}, \quad (5)$$

где

$$P_{M01} = 1 - P_{M00}, \quad P_{M10} = 1 - P_{M11}. \quad (6)$$

Для определения  $P_{M11}$  и  $P_{M00}$  необходимо воспользоваться выражениями (2) и (3).

Проведем сравнение двух вероятностей  $V_k(p)$  и  $V_{Mk}(p_M)$  при  $k=4$  (рисунки 3 и 4). В связи с тем, что в большинстве случаев на практике имеют дело с нестационарными каналами, когда  $p_{11}$  (или  $p_{00}$ ) изменяются во времени в пределах  $p_1 \leq p_{11} \leq p_2$ , то для сравнения вероятностей необнаруживаемой ошибки введем величину средней вероятности  $V_{cp}$  в диапазоне от  $p_1$  до  $p_2$ . Математически данная величина представляет собой плотность распределения вероятности и представляет собой интеграл функции вероятности  $V_k(p)$  необнаруживаемой ошибки для равновесного кода

$$V_{kcp} = \int_{p_1}^{p_2} V_k(p_{11}) dp_{11} \quad (7)$$

и интеграл функции вероятности  $V_{Mk}(p_M)$  необнаруживаемой ошибки для мажоритарного способа передачи с использованием равновесного кода

$$V_{Mkcp} = \int_{p_1}^{p_2} V_{Mk}(p_{11}) dp_{11}. \quad (8)$$

Проинтегрируем исследуемые функции (4) и (5) в соответствии с (7) и (8) по вероятности  $p_{11}$  в пределах (1) и вычислим их отношение

$$A = \frac{V_{kcp}}{V_{Mkcp}}. \quad (9)$$

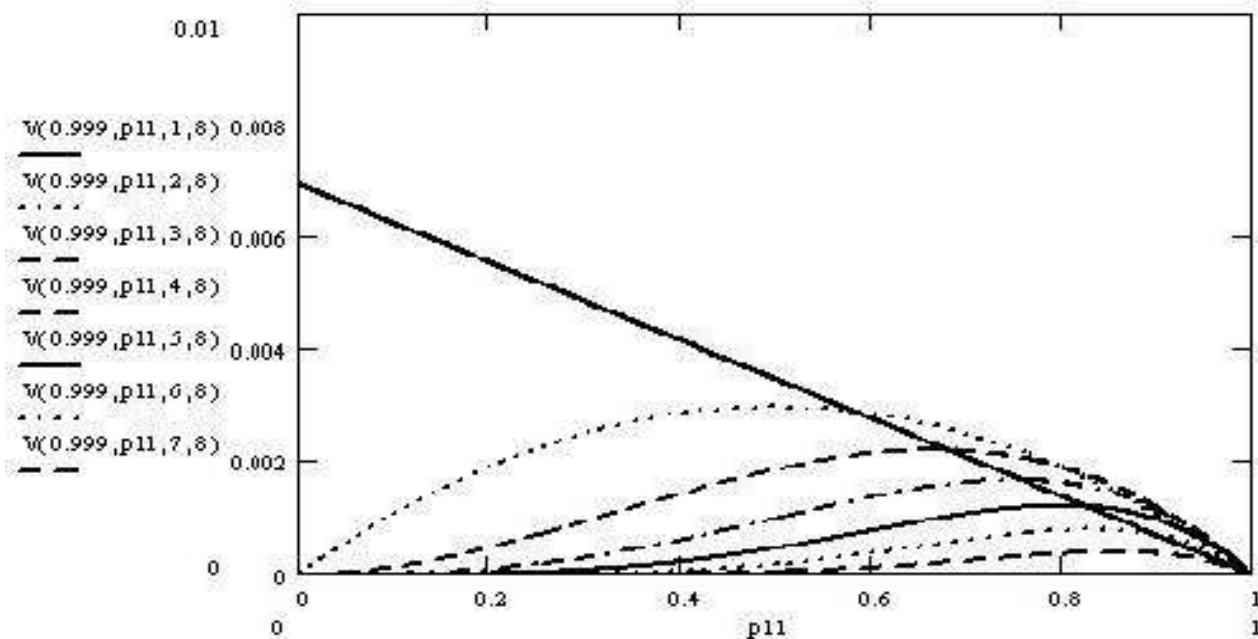


Рисунок 3 – Графики вероятности необнаруживаемой ошибки при обычном использовании равновесного кода

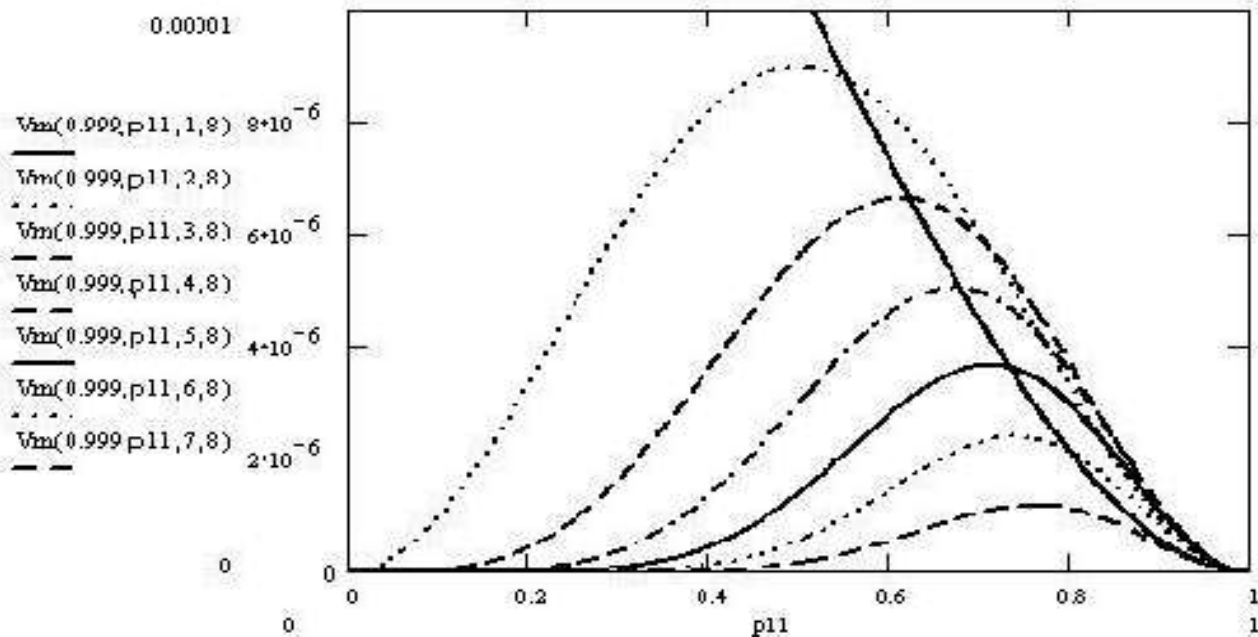


Рисунок 4 – График вероятности необнаруживаемой ошибки при комбинированном методе передачи данных

В результате получаем

$$V_{kcp} = \int_{0,75}^1 V(p_{11}) dp_{11} = 2,93 \cdot 10^{-4},$$

$$V_{Mkcp} = \int_{0,75}^1 V_M(p_{11}) dp_{11} = 4,88 \cdot 10^{-7},$$

$$A = \frac{V_{kcp}}{V_{Mkcp}} = \frac{\int_{0,75}^1 V(p_{11}) dp_{11}}{\int_{0,75}^1 V_M(p_{M11}) dp_{11}} = 599,9.$$

Исходя из значения  $A = 599,9$  можно сделать вывод о существенном снижении вероятности необнаруживаемой ошибки при комбинировании мажоритарного способа передачи и равновесных комбинаций по сравнению с

обычным использованием равновесного кода. Кроме того, такое комбинирование позволяет обнаруживать ряд других ошибок, не обнаруживаемых при раздельном использовании равновесного кода и мажоритарного способа.

#### 4 МАЖОРИТАРНЫЙ СПОСОБ ЗАЩИТЫ НА ОСНОВЕ КОДОВ ПО ЧЕТНОСТИ

Одним из широко применяемых кодов для передачи информации является код с контролем по четности (нечетности). Вычисление вероятности  $V_k$  необнаруживаемой ошибки приведено в работе [7].

Рисунок 5 демонстрирует возможности обнаружения ошибок применительно к комбинированию кода с контролем по четности и мажоритарного способа передачи, считая при этом, что последний восьмой разряд есть бит паритета. Такое комбинирование также позволяет выявить ошибки, необнаруживаемые при их раздельном использовании.

Очевидно, что вероятность необнаруживаемой ошибки при таком комбинировании также будет снижаться. Формула для  $V_k$  приведена в [5] и на его основе получим формулу для вероятности  $V_{Mk}$  необнаруживаемой ошибки мажоритарного способа передачи с использованием кода с контролем по четности. Таким образом,

$$\begin{aligned}
 V_k = & \sum_{\alpha=0}^{\left\lfloor \frac{m-1}{2} \right\rfloor} \sum_{\beta=0}^{\left\lfloor \frac{k-1}{2} \right\rfloor} C_m^{2\alpha+1} C_k^{2\beta+1} P_{00}^{[m-(2\alpha+1)]} P_{01}^{(2\alpha+1)} P_{11}^{[k-(2\beta+1)]} P_{10}^{(2\beta+1)} + \\
 & + \sum_{\alpha=0}^{\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor} \sum_{\beta=0}^{\left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor} C_m^{2\alpha} C_k^{2\beta} P_{00}^{[m-2\alpha]} P_{01}^{2\alpha} P_{11}^{[k-2\beta]} P_{10}^{2\beta} - P_{00}^m P_{11}^k.
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
V_{Mk} = & \sum_{\alpha=0}^{\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor} \sum_{\beta=0}^{\lfloor \frac{k-1}{2} \rfloor} C_m^{2\alpha+1} C_k^{2\beta+1} P_{00M}^{[m-(2\alpha+1)]} P_{01M}^{(2\alpha+1)} P_{11M}^{[k-(2\beta+1)]} P_{10M}^{(2\beta+1)} + \\
& + \sum_{\alpha=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \sum_{\beta=0}^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} C_m^{2\alpha} C_k^{2\beta} P_{00M}^{[m-2\alpha]} P_{01M}^{2\alpha} P_{11M}^{[k-2\beta]} P_{10M}^{2\beta} - P_{00M}^m P_{11M}^k
\end{aligned} \tag{11}$$

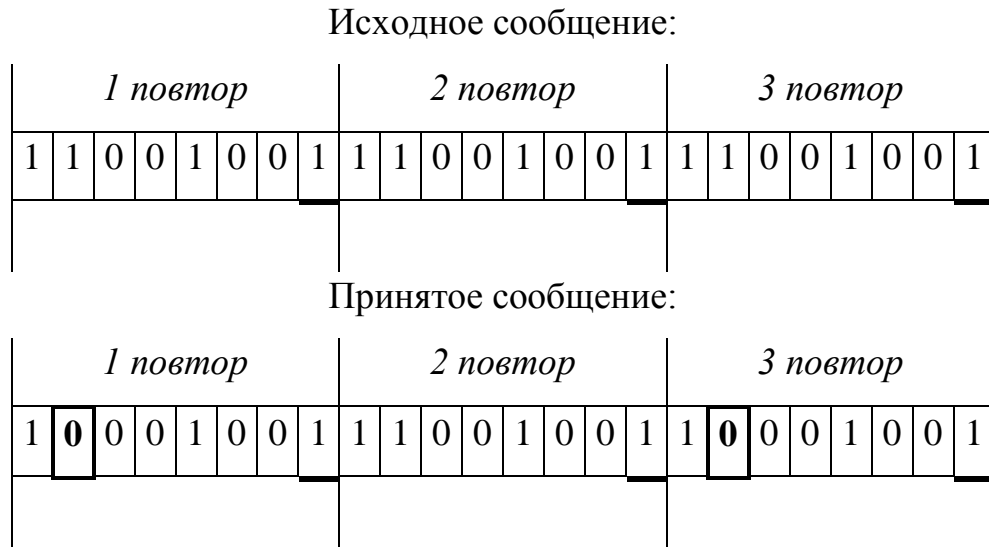


Рисунок 5 – Обнаружение ошибок за счет контроля по четности при мажоритарном способе передачи

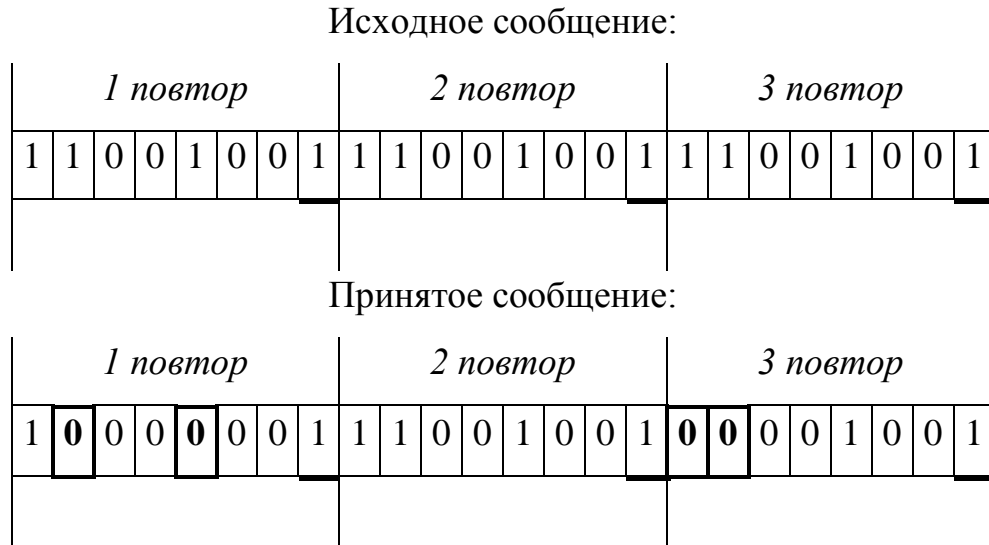


Рисунок 6 – Обнаружение ошибок за счет мажоритарного принципа передачи с использованием кода с контролем по четности

Графики функций (10) и (11) приведены на рисунках 7 и 8.

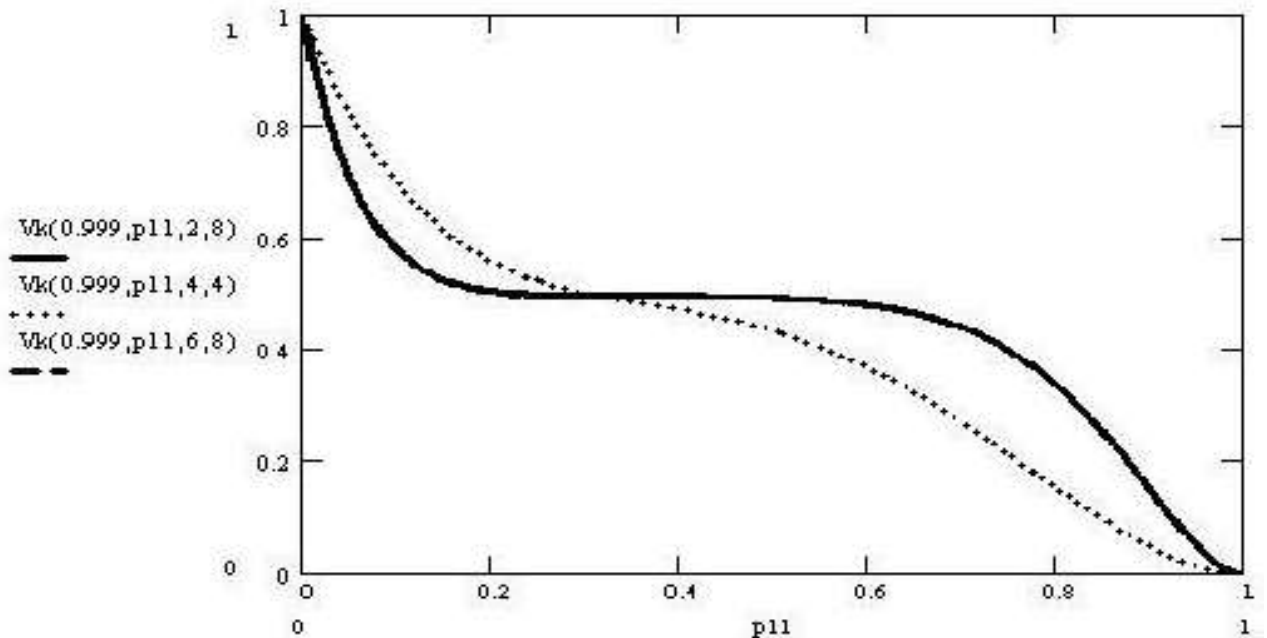


Рисунок 7 – График вероятности необнаруживаемой ошибки при обычном использовании кода с контролем по четности (нечетности)

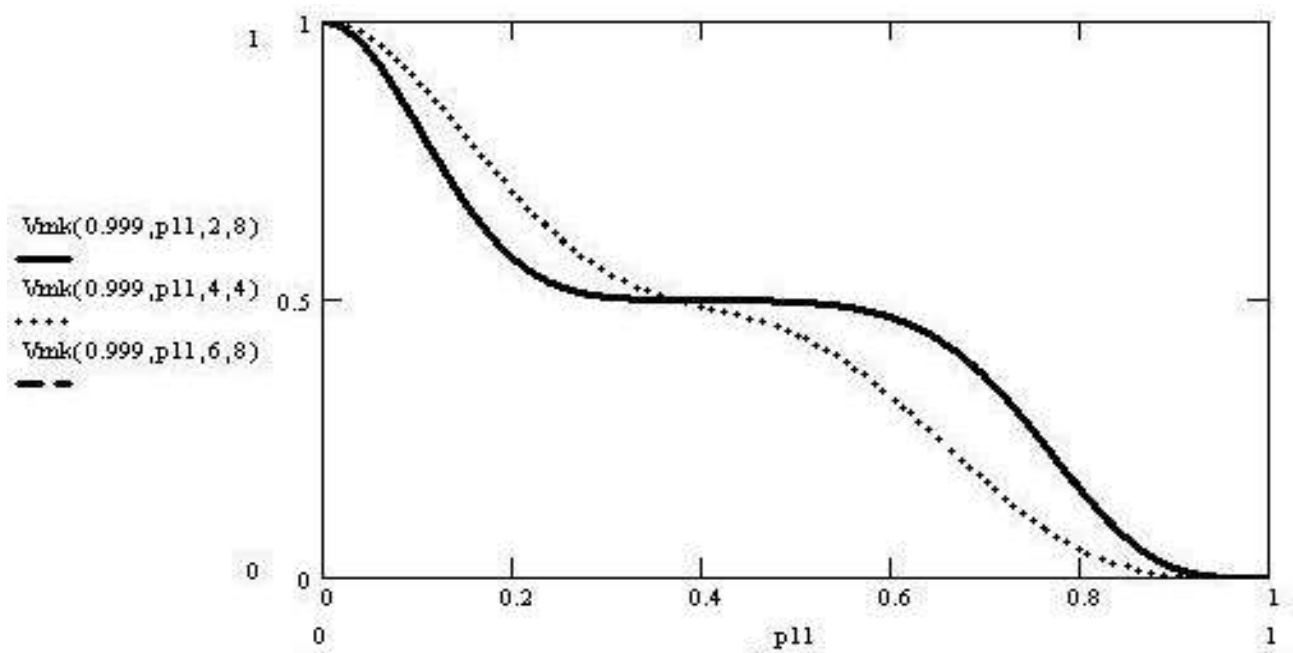


Рисунок 8 – График вероятности необнаруживаемой ошибки при мажоритарном способе передачи с использованием кода с контролем по четности (нечетности)

Для сравнения помехоустойчивости передачи при использовании кода с контролем по четности (нечетности) и комбинированного способа на основе мажоритарного принципа воспользуемся оценкой (9) при тех же пределах интегрирования. Соответственно, средние значения вероятности  $V_{kcp}$  и  $V_{Mkcp}$  для функций (10) и (11)

$$V_{kcp} = \int_{0,75}^1 V_k(p_{11}) dp_{11} = 0,021,$$

$$V_{Mkcp} = \int_{0,75}^1 V_{Mk}(p_{11}) dp_{11} = 6,189 \cdot 10^{-3}.$$

Подставив вычисленные значения  $V_{kcp}$  и  $V_{Mkcp}$  в (9), найдем величину  $A$ :



$$A = \frac{V_{kcp}}{V_{Mkcp}} = \frac{\int_{0.75}^1 V_k(p_{11}) dp_{11}}{\int_{0.75}^1 V_{Mk}(p_{11}) dp_{11}} = 3,398.$$

Исходя из значения  $A = 3,398$  можно сделать вывод о более эффективном использовании кода с битом паритета в сочетании с мажоритарным способом передачи. Кроме того, такое комбинирование позволяет расширить класс обнаруживаемых ошибок, которые при раздельном использовании кода с битом паритета и мажоритарного способа являются необнаруживаемыми.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной научно-исследовательской работе разработан мажоритарно-кодовый способ передачи данных, позволяющий регулировать скорость передачи информации в зависимости от уровня помех в канале связи. Данные системы передачи могут быть использованы в аппаратуре передачи данных в телефонных сетях общего пользования и промышленных сетях, расположенных в зоне повышенного уровня помех, для достижения высокой точности передачи по зашумленным каналам.

Научно-исследовательская работа продемонстрировала существенное уменьшение вероятности необнаруживаемой ошибки в случае комбинирования мажоритарного способа передачи с кодом контроля по четности (нечетности) и равновесным кодом. При этом расширяется класс обнаруживаемых ошибок при передаче данных. Положительные результаты исследования обосновывают эффективность разработки мажоритарной системы связи с изменяющейся скоростью передачи. Мажоритарная система связи с изменяющейся скоростью передачи является адаптивной к параметрам линии связи (условия и параметры передачи данных зависят от состояния линии связи на момент передачи).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузьмин И.В. Кодирование и декодирование в информационных системах / Кузьмин И.В., Ключко В.И., Литвин В.А. – К.: Вища шк., Головное изд-во, 1985. –190 с.
2. Борисенко А.А. Оценка эффективности системы передачи данных с мажоритарным принципом кодирования / Борисенко А.А., Колесников В.А., Черныш В.И. // Вісник СумДУ, 1999, № 1(12). – с. 82-85.
3. Кулик И.А. К вопросу об оценке эффективности мажоритарного принципа кодирования / Кулик И.А., Супрун А.В. // Вісник СумДУ, 2002, № 12(45) – с. 138-143.
4. Борисенко А.А. Оценка помехоустойчивости неразделимых кодов / Борисенко А.А., Онанченко Е.Л. // Вісник СумДУ, 1994, №2. – с 64-68.
5. Борисенко А.А. Оценка помехоустойчивости системы передачи данных на основе равновесных кодов / Борисенко А.А., Бережная О.В., Кулик И.А. // Вісник СумДУ, 1999, № 1(12) – с. 79-82.
6. Дженнингс Ф. Практическая передача данных / Дженнингс Ф. – М.: Мир, 1989. – 520 с.
7. Кулик И.А. Ошибкообнаруживающая способность кода с битом паритета / Кулик И.А. // Тезисы докладов "Современные методы кодирования в электронных системах", 2002. – с. 38-39.